

# The theory of electrodynamic space-time relativity (Revision 4 / Chinese) \*\*

## 电动时空相对论 (修正版 4)

Yingtao Yang

Toronto, Canada, yangyingtao2012@hotmail.com

**Abstract:** The theory of electrodynamic space-time relativity (TESTR) is the study of the transformation of time and space between two electrodynamic inertial frames of reference, which have both inertial velocity difference and electric potential difference. It is a fundamental space-time theory of theoretical physics based on the Einstein's special theory of relativity (STR), the electric potential limit postulate and the high-precision experimental facts of the inversion proportional square law of Coulomb's force.

It also proposed new basic physical concepts, such as electric potential limit, quaternion velocity, quaternion electric potential and etc. The two basic physical quantities, electric potential, and velocity are unified through the form of quaternions. It revealed the inherent relationships between the quaternion velocity or the quaternion electric potential and space-time. In mathematical form, it starts with the special theory of relativity in the real form and develop into the complex form and then further into the quaternion form. In the physical sense, it expands the special relativity from having an only inertial frame of reference to having both the inertial frame of reference and electric equipotential frame of reference.

This paper discusses in detail the process of establishing the theory of complex electrodynamic space-time relativity and theory of quaternion electrodynamic space-time relativity as well as their various conversions and transformations. With the use of the new concept of system time, it leads to the expression of the fundamental equations of TESTR to be as concise as the form of Galilean transformation. In addition, its content is also more symmetrical and universal. It can correctly derive a set of more complex equations of the special three-dimensional theory of relativity. At the same time, proved that the special theory of relativity is a special case of TESTR, and found another important new special case: the theory of electric potential relativity (TEPR). The basic effects of TESTR were also discussed. It predicts some important new space-time change effects, for example, the electric potential time expansion effect. Such proposed effects would provide some theoretical basis for the experimental validation of TESTR. The appendix of the paper proves mathematically that the basic equations of the theory are consistent with the hypothesis.

**Keyword:** special theory of relativity, postulates of electric potential limit, the theory of electric potential relativity, theory of complex electrodynamic space-time relativity, the theory of quaternion electrodynamic space-time relativity

## 电动时空相对论 (修正版 4)

杨映涛

(加拿大多伦多, yangyingtao2012@hotmail.com)

**摘要:** 电动时空相对论是研究两个电动惯性参照系 (即有惯性速度差又有电位差的参照系) 之间的时空变换关系的理论。它是根据爱因斯坦的狭义相对论和电位存在极限的假设以及库仑力平方反比律精确地成立的实验事实为基础发展起来时空基础理论。

它提出了一些新的物理基本概念, 如极限电位假设、四元数速度、四元数电位等。它们将电位和速度两个物理量用四元数的数学形式统一起来。揭示了四元数速度、四元数电位与时间和

空间的内在关系。在数学形式上它将狭义相对论从实数形式发展到复数和四元数的形式，在物理内容上它将狭义相对论从惯性参照系发展到等电位参照系和惯性参照系都存在的情况。

本文分别详细论述了复数电动时空相对论和四元数电动时空相对论的建立过程，以及它们的多种变换形式。由于新的系统时间概念的引入，它得出的电动时空相对论的基本公式与伽利略变换在形式上一样简洁。但它的内容更加对称性和具有普适性。它正确地推导出了比较复杂的三维狭义相对论方程。阐明了狭义相对论是电动时空相对论的特例，并且理论上发现了另外一个新的重要特例：电位相对论。该论文还讨论了电动时空相对论的基本效应。理论上预测了一些全新的重要的时空变化效应，例如电位时间膨胀效应。它们为将来实验验证该理论提供了理论根据。最后，论文的附录在数学上证明了该理论的基本方程与它的假设是一致的。

关键词：狭义相对论，电位极限假设，电位相对论，复数电动时空相对论，四元数电动时空相对论

### 一. 复数电动时空相对论

众所周知，爱因斯坦的狭义相对论是建立在与惯性运动有关的两个基本假设上，即：

- 1.运动相对性原理：物理定律在任何惯性系中具有相同的形式。
- 2.光速不变假设：在任何惯性系中，真空中的光速为常数。

根据这两个假设，可以推出著名的洛伦兹变换式：

$$X' = \gamma(X - V_x t) \quad (1)$$

$$Y' = Y \quad (2)$$

$$Z' = Z \quad (3)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{V_x}{c_0^2} X \right) \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_x^2}{c_0^2}}} \quad (5)$$

这里的洛伦兹变换式是标量形式。其中  $V_x$  为  $\Sigma_R'(X', Y', Z', t')$  惯性系相对于  $\Sigma_R(X, Y, Z, t)$  惯性系沿  $X$  轴正向的运动速率  $V_x$ 。  $c_0$  为真空中光速。  $X, Y, Z, t$  和  $X', Y', Z', t'$  分别为观察系和被观察系的坐标轴的长度和时间。

在分析研究狭义相对论基本假设后，可以提出一个疑问：我们对运动的理解是完备的吗？有没有除了惯性参照系之外的一种物理参照系，当它处于不同状态时，物理定律在各自的参照系中都相同？并且在该物理参照系内，不可能通过任何实验确认该物理参照系的状态。与它相关的物理参数是否也存在极限？并且，它可能引起时空的相对论效应。在深入研究后，发现等电位体可能就是这样的物理参照系。由库仑力平方反比定律精确地成立的物理实验<sup>[1]</sup>可知，在一个封闭的任意形状的导体中，无论它的表面带多少电荷，导体内任意点的电位都相等，并且其内部的电场强度  $E$  为零，这也是电场高斯定律的必然推论。

由此，我们可以做一个理想实验：两辆完全一样的用金属制成的封闭车厢  $A$  和  $B$ ，它们相对静止并相互绝缘，仅仅让  $B$  与大地相接。设有一个超高压静电发生器的一个电极也与  $B$  相接。设大地的电位为零，超高压静电发生器的另一端与车厢  $A$  相接。当超高压静电发生器持续工作，不断地对  $A$  车厢充入电荷（正电荷或负电荷）， $A$  车厢内部和表面的电位将随之增大，当表面电荷达到  $Q$  时，其表面和内部电位将为  $\phi$  且处处相等，同时，其电场强度  $E$  为零，因此，当  $A$  车箱内工作的人与外面信息完全隔离，他不可能通过做任何实验知道  $A$  车箱相对  $B$  车厢电位的大小和正负。这与  $B$  车厢内（电位为零）的观测者的感觉是一模一样，即使它们之间具有极高的电位

差也是如此。值得注意的是这与在惯性参照系中的实验结果是一样的。即相对性原理在任何等电位参照系中很可能成立的。

那么，电位是否可能存在极限呢？根据电磁学，电位的叠加是线性的，即电位没有极限。并且理想点电荷的中心电位和电场都是无穷大。进一步计算表明点电荷的电场能量也为无穷大。显然，这是一个错误的结论。这是大家公认的现在电磁学无法自身克服的困难。在现代物理学的基本理论中，点电荷能量发散问题至今普遍存在。如果，假设电位存在极限，电磁学就必须有相应的修改，点电荷中心电位就为有限大小，即为极限电位，它的中心电场为零。它的电场能量就很可能不会发散，从而克服电磁学理论上的困难。同时，目前也没有任何的物理试验显示电位不能存在极限。因此，提出电位存在极限的假设是合理的。

综上所述，我们也可以提出等电位参照系基本假设：

3. 电位相对原理：物理定律在任何等电位参照系中具有相同的形式；

4. 电位极限假设：任何等电位静止参照系中，真空中任意点的电位极限为一常数 $\Phi_0$ 。

电位极限 $\Phi_0$ 的值只可能由实验确定。在普朗克单位制中，普朗克电压是一个非常大的值 $1.04295 \times 10^{27}$ 伏特。它可能作为极限电位的参考值之一。

