

放大电路高频特性分析计算与设计

张浩风 著

前言

模拟放大电路使用了晶体管等三端元器件,这些器件的电压和电流关系很难像两端器件例如电阻和电容那样地“线性”,然而这些三端器件可以方便地实现电压到电流的跨导变换,通过改变两个端点的电压得到第三端来自电源的电流,因为需要电源,故而也称为有源放大电路。跨导在不同的工作点是不同的,仅仅是在小范围变化的情况下可以近似看作线性的,而两端器件例如电阻电容等,虽然很“线性”然而却难以实现信号放大。由于晶体管属于非线性器件,组成的电路也就是非线性电路了。

对于非线性电路,分析计算方法是建立在直流静态工作点上的交流小信号电路基础上,而交流小信号电路可以分为低频和高频小信号电路,本书重点讨论高频小信号电路,也就是考虑了电路中分布参数,特别是分布电容参数的电路。晶体管放大电路通常都是负反馈电路,只有通过高频小信号等效电路进行补偿才能保证负反馈的稳定。

考虑了晶体管分布电容的放大电路,其线性等效的高频电路通常会增加两个分布电容,对于三极管来说是 C_{be} 和 C_{bc} ,分别为基极发射极电容和基极集电极电容。MOSFET 与此类似,分别对应栅极源极电容 C_{gs} 和栅极漏极电容 C_{gd} 。

在本书中,高频小信号电路中,输出对于输入的传递函数中,分母大部分是三阶以内的,少数也有四阶或五阶,分子则比分母少一阶。这里的阶数是指是拉氏变换中的 s 的次数。本书中的绝大多数电路的开环传递函数的分子和分母经过补偿之后都存在实数根(或近似看作实数根),这些根分别代表了零点和极点的频率,通常都满足在频率数值上“相距甚远”,可以

通过 s 的低次项与高次项系数比值得到。例如开环传递函数 $W_o(s) = \frac{s^2 + Ds + E}{s^3 + As^2 + Bs + C}$,

经过补偿后分子和分母存在实数根(或近似看作实数根),即得到低频极点 p_1 的频率为

$f_{p1} = \frac{C}{2\pi B}$, 高频极点 p_2 的频率为 $f_{p2} = \frac{B}{2\pi A}$, 超高频极点 p_3 的频率为 $f_{p3} = \frac{A}{2\pi}$, 而分

子的零点则分别是低频零点 z_1 频率为 $f_{z1} = \frac{E}{2\pi D}$ 和高频零点 z_2 频率为 $f_{z2} = \frac{D}{2\pi}$ 。即使存在

在右半平面的极点和零点,也依然可以这样近似计算。更具体的情况可以参考附录 I。

第一章主要讨论最基本的晶体管放大电路的高频小信号等效电路的分析和计算,包括三极管放大电路以及 MOSFET 放大电路的常用电路的高频特性计算并给出仿真设计实例。最后还会讨论电流源电路以及放大电路中常用偏置电路。

第二章讨论频率补偿设计,包括一阶和二阶以及高阶电路的频率补偿设计以及常用的补偿环节的计算和仿真设计实例。

第三章讨论基本的反馈放大电路,内容包括单级和多级的负反馈电路。

第四章讨论功率放大电路,首先讨论放大电路的输入输出和中间放大电路,之后给出设计实例。

第五章对三极管放大电路的各级电路进行高频小信号等效电路的分析和计算以及仿真设计实例。

第六章对 MOSFET 放大电路的各级电路进行高频小信号等效电路的分析和计算和仿真设计实例。

第七章主要讨论电流放大电路中的电流传送器放大电路及其设计实例。

第八章讨论运算放大器电路的频率补偿方法并给出设计实例。

第九章讨论稳压电源电路的分析计算和设计,包括线性稳压电源和开关稳压电源。

本书最后附有多个附录,大部分是对于正文的深入讨论,也包括一些基本概念问题以及

正文没有讨论的但是比较重要的放大电路的分析计算。

张浩风
2015年4月

目录

第一章 放大电路基础	6
1.1 三极管放大电路.....	6
1.1.1 共射极放大电路.....	6
1.1.2 共基极放大电路.....	11
1.1.3 共集电极放大电路.....	14
1.1.4 达林顿放大电路.....	18
1.1.5 共集-共射放大电路	22
1.1.6 共集-共基放大电路	25
1.1.7 共射-共基放大电路	29
1.1.8 折叠式共射-共基放大电路	33
1.2 MOSFET 放大电路.....	37
1.2.1 共源极放大电路.....	37
1.2.2 共栅极放大电路.....	40
1.2.3 共漏极放大电路.....	42
1.2.4 共漏-共栅放大电路	44
1.2.5 共源-共栅放大电路	47
1.2.6 折叠式共源-共栅放大电路	48
1.3 电流源电路.....	51
1.3.1 二极管偏置的电流源.....	51
1.3.2 双三极管电流源.....	55
1.3.3 威尔逊电流源.....	60
1.3.4 双三极管电流镜像源.....	63
1.3.5 魏德勒电流源.....	65
1.4 偏置电路.....	68
1.4.1 电压偏置电路.....	68
1.4.2 电流偏置电路.....	71
第二章 频率补偿设计	73
2.1 一阶电路开环和闭环特性及补偿.....	73
2.1.1 一阶电路开环频率特性.....	75
2.1.2 闭环特性.....	89
2.2 二阶电路的开环和闭环特性及补偿.....	96
2.3 高阶电路开环和闭环特性.....	102
2.4 频率补偿设计实例.....	115
2.4.1 超前补偿电路.....	115
2.4.2 滞后补偿电路.....	122
2.4.3 滞后超前补偿电路.....	127
2.5 多级放大电路的补偿.....	136
6.1 偏置电路设计.....	160
6.1.1 电流源电路.....	160
6.1.2 电压源电路.....	168
6.2 MOSFET 放大电路设计.....	171
6.2.1 单级放大电路.....	171

6.2.2	两级放大电路.....	174
6.2.3	套筒式共源-共栅单级放大电路	179
6.2.4	折叠式共源-共栅单级放大电路	185
6.3	输出级电路设计.....	188
8.1	反相放大电路补偿.....	195
8.2	同相放大电路补偿.....	203
8.3	复杂负载补偿.....	219
8.4	积分电路.....	228
8.5	比例积分电路.....	231
8.6	电流源电路.....	234
附录 B	关于压摆率的计算.....	244
附录 C	方波响应的带宽.....	246
附录 D	考虑发射极电阻电容的共射放大电路.....	248
附录 J	反馈放大电路的闭环特性.....	262

第一章 放大电路基础

本章首先讨论三极管和场效应管（MOSFET）的交流特性分析，重点是高频小信号电路的计算。内容包括三极管的共射极、共基极、共集电极、共射-共基等放大电路的高频等效电路分析及计算，以及 MOSFET 的共源、共栅、共漏、共源-共栅等放大电路的高频等效电路的分析计算。本章的最后还会讨论偏置电路，包括电流源电路和电压偏置电路。

1.1 三极管放大电路

本节讨论的内容是最基本三极管放大电路的高频等效电路，这是考虑了三极管的分布电容，例如基极发射极电容 C_{be} ，基极集电极电容 C_{bc} 的高频小信号交流电路。

NPN 型的三极管的高频小信号等效交流电路如图 1-1 所示。其中 B 为 NPN 三极管的基极，C 为集电极，E 为发射极。 C_{bc} 是基极和集电极之间的分布电容， C_{be} 是基极和发射极的分布电容。 r_{be} 为基极和发射极之间的小信号电阻，其两端的电压从 B 到 E 为 V_{be} ， g_m 是跨导，满足 $g_m = I_c / V_t$ ，这里的 I_c 为集电极电流， V_t 为室温 26mV 左右，而且 I_c 作为电压控制的受控电流源等于 g_m 与 V_{be} 的乘积。

本书中对于晶体管参数的命名，采用 T 加编号，例如三极管 T1，对于基极和发射极的分布电容的命名为 C_{be1} ，对于基极和集电极的分布电容命名为 C_{bc1} 。对于 T_n ，则分别为 C_{ben} 和 C_{bcn} 。

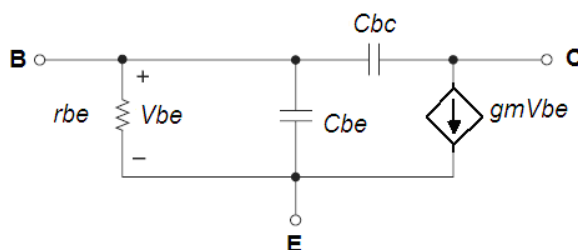


图 1-1 三极管高频小信号交流等效电路

1.1.1 共射极放大电路

NPN 型三极管的共射放大电路如图 1-2 所示。其中 R_{b1} 和 R_{b2} 为偏置电阻用于给三极管提供静态偏置电压，以提供三极管集电极的静态电流，这里是 1mA 左右。 C_1 为通交隔直电容， C_2 为输出电容。 R_{c1} 为集电极电阻， R_{e1} 是发射极电阻。

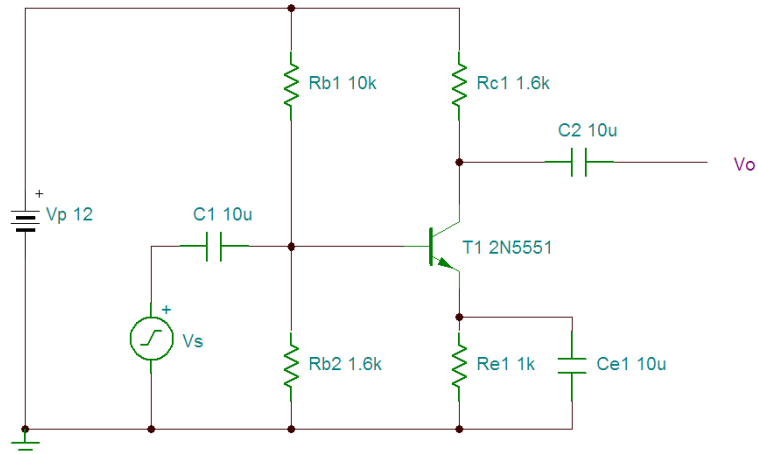


图 1-2 NPN 型三极管的共射放大电路

高频小信号交流等效电路如图 1-3 所示，这里考虑了信号输入源 V_s 的输入电阻 R_s 。其中 g_{m1} 不仅表示跨导而且代表了受 V_{be} 控制的电流源，也就是集电极电流，其作为电流源的内阻为 r_{o1} ，通常很大约几十 K 到几百 K 欧姆，所以近似计算可以按断路考虑。

为了计算高频特性，需要使用拉氏变换。图中的电压和电流取拉氏变换后，对于电源 V_s 来说，就是 $V_s(s)$ ；对于输出电压 V_o 来说就是 $V_o(s)$ 。对于基极和集电极之间的电流 I_{bc} 来说，就是 $I_{bc}(s)$ 。

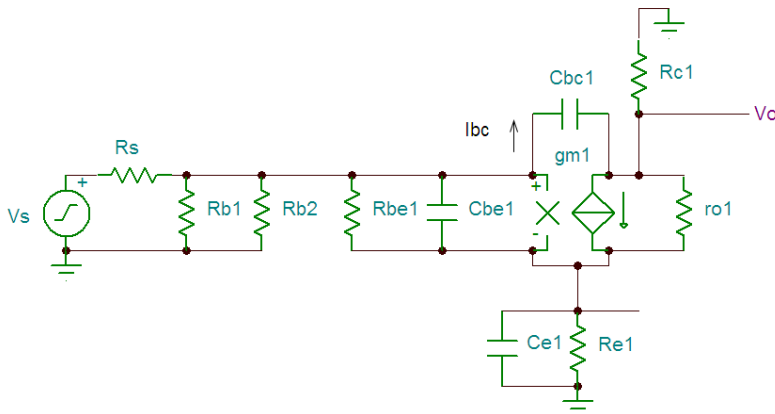


图 1-3 NPN 型三极管的共射放大电路的高频小信号交流等效电路

发射极电容 C_{e1} 容量较大，对于交流可以看作对 GND 短路。需要指出的就是，本书中进行的高频小信号电路计算，主要目的在于找到开环传递函数的零点和极点，虽然低频放大倍数计算不是本书的重点，但通过高频电路的传递函数可以容易地得到低频开环放大倍数。为此需要对于一些不重要的参数采取近似处理，例如把 r_{o1} 当做无限大处理，就是为了简化计算，同时对于零极点频率影响不至于很大。如果 r_{o1} 确实较大程度地影响了零点和极点频率，那么此时就需要考虑。然而，增加一个变量，电路方程虽然复杂了，这是必然的，但最重要的就是方程的解也更加复杂了，为了能够抓到主要矛盾，对于 r_{o1} 多数情况下，须按照断开处理。有如下电路方程：

$$\frac{V_s(s) - V_{be1}(s)}{R_s} = \frac{V_{be1}(s)}{R_{b1} // R_{b2} // r_{be1} // \left(\frac{1}{C_{be1}s} \right)} + I_{bc}(s)$$

$$I_{bc}(s) = \frac{V_{be1}(s) - V_o(s)}{\frac{1}{C_{bc}s}}$$

$$V_o(s) = -[I_{bc}(s) - g_{m1}V_{be1}(s)](R_{c1} // r_{o1})$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{-R_{c1}R_{be1}C_{bc1}s + R_{c1}R_{be1}g_{m1}}{C_{bc1}R_{c1}C_{be1}R_{be1}R_s^2 + (C_{bc1}R_{be1}R_s + C_{be1}R_{be1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}g_{m1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1})s + (R_s + R_{be1})}$$

其中设：

$$R_{c1} = R_{c1} // r_{o1}$$

$$R_{be1} = R_{b1} // R_{b2} // r_{be1}$$

右半平面零点为（分子的 s 零次相系数除以一次相系数，后面章节将不再说明）：

$$z = \frac{g_{m1}}{C_{bc1}}$$

零点频率为：

$$f_z = \frac{g_{m1}}{2\pi C_{bc1}} \quad (1-1)$$

因为 C_{bc1} 和 C_{be1} 都是 pF 级别的，两者的乘积会更小，而电阻为 K 级别的，故 s 的 2 次项系数远远小于 s 的一次项系数，这就意味着分母的 2 个极点的频率距离足够远，也就是说“极点分离”效果足够，那么就可以得到低频极点约为（即 s 的零次项系数除以 s 的一次相系数得到低频极点，后面章节中将不再说明）：

$$p_1 \approx \frac{R_s + R_{be1}}{C_{bc1}R_{be1}R_s + C_{be1}R_{be1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}g_{m1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}}$$

而且通常 $R_s \ll R_{be1}$, $R_s \ll R_{c1}$ ，所以得到：

$$p_1 \approx \frac{1}{C_{be1}R_s + C_{bc1}R_{c1}g_{m1}R_s + C_{bc1}R_{c1}}$$

虽然 C_{bc1} 和 C_{be1} 不相等，前者通常小于后者几倍到十倍左右，但通常 $C_{be1} \ll g_{m1}R_{c1}C_{bc1}$ 。

即：

$$p_1 \approx \frac{1}{(g_{m1}R_s + 1)R_{c1}C_{bc1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi(g_{m1}R_s + 1)R_{c1}C_{bc1}} \quad (1-2)$$

可见如果 $R_s=0$ ，那么使用米勒电路定理将 C_{bc1} 折合到输出端就是近似成立的。高频极点为（即 s 的一次项系数除以 s 的二次项系数得到高频极点，后面章节中将不再说明）：

$$\begin{aligned} p_2 &\approx \frac{C_{be1}R_{be1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}g_{m1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}}{C_{bc1}R_{c1}C_{be1}R_{be1}R_s} \\ &= \frac{1}{C_{bc1}R_{c1}} + \frac{g_{m1}}{C_{be1}} + \frac{1}{C_{be1}R_s} \end{aligned}$$

令 $g_{c1} = \frac{1}{R_{c1}}$, $g_s = \frac{1}{R_s}$ ，得到：

$$p_2 \approx \frac{g_{c1}}{C_{bc1}} + \frac{g_{m1}}{C_{be1}} + \frac{g_s}{C_{be1}}$$

因为 $g_{c1} \ll g_{m1}, g_s$ ，所以得到：

$$p_2 \approx \frac{g_{m1} + g_s}{C_{be1}}$$

高频极点的频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1} + g_s}{2\pi C_{be1}} \quad (1-3)$$

低频放大倍数约为：

$$A_{ov} \approx -g_{m1} R_{c1} \quad (1-4)$$

当 $C_{be}=33\text{pF}$, $C_{bc}=10\text{pF}$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $R_{c1}=1.6\text{k}$, $R_{be1}=2.6\text{k}$, $R_s=50$ 欧姆的时候，根据式 1-2 得到低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi(g_{m1}R_s + 1)R_{c1}C_{bc1}} \approx \frac{1}{6.28(50 \times 0.04 + 1) \times 1600 \times 10 \times 10^{-12}} \approx 3.3\text{M}$$

根据式 1-3 得到高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1} + g_s}{2\pi C_{be1}} \approx \frac{0.04 + 0.02}{6.28 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 290\text{M}$$

可见 $f_{p2} \gg f_{p1}$ ，所以高频和低频极点的计算公式成立。根据式 1-1 得到右半平面的零点频率为：

$$f_z = \frac{g_{m1}}{2\pi C_{bc1}} \approx \frac{0.04}{6.28 \times 10 \times 10^{-12}} \approx 637\text{M}$$

根据式 1-4 得到低频放大倍数为：

$$A_{ov} \approx -g_{m1} R_{c1} = -0.04 \times 1600 = 64 \approx 36\text{db}$$

频率特性的仿真结果如图 1-4 所示。其中低频放大倍数约 35.96db，带宽也就是-3db 处的频率约为 3.27M。因为右半平面零点频率与高频极点相差 2.3 倍左右，算比较接近，而且在相频特性曲线中，转折最陡峭部分的开始在 300M 附近，可以认为这里就是高频极点的-135 度的转折频率，如果不考虑右半平面零点的话。相位在 10G 之后趋于稳定值故这个电路属于最小相位电路。总的来说，计算结果与仿真结果基本吻合。

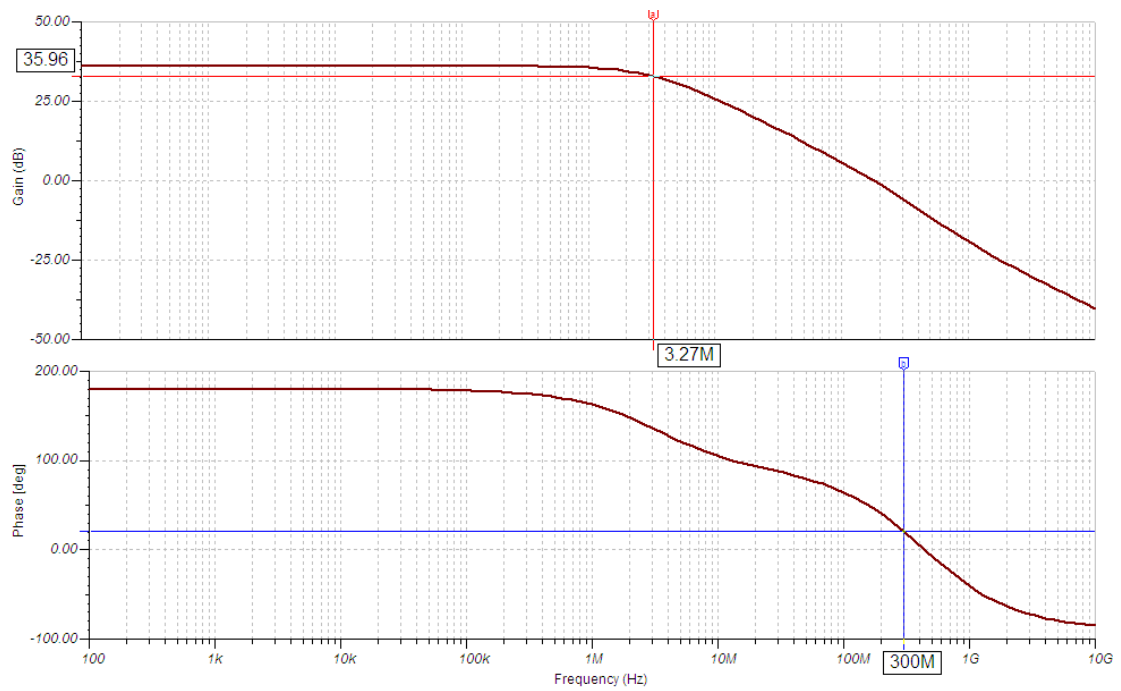


图 1-4 NPN 型三极管的共射放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

1.1.2 共基极放大电路

NPN 型三极管的共基极放大电路如图 1-5 所示。其中 R_{b1} 和 R_{b2} 为偏置电阻用于给三极管提供静态偏置电压，以提供三极管集电极的静态电流，这里是 1mA 左右。 C_1 为通交隔直电容， C_2 为输出电容。 R_{c1} 为集电极电阻， R_{e1} 是发射极电阻。

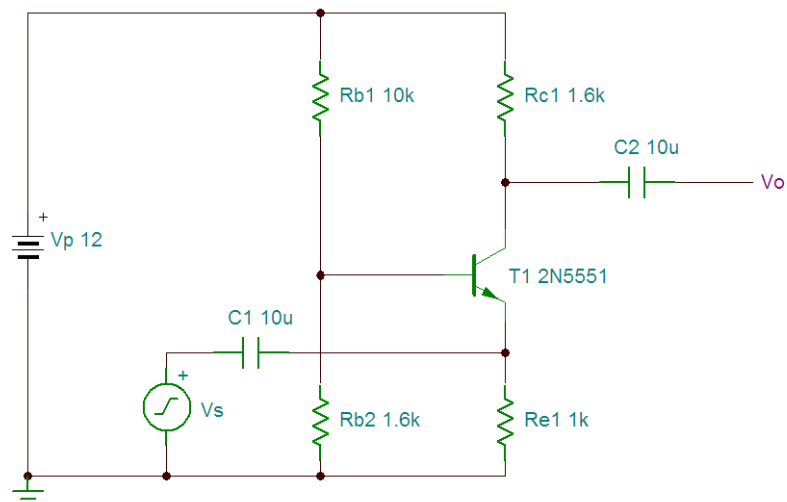


图 1-5 NPN 型三极管的共基极放大电路

高频小信号交流等效电路如图 1-6 所示。

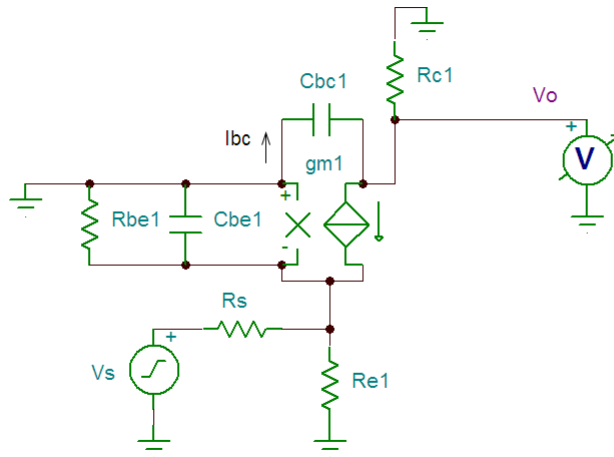


图 1-6 NPN 型三极管的共基极放大电路的高频小信号等效电路

有如下电路方程：

$$\frac{V_s(s) + V_{be1}(s)}{R_s} = \frac{-V_{be1}(s)}{R_{e1}} - \frac{V_{be1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} - g_{m1}V_{be1}(s) + I_{bc}(s)$$

$$[V_s(s) + V_{be1}(s) - V_o(s)]C_{bc}(s) = I_{bc}(s)$$

$$V_o(s) = -[I_{bc}(s) - g_{m1}V_{be1}(s)]R_{c1}$$

得到传递函数为（其中考虑了 $R_{e1} \gg R_s$ ）：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} \approx \frac{R_{c1}R_{be1}R_{e1}g_{m1}}{R_{c1}R_{be1}R_{e1}R_sC_{bc1}C_{be1}s^2 + (C_{be1}R_{be1}R_{e1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{e1}R_{be1}g_{m1}R_s + R_{e1}C_{bc1}R_{c1}R_{be1})s + (R_{be1}R_{e1}R_sg_{m1} + R_{be1}R_{e1})}$$

低频极点为：

$$p_1 \approx \frac{g_{m1}R_s + 1}{C_{be1}R_s + C_{bc1}R_{c1}g_{m1}R_s + C_{bc1}R_{c1}} = \frac{g_{m1}R_s + 1}{R_sC_{be1} + (g_{m1}R_s + 1)R_{c1}C_{bc1}}$$

如果 $R_sC_{be1} \ll (g_{m1}R_s + 1)R_{c1}C_{bc1}$ ，则：

$$p_1 \approx \frac{1}{R_{c1} C_{bc1}}$$

此时的低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{bc1}} \quad (1-5)$$

如果用米勒电路定理也可以得到这个结果，从而说明 C_{bc1} 可以折合到输出端。高频极点为：

$$p_2 \approx \frac{g_{m1} R_s + 1}{R_s C_{be1}} > \frac{g_{m1}}{C_{be1}}$$

高频极点的频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1} R_s + 1}{2\pi R_s C_{be1}} > \frac{g_{m1}}{2\pi C_{be1}} \quad (1-6)$$

低频放大倍数为：

$$A_o \approx \frac{g_{m1} R_{c1}}{g_{m1} R_s + 1} \quad (1-7)$$

当 $C_{be}=33\text{pF}$, $C_{bc}=10\text{pF}$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $R_{c1}=1.6\text{k}$, $R_{be1}=2.6\text{k}$, $R_s=50$ 欧姆的时候，根据式 1-5 得到低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{bc1}} \approx \frac{1}{6.28 \times 1600 \times 10 \times 10^{-12}} \approx 9.9\text{M}$$

根据式 1-6 得到高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1} R_s + 1}{2\pi R_s C_{be1}} \approx \frac{2 + 1}{6.28 \times 50 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 289\text{M}$$

可见 $f_{p2} \gg f_{p1}$ ，所以高频和低频极点的计算公式成立。根据式 1-7 得到低频放大倍数为：

$$A_o \approx \frac{g_{m1}R_{c1}}{g_{m1}R_s + 1} = \frac{0.04 \times 1600}{0.04 \times 50 + 1} = 21 \approx 26.6db$$

频率特性的仿真结果如图 1-7 所示。其中低频放大倍数约 26.4db，带宽也就是-3db 处的频率约为 9.9M。在相频特性曲线中，转折最陡峭部分的开始在 300M 附近，可以认为这里就是高频极点的-135 度的转折频率。相位在 10G 之后趋于稳定值故这个电路属于最小相位电路。总的来说，计算结果与仿真结果基本吻合。

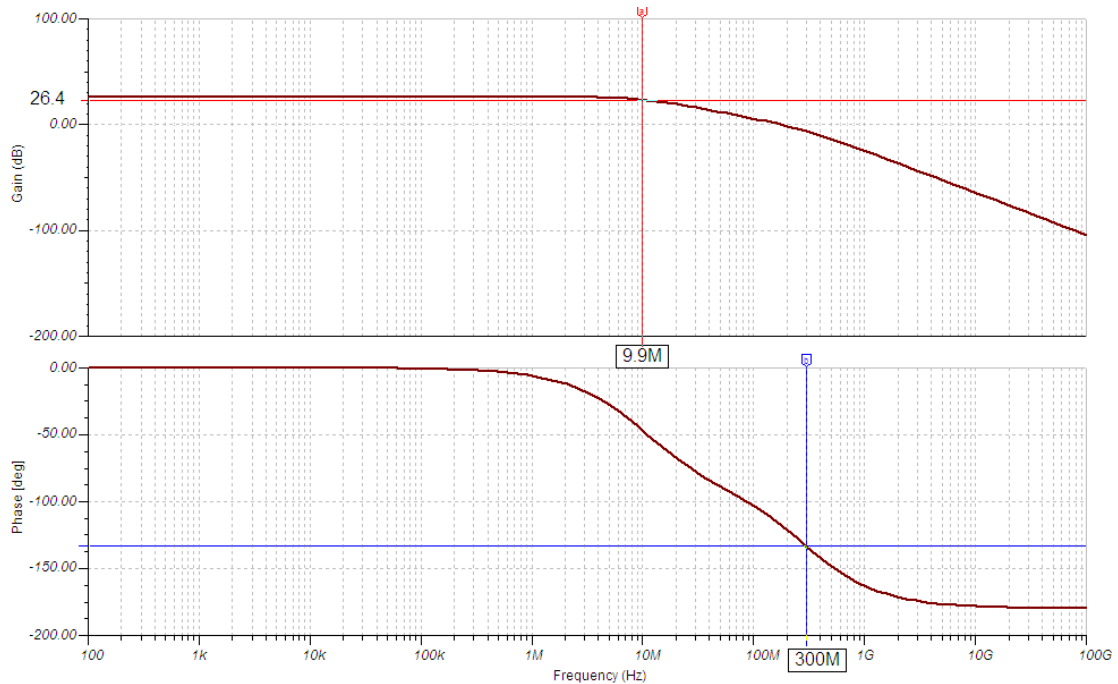


图 1-7 NPN 型三极管的共射放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

1.1.3 共集电极放大电路

NPN 型三极管的共集电极放大电路如图 1-8 所示。其中 Rb1 和 Rb2 为偏置电阻用于给三极管提供静态偏置电压，以提供三极管集电极的静态电流，这里是 1mA 左右。C1 为通交隔直电容，C2 为输出电容。Rc1 为集电极电阻，Re1 是发射极电阻。

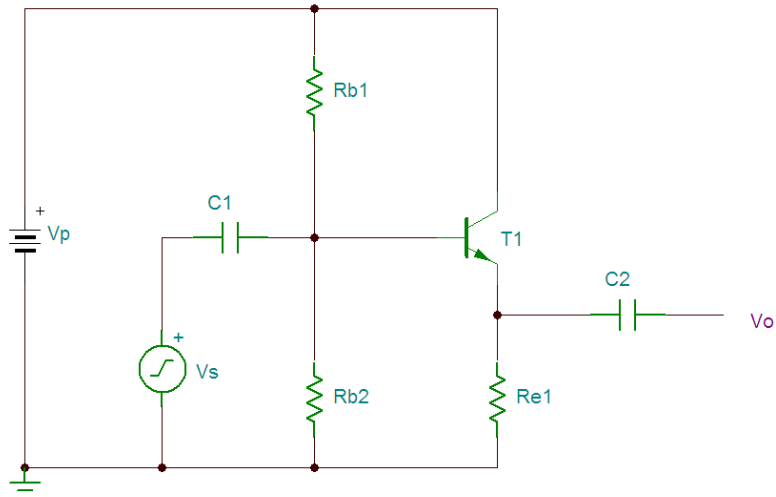


图 1-8 NPN 型三极管的共集电极放大电路

高频小信号交流等效电路如图 1-9 所示。

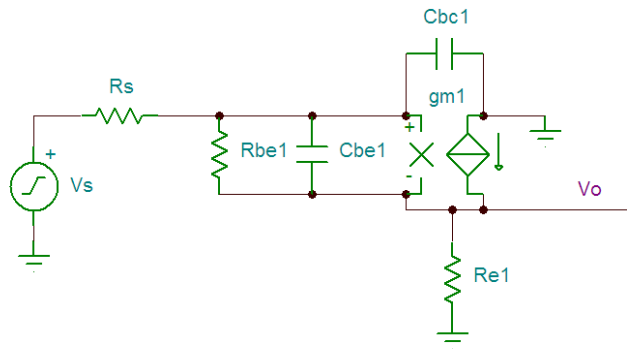


图 1-9 NPN 型三极管的共基极放大电路的高频小信号等效电路

有如下电路方程：

$$\frac{V_s(s) - V_{be1}(s) - \left[\frac{V_{be1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} + g_{m1} V_{be1}(s) \right] R_{e1}}{R_s} = \frac{V_{be1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} + I_{bc}(s)$$

$$V_{be1}(s) + \left[\frac{V_{be1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} + g_{m1}V_{be1}(s) \right] R_{e1}C_{bc}(s) = I_{bc}(s)$$

$$V_o(s) = \left[\frac{V_{be1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} + g_{m1}V_{be1}(s) \right] R_{e1}$$

得到:

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R_{be1}g_{m1}R_{e1} + R_{e1} + R_{e1}C_{be1}R_{be1}s}{R_{be1}R_{e1}R_sC_{bc1}C_{be1}s^2 + (R_{e1}R_sC_{bc1}R_{be1}g_{m1} + R_{e1}C_{be1}R_{be1} + R_sC_{bc1}R_{be1} + R_sC_{be1}R_{be1} + R_{e1}R_sC_{bc1})s + (R_{e1}R_{be1}g_{m1} + R_{be1} + R_s + R_{e1})}$$

低频极点为 (其中 $R_{e1}, R_{be1} \gg R_s$):

$$p_1 \approx \frac{\beta R_{e1} + R_{be1}}{\beta R_{e1}R_sC_{bc1} + R_{e1}C_{be1}R_{be1} + R_sC_{bc1}R_{be1}}$$

如果 $\beta R_{e1} \gg R_{be1}$, 则有:

$$p_1 \approx \frac{1}{R_sC_{bc1} + \frac{R_{be1}}{\beta}C_{be1}}$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi \left(R_sC_{bc1} + \frac{R_{be1}}{\beta}C_{be1} \right)} \quad (1-8)$$

高频极点为:

$$p_2 \approx \frac{\beta R_sC_{bc1} + C_{be1}R_{be1}}{R_{be1}R_sC_{bc1}C_{be1}} = \frac{1}{R_sC_{bc1}} + \frac{1}{\frac{R_{be1}}{\beta}C_{be1}}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi R_s C_{bc1}} + \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1}} \quad (1-9)$$

低频放大倍数为：

$$A_o = \frac{R_{be1} g_{m1} R_{e1} + R_{e1}}{R_{e1} R_{be1} g_{m1} + R_{be1} + R_s + R_{e1}} \approx 1$$

零点为：

$$z = \frac{R_{be1} g_{m1} R_{e1} + R_{e1}}{R_{e1} C_{be1} R_{be1}} \approx \frac{1}{\frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1}}$$

零点频率为：

$$f_z \approx \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1}} \quad (1-10)$$

当 $C_{be}=33\text{pF}$, $C_{bc}=10\text{pF}$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $R_{e1}=1\text{k}$, $R_{be1}=2.6\text{k}$, $R_s=50$ 欧姆的时候，根据式 1-8 得到低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi \left(R_s C_{bc1} + \frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1} \right)} \approx \frac{1}{6.28(50 \times 10^{-11} + 26 \times 33 \times 10^{-12})} \approx 117\text{M}$$

根据式 1-9 得到高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi R_s C_{bc1}} + \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1}} \approx \frac{1}{6.28 \times 50 \times 10^{-11}} + \frac{1}{6.28 \times 26 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 504\text{M}$$

根据 1-10 得到零点频率为：

$$f_z \approx \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1}} \approx \frac{1}{6.28 \times 26 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 186M$$

由于低频极点和零点频率相近，所以严格来说-3db 已经不能代表带宽，这就是说-3db 带宽比零极点相距足够远的情形下要大。图 1-10 给出了仿真频率特性波特图，其中-3db 带宽约为 293M。

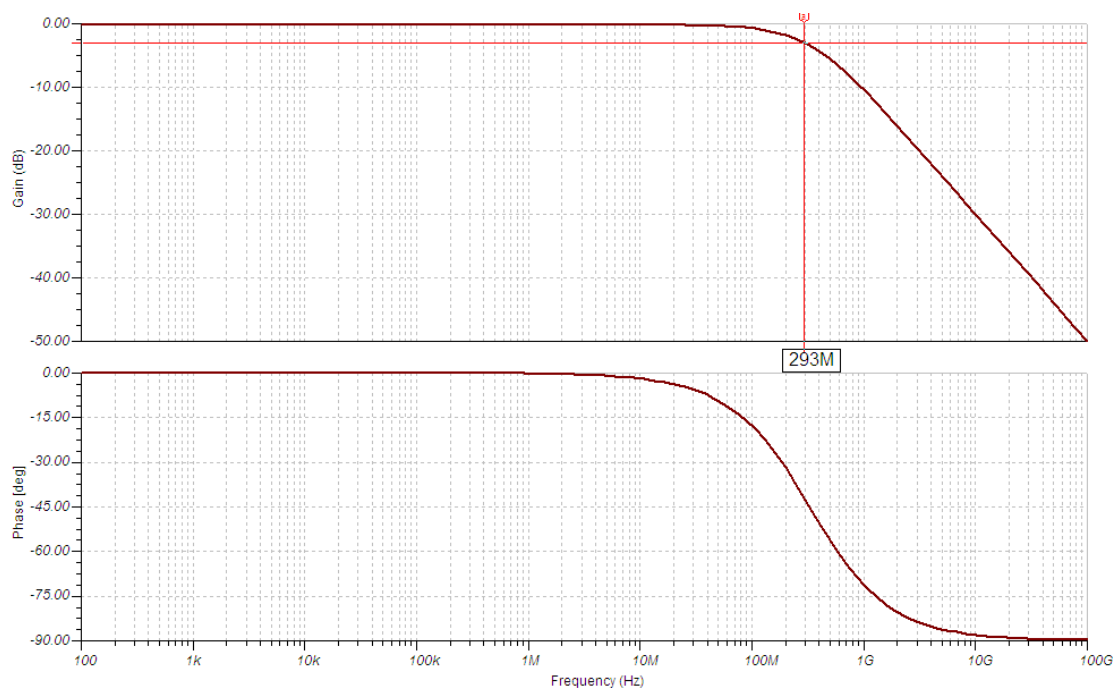


图 1-10 NPN 型三极管的共基极放大电路的高频小信号电路频率特性波特图

1.1.4 达林顿放大电路

达林顿三极管的共射放大电路如图 1-11 所示。但笔者发现其实达林顿三极管的电路的传递函数可以提供左半平面的零点，这对于稳定性的频率补偿是很有利的，本节进行较详细的分析和计算。

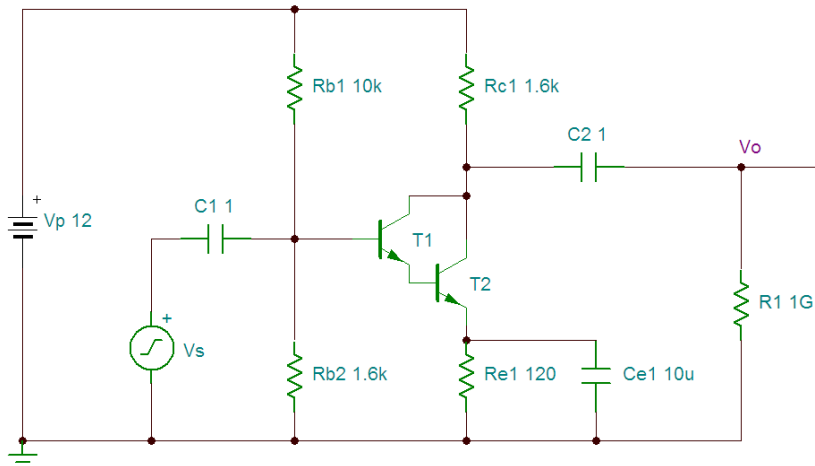


图 1-11 NPN 型达林顿三极管的共射放大电路

达林顿结构的三极管的高频小信号等效电路如图 1-12 所示。为了简化分析，这里设 $R_s=0$ ，通常输入信号的内阻远低于 R_{be} 也是个事实，故如此等效不会产生很大误差。经过分析发现，传递函数的分子含有一个左半平面零点，以及一个右半平面零点，前者的频率远远低于后者。而且这个左半平面零点不受 R_s 的影响，几乎就是固定的而且频率并不低。

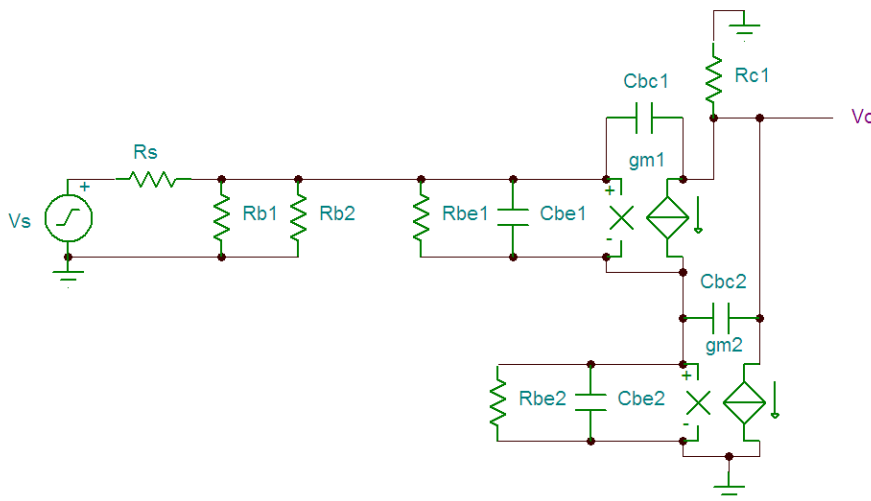


图 1-12 NPN 型达林顿三极管的共射放大电路的高频小信号等效电路图

左半平面的零点频率近似为：

$$f_z \approx \frac{\beta^2 + 2\beta}{2\pi(\beta R_{be1} C_{be1} + \beta R_{be2} C_{be1} - \beta R_{be2} C_{bc1} - C_{bc1} R_{be1} - 2R_{be2} C_{bc1})}$$

因为：

$$R_{be1} \approx \beta R_{be2}, \beta^2 \gg 2\beta, C_{be} \gg C_{bc}$$

所以得到零点频率为：

$$f_z \approx \frac{\beta}{2\pi R_{be1} C_{be1}} = \frac{1}{2\pi R_{be2} C_{be2}}$$

分母中的主导极点的频率为：

$$f_p \approx \frac{2}{2\pi(2R_{be2}C_{be1} + \beta C_{bc1}R_{c1})}$$

当 $C_{be1}=C_{be2}=33\text{pF}$, $C_{bc1}=C_{bc2}=10\text{pF}$, $\beta=100$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $g_{m2}=4\text{S}$, $R_{c1}=1.6\text{k}$, $R_{be1}=2.6\text{k}$, $R_{be2}=26$ 欧姆, $R_s=0$ 欧姆的时候, 低频极点和零点的频率分别为：

$$f_p \approx \frac{2}{2\pi(2R_{be2}C_{be1} + \beta C_{bc1}R_{c1})}$$

$$\approx \frac{2}{6.28 \times (2 \times 26 \times 10^{-12} + 100 \times 10^{-11} \times 1600)} \approx 199\text{k}$$

$$f_z \approx \frac{\beta}{2\pi R_{be1} C_{be1}} \approx \frac{100}{6.28 \times 2600 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 186\text{M}$$

仿真结果如图 1-13 所示。其中低频极点频率约为 189K, 而零点频率约 216M。与计算结果还是比较接近的。需要说明的就是, 虽然 R_s 不会影响零点频率, 但会影响主导极点频率, 而且对于其他极点也有影响。

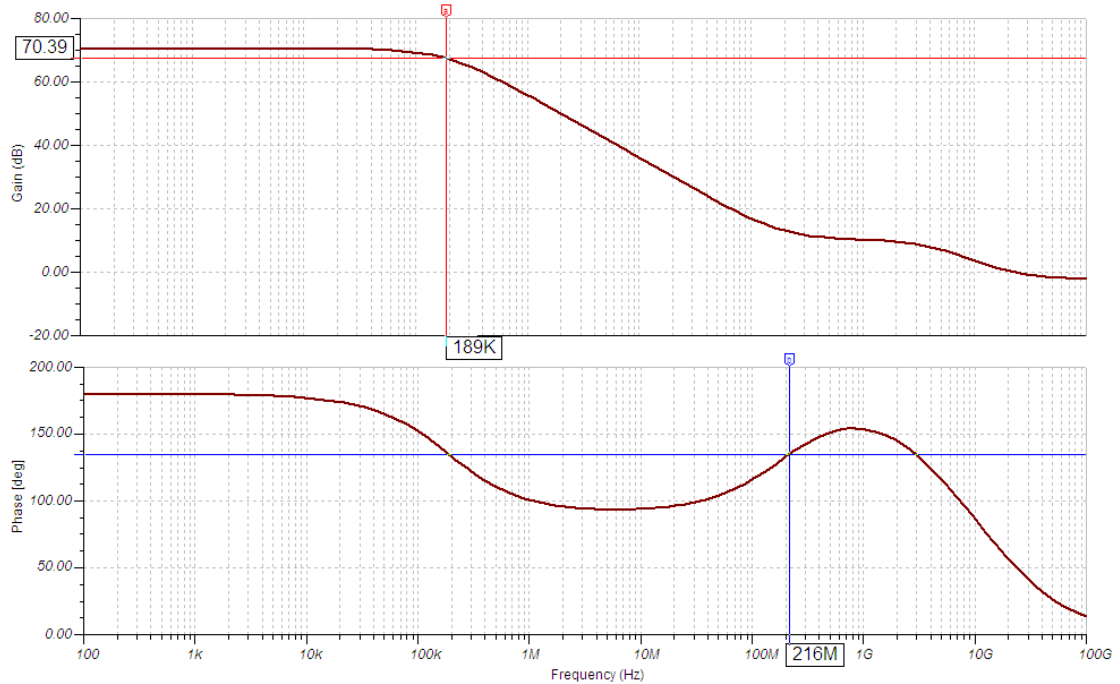


图 1-13 NPN 型达林顿三极管的共射放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

使用三极管为 2N5551，静态电流约为 3.8mA，T2 的 Rbe2 约为 684 欧姆，如果 $\beta=100$ ，则 T1 的 Rbe1 为 68.4k。2N5551 的基极和集电极电容 Cbc 在 0 电压的时候为 7pF 左右，基极和集电极电压增大 Cbc 会减小，这里取 5pF。则低频主导频率和零点频率分别为：

$$f_p \approx \frac{2}{2\pi(2R_{be2}C_{be1} + \beta C_{bc1}R_{c1})}$$

$$\approx \frac{2}{6.28 \times (2 \times 684 \times 10^{-12} + 100 \times 5 \times 10^{-12} \times 1600)} \approx 400k$$

$$f_z \approx \frac{\beta}{2\pi R_{be1}C_{be1}} \approx \frac{100}{6.28 \times 68400 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 7M$$

仿真结果如图 1-15 所示，其中主导极点频率约 450k，与计算结果的差距主要是因为 2N5551 的参数估计不是十分准确，而且计算公式本来就是近似的。零点频率大概为 6M 左右，与计算结果比较接近的，零点频率才是最应该注重的。可以看出通过改变 Rbe1 就可以改变这个零点频率，从而实现频率补偿功能。

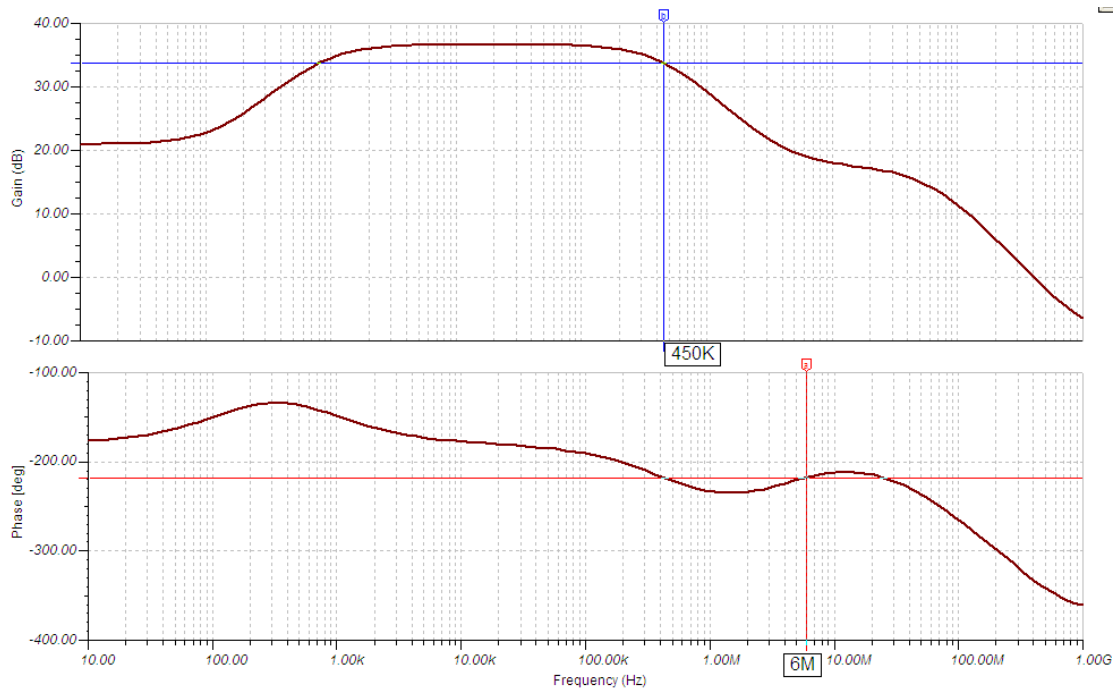


图 1-15 使用 2N5551 的达林顿三极管的共射放大电路的高频小信号电路频率特性波特图

前面的计算属于比较精确的结果，证明了达林顿三极管中的第二个三极管即 T2 的 Rbe 与 Cbe 会形成一个零点。定性的看该是怎样的呢？其实，可以把 T2 的 Rbe 和 Cbe 折合到 T1 的基极，此时 T1 的 Rbe1 与折合过来的这 2 者串联，其结果就是 T1 的基极发射极电压 Vbe 产生了一个零点，而且就是 Rbe2 和 Cbe2 产生的。这样就可以定性解释这个零点的产生机理了。如下公式计算过程所示：

$$V_{be1}(s) \approx \frac{V_s(s)R_{be1}}{R_{be1} + \frac{R_{be1}}{R_{be2}C_{be2}s + 1}} = \frac{(R_{be2}C_{be2}s + 1)R_{be1}}{R_{be1}(R_{be2}C_{be2}s + 1) + R_{be1}} V_s(s)$$

当然作为近似计算这里没有考虑 T1 的 Cbe1，然而即使考虑 Cbe1，也依然会存在 Rbe2 和 Cbe2 形成的这个零点。

1.1.5 共集-共射放大电路

共集电极-共射极三极管放大电路如图 1-16 所示。虽然可以把 T1 当作共集电极的射极跟随器，但共集-共射的三极管放大电路的传递函数也可以提供一个左半平面的零点，这对于稳定性的频率补偿是很有利的。

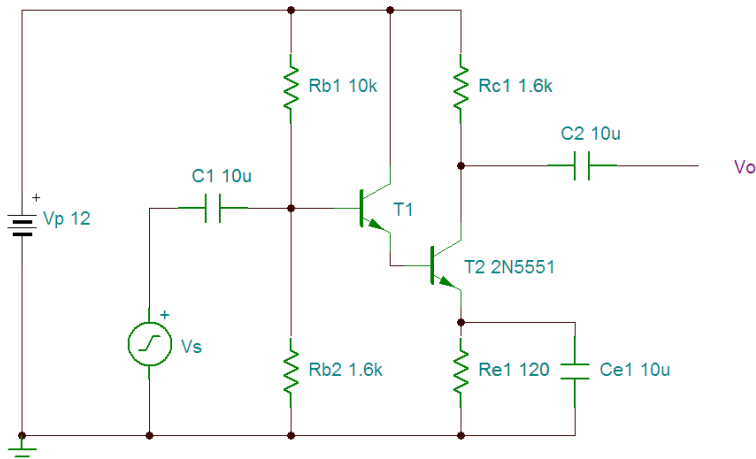


图 1-16 NPN 型共集-共射三极管的共射放大电路

共集-共射的三极管放大电路高频小信号等效电路如图 1-17 所示。为了简化分析，这里设 $R_s=0$ ，通常输入信号的内阻远低于 R_{be} 也是个事实，故如此等效不会产生很大误差。经过分析发现，传递函数的分子含有一个左半平面零点，以及一个右半平面零点，前者的频率远远低于后者。而且这个左半平面零点不受 R_s 的影响，几乎就是固定的而且频率并不低。

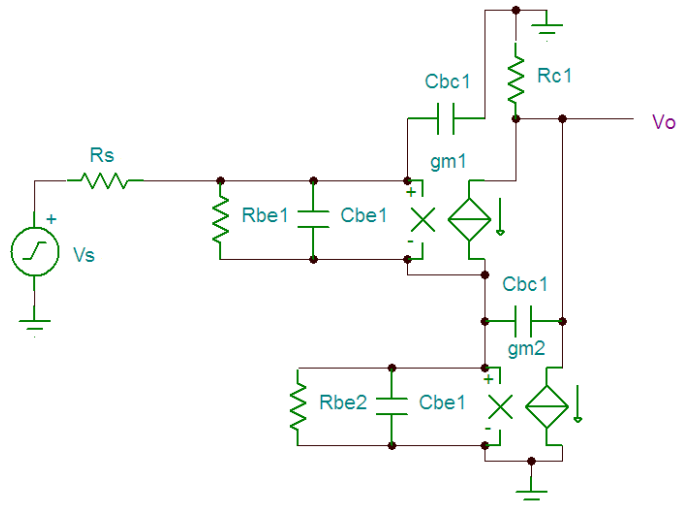


图 1-17 NPN 型共集-共射三极管放大电路的高频小信号等效电路图

左半平面的零点频率近似为：

$$f_z \approx \frac{\beta + 2}{2\pi(R_{be1}C_{be1} + R_{be2}C_{be1})}$$

因为：

$$R_{be1} \approx \beta R_{be2}, \beta \gg 2$$

所以得到零点频率为：

$$f_z \approx \frac{1}{2\pi R_{be2} C_{be2}}$$

当 $C_{be1}=C_{be2}=33\text{pF}$, $C_{bc1}=C_{bc2}=10\text{pF}$, $\beta=100$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $g_{m2}=4\text{S}$, $R_{c1}=1.6\text{k}$, $R_{be1}=2.6\text{k}$, $R_{be2}=26$ 欧姆, $R_s=0$ 欧姆的时候, 低频极点和零点的频率分别为：

$$f_z \approx \frac{1}{2\pi R_{be2} C_{be2}} \approx \frac{1}{6.28 \times 26 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 186\text{M}$$

仿真结果如图 1-18 所示。零点频率约 180M。与计算结果还是比较接近的。需要说明的就是, 虽然 R_s 不会影响零点频率, 但会影响极点频率。

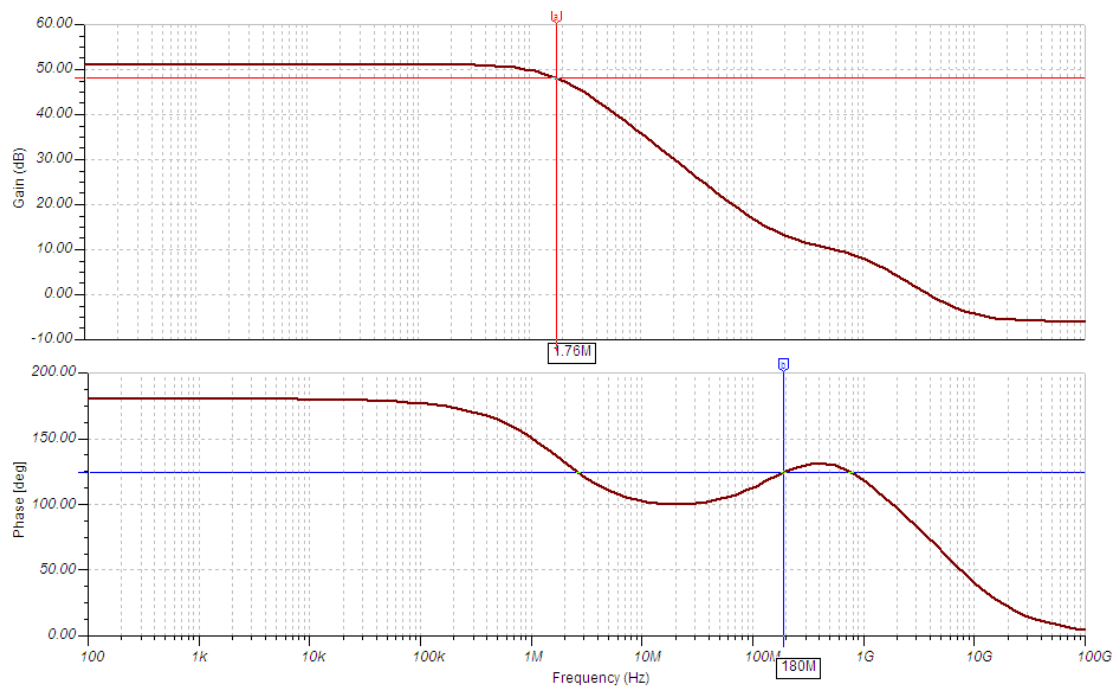


图 1-18 NPN 型共集-共射三极管放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

使用三极管为 2N5551，静态电流约为 3.8mA，T2 的 R_{be2} 约为 684 欧姆，如果 $\beta = 100$ ，则 T1 的 R_{be1} 为 68.4k，零点频率为：

$$f_z \approx \frac{\beta}{2\pi R_{be1} C_{be1}} \approx \frac{100}{6.28 \times 68400 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 7M$$

仿真结果如图 1-19 所示，零点频率大概为 7M 左右，与计算结果比较接近的，零点频率才是最应该注重的。

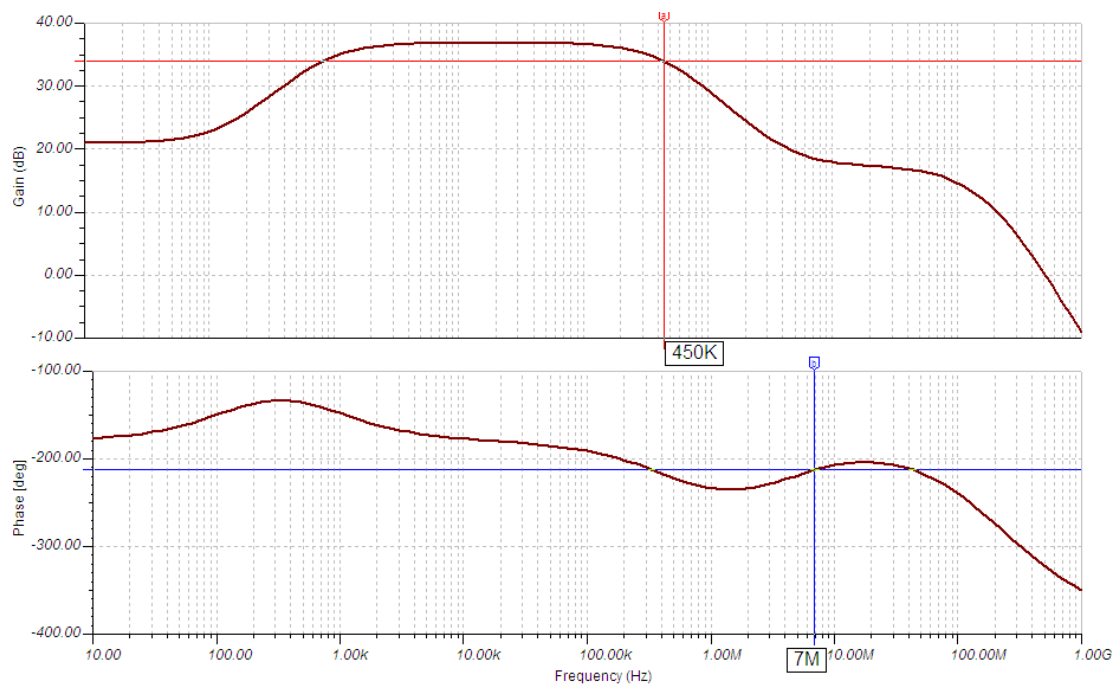


图 1-19 使用 2N5551 的共集-共射三极管放大电路的高频小信号等效电路频率特性波特图

1.1.6 共集-共基放大电路

共集电极-共基极三极管放大电路如图 1-20 所示。虽然可以把 T1 当作共集电极的射极跟随器，这毫无疑问地是设计“共集电极-共基极”放大电路的设计思路。但几乎无法成功，因为如果 T1, T2 的偏置电压不同，那么这个电路会导致 2 个三极管的静态工作电流极不对称。那么为了实用化，就必须令这 2 者的静态电流一样，那么偏置电压就必须一样，如此才能正常工作。

差动放大电路其实是共集电极共基极电路，失真比较大的，只有依靠反馈才能获得更小的失真。只有依赖于非常小的基极发射极的电压差，才能令共基极的电路工作在基本的线性状态。对于共射放大电路和共基极电路，就算输入信号一样，偏置一样，共基极电路也无法获得共射放大电路的低失真效果。其原因就是共基极电路是没有共射放大一样的电阻反馈的，无论静态工作点还是交流放大误差都是较大的，从而无法单独使用。只有借助于大环路的高增益的负反馈才能克服这些缺点。如果在 T2 的发射极加入一个电阻，那么就存在了负反馈。

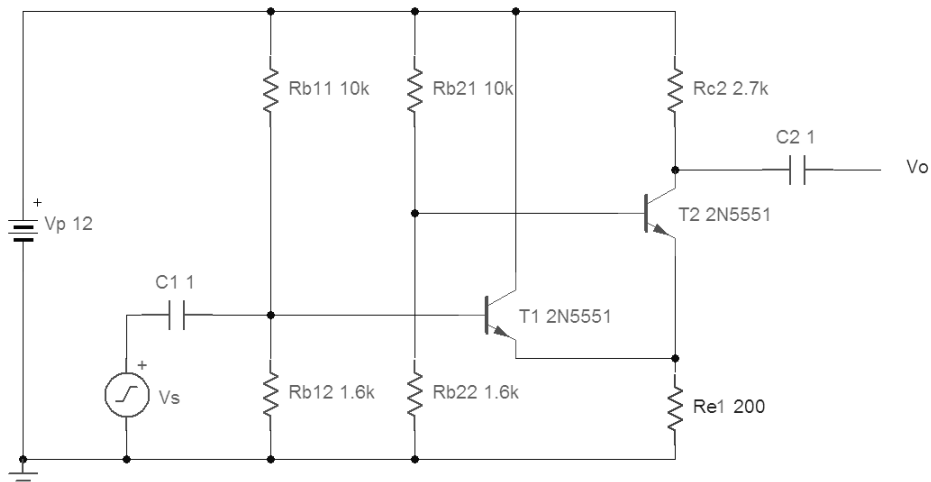


图 1-20 NPN 型共集电极-共基极三极管放大电路

共集-共射的三极管放大电路高频小信号等效电路如图 1-21 所示。为了简化分析，这里设 $R_s=0$ ，通常输入信号的内阻远低于 R_{be} 也是个事实，故如此等效不会产生很大误差。显然 T1 和 T2 的静态工作点是一样的，所以 R_{be} 是一样的， g_m 是一样的，分布电容当然也是一样的。

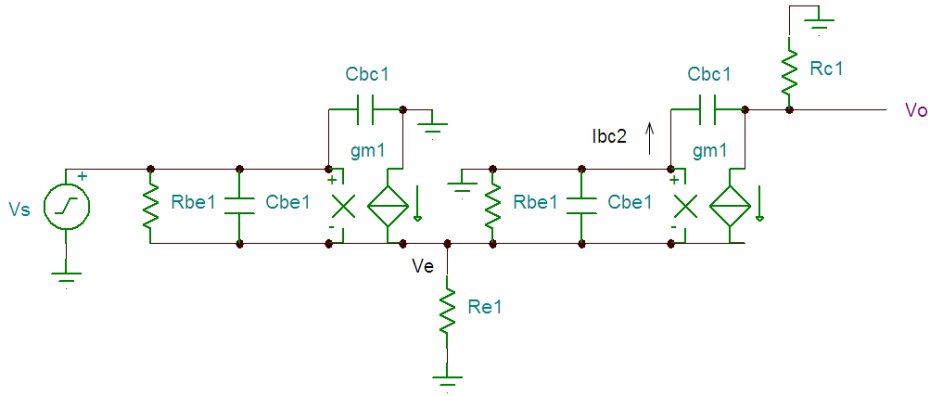


图 1-21 NPN 型共集-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路图

有如下电路方程：

$$V_e(s) = \left\{ g_{m1}[V_s(s) - V_e(s)] + \frac{V_s(s) - V_e(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} + \left[\frac{-V_e(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} - g_{m1}V_e(s) \right] R_{e1} \right\}$$

$$\frac{I_{bc2}(s)}{C_{be1}s} = -V_o(s)$$

$$[-g_{m1}V_e(s) - I_{bc2}(s)]R_{c2} = -V_o(s)$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{\beta R_{e1} R_{c1} g_{m1} + R_{e1} R_{c1} g_{m1} + \beta R_{e1} R_{c1} C_{be1} s}{2 R_{e1} C_{bc1} R_{c1} C_{be1} R_{be1} s^2 + (2\beta R_{e1} C_{bc1} R_{c1} + 2R_{e1} C_{bc1} R_{c1} + R_{c1} C_{bc1} R_{be1} + 2R_{e1} C_{be1} R_{be1}) s + (2\beta R_{e1} + R_{be1} + 2R_{e1})}$$

左半平面的零点频率为：

$$f_z \approx \frac{\beta R_{e1} R_{c1} g_{m1} + R_{e1} R_{c1} g_{m1}}{2\pi\beta R_{e1} R_{c1} C_{be1}} \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{be1}} \quad (1-11)$$

低频极点频率为（其中 $\beta R_{e1} \gg R_{be1}$ ）：

$$\begin{aligned}
f_{p1} &\approx \frac{2\beta R_{e1} + R_{be1} + 2R_{c1}}{2\pi(2\beta R_{e1}C_{bc1}R_{c1} + 2R_{e1}C_{bc1}R_{c1} + R_{c1}C_{bc1}R_{be1} + 2R_{e1}C_{be1}R_{be1})} \\
&\approx \frac{1}{2\pi\left(R_{c1}C_{bc1} + \frac{R_{be1}}{\beta}C_{be1}\right)} \quad (1-12)
\end{aligned}$$

高频极点频率为:

$$\begin{aligned}
f_{p2} &\approx \frac{\beta C_{bc1}R_{c1} + C_{be1}R_{be1}}{2\pi(C_{bc1}R_{c1}C_{be1}R_{be1})} \\
&= \frac{1}{2\pi\frac{R_{be1}}{\beta}C_{be1}} + \frac{1}{2\pi R_{c1}C_{bc1}} \quad (1-13)
\end{aligned}$$

低频放大倍数为:

$$\begin{aligned}
A_o &= \frac{\beta R_{e1}R_{c1}g_{m1} + R_{e1}R_{c1}g_{m1}}{2\beta R_{e1} + R_{be1} + 2R_{c1}} \\
&\approx \frac{g_{m1}R_{c1}}{2} \quad (1-14)
\end{aligned}$$

当 $C_{be1}=33\text{pF}$, $C_{bc1}=10\text{pF}$, $\beta=100$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $R_{c1}=2.7\text{k}$, $R_{be1}=200$ 欧姆时, 零点的频率为:

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{be1}} \approx \frac{0.04}{6.28 \times 33 \times 10^{-12}} \approx 193\text{M}$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi\left(R_{c1}C_{bc1} + \frac{R_{be1}}{\beta}C_{be1}\right)} \approx \frac{1}{6.28 \times (2700 \times 10^{-11} + 26 \times 33 \times 10^{-12})} \approx 5.7\text{M}$$

高频极点频率为:

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} C_{be1}} + \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{bc1}} \approx \frac{1}{6.28 \times 26 \times 33 \times 10^{-12}} + \frac{1}{6.28 \times 2700 \times 10^{-11}} \approx 192M$$

可见 $f_{p2} \gg f_{p1}$ ，所以高频和低频极点的计算公式成立。低频放大倍数为：

$$A_o \approx \frac{g_{m1} R_{c1}}{2} \approx \frac{0.04 \times 2700}{2} = 54 \approx 34.6db$$

仿真结果如图 1-22 所示。因为高频极点和零点频率约 192M，所以看作互相抵消了，唯一的极点就是低频的 5.7M 极点。与计算结果还是比较接近的。

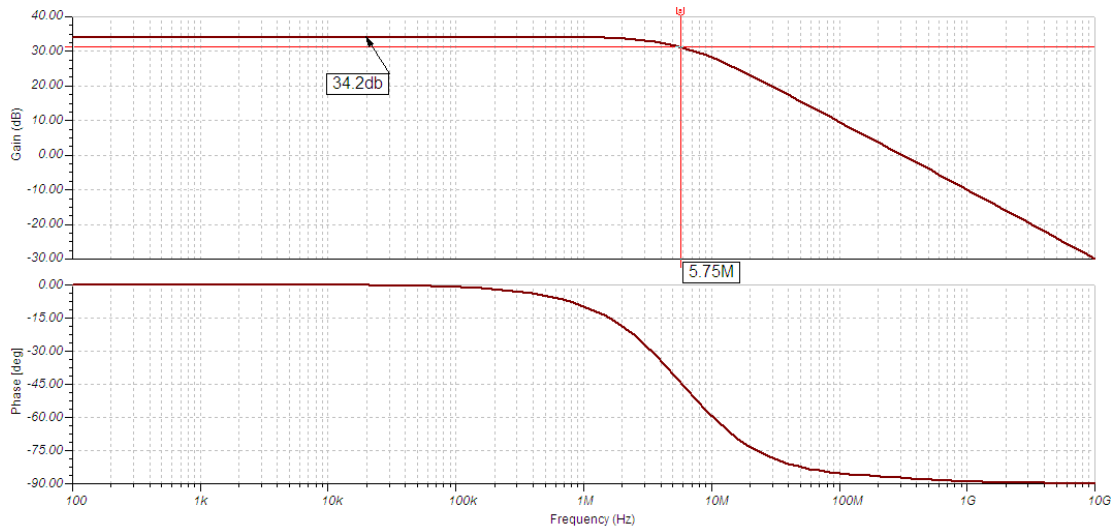


图 1-22 NPN 型共集-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

输入信号为 50K 的 1V 的正弦波时的输出如图 1-1 所示，其中 THD 约为 0.04%，这相当于一个发射极电阻反馈的共射放大电路在受制于电源电压和三极管本身非线性因素时候的 THD 指标。

