

Law of universal gravitation at zero distance

The issue of zero distance in the law of universal gravitation is considered

Introduction

Law of universal gravitation is not valid for any distances between bodies, but only for distances exceeding own sizes of interacting bodies. Therefore, its "universality", which is present in the name itself and implies *generality*, i.e. feasibility for *any* distance between bodies, including *zero*, is not actually achieved, but only postulated.

Here is how it is reported in the physics textbook.

"According to Newton's law of universal gravitation, every particle attracts every other particle in the universe with a force which is directly proportional to the product of their masses and inversely proportional to the square of the distance between them. Denoting the masses of gravitating forces as m_1 and m_2 , the distance between them as r , we get:

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}, (1)$$

where k is a certain constant, the so-called gravitational constant; its numerical value depends on the units of measurement of force f , mass m and distance r .

Newton's law in this formulation is only valid if the size of particles is very small compared to the distance r between them.

If the sizes of particles are comparable with the distance at which the particles are located from each other, each particle should be divided into elements (fig. 67); the Newton's law of gravitation is valid for each pair of elements, so that the interaction force of the i -th element of the first particle and the k -th element of the second particle will be equal to:

$$\Delta f_{ik} = k \frac{\Delta m_1 \Delta m_2}{r_{ik}^2}.$$

The total interaction force will be expressed as the vector sum of all elementary forces Δf_{ik} :

$$f = \sum_i k \Delta f_{ik}.$$

Note. Since the elements into which the particles are broken into must be taken infinitely small, the task is actually to integrate.

The result of such calculation is very diverse for particles of different shapes; it is especially simple for the gravitation of homogeneous balls: two homogeneous balls are mutually gravitated with each other with a force $f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$, where m_1 and m_2 are the masses of balls, r is the distance between their centres. This expression, which coincides with formula (1), is true for any distance between balls" [1].

Highlight: "for **any distance** between balls." Therefore, the zero distance, at which the force rushes to **infinity**, too.

The method of "splitting into elements" artificially returns to the situation when the distances between the particles become large again in comparison with their size, than simply evade consideration, i.e. the situation when these distances are not large, but on the contrary small or tend to zero, hiding the apparent *impracticability* of the law of gravity at small distances between the particles. Such "solution" is purely formal and does not clarify anything.

What's the problem here?

The problem is that it is *physically impossible*. There are only two concepts of physics that can be infinite - distance and time. Others are always limited. Theoretically, particles of matter can be replaced by their centers of mass with zero dimensions. But in this case, it turns out that when the centers of masses replacing the particles themselves approach each other up to the zero distance $r \rightarrow 0$, the interaction force f rushes into infinity $f \rightarrow \infty$, with which both *acceleration* and *speed* of their movement are turned to infinity, which is impossible by definition. Therefore, the law of universal gravitation is not universal but limited in its application in the field of small distances between particles.

Statement of the problem

This work aims to consider a law of gravitation that is fair for all distances between particles, including zero, to ensure the requirement of universality.

The problem that prevents us from considering is the impenetrability of the physical particles, which does not allow us to bring the distance between the particles to zero.

Therefore, the consideration should be made at the level of a mental experiment or at the model that allows such approaching.

Interaction of material balls

Let's consider the gravitation of material balls with the same radius R without splitting them into elements.

The gravitational force f is maximum $f = f_{max}$ in the starting position $r = 2R$.

When the particles further approach each other, they penetrate each other by a value x , satisfying the ratio $0 \leq x \leq R$ (Fig. 1).

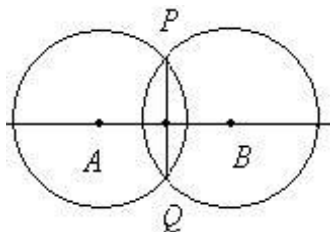


Fig. 1. Mutual penetration of spherical particles with the same radius R

The mass m of each particle determined by its volume V is reduced by the value Δm determined by the ratio $0 \leq \Delta m \leq m$ correspondingly to a decrease in volume ΔV ($0 \leq \Delta V \leq V$) that belongs to both particles simultaneously and is attracted by them with the same force and in opposite directions, so that its total attraction is zero.

The remaining part of each particle minus this common part gets a symmetrical offset Δx of each center of mass relative to its center of curvature, equal to $0 \leq \Delta x \leq \Delta x_{max}$, towards the increase of the distance r .