将上述的电位相对原理和电位极限假设与狭义相对论的基本假设比较，我们会发现它们形式非常相似。当这两个假设成立时，那么现在的麦克斯韦方程组就必须修改。电位的叠加将是非线性的，许多物理参数的很可能与参照系的电位与极限电位比值存在函数关系。物理学必然出现一个电位相对论。它将专门描述两个存在电位差参照系中，时空与电位的变化关系。狭义相对论是专门研究惯性运动的参照系中时空与速度的变化关系。因此，应该存在一个更高层级的相对论，它是研究既有速度差又有电位差的参照系的时空关系，称这个理论为电动时空相对论。其中，狭义相对论和电位相对论都是它的特例。要建立这个“更高层级相对论”的前提是必须将同一参照系的带电状态（等电位）和惯性运动状态（惯性速率）统一起来。但，由现代物理学可知，电位和速率这两个物理概念是没有任何直接联系的。为了解决这个矛盾，本文就必须引入新的物理概念即虚数运动和复数运动等。

虽然等电位参照系与惯性参照系非常相似，但，等电位参照系在三维空间是静止的，不能将它定义为一般的惯性参照系。因此，将等电位参照系定义为虚速率惯性参照系。考虑到电位相对论与狭义相对论的对称性，即虚速率惯性参照系之间的时空变换关系在数学形式上应该与洛伦兹变换是一样的，所不同的是多了一个虚数因子，它们的物理意义也有所不同。因此，电位和虚速率应该存在着对应关系。即电位 $\phi$ 等价于虚速率 $V_\phi i$ 。极限电位 $\Phi_0$ 也应该是等价于虚速率极限 $iC_0$ 。即：

$$V_\phi i = K\phi \tag{6}$$

$$C_0 i = K\Phi_0 \tag{7}$$

其中，虚数 $i = \sqrt{-1}$ 。由方程(7)可得，

$$K = \frac{C_0}{\Phi_0} i \tag{8}$$

它为虚数常数，它被称其为电动转换系数。

为了深入研究更一般的时空关系，我们必须将我们的运动和时空观由狭义相对论的实数域扩展到复数域。更一般的运动可以抽象为是在复数平面的运动态。如果一个坐标参照系的运动同时具有虚数运动态和实运动态，我们称它所处的状态为复数运动态，处于复数运动态的参照系称为复数电动惯性参照系，它即有等电位又有惯性运动。而描述这种运动的时空关系理论称之为复数电动时空相对论。

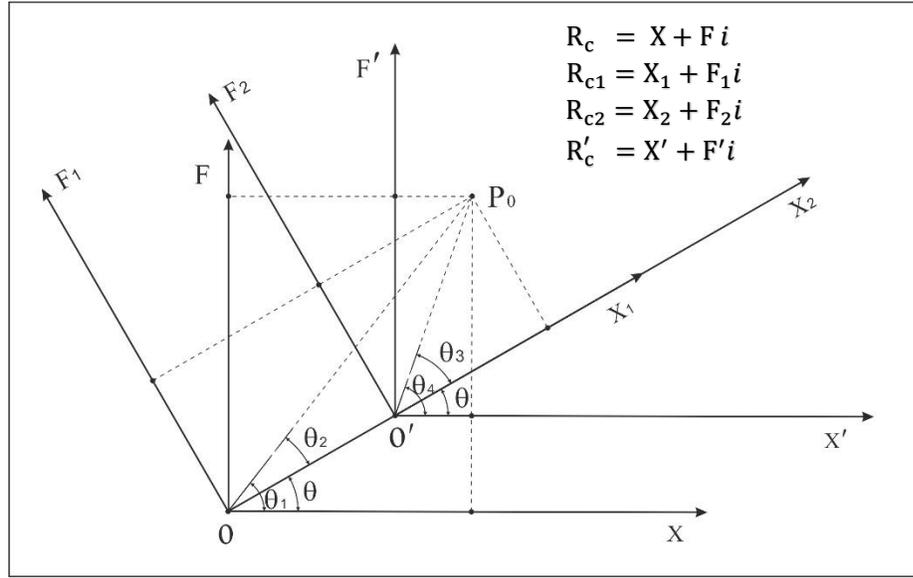


图 1

如图 1 所示，设在同一复数平面上，有 $\Sigma_C(X, F, t)$ 和 $\Sigma'_C(X', F', t')$ 两个复数坐标参照系，并且它们的虚轴 $F$ 与 $F'$ ，实轴 $X$ 与 $X'$ 相互平行。由于复数中没有矢量，只有标量，因此，与运动有关物理量必须用标量如，速率、距离。 $\Sigma_C(X, F, t)$ 为观察系，并处于静止状态，即虚速率为零（电位为零），实速率也为零，而 $\Sigma'_C(X', F', t')$ 为被观察系，它相对于 $\Sigma_C(X, F, t)$ 处于复数运动状态，它的复数速率为 $V_c$ ，它的虚速率为 $V_\phi i$ 。实速率为 $V_x$ ， $\theta$ 为幅角。当坐标原点 $O'$ 和 $O$ 重合，设 $t = t' = 0$ 时。

$$V_c = V_x + V_\phi i = |V_c| e^{\theta i} \quad (9)$$

$$\text{复数速率模为 } |V_c| = \sqrt{V_x^2 + V_\phi^2} \quad (10)$$

$$\text{其中, } V_\phi = \frac{\phi C_0}{\Phi_0} \quad (11)$$

既然，实数电位我们可以转成虚速率，那么，根据对称性，实速率我们也可以转换为虚电位 $\phi_x i$ 。因此， $\phi_x i = V_x \frac{1}{K} = -\frac{V_x \Phi_0}{C_0} i$ ，实数电位 $\phi$ 和虚电位 $\phi_x i$ 共同构成了复数电位 $\phi_c$ ：

$$\phi_c = \phi + \phi_x i \quad (12)$$

$$\text{复数电位的模为: } |\phi_c| = \sqrt{\phi^2 + \phi_x^2} \quad (13)$$

$$\text{其中 } \phi_x = -\frac{V_x \Phi_0}{C_0} \quad (14)$$

将(12)式的两边乘以 $K$ ，并与(9)式比较可得：

$$V_c = K \phi_c \quad (15)$$

由此可见，复数速率和复数电位是可以相互转换的。因此，复数电位参照系也是一种复数电动力学参照系。我们需要进一步将上面的四个基本假设综合成两个复数电动时空相论的基本假设，由于复数不能比较大小，但它的模是可以比较大小的。因此有：

5. 复数电动时空相对原理：物理定律在任何复数电动惯性参照系中具有相同的形式；

6. 复数电动时空极限假设：任何复数电动惯性参照系中，真空中任意一点的复数速率的模的极限是常数 $C_0$ ；或它的复数电位的模的极限为常数 $\Phi_0$ 。

其中， $C_0$ 为光在电位为零的真空中速率 $C_0 = 299,792,458$  米/秒。复数电位的模的极限 $\Phi_0$ 的值，将由实验最终确定。

假设6的一个推论是在电位不为零的参照系中，光在实数三维空间的速率 $C_0'$ 小于 $C_0$ 。但，光在复数空间的复数速率的模为 $C_0$ 。（后续的有关麦克斯韦方程扩展论文中将给出证明）。

当 $V_x = 0, V_c = V_\phi i$ 上述两条假设也就变为电位相对论的基本假设。当 $V_\phi = 0, V_c = V_x$ ，上述两条假设也就变为狭义相对论的基本假设。因此，狭义相对论和电位相对论是复数电动相对论的两个特例。