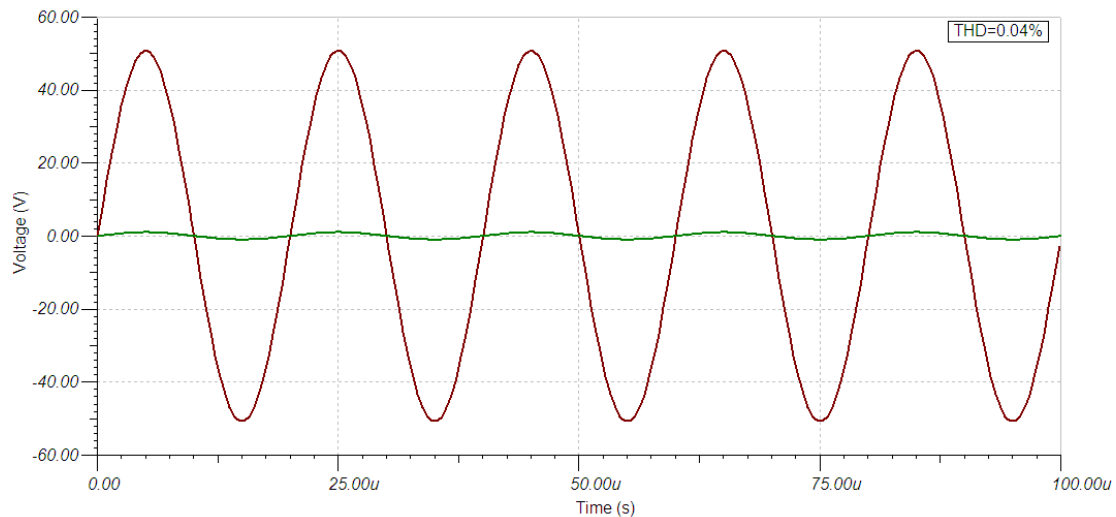


图 1-22 NPN 型共集-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路输出波形图

如果使用 2N5551 的电路，那么 50K 的 0.01V 正弦输入的输出波形图如图 1-23 所示。其 THD 高达 1% 以上。

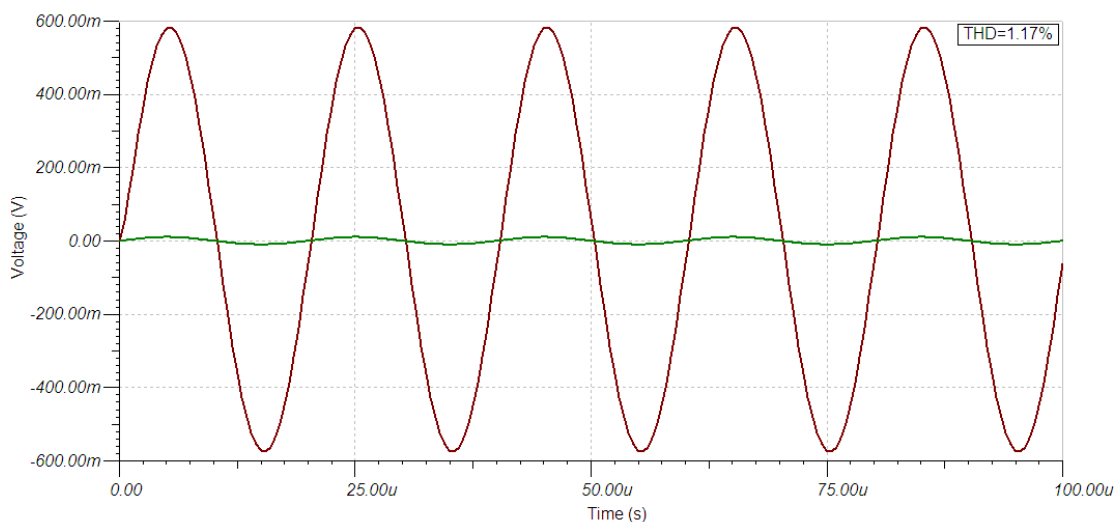


图 1-23 使用 2N5551 的共集-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路输出波形图

1.1.7 共射-共基放大电路

共射-共基极放大电路如图 1-24 所示。这是 2 级放大电路，输入的共射放大作用主要是提高了输入电阻，而共基极的输入电阻偏小。静态工作的设置需要考虑输入和输出电压的范围，要知道每一级的放大倍数才能设计合适的静态工作点。这里的输入信号电压较低，所以 T2 的偏置电压设置的并不大。

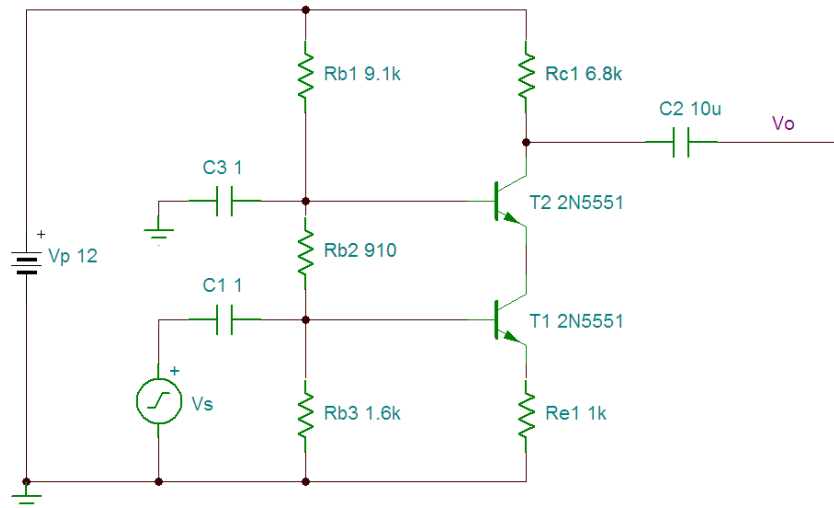


图 1-24 NPN 型共射-共基三极管放大电路

共射-共基的三极管放大电路高频小信号等效电路如图 1-25 所示。显然 T1 和 T2 的静态工作点是一样的，所以 R_{be} 是一样的， g_m 是一样的，分布电容当然也是一样的。通常共基极放大电路并不作为单级放大，因为共基极的失真较大。一般是在大环路反馈中作为中间放大的， R_{e1} 显然会降低放大倍数，所以将其接地。

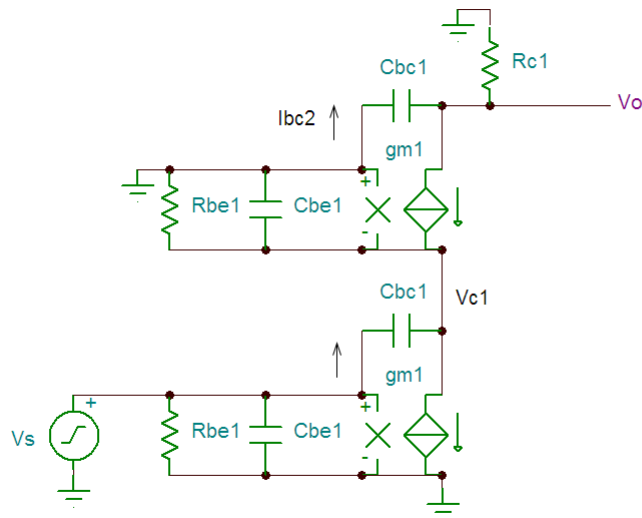


图 1-25 NPN 型共射-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路图

有如下电路方程：

$$g_{m1}V_s(s) + [V_{c1}(s) - V_s(s)]C_{bc1}s = -g_{m1}V_{c1}(s) - \frac{V_{c1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}}$$

$$V_o(s) = -R_{c1} \left[-g_{m1}V_{c1}(s) + \frac{V_o(s) + V_{c1}(s)}{\frac{1}{C_{bc1}s}} \right]$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{\beta R_{c1} C_{bc1} s - \beta R_{c1} g_{m1}}{(C_{bc1} + C_{be1}) C_{bc1} R_{c1} R_{be1} s^2 + (\beta C_{bc1} R_{c1} + C_{bc1} R_{c1} + C_{be1} R_{be1} + C_{bc1} R_{be1}) s + (\beta + 1)}$$

右半平面的零点频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{bc1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi \left(C_{bc1} R_{c1} + \frac{R_{be1}}{\beta} (C_{be1} + C_{bc1}) \right)}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{\beta C_{bc1} R_{c1} + (C_{be1} + C_{bc1}) R_{be1}}{2\pi (C_{bc1} + C_{be1}) C_{bc1} R_{c1} R_{be1}}$$

$$= \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} (C_{bc1} + C_{be1})} + \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{bc1}}$$

低频放大倍数为：

$$A_o \approx -g_{m1} R_{c1}$$

当 $C_{be1}=33\text{pF}$, $C_{bc1}=10\text{pF}$, $\beta=100$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $R_{c1}=2.7\text{k}$, $R_{be1}=200$ 欧姆时，零点

的频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{bc1}} \approx \frac{0.04}{6.28 \times 10 \times 10^{-12}} \approx 637M$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi \left(R_{c1} C_{bc1} + \frac{R_{be1}}{\beta} (C_{be1} + C_{bc1}) \right)}$$

$$\approx \frac{1}{6.28 \times (6800 \times 10^{-11} + 26 \times 43 \times 10^{-12})} \approx 2.3M$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} (C_{be1} + C_{bc1})} + \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{bc1}}$$

$$\approx \frac{1}{6.28 \times 26 \times 43 \times 10^{-12}} + \frac{1}{6.28 \times 6800 \times 10^{-11}} \approx 144M$$

可见 $f_{p2} \gg f_{p1}$ ，所以高频和低频极点的计算公式成立。低频放大倍数为：

$$A_o \approx -g_{m1} R_{c1} = 0.04 \times 6800 = 272 \approx 48.7db$$

仿真结果如图 1-26 所示。与计算结果还是比较接近的。

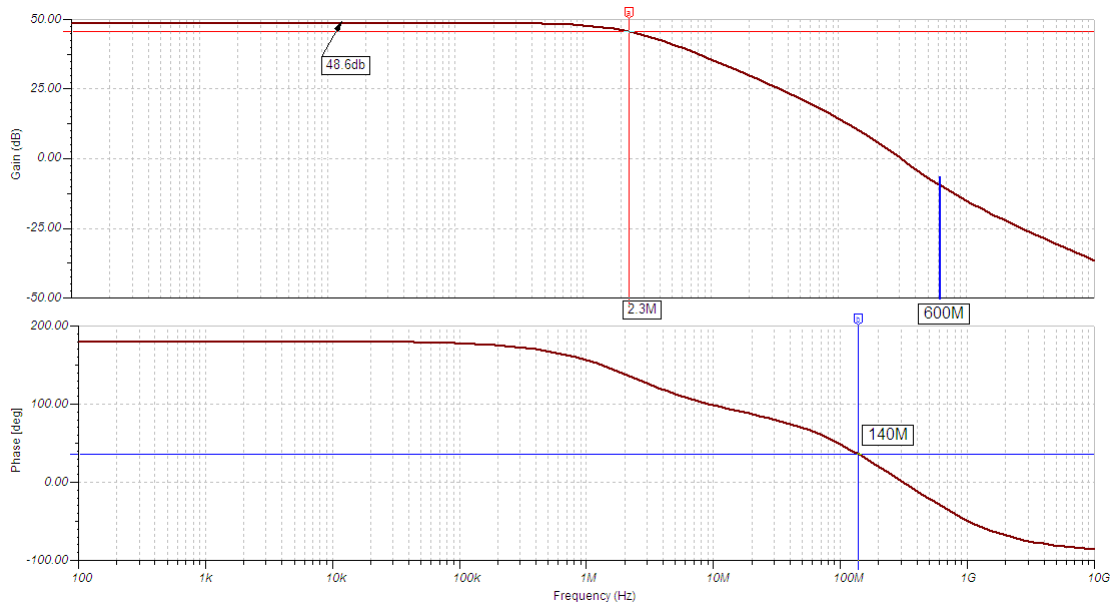


图 1-26 NPN 型共射-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

1.1.8 折叠式共射-共基放大电路

折叠式共射-共基极放大电路如图 1-27 所示。这是 2 级放大电路，输入的共射放大作用主要是提高了输入电阻，而共基极的输入电阻偏小。静态工作的设置需要考虑输入和输出电压的范围，要知道每一级的放大倍数才能设计合适的静态工作点。

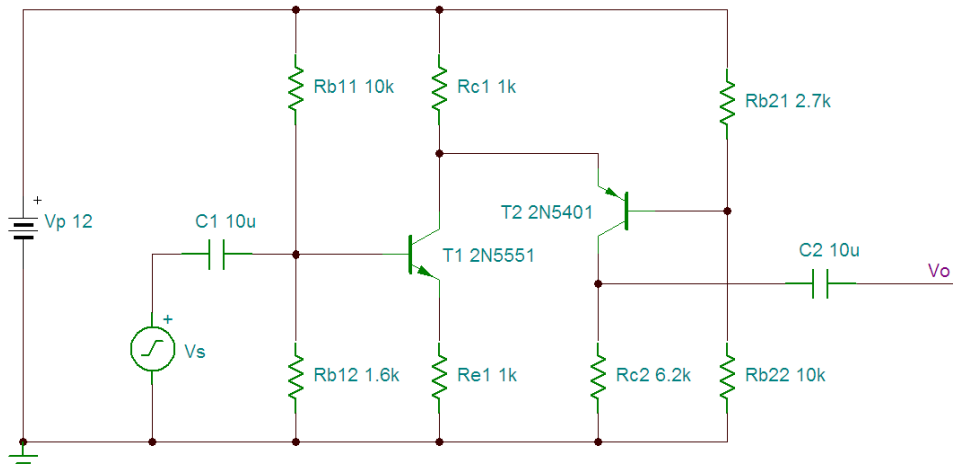


图 1-27 NPN 型折叠式共射-共基三极管放大电路

折叠式共射-共基的三极管放大电路高频小信号等效电路如图 1-28 所示。显然 T1 和 T2 的静态工作点是一样的，所以 R_{be} 是一样的， g_m 是一样的，分布电容当然也是一样的（虽然实际的 NPN 和 PNP 对管不会完全对称，这里按理想的对称情况考虑）。通常共基极放大电路并不作为单级放大，因为共基极的失真较大。一般是在大环路反馈中作为中间放大的， R_{e1} 显然会降低放大倍数，所以将其接地。

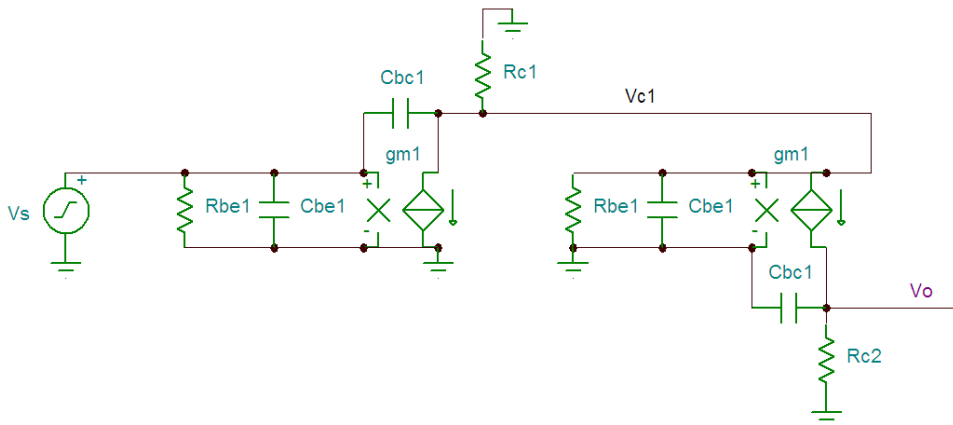


图 1-28 NPN 型折叠式共射-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路图

有如下电路方程：

$$V_{c1}(s) = R_{c1} \left(\frac{V_s(s) - V_{c1}(s)}{\frac{1}{C_{bc1}s}} - g_{m1}V_s(s) - \frac{V_{c1}(s)}{R_{be1} // \frac{1}{C_{be1}s}} - g_{m1}V_{c1}(s) \right)$$

$$V_o(s) = R_{c2} \left[g_{m1}V_{c1}(s) - \frac{V_o(s)}{\frac{1}{C_{bc1}s}} \right]$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{\beta R_{c1} R_{c2} C_{bc1} s - \beta R_{c1} R_{c2} g_{m1}}{(C_{bc1} + C_{be1}) C_{bc1} R_{c1} R_{c2} R_{be1} s^2 + (\beta C_{bc1} R_{c1} R_{c2} + C_{bc1} R_{be1} R_{c2} + R_{c2} C_{bc1} R_{c1} + C_{bc1} R_{c1} R_{be1} + R_{c1} C_{be1} R_{be1}) s + (\beta R_{c1} + R_{be1} + R_{c1})}$$

右半平面的零点频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{bc1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{\beta R_{c1} + R_{be1}}{2\pi (\beta C_{bc1} R_{c1} R_{c2} + C_{bc1} R_{be1} R_{c2} + C_{bc1} R_{c1} R_{be1} + R_{c1} C_{be1} R_{be1})}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{\beta C_{bc1} R_{c1} R_{c2} + C_{bc1} R_{be1} R_{c2} + C_{bc1} R_{c1} R_{be1} + R_{c1} C_{be1} R_{be1}}{2\pi (C_{bc1} + C_{be1}) C_{bc1} R_{c1} R_{c2} R_{be1}}$$

$$= \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} (C_{bc1} + C_{be1})} + \frac{1}{2\pi R_{c1} (C_{bc1} + C_{be1})} + \frac{1}{2\pi R_{c2} C_{bc1}}$$

低频放大倍数为：

$$A_o \approx -\frac{g_{m1}R_{c1}R_{c2}}{R_{c1} + \frac{R_{be1}}{\beta}} \left(R_{c1} \gg \frac{R_{be1}}{\beta} \right) \approx -g_{m1}R_{c2}$$

当 $C_{be1}=33\text{pF}$, $C_{bc1}=10\text{pF}$, $\beta=100$, $g_{m1}=0.04\text{S}$, $R_{c1}=1\text{k}$, $R_{c2}=6.8\text{k}$ 时, 零点的频率为:

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{bc1}} \approx \frac{0.04}{6.28 \times 10 \times 10^{-12}} \approx 637\text{M}$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{\beta R_{c1} + R_{be1}}{2\pi(\beta C_{bc1}R_{c1}R_{c2} + C_{bc1}R_{be1}R_{c2} + C_{bc1}R_{c1}R_{be1} + R_{c1}C_{be1}R_{be1})}$$

$$\approx \frac{100000 + 2600}{6.28(10^{-3} \times 6.2 + 10^{-5} \times 2.6 \times 6.2 + 10^{-5} \times 2.6 + 10^{-5} \times 33 \times 2.6)} \approx 2.3\text{M}$$

高频极点频率为:

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi \frac{R_{be1}}{\beta} (C_{bc1} + C_{be1})} + \frac{1}{2\pi R_{c1} (C_{bc1} + C_{be1})} + \frac{1}{2\pi R_{c2} C_{bc1}}$$

$$\approx \frac{1}{6.28 \times 26 \times 43 \times 10^{-12}} + \frac{1}{6.28 \times 1000 \times 43 \times 10^{-12}} + \frac{1}{6.28 \times 6800 \times 10^{-11}}$$

$$\approx 142 + 3.7 + 2.3 = 148\text{M}$$

可见 $f_{p2} \gg f_{p1}$, 所以高频和低频极点的计算公式成立。低频放大倍数为:

$$A_o \approx -g_{m1}R_{c2} = 0.04 \times 6200 = 248 \approx 47.9\text{db}$$

仿真结果如图 1-29 所示。与计算结果还是比较接近的。

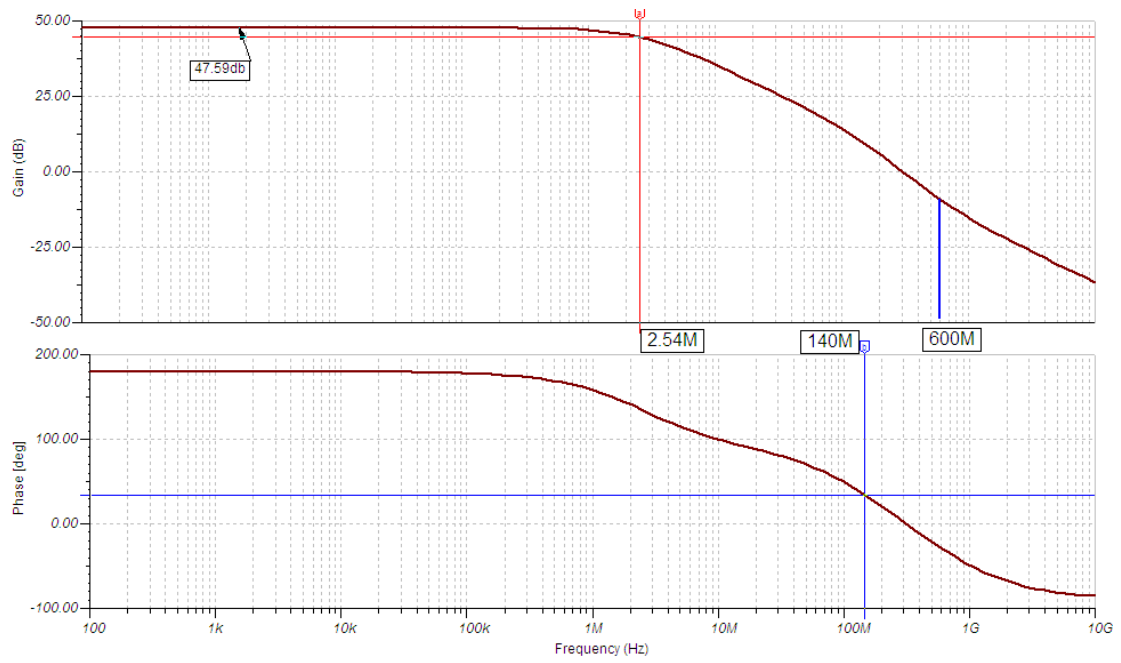


图 1-29 NPN 型折叠型共射-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路仿真频率特性波特图

1.2 MOSFET 放大电路

本节讨论 MOSFET 基本放大电路的高频小信号交流等效电路的特性，主要包括开环传递函数的计算和零点极点频率的计算。由于 MOSFET 可以看作一个 β 和 R_{be} 无限大的三极管，所以计算方法和上一节的是一样的，大部分三极管的高频特性与 MOSFET 并没有区别。但与 R_{be} 相关的会有所区别。

1.2.1 共源极放大电路

N 型 MOSFET 的共源放大电路如图 1-30 所示。其中 R_{g1} 和 R_{g2} 为偏置电阻用于提供静态偏置电压和静态电流。 C_1 为通交隔直电容， C_2 为输出电容。 R_{d1} 为漏极电阻， R_{s1} 是源极电阻。

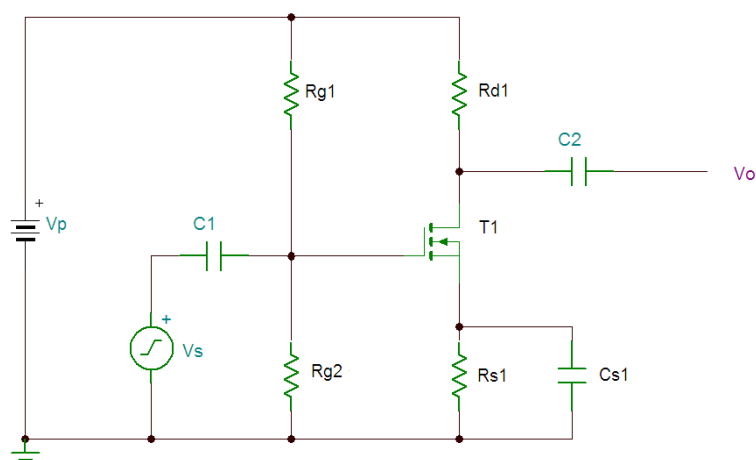


图 1-30 N 型 MOSFET 共源放大电路

高频小信号交流等效电路如图 1-31 所示。

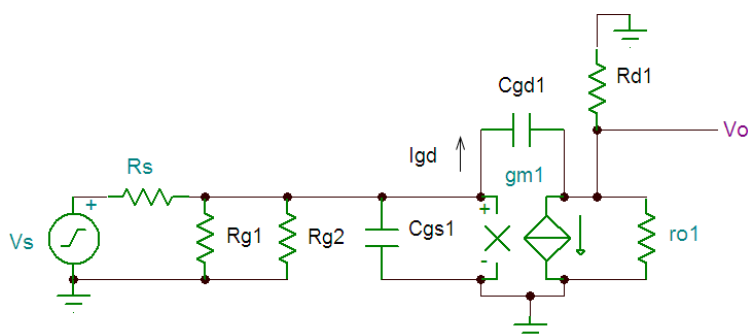


图 1-31 N 型 MOSFET 共源放大电路的高频小信号交流等效电路

发射极电容 C_{s1} 容量较大，对于交流可以看作对 GND 短路。有如下电路方程：

$$\frac{V_s(s) - V_{gs1}(s)}{R_s} = \frac{V_{gs1}(s)}{R_{g1} // R_{g2} // r_{gs1} // \left(\frac{1}{C_{be1}s} \right)} + I_{gd}(s)$$

$$I_{gd}(s) = \frac{V_{gs1}(s) - V_o(s)}{\frac{1}{C_{gd}s}}$$

$$V_o(s) = -[I_{gd}(s) - g_{m1}V_{gs1}(s)](R_{d1} // r_{o1})$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = - \frac{-R_{d1}C_{bc1}s + R_{d1}g_{m1}}{C_{gd1}R_{d1}C_{gs1}R_s^2 + (C_{gd1}R_s + C_{gs1}R_s + C_{gd1}R_{d1}g_{m1}R_s + C_{gd1}R_{d1}R_s + C_{gd1}R_{d1})s + 1}$$

其中设：

$$R_{d1} = R_{d1} // r_{o1}$$

右半平面零点为：

$$z = \frac{g_{m1}}{C_{gd1}}$$

零点频率为：

$$f_z = \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gd1}} \quad (1-1)$$

因为 C_{gd1} 和 C_{gs1} 都是 pF 级别的，两者的乘积会更小，而电阻为 K 级别的，故 s 的 2 次项系数远远小于 s 的一次项系数，这就意味着分母的 2 个极点的频率距离足够远，也就是说“极点分离”效果足够，那么就可以得到低频极点约为：

$$p_1 \approx \frac{1}{C_{gd1}R_s + C_{gs1}R_s + C_{gd1}R_{d1}g_{m1}R_s + C_{gd1}R_{d1}R_s + C_{gd1}R_{d1}}$$

而且通常 $R_s \ll R_{c1}$ ，所以得到：

$$p_1 \approx \frac{1}{C_{gs1}R_s + C_{gd1}R_{d1}g_{m1}R_s + C_{gd1}R_{d1}}$$

虽然 C_{gd1} 和 C_{gs1} 不相等，前者通常小于后者几倍到十倍左右，但通常 $C_{gs1} \ll g_{m1}R_{d1}C_{gd1}$ 。

即：

$$p_1 \approx \frac{1}{(g_{m1}R_s + 1)R_{d1}C_{gd1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi(g_{m1}R_s + 1)R_{d1}C_{gd1}}$$

可见如果 $R_s=0$ ，那么使用米勒电路定理将 C_{bc1} 折合到输出端就是近似成立的。高频极点为：

$$\begin{aligned} p_2 &\approx \frac{C_{be1}R_{be1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}g_{m1}R_s + C_{bc1}R_{c1}R_{be1}}{C_{bc1}R_{c1}C_{be1}R_{be1}R_s} \\ &= \frac{1}{C_{bc1}R_{c1}} + \frac{g_{m1}}{C_{be1}} + \frac{1}{C_{be1}R_s} \end{aligned}$$

令 $g_{d1} = \frac{1}{R_{d1}}$, $g_s = \frac{1}{R_s}$ ，得到：

$$p_2 \approx \frac{g_{d1}}{C_{gd1}} + \frac{g_{m1}}{C_{gs1}} + \frac{g_s}{C_{gs1}}$$

因为 $g_{d1} \ll g_{m1}, g_s$ ，所以得到：

$$p_2 \approx \frac{g_{m1} + g_s}{C_{gs1}}$$

高频极点的频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1} + g_s}{2\pi C_{gs1}}$$

低频放大倍数约为：

$$A_{ov} \approx -g_{m1}R_{d1}$$

1.2.2 共栅极放大电路

N 型 MOSFET 的共栅极放大电路如图 1-32 所示。其中 R_{g1} 和 R_{g2} 为偏置电阻用于提供静态偏置电压，提供静态电流。 C_1 为通交隔直电容， C_2 为输出电容。 R_{d1} 为漏极电阻， R_{s1} 是源极电阻。

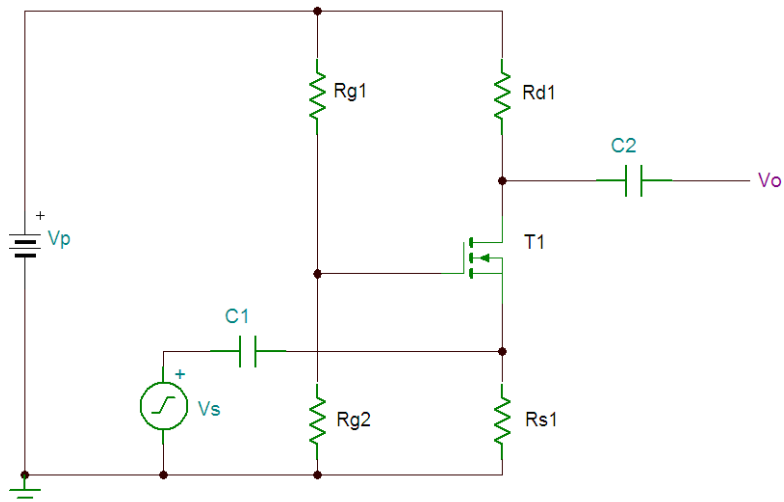


图 1-32 N 型 MOSFET 共栅极放大电路

高频小信号交流等效电路如图 1-33 所示。

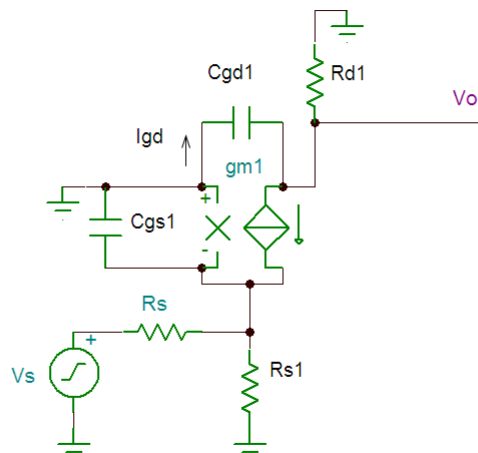


图 1-33 N 型 MOSFET 共源极放大电路的高频小信号等效电路

有如下电路方程：

$$\frac{V_s(s) + V_{gs1}(s)}{R_s} = \frac{-V_{gs1}(s)}{R_{s1}} - \frac{V_{gs1}(s)}{\frac{1}{C_{be1}s}} - g_{m1}V_{gs1}(s) + I_{gd}(s)$$

$$[V_s(s) + V_{gs1}(s) - V_o(s)]C_{gd}(s) = I_{gd}(s)$$

$$V_o(s) = -[I_{gd}(s) - g_{m1}V_{gs1}(s)]R_{d1}$$

得到传递函数为（其中考虑了 $R_{s1} \gg R_s$ ）：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} \approx \frac{R_{d1}R_{s1}g_{m1}}{R_{d1}R_{s1}R_sC_{gd1}C_{gs1}s^2 + (C_{gs1}R_{s1}R_s + C_{gd1}R_{d1}R_{s1}g_{m1}R_s + R_{s1}C_{gd1}R_{d1})s + (R_{s1}R_sg_{m1} + R_{s1})}$$

低频极点为：

$$p_1 \approx \frac{g_{m1}R_s + 1}{C_{gs1}R_s + C_{gd1}R_{d1}g_{m1}R_s + C_{gd1}R_{d1}} = \frac{g_{m1}R_s + 1}{R_sC_{gs1} + (g_{m1}R_s + 1)R_{d1}C_{gd1}}$$

如果 $R_sC_{gs1} \ll (g_{m1}R_s + 1)R_{d1}C_{gd1}$ ，则：

$$p_1 \approx \frac{1}{R_{d1}C_{gd1}}$$

此时的低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi R_{d1}C_{gd1}}$$

如果用米勒电路定理也可以得到这个结果，从而说明 C_{gd1} 可以折合到输出端。高频极点为：

$$p_2 \approx \frac{g_{m1}R_s + 1}{R_s C_{gs1}} > \frac{g_{m1}}{C_{gs1}}$$

高频极点的频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1}R_s + 1}{2\pi R_s C_{gs1}} > \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gs1}}$$

低频放大倍数为：

$$A_o \approx \frac{g_{m1}R_{d1}}{g_{m1}R_s + 1}$$

1.2.3 共漏极放大电路

N 型 MOSFET 的共漏极放大电路如图 1-34 所示。其中 R_{g1} 和 R_{g2} 为偏置电阻用于偏置电压和静态电流。C1 为通交隔直电容，C2 为输出电容。Rd1 为漏极电阻，Rs1 是源极电阻。

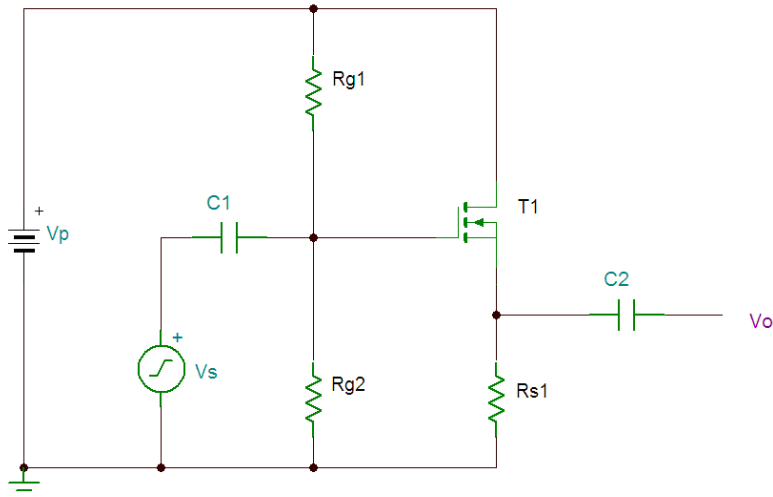


图 1-34 N 型 MOSFET 共漏极放大电路

高频小信号交流等效电路如图 1-35 所示。

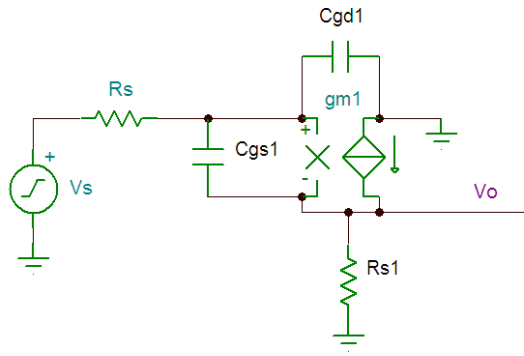


图 1-35 N 型 MOSFET 共源极放大电路的高频小信号等效电路

有如下电路方程:

$$\frac{V_s(s) - V_{gs1}(s) - \left[\frac{V_{gs1}(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} + g_{m1}V_{gs1}(s) \right] R_{s1}}{R_s} = \frac{V_{gs1}(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} + I_{gd}(s)$$

$$V_{gs1}(s) + \left[\frac{V_{gs1}(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} + g_{m1}V_{gs1}(s) \right] R_{s1} C_{gd}(s) = I_{gd}(s)$$

$$V_o(s) = \left[\frac{V_{gs1}(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} + g_{m1}V_{gs1}(s) \right] R_{s1}$$

得到:

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{g_{m1}R_{s1} + R_{s1}C_{gs1}s}{R_{s1}R_sC_{gd1}C_{gs1}s^2 + (R_{s1}R_sC_{gd1}g_{m1} + R_{s1}C_{gs1} + R_sC_{gd1} + R_sC_{gs1})s + (R_{s1}g_{m1} + 1)}$$

低频极点为 (其中 $R_{s1} \gg R_s$):

$$p_1 \approx \frac{g_{m1}R_{s1} + 1}{R_{s1}R_s C_{gd1}g_{m1} + R_{s1}C_{gs1}} \stackrel{(g_{m1}R_{s1} \gg 1)}{\approx} \frac{g_{m1}}{R_s C_{gd1}g_{m1} + C_{gs1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{g_{m1}}{2\pi(g_{m1}R_s C_{gd1} + C_{gs1})}$$

高频极点为：

$$p_2 \approx \frac{R_{s1}R_s C_{gd1}g_{m1} + R_{s1}C_{gs1}}{R_{s1}R_s C_{gd1}C_{gs1}} = \frac{1}{R_s C_{gd1}} + \frac{g_{m1}}{C_{gs1}}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi R_s C_{gd1}} + \frac{1}{2\pi \frac{1}{g_{m1}} C_{gs1}}$$

低频放大倍数为：

$$A_o = \frac{g_{m1}R_{s1}}{R_{s1}g_{m1} + 1} \approx 1$$

零点为：

$$z = \frac{g_{m1}}{C_{gs1}}$$

零点频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gs1}}$$

1.2.4 共漏-共栅放大电路

共漏极-共栅极 MOSFET 放大电路如图 1-36 所示。虽然可以把 T1 当作共栅极的源极跟随器，这毫无疑问地是妄图设计“共漏极-共栅极”放大电路的设计思路。但几乎无法成功，因为如果 T1, T2 的偏置电压不同，那么这个电路会导致 2 个 MOSFET 的静态工作电流极不对称。那么为了实用化，就必须令这 2 者的静态电流一样，那么偏置电压就必须一样，如此才能正常工作，而这也就是与差动放大电路一样的电路。

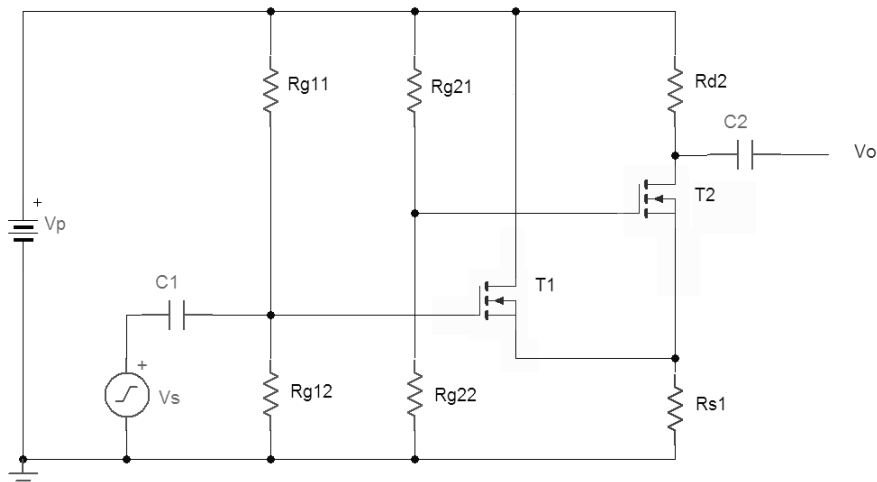


图 1-36 N 型 MOSFET 共漏极-共源极放大电路

共漏-共源放大电路高频小信号等效电路如图 1-37 所示。显然 T1 和 T2 的静态工作点是一样的，所以 g_m 是一样的，分布电容当然也是一样的。

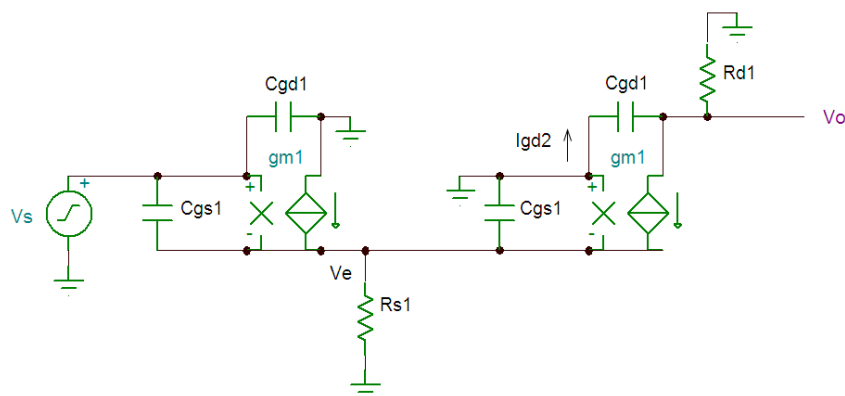


图 1-37 NPN 型共集-共基三极管放大电路的高频小信号等效电路图

有如下电路方程：

$$V_e(s) = \left\{ g_{m1}[V_s(s) - V_e(s)] + \frac{V_s(s) - V_e(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} + \left[\frac{-V_e(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} - g_{m1}V_e(s) \right] \right\} R_{s1}$$

$$\frac{I_{gd2}(s)}{C_{gs1}s} = -V_o(s)$$

$$[-g_{m1}V_e(s) - I_{gd2}(s)]R_{d1} = -V_o(s)$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{g_{m1}R_{s1}R_{d1}g_{m1} + g_{m1}R_{s1}R_{d1}C_{gs1}s}{2R_{s1}C_{gd1}R_{d1}C_{gs1}s^2 + (2g_{m1}R_{s1}C_{gd1}R_{d1} + R_{d1}C_{gd1} + 2R_{s1}C_{gs1})s + (2g_{m1}R_{s1} + 1)}$$

左半平面的零点频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gs1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{g_{m1}}{2\pi(g_{m1}R_{d1}C_{gd1} + C_{gs1})}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1}C_{gd1}R_{d1} + C_{gs1}}{2\pi C_{gd1}R_{d1}C_{gs1}}$$

$$= \frac{1}{2\pi \frac{1}{g_{m1}} C_{gs1}} + \frac{1}{2\pi R_{d1} C_{gd1}}$$

低频放大倍数为：

$$A_o = \frac{g_{m1}R_{s1}R_{d1}g_{m1}}{2g_{m1}R_{s1} + 1} \approx \frac{g_{m1}R_{d1}}{2}$$

1.2.5 共源-共栅放大电路

共源-共栅极放大电路如图 1-38 所示。静态工作的设置需要考虑输入和输出电压的范围，要知道每一级的放大倍数才能设计合适的静态工作点。

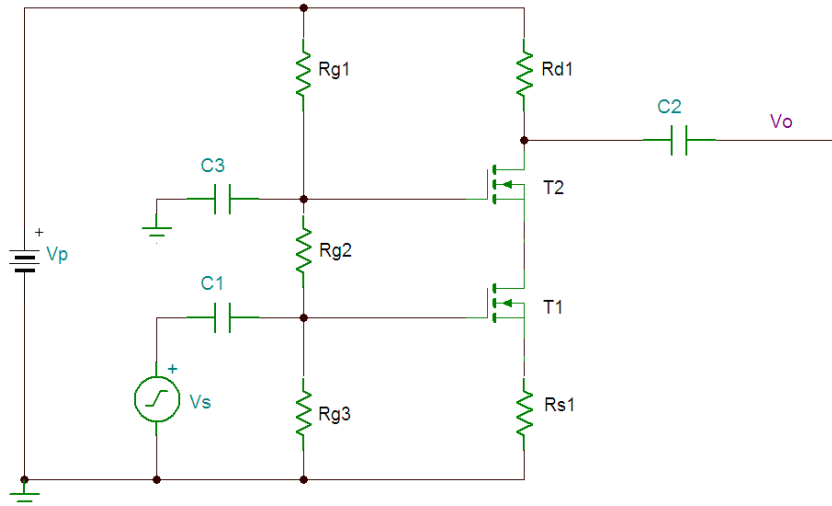


图 1-39 N 型 MOSFET 共源-共栅放大电路

共源-共栅的放大电路高频小信号等效电路如图 1-39 所示。显然 T1 和 T2 的静态工作点是一样的， g_m 是一样的，分布电容当然也是一样的。 R_{s1} 显然会降低放大倍数，所以将其接地。

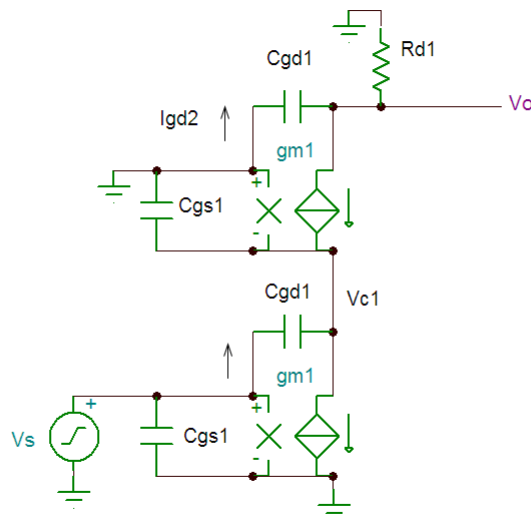


图 1-39 N 型 MOSFET 共源-共栅放大电路的高频小信号等效电路图

有如下电路方程：

$$g_{m1}V_s(s) + [V_{c1}(s) - V_s(s)]C_{gd1}s = -g_{m1}V_{c1}(s) - \frac{V_{c1}(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}}$$

$$V_o(s) = -R_{d1} \left[-g_{m1}V_{c1}(s) + \frac{V_o(s) + V_{c1}(s)}{\frac{1}{C_{gd1}s}} \right]$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{g_{m1}R_{d1}C_{gd1}s - g_{m1}R_{d1}g_{m1}}{(C_{gd1} + C_{gs1})C_{gd1}R_{d1}s^2 + (g_{m1}C_{gd1}R_{d1} + C_{gs1} + C_{gd1})s + g_{m1}}$$

右半平面的零点频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gd1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{g_{m1}}{2\pi(g_{m1}R_{d1}C_{gd1} + C_{gs1})}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1}C_{gd1}R_{d1} + C_{gs1} + C_{gd1}}{2\pi(C_{gd1} + C_{gs1})C_{gd1}R_{d1}} = \frac{1}{2\pi \frac{1}{g_{m1}}(C_{gd1} + C_{gs1})} + \frac{1}{2\pi R_{d1}C_{gd1}}$$

低频放大倍数为：

$$A_o \approx -g_{m1}R_{d1}$$

1.2.6 折叠式共源-共栅放大电路

折叠式共源-共栅放大电路如图 1-40 所示。这是 2 级放大电路。静态工作的设置需要考虑输入和输出电压的范围，要知道每一级的放大倍数才能设计合适的静态工作点。

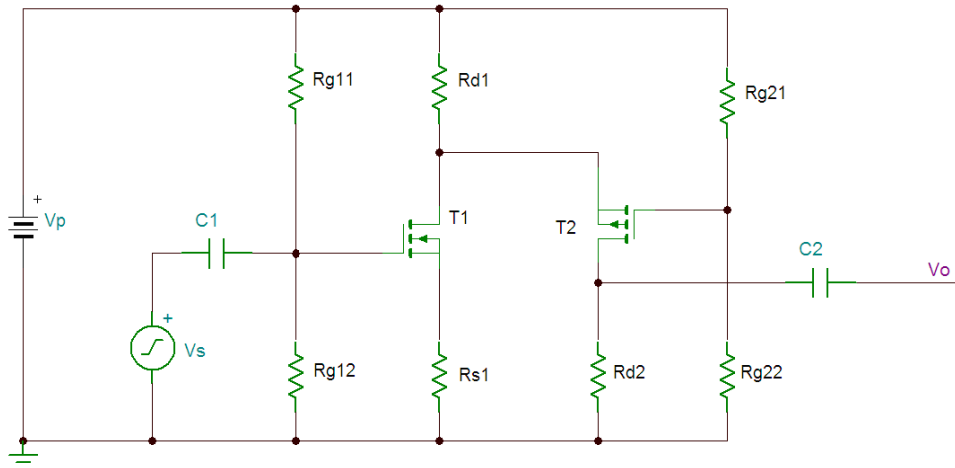


图 1-40 N 型 MOSFET 折叠式共源-共栅放大电路

折叠式共源-共栅放大电路高频小信号等效电路如图 1-41 所示。显然 T1 和 T2 的静态工作点是一样的， g_m 是一样的，分布电容当然也是一样的（虽然实际的 N 型和 P 型 MOSFET 不会完全对称，这里按理想的对称情况考虑）， R_{s1} 显然会降低放大倍数，所以将其接地。

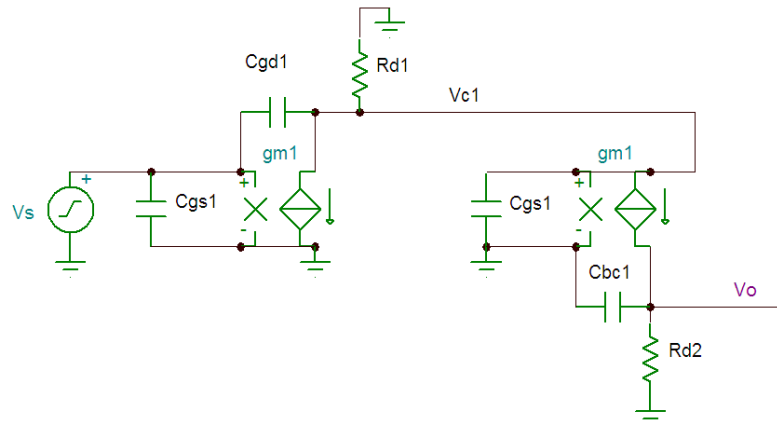


图 1-41 N 型 MOSFET 共源-共栅放大电路的高频小信号等效电路图

有如下电路方程：

$$V_{c1}(s) = R_{d1} \left[\frac{V_s(s) - V_{c1}(s)}{\frac{1}{C_{gd1}s}} - g_{m1}V_s(s) - \frac{V_{c1}(s)}{\frac{1}{C_{gs1}s}} - g_{m1}V_{c1}(s) \right]$$

$$V_o(s) = R_{d2} \left[g_{m1}V_{c1}(s) - \frac{V_o(s)}{\frac{1}{C_{gd1}s}} \right]$$

得到传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{g_{m1}R_{d1}R_{d2}C_{gd1}s - g_{m1}R_{d1}R_{d2}g_{m1}}{(C_{gdc1} + C_{gs1})C_{gd1}R_{d1}R_{d2}s^2 + (g_{m1}C_{gd1}R_{d1}R_{d2} + C_{gd1}R_{d2} + C_{gd1}R_{d1} + R_{d1}C_{gs1})s + (g_{m1}R_{d1} + 1)}$$

右半平面的零点频率为：

$$f_z \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gd1}}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{g_{m1}R_{d1} + 1}{2\pi(g_{m1}C_{gd1}R_{d1}R_{d2} + C_{gd1}R_{d2} + C_{gd1}R_{d1} + R_{d1}C_{gs1})}$$

高频极点频率为：

$$\begin{aligned} f_{p2} &\approx \frac{g_{m1}C_{gd1}R_{d1}R_{d2} + C_{gd1}R_{d2} + C_{gd1}R_{d1} + R_{d1}C_{gs1}}{2\pi(C_{gdc1} + C_{gs1})C_{gd1}R_{d1}R_{d2}} \\ &= \frac{1}{2\pi \frac{1}{g_{m1}}(C_{gd1} + C_{gs1})} + \frac{1}{2\pi R_{d1}(C_{gd1} + C_{gs1})} + \frac{1}{2\pi R_{d2}C_{gd1}} \end{aligned}$$

低频放大倍数为：

$$A_o = -\frac{g_{m1}R_{d1}R_{d2}g_{m1}}{g_{m1}R_{d1} + 1} \stackrel{(g_{m1}R_{d1} \gg 1)}{\approx} -g_{m1}R_{d2}$$

1.3 电流源电路

放大电路通常都会用电流源作为有源负载，本节主要讨论各种常用的电流源电路，包括电流源的高频小信号电路及其动态特性仿真。这些电路从功能上可以分为独立的电流源和电流镜像源。

1.3.1 二极管偏置的电流源

图 1-42 为常用的二极管偏置的电流源电路。其中的 R_s 为二极管提供偏置电流以使得二极管压降在 0.7V 左右。T1 三极管的发射极电流约为 $0.7/R_e$ 。集电极的负载电阻 R_l 电流也约为 $0.7/R_e$ ，这里约为 1mA，是 1mA 的电流源。

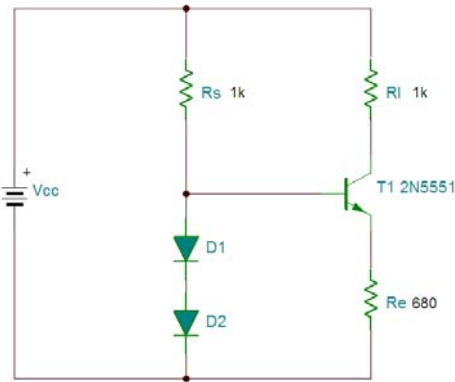


图 1-42 二极管偏置电流源电路

当负载电阻 R_l 从 1 到 10K 变化时，负载电流变化的直流传输特性如图 1-43 所示。其中电流变化约为 10uA。平均到 1k 的电流变化为 1uA 左右。

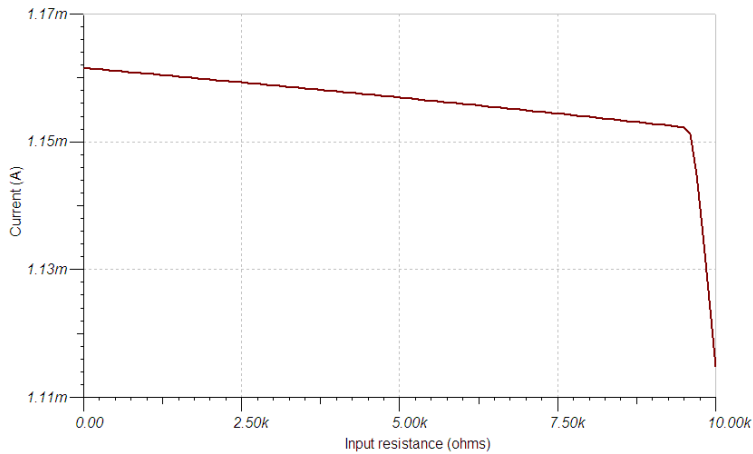


图 1-43 二极管偏置电流源负载电阻变化时的直流传输特性

当电源电压 V_{cc} 从 10V 变化到 30V 时，输出电流的直流传输特性如图 1-44 所示。其中电流变化了 0.16mA 左右。大概为 8uA/V 的变化率。

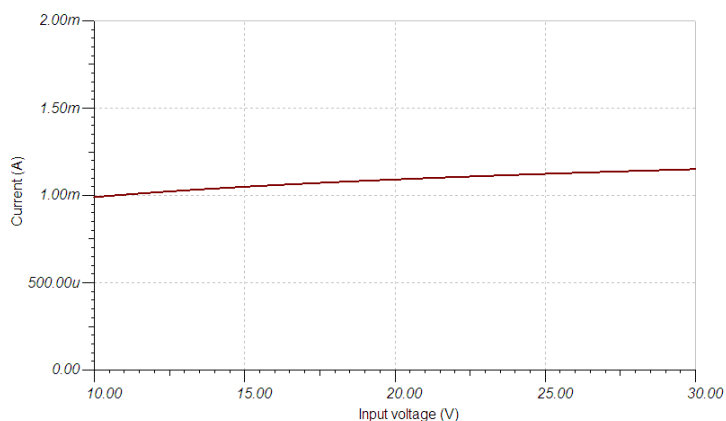


图 1-44 二极管偏置电流源的电源电压变化时的直流传输特性

当电源电压 V_{cc} 方波变化时的动态输出波形图如图 1-45 所示。其中 V_{cc} 的直流电源电压为 12V，方波为 50k，幅度变化为正负 5V。上升/下降沿时间的不同，电流输出的振荡幅度是不同的。上升/下降时间越短，过冲越大，1ns 时电流最大约 14mA，而 10ns 时最大 1.3mA。所以电源电压的变化越缓慢，对于电流源的电流影响越小。

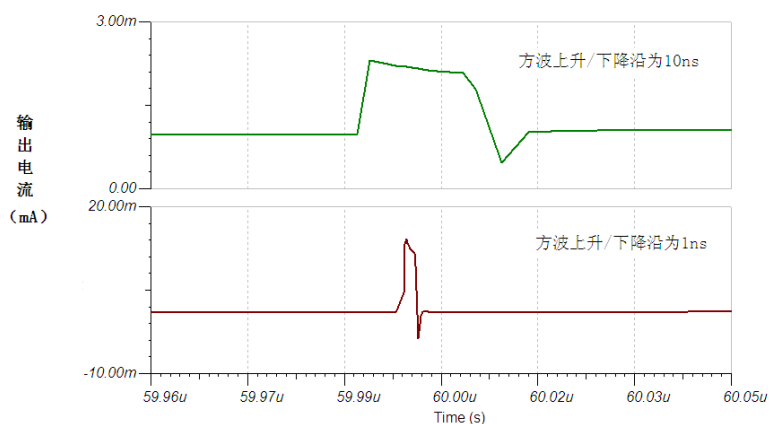


图 1-45 二极管偏置电流源的电源电压方波变化的动态特性

当输出负载发生正负 5V 的 50K 方波变化时的输出电流波形如图 1-46 所示。最大变化约 8mA。负载变化导致的电流变化，要小于电源电压变化带来的电流变化。

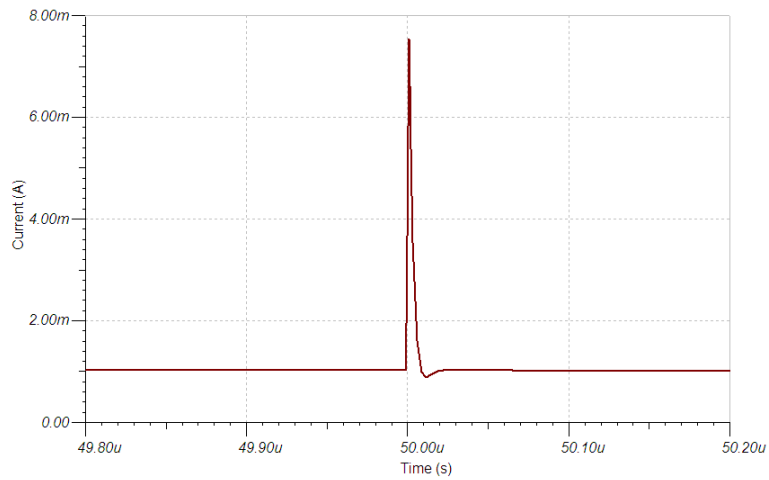


图 1-46 二极管偏置电流源的负载电压方波变化时的动态特性

如果用图 1-47 电路进行电源滤波，那么电源 V_{cc} 的方波变化对于输出电流的影响会大幅减小。50K 的上升沿为 1ns 的正负 5V 变化的方波作用下，电流源电流变化最大 1.5mA 左右，比没有电源滤波的小了将近 1 倍。其中 C_2 为 10 μ F， $R_{s1}=R_{s2}=1.6K$ 。波形图如图 1-48 所示。

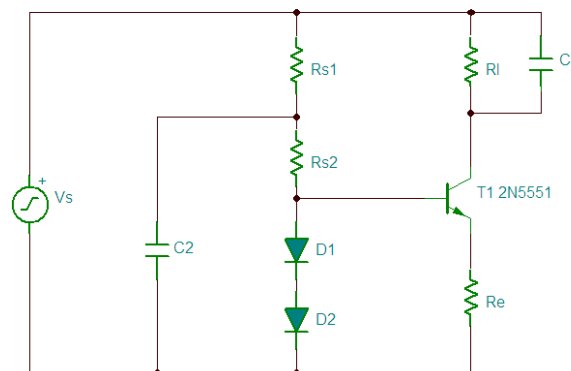


图 1-47 二极管偏置电流源有电源滤波电路

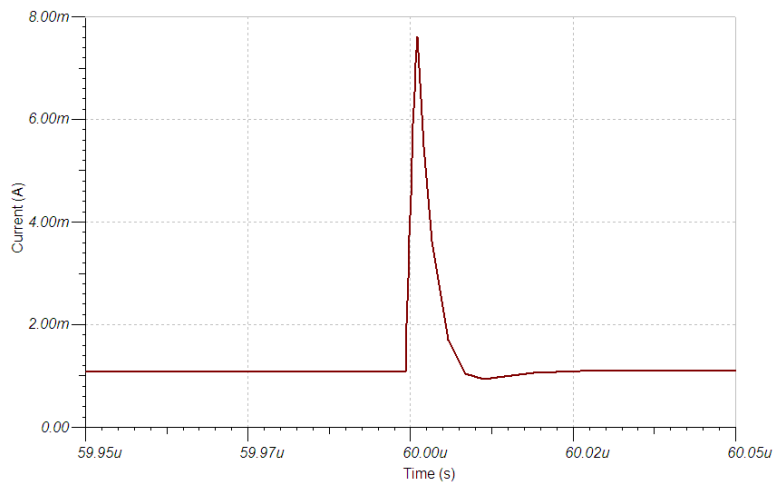


图 1-48 二极管偏置电流源的电源滤波后方波变化时的动态特性

改变电流源的输出电压，就可以得到类似三极管的 I_c/V_{ce} 的特性曲线，在不同的 R_s 电阻设置的电流情况下，输出电流和电压的特性曲线如图 1-49 所示。这个曲线可以用来计算电流源的内阻，大概在 1.8M 欧姆左右。可见电流源的内阻并不小。

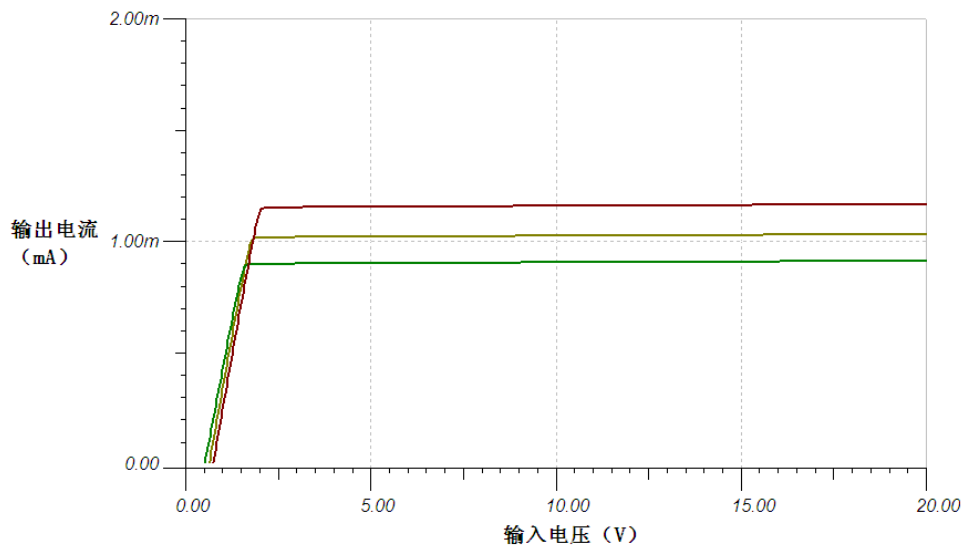


图 1-49 二极管偏置电流源的电流和电压的特性曲线

理论计算电流源内阻 R_o 的公式为：

$$R_o = (R_e // r_{be}) + [1 + g_m (R_e // r_{be})] r_o$$

其中 r_o 为三极管在 1mA 的内阻，约为 60k。 g_m 为 0.038s 左右， r_{be} 约为 2.6k， R_e 为 680 欧姆。得到 R_o 为：

$$R_o \approx 1.3M\Omega$$

1.3.2 双三极管电流源

图 1-50 为常用的双三极管的电流源电路。T1 三极管的发射极电流约为 $0.7/R_e$ 。集电极的负载电阻 R1 电流也约为 $0.7/R_e$ ，约为 1mA。这里的 R_s 形成了并联负反馈，而 T1 的发射极电阻的共射放大可以形成串联反馈。所以，这里存在 2 个反馈，可以使得输出电流相当稳定。

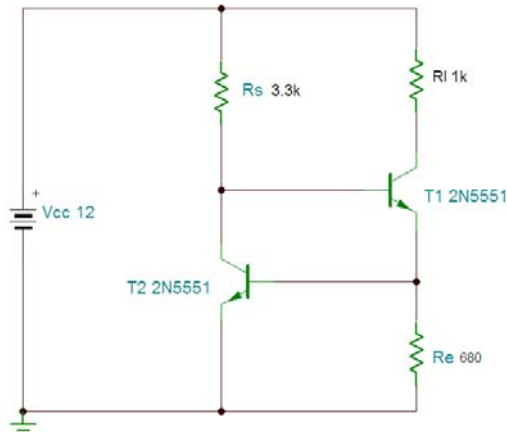


图 1-50 双三极管电流源电路

输入电压从 10V 到 30V 变化时的输出电流传输特性如图 1-51 所示。其中 20V 变化了约 0.14mA，即 7 μ A/V 的变化率。

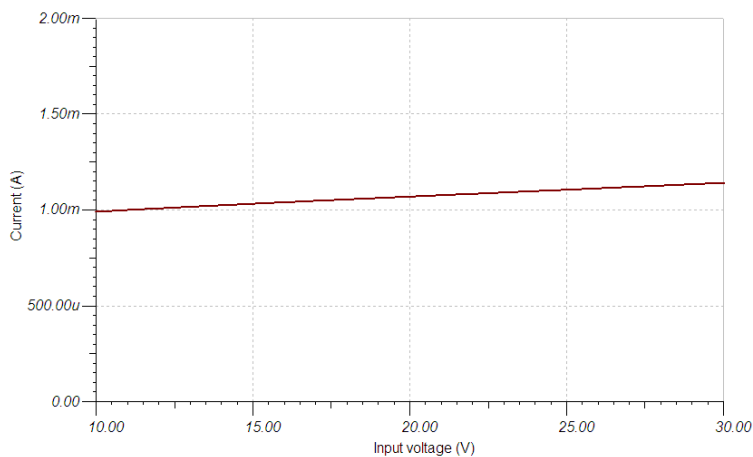


图 1-51 双三极管电流源电路输入电源电压变化的传输特性

图 1-52 是负载电阻变化的直流传输特性，其中 10K 电阻变化，电流才变化了不到 1 μ A。

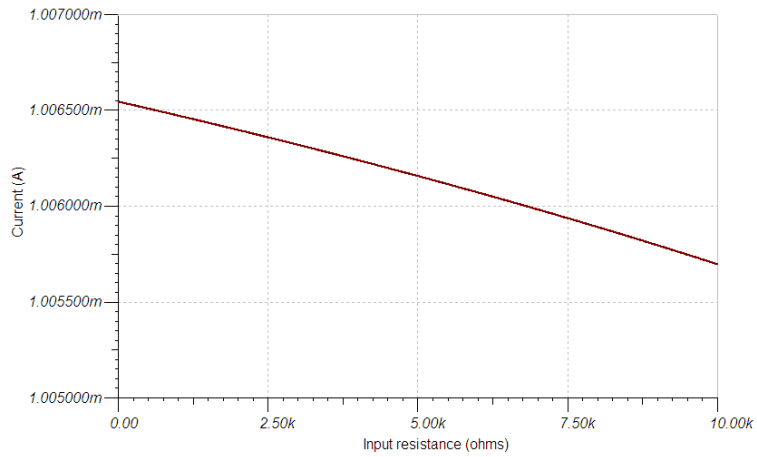


图 1-52 双三极管电流源电路负载电阻变化的传输特性

输入电压有 50K 的正负 5V 的方波输入时的输出电流波形如图 1-53 所示。最大电流过冲约为 7mA。

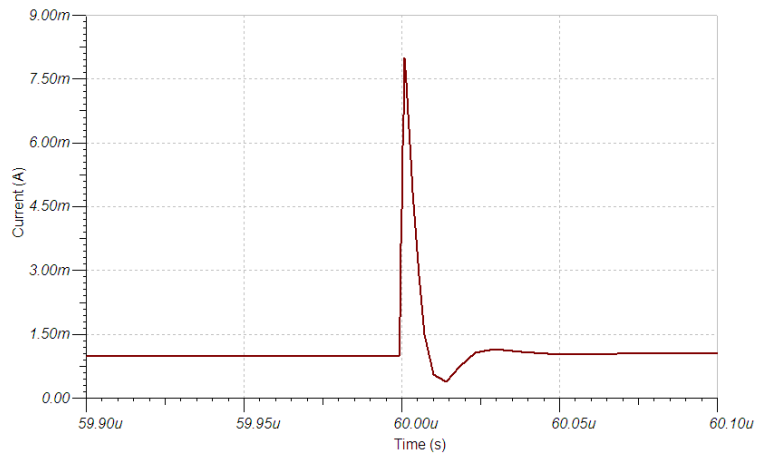


图 1-53 双三极管电流源输入电压方波变化的输出波形图

负载电压有 50K 的正负 5V 的方波输入时的输出电流波形如图 1-54 所示。最大电流过冲约为 7mA。

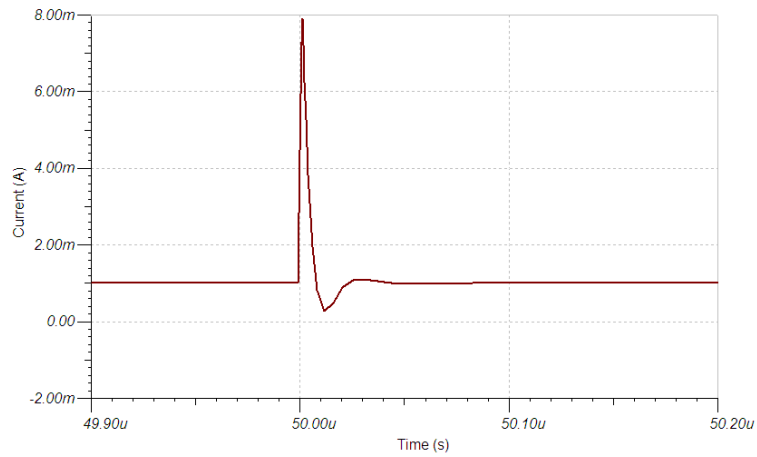


图 1-54 双三极管电流源负载电压方波变化的输出波形图

改变电流源的输出电压，就可以得到类似三极管的 I_c/V_{ce} 的特性曲线输出电流和电压的特性曲线如图 1-55 所示。这个曲线可以用来计算电流源的内阻，约为 18M 左右。