That is why $r = 2(R - x + \Delta x)$.

In the starting position at $x = 0$ $\Delta x = 0$, $\Delta m = 0$. In the end position at the maximum value $x_{max} = R$ $\Delta x = \Delta x_{max} > 0$, $\Delta m = m$. Therefore $m - \Delta m = 0$. In other words, both masses of the law of universal gravitation simultaneously turn to zero, and the minimum distance r_{min} between them keeps the final value $r_{min} = 2(R - R + \Delta x_{max}) = 2\Delta x_{max} > 0$.

So, there is no infinity of the force f or its mathematical uncertainty, and it simply turns to zero: $f = 0$.

Consequently, the law of universal gravitation is followed at any distance r , including zero $r = 0$, considering that when approaching $0 \leq r \leq 2R$, both masses are reduced to zero, while maintaining a non-zero minimum value r , equal to $r_{min} = 2\Delta x_{max} > 0$. As a result, the gravitational force f is also reduced to zero (Fig. 2).

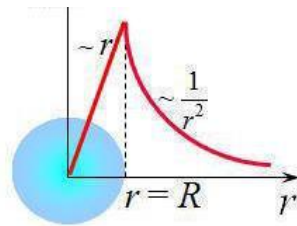


Fig. 2. The dependence of the gravitational force f on the distance r when the distance r is reduced to zero

That is, the law of universal gravitation is universal indeed.

Gravitational vibrations

Bodies located at a distance r , being left to themselves, come to the gravitational vibrations relative to the general center of masses (without considering the problem of their mutual penetration into each other). Physics does not consider these vibrations because of the expected aspiration to infinity of the gravitational force f at the spatial alignment of their centers of mass.

Such problem is solved in a roundabout way for inertial circular motion, mathematically expressed by two linear harmonic oscillations with phase difference $\frac{\pi}{2}$. The masses of both bodies do not change, and the Newton's gravitational force is replaced by the Hooke's elasticity. The problem of mutual penetration of bodies is easily solved: when the coordinate x is zero at the start of the countdown, placed in the common center of mass, the other coordinate y is maximum and vice versa. In this case, the maximum value of Hooke's elasticity is equal to Newton's gravitational force in the orbit of rotation used as a numerical coefficient in the law of elasticity.

Now, after finding out the physical meaning of the law of universal gravitation at zero distance, it is possible to consider linear gravity oscillations in their pure form without involving mathematical tricks with the replacement of linear gravity oscillation by two elastic oscillations.

In practice, such gravitational vibrations with the passage of interacting bodies through their common center of mass is difficult to simulate.

These can be oscillations of pendulums moving towards each other. Although their centers of masses are not spatially aligned, such alignment is at least partial – in the plane of oscillatory motion. The bodies of the pendulums may look like round discs or hemispheres mating over flat surfaces.

On a cosmic scale, however, such interactions can be represented by the penetration of galaxies into each other. They are usually referred to as colliding galaxies, although there may be no real collision between the objects that make up them. They would be better called *penetrating*. Here, the law of universal gravitation is fully followed before they are touched, and after mutual penetration, the gravity does not increase to infinity, but, on the contrary, gradually decreases to zero when their centers of masses overlap, which is accompanied by a gradual decrease in the accelerations, also to zero, and velocities – to the maximum values. Then they, continuing to move on inertia, will begin to separate with the appearance of the gravitational force of braking, rather than acceleration of movement. As a result, gravitational oscillations of galaxies of cosmic scale and duration appear.

References

1. Frish S.E., Timoreva A.V. General physics course. Volume 1. Physical fundamentals of mechanics. Molecular physics. Vibrations and waves. Moscow, 1955, p. 111.

ПРИМЕЧАНИЕ. Это перевод статьи с русского на английский язык. Ниже прилагается оригинальный авторский текст.

Сомсиков А.И.

Закон всемирного тяготения при нулевом расстоянии

Рассмотрен вопрос нулевого расстояния в законе всемирного тяготения

Введение

Закон всемирного тяготения справедлив не для любых расстояний между телами, а только для расстояний, превышающих собственные размеры взаимодействующих тел. Поэтому его “всемирность”, присутствующая в самом названии и подразумевающая *всеобщность*, т.е. выполнимость для *любых* расстояний между телами, включая и *нулевое*, фактически не достигается, а только лишь постулируется.