通常所说的狭义相对论，是指被观察系相对观察参照系沿某一轴向的运动，称它为一维狭义相对论。而实际上，这种运动可以有二维或三维的形式，相应的狭义相对论也变得更为复杂，但更具有普遍性。相关的论述已有文献详细讨论，它们表明在实数空间：通过一维的狭义相对论经过坐标系的旋转和平移方法可以推导出二维任意方向的狭义相对论<sup>[2]</sup>和三维任意方向的狭义相对论<sup>[3]</sup>；或通过一维的狭义相对论和矢量变换的方法推导三维任意方向的狭义相对论<sup>[4],[5]</sup>，虽然，它们的推导方法各有不同，但，有一点是相同的，那就是通过一维的狭义相对论和适当的数学方法可以推导出更高维的实数形式相对论形式。因此，根据一维狭义相对论为基础和上面基本假设，并使用复数坐标的某种变换的方法很可能推导出复数电动时空相对论。

如图1所示，设在复数平面中存在任意一点 $P_0$ ，它在不同的复数直角坐标系中，它有不同的坐标参数来表示。在 $\Sigma_c(X, F, t)$ 复数坐标系中， $P_0$ 坐标用复数距离表示为 $R_c = X + Fi$ ，幅角 $\theta_1$ ，在 $\Sigma_c'(X', F', t')$ 参照系中，点 $P_0$ 用复数距离表示为 $R_{c'} = X' + F'i$ ，它的幅角 $\theta_4$ 。在参考实数二维的坐标变换数学方法<sup>[2]</sup>，并将它推广到复数平面空间，参照系 $\Sigma_c'(X', F', t')$ 可以由参照系 $\Sigma_c(X, F, t)$ 是经过三次坐标变换而得到：

- (1). 复数坐标系 $\Sigma_c(X, F, t)$ ，它的时间为 $t$ ，沿逆时针方向旋转 $\theta$ 度。得复数坐标系 $\Sigma_{c1}(X_1, F_1, t_1)$ ，它的时间为 $t_1$ ；
- (2). 复数坐标系 $\Sigma_{c1}(X_1, F_1, t_1)$ ，沿它的实数轴 $X_1$ 方向，以复数速率的模 $|V_c|$ 的大小平移，得复数坐标系 $\Sigma_{c2}(X_2, F_2, t_2)$ ，它的时间为 $t_2$ ；
- (3). 复数坐标系 $\Sigma_{c2}(X_2, F_2, t_2)$ 沿顺时针方向旋转 $\theta$ ，得复数坐标系 $\Sigma_c'(X', F', t')$ ，它的时间为 $t'$ 。其具体的推导如下：

(1). 将 $\Sigma_c(X, F, t)$ 坐标系沿逆时针方向旋转 $\theta$ 度，使得 $\Sigma_{c1}(X_1, F_1, t_1)$ 坐标系的实轴 $X_1$ 过参照系 $\Sigma_c'(X', F', t')$ 的坐标原点 $O'$ 。  $P_0$ 点在 $\Sigma_c(X, F, t)$ 复数坐标系中为复数距离 $R_c$ ，幅角为 $\theta_1$ ， $P_0$ 点在 $\Sigma_{c1}(X_1, F_1, t_1)$ 复数坐标系为复数距离 $R_{c1}$ ，且，幅角为 $\theta_2$ ，即：

$$R_c = X + Fi = |R_c|e^{\theta_1 i} \quad (16)$$

$$R_{c1} = X_1 + F_1 i = |R_{c1}|e^{\theta_2 i} \quad (17)$$

并且有， $|R_c| = |R_{c1}|$ ，所以，

$$R_{c1} = R_c e^{(\theta_2 - \theta_1) i} \quad (18)$$

$$R_{c1} = R_c e^{-\theta i} \quad (19)$$

$$R_{c1} = (X + Fi)(\cos\theta - i\sin\theta) \quad (20)$$

由(20)式和(17)得：

$$X_1 = X\cos\theta + F\sin\theta \quad (21)$$

$$F_1 = F\cos\theta - X\sin\theta \quad (22)$$

(2). 设  $\Sigma_{C1}(X_1, F_1, t_1)$  为静止参照系，它的时间为  $t_1$ ， $\Sigma_{C2}(X_2, F_2, t_2)$  为运动状态参照系，它的时间为  $t_2$ ，并且实轴  $X_1$  与  $X_2$  重合， $\Sigma_{C2}(X_2, F_2, t_2)$  参照系相对于  $\Sigma_{C1}(X_1, F_1, t_1)$  的沿  $X_1$  的正方向，以  $|V_c|$  大小平移，因此有  $F_2 = F_1$ 。因为， $X_1$  是  $\Sigma_{C1}(X_1, F_1, t_1)$  的实数轴，可以将它想象为真实运动，这与狭义相对论研究的状态是一样的。因此，能够直接使用洛伦兹变换式(1)(2)(4)和(5)的结果，但，需要将相对应的参照系  $\Sigma_{C1}(X_1, F_1, t_1)$  和  $\Sigma_{C2}(X_2, F_2, t_2)$  的参数进行替换。

根据复数电动时空极限假设，光的复数速度的模的极限在各个方向都等于  $C_0$ 。当坐标系绕原点旋转一个角度时，旋转前后两坐标系的原点没有位移，它们到  $P_0$  点的复数距离的模相等。那么，从原点发出的光到  $P_0$  点的时间相等。因此，时间与坐标的旋转角度无关，因此  $t = t_1$ ， $t_2 = t'$ ，可得：

$$X_2 = \gamma(X_1 - |V_c|t) \quad (23)$$

$$F_2 = F_1 \quad (24)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{|V_c|}{C_0^2} X_1 \right) \quad (25)$$

$$\text{其中 } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|V_c|^2}{C_0^2}}} \quad (26)$$

(3). 在复数坐标参照系  $\Sigma_{C2}(X_2, F_2, t_2)$  中， $P_0$  用复数距离  $R_{C2}$  表示，它的幅角  $\theta_3$ ，沿顺时针方向旋转  $\theta$  度，得坐标系  $\Sigma_{C'}(X', F', t')$ ，在该坐标系中  $P_0$  用复数距离  $R_{C'}$  表示，它的幅角  $\theta_4$  即：

$$R_{C2} = X_2 + F_2 i = |R_{C2}| e^{\theta_3 i} \quad (27)$$

$$R_{C'} = X' + F' i = |R_{C'}| e^{\theta_4 i} \quad (28)$$

并且有， $|R_{C'}| = |R_{C2}|$ ，所以，

$$R_{C'} = R_{C2} e^{(\theta_4 - \theta_3) i} = R_{C2} e^{\theta i} \quad (29)$$

因为， $R_{C2} - R_{C1} = X_2 - X_1$ ，所以有，

$$R_{C'} = (R_{C1} - (X_1 - X_2)) e^{\theta i} \quad (30)$$

将(19)代入(30)得：

$$R_{C'} = R_c - (X_1 - X_2) e^{\theta i} \quad (31)$$

因为  $V_c = |V_c| e^{\theta i}$ ，所以，

$$R_{C'} = R_c - V_c \frac{(X_1 - X_2)}{|V_c|} \quad (32)$$

$$\text{设 } t_c = \frac{(X_1 - X_2)}{|V_c|} \quad (33)$$

我们称  $t_c$  为复数电动惯性参照系的系统时间，它不是某个参照系特有的时间，而是和观察参照系的时间和被观察参照系的时间两者都有关。下面讨论这系统时间  $t_c$  和观察参照系的时间  $t$  和被观察参照系的时间  $t'$  之间的关系：