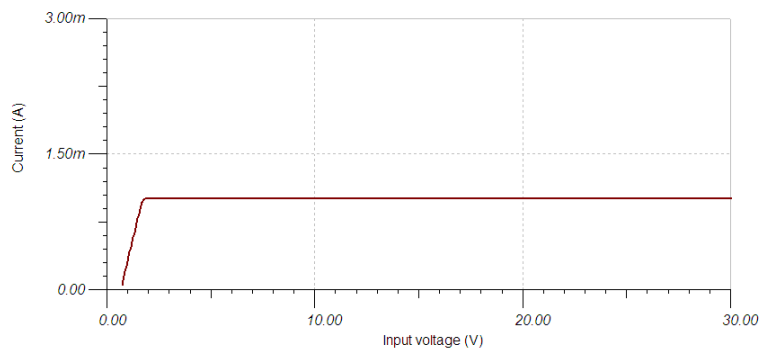


图 1-55 双三极管电流源的电流和电压的特性曲线

计算电流源内阻的小信号电路如图 1-56 所示。有如下电路方程：

$$\left(g_{m1}V_{be1} + \frac{V - V_{be2}}{r_{o1}} + \frac{V_{be1}}{r_{be1}} \right) (R_e // r_{be2}) = V_{be2}$$

$$-\frac{V_{be1} + V_{be2}}{R_s // r_{o2}} - \frac{V_{be1}}{r_{be1}} = g_{m2}V_{be2}$$

$$I = g_{m1}V_{be1} + \frac{V - V_{be2}}{r_{o1}}$$

$$R_o = \frac{V}{I}$$

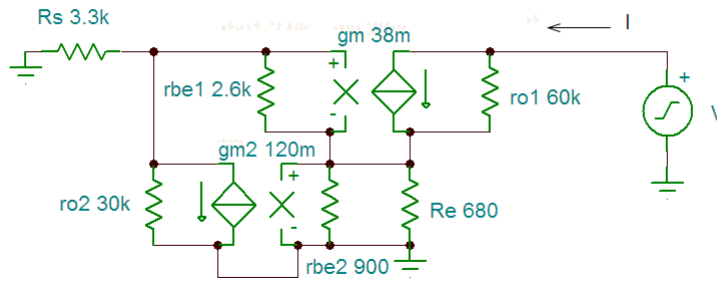


图 1-56 双三极管电流源的内阻计算用的小信号电路

得到:

$$R_o \approx 5.7M\Omega$$

之所以与仿真的结果有差距是因为这里的 β 是按 100 取的，实际的会更大。

开环的高频小信号等效电路如图 1-57 所示。

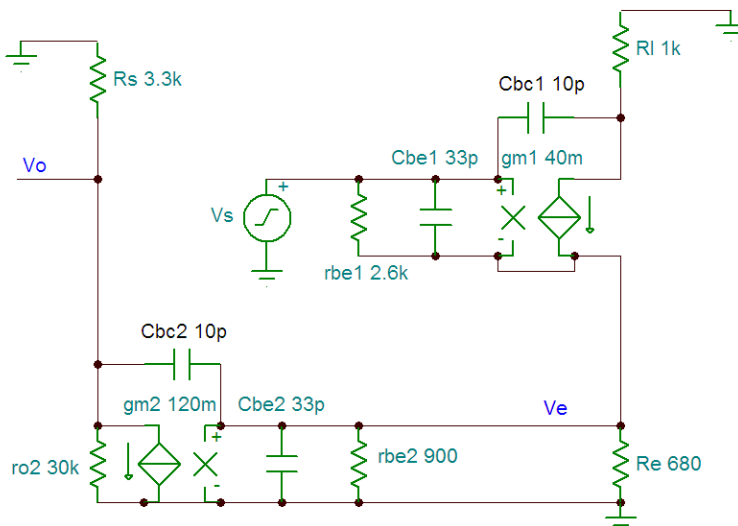


图 1-57 双三极管电流源的高频小信号开环电路

V_o 对于 V_s 的传递函数为:

$$\begin{aligned} & \frac{(r_{be1} \cdot g_{m1} \cdot r_{o2} \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m2} + r_{o2} \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m2} + (C_{bc1} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot g_{m2} \cdot g_{m1} + C_{be} \cdot r_{be1} \cdot g_{m2} - C_{bc2} \\ & \cdot r_{be1} \cdot g_{m1} + C_{bc1} \cdot R_l \cdot g_{m2} - C_{bc2}) \cdot r_{o2} \cdot R_s \cdot R_e \cdot s + (C_{bc1} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot g_{m2} - C_{bc1} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_l \\ & \cdot g_{m1} - C_{bc2} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} - C_{bc1} \cdot C_{bc2} \cdot R_l) \cdot r_{o2} \cdot R_s \cdot R_e \cdot s^2 - C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_s \cdot R_e \cdot \\ & s^3}{(-r_{be1} \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m1} - r_{o2} \cdot r_{be1} \cdot R_e \cdot g_{m1} - R_s \cdot R_e - r_{o2} \cdot R_e - r_{be1} \cdot R_s - r_{o2} \cdot r_{be1} + (-C_{bc1} \cdot r_{be1} \cdot R_l \\ & \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m1} - C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_e \cdot g_{m1} - r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m1} - C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_s \cdot R_e - 2 \cdot C_{b} \\ & e \cdot r_{be1} \cdot R_s \cdot R_e - r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_e - 2 \cdot r_{o2} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} \cdot R_e - r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m2} - C_{bc1} \cdot R_l \\ & \cdot R_s \cdot R_e - C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot R_l \cdot R_e - r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot R_s \cdot R_e - C_{bc1} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_s - C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot r_{be1} \cdot R_l - r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \\ & \cdot R_s) \cdot s + (-C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_s \cdot R_e \cdot g_{m1} - C_{bc1} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_s \cdot R_e - 2 \cdot C_{bc1} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} \\ & \cdot R_l \cdot R_s \cdot R_e - C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_e - 2 \cdot C_{bc1} \cdot r_{o2} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} \cdot R_l \cdot R_e - 2 \cdot r_{o2} \cdot C_{bc2} \cdot C_{be} \cdot r_{be1} \end{aligned}$$

$1 * R_s * R_e - C_{bc1} * r_{o2} * C_{bc2} * r_{be1} * R_l * R_s * R_e * g_{m2} - C_{bc1} * r_{o2} * C_{bc2} * R_l * R_s * R_e - C_{bc1} * r_{o2} * C_{bc2} * r_{be1} * R_l * R_s * R_e * s^2 - 2 * C_{bc1} * r_{o2} * C_{bc2} * C_{be} * r_{be1} * R_l * R_s * R_e * s^3$)

忽略分子的 s 的 3 次项，得到 2 个左半平面零点，频率分别为：

$$f_{z1} \approx \frac{r_{be1} g_{m1} r_{o2} R_s R_e g_{m2} + r_{o2} R_s R_e g_{m2}}{2\pi(C_{bc1} r_{be1} R_l g_{m2} g_{m1} + C_{be} r_{be1} g_{m2} - C_{bc2} r_{be1} g_{m1} + C_{bc1} R_l g_{m2}) r_{o2} R_s R_e}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{(g_{m2} C_{be} \gg g_{m1} C_{bc2})}{\approx} \frac{g_{m1} r_{be1}}{2\pi(g_{m1} r_{be1} R_l C_{bc1} + r_{be1} C_{be})} = \frac{1}{2\pi \left(R_l C_{bc1} + \frac{r_{be1} C_{be}}{\beta} \right)} \\ & \stackrel{(r_{be1} g_{m1} \gg 1)}{\approx} \end{aligned}$$

$$f_{z2} \approx \frac{(C_{bc1} r_{be1} R_l g_{m2} g_{m1} + C_{be} r_{be1} g_{m2} - C_{bc2} r_{be1} g_{m1} + C_{bc1} R_l g_{m2}) r_{o2} R_s R_e}{2\pi(C_{bc1} C_{be} r_{be1} R_l g_{m2} - C_{bc1} C_{bc2} r_{be1} R_l g_{m1} - C_{bc2} C_{be} r_{be1} - C_{bc1} C_{bc2} R_l) r_{o2} R_s R_e}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{(g_{m2} C_{be} \gg g_{m1} C_{bc2})}{\approx} \frac{(C_{bc1} r_{be1} R_l g_{m2} g_{m1} + C_{be} r_{be1} g_{m2})}{2\pi(C_{bc1} C_{be} r_{be1} R_l g_{m2} - C_{bc1} C_{bc2} r_{be1} R_l g_{m1} - C_{bc2} C_{be} r_{be1})} \\ & \stackrel{(r_{be1} g_{m1} \gg 1)}{\approx} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{(C_{bc1} \approx C_{bc2})}{\approx} \frac{(C_{bc1} R_l g_{m2} g_{m1} + C_{be} g_{m2})}{2\pi(C_{bc1} C_{be} R_l g_{m2} - C_{bc1} C_{bc2} R_l g_{m1})} \stackrel{(g_{m1} R_l C_{bc1} \gg C_{be})}{\approx} \frac{1}{2\pi \left(\frac{C_{be}}{g_{m1}} - \frac{C_{bc2}}{g_{m2}} \right)} \\ & \stackrel{(R_l g_{m2} \gg 1)}{\approx} \end{aligned}$$

低频极点频率为：

$$\begin{aligned} f_{p1} & \approx \frac{r_{be1} R_s R_e g_{m1} + r_{o2} r_{be1} R_e g_{m1}}{2\pi(C_{bc1} r_{be1} R_l R_s R_e g_{m1} + C_{bc1} r_{o2} r_{be1} R_l R_e g_{m1} + r_{o2} C_{bc2} r_{be1} R_s R_e g_{m1} + r_{o2} C_{bc2} r_{be1} R_s R_e g_{m2})} \\ & = \frac{1}{2\pi \left(R_l C_{bc1} + \frac{(g_{m1} + g_{m2})}{g_{m1}} (r_{o2} // R_s) C_{bc2} \right)} \end{aligned}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{(C_{bc1}r_{be1}R_lR_sR_e g_{m1} + C_{bc1}r_{o2}r_{be1}R_lR_e g_{m1} + r_{o2}C_{bc2}r_{be1}R_sR_e g_{m1} + r_{o2}C_{bc2}r_{be1}R_sR_e g_{m2})}{2\pi(g_{m1} + g_{m2})C_{bc1}r_{o2}C_{bc2}r_{be1}R_lR_sR_e}$$

$$= \frac{1}{2\pi \frac{(g_{m1} + g_{m2})}{g_{m1}}(r_{o2} // R_s)C_{bc2}} + \frac{1}{2\pi R_l C_{bc1}}$$

超高频极点频率为：

$$f_{p3} \approx \frac{(g_{m1} + g_{m2})C_{bc1}r_{o2}C_{bc2}r_{be1}R_lR_sR_e}{2\pi(2C_{bc1}r_{o2}C_{bc2}C_{be}r_{be1}R_lR_sR_e)}$$

$$= \frac{1}{2\pi \left(\frac{2C_{be}}{g_{m1} + g_{m2}} \right)}$$

这里的 f_{p3} 和 f_{z2} 可以近似抵消，数值上较为接近。而 f_{z1} 和 f_{p2} 数值上比较接近， f_{p1} 可以成为主导极点。最坏的情况是 f_{z1} 和 f_{p2} 的频率相差很多，而导致穿越频率处不是-20db/10倍频的斜率，而这可以通过加大 C_{bc1} 而使得这 2 者的频率接近。如果 R_l 足够大，也可以达到这个效果。低频放大倍数为：

$$A_o = -\frac{r_{be1}g_{m1}r_{o2}R_sR_e g_{m2} + r_{o2}R_sR_e g_{m2}}{r_{be1}R_sR_e g_{m1} + r_{o2}r_{be1}R_e g_{m1}} \approx -g_{m2}(r_{o2} // R_s)$$

1.3.3 威尔逊电流源

图 1-57 威尔逊电流镜像电流源电路。可以看出与上一节的双三极管电流源没有本质区别。无非就是把电阻换成了一个二极管，也就是说威尔逊电流源的电流源内阻会比双三极管的小不少。

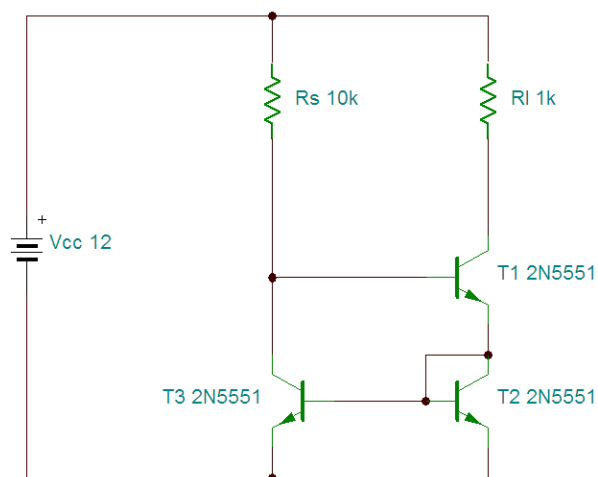


图 1-57 威尔逊电流源电路

威尔逊电流源在负载有 50K 的正负 5V 方波扰动的情形下，波形图如图 1-58 所示。稳定性比双三极管的电流源好。这是因为从负反馈的角度看，开环放大倍数要小，所以反倒更稳定。

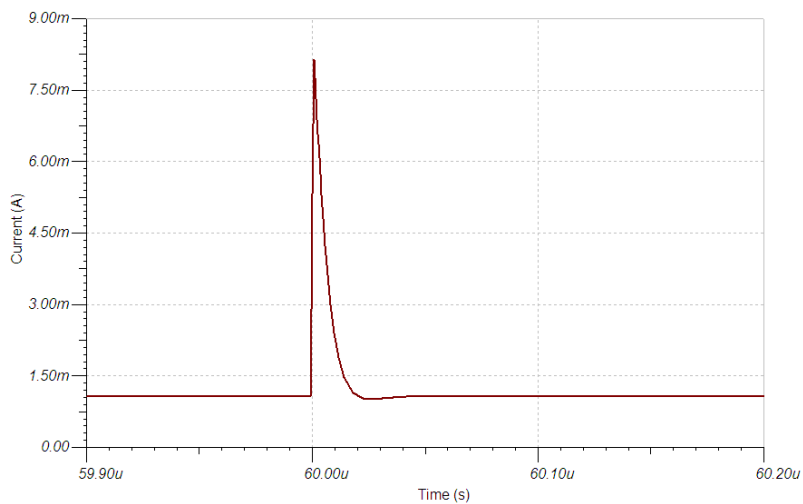


图 1-58 威尔逊电流源的方波负载扰动波形图

电流源内阻计算用的小信号电路如图 1-59 所示。有如下电路方程：

$$\left(g_{m1}V_{be1} + \frac{V - V_{be2}}{r_{o1}} + \frac{V_{be1}}{r_{be1}} - g_{m1}V_{be2} - \frac{V_{be2}}{r_{o3}} \right) (r_{be3} // r_{be2}) = V_{be2}$$

$$-\frac{V_{be1} + V_{be2}}{R_s // r_{o2}} - \frac{V_{be1}}{r_{be1}} = g_{m2}V_{be2}$$

$$I = g_{m1}V_{be1} + \frac{V - V_{be2}}{r_{o1}}$$

$$R_o = \frac{V}{I}$$

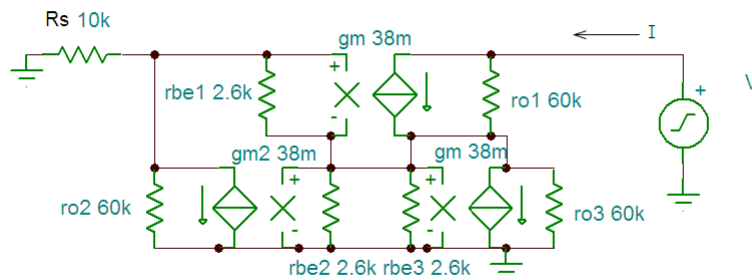


图 1-59 威尔逊电流源的内阻计算用的小信号电路

得到：

$$R_o \approx 2.6M\Omega$$

威尔逊电流镜像源的闭环频率特性波特图如图 1-60 所示。可以看出几乎没有波峰，就是说闭环响应还是很稳定的。这通过负载方波扰动波形图也能看得出。

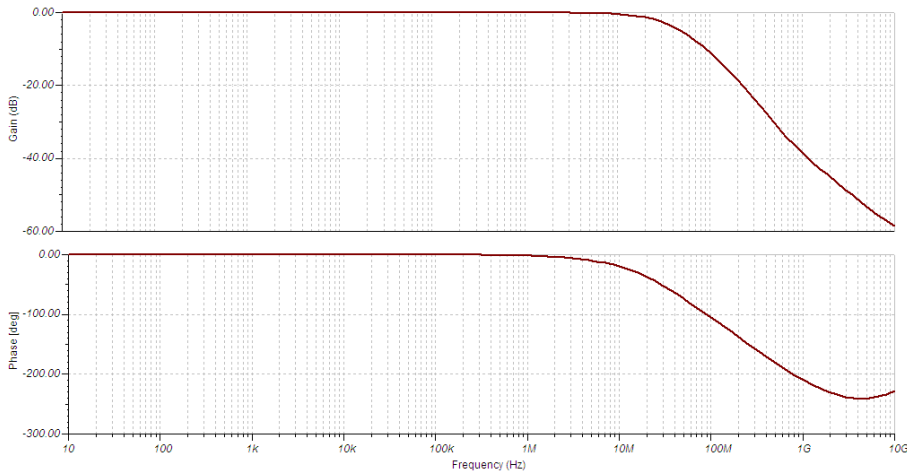


图 1-60 威尔逊电流源的频率特性波特图

毫无疑问，威尔逊电流源既可以作为电流镜像源，也可以作为独立的电流源，与双三极管的独立电流源是一样的，但稳定性更好一些。

1.3.4 双三极管电流镜像源

图 1-61 所示电路为双三极管的电流镜像源电路。与上第一节的不同在于这里实现的是电流的镜像功能。T3 的作用可以使得 T2 工作在放大状态，可以取得更好的电流镜像效果。

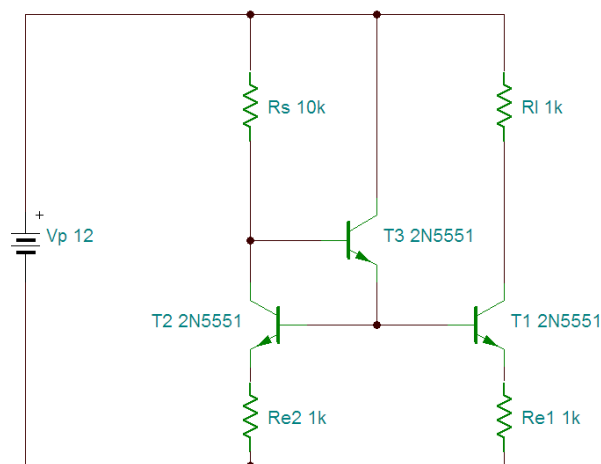


图 1-61 双三极管的电流镜像源电路

负载有 50K 的正负 5V 方波扰动的情形下，波形图如图 1-62 所示。稳定性比双三极管的电流源好。这是因为从负反馈的角度看，开环放大倍数要小，所以反倒更稳定。而且同样的负载扰动，过冲还要小一些。

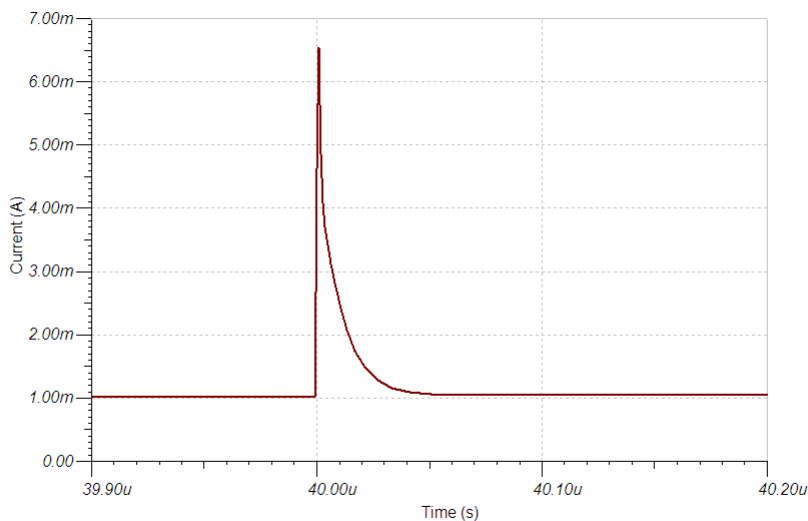


图 1-62 双三极管的电流镜像源负载方波扰动波形图

需要说明的就是，电流镜像源也是可以作为独立电流源使用的。虽然是电流镜像，但其实对于镜像的精度要求其实并不高，镜像源一般是作为差动放大电路中的有源负载的，更强调的是电流源的内阻，而不是精度。但是镜像的精度其实也不低，通常至少能达到电流放大

倍数的倒数或更高以至于高很多。其实两个发射极电阻的使用，不仅提高了内阻，而且更重要的就是提高了精度。如图 1-63 所示。可以看出在 6mA 以内，输出电流可以精确跟踪输入而几乎没有误差。

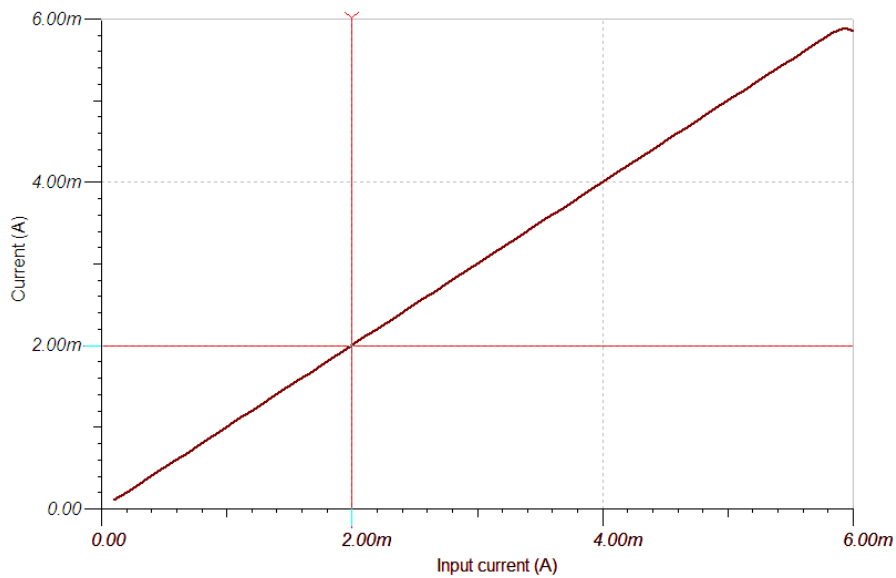


图 1-63 双三极管的电流镜像源输入和输出电流传输特性

测量输出电阻的电流电压特性曲线如图 1-64 所示。其中内阻约为 2.3M。

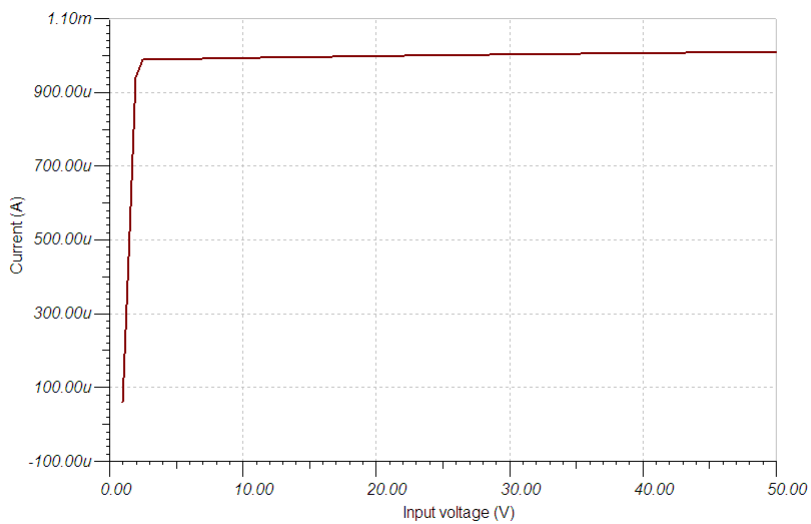


图 1-64 双三极管的电流镜像源输出电压电路特性曲线

闭环频率特性波特图如图 1-65 所示。带宽 10M 左右，基本没有波峰，还是比较稳定的。

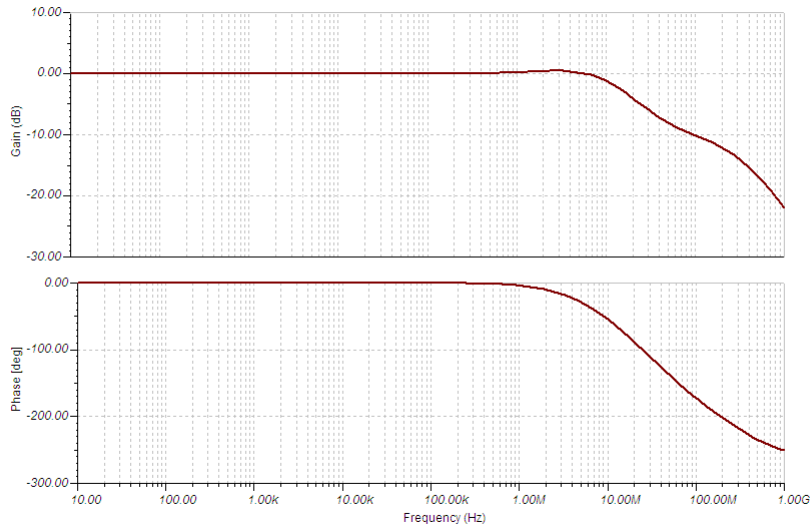


图 1-65 双三极管的电流镜像源闭环频率特性波特图

理论计算电流源内阻 R_o 的公式为：

$$R_o = (R_e // r_{be}) + [1 + g_m(R_e // r_{be})]r_o$$

其中 r_o 为三极管在 1mA 的内阻，约为 60k。 g_m 为 0.038s 左右， r_{be} 约为 2.6k， R_e 为 1k。得到 R_o 为：

$$R_o \approx 1.7M\Omega$$

如果使用图 1-66 所示电路，电流源内阻还可以大幅度提高。因为这意味着 R_e 为三极管在 1mA 的电流源内阻，约为 60k，如果 β 为 200，那么就是 12M。仿真结果表明，这个电流源的内阻为 14M 左右。

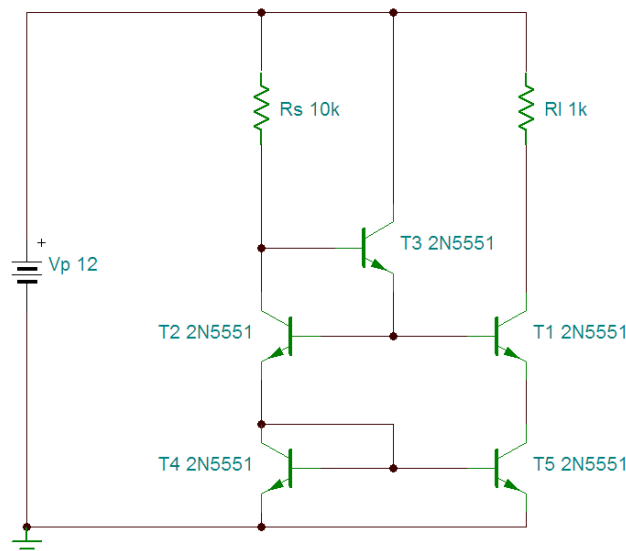


图 1-66 双三极管的电流镜像源的高内阻型电路

1.3.5 魏德勒电流源

图 1-67 所示电路为魏德勒电路，可以作为小电流的电流源。图中电路可以产生 100 μ A 的电流。

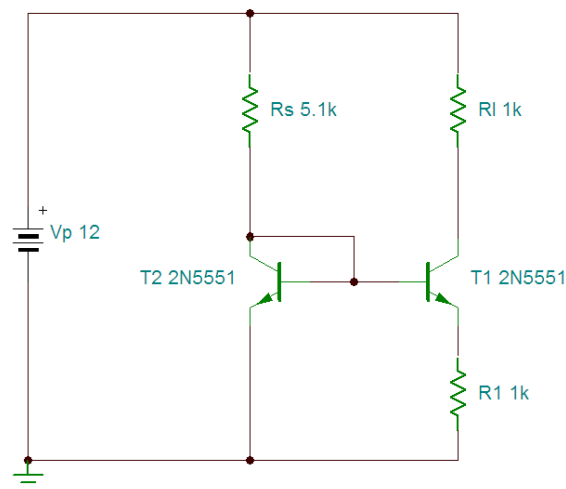


图 1-67 魏德勒电流源电路

当输入电压变化时，直流传输特性如图 1-68 所示。其中 10V 的输入电压变化导致的电流源电流变化为 23 μ A 左右，所以相当于 2.3 μ A/V 的变化率。

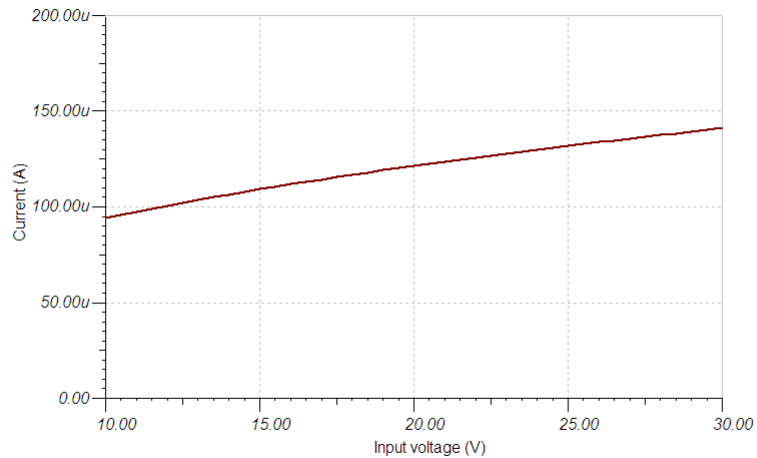


图 1-68 魏德勒电流源输入电压和输出电流的传输特性

输出电压和电流的传输特性曲线如图 1-69 所示。电流源内阻约为 3.85M Ω 。

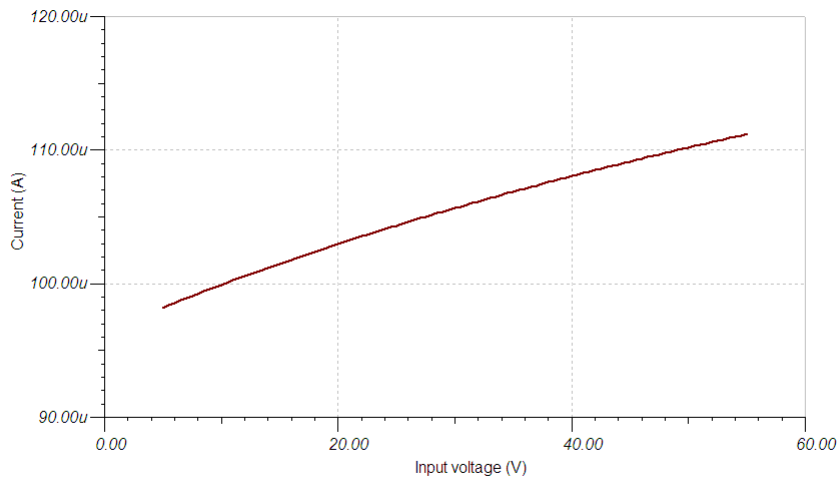


图 1-69 魏德勒电流源输入电压和输出电流的传输特性

从-50 到 100 度的温度特性传输曲线如图 1-70 所示。其中 150 度的温度变化范围，电流变化了约 40uA，温度系数为 40/150，约为 0.27uA/°C。

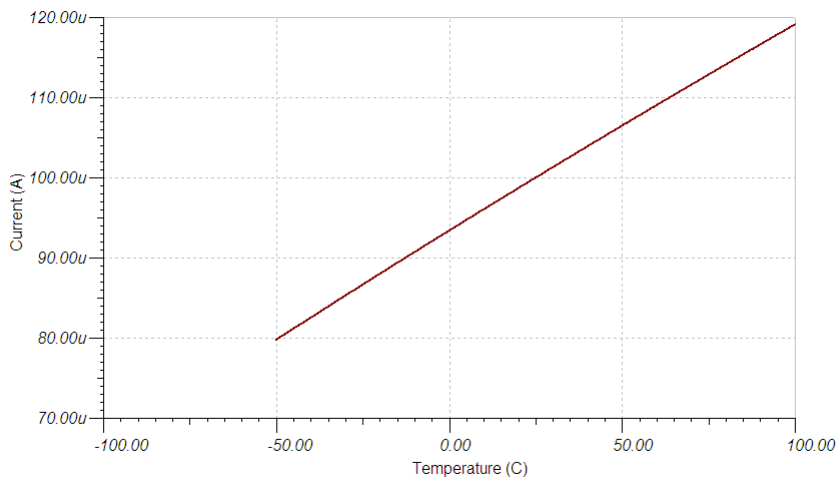


图 1-70 魏德勒电流源温度特性

负载在 50K 的正负 5V 方波作用下的波形图如图 1-71 所示。

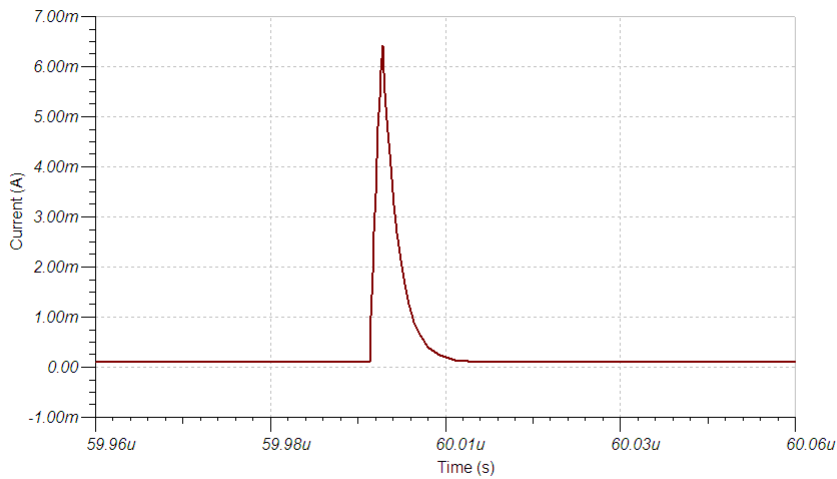


图 1-71 魏德勒电流源负载在方波扰动作用下的输出波形图

1.4 偏置电路

放大电路会用到偏置电路来提供偏置电压或电流，例如电流源有源负载的放大电路的负载是电流镜像源，这个负载电流是多大需要一个电压或电流的基准来提供。通常并非需要这些电压或电流的基准非常精确，一般是通过二极管导通电压或三极管和 MOSFET 的特性实现。

1.4.1 电压偏置电路

偏置电压可以利用二极管导通的约 0.7V 左右电压实现，例如一个电阻和一个二极管就可以实现一个基本固定的偏置电压。但显然，如果使用电流源为二极管提供偏置电流，那么电压的精度会更高，因为这可以实现更高的电源抑制比。虽然使用较大阻值的电阻也可以，但是为了让二极管有足够大的电流通过，以使得二极管的导通电压变化更小，还是电流源最为合适。如图 1-76 所示。

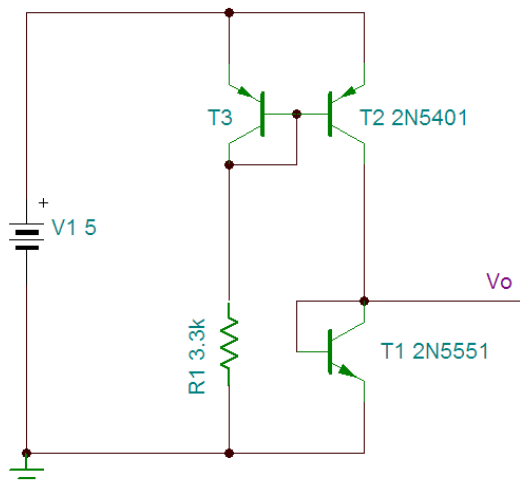


图 1-76 二极管偏置电压电路图

即使用电流源也依然存在第一个电流源基准从何而来的问题。如果电流源依然用电阻作为偏置的话，难免不受到电源电压波动的影响，从而影响电流的精度。所以最好的方法还是用电流源，但这个电流源不应该对于电源电压的波动敏感。那么，较好的选择就是使用魏德勒电流源，但其电流源的电流一般不会太大，要想得到更大的电流，使用双三极管的电压并联负反馈的电流源电路是个不错的选择，但其依然会受到电源电压的影响。

使用 FET 结型场效应管作为电流源也是个很好的选择，可以作为第一个电流源，也就是电流的基准使用。有了一个电流基准就可以很容易地实现各种电流源或电流镜像源抑制于电压源。如图 1-77 所示。其中源极接电阻是为了提高电流源的输出电阻。这个电阻可以形成负反馈作用，从而令电流趋于恒定不变。当电流增大的时候，源极电压就会增大，这导致 FET 的源极电流减小，所以负反馈作用可以令电流几乎不会变化。

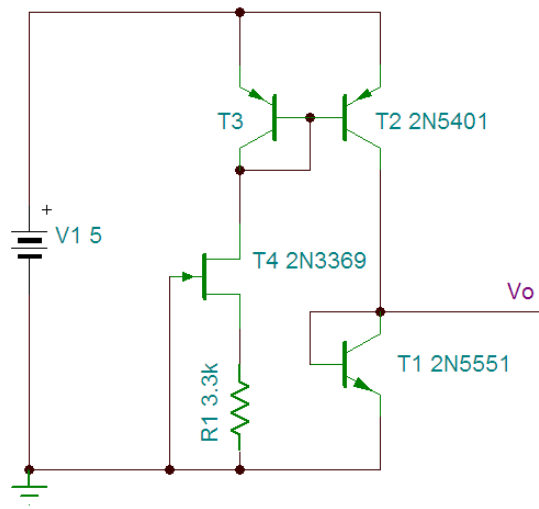


图 1-77 使用 FET 电流源的二极管偏置电压电路图

使用 FET 电流源和电阻的直流扫描结果如图 1-78 所示，其中的电压为从 1~22V。可以看出，使用电流源的输出电压在 21V 的电压变化范围内变化远小于使用电阻的。

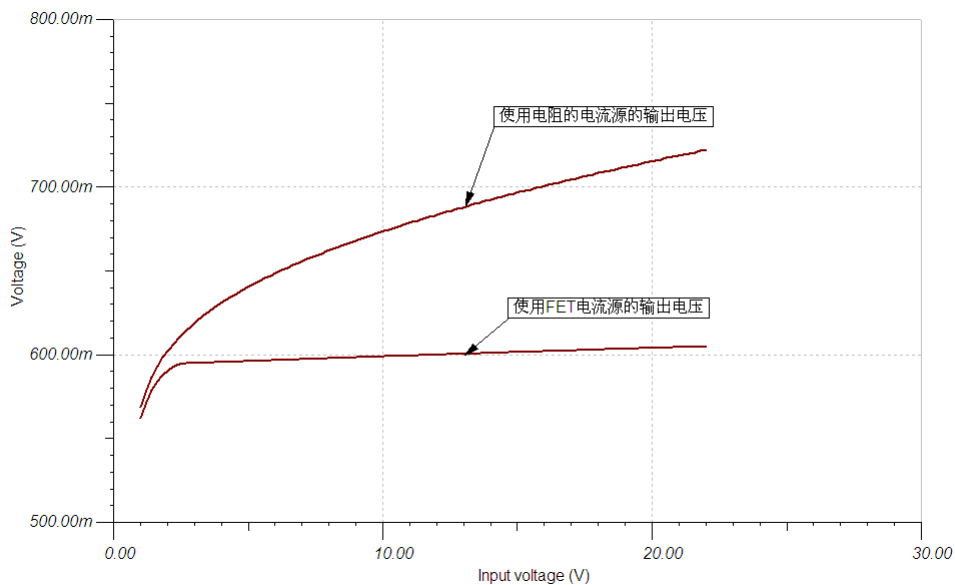


图 1-77 使用 FET 电流源和电阻的二极管偏置电压电路电源电压变化的直流传输特性

图 1-78 所示电路可以更大幅度提高输出电压的精度。其中使用了 2 个三极管，T5 工作在饱和状态，相当于一个电阻。如果输出电压变化，那么电阻的电压变化方向相反，起到了负反馈的作用，可以使得输出电压相当稳定。

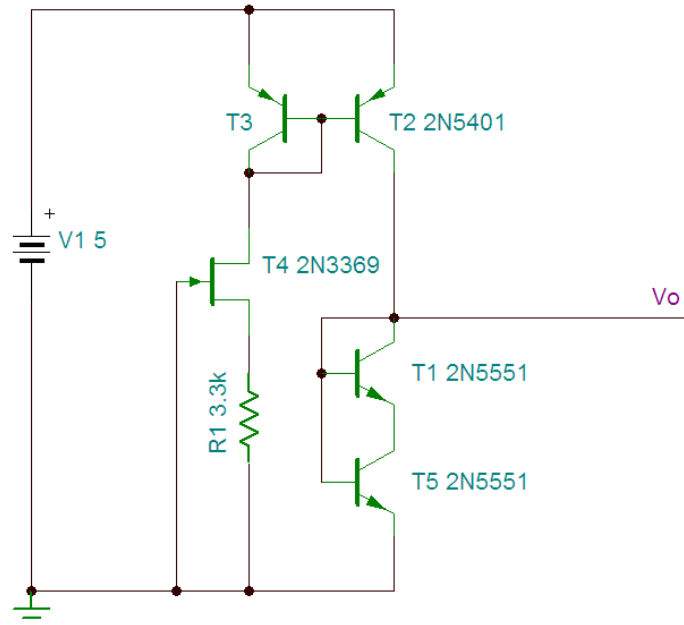


图 1-78 使用 FET 电流源的双三极管偏置电压电路

使用双三极管的电压基准电路的输入电压变化直流传输特性如图 1-79 所示，与单三极管的相比，显然在 21V 的电压变化范围内，输出电压变化更小，就是说电源抑制比 PSRR 更高。

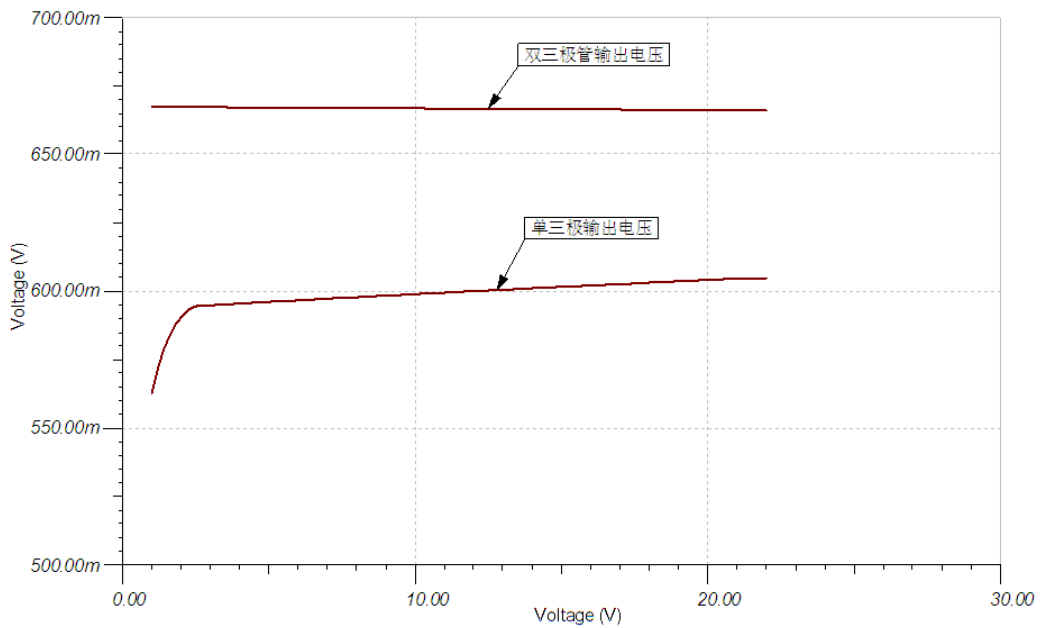


图 1-79 使用 FET 电流源双三极管和单三极管偏置电压电路电源电压变化的直流传输特性

当负载电阻从 1K~11K 变化的情况下，输出电压如图 1-80 所示。可以看出，当负载电阻在 3K 以上的时候，输出电压就几乎不随负载变化而变化了。

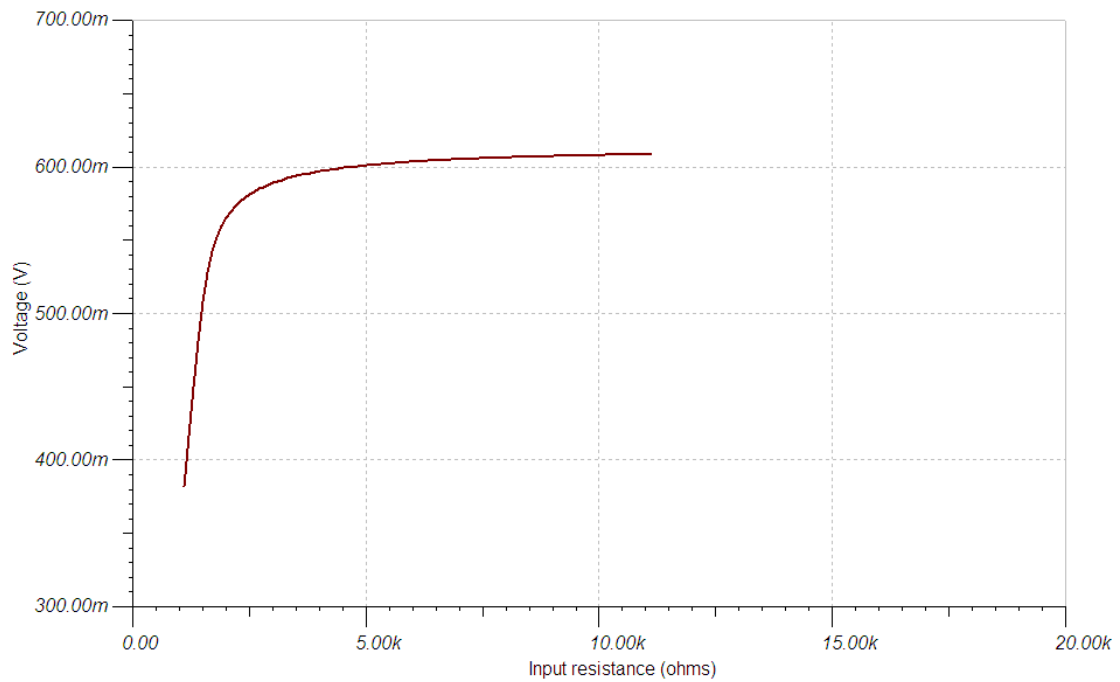


图 1-80 使用 FET 电流源双三极管偏置电压电路负载电阻变化的直流传输特性

1.4.2 电流偏置电路

电路实现了第一个电流源之后，就可以产生其他电流源或电流镜像电路。如图 1-81 所示。

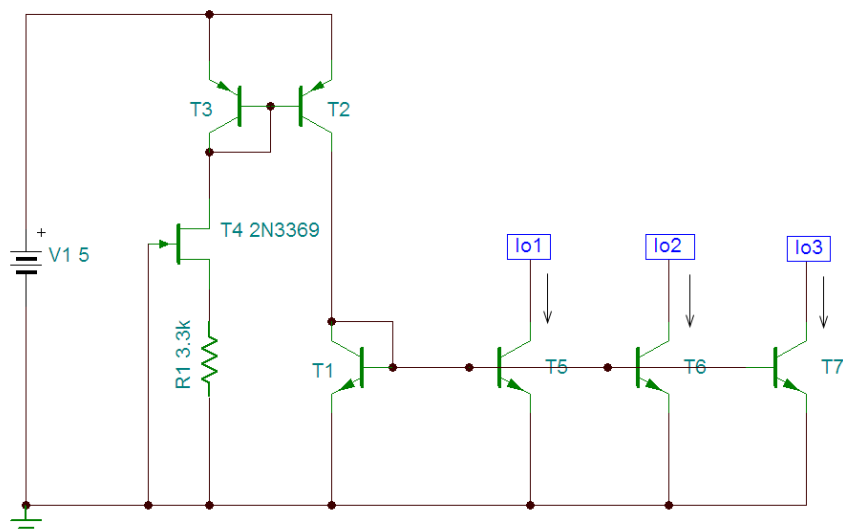


图 1-81 电流镜像电路图

高内阻型的电流镜像如图 1-82 所示。这是共射-共基极的电流镜像源电路，内阻可以提高电流放大倍数。

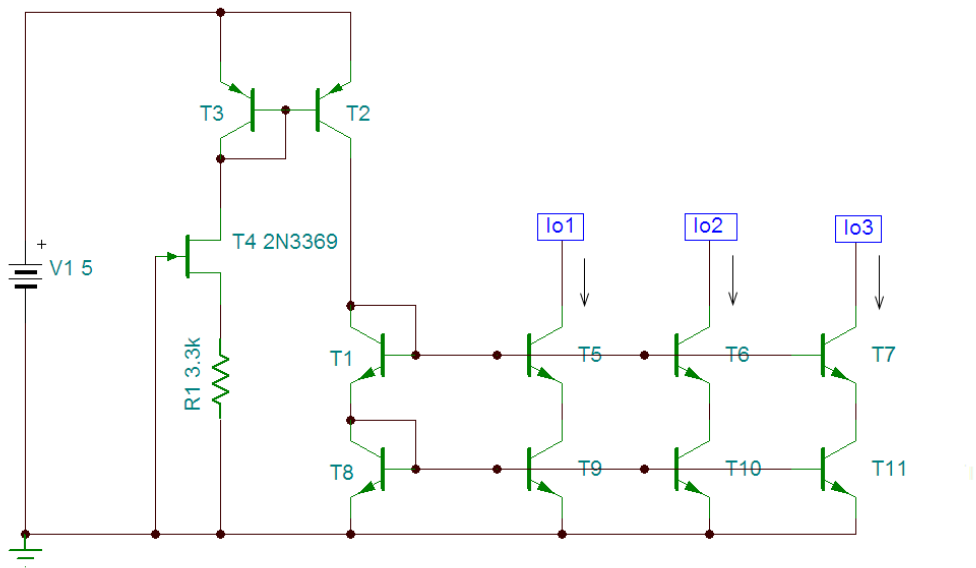


图 1-82 高内阻的电流镜像电路图

高内阻大摆动范围的电流镜像源电路如图 1-83 所示。T8~T11 因为基极电压很高，但集电极电压很低，所以处于饱和状态，相当于电阻。可以提高电流源的内阻，同时因为这些三极管的集电极电压低，所以可以提高输出负载电压的更大摆动范围。

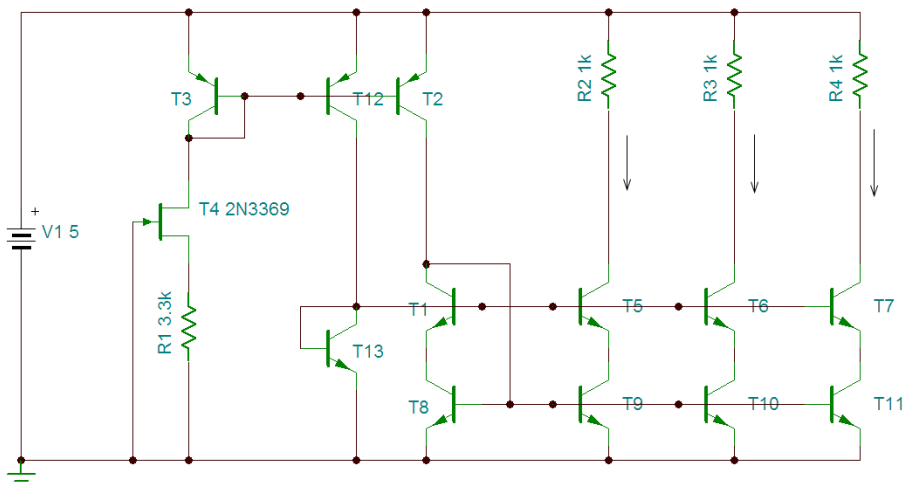


图 1-83 高内阻大摆动范围的电流镜像电路图

第二章 频率补偿设计

本章讨论反馈电路高频小信号开环特性的频率补偿方法。内容包括，一阶电路的开环和闭环特性，二阶电路的频率补偿原理和方法以及常用的补偿环节及其设计实例，最后还会讨论多级放大电路的频率补偿设计。

2.1 一阶电路开环和闭环特性及补偿

一阶电路的开环传递函数为 $\frac{K}{Ts+1}$ ，其中 K 为放大倍数， T 为时间常数。负反馈框图如图 2-1 所示， $\frac{1}{F}$ 代表反馈系数，是一个正实数， F 表示闭环放大倍数。

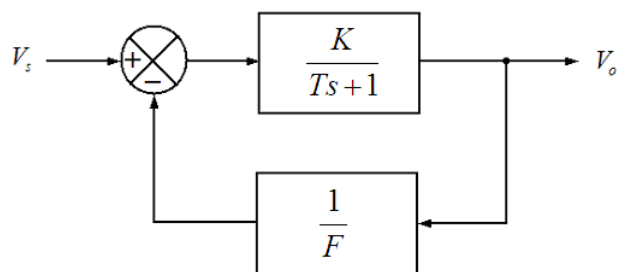


图 2-1 一阶电路的负反馈框图

闭环传递函数为 $W(s)$ ：

$$W(s) = \frac{\frac{K}{Ts+1}}{1 + \frac{1}{F} \frac{K}{Ts+1}} = \frac{K}{Ts + (1 + \frac{K}{F})} = \frac{1}{\frac{T}{K}s + \frac{1}{K} + \frac{1}{F}}$$

如果 $F=1$ ， K 非常大，那么得到：

$$W(s) \approx \frac{1}{\frac{T}{K}s + 1}$$

这就意味着单位增益的时候，带宽增大了 K 倍。如果是运算放大器，那么开环放大倍数 K 非常大，电压跟随器输出的时候，带宽增大了 K 倍。

如果 F 不是 1，而是大于 1 的数值的时候，得到：

$$W(s) \approx \frac{1}{\frac{T}{K}s + \frac{1}{F}} = \frac{F}{\frac{F}{K}s + 1}$$

这就是说，放大倍数为 F ，但带宽为增大了 K/F 倍。

由于一阶电路的输出是指数规律变化的单调上升并稳定的过程，不存在振荡和过冲，所以总是稳定的。如果将 s 用 $j\omega$ 替代，就变成频率特性，波特图如图 2-2 所示。

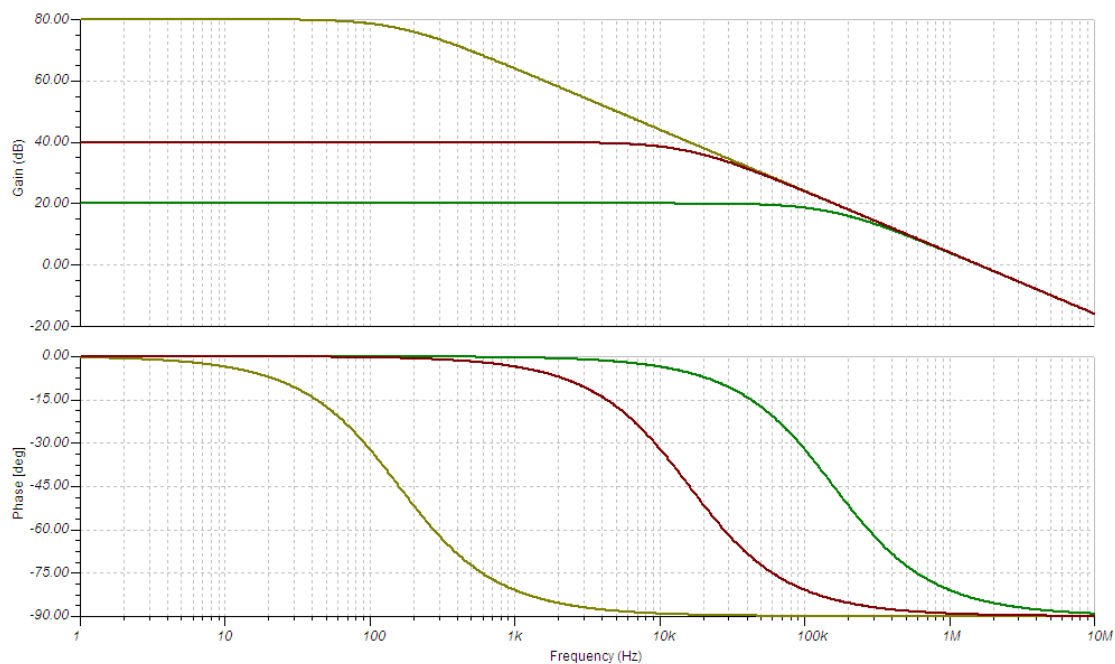


图 2-2 一阶电路频率特性波特图

可以看出一阶电路的特点就是，0db 的穿越频率就闭环放大倍数为 1 的带宽，并且穿越的斜率为-20db/10 倍频率，此时的相位裕量为 90 度。所以，想把一个高阶电路的开环传递函数校正为一阶的，只能是零点和极点的抵消，但通常这是做不到的。一个实际电路的开环传递函数 $W_o(s)$ 是这样的：

$$W_o(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$$

$$(n - m = 1)$$

看一个开环传递函数，不是看分母的绝对次数，而是看分母的次数与分子次数的差值，这里 $n-m=1$ ，那么阶数就是 1 阶。当然，这是笔者在本书中的定义。虽然存在 n 个极点和 m 个零点，如果 $z_1=p_2$, $z_2=p_3$ 等等，以此类推，那么就是零点和极点互相抵消了，从而变成了一个开环为一阶的 1 阶电路，其闭环是稳定的。

但现实的电路无法做到零点和极点的精确抵消，但只要近似抵消，也就是说一对零点和极点，如果频率接近，那么就可以认为是抵消了。此时，与纯一阶开环电路是非常接近的。对于一阶电路来说，如图 2-3 所示。

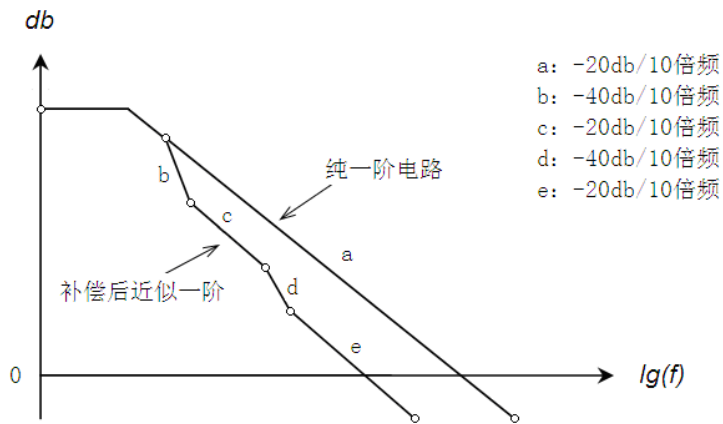


图 2-3 补偿后的一阶电路和一阶电路频率特性示意波特图

补偿后的曲线与纯一阶的距离越近，则闭环的稳定效果就越接近纯一阶的，例如近似单调而没有什么振荡的过冲很小的阶跃响应。此时可以保证接近 90 度的相位余量。显然，如果 d 线段也是 -20db/10 倍频的斜率，那么就肯定更加接近纯一阶，从而有更好的稳定响应输出。

因为纯一阶的穿越频率代表了带宽，也就是响应速度，所以，近似的补偿后的一阶电路，也是穿越频率近似代表带宽和响应速度的，穿越频率越高，响应速度越快。

需要注意的另一个事实就是，如果闭环放大倍数 F 较大，那么相当于 0db 的横轴上升了 $20\lg(F)$ ，此时的穿越可能是 -40db/10 倍频，如果相位裕量过小，那么振荡会不小。从小信号的角度看，不会发散振荡，也不会自激振荡，但是受制于电源电压限制，可能出现“自激振荡”的假象，因为不是相位裕量为 0 并且增益为 1，所以不可能发生真正的自激振荡。这里的原因就是，大信号和小信号的区别了，小信号不振荡，是线性电路的特点，但一个不振荡的线性小信号电路，在受制于电源电压的制约后，就变成了非线性电路，出现的“自激振荡”假象，是可能的。但自激振荡的概念依然是线性小信号电路的概念，用于使用了电源的非线性电路中并非合适。

本节首先讨论一阶电路的开环频率特性，之后讨论各种条件下的闭环特性，以及穿越频率和相位裕量与时域的参与对应关系。

2.1.1 一阶电路开环频率特性

下面讨论开环传递函数是这样形式的 ($W_o(s)$ 表示开环传递函数， K 为开环放大倍数，零点为 z_1 ，极点分别为 p_1 和 p_2):

$$W_o(s) = K \frac{(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)}$$

因为有一个零点和 2 个极点，只要保证 -20db/10 倍频的穿越 0db 横轴，那么就可以认为零点和其中的一个极点，近似抵消了，当然如果零点和其中一个极点频率非常接近，当然就是更好的抵消了。

$W_o(s)$ 频率特性的计算，需要令 $s = j\omega$ ，得到：

$$W_o(j\omega) = K \frac{(j\omega + z_1)}{(j\omega + p_1)(j\omega + p_2)} = K \frac{(j\omega + z_1)}{j\omega(p_1 + p_2) + p_1 p_2 - \omega^2}$$

取模得到幅频特性:

$$|W_o(j\omega)| = \frac{K\sqrt{\omega^2 + z_1^2}}{\sqrt{\omega^2 + p_1^2} \times \sqrt{\omega^2 + p_2^2}}$$

对数幅值为:

$$20\lg|W_o(j\omega)| = 20\lg K\sqrt{\omega^2 + z_1^2} - 20\lg\sqrt{\omega^2 + p_1^2} - 20\lg\sqrt{\omega^2 + p_2^2}$$

令 $20\lg|W_o(j\omega)|=0$, 就可以得到穿越频率 ω_c , 即:

$$K^2\omega^2 + K^2z_1^2 = (\omega^2 + p_1^2)(\omega^2 + p_2^2)$$

整理后得到:

$$\begin{aligned} K^2\omega^2 + K^2z_1^2 &= \omega^4 + (p_1^2 + p_2^2)\omega^2 + p_1^2 p_2^2 \\ \omega^4 + [(p_1^2 + p_2^2) - K^2]\omega^2 + (p_1^2 p_2^2 - K^2 z_1^2) &= 0 \end{aligned}$$

即:

$$\omega^2 = \frac{-(p_1^2 + p_2^2 - K^2) + \sqrt{(p_1^2 + p_2^2 - K^2)^2 - 4[(p_1 p_2)^2 - K^2 z_1^2]}}{2}$$

穿越频率为:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{-(p_1^2 + p_2^2 - K^2) + \sqrt{(p_1^2 + p_2^2 - K^2)^2 - 4[(p_1 p_2)^2 - K^2 z_1^2]}}{2}} \quad (2-1)$$

穿越频率处的相角为:

$$\phi = \arctan\left(\frac{\omega_c}{z_1}\right) - \arctan\left[\frac{\omega_c(p_1 + p_2)}{p_1 p_2 - \omega_c^2}\right]$$

相位裕量为:

$$\begin{aligned} \phi_m &= \arctan\left(\frac{\omega_c}{z_1}\right) - \arctan\left[\frac{\omega_c(p_1 + p_2)}{p_1 p_2 - \omega_c^2}\right] - (-180) \\ &= 180 + \arctan\left(\frac{\omega_c}{z_1}\right) - \arctan\left[\frac{\omega_c(p_1 + p_2)}{p_1 p_2 - \omega_c^2}\right] \end{aligned} \quad (2-2)$$

因为穿越频率 $\omega_c > z_1$, 所以零点总是提升相位裕量的, 并且还是至少提升 45 度。而极点则总是降低相位裕量的。如果设:

$$z_1' = \frac{z_1}{\omega_c}$$

$$p_1' = \frac{p_1}{\omega_c}$$

$$p_2' = \frac{p_2}{\omega_c}$$

则频率对于穿越频率进行归一化，得到相位裕量为：

$$\phi_m = 180 + \arctan\left(\frac{1}{z_1'}\right) - \arctan\left(\frac{p_1' + p_2'}{p_1' p_2' - 1}\right)$$

因为 $z_1' < 1, p_1' < 1, p_2' < 1$ ，所以 $\arctan\left(\frac{p_1' + p_2'}{p_1' p_2' - 1}\right)$ 大于 90 度，而 $\arctan\left(\frac{1}{z_1'}\right)$ 大于 45 度，

所以，即使按最坏情况 $\arctan\left(\frac{p_1' + p_2'}{p_1' p_2' - 1}\right) = 180$ 度考虑，最小的相位裕量也是大于 45 度的，

然而现实情形就是相位裕量比 45 度大不少。

下面给出一个仿真实例。首先，将频率单位的 $Wof(s)$ 转换为弧度单位（其中 K_f 为频率方式的放大倍数）：

$$\begin{aligned} W_{of}(s) &= K_f \frac{\left(\frac{s}{f_{z1}} + 1\right)}{\left(\frac{s}{f_{p1}} + 1\right)\left(\frac{s}{f_{p2}} + 1\right)} \Rightarrow \text{将频率变换为弧度} \\ &\Rightarrow K_f \frac{\left(\frac{s}{2\pi f_{z1}} + 1\right)}{\left(\frac{s}{2\pi f_{p1}} + 1\right)\left(\frac{s}{2\pi f_{p2}} + 1\right)} = \frac{2\pi K_f f_{p1} f_{p2}}{f_{z1}} \frac{(s + 2\pi f_{z1})}{(s + 2\pi f_{p1})(s + 2\pi f_{p2})} \\ &= K \frac{(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} \\ &\left(K \text{ 为转换为弧度的放大倍数} = \frac{2\pi K_f f_{p1} f_{p2}}{f_{z1}} \right) \end{aligned}$$

取 $K = 10^5, f_{z1} = 3000\text{hz}, f_{p1} = 100\text{hz}, f_{p2} = 1000\text{hz}$ ，则有：

$$z_1 = 2\pi f_{z1} \approx 6.28 \times 3000 \text{ rad/s}$$

$$p_1 = 2\pi f_{p1} \approx 628 \text{ rad/s}$$

$$p_2 = 2\pi f_{p2} \approx 6280 \text{ rad/s}$$

$$K = \frac{2\pi K_f f_{p1} f_{p2}}{f_{z1}} \approx \frac{6.28 \times 10^5 \times 100 \times 1000}{3000}$$

使用 Excel 的 VBA 计算的程序如下：

```

Dim p1 As Double
Dim p2 As Double
Dim z1 As Double
Dim K As Double
Dim wc As Double
Dim phi As Double
Dim pi As Double
Dim fp1 As Double
Dim fp2 As Double
Dim fp3 As Double
Dim temp1 As Double
Dim temp2 As Double
Dim temp3 As Double

Private Sub 计算_Click()
    pi = 3.1415926

    fp1 = 100
    fp2 = 1000
    fz1 = 3000
    K = 100000

    p1 = fp1 * 2 * pi
    p2 = fp2 * 2 * pi
    z1 = fz1 * 2 * pi
    K = 2 * pi * fp1 * fp2 * K / fz1

    temp1 = K * K - p1 * p1 - p2 * p2
    temp2 = temp1 * temp1
    temp3 = -4 * (p1 * p2 * p1 * p2 - K * K * z1 * z1)

    wc = Sqr((temp1 + Sqr(temp2 + temp3)) / 2)
    Label1.Caption = wc / 2 / pi / 1000

```

```

    phi = 180 + (Atn(wc / z1) - pi - Atn(wc * (p1 + p2) / (p1 * p2 - wc * wc)))
    / pi * 180
    Label2.Caption = phi
End Sub