Вот как об этом сообщается в учебнике физики.

“По закону всемирного тяготения Ньютона: всякие два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Обозначая массы тяготеющих тел через m_1 и m_2 , расстояние между ними – r , получим:

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

где k – определенная постоянная, так называемая постоянная тяготения; ее числовое значение зависит от того, в каких единицах измеряются сила f , масса m и расстояние r .

Закон Ньютона в указанной формулировке справедлив лишь в том случае, если размеры тел весьма малы по сравнению с расстоянием r между ними.

В случае, если размеры тел сравнимы с тем расстоянием, на котором тела находятся друг от друга, каждое из тел следует разбить на элементы (рис. 67); для каждой пары элементов справедлив закон тяготения Ньютона, так что сила взаимодействия i -го элемента первого тела и k -го элемента второго тела будет равна:

$$\Delta f_{ik} = k \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}.$$

Полная сила взаимодействия выразится как векторная сумма всех элементарных сил Δf_{ik} :

$$f = \sum_{i,k} \Delta f_{ik}.$$

Примечание. Так как элементы, на которые разбиваются тела, должны быть взяты бесконечно малыми, то задача на самом деле сводится к интегрированию.

Результат такого вычисления имеет весьма разнообразный вид для тел разной формы; он особенно прост для случая тяготения однородных шаров: два однородных

шара взаимно тяготеют друг к другу с силой $f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где m_1 и m_2 – массы шаров, r – расстояние между их центрами. Это выражение, совпадающее с формулой (1), справедливо для любого расстояния между шарами” [1].

Выделяем: “для **любого расстояния** между шарами”. А, стало быть, также и для **нулевого** расстояния, при котором сила устремляется к **бесконечности**.

Приемом “разбития на элементы” искусственно возвращаются к ситуации, когда расстояния между телами опять становятся велики по сравнению с их размерами. Чем просто уклоняются от рассмотрения по существу, т.е. от ситуации, когда эти расстояния не велики, а наоборот малы или вообще стремятся нулю. Скрывая этим видимую *невыполнимость* закона всемирного тяготения при малых расстояниях между телами. Такое “решение” является чисто формальным, ничего не проясняющим по существу.

В чем здесь проблема?

Она заключается в том, что это *физически невозможно*. Лишь два понятия физики могут быть бесконечными – расстояние и время. Прочие всегда ограничены. Теоретически можно заменить физические тела их центрами масс с нулевыми размерами. Но в этом случае получается, что при сближении центров масс, заменяющих сами тела, до нулевого расстояния $r \rightarrow 0$ сила f взаимодействия устремляется в бесконечность $f \rightarrow \infty$, вместе с чем обращаются в бесконечность также и *ускорения*, и *скорости* их движения. Что по определению невозможно. Поэтому закон Всемирного тяготения, оказывается отнюдь не всемирным, а ограниченным по применению в области малых расстояний между телами.

Постановка задачи

Цель данной работы – рассмотрение закона тяготения, справедливого для любых расстояний между телами, включая и нулевые, обеспечивающие требование всемирности.

Проблемой, мешающей рассмотрению, является непроницаемость физических тел, не позволяющая довести до нуля расстояние между телами.

Поэтому рассмотрение должно вестись на уровне мысленного эксперимента или на модели, допускающей такое сближение.

Взаимодействие материальных шаров

Рассмотрим тяготение материальных шаров с одинаковым радиусом R , не разбивая их на элементы.

В начальном положении $r = 2R$ сила тяготения f максимальна $f = f_{max}$.

При дальнейшем сближении тела проникают друг в друга на величину x , удовлетворяющую соотношению $0 \leq x \leq R$ Рис.1.

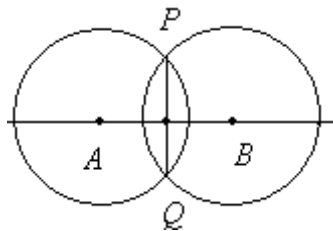


Рис. 1. Взаимное проникновение друг в друга сферических тел с одинаковым радиусом R .

При этом масса m каждого тела, определяемая его объемом V , уменьшается на величину Δm , определяемую соотношением $0 \leq \Delta m \leq m$, соответственно уменьшению объема ΔV ($0 \leq \Delta V \leq V$), принадлежащего одновременно обоим телам и соответственно притягиваемого ими с одинаковой силой и в противоположных направлениях, вследствие чего его суммарное притяжение равно нулю.