根据，方程(25)可得，

$$X_1 = \frac{C_0^2}{|V_c|} t - \frac{1}{\gamma} \frac{C_0^2}{|V_c|} t' \quad (34)$$

将方程(34)代人方程(23)可得，

$$X_2 = \frac{1}{\gamma} \frac{C_0^2}{|V_c|} t - \frac{C_0^2}{|V_c|} t' \quad (35)$$

将方程(34)和(35)代人方程(33)得，

$$t_c = \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{C_0^2}{|V_c|^2} (t + t') \quad (36)$$

由此可见，系统时间 $t_c$ 将静止参照系时间 $t$ 和运动参照系时间 $t'$ 统一起来，并且， $t$ 和 $t'$ 在系统时间中所占的地位是完全相等的。

由于运动的相对性，无论观察者在 $\Sigma_c(X, F, t)$ 参照系还是在 $\Sigma'_c(X', F', t')$ 测得的参照系之间的相对运动速度的大小都等于 $|V_c|$ ，并且，这个观察者测得的两个参照系的时间的和 $(t + t')$ 也是相等的。如果设 $\Sigma_c(X, F, t)$ 测得的系统时间为 $t_c$ ， $\Sigma'_c(X', F', t')$ 中测得的系统时间为 $t'_c$ ，因此有 $t_c = t'_c$ 。即系统时间与参照系的选择无关。它是一种新的时间表达方式。

综上所述，我们得到了用系统时间 $t_c$ 和 $t'_c$ 表达的复数电动时空相对论的基本方程，如下：

$$R'_c = R_c - V_c t_c \quad (37)$$

$$t'_c = t_c \quad (38)$$

基本方程的形式与伽利略变换的方程一样的简洁。但它们的物理内容更丰富，狭义相对论也只是它的特例之一。基本方程中包含了如下的方程：

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|V_c|^2}{c_0^2}}} \quad (39)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{|V_c|}{c_0^2} X_1 \right) \quad (40)$$

$$X_2 = \gamma (X_1 - |V_c| t) \quad (41)$$

$$X_1 = X \cos \theta + F \sin \theta \quad (42)$$

$$t_c = \frac{(X_1 - X_2)}{|V_c|} \quad (43)$$

$$t_c = \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{c_0^2}{|V_c|^2} (t + t') \quad (44)$$

根据不同的用途，上述关系式可以进一步展开为不同的形式，

$$\text{因为欧拉公式表明， } e^{\theta i} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (45)$$

所以，将方程(45)代入方程(9)，则有  $\cos \theta = \frac{V_x}{|V_c|}$ ， $\sin \theta = \frac{V_\phi}{|V_c|}$ 。将它们代入(42)，可得：

$$X_1 = \frac{1}{|V_c|} (X V_x + F V_\phi) \quad (46)$$

根据方程(43)(41)(46)和(37)，我们可以得到方程(47)。因此，进一步归纳整理，可以得到复数电动时空相对论的基本方程的另一种表达形式。即复速率和参照系时间 $t$ 和 $t'$ 表达的扩展基本方程，如下：

$$R'_c = R_c - \frac{V_c}{|V_c|} \left( (1 - \gamma) X_1 + |V_c| \gamma t \right) \quad (47)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{|V_c|}{c_0^2} X_1 \right) \quad (48)$$

$$\text{其中， } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|V_c|^2}{c_0^2}}}$$

速率和电位有一种对应关系，因此，我们也能得到另外一组用复数电位和参照系时间 $t$ 和 $t'$ 描述的复数电动时空相对论的扩展基本方程。它们将在后面的四元数电动时空相对论中涉及到。

将(47)分解成实数方程和虚数方程得：

$$X' = X - \frac{V_x}{|V_c|} \left( (1 - \gamma) X_1 + |V_c| \gamma t \right) \quad (49)$$

$$F' i = F i - i \frac{V_\phi}{|V_c|} \left( (1 - \gamma) X_1 + |V_c| \gamma t \right) \quad (50)$$

因此，如果 $V_\phi = 0$ ，而且 $V_x > 0$ ，则有 $|V_c| = V_x$ 。根据(46)可得， $X_1 = X$ ，将它们代人(49)(50)(40)和(39)得狭义相对论：

$$X' = \gamma(X - V_x t) \quad (51)$$

$$F' = F \quad (52)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{V_x}{c_0^2} X \right) \quad (53)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_x^2}{c_0^2}}} \quad (54)$$

设  $V_x = 0$ ，而且  $V_\phi > 0$ ，则有  $|V_c| = V_\phi$ 。根据(6)和(7)得  $V_\phi = \frac{c_0}{\Phi_0} \phi$ ，并且由(46)可得  $X_1 = F$ ，将它们代入(49)(50)(40)和(39)可得一个新的特殊相对论：

$$F'i = \gamma \left( Fi - \frac{c_0}{\Phi_0} \phi it \right) \quad (55)$$

$$X' = X \quad (56)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\phi}{\Phi_0 c_0} F \right) \quad (57)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\phi^2}{\Phi_0^2}}} \quad (58)$$

它就是前面提到过的电位相对论。并且这里可以看到电位相对论与狭义相对论的数学形式是完全对称的。但，它们有不同的物理意义和物理效应。

## 二. 四元数电动时空相对论

复数电动时空相对论描述了复数平面中时空与参照系相对的复数运动状态的关系，但，复数平面中的实数轴是一维的。实际上，我们的实数空间是三维的。因此，必须将复数电动时空相对论由二维空间扩展到四维空间，在数学上，复数的更高形式是四元数。设  $A$  为一个四元数，

$$A = z_1 + z_2 \mathbf{i} + z_3 \mathbf{j} + z_4 \mathbf{k} \quad (59)$$

其中， $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  为单位矢量，它们满足四元数的乘法规则。如果  $z_n (n = 1, 2, 3, 4)$  中全部为实数，称  $A$  为实数四元数。如果  $z_n$  中有至少有一个是复数（或者一个虚数），称  $A$  为双四元数<sup>[6]</sup>。实数四元数是双四元数的特例。四元数  $A$  的模  $|A|$ ，即，

$$|A|^2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 \quad (60)$$

如果  $A$  是双四元数， $|A|$  在一般情况下它是复数。因为，复数不能比较大小，所以，本文需要定义四元数  $A$  的另外一个模  $\|A\|$ ，

$$\|A\|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 \quad (61)$$

其中， $|z_n| (n = 1, 2, 3, 4)$  为是  $z_n$  的绝对值， $\|A\|$  是一个范数。因此，称  $\|A\|$  为四元数  $A$  的范数模，它是一个大于或等于零的实数。当  $A$  是一个实数四元数，有，

$$\|A\| = |A| \quad (62)$$

因此，要将复数电动时空相对论扩展为四元数电动时空相对论，就必须将复数电动时空相对论中的物理量扩展为四元数物理量，例如，四元数速度，四元数电位等，与它们相对应的参照系将统称为四元数电动惯性参照系。同时，将复数电动时空相论的两个基本假设 5 和 6 扩展为四元数电动时空相对论的基本假设：

7. 四元数电动时空相对原理：物理定律在任何四元数电动惯性参照系中，具有相同的形式；

8. 四元数电动时空极限假设：任何四元数电动惯性参照系中，真空中任意一点的四元数速度的范数模的极限是常数 $C_0$ ；或它的四元数电位的范数模的极限为常数 $\Phi_0$ 。