```

得到穿越频率 ω_c 约为 3333Khz，相位裕量约 90 度。

未补偿开环双极点电压跟随器电路如图 2-4 所示。其中的 VCVS 为电压控制电压源。VCVS 放大倍数为 100k，其他放大倍数为 1。

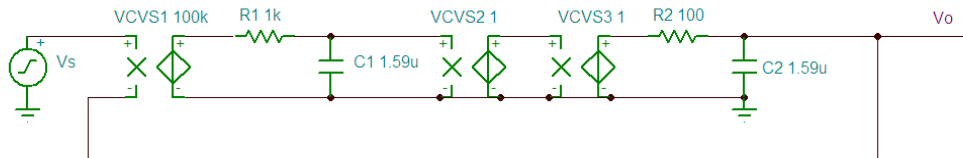


图 2-4 双极点电压跟随器方式电路（未补偿）

开环频率特性波特图如图 2-5 所示。其中 100db 表示开环放大倍数为 100k。两个极点频率分别为 100 和 1000hz。穿越频率为 100k，也就是单位增益带宽，此时的相位裕量几乎为 0，所以是振荡的，但未必就是自激振荡，因为即使相位裕量位为 0.1 度，也不会自激振荡的。想自激振荡也不是件容易的事。

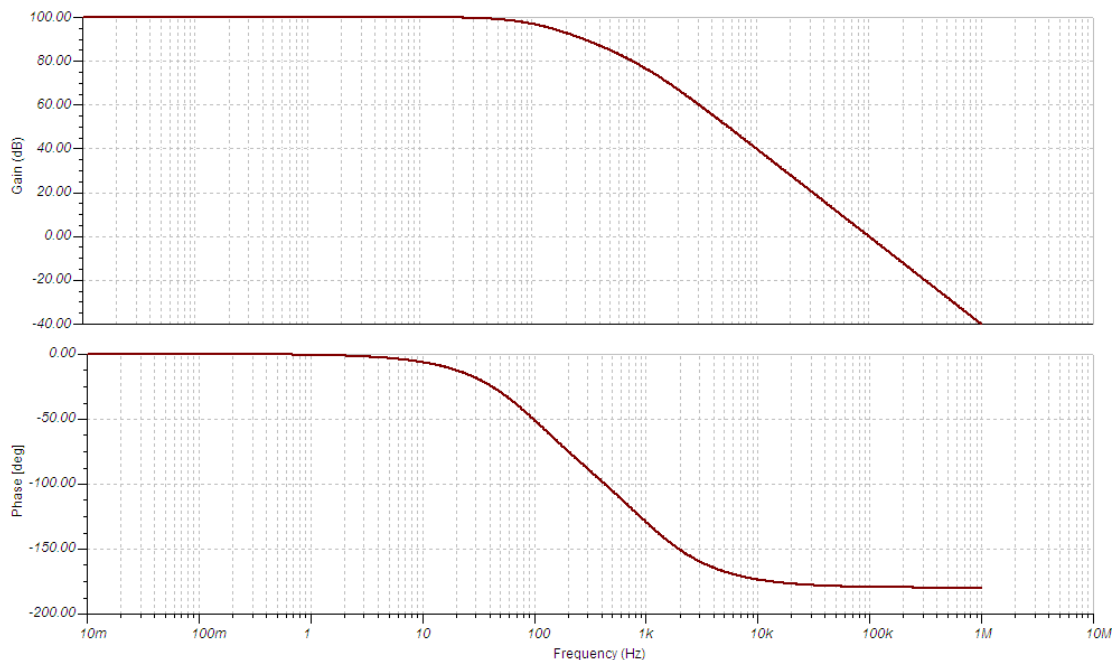


图 2-5 开环双实数极点电路频率特性波特图（未补偿）

闭环频率特性波特图如图 2-6 所示。存在一个非常陡峭的波峰，这就是开环相位裕量严重不足的体现。需要说明的就是，对于相位裕量为 90 度左右的电路来说，是会出现闭环的幅频特性中的尖峰的。只有相位裕量接近于 0 才会出现尖峰，这是因为输入信号与反馈信号几乎接近反向，其相减的结果就是净输出的增大，而这会导致反馈增大，与输入之差依然

是增大，所以一个小幅度的相位裕量几乎为 0 的信号，输出会增大。

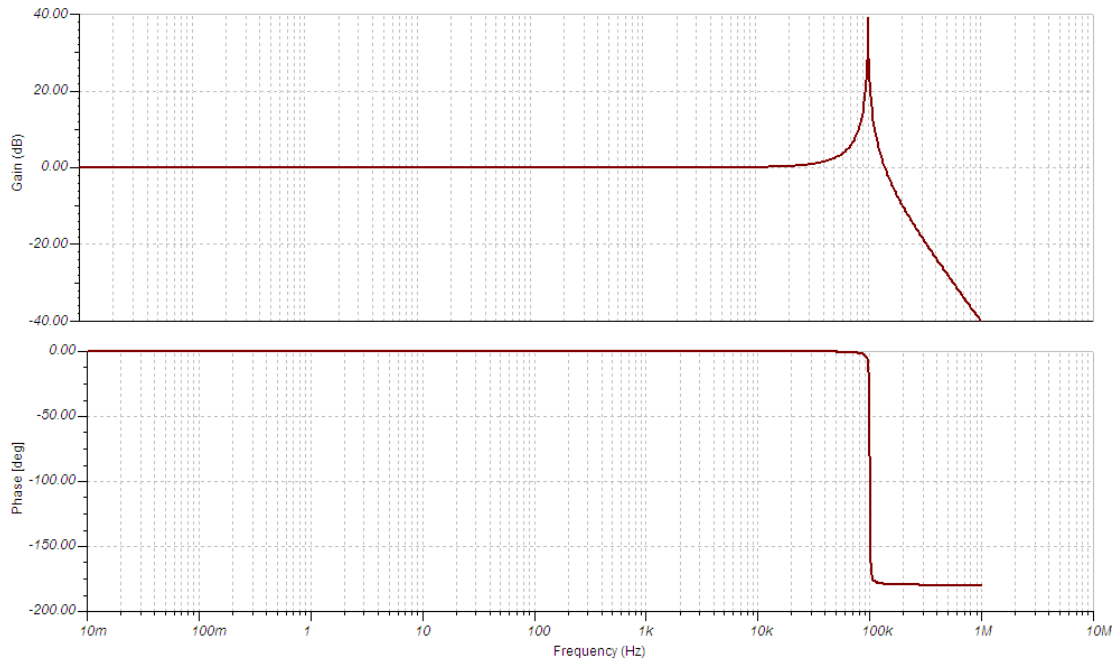


图 2-6 闭环双实数极点电路频率特性波特图（未补偿）

方波响应如图 2-7 所示。可见振荡非常严重，现实的电路是不允许如此大幅高频振荡的。需要进行补偿。

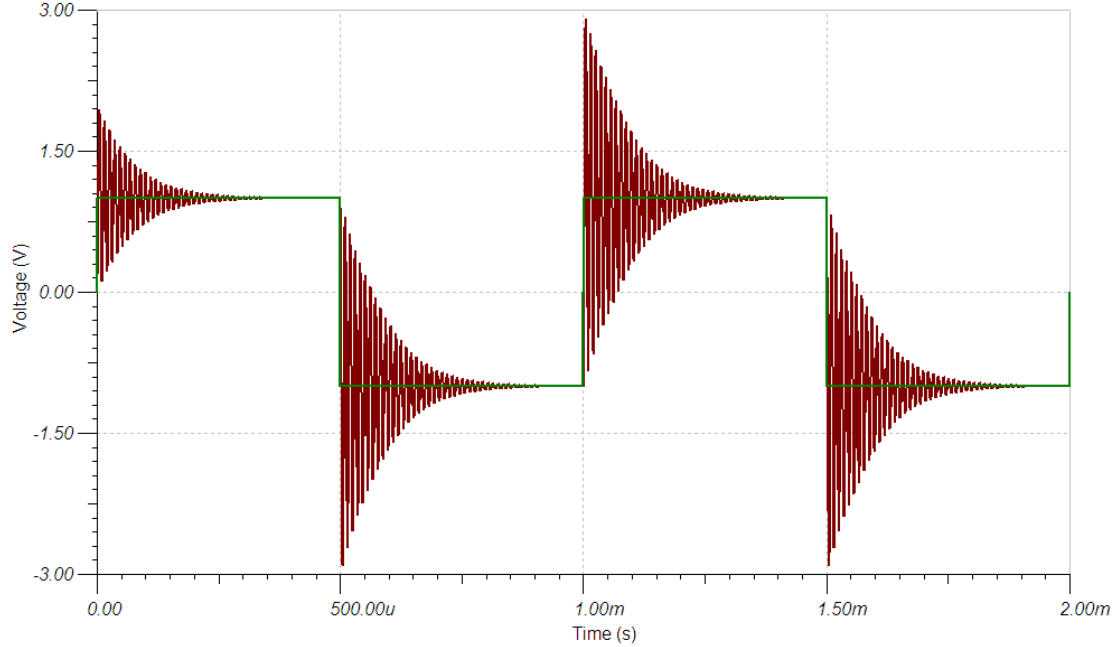


图 2-7 开环双实数极点电路电压跟随器输出波形图（未补偿）

采用零点补偿后的电路如图 2-8 所示。其中 VCVS4 的放大倍数为 1M，补偿了超前电路 R4, R3, C3 的放大倍数衰减。因为 R4 设置为 1 毫欧姆，所以与 C3 的 53nF 电容形成的极点频率极高，可以忽略不计。

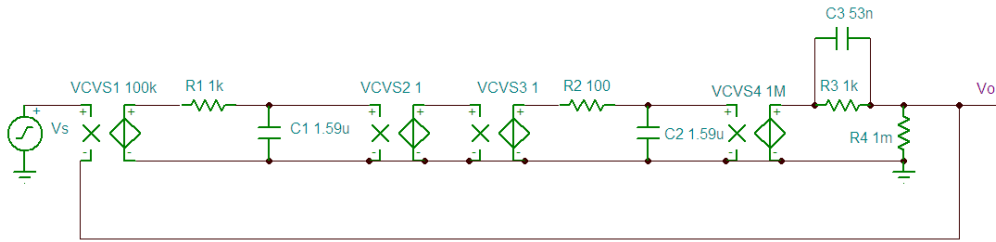


图 2-8 补偿后的开环双实数极点电路电压跟随器电路图（零点频率 3k）

补偿后的开环频率特性如图 2-9 所示。其中穿越频率约为 3.4M，相位裕量约为 90 度。稳定性大幅提升。需要注意的就是，这里是电压跟随器方式的几乎绝对的稳定，但如果闭环放大倍数是 100，相位裕量减小了不少，此时就不会像 90 度的相位裕量那么的稳定，而是有点过冲，并且过渡过程时间较长。

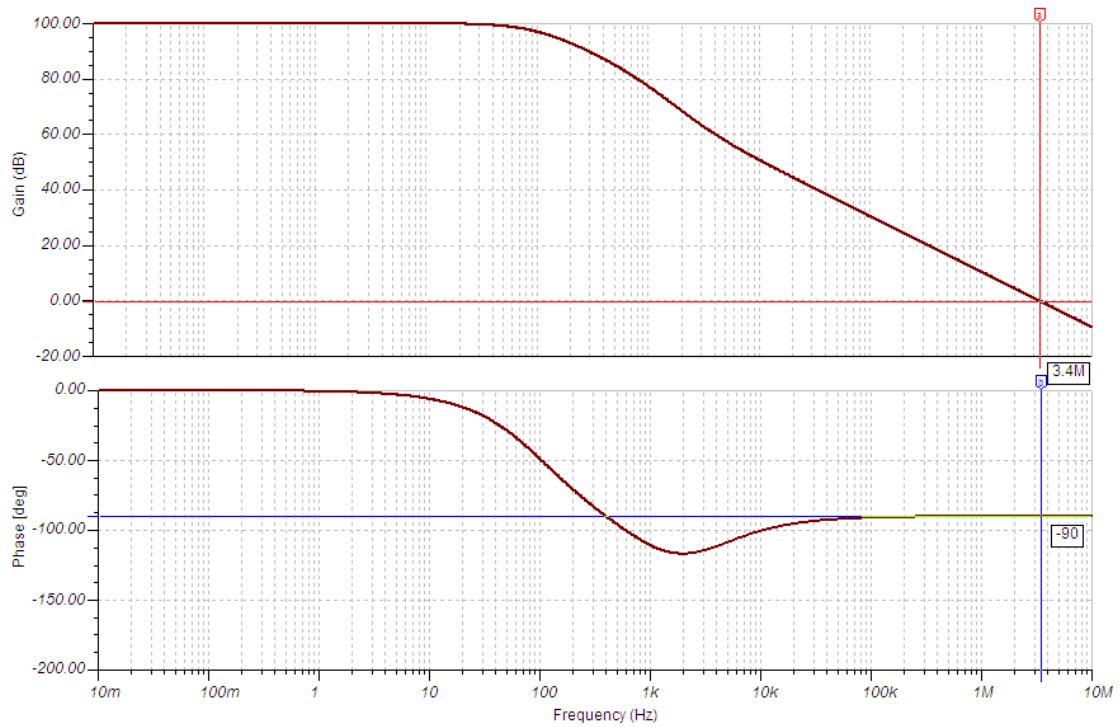


图 2-9 补偿后的开环双实数极点电路电压跟随器频率特性波特图（零点频率 3k）

补偿后的闭环频率特性如图 2-10 所示。没有了陡峭的波峰。

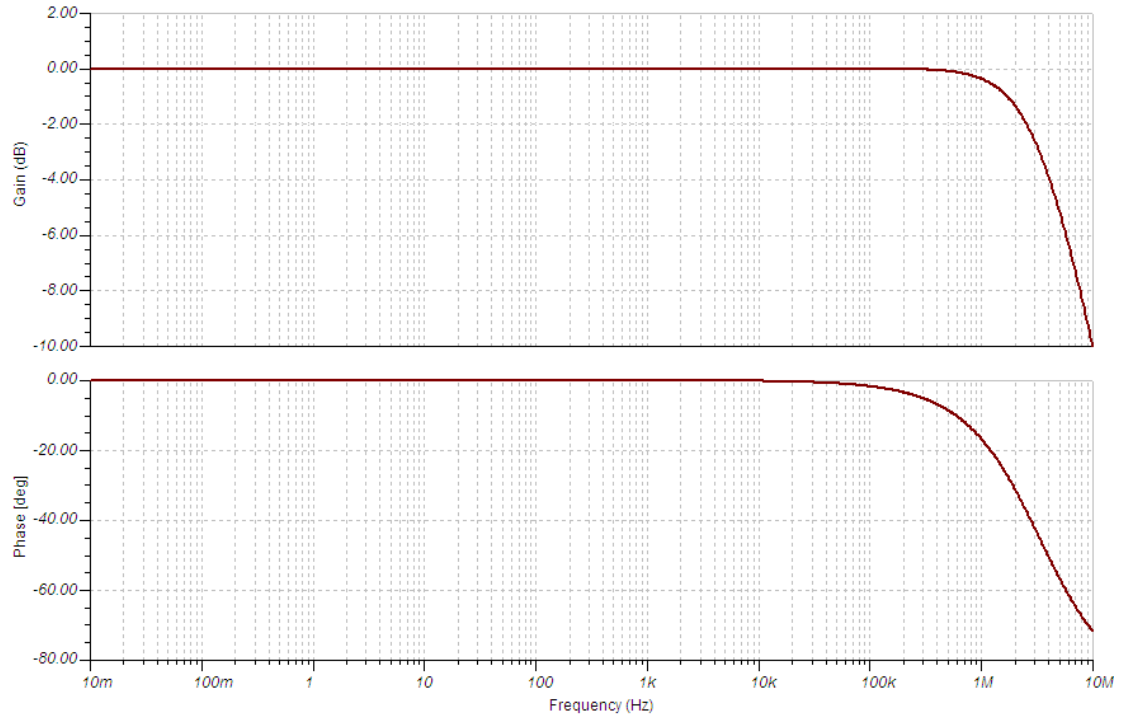


图 2-10 补偿后的闭环双实数极点电路电压跟随器频率特性波特图（零点频率 3k）

补偿后的方波响应如图 2-11 所示，其中几乎没有振荡，接近于指数的单调变化。

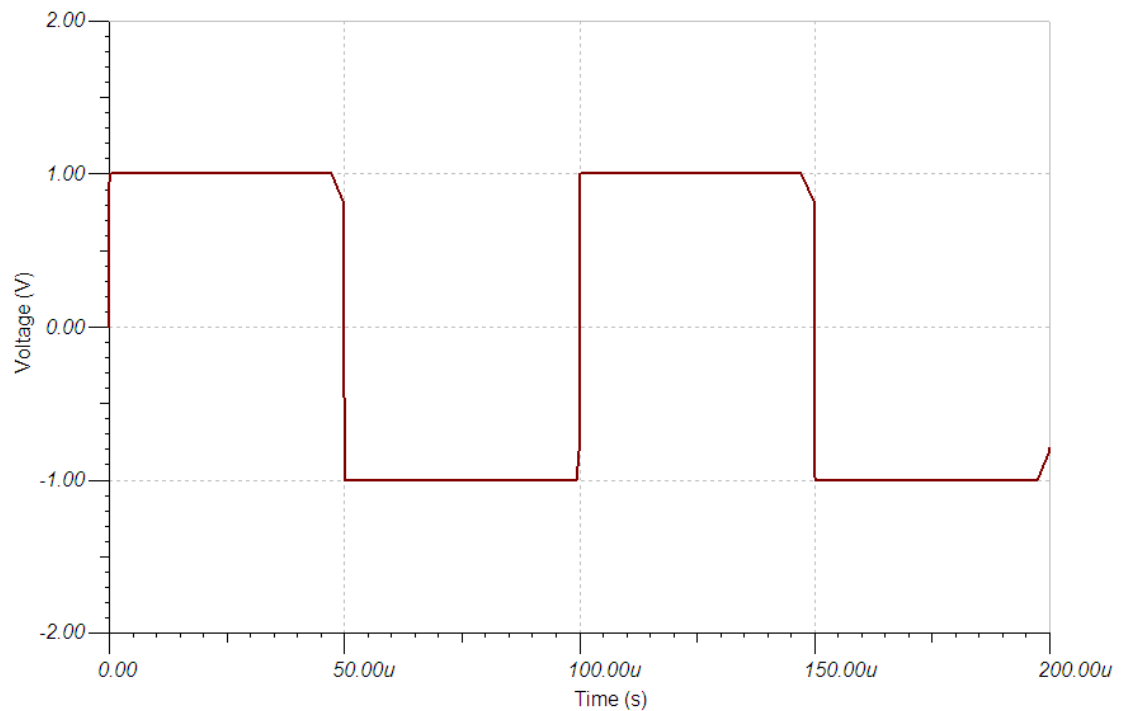


图 2-11 补偿后的闭环双实数极点电路电压跟随器输出波形图（零点频率 3k）

取 $f_{z1} = 4000\text{hz}$ 的电路如图 2-12 所示。

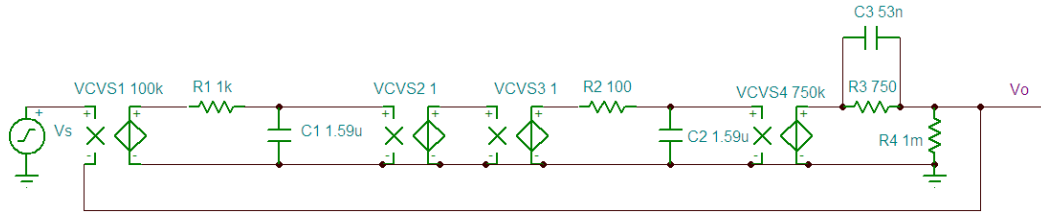


图 2-12 双实数极点电路电压跟随器电路图（零点频率为 4k）

开环频率特性如图 2-13 所示。其中穿越频率 2.4M，相位裕量 90 度。

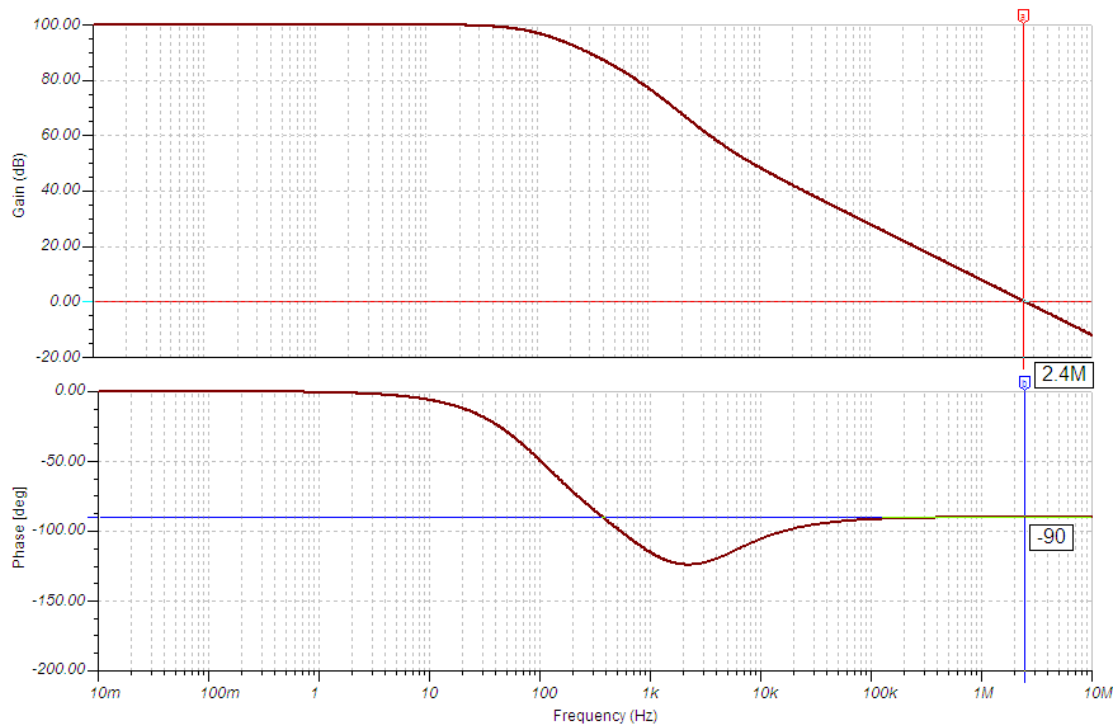


图 2-13 双实数极点电路电压跟随器开环频率特性波特图（零点频率为 4k）

方波响应如图 2-14 所示。有一点过冲，但不属于振荡。

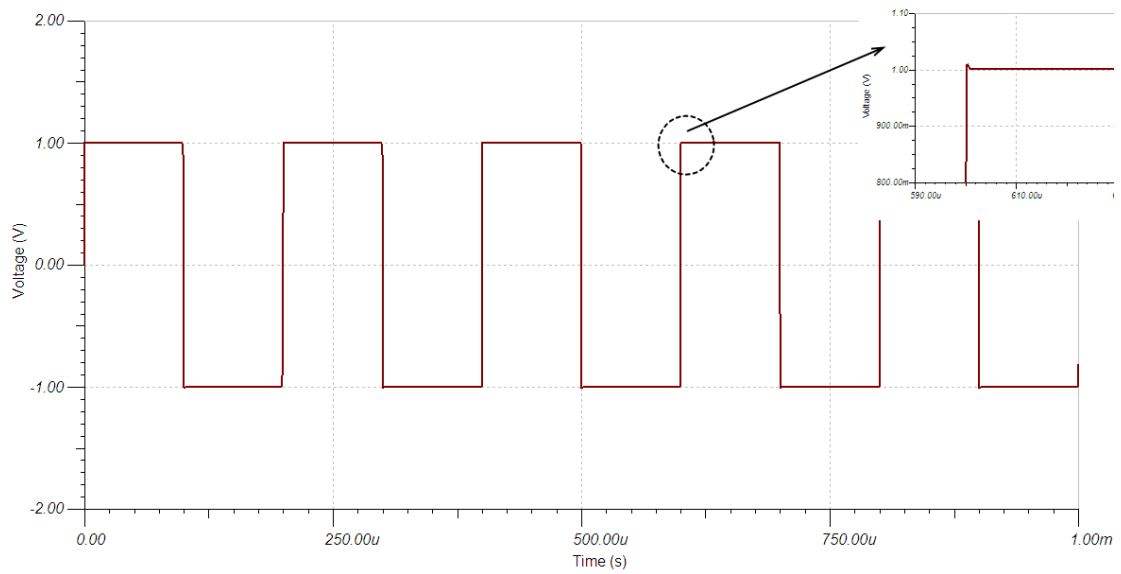


图 2-14 双实数极点电路电压跟随器方波输出波形图（零点频率为 4k）

取 $f_{z1} = 10\text{kHz}$ 的电路如图 2-15 所示。

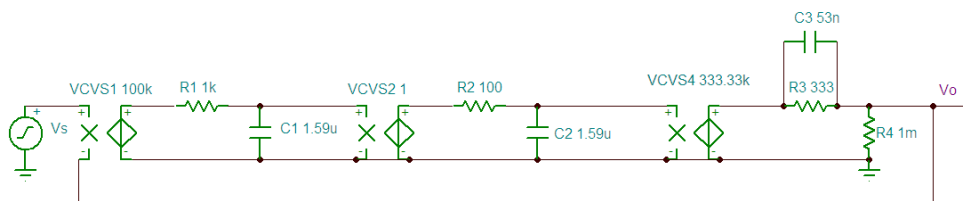


图 2-15 双实数极点电路电压跟随器电路图（零点频率为 10k）

开环频率特性如图 2-16 所示，其中穿越频率 1.1M，相位裕量 90 度。

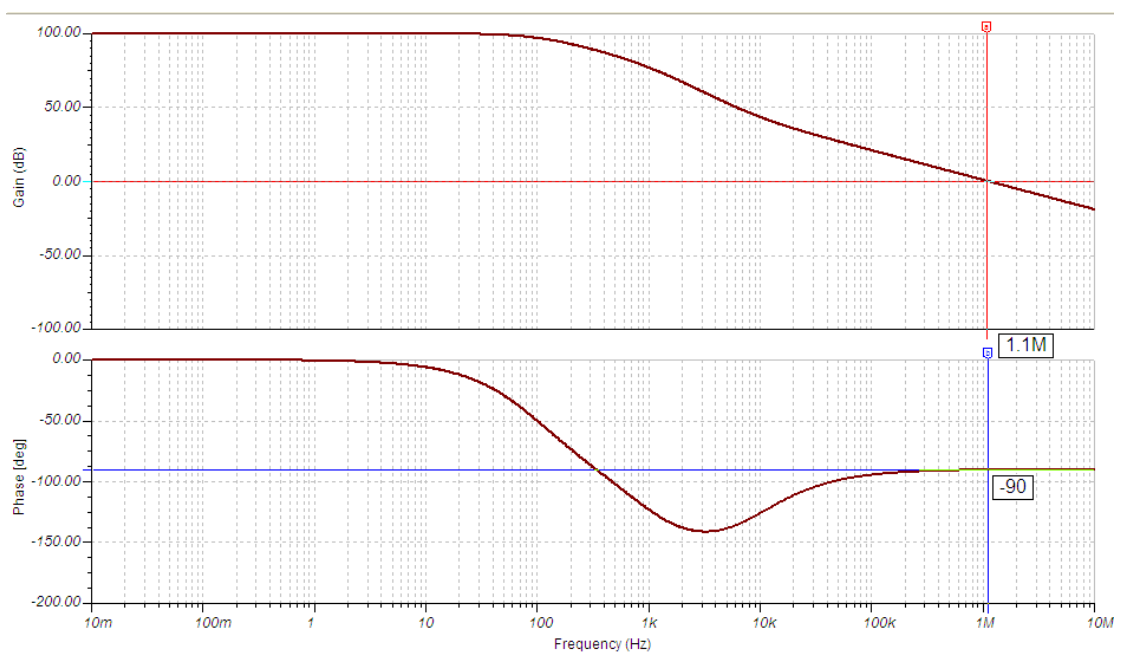


图 2-16 双实数极点电路电压跟随器开环频率特性波特图（零点频率为 10k）

方波响应如图 2-17 所示，有点过冲。

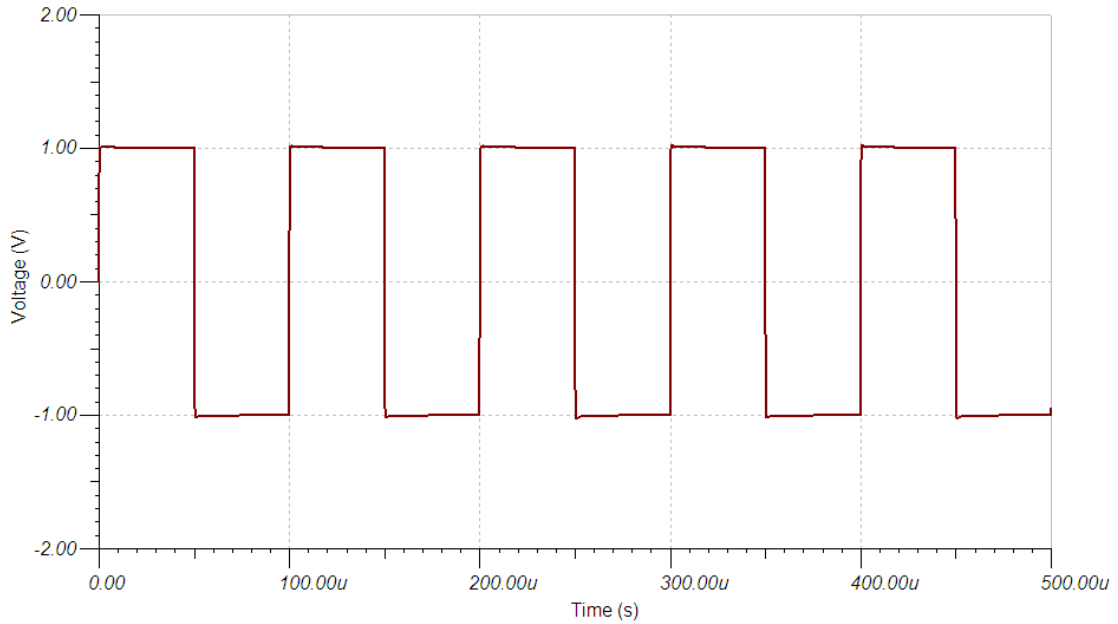


图 2-17 双实数极点电路电压跟随器方波输出波形图（零点频率为 10k）

取 $f_{z1} = 20\text{kHz}$ 的电路如图 2-18 所示。开环频率特性如图 2-19 所示。方波响应如图 2-20 所示。

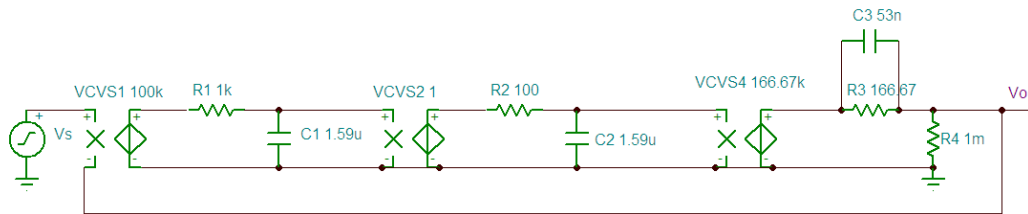


图 2-18 双实数极点电路电压跟随器电路图（零点频率为 20k）

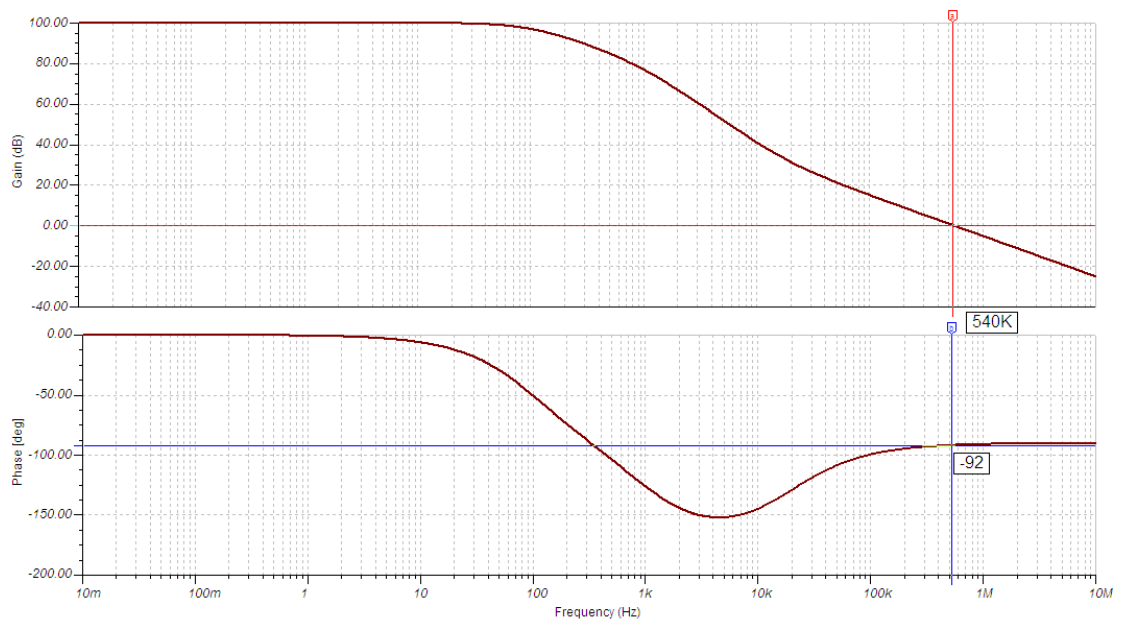


图 2-19 双实数极点电路电压跟随器方波输出波形图（零点频率为 20k）

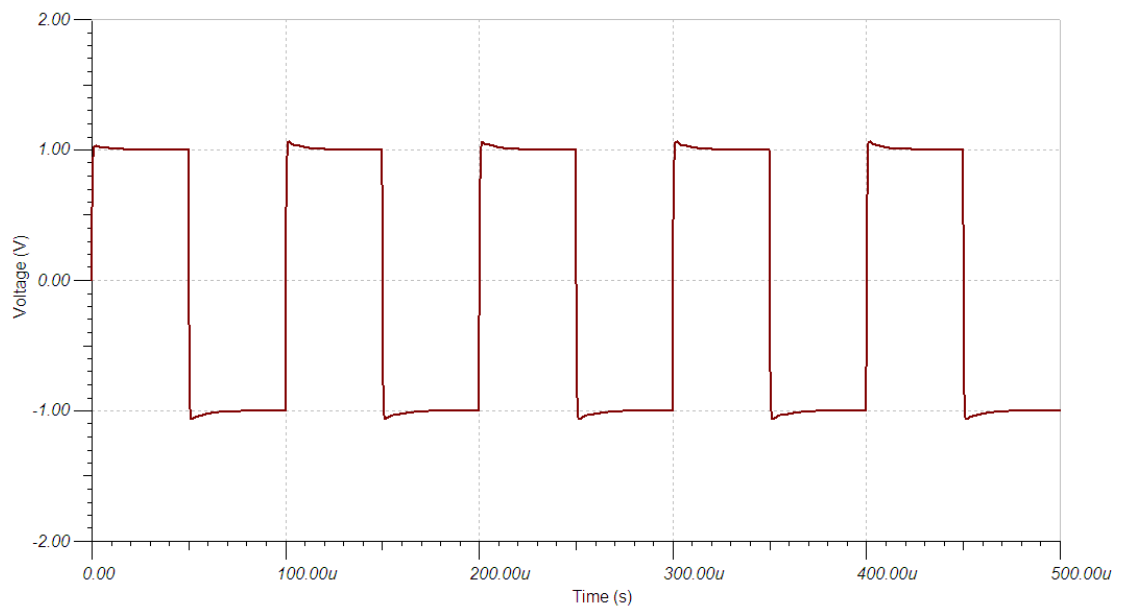


图 2-20 双实数极点电路电压跟随器方波输出波形图（零点频率为 20k）

取 $f_{z1} = 100\text{kHz}$ 的电路如图 2-21 所示。开环频率特性如图 2-22 所示。方波响应如图 2-23 所示。

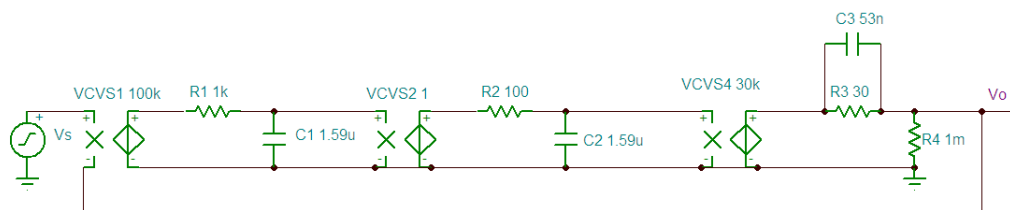


图 2-21 双实数极点电路电压跟随器电路图（零点频率为 100k）

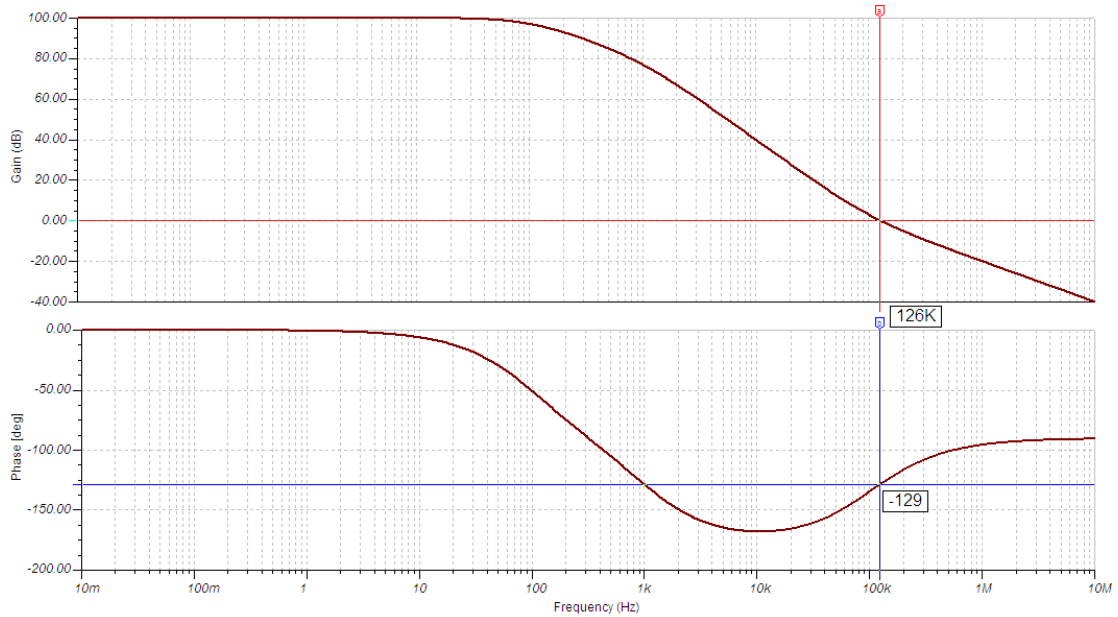


图 2-22 双实数极点电路电压跟随器开环频率特性波特图（零点频率为 100k）

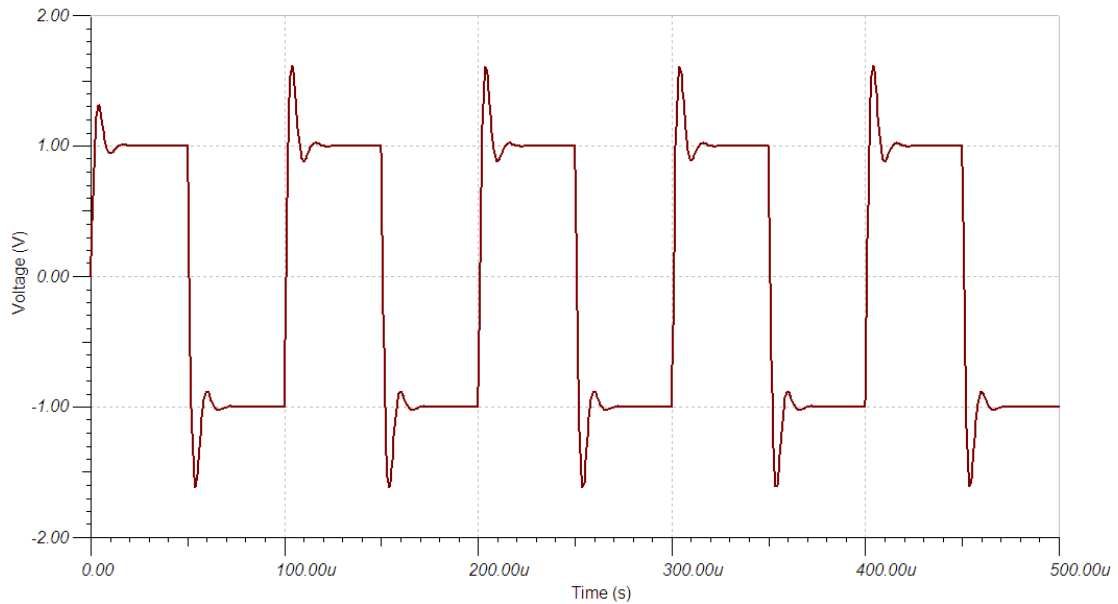


图 2-23 双实数极点电路电压跟随器方波输出波形图（零点频率为 100k）

通过本例说明，相位裕量决定了输出响应，90 度的相位裕量几乎没有过冲，属于非常稳定。随着相位裕量的减小，会出现过冲，减小到 60 度以下会有比较大幅度的衰减振荡。

对于开环有 2 个极点的电路，应该用式 2-1 确定零点频率，而且越小越好。如果并非要求输出一点过冲没有，适当加大也没有问题。总带来说，双极点的电路还是比较容易稳定的。

需要指出的就是，对于放大电路来说，其实人们所使用的都是“专用”放大电路，例如的闭环放大倍数为 1 或为 10 等等，不应该经常改变闭环放大倍数，因为放大倍数增大，就降低了指标，例如带宽和精度的降低。一个“专用”放大电路，是指标确定的电路，放大倍数已经确定，不能改变了，因为一旦增大，就不能满足预期指标。那么此时进行的补偿，就要以 90 度为目标进行，这样即使负载变化，相位裕量即使降低，也可以满足稳定性要求。

对于运放来说，大部分都是可以保证任何大于 1 的放大倍数时候的稳定，但放大倍数增

大就导致指标降低，带宽和精度降低了，放大倍数越大，降低的越多。运放之类的补偿方法，与这里介绍的不同，是所谓的米勒电容补偿方法，通常相位裕量是 60 度左右，所以比纯一阶的稳定性要差一些。作为运放的“通用性”要求穿越频率以内频段是 -20db/10 倍频的斜率。应该意识到，本节介绍的补偿与运放补偿的不同之处。

虽然可以将临界频率 $z_c = \frac{(p_1 + p_2 + K)^2 - 4p_1p_2}{4K}$ (式 2-3, 下节介绍) 带入 2-1, 2-2

计算穿越频率和相位裕量，但复杂的计算并非能发现规律性的东西，所以还是数值计算方法给出图表数据来说明。

设 K 为 100db, p_1 的角频率为 628 弧度/秒 (100hz), 通过改变 p_2 的角频率 (1~32khz), 算出 z_c 的相位裕量曲线，可以证明在临界角频率为 z_c 临界频率的时候，相位裕量为 90 度左右。如图 2-24 所示。可以看出从 5k 到 32k, 相位裕量 90 度左右。即使 p_2 为 1hz, 也能保证 75 度以上的相位裕量。这说明零点补偿的效果还是相当不错的。

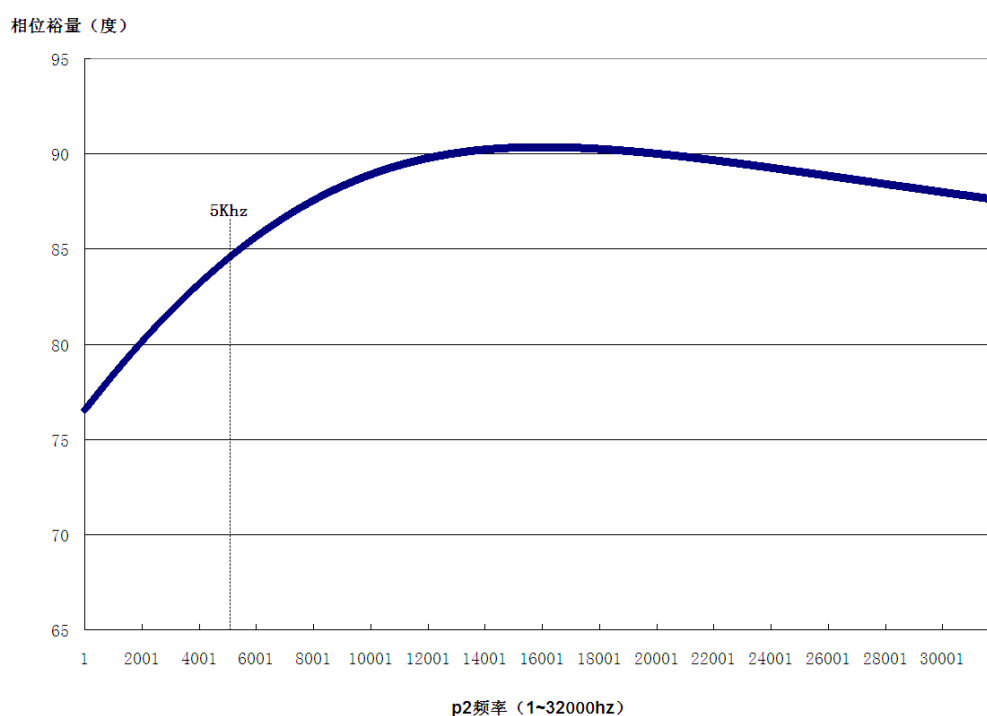


图 2-24 K 为 100db 时的临界频率 z_c 的随 p_2 变化的相位裕量曲线

设 K 为 80db, p_1 的角频率为 628 弧度/秒 (100hz), 通过改变 p_2 的角频率 (1~32khz), 算出 z_c 的相位裕量曲线，可以证明在临界角频率为 z_c 的时候，从 500hz 到 7khz, 相位裕量 90 度左右。

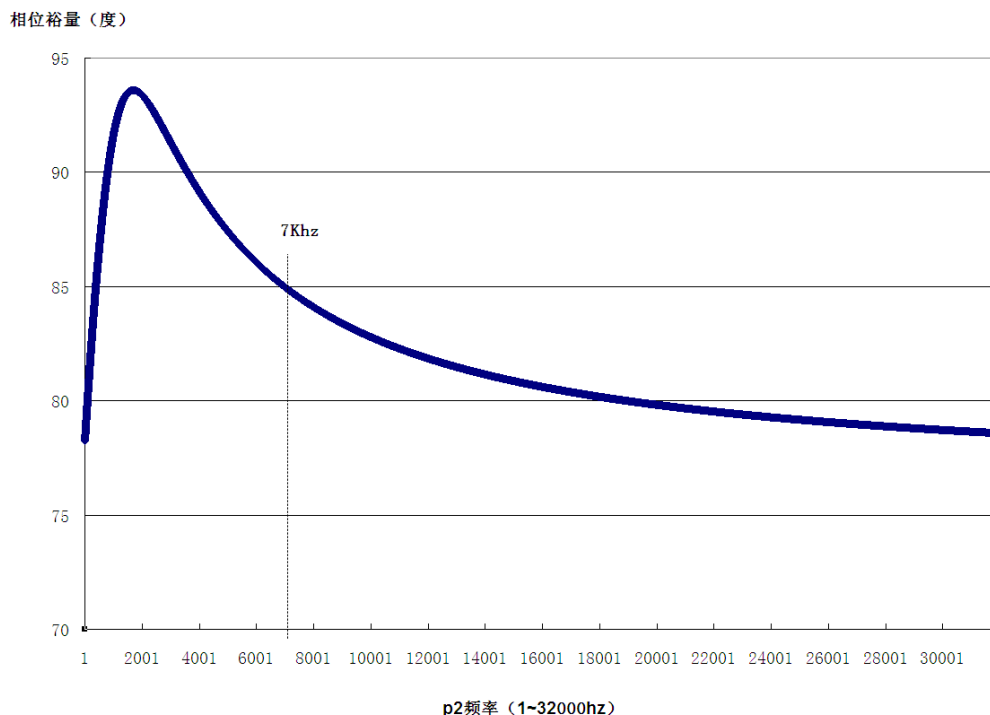


图 2-25 K 为 80db 时的临界频率 z_c 的随 p2 变化的相位裕量曲线

这里的规律就是，零点频率越接近于 p2 则相位裕量越大。而越接近就是零点和极点越接近抵消的效果，从而相位裕量必然提升而接近 90 度。

对于形如 $W_o(s) = K \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$ 的一阶多零点电路，其中 $(n - m = 1)$ ，

与单零点的电路一样，依然是零点频率与极点频率越接近，相位裕量越接近 90 度，输出响应的稳定性就越好。虽然 60 度的相位裕量对于一阶电路来说，稳定性可以保证，但过冲会大一些。

2.1.2 闭环特性

单位增益闭环放大的闭环传递函数为：

$$\begin{aligned}
 W_c(s) &= \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)} = \frac{K \frac{(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)}}{K \frac{(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} + 1} = \frac{K(s + z_1)}{K(s + z_1) + (s + p_1)(s + p_2)} \\
 &= \frac{K(s + z_1)}{s^2 + (p_1 + p_2 + K)s + p_1 p_2 + K z_1}
 \end{aligned}$$

在单位阶跃函数输入的情况下输出 $C(s)$ 为：

$$\begin{aligned}
C(s) &= \frac{1}{s} W_c(s) = \frac{1}{s} \frac{K \frac{(s+z_1)}{(s+p_1)(s+p_2)}}{K \frac{(s+z_1)}{(s+p_1)(s+p_2)} + 1} = \frac{1}{s} \frac{K(s+z_1)}{K(s+z_1) + (s+p_1)(s+p_2)} \\
&= \frac{1}{s} \frac{K(s+z_1)}{s^2 + (p_1+p_2+K)s + p_1p_2 + Kz_1} \\
&= \frac{1}{s} \frac{K(s+z_1)}{\left(s + \frac{(p_1+p_2+K) + \sqrt{(p_1+p_2+K)^2 - 4(p_1p_2 + Kz_1)}}{2} \right) \times} \\
&\quad \left(s + \frac{(p_1+p_2+K) - \sqrt{(p_1+p_2+K)^2 - 4(p_1p_2 + Kz_1)}}{2} \right) \\
&= \frac{1}{s} \frac{K(s+z_1)}{(s+r_1)(s+r_2)}
\end{aligned}$$

如果 $(p_1 + p_2 + K)^2 - 4(p_1p_2 + Kz_1) > 0$ ，则分母没有右半平面极点，是稳定的，而且输出的响应仅仅是指数变化，不会有振荡。即满足：

$$\begin{aligned}
z_1 &< \frac{(p_1 + p_2 + K)^2 - 4p_1p_2}{4K} \\
z_c &= \frac{(p_1 + p_2 + K)^2 - 4p_1p_2}{4K} \\
&\text{(} z_c \text{是临界频率)}
\end{aligned} \tag{2-3}$$

下面根据 $z_1 < z_c$, $z_1 = z_c$, $z_1 > z_c$ 这三种情况分别讨论闭环特性。

一. $z_1 < z_c$ 具有双不同实根的情况。闭环传递函数在单位阶跃函数作用下的输出 $C(s)$ 可以写作 (r_1 和 r_2 为不同的实根)：

$$\begin{aligned}
C(s) &= \frac{1}{s} \frac{K(s+z_1)}{(s+r_1)(s+r_2)} \\
&= \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+r_1)} + \frac{C}{(s+r_2)} = \frac{A(s+r_1)(s+r_2) + Bs(s+r_2) + Cs(s+r_1)}{s(s+r_1)(s+r_2)} \\
&= \frac{As^2 + A(r_1+r_2)s + Ar_1r_2 + Bs^2 + Bs r_2 + Cs^2 + Cs r_1}{s(s+r_1)(s+r_2)} \\
&= \frac{(A+B+C)s^2 + [A(r_1+r_2) + Br_2 + Cr_1]s + Ar_1r_2}{s(s+r_1)(s+r_2)}
\end{aligned}$$

需要满足:

$$\begin{cases}
A+B+C=0 \\
Ar_1r_2 = Kz_1 \\
A(r_1+r_2) + Br_2 + Cr_1 = K
\end{cases}$$

得到:

$$\begin{cases}
A = \frac{Kz_1}{r_1r_2} \\
B = \frac{K - A(r_1+r_2) + \frac{Kz_1}{r_2}}{(r_2-r_1)} \\
C = \frac{K - A(r_1+r_2) + \frac{Kz_1}{r_1}}{(r_1-r_2)}
\end{cases}$$

取拉氏反变换之后, 得到输出 $C(t)$ 为:

$$\begin{aligned}
C(t) &= A + Be^{-r_1t} + Ce^{-r_2t} = \frac{Kz_1}{r_1r_2} + Be^{-r_1t} + Ce^{-r_2t} \\
&= \frac{Kz_1}{p_1p_2 + Kz_1} + Be^{-r_1t} + Ce^{-r_2t}
\end{aligned}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 指数项衰减为接近于 0, 输出稳定在 $A = \frac{Kz_1}{p_1p_2 + Kz_1}$ 。如果 $Kz_1 \gg p_1p_2$,

则稳态误差可以认为几乎为 0, 否则输出会有点稳态误差的。不难看出, 指数项的衰减于零点 z_1 有关, 越小则衰减越快, 而且如果 z_1 和任何一个极点重合, 会有最快的衰减, 这对应着穿越频率的增大。

时域的最快上升时间是由极点 p_1 或 p_2 决定的, 为了稳定而加入的 z_1 , 总会降低穿越频率所以不会提高上升速度。

因为此时没有稳定性问题，也就是说稳定可以 100% 保证，不会输出振荡，也不会有过冲。虽然上一节的仿真中，存在一点点的过冲，但理论上是不会有的。

二. $z_1 = z_c$ 具有重实根的情况 ($r_1 = r_2 = \frac{(p_1 + p_2 + K)}{2}$)。闭环传递函数在单位阶跃函数作用下的输出 $C(s)$ 为：

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} \frac{K(s+z_1)}{(s+r_1)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+r_1)} + \frac{C}{(s+r_1)^2} = \frac{A(s+r_1)^2 + Bs(s+r_1) + Cs}{s(s+r_1)^2} \\ &= \frac{As^2 + 2Ar_1s + Ar_1^2 + Bs^2 + Bs r_1 + Cs}{s(s+r_1)^2} \\ &= \frac{(A+B)s^2 + (2Ar_1 + Br_1 + C)s + Ar_1^2}{s(s+r_1)^2} \end{aligned}$$

需要满足：

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ 2Ar_1 + Br_1 + C = K \\ Ar_1^2 = Kz_1 \end{cases}$$

得到：

$$\begin{cases} A = \frac{Kz_1}{r_1^2} \\ B = -\frac{Kz_1}{r_1^2} \\ C = K - 3\frac{Kz_1}{r_1} \end{cases}$$

取拉氏反变换得到 $C(t)$ ：

$$C(t) = A + Be^{-rt} + Cte^{-rt}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时，指数项衰减为接近于 0，输出稳定在 A，即：

$$A = \frac{Kz_1}{r_1^2} = \frac{Kz_1}{\left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2} = \frac{4K \frac{(p_1 + p_2 + K)^2 - 4p_1p_2}{4K}}{(p_1 + p_2 + K)^2}$$

$$= \frac{(p_1 + p_2 + K)^2 - 4p_1p_2}{(p_1 + p_2 + K)^2} \approx 1$$

(如果 $(p_1 + p_2 + K)^2 \gg 4p_1p_2$)

如果 $(p_1 + p_2 + K)^2 \gg 4p_1p_2$ ，则稳态误差可以认为几乎为 0，否则输出会有点稳态误差的。不难看出，指数项的衰减于零点 z_1 有关，越小则衰减越快，而且如果 z_1 和极点重合，会有最快的衰减，这对应着穿越频率的增大。

时域的最快上升时间是由极点决定的，为了稳定而加入的 z_1 ，总会降低穿越频率所以不会提高上升速度。

此时没有稳定性问题，也就是说稳定可以 100% 保证，不会输出振荡。但因为输出的指数项和时间 t 有关，故会出现一个超调，因为其表现为超过稳态值，而不会出现低于稳态值的振荡。

三. $z_1 > z_c$ 具有共轭复根的情况。单位阶跃函数作用的闭环传递函数输出 $C(s)$ 为：

$$C(s) = \frac{1}{s} \frac{K(s + z_1)}{s^2 + (p_1 + p_2 + K)s + p_1p_2 + Kz_1} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + (p_1 + p_2 + K)s + p_1p_2 + Kz_1}$$

$$= \frac{A[s^2 + (p_1 + p_2 + K)s + p_1p_2 + Kz_1] + (Bs + C)s}{s[s^2 + (p_1 + p_2 + K)s + p_1p_2 + Kz_1]}$$

$$= \frac{(A + B)s^2 + [A(p_1 + p_2 + K) + C]s + A(p_1p_2 + Kz_1)}{s[s^2 + (p_1 + p_2 + K)s + p_1p_2 + Kz_1]}$$

需要满足：

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ A(p_1 + p_2 + K) + C = K \\ A(p_1p_2 + Kz_1) = Kz_1 \end{cases}$$

得到：

$$\begin{cases} A = \frac{Kz_1}{(p_1 p_2 + Kz_1)} \\ B = -\frac{Kz_1}{(p_1 p_2 + Kz_1)} \\ C = K - \frac{Kz_1(p_1 + p_2 + K)}{(p_1 p_2 + Kz_1)} \end{cases}$$

为了得到拉氏反变换将 $C(s)$ 写成如下形式：

$$C(s) = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{\left(s + \frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2 + \left[p_1 p_2 + Kz_1 - \left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2\right]}$$

可以看出这里满足 $(p_1 + p_2 + K)^2 - 4(p_1 p_2 + Kz_1) < 0$ ，才能求得反变换。得到 $C(s)$ 的拉氏反变换为：

$$\begin{aligned} C(t) &= A + B e^{-\frac{p_1 + p_2 + K}{2}t} \cos \left[\sqrt{p_1 p_2 + Kz_1 - \left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2} t \right] + \\ & C e^{-\frac{p_1 + p_2 + K}{2}t} \sin \left[\sqrt{p_1 p_2 + Kz_1 - \left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2} t \right] \\ &= A + e^{-\frac{p_1 + p_2 + K}{2}t} \left\{ \begin{aligned} & B \cos \left[\sqrt{p_1 p_2 + Kz_1 - \left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2} t \right] + \\ & C \sin \left[\sqrt{p_1 p_2 + Kz_1 - \left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2} t \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

可见在有复根的情况下，输出会有正弦函数的波形出现，而这就是导致振荡波形的原因。对于指数规律输出的，不能说肯定没有过冲，因为重根的情形下，输出与时间 t 有关，可能出现一点过冲，但这不是因为正弦的衰减振荡引起的，所以指数输出变化的不能算作有振荡。振荡输出仅仅是正弦和余弦的函数波形的作用结果。

当 $t \rightarrow \infty$ 时，指数项衰减为接近于 0，输出稳定在 $A = \frac{Kz_1}{p_1 p_2 + Kz_1}$ 。如果 $Kz_1 \gg p_1 p_2$ ，

则稳态误差可以认为几乎为 0，否则输出会有点稳态误差的。不难看出，指数项的衰减于零点 z_1 有关，越小则衰减越快，因为实数零点 z_1 不可能与任何一个极点重合，所以振荡由正弦和余弦函数的输出决定。

时域的最快上升时间是由正弦或余弦的系数 $\sqrt{p_1 p_2 + K z_1 - \left(\frac{p_1 + p_2 + K}{2}\right)^2} = \omega_m$ 也就

是振荡频率所决定的，为了稳定而加入的 z_1 ，总会提高上升或下降速度。

因为指数项的系数包含 K ，数值很大，所以必定是会快速衰减的，故正弦和余弦函数的输出终将会被衰减从而即使在复根的情况下，稳定性依然可以得到保证。仅仅是方波输出的上升或下降部分会出现振荡的过冲，但很快就会趋于稳定。

2.2 二阶电路的开环和闭环特性及补偿

二阶电路的开环传递函数为 $W_o(s) = \frac{K}{(s+p_1)(s+p_2)}$ ，其中 K 为放大倍数， p_1 和 p_2

是开环传递函数分母的 2 个极点。二阶开环传递函数“想当然”的电压跟随器方式的闭环传递函数为（有问题）：

$$W_c(s) = \frac{\frac{K}{(s+p_1)(s+p_2)}}{\frac{K}{(s+p_1)(s+p_2)} + 1} = \frac{K}{(s+p_1)(s+p_2) + K} = \frac{K}{s^2 + (p_1+p_2)s + p_1p_2 + K}$$

$$= \frac{K}{\left(s + \frac{(p_1+p_2) + \sqrt{(p_1+p_2)^2 - 4(p_1p_2 + K)}}{2} \right) \left(s + \frac{(p_1+p_2) - \sqrt{(p_1+p_2)^2 - 4(p_1p_2 + K)}}{2} \right)}$$

如果满足：

$$(p_1 + p_2)^2 - 4(p_1p_2 + K) \geq 0$$

即：

$$(p_1 - p_2)^2 \geq 4K$$

则有两个实数极点，貌似可以保证稳定性，但是需要指出的是，传递函数没有有限的零点，其实就是存在一个无限大的零点的意思（任何实际的传递函数要包含至少一个零点，如果是频率有限的零点，那么也就无需考虑那个无限大频率的了）。如图 2-26 所示。其中零频率非常高（可以认为无限大），所以在实际电路的幅频曲线中的低于 f_h 的以内区域，零点的幅度

非常小，对于实际电路的幅度几乎不造成影响。如果把 $W_o(s) = \frac{K}{(s+p_1)(s+p_2)}$ 写成时间常

数的形式，即有如下关系：

$$W_{of}(s) = \frac{K_f(T_z s + 1)}{(T_{p1}s + 1)(T_{p2}s + 1)} \Rightarrow \left(\text{如果 } \begin{matrix} T_z \rightarrow 0 \\ f_z \rightarrow \infty \end{matrix} \right) \Rightarrow W_{of}(s) \approx \frac{K_f}{(T_{p1}s + 1)(T_{p2}s + 1)}$$

这表明存在无限大频率的零点。

根据上一节的讨论不难看出， z_1 为无限大的结果就是输出的阶跃响应为无限大，这是不能稳定的，也就是说不可能存在 2 个实数的根。

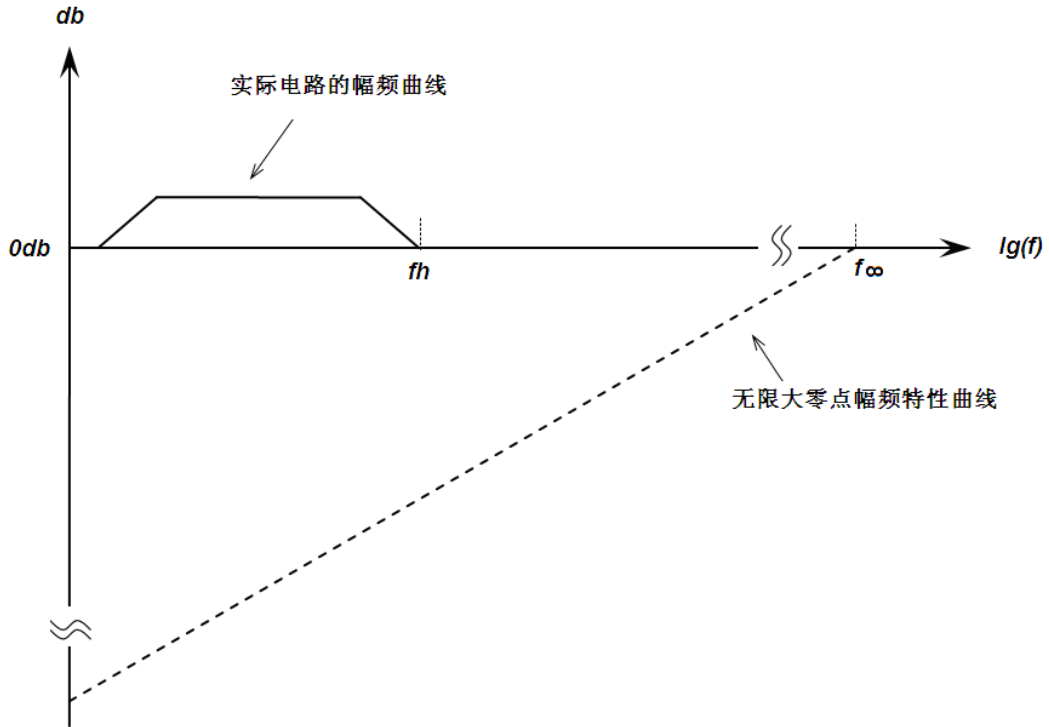


图 2-26 频率无限大的零点对于实际有限频率幅频特性的影响示意图

虽然无法得到闭环的实数解，但复数解还是存在的。单位阶跃函数作用下的闭环输出 $C(s)$ 为：

$$\begin{aligned}
 C(s) &= \frac{1}{s} W_c(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 + K} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 + K} \\
 &= \frac{A[s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 + K] + Bs^2 + Cs}{s[s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 + K]} = \frac{(A + B)s^2 + (A(p_1 + p_2) + C)s + Ap_1 p_2 + AK}{s[s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1 p_2 + K]} \\
 &= \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{\left(s + \frac{p_1 + p_2}{2}\right)^2 + \left(p_1 p_2 + K - \frac{(p_1 + p_2)^2}{4}\right)}
 \end{aligned}$$

需要满足：

$$A + B = 0$$

$$A(p_1 + p_2) + C = 0$$

$$Ap_1 p_2 + AK = K$$

得到：

$$A = \frac{K}{p_1 p_2 + K}$$

$$B = -\frac{K}{p_1 p_2 + K}$$

$$C = -\frac{K(p_1 + p_2)}{p_1 p_2 + K}$$

取拉氏反变换得到 C (t) 为:

$$C(t) = A + B e^{-\frac{p_1+p_2}{2}t} \cos \left[\sqrt{p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4}} t \right] +$$

$$\frac{C}{\sqrt{p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4}}} e^{-\frac{p_1+p_2}{2}t} \sin \left[\sqrt{p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4}} t \right]$$

$$= A + e^{-\frac{p_1+p_2}{2}t} \left\{ \begin{array}{l} B \cos \left[\sqrt{p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4}} t \right] + \\ \frac{C}{\sqrt{p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4}}} \sin \left[\sqrt{p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4}} t \right] \end{array} \right\}$$

可以看出,与上一节的一阶电路闭环输出显著的不同就是,指数的衰减要慢很多,因为指数不含放大倍数 K ,所以会衰减很慢。但正弦和余弦项依然包括 K ,所以振荡频率可以很高,稳定性更难保证。

尽管随着时间的推移,指数项会衰减为 0,但时间过于漫长对于实际电路来说也是无法接受的。更何况,如此严重的振荡,对于受制于电源电压限制的实际电路来说,会发生所谓的“自激”振荡,尽管与自激振荡没有任何关系,但还是会误导人们以为发生了“自激振荡”。解决办法其实就是减小 K ,别无他法。一个足够频率慢的正弦或余弦响应,在指数衰减的作用下,不会有很大的幅度,这样在指数函数的指数衰减够快的情形下,就可以接受。

为了保证振荡频率的平方 $p_1 p_2 + K - \frac{(p_1+p_2)^2}{4} > 0$,也就是:

$$K \geq \frac{(p_1 - p_2)^2}{4}$$

就需要 K 足够大,但 K 大也就容易导致更长时间的衰减,更容易导致所谓的“自激振荡”。然而对于实际电路来说,两个极点已经是确定的了,能够改变的也只有放大倍数 K 了。需要引起注意的就是,对于上一节的一阶电路来说,零点属于添加,以补偿极点令电路更加稳定,而二阶电路,我们无法添加什么,能做的仅仅是改变什么,能改变也只有 K 了。对于实际电路,因为开环已经确定了,那么改变放大倍数来调节输出波形,直到稳定性得到满意的结果为止,就是一种闭环电路的调试方法了。

二阶电路的开环频率特性的计算。将 $s = j\omega$ 带入得到:

$$W_o(j\omega) = \frac{K}{(j\omega + p_1)(j\omega + p_2)} = \frac{K}{j\omega(p_1 + p_2) + p_1 p_2 - \omega^2}$$

幅频特性为:

$$20\lg|W_o(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 + p_1^2} \sqrt{\omega^2 + p_2^2}}$$

穿越频率的计算 ($20\lg|W_o(j\omega)|=1$):

$$\begin{aligned} \sqrt{\omega^2 + p_1^2} \sqrt{\omega^2 + p_2^2} &= K \\ \omega^4 + (p_1^2 + p_2^2)\omega^2 + p_1^2 p_2^2 - K^2 &= 0 \end{aligned}$$

得到穿越频率为:

$$\begin{aligned} \omega_c &= \sqrt{\frac{-(p_1^2 + p_2^2) + \sqrt{(p_1^2 + p_2^2)^2 - 4(p_1^2 p_2^2 - K^2)}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{-(p_1^2 + p_2^2) + \sqrt{(p_1^2 - p_2^2)^2 + K^2}}{2}} \end{aligned}$$

这里要求:

$$(p_1^2 - p_2^2)^2 + K^2 > (p_1^2 + p_2^2)^2$$

即:

$$\begin{aligned} K^2 &> 4p_1^2 p_2^2 \\ K &> 2p_1 p_2 \end{aligned}$$

相位裕量:

$$\phi = 180 - \arctan\left(\frac{\omega_c(p_1 + p_2)}{p_1 p_2 - \omega_c^2}\right)$$

下面给出一个仿真实例来说明开环放大倍数对二阶电路的稳定性影响。电路如图 2-27 所示, 其中极点频率分别为 100hz 和 1000hz。放大倍数分别为 10, 100, 10k, 100k 的波形图如图 2-28 所示, 波特图如图 2-29 所示。