Оставшаяся часть каждого тела за вычетом этой общей их части получает симметричное смещение Δx каждого центра массы относительно центра его кривизны, равное $0 \leq \Delta x \leq \Delta x_{max}$ в сторону увеличения расстояния r .

Поэтому $r = 2(R - x + \Delta x)$.

В начальном положении при $x = 0$, $\Delta x = 0$, $\Delta m = 0$. В конечном же положении при максимальном значении $x_{max} = R$, $\Delta x = \Delta x_{max} > 0$, $\Delta m = m$. Поэтому $m - \Delta m = 0$. Другими словами, обе массы в законе всемирного тяготения одновременно обращаются в нуль, а минимальное расстояние r_{min} между ними сохраняет конечное значение $r_{min} = 2(R - R + \Delta x_{max}) = 2\Delta x_{max} > 0$.

Таким образом, никакой бесконечности силы f или ее математической неопределенности при этом не возникает, а сама она просто обращается в нуль $f = 0$.

Следовательно, закон Всемирного тяготения выполняется на любом расстоянии r , включая и нулевое $r = 0$ с учетом того, что при сближении $0 \leq r \leq 2R$ обе массы уменьшаются до нуля при сохранении ненулевого минимального значения r , равного $r_{min} = 2\Delta x_{max} > 0$. Вследствие чего сила f тяготения тоже уменьшается до нуля Рис. 2.

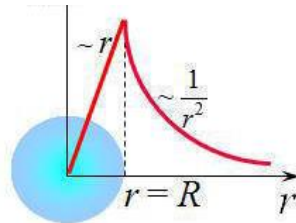


Рис. 2. Зависимость сила f тяготения от расстояния r при уменьшении r до нуля.

То есть Закон тяготения действительно является всемирным.

Гравитационные колебания

Тела, находящиеся на расстоянии r , будучи предоставлены самим себе, приходят в гравитационные колебания относительно общего центра масс (без учета проблемы взаимного их проникновения тел друг в друга). Эти колебания в физике не рассматриваются из-за ожидаемого устремления к бесконечности силы притяжения f при пространственном совмещении их центров масс.

Такого рода задача решается обходным путем для инерционного кругового движения. Математически выражаемого двумя линейными гармоническими колебаниями с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$. Массы обоих тел при этом не изменяются, а сила гравитации Ньютона заменяется упругой силой Гука. При этом проблема взаимного проникновения тел решается очень просто: в момент нулевого значения координаты x с началом отсчета, помещаемым в общий центр масс, другая координата y максимальна и наоборот. Максимальное значение силы Гука равно в этом случае силе тяготения Ньютона на орбите вращения, используемой в качестве числового коэффициента в законе упругости.

Теперь же, после выяснения физического смысла закона всемирного тяготения при нулевом расстоянии, становится возможным также и прямое рассмотрение линейных гравитационных колебаний в их чистом виде, без привлечения математических ухищрений с заменой линейного гравитационного колебания двумя упругими.

На практике такие гравитационные колебания с прохождением взаимодействующих тел через их общий центр масс трудно промоделировать.

Это могут быть колебания маятников, движущихся навстречу друг другу. Хотя их центры масс пространственно не совмещаются, такое их совмещение является хотя бы

частичным – в плоскости колебательного движения. Тела маятников могут иметь вид круглых дисков или же полусфер, сопрягаемых по плоским поверхностям.

В космическом же масштабе такие взаимодействия могут быть представлены проникновением друг в друга галактик. Обычно их называют “сталкивающимися”, хотя реальное столкновение образующих их объектов может отсутствовать. Их лучше было бы называть именно *проникающими*. Здесь закон всемирного тяготения полностью выполняется до их касания, а после взаимного проникновения сила гравитации не возрастает до бесконечности, а наоборот постепенно уменьшается до нулевого значения при совмещении их центров масс. Что сопровождается постепенным уменьшением ускорений тоже до нулевого, а скоростей – до максимальных значений. Затем они, продолжая движение по инерции, начнут расходиться с появлением гравитационной силы уже торможения, а не ускорения движения. В итоге и возникают гравитационные колебания галактик космического масштаба и длительности.

Литература

1. Фриш С.Э, Тиморева А.В. Курс общей физики. Том 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. Москва, 1955, с.111.