其中， $C_0$ 为光在标量电位为零的真空中的速率， $C_0 = 299,792,458$  米/秒。 $\Phi_0$ 的值将由实验最终确定。

根据，复数电动时空相对论的基本式(37)，将它展开并分解成实数方程和虚数方程：

$$F'i = Fi - V_\phi it_c \quad (63)$$

$$X' = X - V_x t_c \quad (64)$$

我们注意到(64)式是一个实数标量表达式，而实际情况是被观察参照系 $\Sigma_c'(X', F', t')$ 的沿 $\Sigma_c(X, F, t)$ 实轴X方向以速度 $V_x$ 真实的运动， $V_x$ 是一个矢量。设它的单位矢量为 $\mathbf{i}$ ，因为， $X'$ ，X的轴向与 $\mathbf{i}$ 相同的。因此，将(64)式两边同乘以 $\mathbf{i}$ ，可将(64)式变为矢量方程：

$$\mathbf{X}' = \mathbf{X} - \mathbf{V}_x t_c \quad (65)$$

方程组(63)和(65)比复数方程(37)更客观的描述了物理的本质。所以与运动有关的物理量也将用矢量，如速度、位移等。我们可以将(65)式扩展为三维空间中。如果将(65)式中的矢量 $\mathbf{X}'$ 和 $\mathbf{X}$ 定义为实数三维空间 $X', Y', Z'$ 和 $X, Y, Z$ 的任意方向的矢量 $\mathbf{r}'$ 和 $\mathbf{r}$ ，相应的速度 $\mathbf{V}_x$ 定义为 $\mathbf{V}_r$ 。并且， $\mathbf{r}'$ ， $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{V}_r$ 都有相同的方向。设 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为三维空间坐标轴向 $X, Y, Z$ 的为单位向量。既有：

$$\mathbf{r} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k} \quad (66)$$

$$\mathbf{r}' = X'\mathbf{i} + Y'\mathbf{j} + Z'\mathbf{k} \quad (67)$$

$$\mathbf{V}_r = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k} \quad (68)$$

即， $\mathbf{X}', \mathbf{X}, \mathbf{V}_x$ 变为 $\mathbf{r}', \mathbf{r}, \mathbf{V}_r$ 。同时，设 $t_c$ 相应地变为 $t_q$ ，因此，(63)和(65)式可以变换为：

$$F'i = Fi - V_\phi it_q \quad (69)$$

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}_r t_q \quad (70)$$

方程(69)和(70)式构成了三个实数矢量和一个虚数四元数空间系统，并且，称它为 $A_i$ 型四元数空间，它是双四元数的一种特殊形式。由此将参照系在复数空间的运动扩展为 $A_i$ 型四元数空间的运动。即，参照系 $\Sigma_Q'(F', X', Y', Z', t')$ 以四元数速度 $V_Q$ 相对参照系 $\Sigma_Q(F, X, Y, Z, t)$ 运动，设 $R'_Q, R_Q$ 分别为任意一点 $P_0$ 参照系 $\Sigma_Q'(F', X', Y', Z', t')$ 和参照系 $\Sigma_Q(F, X, Y, Z, t)$ 中的 $A_i$ 型四元数位移坐标，并且有：

$$R_q = Fi + \mathbf{r} = Fi + X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k} \quad (71)$$

$$R_q \text{的范数模为} \|R_q\|, \text{ 即} \|R_q\| = \sqrt{F^2 + X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (72)$$

$$R'_q = F'i + \mathbf{r}' = F'i + X'\mathbf{i} + Y'\mathbf{j} + Z'\mathbf{k} \quad (73)$$

$$R'_q \text{的范数模为} \|R'_q\|, \text{ 即} \|R'_q\| = \sqrt{F'^2 + X'^2 + Y'^2 + Z'^2} \quad (74)$$

$A_i$ 型四元数速度 $V_q$ 和它的范数模 $\|V_q\|$ 为：

$$V_q = V_\phi i + \mathbf{V}_r = V_\phi i + V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k} \quad (75)$$

$$\|V_q\| = \sqrt{V_\phi^2 + V_r^2} = \sqrt{V_\phi^2 + V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \quad (76)$$

其中， $i = \sqrt{-1}$

将(69)和(70)相加，将(71),(73),(75)代入其中可得(77)式。并将(37)(38)(39)(40)(41)(42)(43)和(44)式中的 $X', X_1, X_2, X, t_c, t'_c$ 和 $|V_c|$ 用 $r', r_1, r_2, r, t_q, t'_q$ 和 $\|V_q\|$ 替换，最终可得电动时空相对论的的系统时间 $t_q$ 和 $t'_q$ 描述的四元数基本方程式：

$$R'_q = R_q - V_q t_q \quad (77)$$

$$t'_q = t_q \quad (78)$$

上面的基本方程的形式和伽利略变换的方程形式还是一样。但它的物理意义更加普遍和深刻，无论在数学结构和物理内容上它们比复数相对论提高到了一个新的水平。基本方程中包含了如下的方程：

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\|V_q\|^2}{c_0^2}}} \quad (79)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{c_0^2} r_1 \right) \quad (80)$$

$$r_1 = r \cos \theta + F \sin \theta \quad (81)$$

$$r_2 = \gamma (r_1 - \|V_q\| t) \quad (82)$$

$$t_q = \frac{(r_1 - r_2)}{\|V_q\|} \quad (83)$$

$$t_q = \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{c_0^2}{\|V_q\|^2} (t + t') \quad (84)$$

根据需要，可以将上述基本方程变换为多种形式。

因为， $\cos \theta = \frac{V_r}{\|V_q\|}$ ， $\sin \theta = \frac{V_\phi}{\|V_q\|}$ ， $r = X \frac{V_x}{V_r} + Y \frac{V_y}{V_r} + Z \frac{V_z}{V_r}$  得：

$$r_1 = \frac{1}{\|V_q\|} (F V_\phi + X V_x + Y V_y + Z V_z) \quad (85)$$

根据方程(85)(82)(83)和(77)，可以得到方程(86)。因此，电动时空相对论的基本方程也可以变换成一种用四元数速度和参照系时间 $t$ 和 $t'$ 表达形式。它们表达如下基本方程：

$$R_q' = R_q - \frac{V_q}{\|V_q\|} \left( (1 - \gamma) r_1 + \|V_q\| \gamma t \right) \quad (86)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{c_0^2} r_1 \right) \quad (87)$$

$$\text{其中：} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\|V_q\|^2}{c_0^2}}} \quad (88)$$

当 $V_\phi = 0$ 时，根据(62)(71)(73)(75)可得， $\|V_q\| = |V_r|$ ， $R_q = \mathbf{r}$ ， $R_q' = \mathbf{r}'$ ， $V_q = \mathbf{V}_r$ ，进一步根据(85)可得，

$$r_1 = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{V}_r}{|V_r|} \quad (89)$$

因此可得，三维空间的任意方向 $\mathbf{r}(x, y, z)$ 的狭义相对论形式<sup>[4][5]</sup>：

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \frac{\mathbf{V}_r}{|V_r|} \left( (1 - \gamma) \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{V}_r}{|V_r|} + |V_r| \gamma t \right) \quad (90)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{V}_r}{c_0^2} \right) \quad (91)$$

$$\text{其中，} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|V_r|^2}{c_0^2}}} \quad (92)$$

因为，虚速率 $V_\phi i$ 和实电位 $\phi$ 是可以相互转换的，实数速度矢量也可以转换为虚电位矢量，因此，四元数速度表达式可以转换为另一种四元数电位表达式，并四元数由一个实数和三个虚矢量组成的，它被称为 $B_i$ 型四元数， $B_i$ 型四元数也属于双四元数<sup>[6]</sup>的一种形式。

设 $B_i$ 型四元数电位 $\phi_q$ ，且有

$$\phi_q = \frac{V_q}{K} = (V_\phi i + V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j} + V_z \mathbf{k}) \frac{\Phi_0}{c_0} (-i) \quad (93)$$