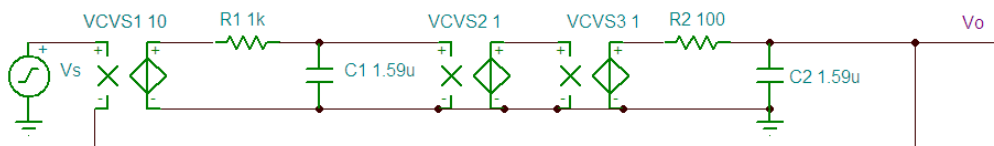


图 2-27 二阶闭环电路仿真电路

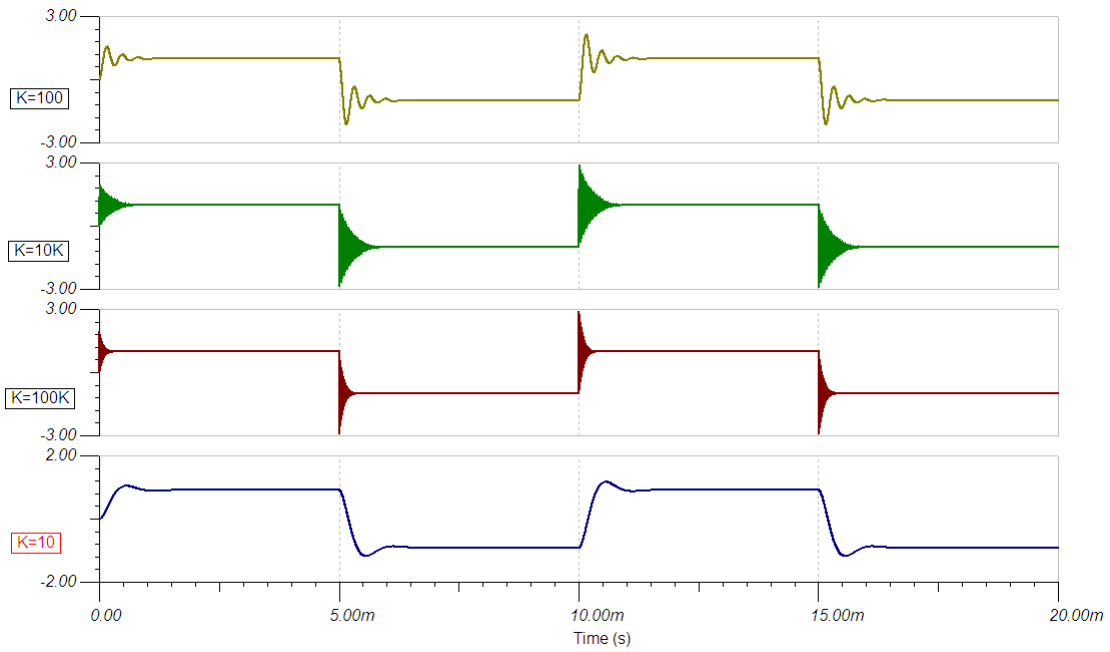


图 2-28 不同放大倍数的二阶闭环电路仿真波形图

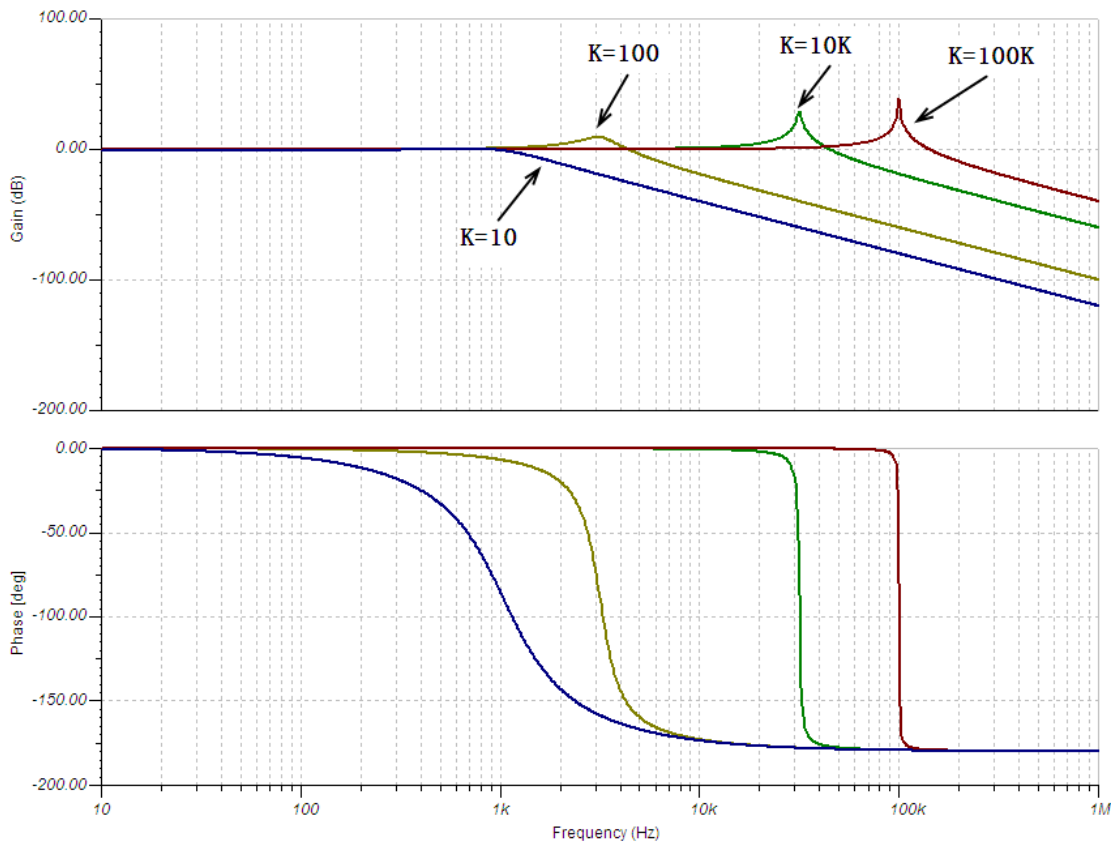


图 2-29 不同放大倍数的二阶闭环电路频率特性波特图

不难推测对于高阶的开环传递函数 $W_o(s) = \frac{K}{(s + p_1)(s + p_2)\dots(s + p_n)}$ ，其中 n 代表

阶数， $p_1 \sim p_n$ 为实数，则其闭环传递函数的分母也不可能全都是实数根，必定存在虚数根，

这就意味着输出会出现正弦和余弦函数的振荡波形,由于指数规律的衰减能够经过一段时间之后而稳定。与二阶电路一样,只有当 K 很小的时候,才能出现振荡很小的情况或没有振荡。对于常见的滤波函数来说,比如巴特沃思或贝塞尔等类型来说,闭环传递函数的分子没有有限零点,而且其开环的电压跟随器方式的传递函数也没有有限频率零点,其分母也必定存在虚根。

2.3 高阶电路开环和闭环特性

巴特沃思特性电路的频率特性属于幅度最平坦，没有波峰的存在，这可以保证其方波响应的振荡和过冲很小。因为一阶电路本身可以看作巴特沃思特性的电路，那么很明显，对于2阶和3阶以至于更高阶的电路的补偿也可以按照巴特沃思特性进行补偿。通过本节将可以看到高阶巴特沃思电路的开环电路的相位裕量为60度左右。本节还会讨论贝塞尔特性的高阶低通滤波电路的开环和闭环特性。

一、巴特沃思2阶低通滤波电路传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

阶跃响应输出 $C(s)$ 为：

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} W_c(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \\ &= \frac{(A+B)s^2 + (A\sqrt{2} + C)s + A}{s(s^2 + \sqrt{2}s + 1)} \end{aligned}$$

得到：

$$A = 1$$

$$B = -1$$

$$C = -\sqrt{2}$$

即：

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{s + \sqrt{2}}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} = \frac{1}{s} - \frac{\left(s + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) + \sqrt{\frac{1}{2}}}{\left(s + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$$

取拉氏反变换得到：

$$C(t) = 1 - e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}t} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{2}}t + \sin \frac{1}{\sqrt{2}}t \right)$$

求导得到：

$$\begin{aligned} C'(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}t} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{2}}t + \sin \frac{1}{\sqrt{2}}t \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}t} \left(-\sin \frac{1}{\sqrt{2}}t + \cos \frac{1}{\sqrt{2}}t \right) \\ &= \sqrt{2} e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}t} \sin \frac{1}{\sqrt{2}}t \end{aligned}$$

当 $\frac{1}{\sqrt{2}}t = \pi$ ，即 $t = \sqrt{2}\pi$ 时，导数为0，阶跃响应达到第一个最大值，此时的输出 $C(t)$

为：

$$C(t) \approx 1 + e^{-3.14} \approx 1.04$$

这就意味着二阶的巴特沃思低通滤波器的阶跃响应的最大超调约为 4%，比积分环节的所谓的“二阶最佳”的 4.7% 的超调还要小。设单位反馈的开环传递函数为 $W_o(s)$ ，则有：

$$W_c(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)}$$

得到：

$$W_o(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s}$$

这是“典型”二阶环节，其中 $\omega_n = 1 \text{ rad/s}$, $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$ 。这个阻尼比对应大约 65 度的

相位裕量。令 $s = j\omega$ 得到：

$$W_o(j\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + j\sqrt{2}\omega}$$

幅频特性为：

$$|W_o(j\omega)| = \left| \frac{1}{-\omega^2 + j\sqrt{2}\omega} \right| = \frac{1}{\sqrt{\omega^4 + 2\omega^2}}$$

穿越频率处的幅值为 1，得到：

$$|W_o(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^4 + 2\omega^2}} = 1$$

即：

$$\omega^4 + 2\omega^2 - 1 = 0$$

得到：

$$\omega^2 = \frac{-2 + \sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{-1 + 1\sqrt{2}}{1} \approx 0.414$$

$$\omega \approx 0.64 \text{ rad/s}$$

开环传递函数中另一个极点频率为 1.414rad/s，这 2 者的比值为 1.414/0.64 约为 2.2 倍。这就是说如果选择开环频率特性中极点频率为穿越频率的 2.2 倍左右，那么可以获得约 65

度的相位裕量。也就是说开环传递函数 $W_o(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s} = \frac{1}{\sqrt{2}s(\frac{1}{\sqrt{2}}s + 1)}$ 中，分母 s 作为

积分环节，当其增大 A 倍的时候，一阶惯性环节的时间常数需要减小 A 倍，这样就可以保证极点频率为穿越频率的 2.2 倍，从而得到 2 阶巴特沃思的闭环特性，即超调只有 4% 而且几乎没有振荡的较为理想的输出瞬态响应过程。即开环传递函数为：

$$W_o(s) = \frac{A}{\sqrt{2}s\left(\frac{1}{\sqrt{2A}}s + 1\right)}$$

闭环传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)} = \frac{\frac{A}{\sqrt{2}s\left(\frac{1}{\sqrt{2A}}s + 1\right)}}{1 + \frac{A}{\sqrt{2}s\left(\frac{1}{\sqrt{2A}}s + 1\right)}} = \frac{1}{\left(\frac{s}{A}\right)^2 + \sqrt{2}\left(\frac{s}{A}\right) + 1}$$

依然是 2 阶巴特沃思特性的闭环传递函数。这是对于开环放大倍数为无限大电路来说的，也就是积分电路来说的，对于有限的开环放大倍数的电路来说，仅仅是近似的按照此原则进行补偿。

二. 巴特沃思 3 阶低通滤波电路传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

阶跃响应输出 $C(s)$ 为：

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} W_c(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} = \frac{1}{s} \frac{1}{s(s+1)(s^2+s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{Cs+D}{s^2+s+1} \\ &= \frac{A(s+1)(s^2+s+1) + Bs(s^2+s+1) + (Cs+D)(s^2+s)}{s(s+1)(s^2+s+1)} \\ &= \frac{(A+B+C)s^3 + (2A+B+C+D)s^2 + (2A+B+D)s + A}{s(s+1)(s^2+s+1)} \end{aligned}$$

得到：

$$A = 1$$

$$B = -1$$

$$C = 0$$

$$D = -1$$

即：

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s^2+s+1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{\sqrt{0.75} \frac{(s+0.5)^2 + 0.75}{\sqrt{0.75}}}$$

取拉氏反变换得到：

$$C(t) = 1 - e^{-t} - \frac{1}{\sqrt{0.75}} e^{-0.5t} (\sin \sqrt{0.75}t)$$

求导得到:

$$C'(t) = e^{-t} + \frac{0.5}{\sqrt{0.75}} e^{-0.5t} (\sin \sqrt{0.75}t) - e^{-0.5t} (\cos \sqrt{0.75}t)$$

当 $C'(t)=0$ 时, 阶跃响应达到第一个最大值, 即:

$$e^{-0.5t} + \frac{0.5}{\sqrt{0.75}} (\sin \sqrt{0.75}t) - (\cos \sqrt{0.75}t) = 0$$

这是一个超越方程, 没有解析解, 需要数值计算方法得到数值解。通过如下 VBA 程序计算得到 t 约为 5s, 而 $C(t)$ 约为 1.08。

```

error = 0.00001
For t = 1.1 To 100 Step 0.00001
a = Exp(-t / 2) + 0.5 / Sqr(0.75) * Sin(Sqr(0.75) * t) - 1 / 0.75 * Cos(Sqr(0.75) * t)
If (a < error And b > 1) Then
    b = 1 - Exp(-t) - 1 / Sqr(0.75) * Sin(Sqr(0.75) * t) * Exp(-t / 2)
    Cells(1, 1) = t
    Cells(1, 2) = b
End
End If
Next

```

这就意味着三阶的巴特沃思低通滤波器的阶跃响应的最大超调约为 8%。设单位增益的开环传递函数为 $W_o(s)$, 则有:

$$W_c(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)}$$

得到:

$$W_o(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s} = \frac{1}{2} \frac{2}{s(s^2 + 2s + 2)}$$

显然这是一个积分环节和 2 阶振荡环节的串联, $\omega_n = \sqrt{2} \text{rad/s}$, $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 。令 $s = j\omega$ 得到:

$$W_o(j\omega) = \frac{1}{-2\omega^2 + j(2\omega - \omega^3)}$$

幅频特性为:

$$|W_o(j\omega)| = \left| \frac{1}{-2\omega^2 + j(2\omega - \omega^3)} \right| = \frac{1}{\sqrt{4\omega^4 + (2\omega - \omega^3)^2}}$$

穿越频率处的幅值为 1，得到：

$$\frac{1}{\sqrt{4\omega^4 + (2\omega - \omega^3)^2}} = 1$$

即：

$$4\omega^4 + (2\omega - \omega^3)^2 = 1$$

因为高次方程没有解析解，所以通过数值计算得到：

$$\omega \approx 0.5 \text{ rad/s}$$

开环传递函数中 $\omega_n = \sqrt{2} \text{ rad/s}$ ，这 2 者的比值为 $1.414/0.5$ 约为 2.8 倍。这就是说如果选择开环频率特性中极点频率为穿越频率的 2.8 倍左右，那么可以获得三阶巴特沃思特性的响应，即超调为 8% 左右，而且是稳定的。然而这是对于开环放大倍数为无限大电路来说的，也就是积分电路来说的，对于有限的开环放大倍数的电路来说，仅仅是近似的按照此原则进行补偿。也就是说，开环传递函数：

$$W_o(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s} = \frac{1}{2s \left[\left(\frac{s}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s}{\sqrt{2}} \right) + 1 \right]}$$

其中分母 s 作为积分环节，当其增大 A 倍的时候，2 阶振荡环节的自然振荡角频率 ω_n 需要增大 A 倍，这样就可以保证极点频率为穿越频率的 2.8 倍，从而得到 3 阶巴特沃思的闭环特性，即超调只有 8% 而且几乎没有振荡的较为理想的输出瞬态响应过程。即开环传递函数为：

$$W_o(s) = \frac{A}{2s \left[\left(\frac{s}{\sqrt{2}A} \right)^2 + \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s}{\sqrt{2}A} \right) + 1 \right]}$$

闭环传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)} = \frac{\frac{A}{2s \left[\left(\frac{s}{\sqrt{2}A} \right)^2 + \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s}{\sqrt{2}A} \right) + 1 \right]}}{1 + \frac{A}{2s \left[\left(\frac{s}{\sqrt{2}A} \right)^2 + \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\frac{s}{\sqrt{2}A} \right) + 1 \right]}} = \frac{1}{\left(\frac{s}{A} \right)^3 + 2 \left(\frac{s}{A} \right)^2 + 2 \left(\frac{s}{A} \right) + 1}$$

即积分项放大 A 倍而且 2 阶环节的自然角频率增大 A 倍之后，其闭环依然是 3 阶的巴特沃思特性。相频特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan(0) - \arctan\left(\frac{2 - \omega^2}{-2\omega}\right)$$

当穿越频率 $\omega \approx 0.5 \text{ rad/s}$ 时, $\arctan\left(\frac{2\omega - \omega^3}{-2\omega^2}\right) \approx -1.75$, 相位接近120度, 相位裕量约为60度。

三. 巴特沃思4阶低通滤波电路传递函数为:

$$W_c(s) = \frac{1}{s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6131s + 1} \approx \frac{1}{(s^2 + 1.8477s + 1)(s^2 + 0.7654s + 1)}$$

阶跃响应输出 $C(s)$ 为:

$$C(s) = \frac{1}{s} W_c(s) = \frac{1}{s(s^2 + 1.8477s + 1)(s^2 + 0.7654s + 1)}$$

$$= \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 1.8477s + 1} + \frac{Ds + E}{s^2 + 0.7654s + 1}$$

$$\begin{aligned} & A(s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6131s + 1) + \\ & B(s^4 + 0.7654s^3 + s^2) + C(s^3 + 0.7654s^2 + s) \\ & = \frac{+ D(s^4 + 1.8477s^3 + s^2) + E(s^3 + 1.8477s^2 + s)}{s(s^2 + 1.8477s + 1)(s^2 + 0.7654s + 1)} \end{aligned}$$

得到:

$$A + B + D = 0$$

$$2.6131A + 0.7654B + C + 1.8477D + E = 0$$

$$3.4142A + B + 0.7654C + D + 1.8477E = 0$$

$$2.6131A + C + E = 0$$

$$A = 1$$

即:

$$A = 1$$

$$B \approx -1.7072$$

$$C \approx -2.2305$$

$$D \approx 0.7072$$

$$E \approx -0.3826$$

得到输出 $C(s)$ 为:

$$C(s) = \frac{1}{s} W_c(s) \approx \frac{1}{s} - \frac{1.7072s + 2.2305}{s^2 + 1.8477s + 1} + \frac{0.7072s - 0.3826}{s^2 + 0.7654s + 1}$$

$$\approx \frac{1}{s} - \frac{1.7072(s + 0.9239) + 4.462 \times 0.1464}{(s + 0.9239)^2 s + 0.1464} + \frac{0.7072(s + 0.3827) - 0.7653 \times 0.8535}{(s + 0.3827)^2 + 0.8535}$$

取拉氏反变换得到:

$$C(t) \approx 1 - e^{-0.9239t} [1.7072 \cos(0.3826t) + 4.462 \sin(0.3826t)]$$

$$+ e^{-0.3828t} [0.7072 \cos(0.9239t) - 0.7653 \sin(0.9239t)]$$

求导得到:

$$C'(t) = 0.9239e^{-0.9239t} [1.7072 \cos(0.3828t) + 4.462 \sin(0.3828t)]$$

$$- 0.3828e^{-0.9239t} [-1.7072 \sin(0.3828t) + 4.462 \cos(0.3828t)]$$

$$+ 0.3828e^{-0.3828t} [0.7072 \cos(0.9239t) - 0.7653 \sin(0.9239t)]$$

$$- 0.9239e^{-0.3828t} [-0.7072 \sin(0.9239t) - 0.7653 \cos(0.9239t)]$$

当 $C'(t) = 0$ 时, 阶跃响应达到第一个最大值, 这是一个超越方程, 没有解析解, 需要数值计算方法得到数值解。计算得到 t 约为 $5.7s$, 而 $C(t)$ 约为 1.1 。这就意味着四阶的巴特沃思低通滤波器的阶跃响应的最大超调约为 10% 。设单位增益的开环传递函数为 $W_o(s)$, 则有:

$$W_c(s) = \frac{1}{s^4 + 2.6131s^3 + 3.4142s^2 + 2.6131s + 1} = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)}$$

得到:

$$W_o(s) = \frac{1}{s(s^3 + 2.6131s^2 + 3.4142s + 2.6131)}$$

$$\approx \frac{1}{s(s^2 + 1.1147s + 1.7439)(s + 1.4984)}$$

显然这是一个积分环节和 2 阶振荡环节以及一阶环节的串联, $\omega_n = 1.3206 \text{ rad/s}$, $\xi = 0.42$,

极点频率为 $\text{fp} = 1.4984 \text{ rad/s}$ 。令 $s = j\omega$ 得到:

$$W_o(j\omega) \approx \frac{1}{\omega^4 - 3.4142\omega^2 + j(2.6131\omega - 2.6131\omega^3)}$$

幅频特性为:

$$|W_o(j\omega)| \approx \left| \frac{1}{\omega^4 - 3.4142\omega^2 + j(2.6131\omega - 2.6131\omega^3)} \right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(\omega^4 - 3.4142\omega^2)^2 + (2.6131\omega - 2.6131\omega^3)^2}}$$

穿越频率处的幅值为 1，得到：

$$(\omega^4 - 3.4142\omega^2)^2 + (2.6131\omega - 2.6131\omega^3)^2 = 1$$

因为高次方程没有解析解，所以通过数值计算得到：

$$\omega \approx 0.39 \text{ rad/s}$$

开环传递函数中 $\omega_n = 1.3206 \text{ rad/s}$ ，这 2 者的比值为 $1.3206/0.39$ 约为 3.4 倍。这就是说如

果选择开环频率特性中自然振荡频率 ω_n 为穿越频率的 3.4 倍左右，那么可以获得四阶巴特沃思特性的响应，即超调为 10% 左右，而且是稳定的。然而这是对于开环放大倍数为无限大电路来说的，也就是积分电路来说的，对于有限的开环放大倍数的电路来说，仅仅是近似的按照此原则进行补偿。相频特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan(0) - \arctan\left(\frac{2.6131\omega - 2.6131\omega^3}{\omega^4 - 3.4142\omega^2}\right)$$

当穿越频率 $\omega \approx 0.39 \text{ rad/s}$ 时， $\arctan\left(\frac{2.6131\omega - 2.6131\omega^3}{\omega^4 - 3.4142\omega^2}\right) \approx -1.74$ ，相位接近 120 度，

相位裕量约为 60 度。

不难想象，阶数更高的巴特沃思低通滤波电路的开环频率特性依然是 60 度的相位裕量，而且穿越频率比下一个极点频率或自然角频率要小的更多，这本质上是滞后补偿，但是可以认为属于“完全补偿”。

四. 2 阶贝塞尔特性的低通滤波电路传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 3}$$

阶跃响应输出 $C(s)$ 为：

$$C(s) = \frac{1}{s} W_c(s) = \frac{1}{s} \frac{3}{s^2 + 3s + 3} = 3 \left(\frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 3s + 3} \right) = \frac{3(A+B)s^2 + 3(3A+C)s + 9A}{s(s^2 + 3s + 3)}$$

得到：

$$A = \frac{1}{3}$$

$$B = -\frac{1}{3}$$

$$C = -1$$

即：

$$C(s) = 3 \left(\frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 3s + 3} \right) = \frac{1}{s} - \frac{s+3}{s^2 + 3s + 3} = \frac{1}{s} - \frac{(s+1.5) + 2 \times 0.75}{(s+1.5)^2 + 0.75}$$

取拉氏反变换得到：

$$C(t) = 1 - e^{-1.5t} (\cos \sqrt{0.75}t + 2 \sin \sqrt{0.75}t)$$

求导得到:

$$C'(t) = 1.5e^{-1.5t}(\cos\sqrt{0.75t} + 2\sin\sqrt{0.75t}) - \sqrt{0.75}e^{-1.5t}(-\sin\sqrt{0.75t} + 2\cos\sqrt{0.75t})$$

当 $C'(t)$ 为 0 的时候, $C(t)$ 需要接近 1, 得到 t 约为 3.7s, 此时超调几乎为 0, 而 2 阶巴特沃思低通滤波电路的阶跃响应超调为 4%, 达到最大超调的时间为 4.44s。设单位增益的开环传递函数为 $W_o(s)$, 则有:

$$W_c(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 3} = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)}$$

得到:

$$W_o(s) = \frac{3}{s^2 + 3s} = \frac{3}{s(s+3)}$$

令 $s = j\omega$ 得到:

$$W_o(j\omega) = \frac{3}{-\omega^2 + j3\omega}$$

幅频特性为:

$$|W_o(j\omega)| = \left| \frac{3}{-\omega^2 + j3\omega} \right| = \frac{3}{\sqrt{\omega^4 + 9\omega^2}}$$

穿越频率处的幅值为 1, 得到:

$$|W_o(j\omega)| = \frac{3}{\sqrt{\omega^4 + 9\omega^2}} = 1$$

即:

$$\omega^4 + 9\omega^2 - 9 = 0$$

得到:

$$\omega^2 = \frac{-9 + \sqrt{81 + 36}}{2} \approx 0.91$$

$$\omega \approx 0.95 \text{ rad/s}$$

开环传递函数中另一个极点频率为 3rad/s, 这 2 者的比值为 3/0.95 约为 3.2 倍。这就是说如果选择开环频率特性中极点频率为穿越频率的 3.2 倍左右, 那么可以获得 2 阶贝塞尔低通滤波的响应。也就是说, 开环传递函数:

$$W_o(s) = \frac{3}{s(s+3)} = \frac{1}{s\left(\frac{s}{3} + 1\right)}$$

其中分母 s 作为积分环节, 当其增大 A 倍的时候, 一阶惯性环节的时间常数需要减小 A 倍, 即开环传递函数为:

$$W_o(s) = \frac{A}{s\left(\frac{s}{3A} + 1\right)}$$

闭环传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)} = \frac{\frac{A}{s\left(\frac{s}{3A} + 1\right)}}{1 + \frac{A}{s\left(\frac{s}{3A} + 1\right)}} = \frac{3}{\left(\frac{s}{A}\right)^2 + 3\left(\frac{s}{A}\right) + 3}$$

即积分项放大 A 倍而且一阶环节的频率增大 A 倍之后，其闭环依然是 2 阶的贝塞尔特性。相频特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan(0) - \arctan\left(\frac{3}{\omega}\right)$$

当穿越频率 $\omega \approx 0.95 \text{ rad/s}$ 时， $\arctan\left(-\frac{3}{\omega}\right) \approx -3.16$ ，相位接近 108 度，相位裕量约为 72 度。

五. 3 阶贝塞尔特性的低通滤波电路传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{15}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15} \approx \frac{15}{(s + 2.3222)(s^2 + 3.6778s + 6.4594)}$$

阶跃响应输出 C (s) 为：

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} W_c(s) \approx \frac{1}{s} \frac{15}{(s + 2.3222)(s^2 + 3.6778s + 6.4594)} \\ &= 15 \left(\frac{A}{s} + \frac{B}{s + 2.3222} + \frac{Cs + D}{s^2 + 3.6778s + 6.4594} \right) \\ &= 15 \left(\frac{(As^3 + 6As^2 + 15As + 15A) + (Bs^3 + 3.6778Bs^2 + B6.4594s) + (Cs^3 + Ds^2) + (2.3222Cs^2 + 2.3222Ds)}{s(s + 2.3222)(s^2 + 3.6778s + 6.4594)} \right) \end{aligned}$$

得到：

$$\begin{aligned}
A + B + C &= 0 \\
6A + 3.6778B + 2.3222C + D &= 0 \\
15A + 6.4594B + 2.3222D &= 0 \\
15A &= 1
\end{aligned}$$

即：

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{15} \\
B &\approx -0.13 \\
C &\approx 0.0633 \\
D &\approx -0.069
\end{aligned}$$

C(s) 为：

$$\begin{aligned}
C(s) &\approx \frac{1}{s} - \frac{1.95}{s + 2.3222} + \frac{0.9495s - 1.035}{s^2 + 3.6778s + 6.4594} \\
&\approx \frac{1}{s} - \frac{1.95}{s + 2.3222} + \frac{0.9495(s + 1.8389) - 0.9036 \times 3.0778}{(s + 1.8389)^2 + 3.0778}
\end{aligned}$$

取拉氏反变换得到：

$$C(t) \approx 1 - 1.95e^{-2.3222t} + e^{-1.8389t} (0.9495 \cos \sqrt{3.0778}t - 0.9036 \sin \sqrt{3.0778}t)$$

求导得到：

$$\begin{aligned}
C'(t) &\approx 4.5283e^{-2.3222t} - 1.8389e^{-1.8389t} (0.9495 \cos \sqrt{3.0778}t - 0.9036 \sin \sqrt{3.0778}t) \\
&\quad + \sqrt{3.0778}e^{-1.8389t} (-0.9495 \sin \sqrt{3.0778}t - 0.9036 \cos \sqrt{3.0778}t)
\end{aligned}$$

当 $C'(t)$ 为 0 的时候，C(t) 需要接近于 1，得到 t 约为 2.85s，此时达到 100.4% 的设定而没有超调，而 3 阶巴特沃思低通滤波电路的阶跃响应超调为 8%，达到最大超调的时间为 5s。设单位增益的开环传递函数为 $W_o(s)$ ，则有：

$$W_c(s) = \frac{15}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15} = \frac{W_o(s)}{1 + W_o(s)}$$

得到：

$$W_o(s) = \frac{15}{s(s^2 + 6s + 15)}$$

令 $s = j\omega$ 得到：

$$W_o(j\omega) = \frac{15}{-6\omega^2 + j(15\omega - \omega^3)}$$

幅频特性为：

$$|W_o(j\omega)| = \left| \frac{15}{-6\omega^2 + j(15\omega - \omega^3)} \right| = \frac{15}{\sqrt{36\omega^4 + (15\omega - \omega^3)^2}}$$

穿越频率处的幅值为 1，得到：

$$|W_o(j\omega)| = \frac{15}{\sqrt{36\omega^4 + (15\omega - \omega^3)^2}} = 1$$

即：

$$36\omega^4 + (15\omega - \omega^3)^2 = 225$$

得到：

$$\omega \approx 0.985 \text{ rad/s}$$

开环传递函数中 2 阶振荡环节的自然振荡频率 $\omega_n = \sqrt{15}$ 约为 3.9rad/s，这 2 者的比值为 3.9/0.985 约为 4 倍。这就是说如果选择开环频率特性中自然振荡频率为穿越频率的 4 倍左右，那么可以获得 3 阶贝塞尔低通滤波器的响应。相频特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan(0) - \arctan\left(\frac{\omega^3 - 15\omega}{6\omega^2}\right)$$

当穿越频率 $\omega \approx 0.95 \text{ rad/s}$ 时， $\arctan\left(\frac{\omega^3 - 15\omega}{6\omega^2}\right) \approx -2.37$ ，相位接近 112 度，相位裕量

约为 68 度。

不难看出，为了获得 2 或 3 阶的贝塞尔低通滤波电路的开环频率特性，需要 70 度左右的相位裕量而且穿越频率比高频极点频率或自然振荡频率小 3~4 倍，就可以获得比巴特沃思 2 或 3 阶低通滤波更好的动态响应过程，而且没有超调。然而通常人们选择的还是 2 阶巴特沃思特性的补偿。

贝塞尔 4 阶低通滤波电路的传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{105}{s^4 + 15s^3 + 45s^2 + 105s + 105}$$

开环传递函数为：

$$W_o(s) = \frac{105}{s^4 + 15s^3 + 45s^2 + 105s} = \frac{105}{s(s^3 + 15s^2 + 45s + 105)} = \frac{105}{s(s+A)(s^2 + Bs + C)}$$

得到：

$$A + B = 15$$

$$AB + C = 45$$

$$AC = 105$$

即：

$$A \approx 11.9742$$

$$B \approx 3.0258$$

$$C \approx 8.7689$$

得到 $W_o(s)$ 为:

$$W_o(s) \approx \frac{105}{s(s+11.9742)(s^2+3.0258s+8.7689)}$$

自然振荡频率 $\omega_n = \sqrt{8.7689}$ 约为 3rad/s。令 $s = j\omega$ 得到:

$$W_o(j\omega) = \frac{105}{\omega^4 - 45\omega^2 + j(105\omega - 15\omega^3)}$$

幅频特性为:

$$|W_o(j\omega)| = \left| \frac{105}{\omega^4 - 45\omega^2 + j(105\omega - 15\omega^3)} \right| = \frac{105}{\sqrt{(\omega^4 - 45\omega^2)^2 + (105\omega - 15\omega^3)^2}}$$

穿越频率处的幅值为 1, 得到:

$$|W_o(j\omega)| = \frac{105}{\sqrt{(\omega^4 - 45\omega^2)^2 + (105\omega - 15\omega^3)^2}} = 1$$

即:

$$(\omega^4 - 45\omega^2)^2 + (105\omega - 15\omega^3)^2 = 105^2$$

得到:

$$\omega \approx 1.05 \text{ rad/s}$$

开环传递函数中 2 阶振荡环节的自然振荡频率约为 3rad/s, 这 2 者的比值为 3/1.05 约为 3 倍。这就是说如果选择开环频率特性中自然振荡频率为穿越频率的 3 倍左右, 那么可以获得 4 阶贝塞尔低通滤波器的响应。相频特性为:

$$\varphi(\omega) = \arctan(0) - \arctan\left(\frac{105\omega - 15\omega^3}{\omega^4 - 45\omega^2}\right)$$

当穿越频率 $\omega \approx 1.05 \text{ rad/s}$ 时, $\arctan\left(\frac{105\omega - 15\omega^3}{\omega^4 - 45\omega^2}\right) \approx -1.9$, 相位接近 116 度, 相位裕量约为 64 度。

对于高阶电路的开环频率特性补偿, 可以按照巴特沃思或贝塞尔的低通滤波电路的开环特性进行补偿。也就是说在穿越频率以内, 按照图 2-3 所示的曲线进行补偿, 而在穿越频率之上, 则可以按照 60~70 度的相位余量补偿, 并且高频的极点或自然振荡频率为穿越频率的 3~4 倍, 这样就可以兼顾贝塞尔和巴特沃思特性, 从而可以得到一个折中的特性, 即阶跃响应的超调小于 10% 或几乎没有超调的稳定响应。本书中依然按照 2 阶的巴特沃思开环特性进行反馈电路的补偿设计。如果补偿后为 2 阶巴特沃思开环特性, 那么人们就称之为“完全补偿”, 而图 2-3 所示的被称为“非完全补偿”。

对于贝塞尔低通滤波电路来说, 一个非常有利于稳定性的地方就是, 其闭环的阶跃响应或方波响应的输出是几乎单调而没有过冲振荡的(高阶的贝塞尔低通滤波电路的阶跃响应是存在很小的过冲的), 这意味着如果对阶跃响应“微分”的话, 其必定也几乎没有过冲和振荡, 即使“高阶微分”也是过冲振荡很小的。这是一种新型的补偿方法。图 2-3 所示开环特性电路, 依然有可能获得高阶贝塞尔低通滤波电路的特性。

2.4 频率补偿设计实例

本节介绍几个补偿设计实例。首先讨论几种常见的补偿电路，其中包括，超前补偿电路，滞后补偿电路，超前-滞后补偿电路等。

2.4.1 超前补偿电路

超前补偿电路如图 2-30 所示。

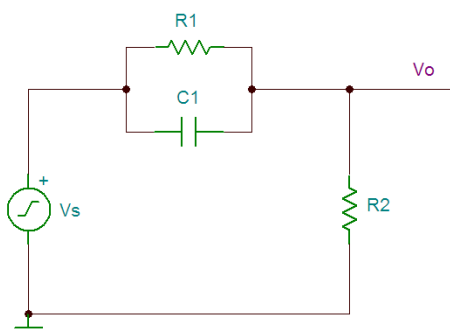


图 2-30 超前补偿电路

输出到输入的传递函数为：

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1}} \\ &= \frac{R_2 (R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_2 C_1 s + R_2 + R_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{(R_1 C_1 s + 1)}{(R_1 // R_2) C_1 s + 1} \end{aligned}$$

零点频率为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

极点频率为：

$$f_p = \frac{1}{2\pi (R_1 // R_2) C_1}$$

令 $s = j\omega$ 得到频率特性：

$$W(j\omega) = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{(jR_1 C_1 \omega + 1)}{j(R_1 // R_2) C_1 \omega + 1}$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时的低频放大倍数为：

$$A_{vl} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时的高频频放大倍数为:

$$A_{vh} = 1$$

对数幅频特性:

$$\begin{aligned} 20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\left|\frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{(jR_1C_1\omega + 1)}{j(R_1 // R_2)C_1\omega + 1}\right| \\ &= 20\lg\frac{R_2}{R_2 + R_1} + 20\lg\left|\frac{(jR_1C_1\omega + 1)}{j(R_1 // R_2)C_1\omega + 1}\right| \\ &= 20\lg\frac{R_2}{R_2 + R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{R_1^2C_1^2\omega^2 + 1}{(R_1 // R_2)^2C_1^2\omega^2 + 1}} \end{aligned}$$

当 $\omega = \frac{1}{R_1C_1}$ 时, 有:

$$\begin{aligned} 20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2 + R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{2}{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 + 1}} \\ &= 20\lg\sqrt{\frac{2\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2}{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 + 1}} \end{aligned}$$

如果 $R_1 \gg 2R_2$, 则 $\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \ll \frac{1}{9} \approx 0.11 \ll 1$, 所以 $\omega = \frac{1}{R_1C_1}$ 时, 有:

$$\begin{aligned} 20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\sqrt{\frac{2\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2}{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 + 1}} \approx 20\lg\sqrt{2\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2} \\ &= 20\lg\sqrt{2} + 20\lg\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \approx 20\lg\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) + 3\text{db} \end{aligned}$$

当 $\omega = \frac{1}{R_2C_1}$ 时, 有:

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\frac{(R_1//R_2)^2}{R_2^2}+1}} \\
&= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)^2+1}}
\end{aligned}$$

如果 $R_1 \gg R_2$ ，则有：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\frac{(R_1//R_2)^2}{R_2^2}+1}} \\
&\approx 20\lg\frac{R_2}{R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\left(\frac{R_2}{R_2}\right)^2+1}} \approx 20\lg\frac{R_2}{R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1} \\
&= -20\lg\sqrt{2} \approx -3\text{db}
\end{aligned}$$

如果 $R_1 = 2R_2$ ，则 $\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ，所以 $\omega = \frac{1}{R_2 C_2}$ 时，有：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)^2+1}} \\
&= 20\lg\frac{2}{3} + 20\lg\sqrt{\frac{4+1}{\frac{4}{9}+1}} \approx -3.5 + 5.4 \approx -2\text{db}
\end{aligned}$$

如果 $R_1 = 3R_2$ ，有：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)^2+1}} \\
&= 20\lg\frac{1}{4} + 20\lg\sqrt{\frac{9+1}{\frac{9}{16}+1}} \approx -12+8 = -4\text{db}
\end{aligned}$$

如果 $R_1 = 5R_2$ ，有：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)^2+1}} \\
&= 20\lg\frac{1}{6} + 20\lg\sqrt{\frac{25+1}{\frac{25}{36}+1}} \approx -16+12 = -4\text{db}
\end{aligned}$$

如果 $R_1 = 10R_2$ ，有：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1} + 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_1^2}{R_2^2}+1}{\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)^2+1}} \\
&= 20\lg\frac{1}{11} + 20\lg\sqrt{\frac{100+1}{\frac{100}{121}+1}} \approx -21+17 = -4\text{db}
\end{aligned}$$

因此在 $R_1 \gg 2R_2$ 的情况下，超前环节有 2 个转折频率分别是低频的 $f_z = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ 和高

频的 $f_p = \frac{1}{2\pi R_2 C_1}$ ，而低频端的放大倍数小于 1，为 $20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1}$ ，高频段的放大倍数为 1。

低频转折频率近似在幅度的+3db 处，高频段的转折频率在幅度的近似-3db 处（然而事实上，如果 $R_1=R_2$ 以至于 R_1 小于 R_2 ，也同样是近似满足的）。

因为 $\lg\frac{f_p}{f_z} = \lg\frac{R_1}{R_2} \approx \lg\frac{R_1+R_2}{R_2}$ ，所以 $\frac{0-20\lg\frac{R_2}{R_2+R_1}}{\lg f_p - \lg f_z} \approx 20$ db/10 倍频，中间频率段

是近似 20db/10 倍频的斜率，这可以提升幅度。

超前补偿环节的频率特性波特图如 2-31 所示。

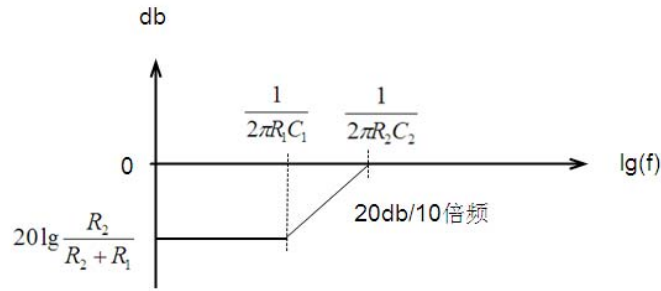


图 2-31 超前环节幅频特性波特图

幅角特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan R_1 C_1 \omega - \arctan(R_1 // R_2) C_1 \omega$$

如果 $\omega = \frac{1}{R_1 C_1}$ ，则有：

$$\varphi(\omega) = \arctan 1 - \arctan \frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 45^\circ$$

$$(R_1 \gg R_2)$$

如果 $\omega = \frac{1}{R_2 C_1}$ ，则有：

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{R_1}{R_2} - \arctan \frac{R_1}{R_1 + R_2} \approx 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$(R_1 \gg R_2)$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 以及 $\omega \rightarrow \infty$ 时：

$$\varphi(\omega) = 0$$

如果 $\omega = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2} C_1}$ ，则频率为高低频转折频率的中点，有：

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \arctan R_1 C_1 \omega - \arctan(R_1 // R_2) C_1 \omega \\ &= \arctan \frac{R_1}{\sqrt{R_1 R_2}} - \arctan \frac{(R_1 // R_2)}{\sqrt{R_1 R_2}} \end{aligned}$$

$$\approx \arctan \frac{R_1}{\sqrt{R_1 R_2}} - \arctan \frac{R_2}{\sqrt{R_1 R_2}} \approx 90^\circ$$

$$(R_1 \gg R_2)$$

相位的计算需要根据电路的实际参数进行，上面的仅仅是个近似的计算，用于说明相位的变化趋势。当 R_1 / R_2 的比值不同时，图 2-32 给出了幅度和相位的频率特性。可见， R_1/R_2 越大就越接近近似计算结果。如果比值较小，那么相位提升就较小。 R_1/R_2 为 10 的情形下，相位可以提升接近 60 度。如果 R_1/R_2 为 1，那么相位提升了 20 度左右。更大的比值会有更大的相位提升，但是放大倍数衰减的也很多，所以很多情形下，并非合适。 R_1/R_2 为 10 倍左右，是比较合适的选择。

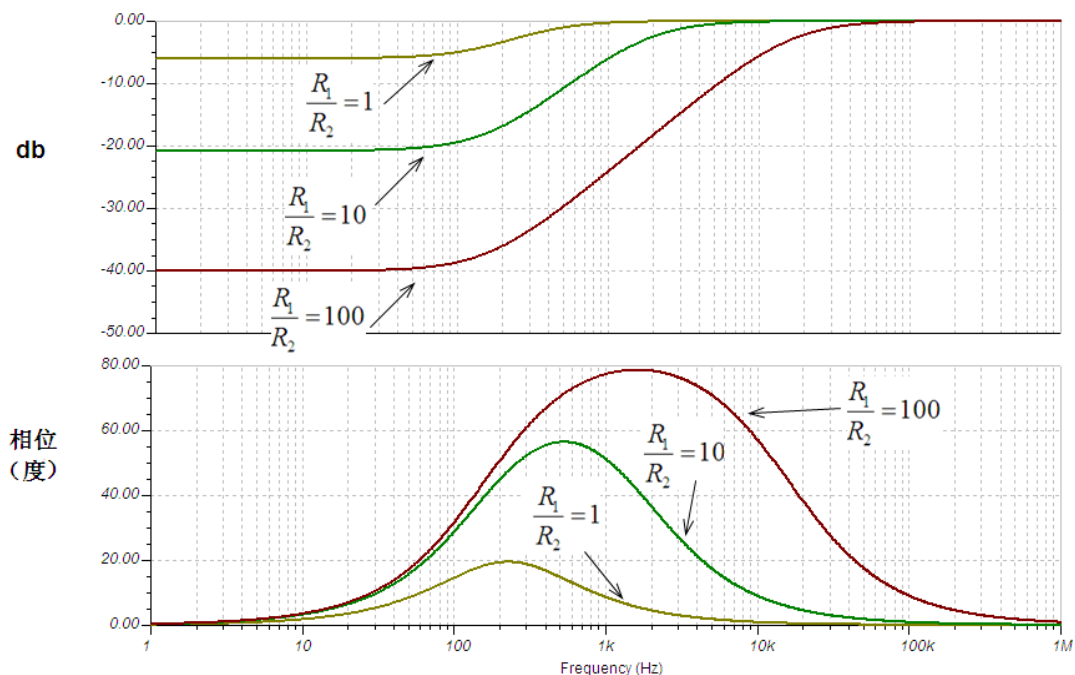


图 2-32 超前环节在不同 R_1/R_2 比值情况下的幅频特性波特图

设计实例：运放的开环放大倍数为 100db，转折频率为 100hz，输出电阻为 200 欧姆，输出电容为 10nF。反馈方式为电压串联负反馈，放大 10 倍。要求使用超前补偿令电路稳定。如图 2-33 所示。

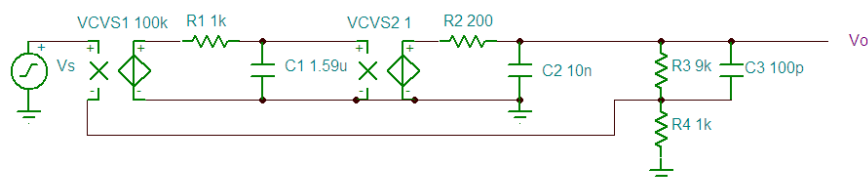


图 2-33 电压串联负反馈的超前补偿电路

显然，未补偿电路有 2 个极点，分别为：

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \approx \frac{1}{6.28 \times 1000 \times 1.59 \times 10^{-6}} \approx 100 \text{hz}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} \approx \frac{1}{6.28 \times 200 \times 10 \times 10^{-9}} \approx 80 \text{Khz}$$

频率特性波特图如图 2-34 所示。补偿设计首先要确定穿越频率，因为闭环放大倍数为 10 倍，所以电阻比为 10，高低转折频率之比也约为 10。超前补偿与运放自身的开环特性曲线叠加之后，相当于 0db 横轴提升了 20db，即 20db 线相当于 0db 横轴。这里将未补偿特性曲线在 30db 处进行提升，画出 -20db/10 倍频的直线后，与 20db 横轴交点约为 500Khz，所以穿越频率为 500K，此处的相位提升设为最大，也就是说设置超前补偿的零点和极点的中间频率为 500Khz。低频零点 f_z 和高频极点 f_p 满足如下关系：

$$f_p f_z = 500^2 (\text{Khz})$$

$$\frac{f_p}{f_z} = 10$$

得到：

$$f_p \approx 1.6\text{Mhz}$$

$$f_z \approx 160\text{Khz}$$

即：

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_2 C_1} \approx 1.6\text{Mhz}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \approx 160\text{Khz}$$

设置 $R_2=1\text{K}$ ， $R_1=10\text{K}$ ，则得到 C_1 为：

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_z} \approx \frac{1}{6.28 \times 10000 \times 160000} \approx 100\text{pF}$$

将图 2-33 中的 R_3 设置为 9k， R_4 设置为 1k， R_9 并联 100pF 电容即达到了设计要求。

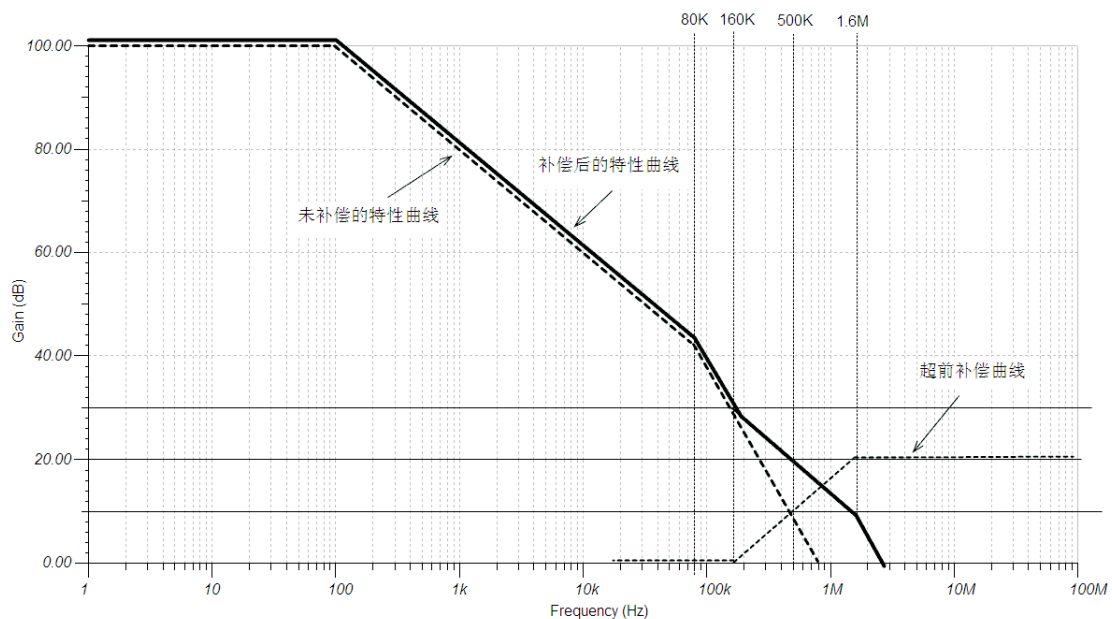


图 2-34 电压串联负反馈输出的超前补偿电路开环频率特性波特图

方波响应输出如图 2-35 所示，可以看出输出非常稳定而没有振荡并且几乎没有过冲。图 2-36 为没有补偿前的输出，输出振荡幅度很大。

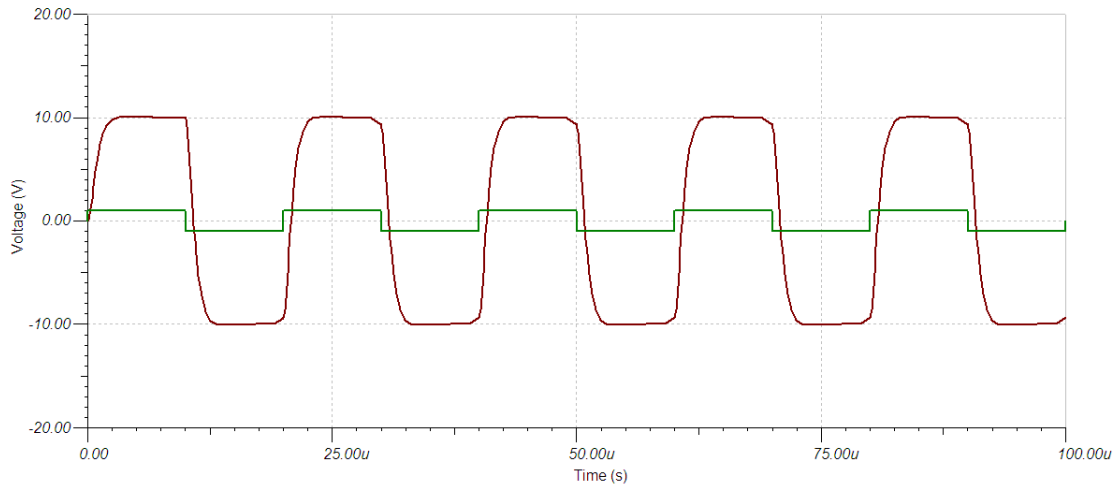


图 2-35 电压串联负反馈超前补偿电路输出波形图（补偿后）

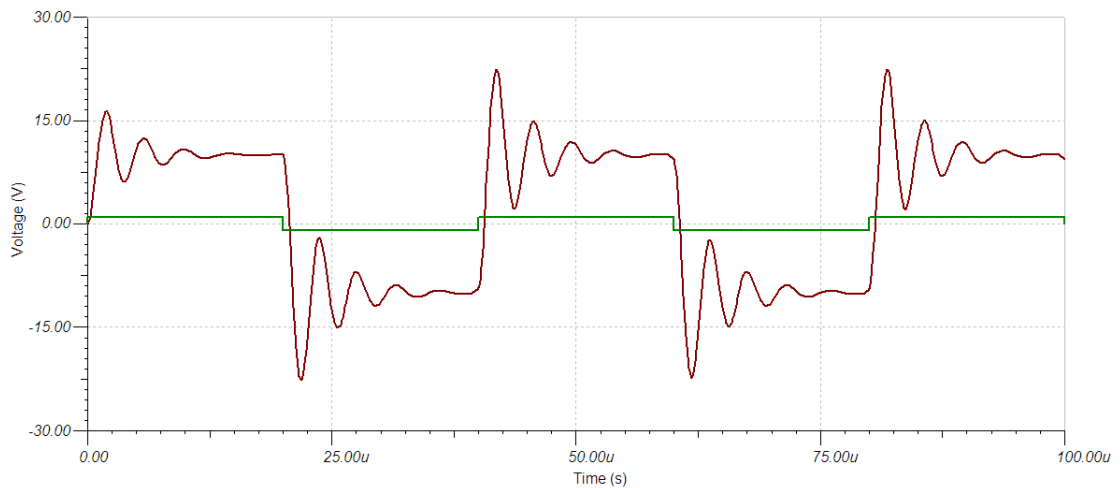


图 2-36 电压串联负反馈未补偿的输出波形图（未补偿）

需要指出的就是，超前补偿也是在把一个二阶的开环电路，通过引入零点的方式转变为一阶电路，根据第一节的讨论，可以看出，想要做到过冲小无振荡的相应，相位裕量通常会大于 60 度，接近 90 度的时候最为理想。这个电路补偿后的相位裕量约为 65 度。

2.4.2 滞后补偿电路

滞后补偿电路如图 2-37 所示。

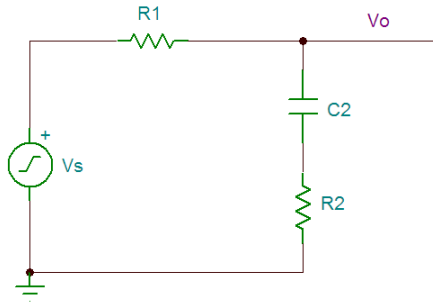


图 2-37 滞后补偿电路

输入和输出的传递函数为：

$$W(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{(R_1 + R_2) C_2 s + 1}$$

零点频率为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

极点频率为：

$$f_p = \frac{1}{2\pi (R_1 + R_2) C_2}$$

令 $s = j\omega$ 得到频率特性：

$$W(j\omega) = \frac{(jR_2 C_2 \omega + 1)}{j(R_1 + R_2) C_2 \omega + 1}$$

对数幅频特性：

$$\begin{aligned} 20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg \left| \frac{(jR_2 C_2 \omega + 1)}{j(R_1 + R_2) C_2 \omega + 1} \right| \\ &= 20\lg \sqrt{\frac{R_2^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{(R_1 + R_2)^2 C_2^2 \omega^2 + 1}} \end{aligned}$$

低频放大倍数为 $\omega \rightarrow 0$ ：

$$20\lg|W(j\omega)| = 0$$

高频放大倍数为 $\omega \rightarrow \infty$ ：

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

当 $\omega = \frac{1}{R_2 C_2}$ 时, 有:

$$\begin{aligned} 20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\sqrt{\frac{R_2^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{(R_1 + R_2)^2 C_2^2 \omega^2 + 1}} = 20\lg\sqrt{\frac{2}{\frac{(R_1 + R_2)^2}{R_2^2} + 1}} \\ &= 20\lg\sqrt{\frac{2R_2^2}{(R_1 + R_2)^2 + R_2^2}} = 20\lg\sqrt{2} + \lg\sqrt{\frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2 + R_2^2}} \\ &\stackrel{(R_1 \gg R_2)}{\approx} 20\lg\sqrt{2} + \lg\frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

因为 $\omega = \frac{1}{R_2 C_2}$ 比高频放大倍数高了约 3db, 所以是高频转折频率。

当 $\omega = \frac{1}{(R_1 + R_2)C_2}$ 时, 有:

$$\begin{aligned} 20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg\sqrt{\frac{R_2^2 C_2^2 \omega^2 + 1}{(R_1 + R_2)^2 C_2^2 \omega^2 + 1}} = 20\lg\sqrt{\frac{\frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} + 1}{2}} \\ &\stackrel{(R_1 \gg R_2)}{\approx} -20\lg\sqrt{2} \end{aligned}$$

因为 $\omega = \frac{1}{(R_1 + R_2)C_2}$ 比低频放大倍数小了约-3db, 所以是低频转折频率。

幅角特性为:

$$\varphi(\omega) = \arctan R_2 C_2 \omega - \arctan (R_1 + R_2) C_2 \omega$$

如果 $\omega = \frac{1}{R_2 C_2}$, 则有:

$$\varphi(\omega) = \arctan 1 - \arctan \frac{R_1 + R_2}{R_2} \stackrel{(R_1 \gg R_2)}{\approx} -45^\circ$$

如果 $\omega = \frac{1}{(R_1 + R_2)C_2}$, 则有:

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \arctan 1 \stackrel{(R_1 \gg R_2)}{\approx} -45^\circ$$

相位的计算需要根据电路的实际参数进行, 上面的仅仅是个近似的计算, 用于说明相位

的变化趋势。当 R_1 / R_2 的比值不同时，图 2-38 给出了幅度和相位的频率特性。可见， R_1/R_2 越大就越接近近似计算结果。如果比值较小，那么相位下降就较小。 R_1/R_2 为 10 的情形下，相位下降接近 60 度。如果 R_1/R_2 为 1，那么相位下降了 20 度左右。

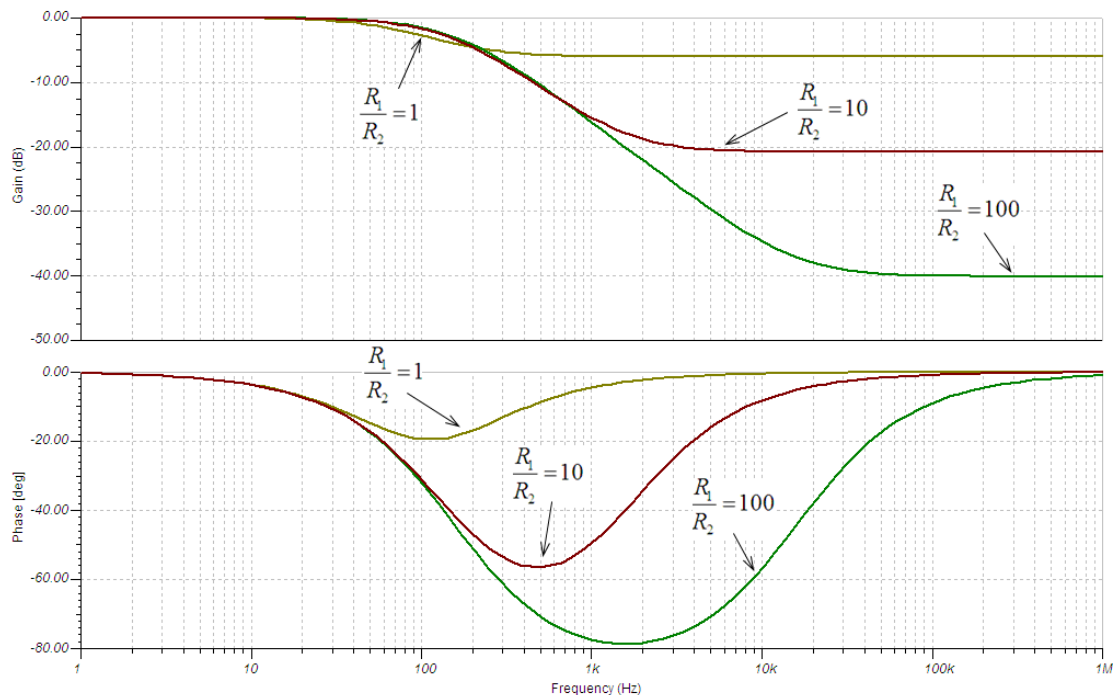


图 2-38 滞后环节在不同 R_1/R_2 比值情况下的幅频特性波特图

设计实例：利用滞后环节补偿有电容负载的电压跟随器。运放的开环放大倍数为 100db，转折频率为 100hz，输出电阻为 200 欧姆，输出负载电容为 10nF。如图 2-39 所示。

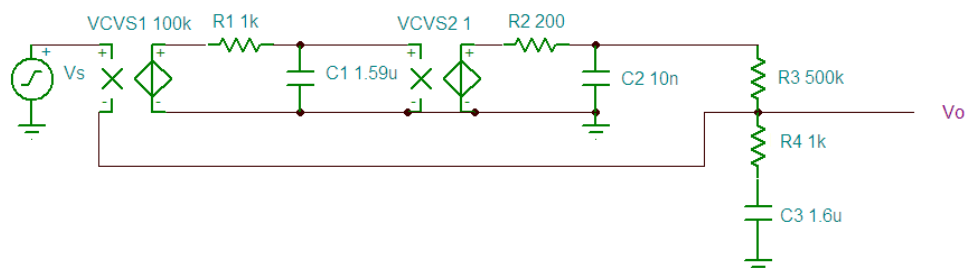


图 2-39 电压跟随器的滞后补偿电路图

波特图如图 2-40 所示。滞后补偿的实质是提高相位，通过降低幅频特性的方法将穿越频率降低，因为频率低的相位裕量更大，所以就达到了补偿的目的。虽然滞后补偿会在中间频率有较大的相位减少，但在滞后环节的足够高频段相位是几乎为 0 的，故不会降低原电路的相频特性，但提高了相位裕量。

在这里，把补偿后的穿越频率设置在 50K，以保证有足够的相位裕量。将滞后环节的高频转折频率设置在 100hz，这样可以保证 -20db/10 倍的斜率穿越 0db 横轴，而在 100hz 处与 db 纵轴的交点为 54db，这是约 500 倍，也就是 R_1/R_2 的比值。设置 $R_2=1K$ ，那么 $R_1=500K$ 。

参数计算如下：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = 100\text{Hz}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi R_2 f_z} \approx \frac{1}{6.28 \times 1000 \times 50000} \approx 1.6\mu\text{F}$$

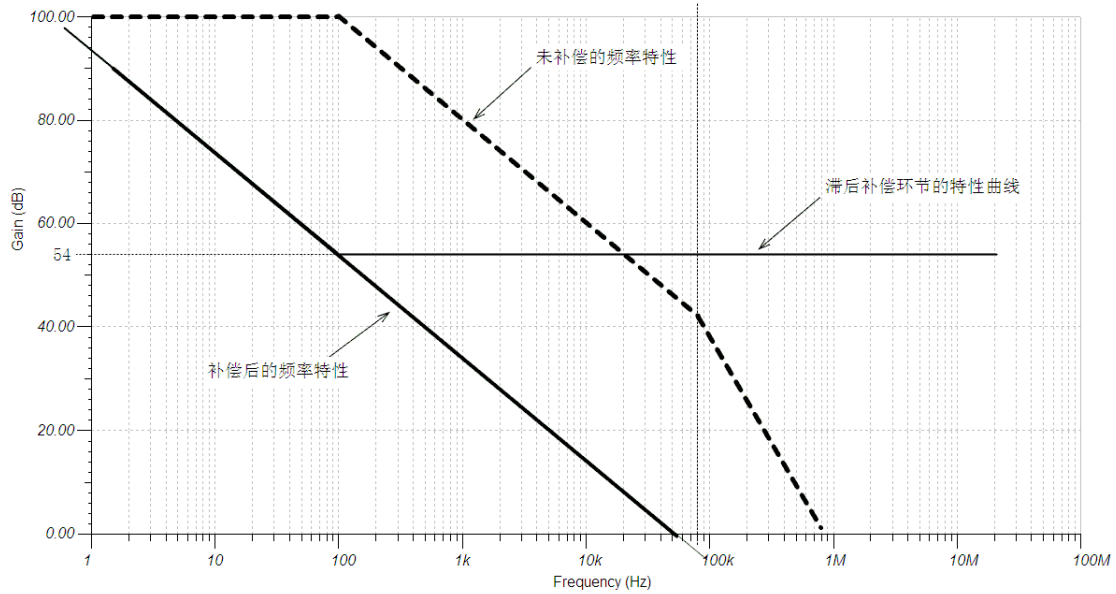


图 2-40 电压跟随器的滞后补偿的频率特性波特图

补偿后的方波响应输出如图 2-41 所示，几乎没有过冲，也没有振荡相当稳定。

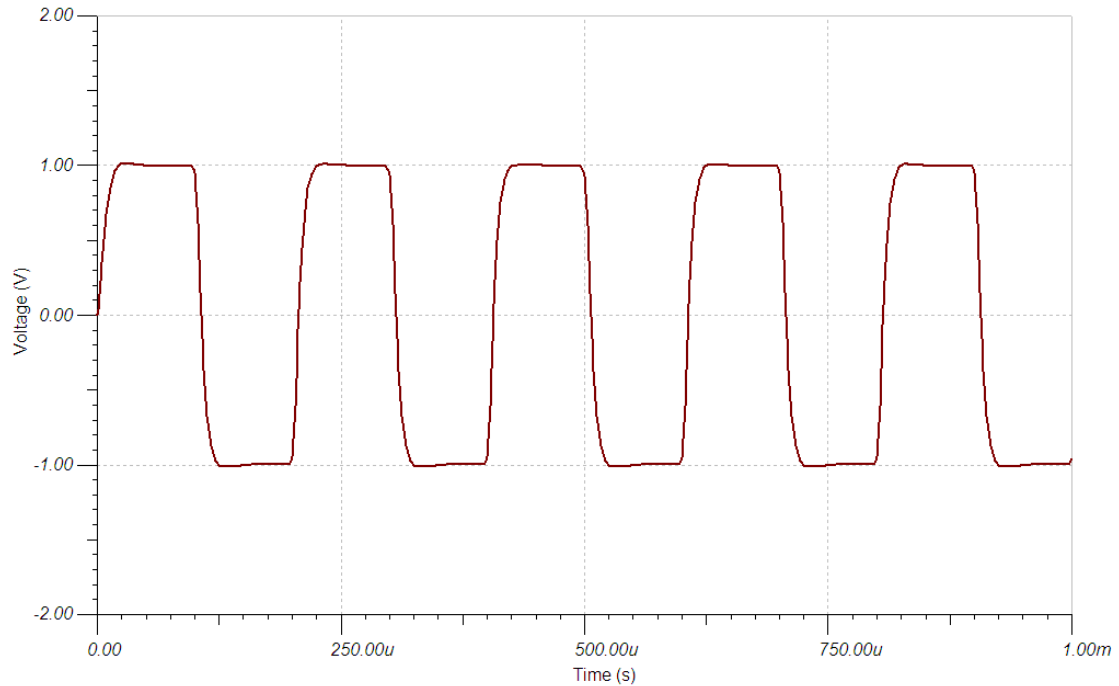


图 2-41 电压跟随器的滞后补偿后的方波输出波形图（补偿后）

补偿前的输出方波响应如图 2-42 所示，其中振荡很大。

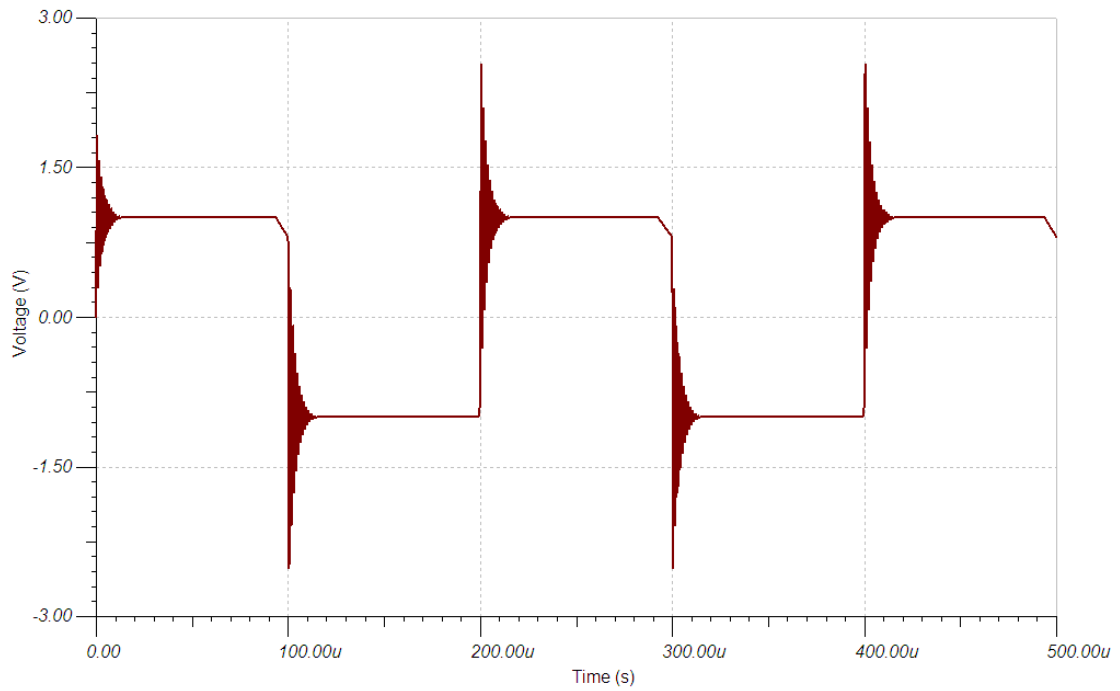


图 2-39 电压跟随器的滞后补偿前的方波输出波形图（未补偿）

2.4.3 滞后超前补偿电路

滞后超前补偿电路如图 2-40 所示。

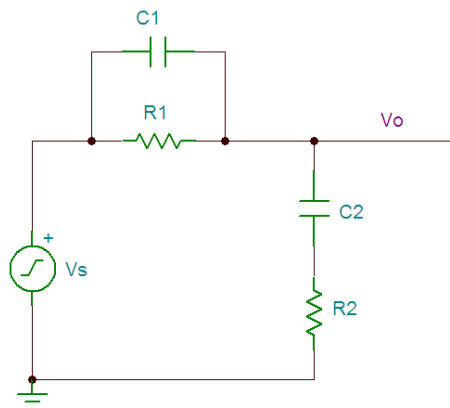


图 2-40 滞后超前补偿电路

输出到输入的传递函数为：

$$\begin{aligned}
W(s) &= \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{\frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} + R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{(R_2 C_2 s + 1)}{\frac{R_1 C_2 s}{(R_1 C_1 s + 1)} + (R_2 C_2 s + 1)} \\
&= \frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}{R_1 C_2 s + (R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)} \\
&= \frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) s + 1}
\end{aligned}$$

令 $s = j\omega$ 得到频率特性:

$$W(j\omega) = \frac{(j\omega R_2 C_2 + 1)(j\omega R_1 C_1 + 1)}{j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) + 1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2}$$

对数幅频特性:

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg \left| \frac{(j\omega R_2 C_2 + 1)(j\omega R_1 C_1 + 1)}{j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) + 1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2} \right| \\
&= 20\lg \sqrt{\frac{(R_2^2 C_2^2 \omega^2 + 1)(R_1^2 C_1^2 \omega^2 + 1)}{\omega^2 (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2)^2 + (1 - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2)^2}}
\end{aligned}$$

当 $\omega = \frac{1}{R_2 C_2}$ 时, 有:

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg \sqrt{\frac{2 \left[\left(\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \right)^2 + 1 \right]}{\left(\frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}{R_2 C_2} \right)^2 + \left(1 - \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \right)^2}} \\
&= 20\lg \sqrt{\frac{2 \left[\left(\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \right)^2 + 1 \right]}{\left(1 + \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} + \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(1 - \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \right)^2}}
\end{aligned}$$

因为我们的目的是为了获得相距足够远的零点和极点, 此时零极点都满足转折频率处的正负 3db 原则, 如果无法满足, 那么就不能成为转折频率。显然如果 $R_2 \gg R_1$ 的话, 此时的幅度为 0, 不满足 3db 的幅值, 所以 R_1 需要远大于 R_2 , 得到:

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg \sqrt{\frac{2\left[\left(\frac{R_1C_1}{R_2C_2}\right)^2 + 1\right]}{\left(\frac{R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2}{R_2C_2}\right)^2 + \left(1 - \frac{R_1C_1}{R_2C_2}\right)^2}} \\
&= 20\lg \sqrt{\frac{2\left[1 + \frac{1}{\left(\frac{R_1C_1}{R_2C_2}\right)^2}\right]}{\left(1 + \frac{1}{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} - 1\right)^2}} \\
&\stackrel{\left(\frac{R_1C_1}{R_2C_2} \gg 1\right)}{\approx} 20\lg \sqrt{\frac{2}{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + 1}} \\
&= 20\lg \sqrt{2} - 20\lg \sqrt{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + 1} \\
&\stackrel{(C_2 \gg C_1)}{\approx} 20\lg \sqrt{2} + 20\lg \left(\frac{C_1}{C_2}\right)
\end{aligned}$$

当 $\omega = \frac{1}{R_1C_1}$ 时，有：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg \sqrt{\frac{2\left[\left(\frac{R_2C_2}{R_1C_1}\right)^2 + 1\right]}{\left(\frac{R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2}{R_1C_1}\right)^2 + \left(1 - \frac{R_2C_2}{R_1C_1}\right)^2}} \\
&= 20\lg \sqrt{\frac{2\left[\left(\frac{R_2C_2}{R_1C_1}\right)^2 + 1\right]}{\left(1 + \frac{R_2C_2}{R_1C_1} + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(1 - \frac{R_2C_2}{R_1C_1}\right)^2}}
\end{aligned}$$

因为我们的目的是为了获得相距足够远的零点和极点，此时零极点都满足转折频率处的正负 3db 原则，如果无法满足，那么就不能成为转折频率。显然如果 $C_1 \gg C_2$ 的话，此时的幅度为 0，不满足 3db 的幅值，所以 C_2 需要远大于 C_1 ，得到：

$$\begin{aligned}
20\lg|W(j\omega)| &= 20\lg \sqrt{\frac{2 \left[\left(\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \right)^2 + 1 \right]}{\left(\frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}{R_1 C_1} \right)^2 + \left(1 - \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \right)^2}} \\
&= 20\lg \sqrt{\frac{2 \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \right)^2} \right]}{\left(1 + \frac{1}{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} - 1 \right)^2}} \\
&\stackrel{\left(\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \gg 1 \right)}{\approx} 20\lg \sqrt{\frac{2}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + 1}} \\
&\stackrel{(R_1 \gg R_2)}{\approx} 20\lg \sqrt{2} + 20\lg \left(\frac{R_2}{R_1} \right)
\end{aligned}$$

既然 $R_1 \gg R_2, C_2 \gg C_1$, 则传递函数变为:

$$\begin{aligned}
W(s) &= \frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2)s + 1} \\
&\stackrel{\substack{(R_1 \gg R_2) \\ (C_2 \gg C_1)}}{\approx} \frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_1 C_1 s + 1)}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_2 C_1 + R_1 C_2)s + 1} \\
&= \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_2 s + 1)(R_2 C_1 s + 1)}
\end{aligned}$$

低频极点为 (滞后环节):

$$p_l = \frac{1}{R_1 C_2}$$

低频零点为 (超前环节):

$$z_l = \frac{1}{R_1 C_1}$$

高频零点为 (超前环节):

$$z_l = \frac{1}{R_2 C_2}$$

高频极点为（超前环节）：

$$p_h = \frac{1}{R_2 C_1}$$

并选择 $R_2 C_2 \ll R_1 C_1$ ，这样可以令 2 个零点分离的更远。零点处只会会有一个放大倍数，由 R_1/R_2 和 C_2/C_1 中的最小者决定。例如选择 C_2/C_1 作为零点处的放大倍数，用更大 R_1/R_2 比值来使得 2 个零点的距离更远。虽然选择 $R_1=R_2$ ， $C_2=C_1$ ，也依然可以实现滞后超前的补偿功能，但与理想的计算结果有些差距，所以还是适当选择更大电阻和电容的比值为好。

当 $R_1/R_2=10$ ， $C_2/C_1=10$ 时的仿真结果如图 2-41 所示。零点处的放大倍数理想来看应该是 -20db，但因为此时 2 个零点频率相同，所以达不到理想值。

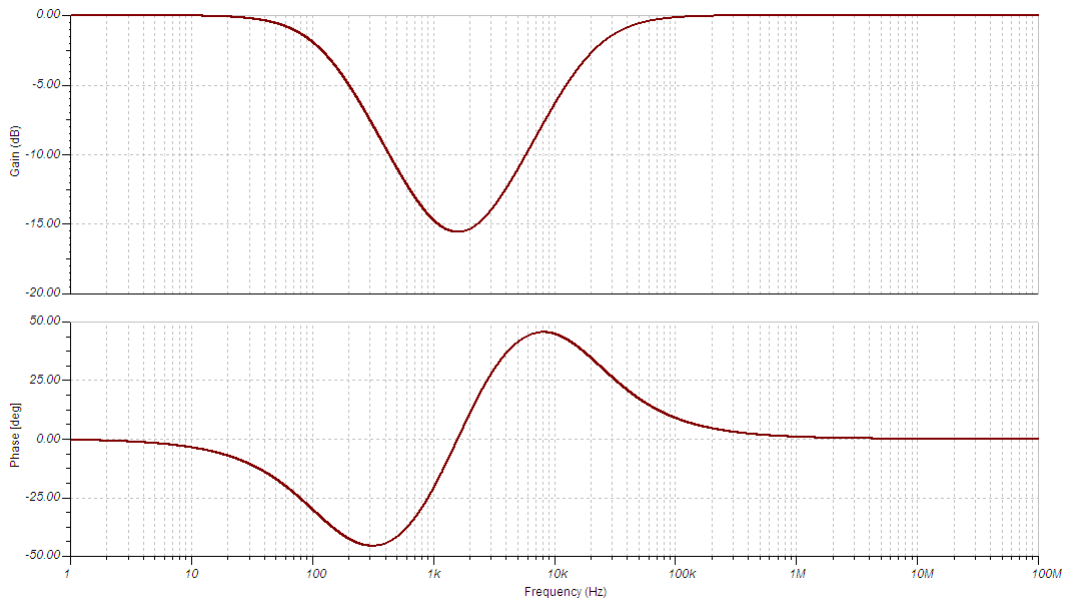


图 2-41 滞后超前补偿电路 $R_1/R_2=10$ 以及 $C_2/C_1=10$ 时的频率特性波特图

如果增大 R_1/R_2 的比值，就可以使得零点分离的更远，从而可以达到预期的零点放大倍数。如图 2-42 所示。其中 $R_1/R_2=100$ ，这时的零点距离更远，放大倍数达到了 -20db，而且零点提升的相位也增大了，虽然极点降低的相位也一样增大了。

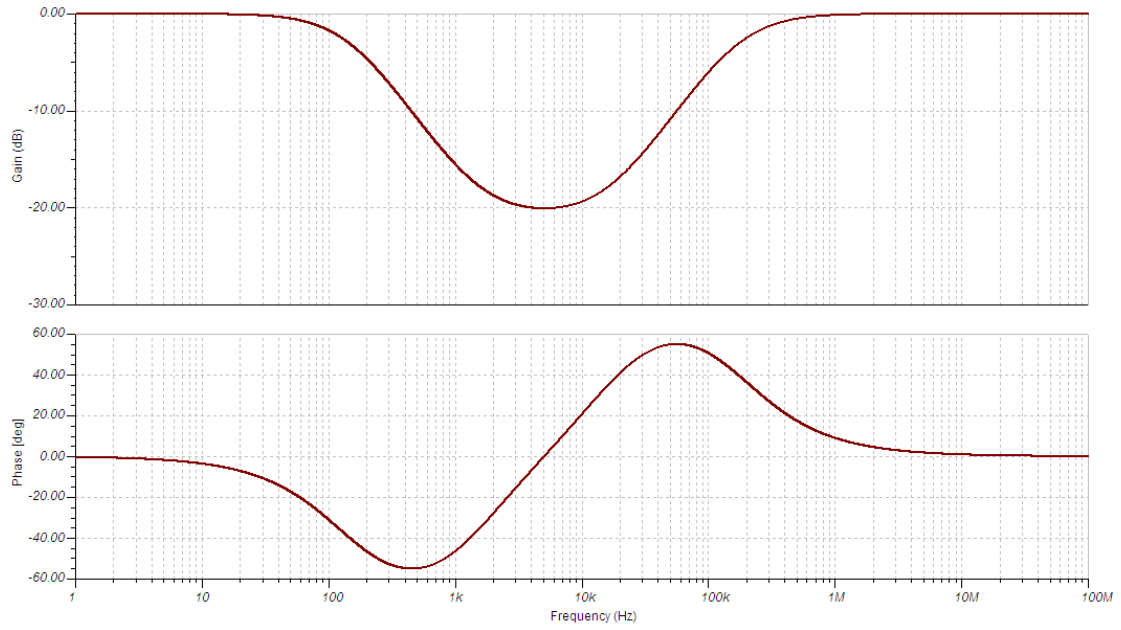


图 2-42 滞后超前补偿电路 $R1/R2=100$ 以及 $C2/C2=10$ 时的频率特性波特图

图 2-43 是 $R2/R1=1000$ 时的情况，可见零点处的放大倍数在很大频率范围内都保持在 -20db 左右，从而更接近理想的滞后超前环节的特性。

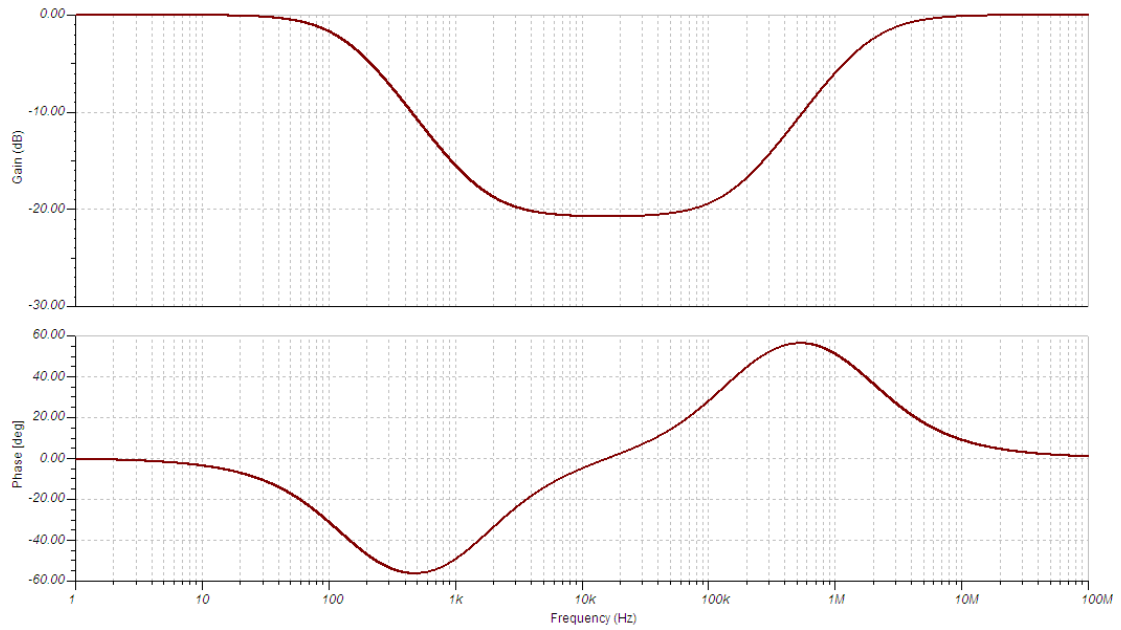


图 2-43 滞后超前补偿电路 $R1/R2=1000$ 以及 $C2/C2=10$ 时的频率特性波特图

设计实例：利用滞后超前环节补偿有电容负载的电压跟随器。运放的开环放大倍数为 100db，转折频率为 100hz，输出电阻为 200 欧姆，输出负载电容为 10nF。如图 2-44 所示。

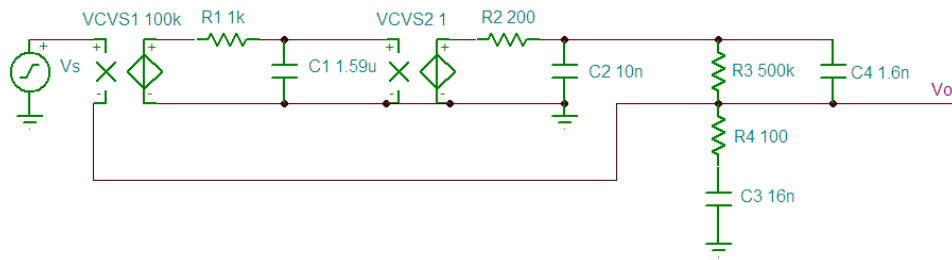


图 2-44 电压跟随器的滞后超前补偿电路图

采用滞后超前补偿的波特图如图 2-45 所示。采用放大倍数-20dB，零点频率为 200hz 和 100Khz 的补偿后，可以获得近 600K 的穿越频率，相对于未补偿的穿越频率近 1Mhz 来说，带宽降低不多。取 $C_2/C_1=10$ ， $R_2=1k$ 。低频零点频率为 200hz，满足：

$$f_{z_l} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = 200hz$$

高频极点为 100K，满足：

$$f_{z_h} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = 100Khz$$

得到：

$$\frac{f_{z_h}}{f_{z_l}} = \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} = \frac{R_1}{10 R_2} = 500$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 5000$$

取：

$$R_1 = 500K$$

$$R_2 = 100\Omega$$

得到 C1 为：

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_{z_l}} \approx \frac{1}{6.28 \times 500000 \times 200} \approx 1.6nF$$

C2 为：

$$C_2 = 10C_1 = 16nF$$

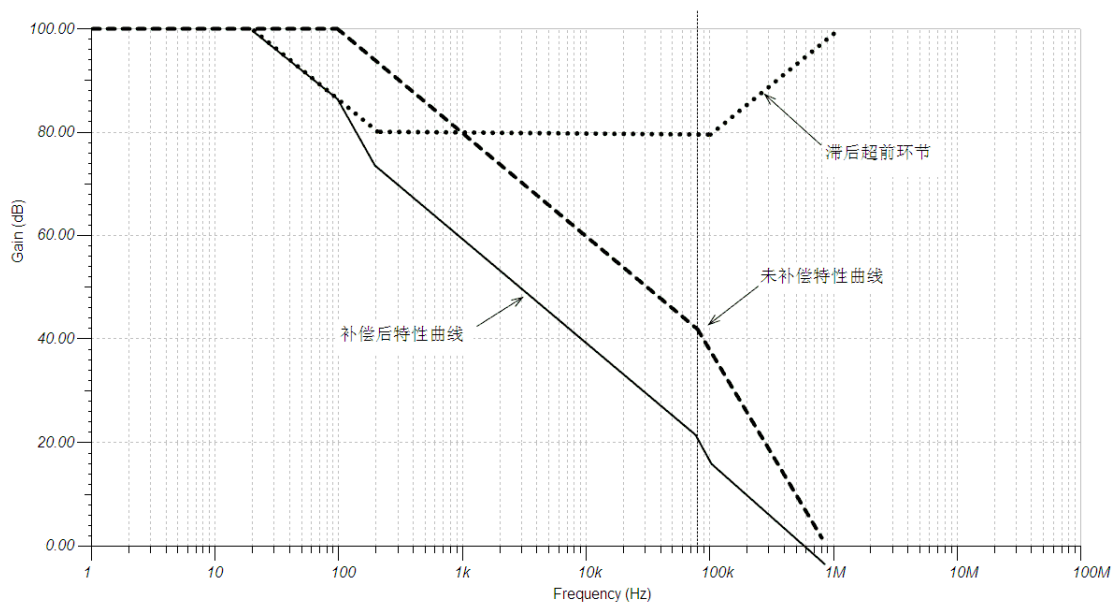


图 2-45 电压跟随器的滞后超前补偿频率特性波特图

滞后超前环节的仿真波特图如图 2-46 所示。可以看出与设计结果吻合的相当好。

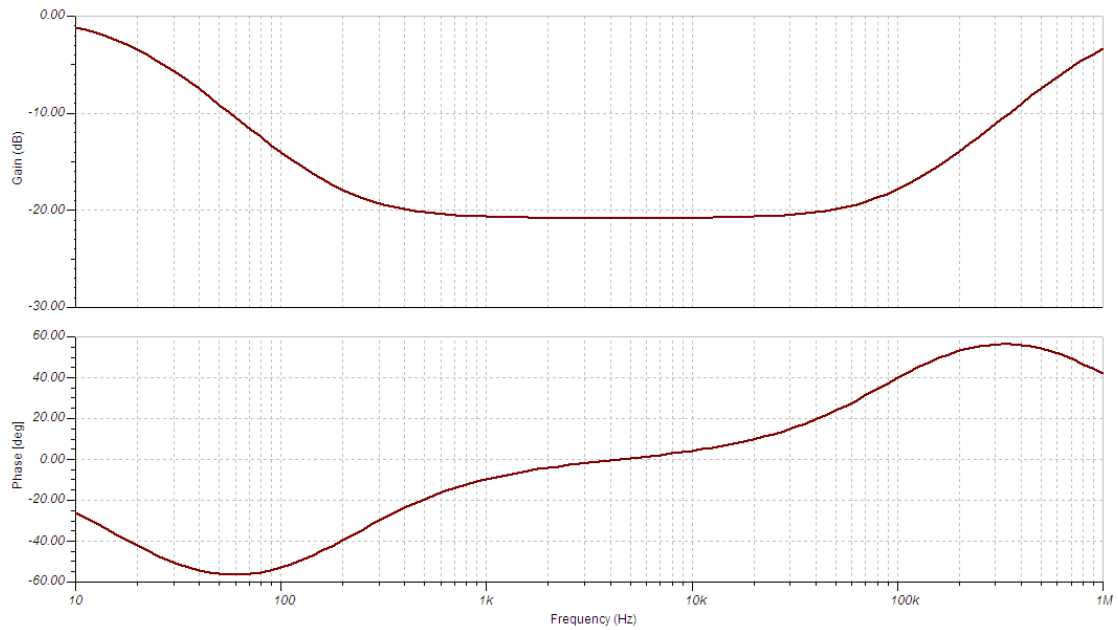


图 2-46 滞后超前补偿频率特性波特图（仿真结果）

补偿后的开环频率特性波特图如图 2-47 所示，可见于计算的补偿结果几乎一样。相位裕量约为 62 度。

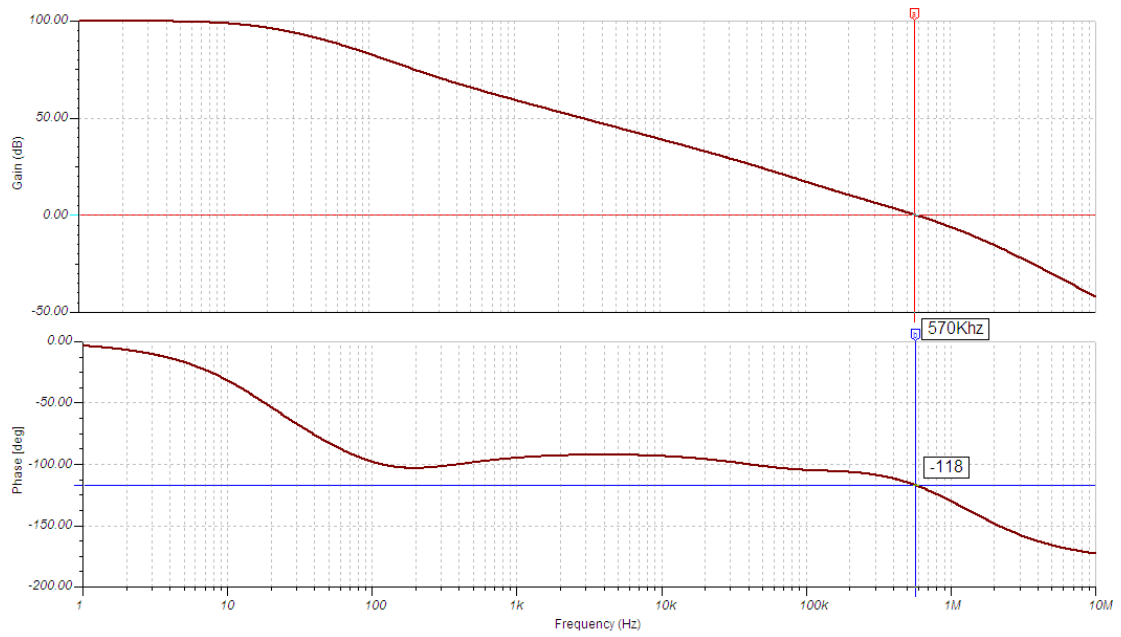


图 2-47 电压跟随器的滞后超前补偿频率特性波特图（仿真结果）

方波响应如图 2-48 所示。当然还可以设计其他补偿参数。本实例仅仅是给出了一个补偿参数而已，还是可以有其他参数。但总的来说，即使补偿参数不同，对于这个题目来说，最终结果其实相差不会很大的。

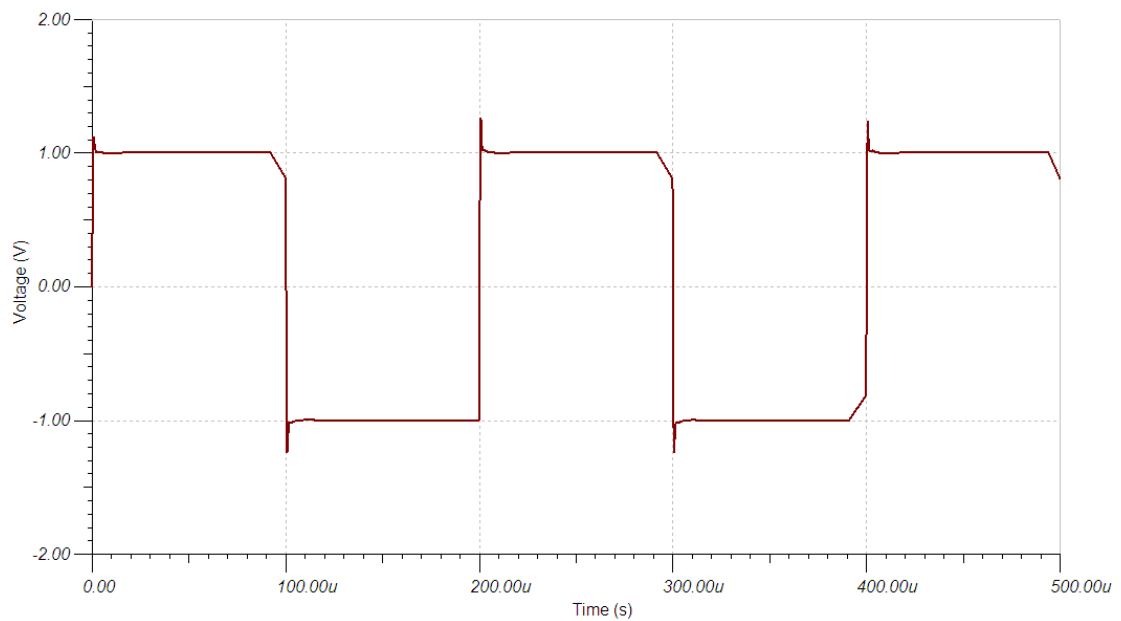


图 2-48 电压跟随器的滞后超前补偿后的方波响应波形图

2.5 多级放大电路的补偿

图 2-49 所示电路是 2 级的晶体管放大电路的高频小信号等效电路。由于考虑分布电容和输出电容，所以这个电路是至少 3 阶电路，存在 3 个极点，根据 2.2 节的讨论知道开环存在 2 个实数极点的闭环电路是难以稳定的。因此，需要进行补偿，这里采用了 RC 串联后进行并联的补偿以抵消 2 个极点从而成为近似单极点的 2 阶巴特沃思型的电路。电路中如果 R_{be2} 趋于无限大那么就是 MOSFET 的高频等效电路了。 R_{be2} 为有限的时候代表三极管的高频等效电路。

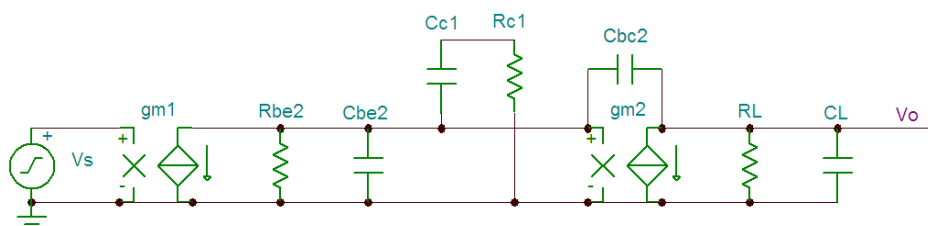


图 2-49 晶体管 2 级放大电路的高频小信号等效电路

忽略 C_{bc2} 后的 V_o 对于 V_s 的传递函数为 (C_{bc2} 和 g_{m2} 会形成一个高频的右半平面零点其角频率为 g_{m2}/C_{bc2}):

$$\frac{(R_L \cdot R_{be2} \cdot g_{m2} \cdot g_{m1} + R_L \cdot R_{be2} \cdot g_{m2} \cdot R_{c1} \cdot C_{c1} \cdot g_{m1} \cdot s)}{(1 + (C_L \cdot R_L + R_{be2} \cdot C_{be2} + R_{be2} \cdot C_{c1} + R_{c1} \cdot C_{c1}) \cdot s + (C_L \cdot R_L \cdot R_{be2} \cdot C_{be2} + C_L \cdot R_L \cdot R_{be2} \cdot C_{c1} + C_L \cdot R_L \cdot R_{c1} \cdot C_{c1} + R_{be2} \cdot C_{be2} \cdot R_{c1} \cdot C_{c1}) \cdot s^2 + C_L \cdot R_L \cdot R_{be2} \cdot C_{be2} \cdot R_{c1} \cdot C_{c1} \cdot s^3)}$$

左半平面零点为:

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{c1}}$$

低频极点为:

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi(R_L C_L + R_{be2} C_{be2} + R_{be2} C_{c1} + R_{c1} C_{c1})}$$

$$\begin{aligned} & (C_{c1} \gg C_{be2}) \\ & \approx \\ & (R_{be2} \gg R_{c1}) \frac{1}{2\pi(R_L C_L + R_{be2} C_{c1})} \end{aligned}$$

高频极点为:

$$f_{p2} = \frac{R_L C_L + R_{be2} C_{be2} + R_{be2} C_{c1} + R_{c1} C_{c1}}{2\pi(R_L C_L R_{be2} C_{be2} + R_L C_L R_{be2} C_{c1} + R_L C_L R_{c1} C_{c1} + R_{be2} C_{be2} R_{c1} C_{c1})}$$

$$\begin{aligned} & (C_{c1} \gg C_{be2}) \\ & \approx \\ & (R_{be2} \gg R_{c1}) \frac{R_L C_L + R_{be2} C_{c1}}{2\pi(R_L C_L R_{be2} C_{c1} + R_{be2} C_{be2} R_{c1} C_{c1})} = \frac{R_L C_L + R_{be2} C_{c1}}{2\pi R_{be2} C_{c1} (R_L C_L + C_{be2} R_{c1})} \end{aligned}$$

超高频极点为:

$$f_{p3} \stackrel{(C_{c1} \gg C_{be2})}{\approx} \frac{R_L C_L R_{be2} C_{c1} + R_{be2} C_{be2} R_{c1} C_{c1}}{2\pi(R_L C_L R_{be2} C_{be2} R_{c1} C_{c1})} = \frac{1}{2\pi(R_{c1} C_{be2})} + \frac{1}{2\pi(R_L C_L)}$$

选择 $f_z = f_{p2}$:

$$\frac{R_L C_L + R_{be2} C_{c1}}{2\pi R_{be2} C_{c1} (R_L C_L + C_{be2} R_{c1})} = \frac{1}{2\pi R_{c1} C_{c1}}$$

考虑到 $C_{c1} \gg C_{be2}$, $R_{be2} \gg R_{c1}$ 得到:

$$R_{c1} C_{c1} \approx R_L C_L$$

低频放大倍数为:

$$A_v = g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_L$$

增益带宽积 GBW 为:

$$GBW = A_v f_{p1} \approx \frac{g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_L}{2\pi(R_L C_L + R_{be2} C_{c1})}$$

选择 $2GBW = f_{p3}$ 得到:

$$\frac{g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_L}{(R_L C_L + R_{be2} C_{c1})} = \frac{1}{2(R_{c1} C_{be2})} + \frac{1}{2(R_L C_L)}$$

整理后得到:

$$C_{c1} = R_L \sqrt{2g_{m1} g_{m2} C_L C_{be2}}$$

$$R_{c1} = \frac{C_L}{\sqrt{2g_{m1} g_{m2} C_L C_{be2}}}$$

3 级晶体管放大电路的高频小信号等效电路如图 2-50 所示。如果没有 RC 的并联补偿, 那么这使一个 3 个极点的电路, 闭环是无法稳定的。校正方法依然是采用 2 阶巴特沃思特性进行补偿, 即抵消 2 个极点。这里选择 $R_{be2} \gg R_{c1}$, $C_{c1} \gg C_{be2}$, $R_{be3} \gg R_{c2}$, $C_{c2} \gg C_{be3}$ 。

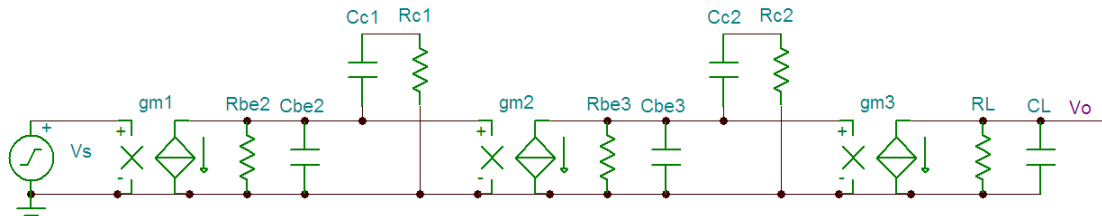


图 2-50 晶体管 3 级放大电路的高频小信号等效电路

显然 R_{c2} 和 C_{c2} 满足:

$$R_{c2} C_{c2} = R_L C_L$$

即由 R_{c2} 和 C_{c2} 产生的零点抵消 R_L 和 C_L 形成的极点。用 R_{c1} 和 C_{c1} 产生的零点抵消 R_{be3}

和 C_{c2} 形成的极点，即：

$$R_{c1}C_{c1} = R_{be3}C_{c2}$$

主导极点为：

$$f_{p0} = \frac{1}{2\pi R_{be2}C_{c1}}$$

两个高频极点分别为：

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi R_{c1}C_{be2}}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi R_{c2}C_{be3}}$$

令 $f_{p1}=f_{p2}$ ，得到（也可以令这两者之比为其他常数）：

$$R_{c1}C_{be2} = R_{c2}C_{be3}$$

低频放大倍数为：

$$A_v = g_{m1}R_{be2}g_{m2}R_{be3}g_{m3}R_L$$

增益带宽积 GBW 为：

$$GBW = A_v f_{p0} \approx \frac{g_{m1}R_{be2}g_{m2}R_{be3}g_{m3}R_L}{2\pi R_{be2}C_{c1}}$$

选择 $2GBW=f_{p1}$ 得到：

$$2 \frac{g_{m1}R_{be2}g_{m2}R_{be3}g_{m3}R_L}{2\pi R_{be2}C_{c1}} = \frac{1}{2\pi R_{c1}C_{be2}} = \frac{1}{2\pi R_{c2}C_{be3}}$$

整理后为：

$$C_{c1} = 2R_{c1}C_{be2}g_{m1}g_{m2}R_{be3}g_{m3}R_L$$

得到：

$$R_{c1} = \sqrt[3]{\frac{C_L C_{be3}}{2C_{be2}^2 g_{m1}g_{m2}g_{m3}}}$$

$$C_{c1} = (R_L R_{be3}) \times \sqrt[3]{4C_{be2} (g_{m1}g_{m2}g_{m3})^2 C_L C_{be3}}$$

$$R_{c2} = \sqrt[3]{\frac{C_L C_{be2}}{2C_{be3}^2 g_{m1}g_{m2}g_{m3}}}$$

$$C_{c2} = R_L \times \sqrt[3]{2(g_{m1}g_{m2}g_{m3}) \frac{(C_L C_{be3})^2}{C_{be2}}}$$

当 $R_{be2}=R_{be3}=2.6k$, $C_{be2}=C_{be3}=33pF$, $g_{m2}=g_{m3}=0.04S$, $R_L=1k$, $C_L=100pF$, 得到:

$$R_{c1} = \sqrt[3]{\frac{C_L C_{be3}}{2C_{be2}^2 g_{m1} g_{m2} g_{m3}}} = \sqrt[3]{\frac{100 \times 33}{2 \times 33 \times 33}} \approx 29\Omega$$

$$C_{c1} = (R_L R_{be3}) \times \sqrt[3]{4C_{be2} (g_{m1} g_{m2} g_{m3})^2 C_L C_{be3}}$$

$$= (1000 \times 2600) \times 10^{-12} \times \sqrt[3]{4 \times 33 (0.04^3)^2 100 \times 33} \approx 315nF$$

$$R_{c2} = \sqrt[3]{\frac{C_L C_{be2}}{2C_{be3}^2 g_{m1} g_{m2} g_{m3}}} = \sqrt[3]{\frac{3300}{2 \times 33^2}} \approx 29\Omega$$

$$C_{c2} = R_L \times \sqrt[3]{2(g_{m1} g_{m2} g_{m3}) \frac{(C_L C_{be3})^2}{C_{be2}}} = 40 \times 10^{-12} \times \sqrt[3]{2 \frac{(3300)^2}{33}} \approx 3.5nF$$

频率特性波特图如图 2-51 所示。其中穿越频率约 69M，相位裕量约 45 度。巴特沃思特性低通滤波电路的开环传递函数的放大倍数无限大，而且 2 阶的只有一个高频极点，这个电路的传递函数还有 2 个高频极点而且还设置为一样，并且放大倍数有限，说明了不可能校正为完全的巴特沃思特性。我们能做的只是接近巴特沃思特性。将 GBW 设置为高频极点的一半频率是为了接近 2 阶巴特沃思特性，如果加大到 3 倍以上就是接近于高阶的巴特沃思特性了。

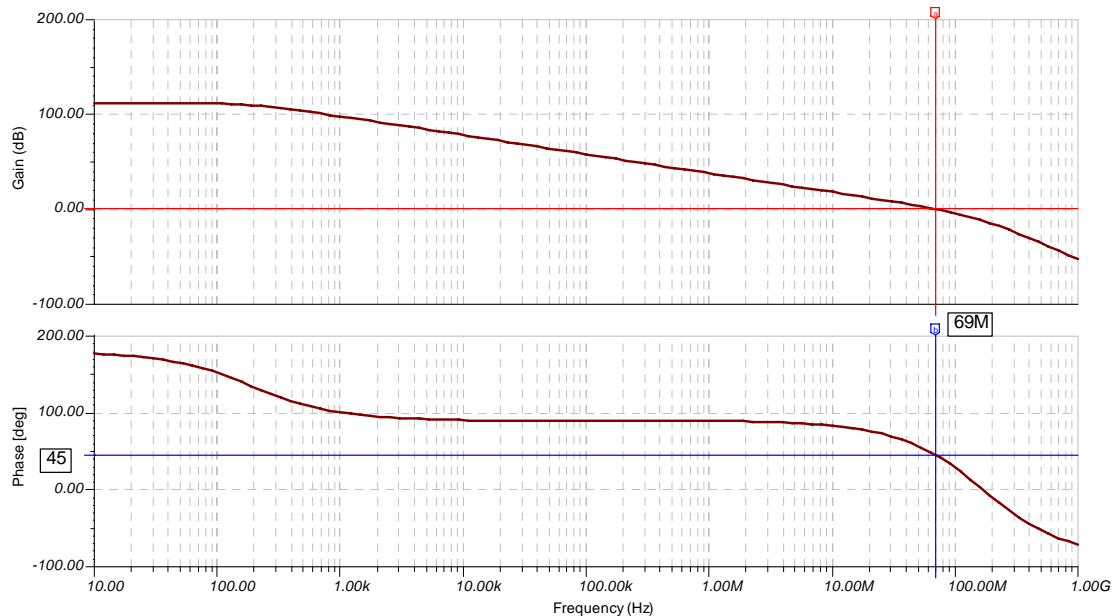


图 2-51 晶体管 3 级放大电路的高频小信号等效电路的频率特性波特图（补偿后）

没有补偿频率特性曲线如图 2-52 所示。显然相位裕量约为 -88 度。增益裕量约为 -95db。

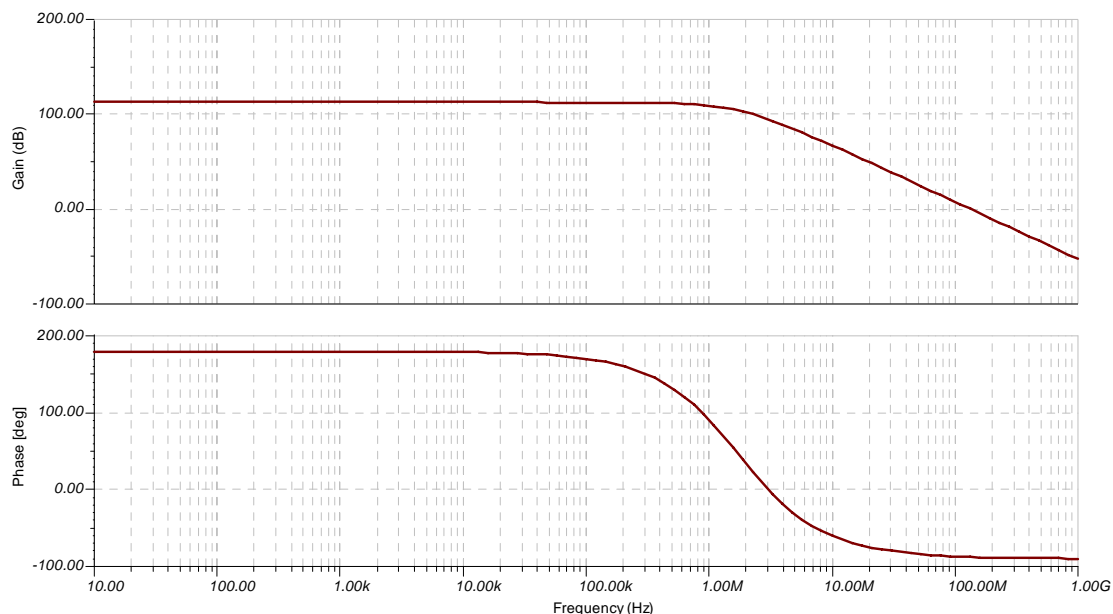


图 2-52 晶体管 3 级放大电路的高频小信号等效电路的频率特性波特图（未补偿）

对于采用并联补偿的 N 级晶体管放大电路来说，补偿方法与 3 阶一样但是方程的次数更高，需要假设的条件更多，原则上都可以计算得到。但是这里并没有考虑 Cbc 电容，考虑 Cbc 电容的补偿方法为米勒电容补偿方法，如图 2-53 所示。

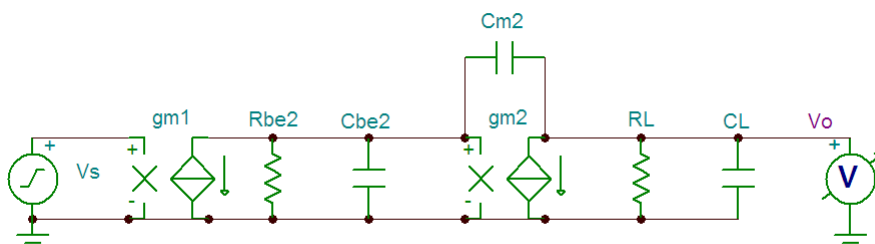


图 2-52 采用米勒电容补偿的晶体管 2 级放大电路的高频小信号等效电路

V_o 对 V_s 的传递函数为：

$$W_o(s) = \frac{g_{m1}R_{be2}R_Lg_{m2} - C_{m2}g_{m1}R_{be2}R_Ls}{(C_{m2}C_L + C_{m2}C_{be2} + C_{be2}C_L)R_{be2}R_Ls^2 + (C_{m2}R_{be2} + C_{be2}R_{be2} + C_{m2}R_{be2}R_Lg_{m2} + C_{m2}R_L + R_LC_L)s + 1}$$

右半平面零点为：

$$f_z = \frac{g_{m1}R_{be2}R_Lg_{m2}}{2\pi C_{m2}g_{m1}R_{be2}R_L} = \frac{g_{m2}}{2\pi C_{m2}}$$

低频极点为：

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi(C_{m2}R_{be2} + C_{be2}R_{be2} + C_{m2}R_{be2}R_Lg_{m2} + C_{m2}R_L + R_LC_L)}$$

$$\stackrel{(R_Lg_{m2} \gg 1)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_L(g_{m2}R_{be2}C_{m2} + C_L)}$$

高频极点为：

$$f_{p2} \stackrel{(R_Lg_{m2} \gg 1)}{\approx} \frac{(g_{m2}R_{be2}C_{m2} + C_L)}{2\pi(C_{m2}C_L + C_{m2}C_{be2} + C_{be2}C_L)R_{be2}}$$

$$\stackrel{(g_{m2}R_{be2}C_{m2} \gg C_L)}{\approx} \frac{g_{m2}}{2\pi\left(C_L + C_{be2} + \frac{C_{be2}C_L}{C_{m2}}\right)}$$

显然增大 C_{m2} 导致 f_{p2} 频率增大而 f_z 减小。低频放大倍数为：

$$A_v = g_{m1}R_{be2}g_{m2}R_L$$

GBW 为：

$$GBW = \frac{g_{m1}R_{be2}g_{m2}R_L}{2\pi R_L(\beta C_{m2} + C_L)}$$

选择 $2GBW = f_{p2}$ 得到：

$$2 \frac{g_{m1}R_{be2}g_{m2}R_L}{2\pi R_L(g_{m2}R_{be2}C_{m2} + C_L)} = \frac{g_{m2}}{2\pi\left(C_L + C_{be2} + \frac{C_{be2}C_L}{C_{m2}}\right)}$$

整理后为：

$$g_{m2}C_{m2}^2 - 2(C_L C_{m2} + C_{be2}C_{m2} + C_{be2}C_L)g_{m1} = 0$$

选择 $C_{m2} \gg C_{be2}$ 得到：

$$C_{m2} = \frac{2(C_L + C_{be2})g_{m1}}{g_{m2}}$$

当 $R_{be2}=R_{be3}=2.6K$, $C_{be2}=C_{be3}=33pF$, $g_{m2}=g_{m3}=0.04S$, $R_L=1k$, $C_L=100pF$, 得到：

$$C_{m2} = \frac{2(C_L + C_{be2})g_{m1}}{g_{m2}} = 266pF$$

频率特性波特图如图 2-53 所示。其中相位裕量接近于 0。增加 C_{m2} 虽然可以做到接近 2 阶巴特沃思特性，但是右半平面零点引起了相位滞后导致相位裕量降低。

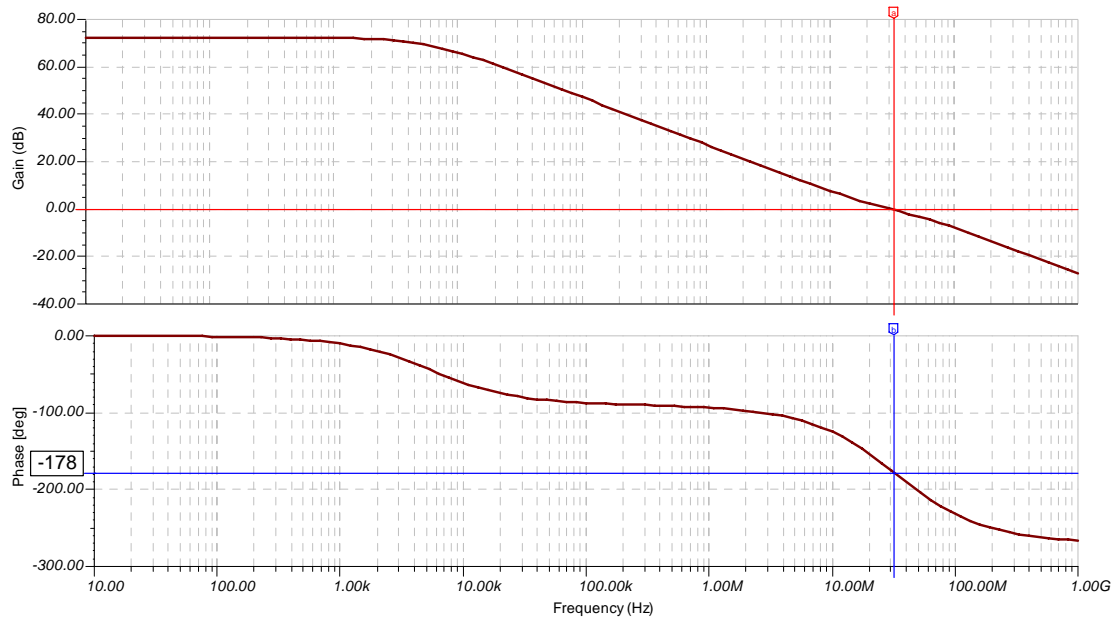


图 2-53 采用米勒电容补偿的晶体管 2 级放大电路的高频小信号等效电路频率特性波特图

如果将 C_{m2} 串联一个电阻 R_{m2} 那么就可以提供一个左半平面零点而可以提升相位裕量，传递函数为：

$$(-g_{m1}R_{be2}R_Lg_{m2}+(-R_{m2}g_{m2}+1)C_{m2}g_{m1}R_{be2}R_Ls)/(-1+(-C_{be2}R_{be2}-C_{m2}R_{be2}R_Lg_{m2}-C_{m2}R_{be2}-R_{m2}C_{m2}-C_{m2}R_L-R_LC_L)s+(-R_{m2}C_{m2}C_{be2}R_{be2}-C_{m2}C_{be2}R_{be2}R_L-C_{be2}R_{be2}R_LC_L-C_{m2}R_{be2}R_LC_L-R_{m2}C_{m2}R_LC_L)s^2-R_{m2}C_{m2}C_{be2}R_{be2}R_LC_Ls^3)$$

左半平面零点为：

$$f_{z1} = \frac{g_{m1}R_{be2}R_Lg_{m2}}{2\pi(R_{m2}g_{m2}-1)C_{m2}g_{m1}R_{be2}R_L} = \frac{g_{m2}}{2\pi(R_{m2}g_{m2}-1)C_{m2}}$$

需要选择 $R_{m2}g_{m2} > 1$ 。低频极点为：

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi(C_{be2}R_{be2} + C_{m2}R_{be2}R_Lg_{m2} + C_{m2}R_{be2} + R_{m2}C_{m2} + C_{m2}R_L + R_LC_L)}$$

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{l} R_Lg_{m2} \gg 1 \\ R_L \gg R_{m2} \end{array} \right) \\ & \approx \\ & \left(\begin{array}{l} g_{m2}R_{be2} \gg 1 \\ C_{be2} \ll C_{m2}R_Lg_{m2} \end{array} \right) \frac{1}{2\pi(C_{m2}R_{be2}R_Lg_{m2} + R_LC_L)} \end{aligned}$$

高频极点为：

$$f_{p2} \stackrel{\substack{(R_L g_{m2} \gg 1) \\ \approx \\ (g_{m2} R_{be2} \gg 1) \\ (C_{be2} \ll C_{m2} R_L g_{m2})}}{\approx} \frac{C_{m2} R_{be2} R_L g_{m2} + R_{m2} C_{m2} + R_L C_L}{2\pi \left(R_{m2} C_{m2} C_{be2} R_{be2} + C_{m2} C_{be2} R_{be2} R_L + C_{be2} R_{be2} R_L C_L \right) + C_{m2} R_{be2} R_L C_L + R_{m2} C_{m2} R_L C_L}$$

$$\stackrel{\substack{(R_L \gg R_{m2}) \\ \approx \\ (R_{be2} \gg R_{m2})}}{\approx} \frac{C_{m2} R_{be2} R_L g_{m2} + R_L C_L}{2\pi (C_{m2} C_{be2} R_{be2} R_L + C_{be2} R_{be2} R_L C_L + C_{m2} R_{be2} R_L C_L)}$$

超高频极点为：

$$f_{p3} \stackrel{\substack{(R_L g_{m2} \gg 1) \\ (R_L \gg R_{m2}) \\ (R_{be2} \gg R_{m2}) \\ \approx \\ (g_{m2} R_{be2} \gg 1) \\ (C_{be2} \ll C_{m2} R_L g_{m2})}}{\approx} \frac{C_{m2} C_{be2} + C_{be2} C_L + C_{m2} C_L}{2\pi (R_{m2} C_{m2} C_{be2} C_L)}$$

低频放大倍数 A_v 为：

$$A_v = g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_L$$

GBW 为：

$$GBW = \frac{g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_L}{2\pi (C_{m2} R_{be2} R_L g_{m2} + R_{m2} C_{m2} + R_L C_L)}$$

选择 $2GBW = f_{p3}$ 得到：

$$2 \frac{g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_L}{2\pi (C_{m2} R_{be2} R_L g_{m2} + R_L C_L)} = \frac{C_{m2} C_{be2} + C_{be2} C_L + C_{m2} C_L}{2\pi (R_{m2} C_{m2} C_{be2} C_L)}$$

整理后为（选择 C_{m2} 大于 C_{be2} ）：

$$C_{m2} \approx \frac{(2R_{m2} g_{m1} - 1) C_{be2} C_L}{C_{be2} + C_L}$$

选择 $f_z = f_{p2}$ 得到：

$$\frac{g_{m2}}{2\pi (R_{m2} g_{m2} - 1) C_{m2}} = \frac{C_{m2} R_{be2} R_L g_{m2} + R_L C_L}{2\pi (C_{m2} C_{be2} R_{be2} R_L + C_{be2} R_{be2} R_L C_L + C_{m2} R_{be2} R_L C_L)}$$

整理后得到（选择 $C_{m2} R_{be2} g_{m2} \gg C_L$ ）：

$$C_{m2} \approx \frac{(C_{be2} + C_L + C_{m2})}{R_{m2} g_{m2}}$$

得到：

$$\frac{(C_{be2} + C_L + C_{m2})}{R_{m2} g_{m2}} = \frac{(2R_{m2} g_{m1} - 1) C_{be2} C_L}{C_{be2} + C_L}$$

即：

$$(C_{be2} + C_L + C_{m2})(C_{be2} + C_L) = (2R_{m2}g_{m1} - 1)C_{be2}C_L R_{m2}g_{m2}$$

选择 $2R_{m2}g_{m1} \gg 1$ 得到：

$$C_{m2} \approx \frac{2g_{m1}C_{be2}C_L + \sqrt{4(g_{m1}C_{be2}C_L)^2 + 8g_{m1}g_{m2}C_{be2}^2C_L^2 + 8g_{m1}g_{m2}C_{be2}C_L^3}}{2g_{m2}(C_{be2} + C_L)}$$

$$R_{m2} \approx \sqrt{\frac{(C_L + C_{m2})(C_{be2} + C_L)}{2g_{m1}C_{be2}C_Lg_{m2}}}$$

当 $R_{be2}=R_{be3}=2.6K$, $C_{be2}=C_{be3}=33pF$, $g_{m2}=g_{m3}=0.04S$, $R_L=1k$, $C_L=100pF$, 得到：

$$\begin{aligned} C_{m2} &\approx \frac{2g_{m1}C_{be2}C_L + \sqrt{4(g_{m1}C_{be2}C_L)^2 + 8g_{m1}g_{m2}(C_{be2}^2C_L^2 + C_{be2}C_L^3)}}{2g_{m2}(C_{be2} + C_L)} \\ &\approx \frac{0.08(33+100) + \sqrt{4(4 \times 33)^2 + 8 \times 0.04^2(33^2 \times 100^2 + 33 \times 100^3)}}{0.08(33+100)} \\ &\approx 75pF \end{aligned}$$

$$R_{m2} \approx \sqrt{\frac{(C_L + C_{m2})(C_{be2} + C_L)}{2g_{m1}C_{be2}C_Lg_{m2}}} = \sqrt{\frac{(175)(133)}{2 \times 0.04^2 \times 3300}} \approx 47\Omega$$

频率特性波特图如图 2-54 所示。其中穿越频率约 58M，相位裕量约 50 度。这里误差较大的原因在于 C_{m2} 不是远大于 C_{be2} ，如果提高 $C_{m2}=100pF$ ，则得到 $R_{m2}=50$ 欧姆，频率特性波特图如图 2-55 所示，其中穿越频率 55M，相位裕量 62 度。显然通过电容串联电阻已经消除了由半平面的零点。

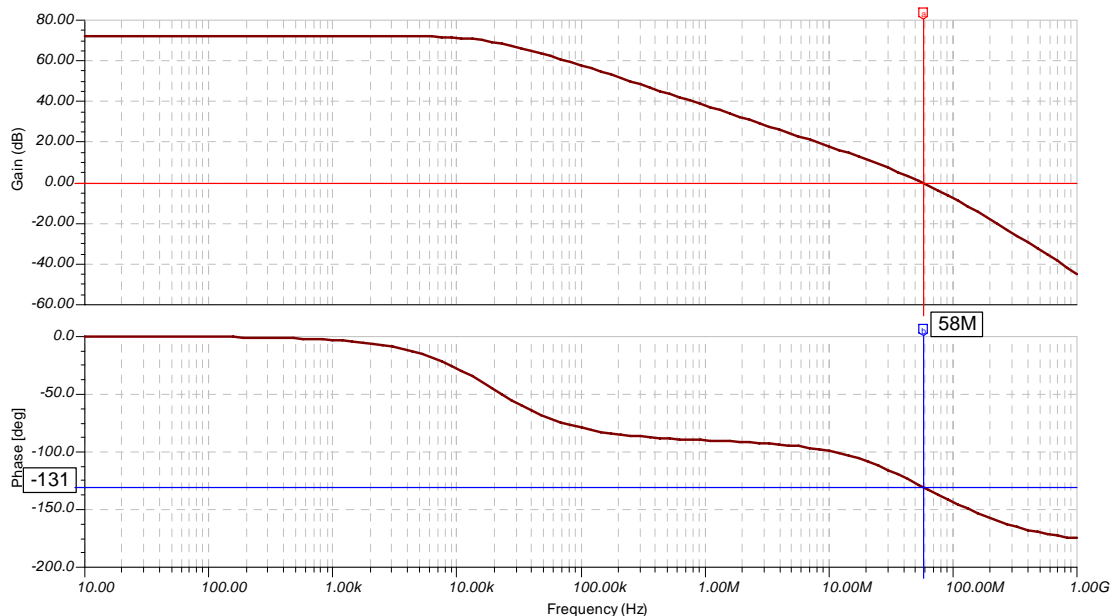


图 2-54 米勒电容补偿的晶体管 2 级放大电路的高频特性波特图 ($R_{m2}=47$ 欧姆, $C_{m2}=75\text{pF}$)

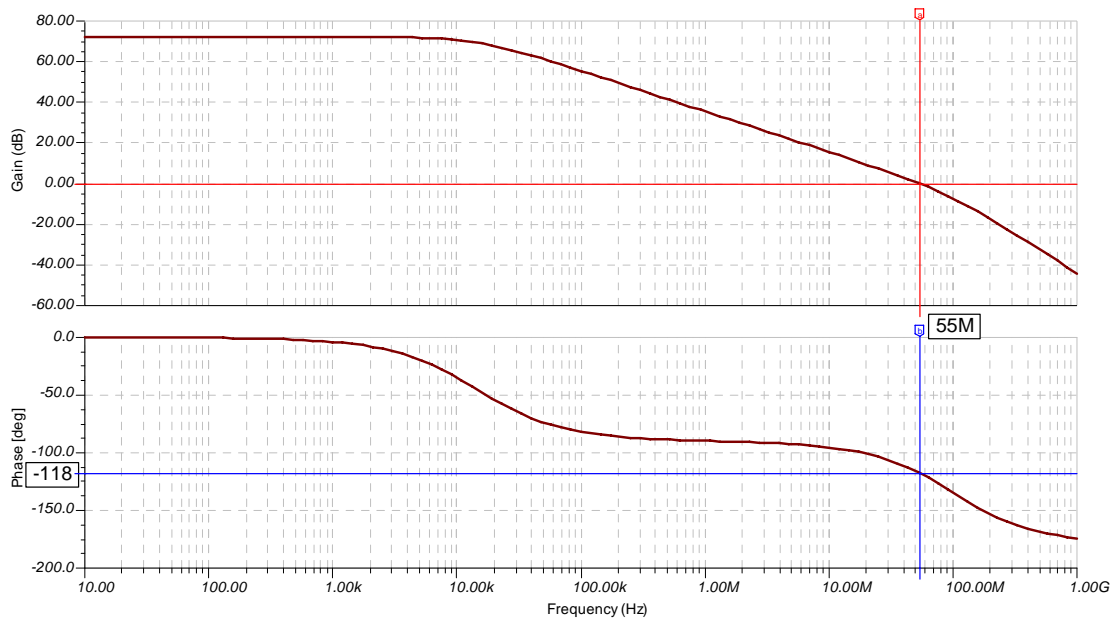


图 2-55 米勒电容补偿的晶体管 2 级放大电路的高频特性波特图 ($R_{m2}=50$ 欧姆, $C_{m2}=100\text{pF}$)

由于放大电路的输出通常采用了跟随器, 依然需要使用串联电阻的米勒电容补偿才能达到好的效果, 例如获得 2 阶巴特沃思特性。如图 2-56 所示。其中 $R_{m2}=33$ 欧姆, $C_{m2}=330\text{pF}$, $R_{e3}=10$ 欧姆。频率特性波特图如同 2-57 所示。

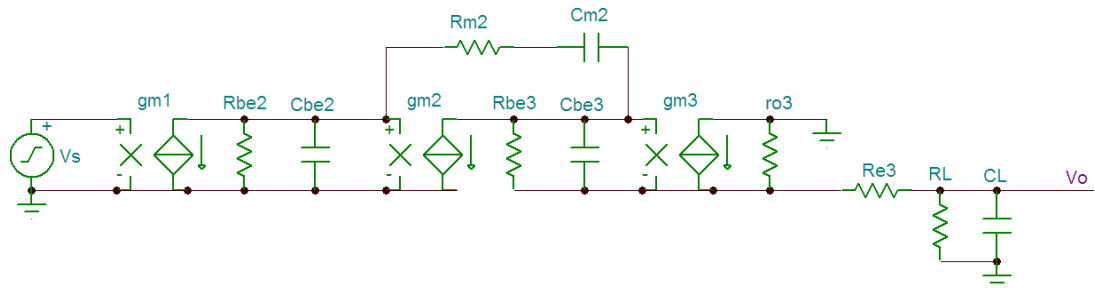


图 2-56 有输出跟随的米勒电容补偿的 2 级晶体管放大电路图

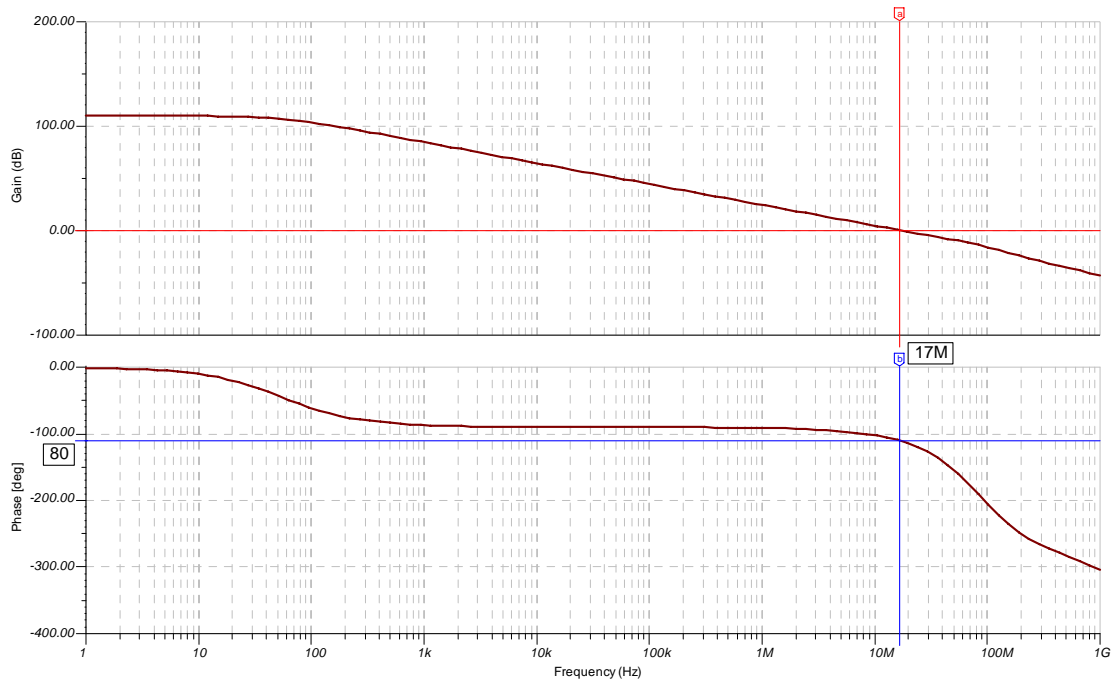


图 2-57 有输出跟随的米勒电容补偿的 2 级晶体管放大电路频率特性波特图

跟随器部分的小信号电路如图 2-58 所示。其中考虑了 C_{bc3} 和 r_{o3} ，否则传递函数会与 R_{e3} 无关。这里主要是为了得到因为 R_{e3} 的存在而导致的与 C_L 所生成的极点频率。

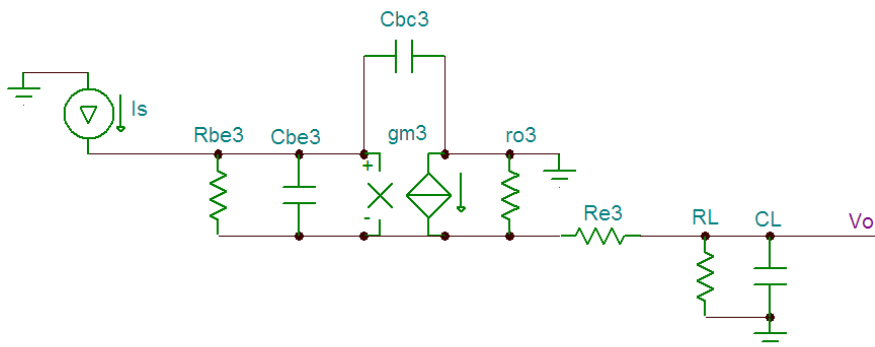


图 2-58 跟随器电路的高频小信号等效电路图

V_o 对于 I_s 的传递函数为：

$$\frac{(R_{be3} \cdot g_{m3} \cdot r_{o3} \cdot R_L + r_{o3} \cdot R_L + r_{o3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} \cdot R_L \cdot s)}{(R_L + R_{e3} + r_{o3} + (r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{be3} \cdot g_{m3} \cdot R_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot g_{m3} + C_{bc3} \cdot R_{be3} \cdot R_L + R_{be3} \cdot C_{be3} \cdot R_L + C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_{be3} + R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} + R_{e3} \cdot R_L \cdot C_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{be3} + r_{o3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} + r_{o3} \cdot R_L \cdot C_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{e3}) \cdot s + (r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot g_{m3} \cdot R_L \cdot C_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} \cdot R_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} + C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot R_L \cdot C_L + R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} \cdot R_L \cdot C_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{be3} \cdot R_L \cdot C_L + r_{o3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} \cdot R_L \cdot C_L + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_L \cdot C_L)} \cdot s^2 + r_{o3} \cdot C_{bc3} \cdot R_{e3} \cdot R_{be3} \cdot C_{be3} \cdot R_L \cdot C_L \cdot s^3)$$

左半平面的零点频率为：

$$f_{z1} = \frac{R_{be3}g_{m3}r_{o3}R_L + r_{o3}R_L}{2\pi r_{o3}R_{be3}C_{be3}R_L} \approx \frac{g_{m3}}{2\pi C_{be3}}$$

低频极点为:

$$f_{p1} \approx \frac{\left(\begin{matrix} r_{o3} \gg R_{e3} \\ g_{mN}R_{beM} \gg 1 \end{matrix} \right) \frac{R_L + R_{e3} + r_{o3}}{2\pi r_{o3}C_{bc3}R_{be3}g_{m3}R_L} \approx \frac{1}{2\pi R_{be3}g_{m3}R_L C_{bc3}} = \frac{1}{2\pi R_L(\beta C_{bc3})}$$

高频极点为:

$$f_{p2} \approx \frac{\left(\begin{matrix} r_{o3} \gg R_{e3} \\ g_{mN}R_{beM} \gg 1 \end{matrix} \right) \frac{r_{o3}C_{bc3}g_{m3}R_LR_{be3}}{2\pi(C_{bc3}R_{e3}g_{m3}C_L + C_{bc3}C_L + C_{be3}C_L)r_{o3}R_LR_{be3}}$$

$$\approx \frac{\left(C_{be3} \approx C_{bc3} \right) 1}{2\pi \left(R_{e3} + \frac{2}{g_{m3}} \right) C_L}$$