设 $\phi = \frac{V_\phi \Phi_0}{c_0}$ ， $\phi_x = \frac{V_x \Phi_0}{c_0}$ ， $\phi_y = \frac{V_y \Phi_0}{c_0}$ ， $\phi_z = \frac{V_z \Phi_0}{c_0}$  因此有

$$\phi_q = \phi + (\phi_x \mathbf{i} + \phi_y \mathbf{j} + \phi_z \mathbf{k})(-i) \quad (94)$$

由此可见， $B_i$ 型四元数电位 $\phi_q$ ，它是由一个标量电位和三个虚数分量的矢量电位构成。

根据(93)式中 $\phi_q$ 的定义可得：

$$\frac{V_q}{\|V_q\|} = i \frac{\phi_q}{\|\phi_q\|} \quad (95)$$

$$\text{因为，} \|V_q\| = \frac{C_0}{\Phi_0} \|\phi_q\| \quad (96)$$

因此，将(95)，(96)分别代入(86)，(87)和(88)得电动时空相对论的另外一种基本方程的形式。

即四元数电位和参照系时间 $t$ 和 $t'$ 表达形式：

$$R_q' = R_q - i \frac{\phi_q}{\|\phi_q\|} \left( (1 - \gamma)r_1 + \frac{C_0}{\Phi_0} \|\phi_q\| \gamma t \right) \quad (97)$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\|\phi_q\|}{\Phi_0 C_0} r_1 \right) \quad (98)$$

$$\text{其中：} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\|\phi_q\|^2}{\Phi_0^2}}} \quad (99)$$

它们可以进一步简化为复数电位相对论的基本公式，电位相对论等多种形式。

虽然，电动时空相对论的内容比较丰富，但它的基本假设与狭义相对论的基本假设在核心思想上是一样的，仍然是光速（极限速率）不变原理和相对性原理。因此，可以自然的推广狭义相对论中的“时空间隔”的概念到电动时空相对论中。同时得到在电动时空相对论中的光速 $C_0$ （极限速率）不变性的数学表达式为，

$$X'^2 + Y'^2 + Z'^2 + F'^2 - C_0^2 t'^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 + F^2 - C_0^2 t^2 \quad (100)$$

将电动时空相对论的基本方程(86)和(87)，经过数学变换，并代入到上面的方程中检验。结论是方程(100)是成立的（详细的证明过程见附件 A）。即电动时空相对论从理论上讲是自洽的。但它还必须接受实验的严格检验。因此，下面讨论的有关问题，将为将来的实验提供依据。

### 三. 四元数电动时空相对论的基本效应

虽然，四元数电动时空相对论有多种表达形式，但它们都可由四元数电动时空相对论的基本方程(77)(80)(79)(81)(82)(83)变换得到。因此，讨论四元数电动时空相对论的基本效应将以这些基本方程为主要对象。这些效应称为电动时空效应。

#### (一).四元数电动时空相对论叠加原理

分析上述方程组将会得知，方程(82)(80)在形式上同狭义相对论洛伦兹变换式(1)和(4)是相同的。因此，方程(82)(80)和(79)也可以写成洛伦兹变换式的双曲函数的形式<sup>[5]</sup>：

$$r_2 = r_1 \cosh(\varphi) - C_0 t \sinh(\varphi) \quad (101)$$

$$C_0 t' = -r_1 \sinh(\varphi) + C_0 t \cosh(\varphi) \quad (102)$$

$$\text{其中，} \cosh(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\|V_q\|}{C_0}\right)^2}} \quad (103)$$

$$\text{因为，} \cosh^2(\varphi) - \sinh^2(\varphi) = 1 \quad (104)$$

$$\text{由(103)和(104)可得：} \tanh(\varphi) = \frac{\|V_q\|}{C_0} \quad (105)$$

$$\text{设：} \varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \quad \frac{\|V_{q1}\|}{C_0} = \tanh(\varphi_1) \text{和} \frac{\|V_{q2}\|}{C_0} = \tanh(\varphi_2)$$

$$\frac{\|V_q\|}{C_0} = \tanh(\varphi_1 + \varphi_2) \quad (106)$$

根据(106)可得四元数电动时空相对论速度的叠加公式:

$$\|V_q\| = \frac{\|V_{q2}\| + \|V_{q1}\|}{1 + \frac{\|V_{q1}\| \|V_{q2}\|}{c_0^2}} \quad (107)$$

其中,

$$\|V_{q1}\| = \sqrt{V_{\phi_1}^2 + V_{x1}^2 + V_{y1}^2 + V_{z1}^2} \quad (108)$$

$$\|V_{q2}\| = \sqrt{V_{\phi_2}^2 + V_{x2}^2 + V_{y2}^2 + V_{z2}^2} \quad (109)$$

当参照系的运动方向是在 X 轴方向时, 而且,  $V_{x1}$ ,  $V_{x2}$  都为正实数, 即  $\|V_q\| = V_x$ ,  $\|V_{q1}\| = V_{x1}$ ,  $\|V_{q2}\| = V_{x2}$ , 其它项都为零。代入上述叠加公式可得狭义相对论的速度叠加公式:

$$V_x = \frac{V_{x2} + V_{x1}}{1 + \frac{V_{x1} V_{x2}}{c_0^2}} \quad (110)$$

根据四元数速度和四元数电位转换式(96), 由(107)式可得四元数电动时空相对论四元数电位的叠加公式:

$$\|\phi_q\| = \frac{\|\phi_{q2}\| + \|\phi_{q1}\|}{1 + \frac{\|\phi_{q1}\| \|\phi_{q2}\|}{\phi_0^2}} \quad (111)$$

当仅仅考虑标量电位时, 而且,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  都为正实数, 则有  $\|\phi_q\| = \phi$ ,  $\|\phi_{q1}\| = \phi_1$ ,  $\|\phi_{q2}\| = \phi_2$  其它项都为零。代入上述叠加公式可得标量的电位叠加公式:

$$\phi = \frac{\phi_2 + \phi_1}{1 + \frac{\phi_1 \phi_2}{\phi_0^2}} \quad (112)$$

由此得到一个与现代物理不同的结论: 电位的叠加是非线形的。但, 当电位远远小于极限电位时, 方程(112)会变回到现在电磁学的电位叠加公式, 即,  $\phi = \phi_2 + \phi_1$ 。

(二).四元数电动时空相对论时间关系

任何电动惯性参照系中, 时间是均匀各向同性的。因此, 放置在该惯性系实空间的时钟测量出的时间就是该电动惯性系的时间。如果当电动静止惯性参照系同一地点  $r_1$  上在不同时刻  $t_1$  和  $t_2$  发生两个事件, 它们的时间差为  $\Delta t$ ; 在电动相对运动惯性参照系上对应的时刻  $t_1'$  和  $t_2'$ , 它们的时间差为  $\Delta t'$ 。根据(80)(79)和(76)可知, 四元数电动时空相对论的速度-时间效应方程:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_{\phi}^2 + V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{c_0^2}}} \Delta t \quad (113)$$

它表明时间的膨胀效应不仅仅与速度有关而且与电位有关。

四元数电动时空相对论的电位-时间效应方程式为:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\phi^2 + \phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2}{\phi_0^2}}} \Delta t \quad (114)$$

当在复数电动惯性参照系, 即只有电位  $\phi$  和一维速率  $V_x$ , 根据  $V_{\phi} = \frac{c_0}{\phi_0} \phi$  可得:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_x^2}{c_0^2} - \frac{\phi^2}{\phi_0^2}}} \Delta t \quad (115)$$

在(115)中,  $\phi = 0$  得狭义相对论的时间膨胀公式:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V_x^2}{c_0^2}}} \Delta t \quad (116)$$