如果 Cbe3 比 Cbc3 大得多, Re3 与 T3 的输出电阻串联后与 CL 生成高频极点, 否则可以看作输出电阻加倍后与 Re3 串联。

图 2-59 是采用两级米勒电容补偿的 3 级放大电路。

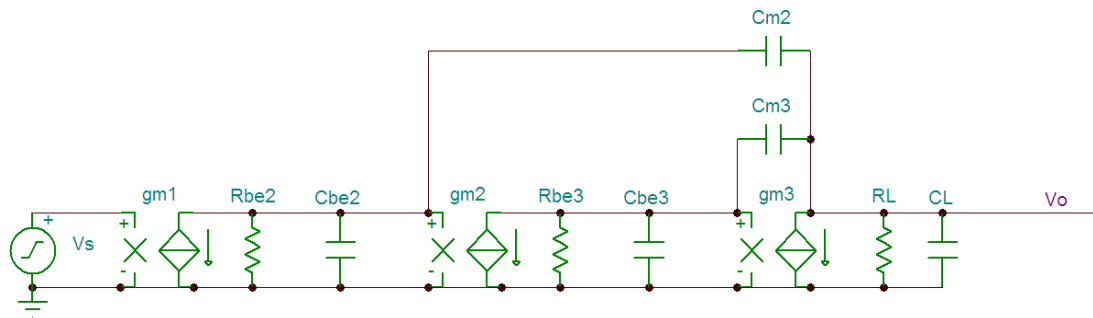


图 2-59 采用两级米勒电容补偿的 3 级放大电路

Vo 对于 Vs 的传递函数为:

$$\frac{(R_{be3} * g_{m3} * g_{m1} * R_{be2} * R_L * g_{m2} + (C_{m2} - R_{be3} * C_{m3} * g_{m2}) * g_{m1} * R_{be2} * R_L * s + (C_{be3} + C_{m3}) * C_{m2} * R_{be3} * g_{m1} * R_{be2} * R_L * s^2)}{(-1 + (-C_{m2} * R_{be2} - C_{be2} * R_{be2} + C_{m2} * R_{be3} * g_{m3} * R_{be2} * R_L * g_{m2} - C_{m2} * R_L - C_{m3} * R_L - R_L * C_L - R_{be3} * g_{m3} * C_{m3} * R_L - R_{be3} * C_{be3} - R_{be3} * C_{m3}) * s + (-C_{m2} * C_{m3} * R_{be2} * R_L - C_{m2} * R_{be2} * R_L * C_L - C_{m2} * C_{be2} * R_{be2} * R_L - C_{m3} * C_{be2} * R_{be2} * R_L - C_{be2} * R_{be2} * R_L * C_L - C_{m2} * R_{be3} * g_{m3} * C_{m3} * R_{be2} * R_L - R_{be3} * g_{m3} * C_{m3} * C_{be2} * R_{be2} * R_L - C_{m2} * R_{be3} * C_{be3} * R_{be2} - C_{m2} * R_{be3} * C_{m3} * R_{be2} - R_{be3} * C_{be3} * C_{be2} * R_{be2} - R_{be3} * C_{m3} * C_{be2} * R_{be2} - C_{m2} * R_{be3} * C_{m3} * R_{be2} * R_L * g_{m2} - C_{m2} * R_{be3} * C_{be3} * R_L - C_{m2} * R_{be3} * C_{m3} * R_L - R_{be3} * C_{be3} * C_{m3} * R_L - R_{be3} * C_{be3} * R_L * C_L - R_{be3} * C_{m3} * R_L * C_L) * s^2 + (-C_{m2} * C_{be3} * C_{m3} - C_{m2} * C_{be3} * C_L - C_{m2} * C_{m3} * C_L - C_{m2} * C_{be3} * C_{be2} - C_{m2} * C_{m3} * C_{be2} - C_{be3} * C_{be2} * C_L - C_{m3} * C_{be2} * C_L) * R_{be3} * R_{be2} * R_L * s^3)}$$

右半平面低频零点为:

$$f_{z1} = \frac{R_{be3}g_{m3}g_{m1}R_{be2}R_Lg_{m2}}{2\pi(C_{m2} - R_{be3}C_{m3}g_{m2})g_{m1}R_{be2}R_L} = \frac{g_{m3}}{2\pi\left(\frac{C_{m2}}{g_{m2}R_{be3}} - C_{m3}\right)}$$

右半平面高频零点为:

$$f_{z2} = \frac{(C_{m2} - R_{be3}C_{m3}g_{m2})g_{m1}R_{be2}R_L}{2\pi(C_{be3} + C_{m3})C_{m2}R_{be3}g_{m1}R_{be2}R_L} = \frac{\left(\frac{C_{m2}}{g_{m2}R_{be3}} - C_{m3}\right)}{2\pi(C_{be3} + C_{m3})\left(\frac{C_{m2}}{g_{m2}}\right)}$$

右半平面低频极点为:

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi(C_{m2}R_{be2} + C_{be2}R_{be2} - C_{m2}R_{be3}g_{m3}R_{be2}R_Lg_{m2} + C_{m2}R_L + C_{m3}R_L + R_L C_L + R_{be3}g_{m3}C_{m3}R_L + R_{be3}C_{be3} + R_{be3}C_{m3})}$$

$$\left(\begin{array}{l} R_{be3}g_{m3} \gg 1 \\ R_{be2}g_{m2} \gg 1 \\ R_Lg_{m2} \gg 1 \\ R_Lg_{m3} \gg 1 \end{array}\right) \approx \frac{1}{2\pi(-C_{m2}R_{be2}g_{m2} + C_{m3})g_{m3}R_{be3}R_L}$$

$$\left(\begin{array}{l} R_{be3}g_{m3}C_{m3} \gg C_L \\ g_{m3}C_{m3}R_L \gg C_{be3} \\ C_{m2}R_{be3}g_{m3} \gg C_{be2} \\ g_{mN}R_{beN}C_{beN} \gg C_L \end{array}\right)$$

右半平面高频极点为:

$$f_{p2} \left(\begin{array}{l} R_{be3}g_{m3} \gg 1 \\ R_{be2}g_{m2} \gg 1 \\ R_Lg_{m2} \gg 1 \\ R_Lg_{m3} \gg 1 \end{array}\right) \approx \frac{(-C_{m2}R_{be2}g_{m2} + C_{m3})g_{m3}R_{be3}R_L}{2\pi(C_{m2}R_{be3}g_{m3}C_{m3}R_{be2}R_L + R_{be3}g_{m3}C_{m3}C_{be2}R_{be2}R_L + C_{m2}R_{be3}C_{m3}R_{be2}R_Lg_{m2})}$$

$$= \frac{(-C_{m2}R_{be2}g_{m2} + C_{m3})g_{m3}}{2\pi(C_{m2}g_{m3}C_{m3}R_{be2} + g_{m3}C_{m3}C_{be2}R_{be2} + C_{m2}C_{m3}R_{be2}g_{m2})}$$

左半平面极点为:

$$f_{p3} \approx \frac{C_{m2} R_{be3} g_{m3} C_{m3} R_{be2} R_L + R_{be3} g_{m3} C_{m3} C_{be2} R_{be2} R_L + C_{m2} R_{be3} C_{m3} R_{be2} R_L g_{m2}}{2\pi(C_{m2} C_{be3} C_{m3} + C_{m2} C_{be3} C_L + C_{m2} C_{m3} C_L + C_{m2} C_{be3} C_{be2} + C_{m2} C_{m3} C_{be2} + C_{be3} C_{m3} C_{be2} + C_{be3} C_{be2} C_L + C_{m3} C_{be2} C_L) R_{be3} R_{be2} R_L}$$

$$\approx \frac{C_{m2} g_{m3} C_{m3} + g_{m3} C_{m3} C_{be2} + C_{m2} C_{m3} g_{m2}}{2\pi(C_{m2} C_{be3} C_{m3} + C_{m2} C_{m3} C_L + C_{m2} C_{m3} C_{be2} + C_{be3} C_{m3} C_{be2} + C_{be3} C_{be2} C_L + C_{m3} C_{be2} C_L)}$$

令 fz1=fp1:

$$\frac{g_{m3}}{2\pi\left(\frac{C_{m2}}{g_{m2} R_{be3}} - C_{m3}\right)} = \frac{1}{2\pi(-C_{m2} R_{be2} g_{m2} + C_{m3}) g_{m3} R_{be3} R_L}$$

整理后得到:

$$C_{m3} \approx C_{m2} R_{be2} g_{m2}$$

令 fz2=fp2:

$$\frac{\left(\frac{C_{m2}}{g_{m2} R_{be3}} - C_{m3}\right)}{2\pi(C_{be3} + C_{m3})\left(\frac{C_{m2}}{g_{m2}}\right)} = \frac{(-C_{m2} R_{be2} g_{m2} + C_{m3}) g_{m3}}{2\pi(C_{m2} g_{m3} C_{m3} R_{be2} + g_{m3} C_{m3} C_{be2} R_{be2} + C_{m2} C_{m3} R_{be2} g_{m2})}$$

整理后得到:

$$C_{m3} \approx 0$$

这里的计算为近似算法，所以 Cm2 和 Cm3 为近似数值。这也说明两个米勒电容的补偿对于 3 极点电路的补偿是行不通的，即无法进行“完全补偿”因为两个补偿电容的“自由度”显然不够，需要增加更多的电阻电容来提高“自由度”，但“非完全补偿则”是可能的。

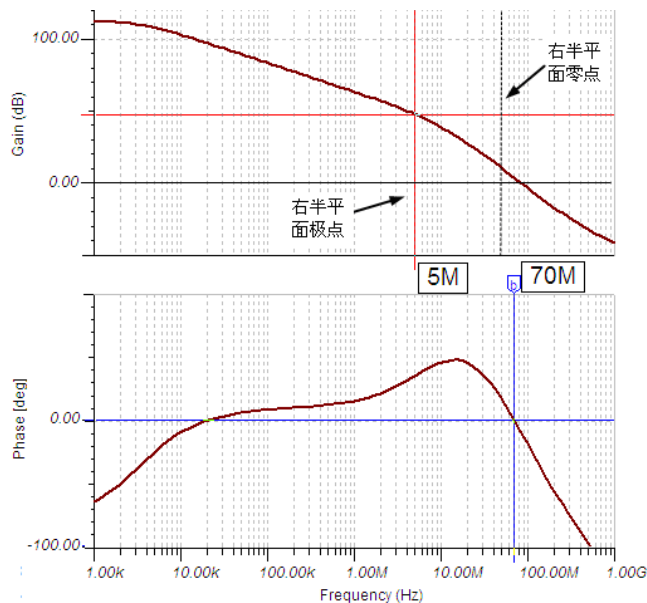


图 2-60 存在右半平面零点和极点电路频率特性波特图

可以增加 2 个电阻来增加参数补偿的自由度，如图 2-61 所示。电阻 R_{m3} 不会很大，而 R_{m2} 则是提高稳定度的。这里选择 $C_{m3}=1\text{nF}$ ， $C_{m2}=100\text{pF}$ ， $R_{m3}=39\text{ }\Omega$ ， $R_{m2}=220\text{ }\Omega$ 。其原理就是用电阻产生左半平面零点近似抵消可能的右半平面极点提升相位裕量。

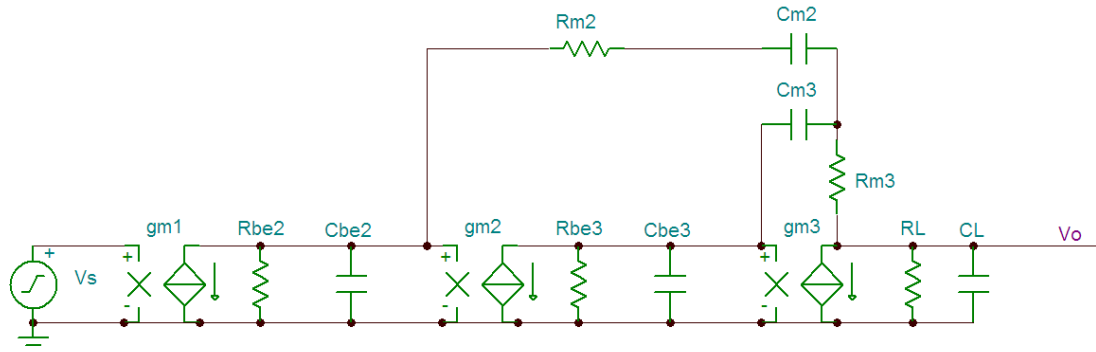


图 2-61 增加了 2 个电阻的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路图

频率特性波特图如图 2-62 所示。其中穿越频率为 47M，而相位裕量约 59 度。需要注意的是对于右半平面极点的补偿不能保证所有闭环放大倍数都能稳定，这个电路来说只有在电压跟随器方式或附近才是稳定的。

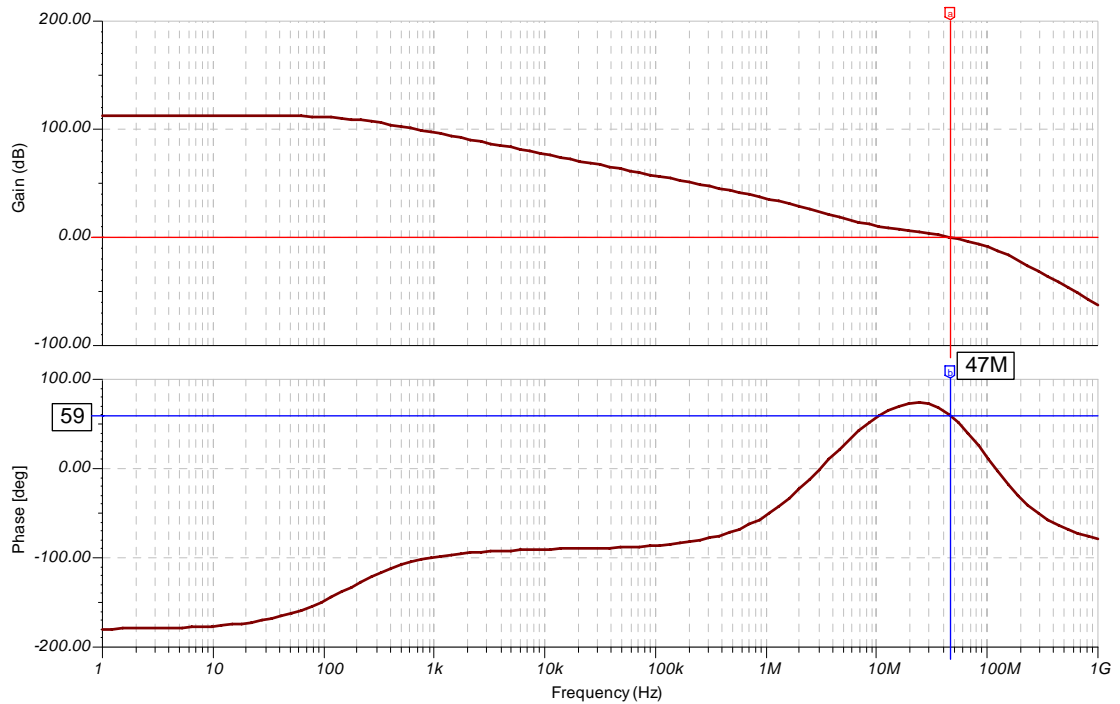


图 2-62 增加了 2 个电阻的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路频率特性波特图 ($R_{m2}=220\text{ }\Omega$)

电压并联负反馈的电路如图 2-63 所示。

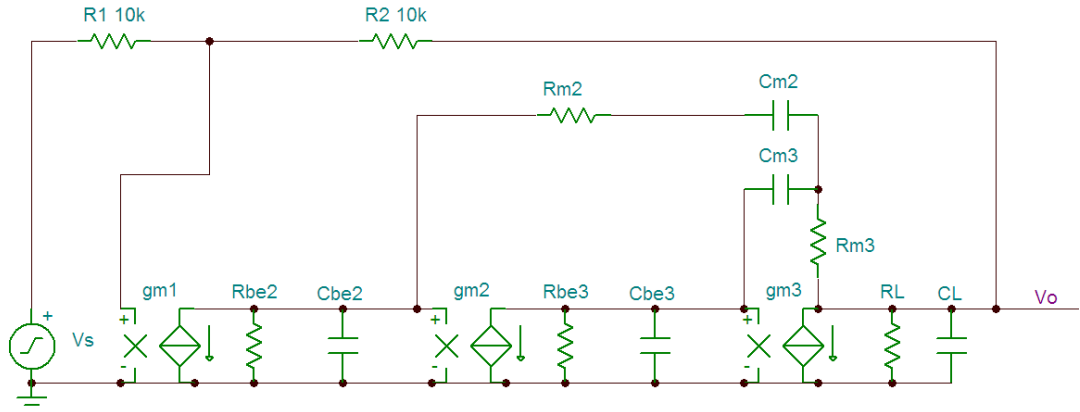


图 2-63 增加了 2 个电阻的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路电压并联负反馈电路

输入为 500K 的 1V 的方波的输出响应如图 2-64 所示。

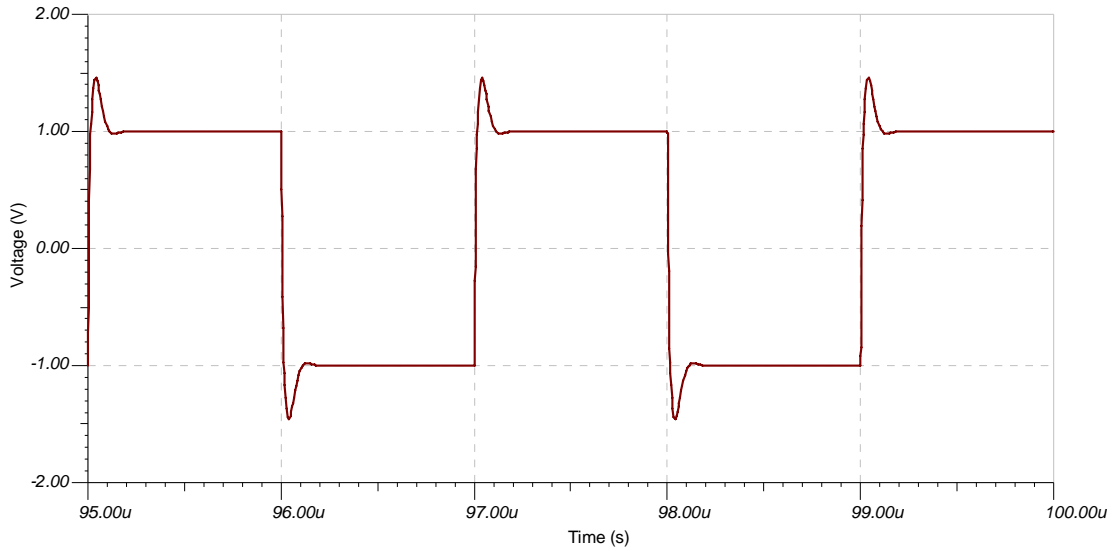


图 2-64 增加了 2 个电阻的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路方波输出响应波形图

图 2-65 所示电路的补偿串联一个电阻，这个电路可以保证零点和极点都在左半平面，当 $R_{m3}=39$ 欧姆， $C_{m2}=150\text{pF}$ ， $C_{m3}=4.7\text{nF}$ 时，可以获得不错的开环频率特性。如图 2-66 所示。其中的相位裕量高达 90 度，而且即使提高闭环放大倍数也可以保证相位裕量不低于 50 度。

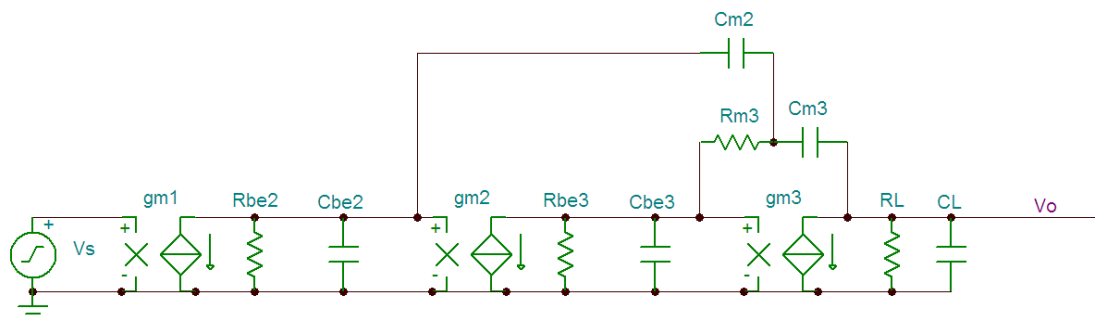


图 2-65 串联一个电阻的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路图

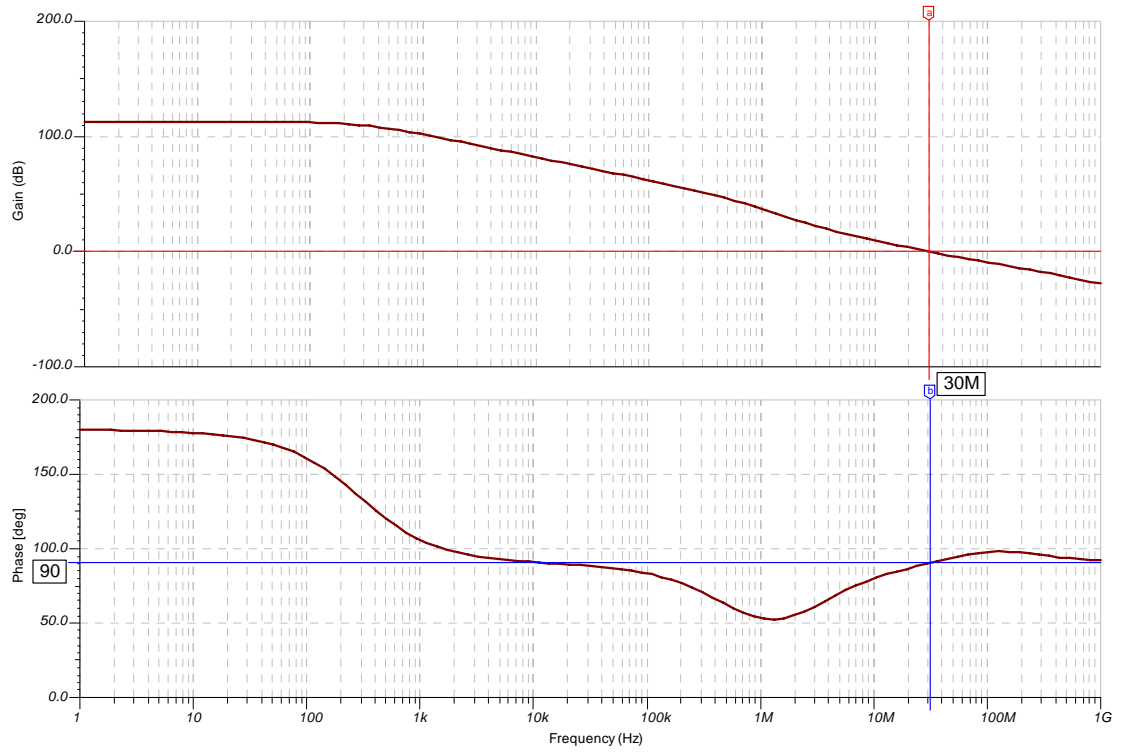
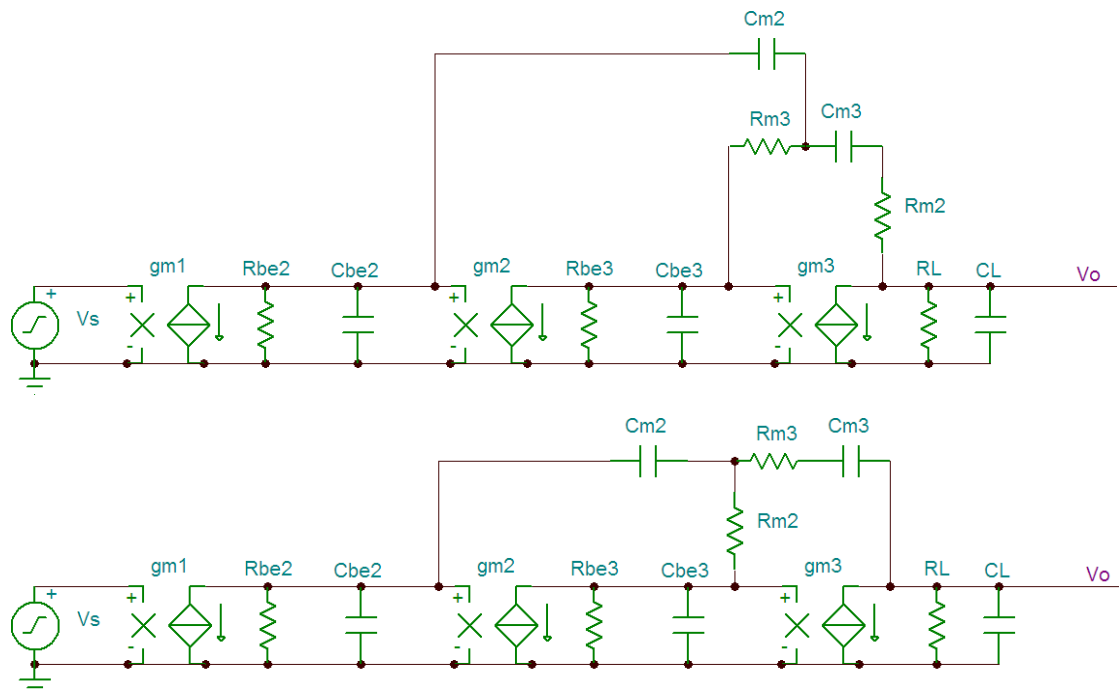


图 2-66 串联一个电阻的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路频率特性波特图

图 2-67 给出了几种可能的补偿形式。



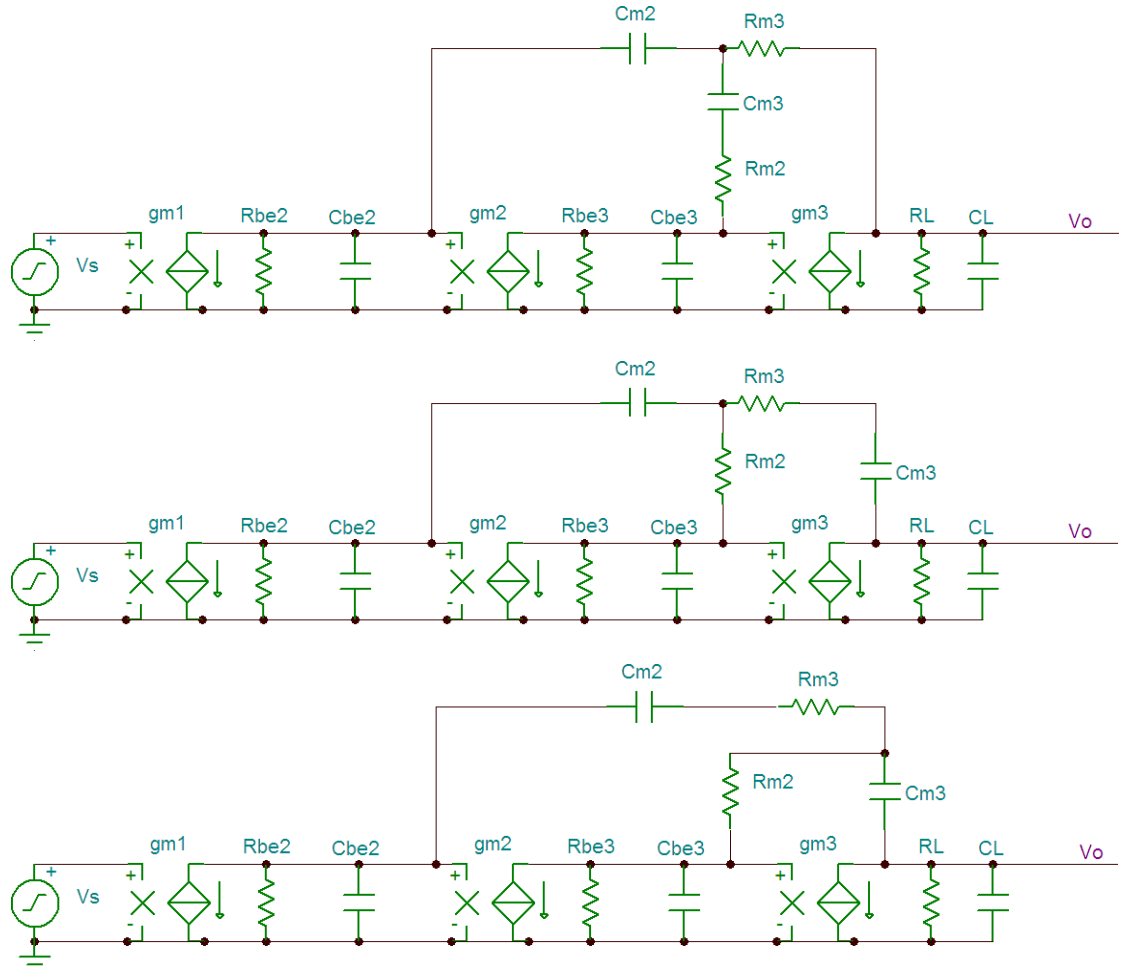


图 2-67 几种可能的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路图

无论怎样安排这些电容和电阻，其原型电路其实是图 2-68 所示的。就是说所有的这些补偿电路都是在这个电路的基础上派生的，增加一个电阻或电容就增加了一个自由度，就有可能进行“完全补偿”，去掉一个电阻或电容，虽然自由度降低，但是也是可以获得“非完全补偿”效果的。

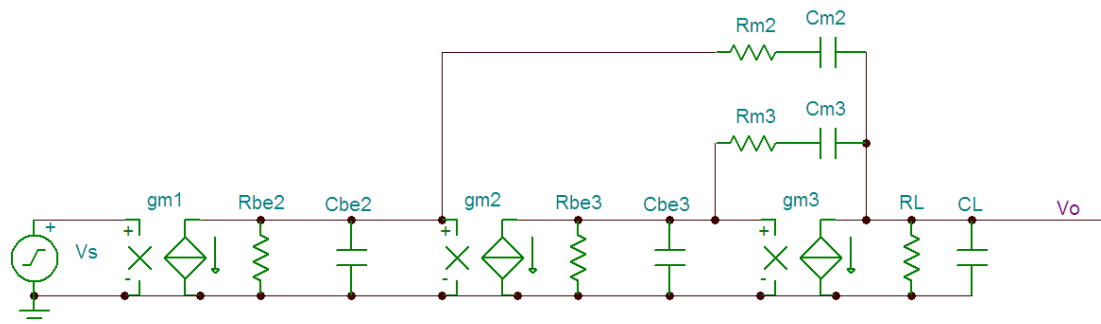


图 2-68 两级米勒电容补偿的 3 级放大电路的原型电路图

图 2-69 所示为各级独立的米勒电容和电阻串联补偿的 3 级放大电路，可以推广到多级的放大电路中。

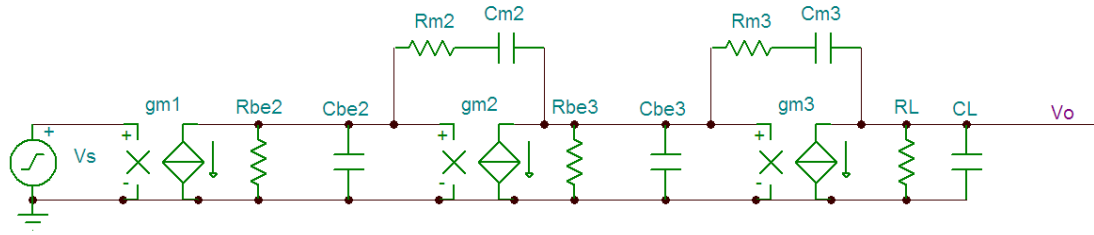


图 2-69 各级独立的米勒电容和电阻串联补偿的 3 级放大电路

当 $R_{m2}=33$ 欧姆, $C_{m2}=3.3\text{nF}$, $R_{m3}=330$ 欧姆, $C_{m3}=22\text{pF}$ 时的频率特性如图 2-70 所示。方波响应如图 2-71 所示。

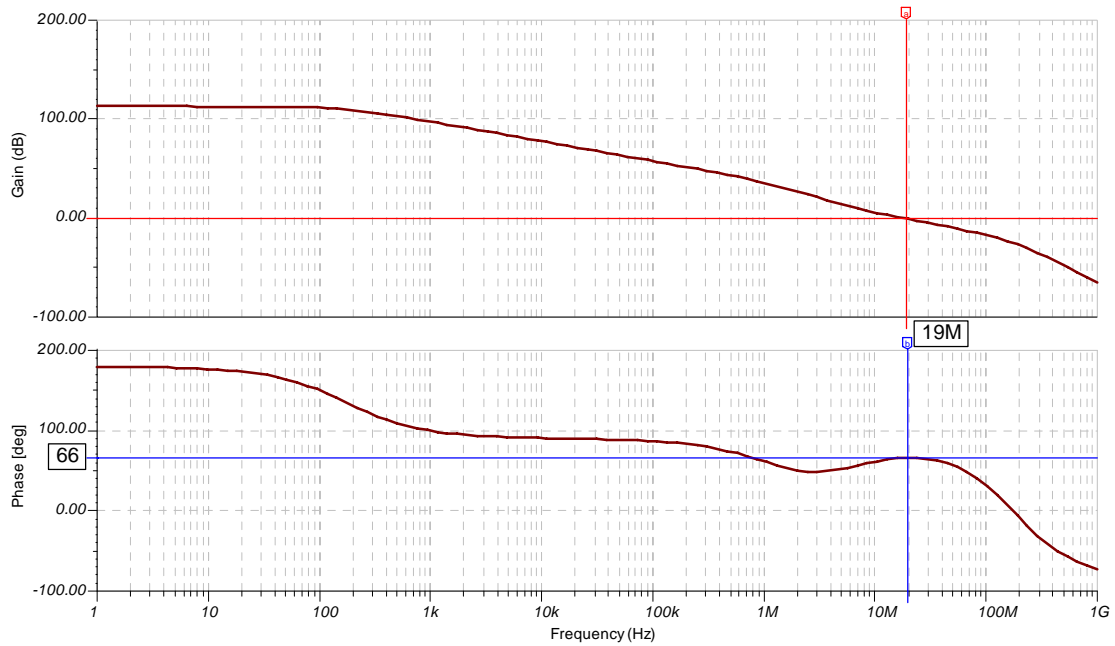


图 2-70 各级独立的米勒电容和电阻串联补偿的 3 级放大电路的频率特性波特图

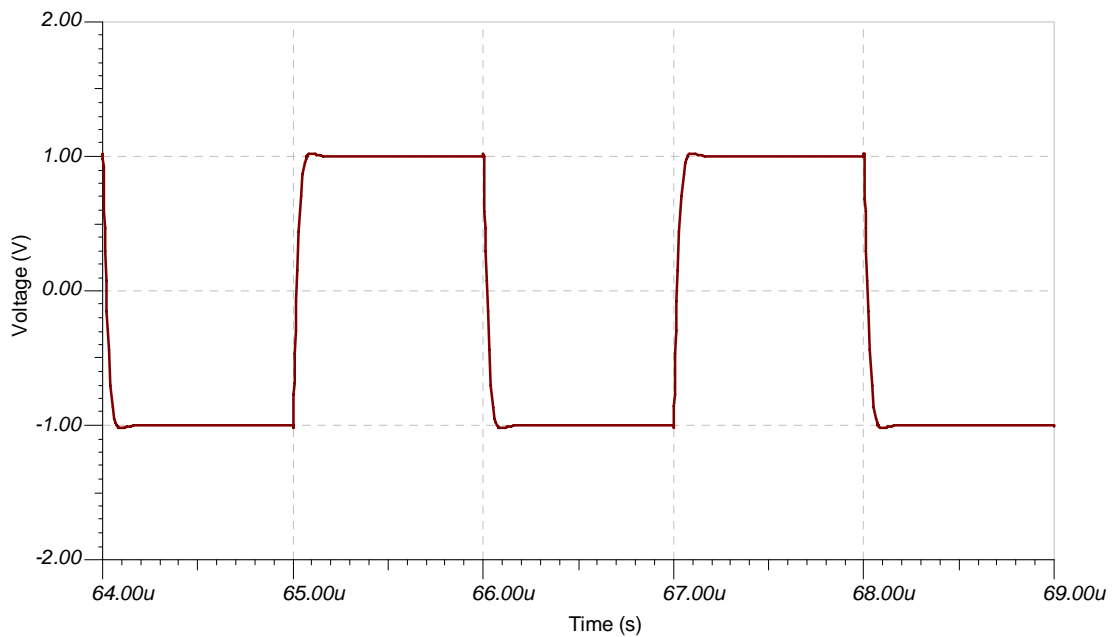


图 2-71 各级独立的米勒电容和电阻串联补偿的 3 级放大电路的方波响应波形图

采用共射共基极电路的如图 2-72 所示，其中把 $gm3$ 和 $gm4$ 看作一级。当 $Cm4=220pF$ ， $Rm4=33$ 欧姆， $Cm2=1nF$ ， $Rm2=47$ 欧姆时，频率特性波特图如图 2-73 所示。方波响应如图 2-74 所示。由于存在有半平面零点所以方波响应容易出现“反弹”现象，就是说在上升或下降沿出现一个反向的“尖峰”波形。需要注意的就是对于右半平面极点的补偿不能保证所有闭环放大倍数都能稳定，这个电路来说只有在电压跟随器方式或附近才是稳定的。

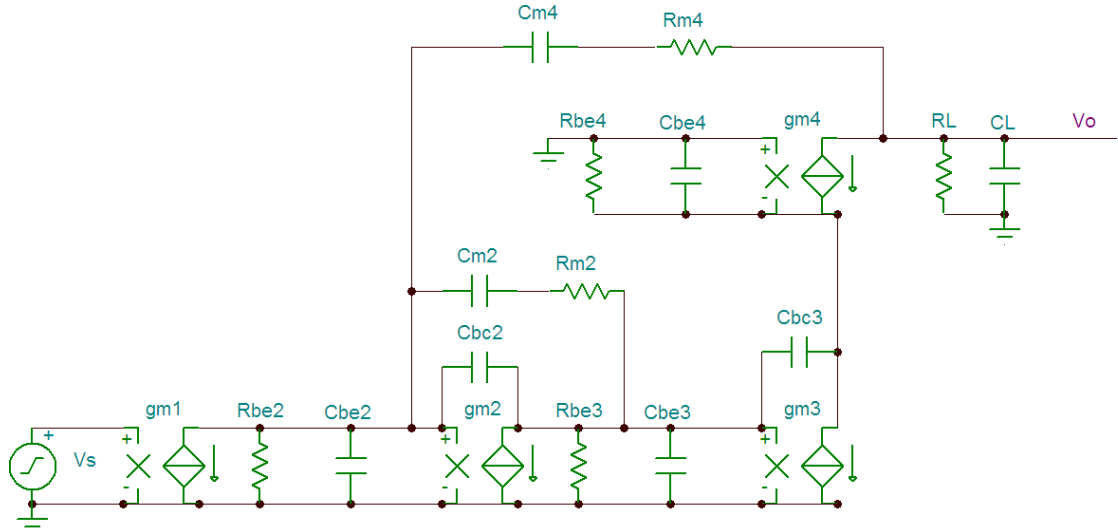


图 2-72 采用共射共基极的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路

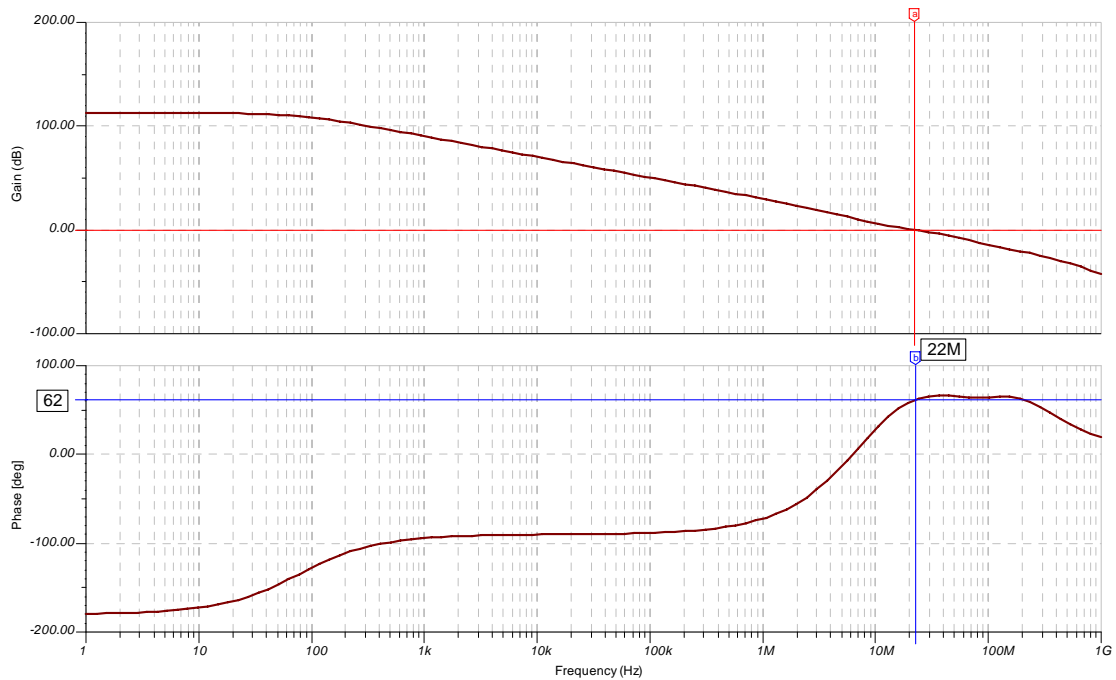


图 2-73 采用共射共基极的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路频率特性波特图

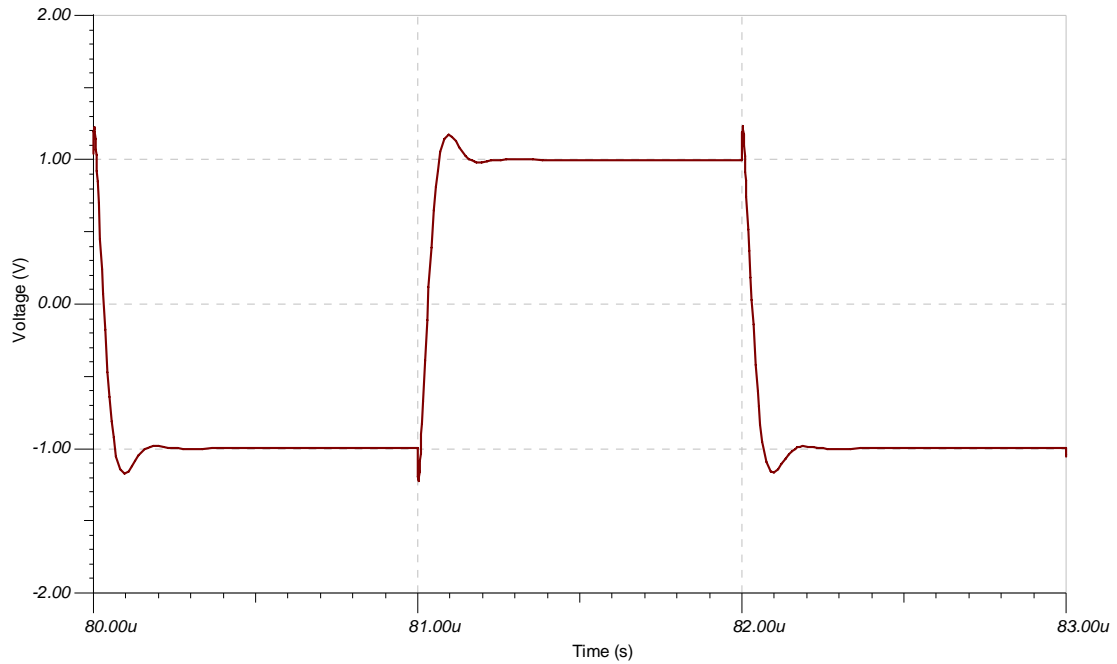


图 2-74 采用共射共基极的两级米勒电容补偿的 3 级放大电路方波响应波形图

4 级放大电路如图 2-75 所示。这里采用的电阻和电容并联的补偿方式。其中 R_{mn} 远小于 R_{ben} , C_{mn} 远大于 C_{ben} , n 为 2~4。

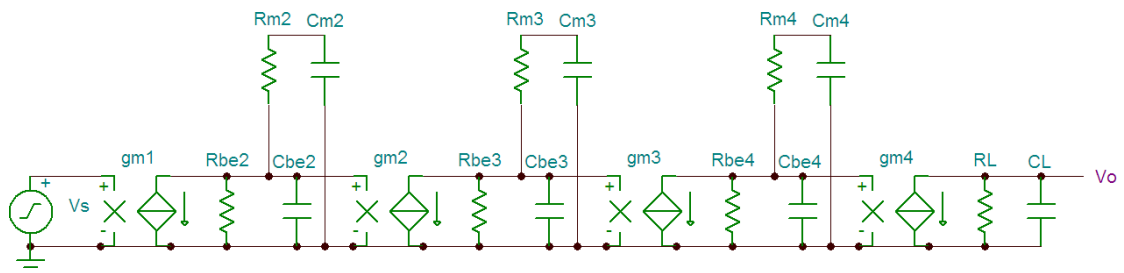


图 2-75 三级电阻电容补偿的 4 级放大电路图

有如下关系：

$$R_{m2}C_{m2} = R_{be3}C_{m3}$$

$$R_{m3}C_{m3} = R_{be4}C_{m4}$$

$$R_{m4}C_{m4} = R_L C_L$$

主导极点为：

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi R_{be2} C_{m2}}$$

高频极点分别为：

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi R_{m2} C_{be2}}$$

$$f_{p3} = \frac{1}{2\pi R_{m3} C_{be3}}$$

$$f_{p4} = \frac{1}{2\pi R_{m4} C_{be4}}$$

令：

$$f_{p2} = f_{p3} = f_{p4} \quad (\text{可用取其他倍数关系})$$

得到：

$$R_{m2} C_{be2} = R_{m3} C_{be3} = R_{m4} C_{be4}$$

低频放大倍数为：

$$A_v = g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_{be3} g_{m3} R_{be4} g_{m4} R_L$$

GBW 为：

$$GBW = A_v f_{p1} = \frac{g_{m1} R_{be2} g_{m2} R_{be3} g_{m3} R_{be4} g_{m4} R_L}{2\pi R_{be2} C_{m2}} = \frac{g_{m1} g_{m2} R_{be3} g_{m3} R_{be4} g_{m4} R_L}{2\pi C_{m2}}$$

令 $kGBW = f_{p2}$ 得到：

$$\frac{k g_{m1} g_{m2} R_{be3} g_{m3} R_{be4} g_{m4} R_L}{2\pi C_{m2}} = \frac{1}{2\pi R_{m2} C_{be2}}$$

整理后得到：

$$C_{m2} = (k R_{be3} R_{be4} R_L) \times \sqrt[4]{\frac{C_L C_{be3} C_{be2} C_{be4} (g_{m1} g_{m2} g_{m3} g_{m4})^3}{k}}$$

$$R_{m2} = \sqrt[4]{\frac{C_L C_{be3} C_{be4}}{k C_{be2}^3 g_{m1} g_{m2} g_{m3} g_{m4}}}$$

$$R_{m3} = \frac{R_{m2} C_{be2}}{C_{be3}}$$

$$R_{m4} = \frac{R_{m2} C_{be2}}{C_{be4}}$$

$$C_{m3} = \frac{R_{m2} C_{m2}}{R_{be3}}$$

$$C_{m4} = \frac{R_L C_L}{R_{m4}}$$

当 $R_{be2}=R_{be3}=2.6K$, $C_{be2}=C_{be3}=33pF$, $g_{m2}=g_{m3}=0.04S$, $R_L=1k$, $C_L=100pF$, $k=4$ 得到：

$$C_{m2} = (kR_{be3}R_{be4}R_L) \times \sqrt[4]{\frac{C_L C_{be3} C_{be2} C_{be4} (g_{m1}g_{m2}g_{m3}g_{m4})^3}{k}}$$

$$= (4000 \times 2600^2) \times \sqrt[4]{\frac{3300 \times 33 \times 33 (0.04)^{12}}{4}} \approx 53 \mu F$$

$$R_{m2} = \sqrt[4]{\frac{C_L C_{be3} C_{be4}}{k C_{be2}^3 g_{m1} g_{m2} g_{m3} g_{m4}}} = \sqrt[4]{\frac{3300 \times 33}{4 \times 33^3 \times 0.04^4}} \approx 23 \Omega$$

$$R_{m3} = \frac{R_{m2} C_{be2}}{C_{be3}} \approx 23 \Omega$$

$$R_{m4} = \frac{R_{m2} C_{be2}}{C_{be4}} \approx 23 \Omega$$

$$C_{m3} = \frac{R_{m2} C_{m2}}{R_{be3}} \approx \frac{23 \times 53}{2600} \approx 0.47 \mu F$$

$$C_{m4} = \frac{R_L C_L}{R_{m4}} = \frac{1000 \times 100}{23} \approx 4.3 nF$$

频率特性波特图如图 2-76 所示。其中穿越频率 47M，相位裕量越 53 度。如果增加 k 那么可以增加相位裕量但带宽会减小。方波响应如图 2-77 所示。

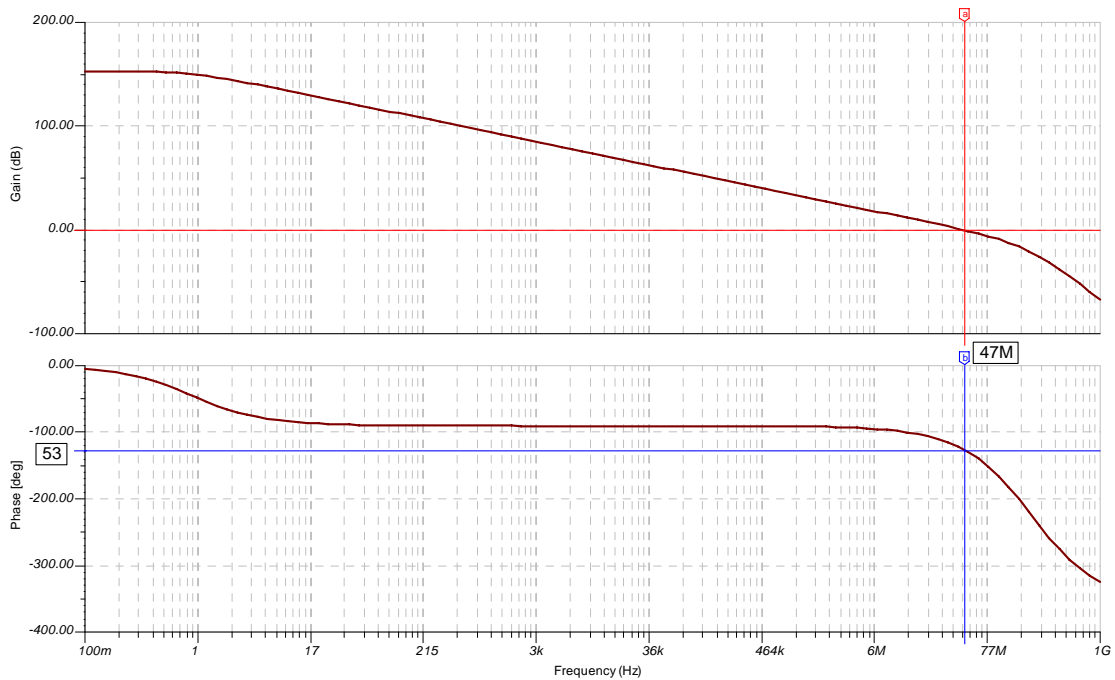


图 2-76 三级电阻电容补偿的 4 级放大电路频率特性波特图

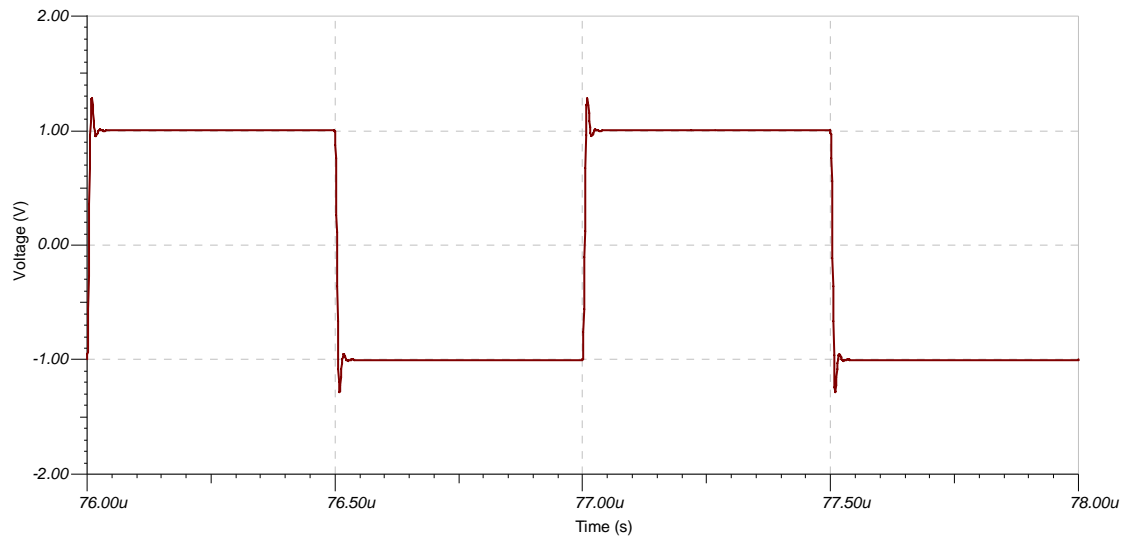


图 2-77 三级电阻电容补偿的 4 级放大电路方波响应波形图

第六章 MOSFET 放大电路

MOSFET 场效应管很像 β 非常大基极和发射极之间电阻极大的三极管。MOSFET 栅极和源极之间的电阻，在没有反馈的状态，就已经是接近断路的。极高的高输入电阻，是原生的而不需要三极管为了高输入电阻而使用达林顿等电路形式。本章讨论 MOSFET 常用的放大电路，并主要讨论高频小信号交流特性。

6.1 偏置电路设计

本节首先讨论电流源电路，之后讨论电压源电路。对于电流源包括独立电流源以及电流镜像源，电流源应该是具有较大内阻的，为了提高内阻需要使用一些方法，通常的有在源极加大电阻的方法，但更好的还是使用负反馈方式。总的来说，MOSFET 放大电路，应该先有一个初始的独立电流源，之后才能实现电压源功能。无论电流源还是电压源都是属于偏置电路，为放大电路提供有源负载。

6.1.1 电流源电路

图 6-1 所示电路就是所谓的“威尔逊”电流源，其实这个电路，本质上就是第一章介绍过的双三极管的电压并联负反馈的电流源电路（图 1-50），仅仅就是把三极管发射极电阻换成了三极管或 MOSFET 的二极管连接方式而已。

然而任何一个电路都是电压和电流同时存在的，如果注重电流，只是从定性的用电流进行分析更容易而已。但是除了像 2 个晶体管的电流镜像之类的看似很简单的电路以外，其他电路并没有看上去的那么简单。最简单的电流镜像其实也并非简单，其输入依然是个电压源（非理想）或电流源（非理想）作用下，输出电流或电压与输入电压和电流的关系。这里依然存在高频效应。

对于晶体管电路来说，都存在上电后能否启动工作的问题。对于威尔逊电流源来说，通过图 6-2 可以看出，3 个 MOSFET 因为存在 C_{gs} 的缘故，上电后这些电容必定被充电，其中最低的 C_{gs} 电压也可以获得 1/3 左右的电源电压，所以只要输入电源电压足够高，那么威尔逊电流源的启动不是问题。当然启动的时候， r_o 是不可能存在的，因为还没有建立直流工作点。上电启动，主要就是分布电容的充电，导致其中一个或多个 MOSFET 的导通，进而建立直流工作点。如果设计中预期的 MOSFET 不能导通，那么就无法建立工作点而无法启动工作。

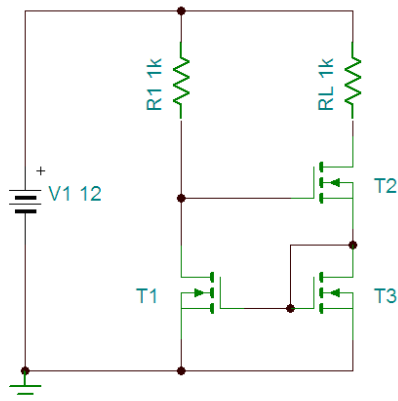


图 6-1 威尔逊电流源

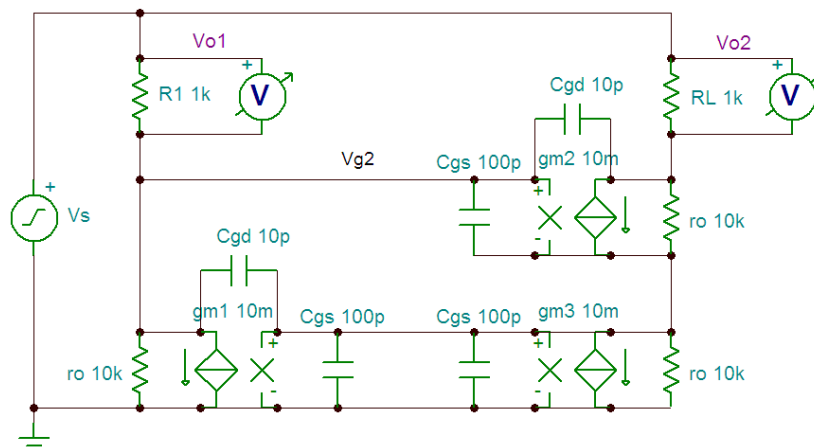


图 6-2 威尔逊电流源的小信号高频等效电路

计算威尔逊电流源的内阻的电路如图 6-3 所示。

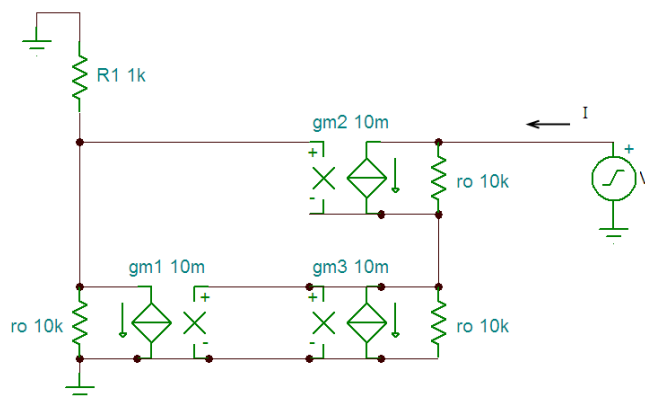


图 6-3 威尔逊电流源的内阻计算小信号电路图

有如下电路方程式：

$$I = [-g_{m1}V_{gs3}(R_1 // r_o) - V_{gs3}]g_{m2} + \frac{V - V_{gs3}}{r_o}$$

$$I = g_{m3}V_{gs3} + \frac{V_{gs3}}{r_o}$$

得到:

$$\frac{V}{I} = r_o + \left\{ [g_{m1}(R_1 // r_o) + 1]g_{m2}r_o + 1 \right\} \frac{r_o}{1 + g_{m3}r_o}$$

$$\stackrel{(g_{m3}r_o \gg 1)}{\approx} r_o + \frac{g_{m1}(R_1 // r_o)g_{m2}r_o}{g_{m3}} \stackrel{(g_{m1}=g_{m3})}{\approx} \stackrel{(g_{m1}(R_1 // r_o)g_{m2}r_o \gg r_o)}{\approx} (R_1 // r_o)g_{m2}r_o$$

通常 R1 由电流源实现，其内阻一般与 ro 一样，所以得到:

$$\frac{V}{I} \approx \frac{g_{m2}r_o^2}{2}$$

如果真的能够理解威尔逊电流源的工作原理，那么就不可能不把那个双三极管的电压并联负反馈的电流源电路（图 1-50）与之相提并论。对于威尔逊电流源的改进就应该以提高 T3 的内阻为目的。无法否认的就是如图 6-4 所示的电流源，才是真正的改进型的威尔逊电流源，其不仅大幅度提高了电流源的内阻而且由于其很强的负反馈作用，使得电压调整率非常之好。

其中的 T3 其实是作为一个电阻使用的，而且电阻还不小，比威尔逊电流源的二极管电阻大多了，所以这个才是真正地模仿了双三极管的电压（或电流）并联负反馈的电流源电路。

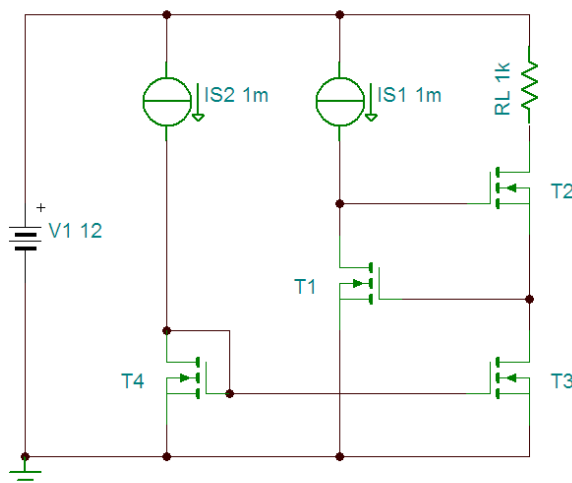


图 6-4 真正的改进型威尔逊电流源电路

真正的改进型的威尔逊电流源电路的计算内阻的小信号电路如图 6-5 所示。

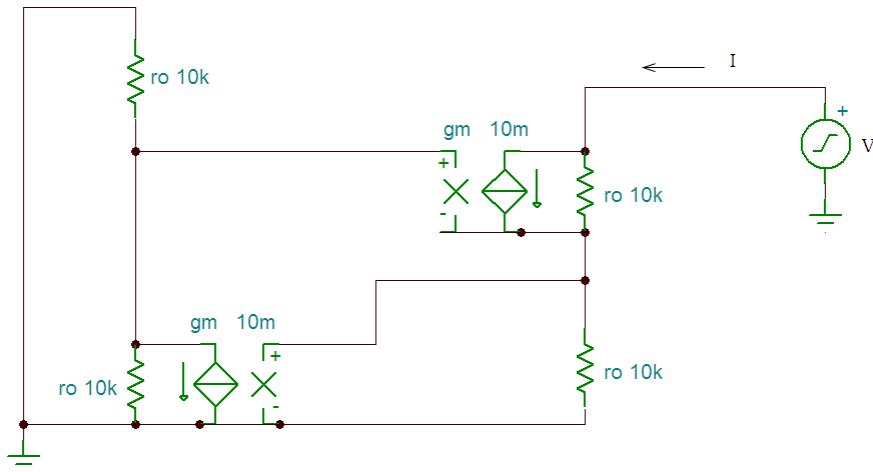


图 6-5 真正的改进型威尔逊电流源的内阻计算小信号电路图

有如下电路方程：

$$I = \left(-g_m V_{gs1} \frac{r_o}{2} - V_{gs1} \right) g_m + \frac{V - V_{gs1}}{r_o}$$

$$I = \frac{V_{gs1}}{r_o}$$

得到：

$$\frac{V}{I} = 2r_o + \left(g_m r_o \frac{r_o}{2} + r_o \right) g_m r_o \stackrel{(g_m r_o^2 \gg r_o)}{\approx} \left(g_m \frac{r_o^2}{2} \right) g_m r_o = \frac{(g_m r_o)^2 r_o}{2}$$

共源-共栅的电流源电路如图 6-6 所示。这个电路没有大环路反馈，仅仅是局部反馈导致了电流源内阻的提高。

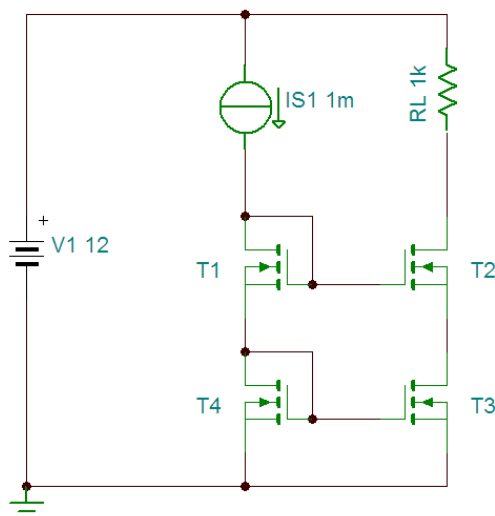


图 6-6 共源-共栅电流源电路图

小信号电路如图 6-7 所示。

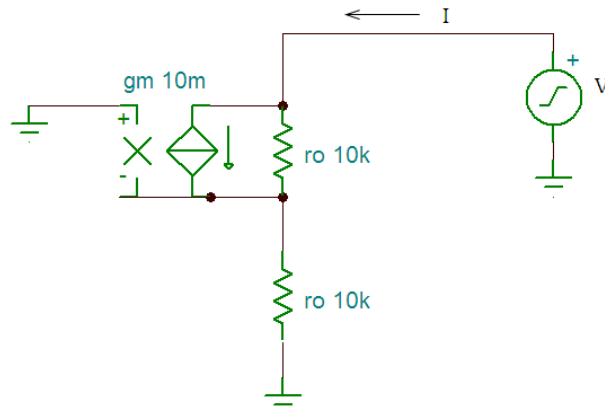


图 6-6 计算共源-共栅电流源内阻的小信号电路图

有如下电路方程：

$$I = g_m V_{gs} + \frac{V + V_{gs}}{r_o}$$

$$I = -\frac{V_{gs1}}{r_o}$$

得到：

$$\frac{V}{I} \approx g_m r_o^2$$

图 6-7 所示电路为宽摆动范围的共源-共栅极的电流镜像源电路。对于图 6-5 所示的电流镜像电路来说，T3 和 T2 一直保持一样的工作状态，即漏源电压是相等的，最小的饱和方式的两者的漏源电压为 $2(V_{gs} - V_{th})$ ，低于此电压就会进入线性电阻区，从而失去放大作用。而宽摆幅的共源共栅电路，因为 T3 的栅极电压高，所以其漏源电压小于 T2 的，故实现了所谓的宽摆幅，T2、T3 的漏源电压之和在饱和方式最小为 $V_{gs} - V_{th} + r_{ds} \cdot I_s$ ，这里的 I_s 为电流源偏置电流，而 r_{ds} 为在 T5 的 V_{gs} 偏置下的 T3 线性电阻区的电阻。由此可见，所谓的宽摆幅电流源，仅仅保证是 T2 工作在饱和区，而并不考虑 T3，如果负载电压比较小，那么 T2 和 T3 都可以工作在饱和区，但 T3 的内阻比 T2 的小，此时这个电流源可以保证较大的内阻，而一旦 T2 进入电阻区，虽然 T2 仍然在饱和区，但总体的电流源内阻还是减小了。

图 6-6 的电流源最小的饱和电压并非为 $2V_{gs} - V_{th}$ ，因为 T2 和 T3 一直工作在一样的状态，漏源电压一直就是相等的。而所谓的宽摆幅电流源，仅仅是在 T3 进入线性电阻区的时候，能保证 T2 依然在饱和区而已，但此时的内阻还是大幅下降了。总的来说，所谓的宽摆幅电流源不会显著地提高电压摆动范围。

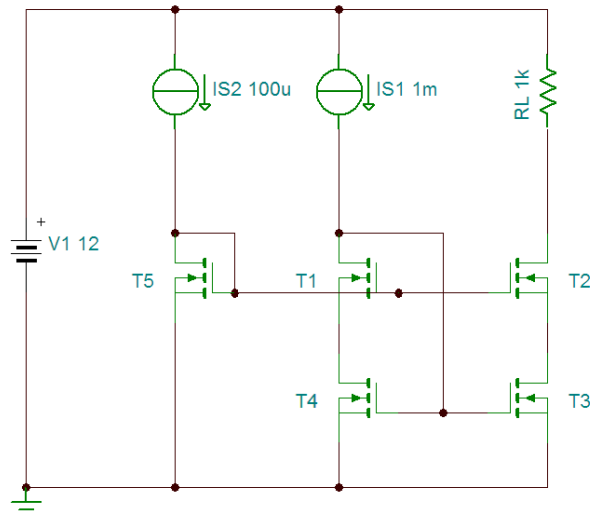


图 6-7 宽摆动幅度共源-共栅电流源电路图

宽摆幅的电流源的内阻计算方法与图 6-6 电路是一样的。事实上，所谓的宽摆幅电流源的内阻在临界饱和区，其内阻是小于非宽摆幅的。即使都进入线性电阻区，宽摆幅的电流源内阻依然比非宽摆幅的小不少。

图 6-8 为宽摆幅的多路镜像电流源，可以作为电流偏置或电压偏置，以及作为有源负载放大电路的有源负载。

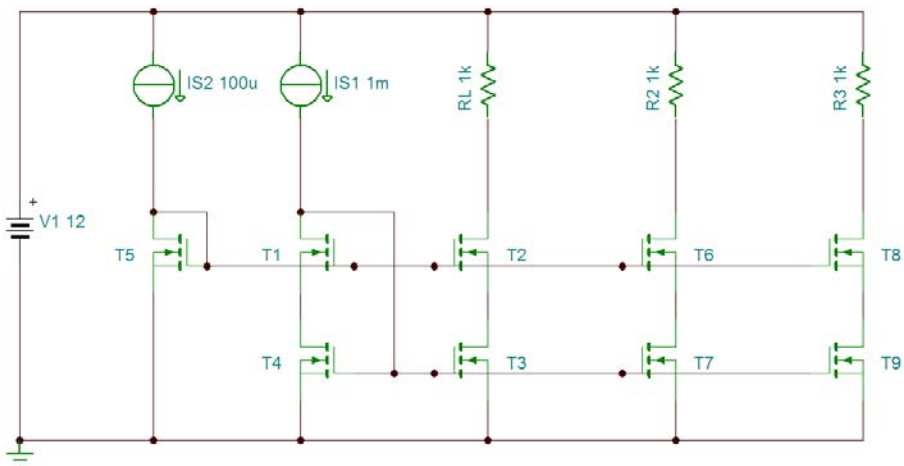


图 6-8 宽摆动幅度共源-共栅电流源多路镜像电路图

初始电流源可以使用图 6-9 所示的电路实现。这是一个电压并联负反馈，或电流并联负反馈，如果想获得输出电流的话。电阻 R1 形成了并联反馈，也就是电流反馈。如果 R3 的电压变化，那么显然这里存在和运算放大器的那个同相端接地的反相放大电路一样并联反馈，也就是电流反馈。需要指出的就是，这个电路作为独立电流源电路，其输出电阻之大和对于电源电压变化的抑制能力是无出其二的。