在(115)中,  $V_x = 0$  得电位相对论的时间膨胀效应公式:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\phi^2}{\phi_0^2}}} \Delta t \quad (117)$$

这是一个新的重要的物理效应, 称它为电位时间膨胀效应。

### (三). 四元数电动时空相对论空间变化效应

在静止电动参照系中  $\Sigma_Q$ , 事件 A ( $F_1, X_1, Y_1, Z_1, t_1$ ) 和事件 B ( $F_2, X_2, Y_2, Z_2, t_2$ ) 发生, 在运动电动参照系  $\Sigma_Q'$  这事件对应的事件为  $A' (F_1', X_1', Y_1', Z_1', t_1')$  和  $B' (F_2', X_2', Y_2', Z_2', t_2')$ 。  $V_Q$  为两参照系的相对四元数速度。根据方程(77), 那么这两个事件的空间坐标的关系为:

$$R_{q1}' = R_{q1} - V_q t_{q1} \quad (118)$$

$$R_{q2}' = R_{q2} - V_q t_{q2} \quad (119)$$

$$\text{因此有, } \Delta R_{q}' = \Delta R_q - V_q \Delta t_q \quad (120)$$

$$\text{其中, } \Delta R_q = R_{q2} - R_{q1}, \quad \Delta R_{q}' = R_{q2}' - R_{q1}'$$

从方程(84)可得:

$$\Delta t_q = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{c_0^2}{\|V_q\|^2} (\Delta t + \Delta t') \quad (121)$$

$$\text{其中, } \Delta t_q = t_{q2} - t_{q1}, \quad \Delta t = t_2 - t_1, \quad \Delta t' = t_2' - t_1'$$

$$\text{由(80)式得: } \Delta t' = \gamma \left( \Delta t - \frac{\|V_q\|}{c_0^2} \Delta r_1 \right) \quad (122)$$

在静止电动参照系中, 读取事件 A 和事件 B 的空间坐标的时间可以不同。但, 在运动的电动参照系中, 读取这事件  $A'$  和事件  $B'$  空间坐标必须是在同时完成, 因此, 有  $\Delta t' = 0$ , 将  $\Delta t' = 0$  代入(121)和(122), 并可得:

$$\Delta t_q = \frac{\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \Delta r_1}{\|V_q\|} \quad (123)$$

(123)代入(120)可得, 四元数空间速度效应方程:

$$\Delta R_{q}' = \Delta R_q - \frac{V_q}{\|V_q\|} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \Delta r_1 \quad (124)$$

$$\text{其中 } \Delta r_1 = \Delta r \cos \theta + \Delta F \sin \theta \quad (125)$$

将(124)式展开成虚数方程和实数矢量方程:

$$\Delta F' i = \Delta F i - i \frac{V_\phi}{\|V_q\|} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \Delta r_1 \quad (126)$$

$$\Delta \mathbf{r}' = \Delta \mathbf{r} - \frac{\mathbf{V}_r}{\|V_q\|} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \Delta r_1 \quad (127)$$

当  $V_\phi \neq 0$ ,  $\mathbf{V}_r = \mathbf{0}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\Delta r_1 = \Delta F$  时, 即有:

$$\Delta \mathbf{r}' = \Delta \mathbf{r} \quad (128)$$

上式变标量形式:  $\Delta r' = \Delta r$ , 即在任何相对静止的静电位空间, 实数空间的长度与标量电位无关。称它为电位空间不变效应。

当  $V_\phi = 0$ ,  $\mathbf{V}_r \neq \mathbf{0}$  时,  $\|V_q\| = V_r$ ,  $\theta = 0$ ,  $\Delta r_1 = \Delta r$

$$\Delta \mathbf{r}' = \frac{1}{\gamma} \Delta \mathbf{r} \quad (129)$$

将上式变为标量形式:  $\Delta r' = \frac{1}{\gamma} \Delta r$ , 即可得狭义相对论的长度收缩公式。

将方程(95)(96)代入(124), 可得四元数空间电位效应方程。同时, 在一些条件下它也能被简化。

#### (四).理论预测和验证

通过上面的推导表明, 在四元数电动时空相对论中, 时间与空间不仅和三维速度有关, 而且, 与电位也有关。从原则上讲, 可以设计多种验证该理论的实验。其中, 电位时间膨胀效应可能更容易被实验验证。

方程(117)表明, 在完全静止条件下, 当两个参照系存在足够高的静电位差时, 可以发现它们的时间间隔也不同。并且, 电位越高这种效应越明显。因此, 可以设计一个实验: 将两个高精度的时钟  $T_c$  和  $T_d$  对准后, 分别放入 C 和 D 两个完全相同的金属密闭室内, 它们相互绝缘并相对静止。让 C 室接地, 设它的电位为零。用超高压电位发生器, 让 D 室带电并维持一个相对于 C 室的稳定的超高电位  $\phi$ 。(117)式表明只要经过足够长的时间, 当将 D 室放电后, 让 D 室的电位也为零。这时将两个时钟  $T_c$  和  $T_d$  放在一起比较两个时钟的读数, 将发现这两时钟  $T_c$  和  $T_d$  记录的时间  $\Delta t$  和  $\Delta t'$ , 有一个由电位  $\phi$  引起的时差存在。并且,  $\Delta t < \Delta t'$ 。对比测试值与由(117)给出的计算值, 将得到对理论的验证结果。

如果实验证明理论的计算是正确, 同时, 通过该实验数据将得到极限电位  $\Phi_0$  的大小:

$$\Phi_0 = \frac{\phi}{\sqrt{1 - \frac{\Delta t^2}{\Delta t'^2}}} \quad (130)$$

实验室要获得非常高的电位  $\phi$  是有相当大的难度的。该实验设计的优点是通过实验延长时间和提高时间测量的精度, 可以降低实验电位  $\phi$  的要求, 从而提高了实验的可行性。根据四元数电动时空相对论, 将会发现多种新的物理效应。根据这些效应也可设计另外一些实验验证该理论。

#### 参考文献:

[1] Williams, E. R.; J. E. Faller, H. A. Hill, New Experimental Test of Coulomb's Law: A Laboratory Upper Limit on the Photon Rest Mass, Physics Review Letters. 1971, 26 (12): 721-724, doi:10.1103/PhysRevLett.26.721

[2]黄鹏辉“二维狭义相对论” HTTP://wenku.baidu.com/view/1d5d3ba6f524ccbff1218440.html。2010年 05 月 P8-P12

[3] 刘华“简述洛伦兹变换一般式的推导及有关变换”广西教育学院学报 2007 年第 3 期 P63-64

[4] 束星北《狭义相对论》p49-51 ISBN 7543613832, 青岛出版社, 1995 年

[5] 苏燕飞“普遍洛伦兹变换的简捷推导”中山大学学报论丛 第 21 卷, 第 5 期 2001 年 10 月 p183-185

[6] 许方官《四元数物理学》北京大学出版社 2012 年 7 月 P7

### 附件 A: 电动时空相对论的基本方程的数学验证

(以下符号定义请参考电动时空相对论原文)

根据电动时空相对论的基本假设可知, 四元数的速度的范数模的极限是真空中光速  $C_0$  (299, 792, 458 m/sec), 并且, 它与参照系的四元数速度的大小无关。

设四元数速度为零的参照系 $\Sigma_Q(X, Y, Z, F, t)$ 中, 有两个事件发生。事件一是时空原点 $Q_0(0, 0, 0, 0, 0)$ 发出信号, 该信号以光速 $C_0$ 传播。事件二是在时空点 $Q(X, Y, Z, F, t)$ 接收到该信号。定义事件之间的间隔为 $S$ :

$$S^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 + F^2 - C_0^2 t^2 \quad (\text{a.1})$$

其中, 电动时空相对论中的四元数距离 $R_q$ 的范数模是 $\|R_q\|$ , 即

$$\|R_q\|^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 + F^2$$

在四元数速度为 $V_q$ 的参照系中, 观察上面这两事件。它们分别为事件 $Q_0'$ 和 $Q'$ 。并且定义事件 $Q_0'$ 与事件 $Q_0$ 重合, 即这两个事件是 $Q_0'(0, 0, 0, 0, 0)$ 和 $Q'(X', Y', Z', F', t')$ 。它们之间的间隔是 $S'$ ,

$$S'^2 = X'^2 + Y'^2 + Z'^2 + F'^2 - C_0^2 t'^2 \quad (\text{a.2})$$

其中, 电动时空相对论中的四元数距离 $R'_q$ 的范数模是 $\|R'_q\|$ , 即

$$\|R'_q\|^2 = X'^2 + Y'^2 + Z'^2 + F'^2$$

根据讨论狭义相对论有关的参考资料<sup>[1][2]</sup>, 可以证明两个事件的间隔不因参照系的变化而变化。因此有:  $S'^2 = S^2$ , 即,

$$X'^2 + Y'^2 + Z'^2 + F'^2 - C_0^2 t'^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 + F^2 - C_0^2 t^2 \quad (\text{a.3})$$

它可以表达为四元数距离的范数模方程。

$$\|R'_q\|^2 - C_0^2 t'^2 = \|R_q\|^2 - C_0^2 t^2 \quad (\text{a.4})$$

它的物理意义是四元数极限速度的范数模 $C_0$ 不变。它是电动时空相对论的基本假设的数学表达形式之一。当这两个参照系的电位差为零时, 即 $F' = F$ , 它就简化为狭义相对论中光速不变方程。为了证明的方便将上述方程写成以下形式:

$$r'^2 + F'^2 - C_0^2 t'^2 = r^2 + F^2 - C_0^2 t^2 \quad (\text{a.5})$$

其中,

$$r'^2 = X'^2 + Y'^2 + Z'^2 \quad (\text{a.6})$$

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \quad (\text{a.7})$$

电动时空相对论的基本四元数方程(它们的推导过程和物理量的定义请参考原文)如下,

$$R_q' = R_q - \frac{V_q}{\|V_q\|} \left( (1 - \gamma)r_1 + \|V_q\|\gamma t \right) \quad (\text{a.8})$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \quad (\text{a.9})$$

$$\text{其中, } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\|V_q\|^2}{C_0^2}}} \quad (\text{a.10})$$

$$r_1 = \frac{1}{\|V_q\|} (FV_\phi + XV_x + YV_y + ZV_z) \quad (\text{a.11})$$

将方程(a.8)分解成一个矢量方程(a.12)和一个虚数方程(a.13),

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \frac{\mathbf{V}_r}{\|V_q\|} \left( (1 - \gamma)r_1 + \|V_q\|\gamma t \right) \quad (\text{a.12})$$

$$F'i = Fi - \frac{V_\phi^i}{\|V_q\|} \left( (1 - \gamma)r_1 + \|V_q\|\gamma t \right) \quad (\text{a.13})$$

方程(a.12)中, 三个矢量的方向是相同的, 因此, 它可以变为标量方程,

$$r' = r - \frac{V_r}{\|V_q\|} \left( (1 - \gamma)r_1 + \|V_q\|\gamma t \right) \quad (\text{a.14})$$

其中,

$$\|V_q\|^2 = V_r^2 + V_\phi^2$$

$$V_r^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

$$V_r = V_x \frac{V_x}{V_r} + V_y \frac{V_y}{V_r} + V_z \frac{V_z}{V_r}$$

由于矢量 $V_r$ 和矢量 $r$ 方向是相同的, 即有 $\frac{V_x}{V_r} = \frac{x}{r}$ ,  $\frac{V_y}{V_r} = \frac{y}{r}$ ,  $\frac{V_z}{V_r} = \frac{z}{r}$ , 根据方程(a.7)得

$$r = X \frac{V_x}{V_r} + Y \frac{V_y}{V_r} + Z \frac{V_z}{V_r}$$

方程(a.13)两边同除以 $i$ , 该方程可以转换成如下,

$$F' = F - \frac{V_\phi}{\|V_q\|} \left( (1 - \gamma)r_1 + \|V_q\|\gamma t \right) \quad (a.15)$$

$$\text{设 } A = \left( (1 - \gamma)r_1 + \|V_q\|\gamma t \right) \quad (a.16)$$

将方程(a.16)代入(a.14)(a.15), 再将(a.14)(a.15)代入(a.5)中, 得,

$$\begin{aligned} & r'^2 + F'^2 - (C_0 t')^2 \\ &= \left( r - \frac{V_r}{\|V_q\|} A \right)^2 + \left( F - \frac{V_\phi}{\|V_q\|} A \right)^2 - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 - \frac{2rV_r}{\|V_q\|} A + \left( \frac{V_r}{\|V_q\|} A \right)^2 + F^2 - \frac{2FV_\phi}{\|V_q\|} A + \left( \frac{V_\phi}{\|V_q\|} A \right)^2 - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 + F^2 - \frac{2(XV_x + YV_y + ZV_z + FV_\phi)}{\|V_q\|} A + \frac{A^2}{\|V_q\|^2} (V_r^2 + V_\phi^2) - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 + F^2 - 2r_1 A + A^2 - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 + F^2 + A(A - 2r_1) - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 + F^2 + (\|V_q\|\gamma t - \gamma r_1 + r_1)(\|V_q\|\gamma t - \gamma r_1 - r_1) - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 + F^2 + (\|V_q\|\gamma t - \gamma r_1)^2 - r_1^2 - \left( C_0 \gamma \left( t - \frac{\|V_q\|}{C_0^2} r_1 \right) \right)^2 \\ &= r^2 + F^2 + \|V_q\|^2 \gamma^2 t^2 - 2\|V_q\|\gamma^2 t r_1 + \gamma^2 r_1^2 - r_1^2 - C_0^2 \gamma^2 t^2 + 2\gamma^2 t \|V_q\| r_1 - \frac{\|V_q\|^2}{C_0^2} \gamma^2 r_1^2 \\ &= r^2 + F^2 - C_0^2 t^2 \gamma^2 \left( 1 - \frac{\|V_q\|^2}{C_0^2} \right) + r_1^2 \gamma^2 \left( 1 - \frac{\|V_q\|^2}{C_0^2} \right) - r_1^2 \\ &= r^2 + F^2 - C_0^2 t^2 \end{aligned} \quad (a.17)$$

因此, 可以得出结论: 电动时空相对论的基本方程与它的基本假设是一致的, 该理论的数学推导是正确的。因为, 复数相对论, 电位相对论和狭义相对论都是电动时空相对论的特例, 所以, 它们的基本方程也同时被证明是符合基本假设的。

参考文献

- [1] 爱因斯坦, 狭义相对论与广义相对论浅说, P 91-95 北京出版社 2006 年 1 月  
[2] 郭硕鸿 电动力学 高等教育出版社 2008 年 6 月 192-196 页

\*\* 电动时空相对论 (修改版 4), 主要的修改工作完成已经近很长时间了。该版本主要修改有: 去掉了前言部分; 电位和虚速率的对应关系的描述; “系统时间”的进一步化简; 核心基本方程的变成了最简洁的形式 (与伽利略变换形式上一样, 而内容更深刻, 涵盖更广); 增加了一个数学的验证附录。但, 论文核心的内容与早期版本一样并没有改变。