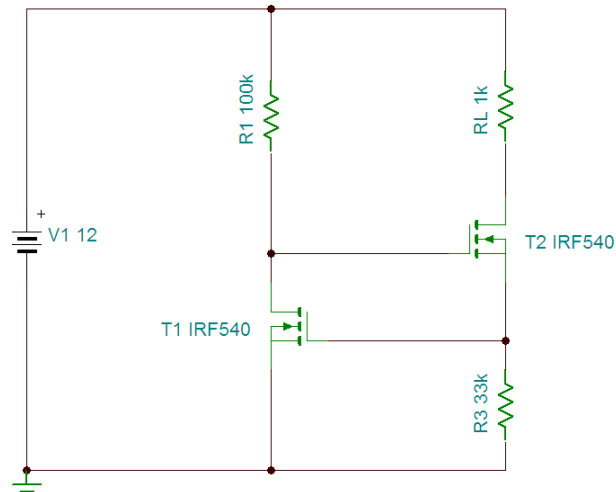


图 6-9 初始电流源电路图

图 6-10 为输入电压从 5 到 45V 变化的时候，输出电流的曲线，可以看出在 8V 以上电压之后，即使电源电压发生了近 37V 的变化，输出电流也几乎没有变化。这就是说克服电源电压变化的能力非常强。

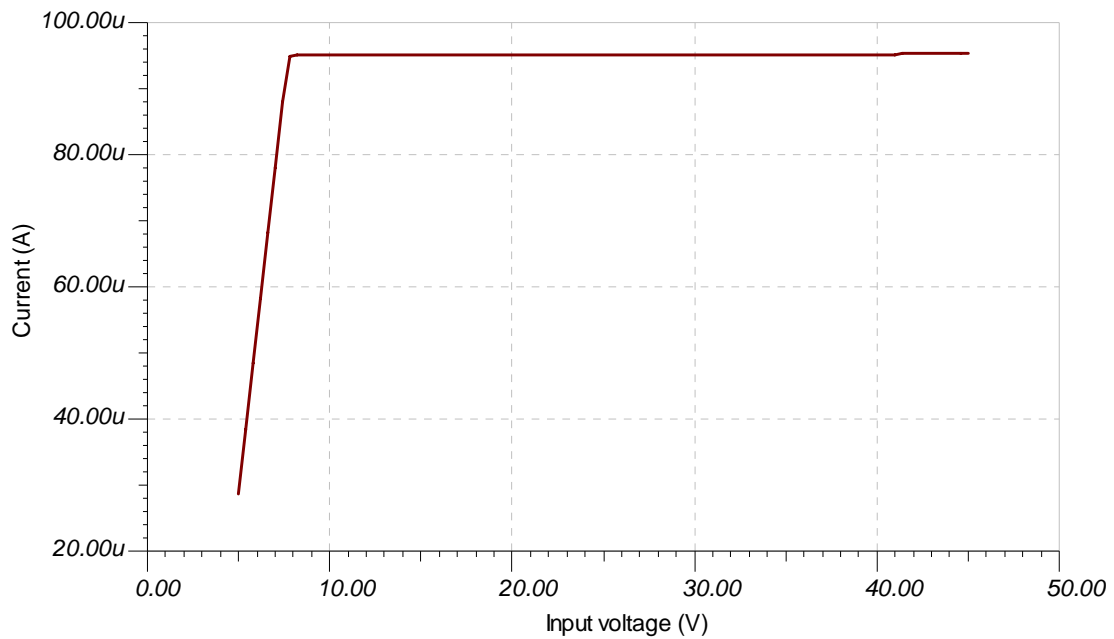


图 6-10 初始电流源电路的输出电流和输入电压的直流传输特性曲线

图 6-11 为输出负载电阻 100 到 10K 变化的时候，输出电流的曲线，可以看出近 10K 的负载电阻变化，输出电流也几乎没有变化。这就是说电流源的内阻非常高。毫无疑问，双 MOSFET 的独立电流源电路，可以替代维德勒电流源而成为电路设计中的初始电流源。

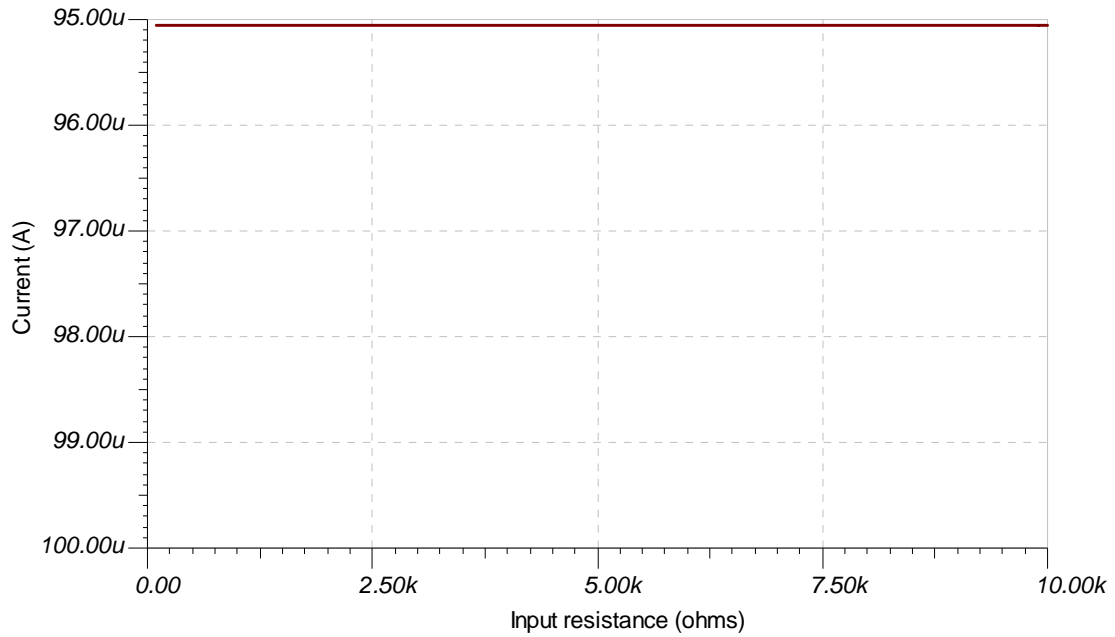


图 6-11 初始电流源电路的输出电阻和输入电压的直流传输特性曲线

人们通常使用的自偏置的电流源，表面上看，似乎可以提高抑制电源电压变化的能力，但其实反馈是比较弱的，远不如图 6-9 所示的双 MOSFET 电流源电路。图 6-12 所示的所谓的“自偏置”电流源还有启动问题，也就是说不能保证 MOSFET 该导通的一定可以导通，需增加所谓的“启动”电路，例如使用二极管。但真实原因其实就是 MOSFET 的 GS 分布电容在上电的时候能否被充电到开启电压以上从而实现启动的问题。

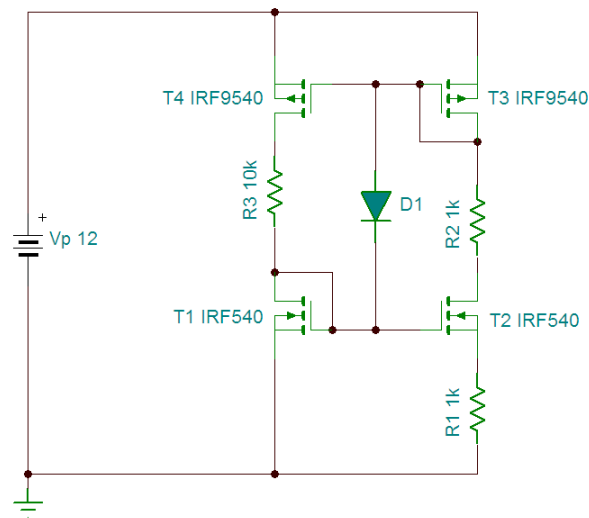


图 6-12 “自偏置”电流源电路

这个所谓的“自偏置”电流源电路，看似通过电流镜像，可以“自偏置”，除了维德勒电流源部分的 T2 存在的负反馈之外，R3 也能实现负反馈，但这些反馈是比较弱的，不足以应对电源电压的波动。对于负载电阻的变化，可以保证电流变化不大，而这仅仅是因为维德勒电流源的内阻，本来也不是太小的缘故。

电源电压从 5~40V 变化的时候，输出电流变化的曲线如图 6-13 所示。可见，输出电流

的变化是很大的，完全无法与图 6-9 所示的双 MOSFET 电流源相比。

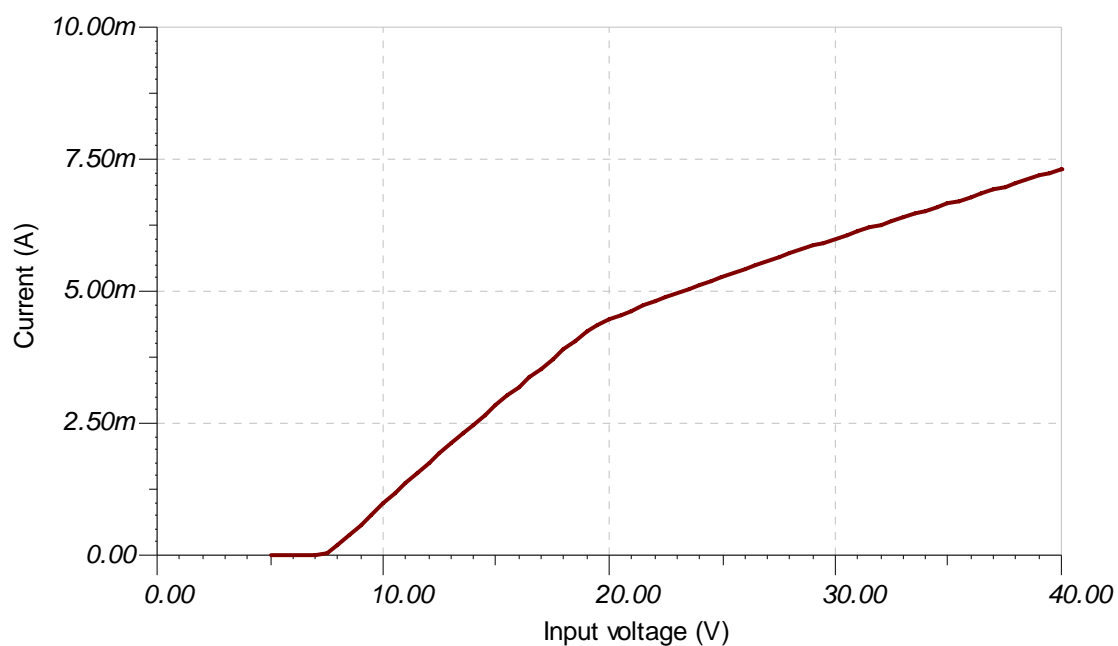


图 6-12 “自偏置”电流源电路的输入电源电压与输出电流的传输特性曲线

另外一种常见的“自偏置”电流源如图 6-13 所示，其实就是增加了启动电路的双 MOSFET 电流源。而双 MOSFET 的电流源本来就是能够启动并不需要启动电路。

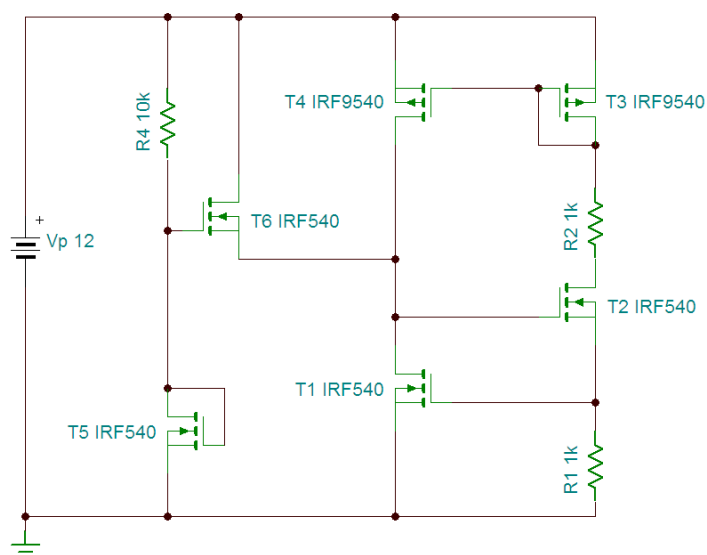


图 6-13 “自偏置”双 MOSFET 电流源电路

6.1.2 电压源电路

得到了电流源电路并通过电流镜像分出多路电流源之后，就可以获得电压源了。如图 6-14 所示。

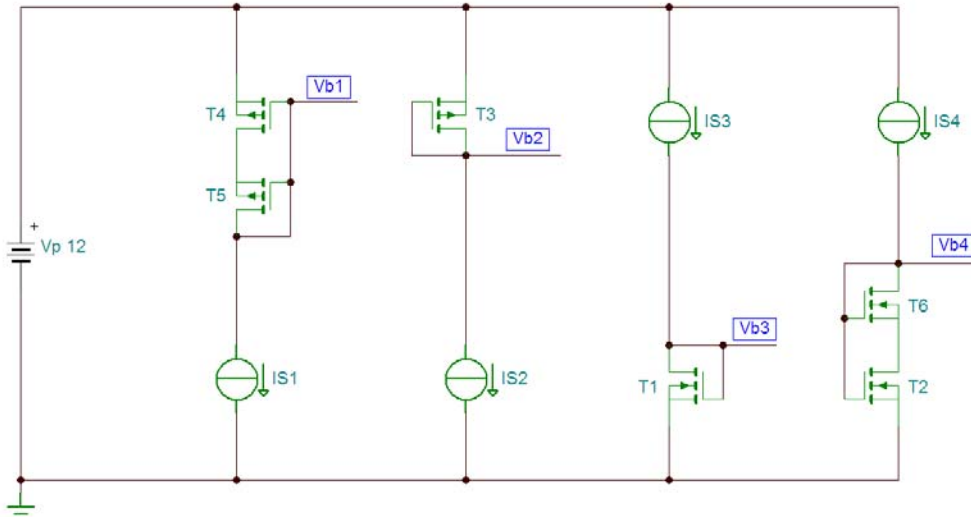


图 6-14 由电流源得到的电压源电路

本质上都存在反馈，即如果输出电压增大，那么因为电流源电流基本固定，所以增大后即必然减小，反之亦然。对于 T2, T6 来说，反馈作用更强，所以电压更稳定，其小信号高频等效电路如图 6-15 所示。

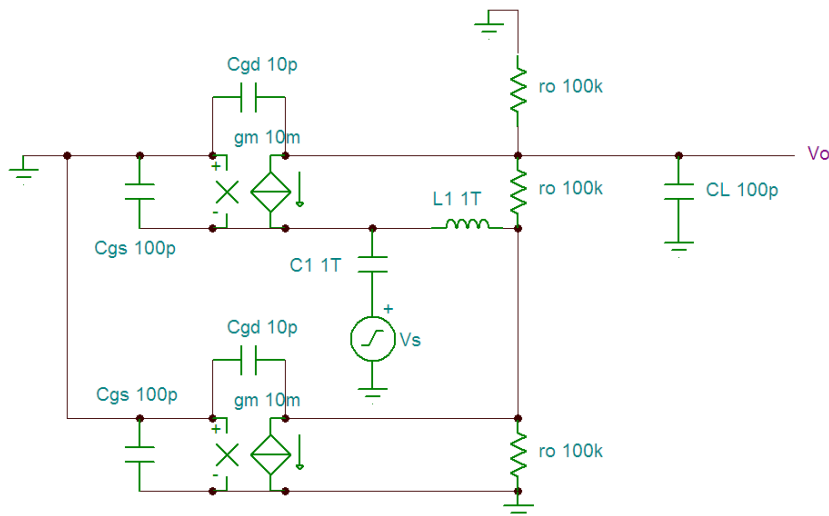


图 6-15 由电流源得到的电压源电路的开环高频小信号等效电路

V_o 对于 V_s 的传递函数为：

$$(2*ro*gm+ro^2*Cgd*gm*s)/(3+(4*Cgd+2*CL)*ro*s+(Cgd+CL)*ro^2*Cgd*s^2)$$

左半平面零点频率为：

$$f_{z1} \approx \frac{2g_m r_o}{2\pi r_o^2 C_{gd} g_m} = \frac{2}{2\pi r_o C_{gd}}$$

有 2 个极点，分别为：

$$f_{p1} \approx \frac{3}{2\pi(4C_{gd} + 2C_L)r_o} \approx \frac{2}{2\pi(2.7C_{gd} + 1.3C_L)r_o}$$

$$f_{p2} \approx \frac{(4C_{gd} + 2C_L)}{2\pi(C_{gd} + C_L)r_o C_{gd}} \approx \frac{2}{2\pi r_o C_{gd}}$$

由此可见 f_{p1} 和 f_{p2} 近似抵消了，所以这个电压源电路总是稳定的。虽然极点频率应该是在相距足够远的情况下才能如此计算，但是如果 2 个极点频率相差不大，那么如此计算的结果，通常还是频率相差不多。频率特性波特图如图 6-16 所示。

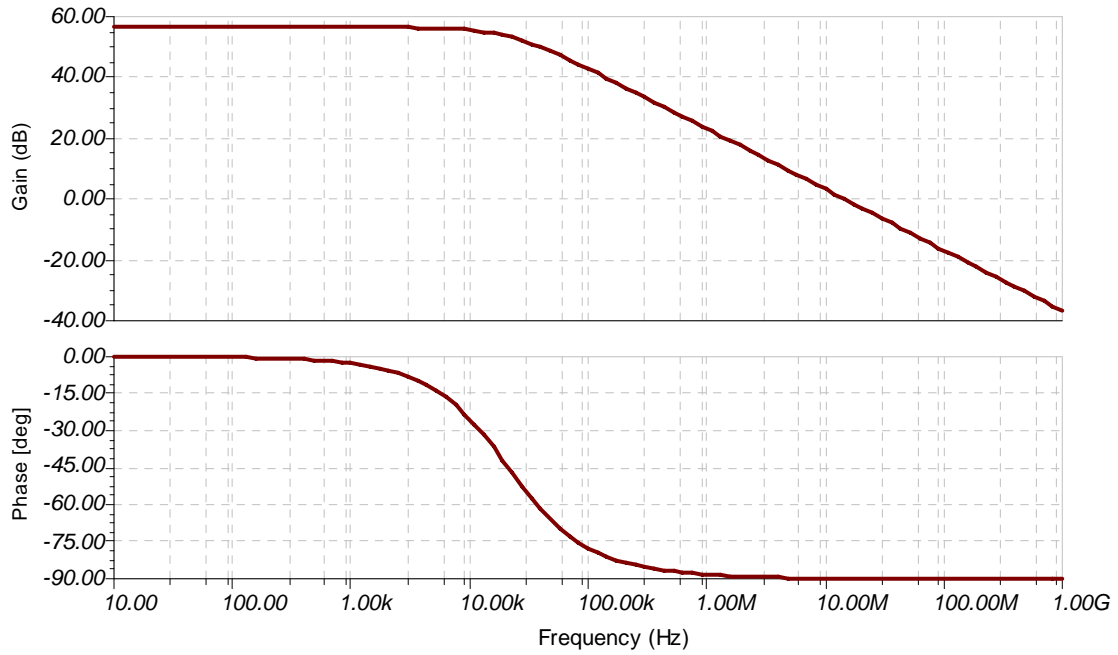


图 6-16 由电流源得到的电压源电路的开环高频小信号等效电路频率特性波特图

6.2 MOSFET 放大电路设计

本节讨论 MOSFET 放大电路设计，包括单级放大电路，两级放大电路，电路形式为共源放大电路，以及共源-共栅极电路等等。

6.2.1 单级放大电路

图 6-17 所示电路，虽然看似单级放大，但其实是 2 级放大。从某种意义上来说，这是电压模式和电流模式放大电路混合设计思想的产物。电流模式经常使用电流镜像作为放大电路的基本单元，所以就貌似电压的单级放大了。然而，任何电路都是电压和电流无法分割的，本质上，这个电路依然是 2 级的电压模式的放大电路。

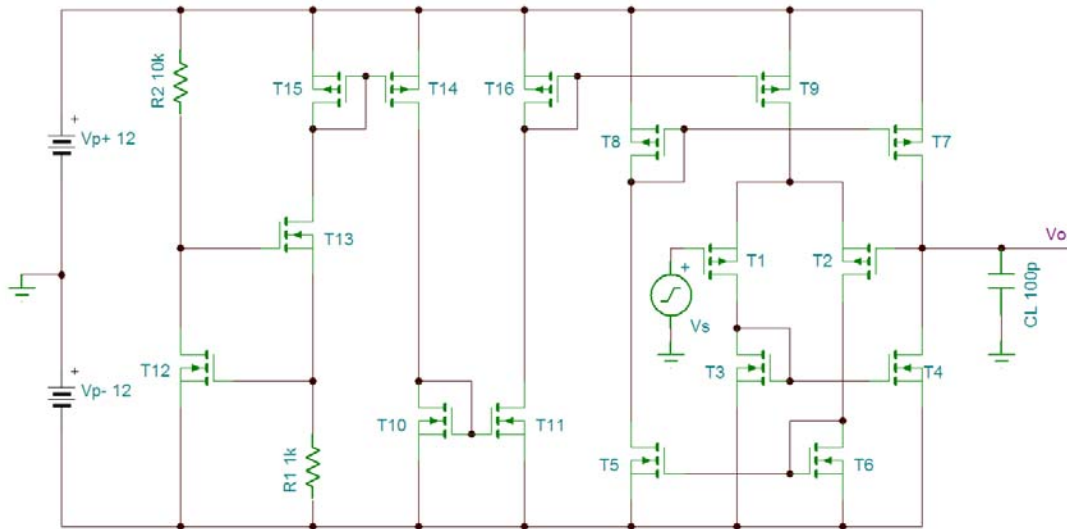


图 6-17 电压和电流混合模式的 MOSFET 放大电路图

高频小信号电路如图 6-18 所示。由于把 T9 电流源看作理想的，那么 T1, T2 的源极相当于对 GND 开路。此时，源极的电压约为 $V_s/2$ ，即 T1 的源极与栅极的电压为 $V_s/2$ ，T2 的为 $V_s/2$ 。这相当于 2 个独立的电压源，可以使用叠加定理分别计算 2 者单独作用下的输出 V_o ，之后将 2 者的结果相加就是输出电压了。

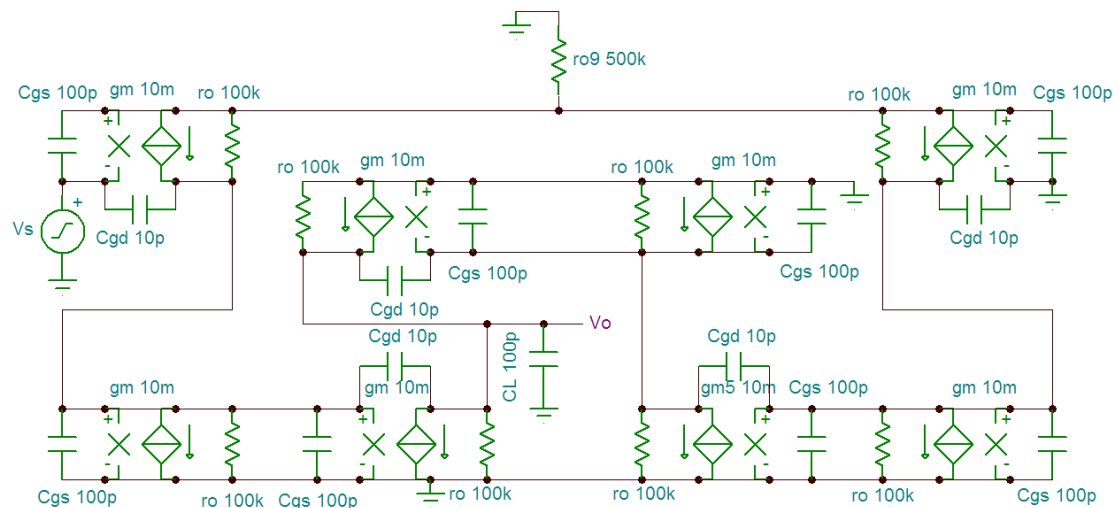


图 6-18 电压和电流混合模式的 MOSFET 放大电路高频小信号电路图

对于 T1, T3, T4 这部分电路, 在 $V_{s/2}$ 输入电压的作用下, 输出电压为 V_{o1} , 传递函数为:

$$\frac{(-5 \times 10^{-1} r_o^2 g_m^2 + r_o^2 C_{gd} g_m s - 5 \times 10^{-1} r_o^2 C_{gd}^2 s^2)}{(-r_o g_m - 2 + (-5 \times 10^{-1} C_L r_o g_m - r_o C_{gd} g_m - 3 C_{gd} - 2 C_{gs} - C_L) r_o s + (-C_L C_{gd} - 5 \times 10^{-1} C_{gd}^2 - C_L C_{gs} - C_{gs} C_{gd}) r_o^2 s^2)}$$

存在 2 个右半平面零点, 频率为:

$$f_{z1} \approx \frac{0.5 r_o^2 g_m^2}{2 \pi r_o^2 C_{gd} g_m} = \frac{0.5 g_m}{2 \pi C_{gd}} \approx \frac{0.005}{6.28 \times 10^{-11}} \approx 80M$$

$$f_{z2} \approx \frac{r_o^2 C_{gd} g_m}{2 \pi (0.5 r_o^2 C_{gd}^2)} = \frac{2 g_m}{2 \pi C_{gd}} \approx \frac{0.02}{6.28 \times 10^{-11}} \approx 320M$$

如果 2 者相距足够远时候成立。但是如果相距不远, 例如频率相等, 则每个与准确值相差 2 倍, 即 2 者最大相差 4 倍。低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{2 + r_o g_m}{2 \pi (0.5 C_L r_o g_m + r_o C_{gd} g_m + 3 C_{gd} + 2 C_{gs} + C_L) r_o}$$

$$\stackrel{(g_m r_o \gg 1)}{\approx} \frac{1}{2 \pi (0.5 C_L + C_{gd}) r_o} \approx \frac{1}{6.28 \times (60 \times 10^{-12})} \approx 27K$$

高频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{(0.5 C_L r_o g_m + r_o C_{gd} g_m + 3 C_{gd} + 2 C_{gs} + C_L) r_o}{2 \pi (C_L C_{gd} + 0.5 C_{gd}^2 + C_L C_{gs} + C_{gs} C_{gd}) r_o^2}$$

$$\stackrel{(g_m r_o \gg 1)}{\approx} \frac{0.5 C_L g_m + C_{gd} g_m}{2 \pi (C_L C_{gd} + 0.5 C_{gd}^2 + C_L C_{gs} + C_{gs} C_{gd})}$$

$$\approx \frac{0.6}{6.28 \times 10^{-12} (1000 + 50 + 10000 + 1000)} \approx 8M$$

对于 T2, T5, T6, T7, T8 这一边电路, 因为电流镜像的缘故, T5 的电流依然为 $V_{s/2} g_m$, 于 T4 的数值相等, 所以 2 者的输出电压是一样的, 只是符号相反。这是从电流模式的角度看近似相等, 但从电压的角度看, 其实略有不同, 毕竟电路不是很对称的。低频放大倍数为 (两个半边的放大倍数之和):

$$A_o \approx \frac{r_o g_m}{2} = \frac{100 \times 10}{2} = 500 \approx 54 \text{db}$$

增益带宽积 GBW 为：

$$GBW = A_o f_{p1} \approx \frac{r_o g_m}{2} \frac{1}{2\pi(0.5C_L + C_{gd})r_o} = \frac{g_m}{2\pi(C_L + 2C_{gd})} \approx \frac{0.01}{6.28 \times 120 \times 10^{-12}} \approx 13 \text{M}$$

可以看出,为了令 GBW 为 f_{p2} 的一半左右,需要降低 3 倍左右,这意味着 $C_L + 2C_{gd}$ 为 360pF 左右,得到 C_{gd} 应该为 130pF,即 T4 和 T7 的米勒电容为 130pF。频率特性波特图如图 6-19 所示。其中穿越频率约为 2.4M,相位裕量约 57 度。

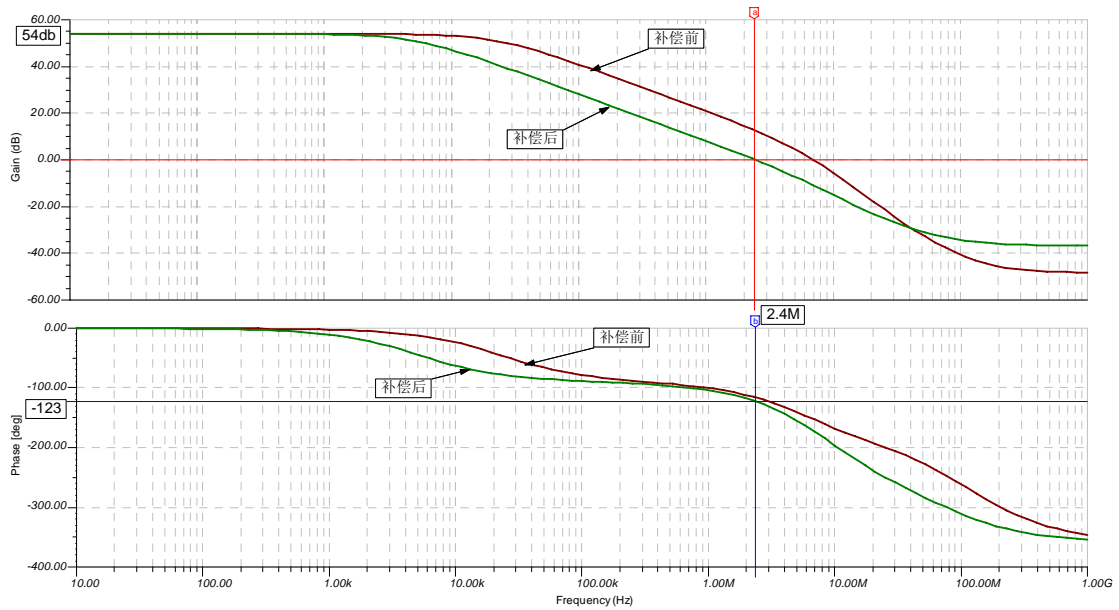


图 6-19 电压和电流混合模式的 MOSFET 放大电路高频小信号电路频率特性波特图

输入为 50K 的 1V 方波的输出波形如图 6-20 所示。

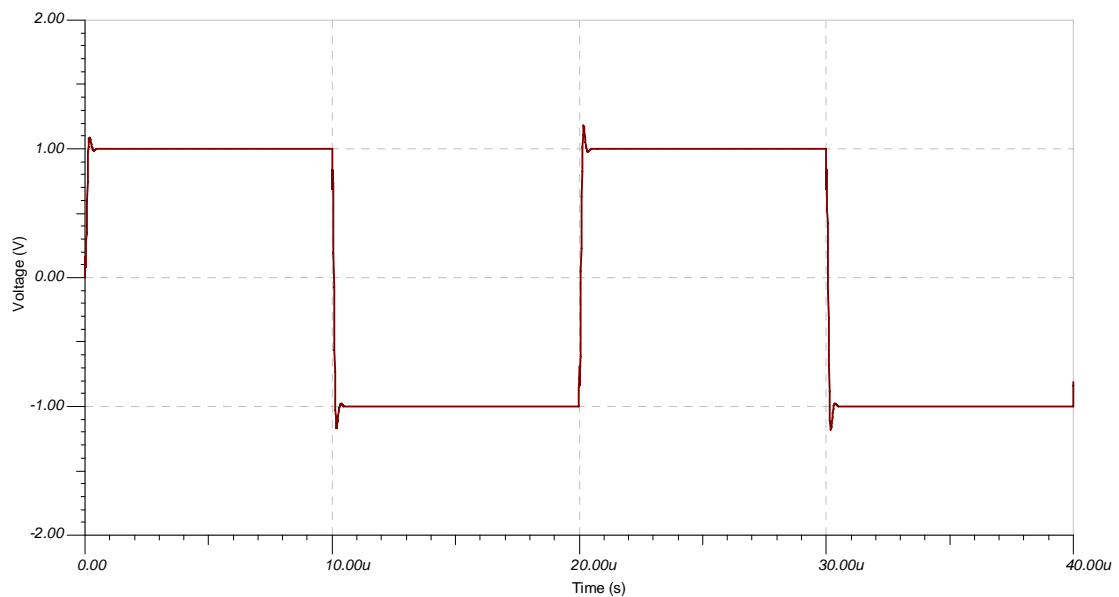


图 6-20 电压和电流混合模式的 MOSFET 放大电路高频小信号电路方波响应波形图

6.2.2 两级放大电路

图 6-20 所示电路是 2 级放大电路。对于这个电路来说，T4 的米勒电容补偿并没有通常所认为的那么有效果，需要使用 RC 的并联补偿。

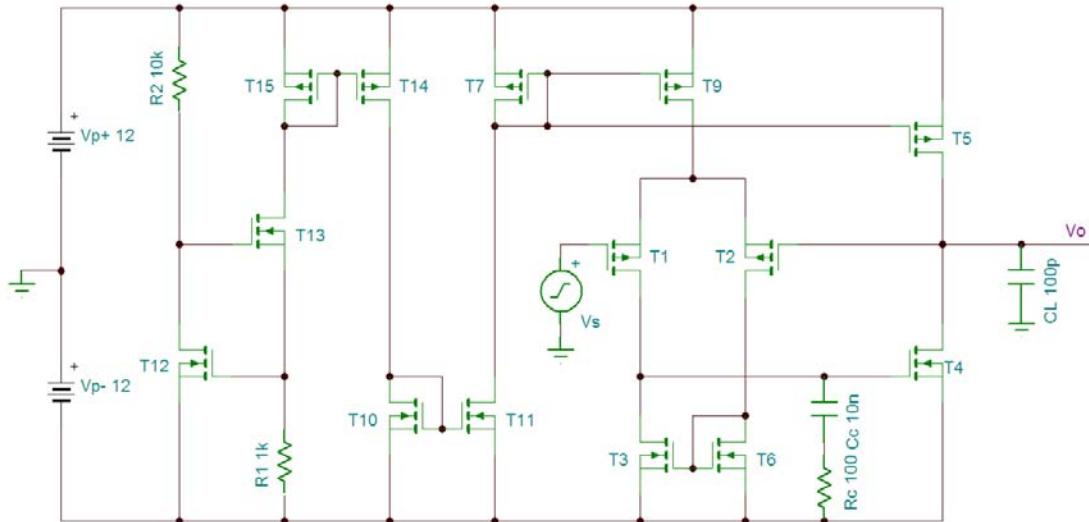


图 6-20 两级 MOSFET 放大电路图

高频小信号电路如图 6-21 所示。由于把 T9 电流源看作理想的，那么 T1, T2 的源极相当于对 GND 开路。此时，源极的电压约为 $V_s/2$ ，即 T1 的源极与栅极的电压为 $V_s/2$ ，T2 的为 $V_s/2$ 。

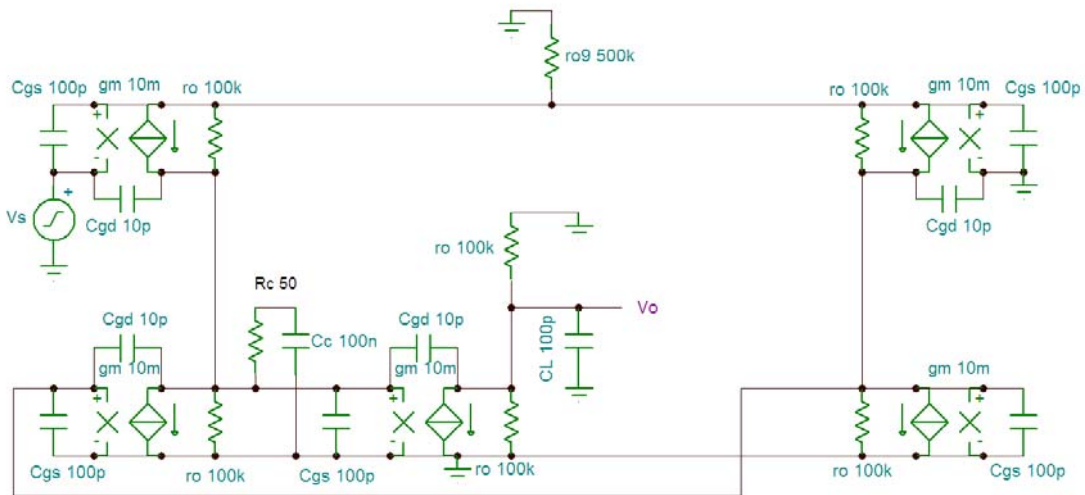


图 6-21 两级 MOSFET 放大电路的高频小信号电路图

由于 T2 交流电流被镜像到 T3，所以 T3 的 r_o 与 C_{gs} 和 R_c, C_c 得到了 2 倍的 T1 的交流电流，因为 T1, T2 的漏极电流在 V_s 的作用下是一样的，仅仅是方向相反。可以把 T1 的漏极电流 $I_{d1}=V_s/2 \cdot g_{m1}$ 看作一个独立电流源作用到 T3 和 T4，而且作为极点频率的计算，

与放大倍数无关。这里忽略了 T1 的内阻 r_o 。有如下电路方程：

$$V_o(s) = -2I_{d1}(s) \left[r_o \parallel \frac{1}{C_{gs}s} \parallel \left(R_c + \frac{1}{C_c s} \right) \right] \left(\frac{r_o}{2} \parallel \frac{1}{C_L s} \right)$$

得到：

$$\begin{aligned} \frac{V_o(s)}{I_{d1}(s)} &= - \left[\frac{r_o}{r_o C_{gs}s + 1} \parallel \left(R_c + \frac{1}{C_c s} \right) \right] \left(\frac{r_o}{\frac{r_o}{2} C_L s + 1} \right) \\ &= - \frac{\frac{r_o}{r_o C_{gs}s + 1} (R_c C_c s + 1)}{\frac{r_o C_c s}{r_o C_{gs}s + 1} + (R_c C_c s + 1)} \left(\frac{r_o}{\frac{r_o}{2} C_L s + 1} \right) \\ &= - \frac{[r_o (R_c C_c s + 1)]}{[r_o C_c s + (R_c C_c s + 1)(r_o C_{gs}s + 1)]} \left(\frac{r_o}{\frac{r_o}{2} C_L s + 1} \right) \\ &= - \frac{[r_o (R_c C_c s + 1)]}{[R_c C_c r_o C_{gs}s^2 + (r_o C_{gs} + r_o C_c + R_c C_c)s + 1]} \left(\frac{r_o}{\frac{r_o}{2} C_L s + 1} \right) \\ &\stackrel{(r_o \gg R_c)}{\approx} \frac{[r_o (R_c C_c s + 1)]}{(R_c C_c r_o C_{gs}s^2 + r_o C_c s + 1)} \left(\frac{r_o}{\frac{r_o}{2} C_L s + 1} \right) \end{aligned}$$

令 R_c 和 C_c 产生的零点与 $r_o/2$ 和 C_L 产生的极点抵消，得到：

$$R_c C_c = \frac{r_o}{2} C_L$$

主导低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi r_o C_c}$$

高频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{r_o C_c}{2\pi R_c C_c r_o C_{gs}} = \frac{1}{2\pi R_c C_{gs}}$$

低频开环放大倍数计算方程为：

$$-g_m \frac{V_s}{2} + \frac{V_{gs4}}{r_o} = g_m \frac{V_s}{2} + \frac{\frac{V_s}{2} - V_{gs4}}{r_o}$$

得到:

$$V_{gs4} \approx \frac{g_m r_o V_s}{2}$$

得到开环放大倍数为:

$$A_o = \frac{V_o}{V_s} = g_m \frac{V_{gs4}}{V_s} \frac{r_o}{2} \approx \left(\frac{g_m r_o}{2} \right)^2 = 250000 \approx 108db$$

增益带宽积 GBW 为:

$$GBW = A_o f_{p1} \approx \left(\frac{g_m r_o}{2} \right)^2 \frac{1}{2\pi r_o C_c} = \left(\frac{g_m r_o}{4} \right) \frac{g_m}{2\pi C_c}$$

选择:

$$f_{p2} = 2GBW$$

得到:

$$2 \left(\frac{g_m r_o}{4} \right) \frac{g_m}{C_c} = \frac{1}{R_c C_{gs}}$$

将 $R_c C_c = \frac{r_o}{2} C_L$ 带入后, 得到:

$$C_c = \sqrt{\frac{r_o}{2} C_L \left(\frac{g_m r_o}{2} \right) C_{gs} g_m} = \frac{g_m r_o}{2} \sqrt{C_L C_{gs}} = 500 \times 10^{-12} \times 100 = 50nF$$

Rc 为:

$$R_c = \frac{r_o}{2C_c} C_L = 100\Omega$$

然而由于没有考虑 T3 的 Cgd, 所以相位裕量偏小, 可以通过增大 Cc 提高相位裕量。

考虑 T3 的 Cgd 的电路如图 6-22 所示。

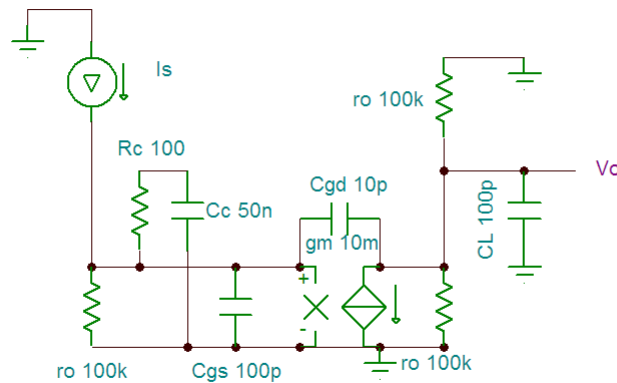


图 6-21 两级 MOSFET 放大电路中间级的高频小信号电路图

Vo 对于 Is 的传递函数 Vo (s) /Is (s) 为:

$$(g_m r_o^2 + (R_c C_c g_m - C_{gd}) r_o^2 s - R_c C_c C_{gd} r_o^2 s^2) / (-2 + (-3 C_{gd} r_o - 2 C_{gs} r_o - C_{gd} g_m r_o^2 - 2 C_c r_o - C_L r_o - 2 R_c C_c) s + (-C_L C_{gd} r_o - C_L C_{gs} r_o - C_{gd} C_{gs} r_o - 3 R_c C_c C_{gd} - 2 R_c C_c C_{gs} - R_c C_c C_{gd} g_m r_o - C_c C_L r_o - C_c C_{gd} r_o - R_c C_c C_L) r_o s^2 + (-C_L C_{gd} - C_L C_{gs} - C_{gd} C_{gs}) R_c C_c r_o^2 s^3)$$

左半平面零点频率为：

$$f_z \stackrel{(g_m R_c C_c \gg C_{gd})}{\approx} \frac{1}{2\pi R_c C_c}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \stackrel{(C_c \gg C_{gs}, C_{gd})}{\approx} \frac{1}{2\pi r_o (g_m r_o C_{gd} + C_c)}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \stackrel{(C_c \gg C_{gs}, C_{gd})}{\approx} \frac{2(g_m r_o C_{gd} + C_c)}{2\pi(2R_c C_c C_{gs} + R_c C_c C_{gd} g_m r_o + C_c C_L r_o + C_c C_{gd} r_o)}$$

超高频极点频率为：

$$f_{p3} \stackrel{(C_c \gg C_{gs}, C_{gd})}{\approx} \frac{2R_c C_{gs} + R_c C_{gd} g_m r_o + C_L r_o + C_{gd} r_o}{2\pi(C_L C_{gd} + C_L C_{gs} + C_{gd} C_{gs}) R_c r_o}$$

$$\stackrel{(C_L, C_{gs} \gg C_{gd})}{\approx} \frac{R_c C_{gd} g_m + C_L}{2\pi C_L C_{gs} R_c} \stackrel{(R_c C_{gd} g_m \ll C_L)}{\approx} \frac{1}{2\pi C_{gs} R_c}$$

令 $f_z = f_{p2}$ ，得到：

$$\frac{1}{2\pi R_c C_c} = \frac{2(g_m r_o C_{gd} + C_c)}{2\pi(2R_c C_c C_{gs} + R_c C_c C_{gd} g_m r_o + C_c C_L r_o + C_c C_{gd} r_o)}$$

因为 $R_c \ll r_o, C_{gs} \approx C_L \gg C_{gd}$ ，所以得到：

$$R_c C_c \approx \frac{r_o C_L}{2}$$

R_c 和 C_c 还需要满足：

$$R_c C_{gd} g_m \ll C_L$$

可以看出考虑 T3 的 C_{gd} 与否的两种计算方法，仅仅就是 f_{p1} 的频率有差别，考虑 C_{gd} 后的 GBW 为：

$$GBW = A_o f_{p1} \approx \left(\frac{g_m r_o}{2} \right)^2 \frac{1}{2\pi r_o (g_m r_o C_{gd} + C_c)}$$

选择：

$$f_{p2} = 2GBW$$

得到：

$$2\left(\frac{g_m r_o}{2}\right)^2 \frac{1}{r_o(g_m r_o C_{gd} + C_c)} = \frac{1}{R_c C_{gs}}$$

整理后得到:

$$2\left(\frac{g_m}{2}\right)^2 r_o R_c C_{gs} = (g_m r_o C_{gd} + C_c)$$

将 $R_c C_c = \frac{r_o}{2} C_L$ 带入后, 得到:

$$C_c^2 + g_m r_o C_{gd} C_c - (g_m r_o)^2 C_L C_{gs} = 0$$

即 C_c 为:

$$C_c = \frac{-g_m r_o C_{gd} + \sqrt{(g_m r_o C_{gd})^2 + 4(g_m r_o)^2 C_L C_{gs}}}{2}$$

$$\approx g_m r_o \sqrt{C_L C_{gs}} \approx 100nF$$

R_c 为:

$$R_c = \frac{r_o}{2C_c} C_L = 50\Omega$$

频率特性波特图如图 6-22 所示。其中穿越频率约为 5.8M, 相位裕量约 54 度。

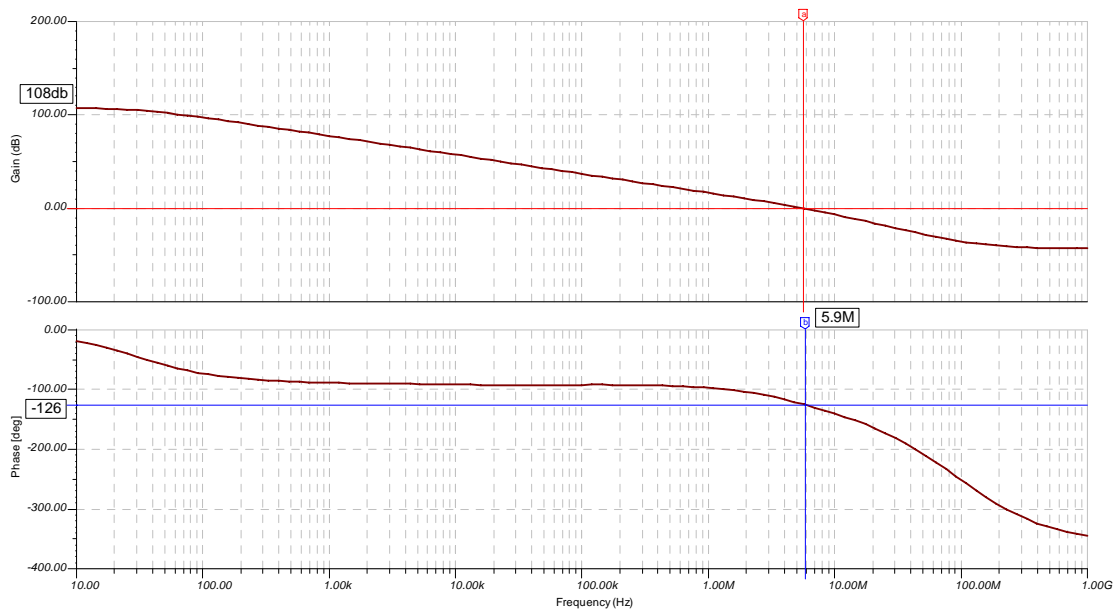


图 6-22 两级 MOSFET 放大电路高频小信号电路频率特性波特图

输入为 50K 的 1V 方波的输出波形如图 6-23 所示。

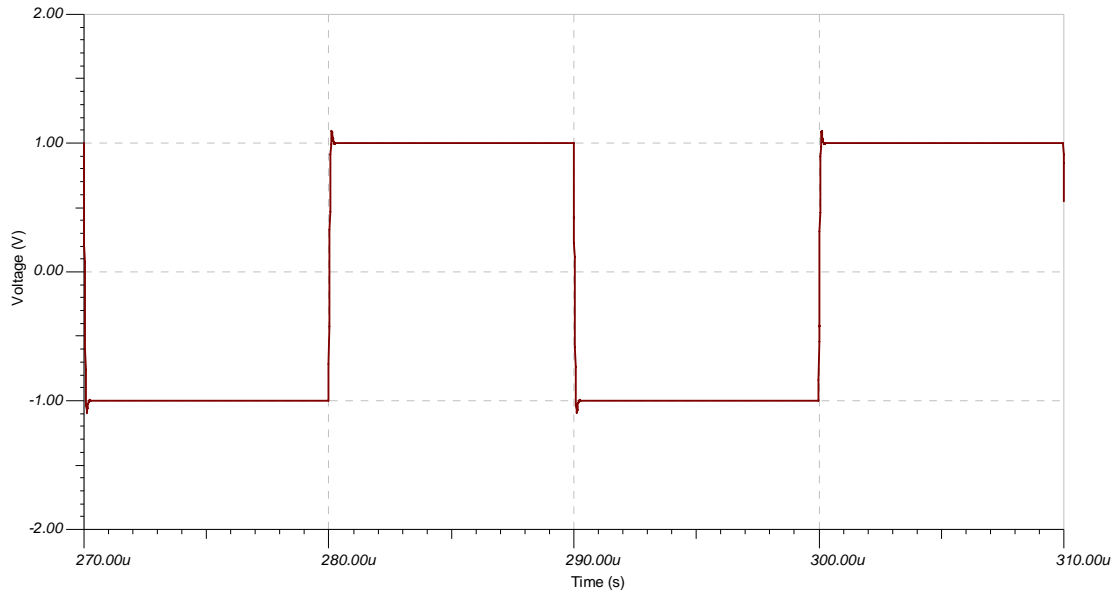


图 6-23 两级 MOSFET 放大电路高频小信号电路方波响应波形图

6.2.3 套筒式共源-共栅单级放大电路

图 6-24 所示电路是套筒式共源-共栅极单级放大电路。对于 MOSFET 放大电路来说，套筒式样的共源-共栅电路是有意义的，因为 MOSFET 的输入电阻极大，所以放大倍数就是电流源内阻与跨导的乘积，而对三极管放大电路来说，即使共基极而提高了电流源负载的电阻，但因为下一级放大电路的输入电阻不大，所以放大倍数并没有真正提高。

然而这个电路并非共栅极了，T5 和 T6 的栅极也并非交流接地，而是其电压一直为输入电压 V_s 的一半左右，这就是纯粹的交流电压，所以 T5，T6 不可能共栅极，毕竟共栅极的意思是说交流接地。而且这里还存在另一个问题，那就是 T9 的电路源内阻本来是不小的，但与 T17 电流源内阻并联的结果就是内阻变小了。但这个电路确实可以提高放大倍数。

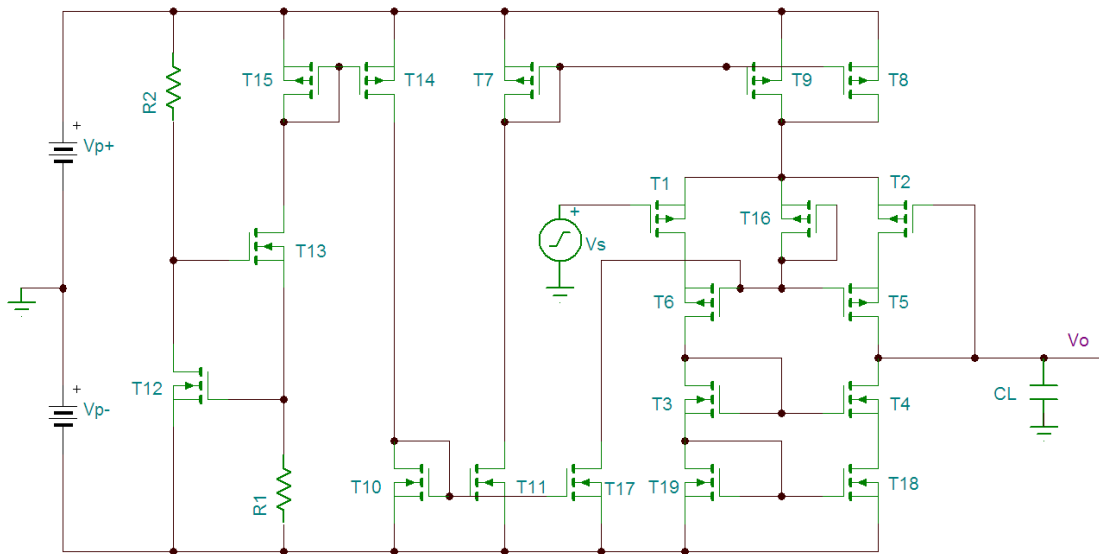


图 6-24 套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路图

高频小信号电路如图 6-25 所示。由于把 T9 电流源看作理想的，那么 T1，T2 的源极相

当于对 GND 开路。此时，源极的电压约为 $V_s/2$ ，即 T1 的源极与栅极的电压为 $V_s/2$ ，T2 的为 $V_s/2$ 。

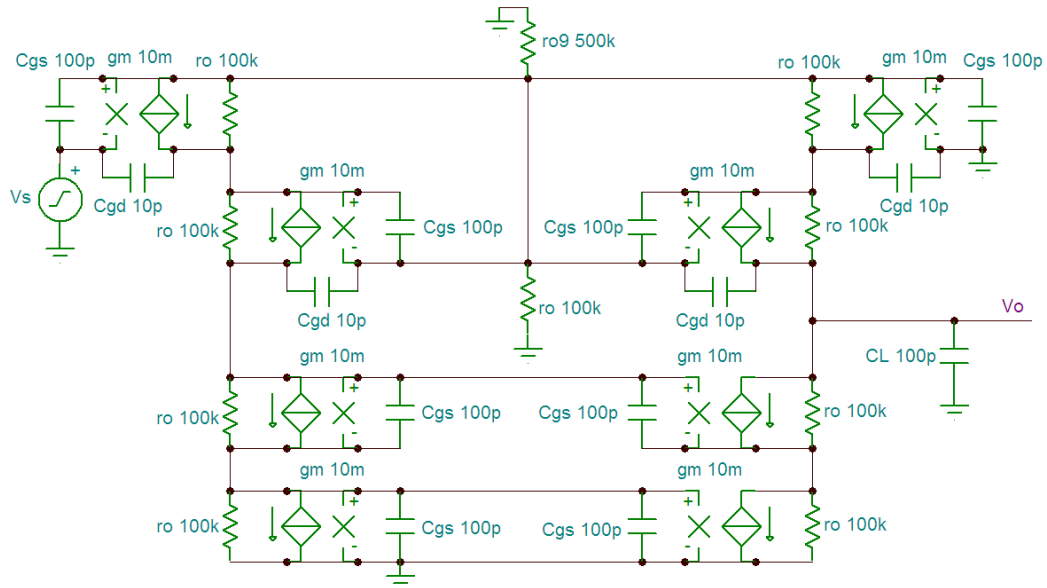


图 6-25 套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路高频小信号电路图

简化后的电路如图 6-26 所示。

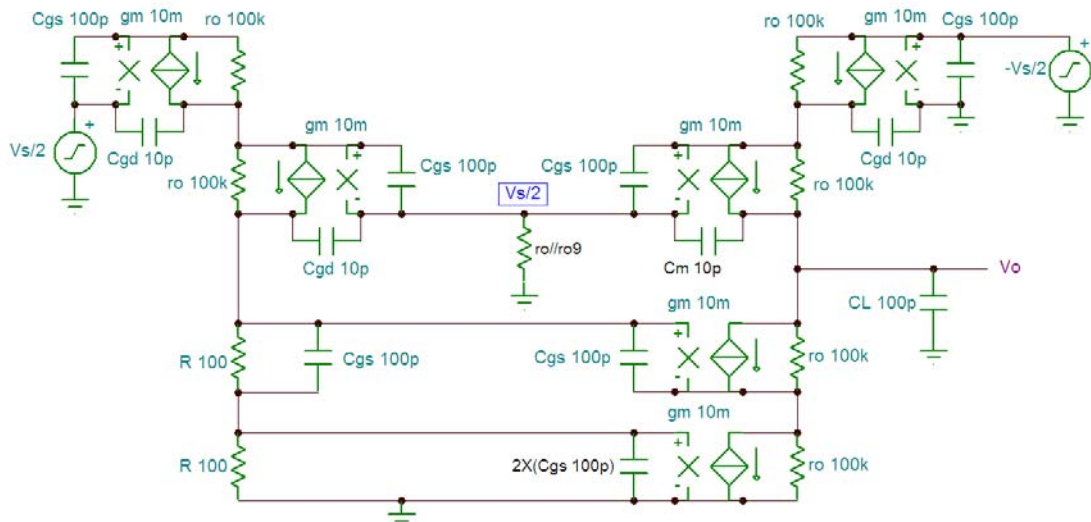


图 6-26 套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路简化后的高频小信号电路图

可以看出 C_{gd} 电容几乎不起作用，电路只有一个主导极点，由输出电容 CL 和 T2, T5, T4, T18 的电流源内阻形成，其频率为：

$$f_p = \frac{1}{2\pi C_L (g_m r_o^2) // (g_m r_o^2)} = \frac{1}{2\pi C_L \left(\frac{g_m r_o^2}{2} \right)}$$

$$\approx \frac{1}{3.14 \times 10^{-10} \left(\frac{0.01 \times 10^{10}}{1} \right)} \approx 32 \text{ Hz}$$

计算零点和极点用的 T2, T5 部分电路如图 6-27 所示。

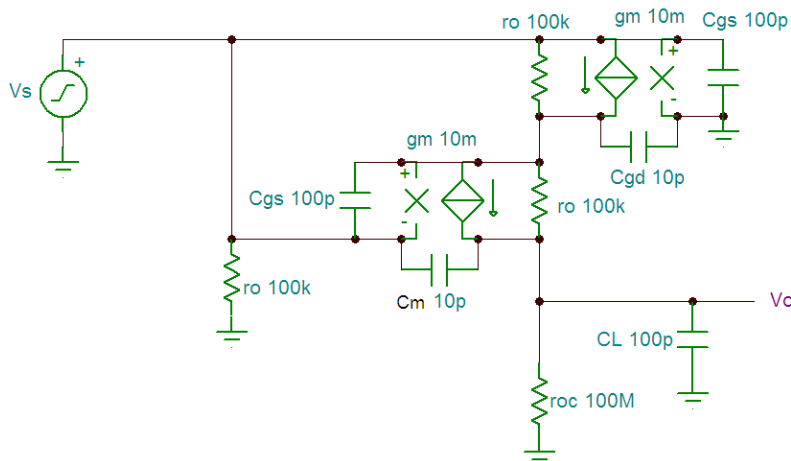


图 6-27 套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路计算零点和极点高频小信号电路图

Vo 对于 Vs 的传递函数为:

$$\frac{(-r_o^2 g_m^2 r_{oc} r_o - g_m r_o r_{oc} - r_{oc} + (-C_{gs} - C_m r_o g_m + r_o C_{gd} g_m - 2 C_m) r_{oc} r_o s + (-C_{gs} - C_{gd}) r_{oc} C_m r_o^2 s^2)}{(-r_o^2 g_m^2 r_o r_{oc} + (-C_L r_{oc} r_o g_m - r_{oc} C_m r_o g_m - r_o C_{gs} - r_o C_{gd} - r_{oc} C_{gs} - r_{oc} C_{gd} - 2 C_L r_{oc} - 2 r_{oc} C_m) r_o s + (-C_L C_{gs} - C_m C_{gs} - C_L C_{gd} - C_m C_{gd}) r_{oc} r_o^2 s^2)}$$

有 2 个左半平面零点, 频率分别为:

$$f_{z1} \approx \frac{g_m^2 r_o^2 r_{oc} + g_m r_o r_{oc}}{2\pi (g_m r_o C_m - g_m r_o C_{gd}) r_{oc} r_o} = \frac{g_m}{2\pi (C_m - C_{gd})} \approx \frac{g_m}{2\pi C_m} \quad (C_m \gg C_{gd})$$

$$f_{z2} \approx \frac{(g_m r_o C_m - g_m r_o C_{gd}) r_{oc} r_o}{2\pi (C_{gs} + C_{gd}) r_{oc} C_m r_o^2} = \frac{g_m (C_m - C_{gd})}{2\pi (C_{gs} + C_{gd}) C_m} \approx \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \quad (C_m \gg C_{gd}, C_{gs} \gg C_{gd})$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{g_m r_o^2 + r_{oc}}{2\pi (g_m r_o r_{oc} C_L + g_m r_o C_m r_{oc}) r_o} \approx \frac{1}{2\pi \left(\frac{g_m r_o}{2} \right) (C_L + C_m) r_o}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{(g_m r_o r_{oc} C_L + g_m r_o C_m r_{oc}) r_o}{2\pi(C_L C_{gs} + C_m C_{gs} + C_L C_{gd} + C_m C_{gd}) r_o^2 r_{oc}}$$

$$= \frac{g_m (C_L + C_m)}{2\pi(C_L C_{gs} + C_m C_{gs} + C_L C_{gd} + C_m C_{gd})} \stackrel{(C_{gs} \gg C_{gd})}{\approx} \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}$$

由此可见 f_{p2} 和 f_{z2} 抵消了，并且 C_m 应该大于 C_{gd} 。在图 6-26 中可以看到， R 和 $2C_{gs}$ 至少会产生一个极点，其频率为：

$$f_{p3} \approx \frac{1}{2\pi R(2C_{gs})} \approx \frac{1}{6.28 \times 100 \times 200 \times 10^{-12}} \approx 8M$$

而零点 f_{z1} 为：

$$f_{z1} \approx \frac{g_m}{2\pi C_m} \approx \frac{0.01}{6.28 C_m}$$

令 f_{p3} 与 f_{z1} 相等，得到：

$$C_m \approx \frac{0.01}{8000000 \times 6.28} \approx 20p$$

由于要满足 $C_m \gg C_{gd}$ ，所以选则 C_m 为 120p。低频放大倍数为：

$$A_o = \left(\frac{g_m r_o}{2} \right)^2$$

仿真频率特性波特图如图 6-27 所示。其中穿越频率约为 6M，相位裕量约 56 度。

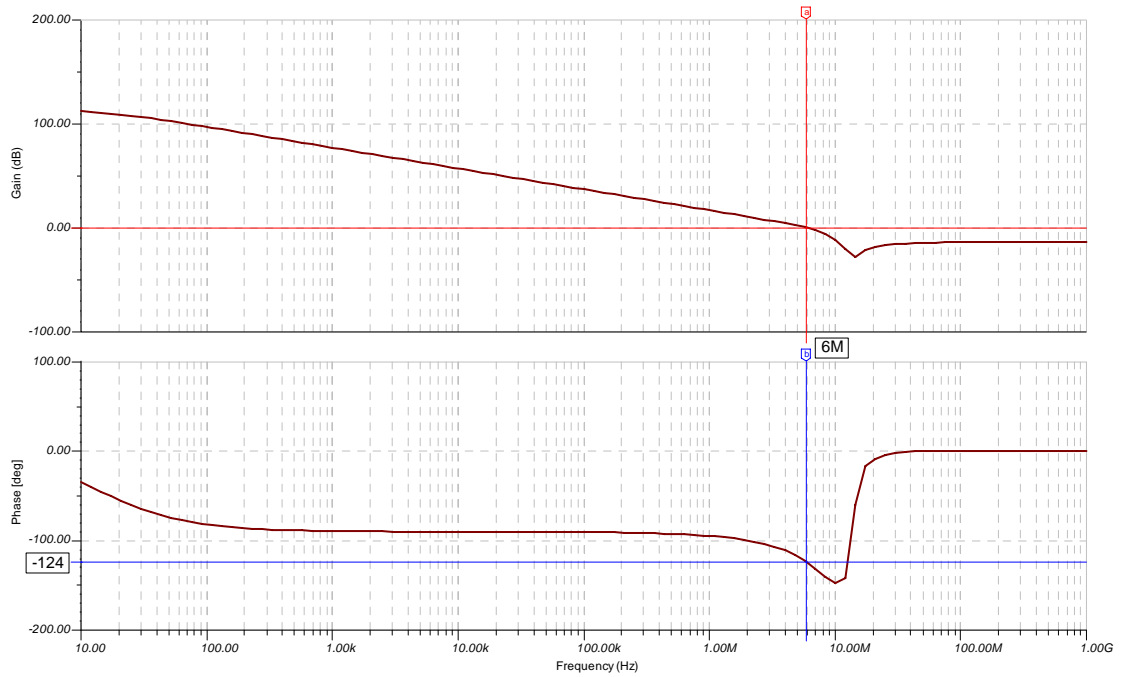


图 6-27 套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路频率特性波特图

输入为 50K 的方波的电压跟随器方式的输出波形如图 6-28 所示。输出还是有些过冲振荡的。

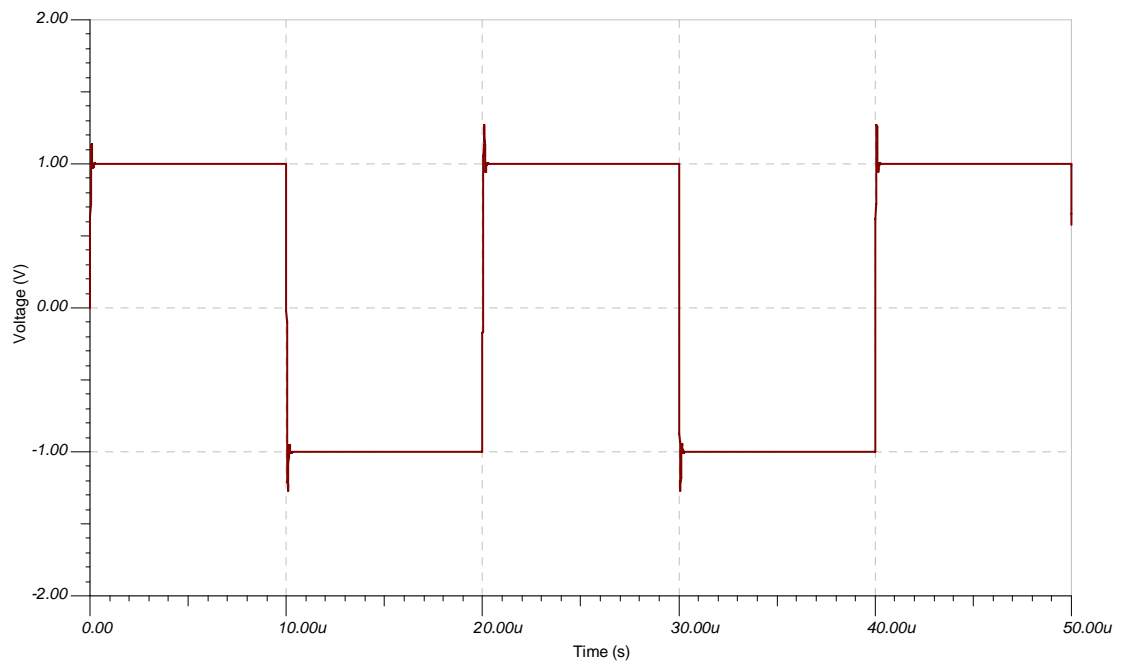


图 6-28 套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路方波响应波形图

不难看出，如果 T4, T18 电流源的栅极接固定的偏置电压，而不是电流镜像的话，将不会出现 R 和 $2C_{gs}$ 产生的极点，如此做法才是明智之举。如图 6-29 所示。其中 C_m 才 15pF，而非电流源共栅极的则需要 120pF 以上。

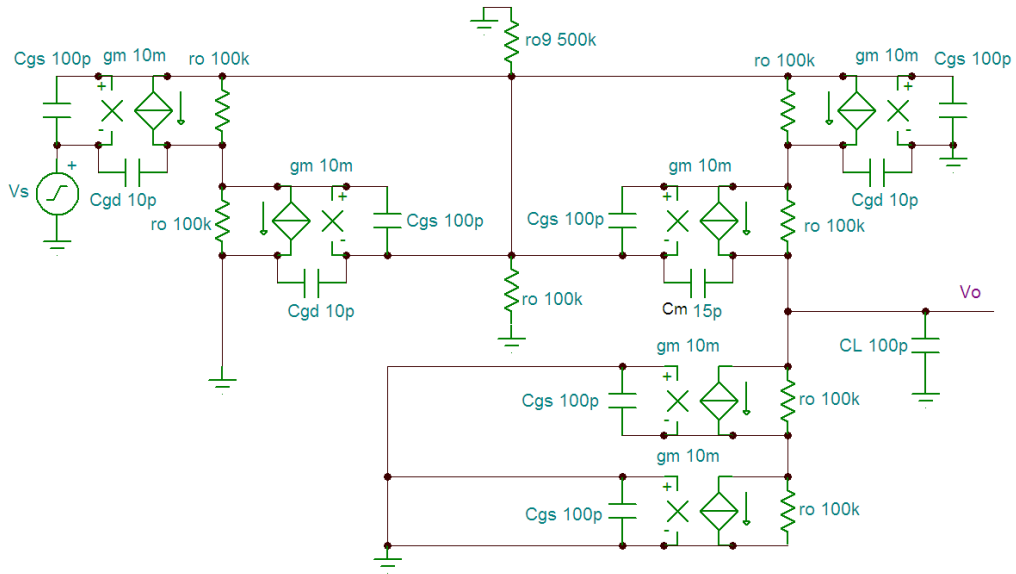


图 6-29 共栅极电流源的套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路高频小信号电路图

频率特性波特图如图 6-30 所示。其中穿越频率约 6M，相位裕量约 62 度。

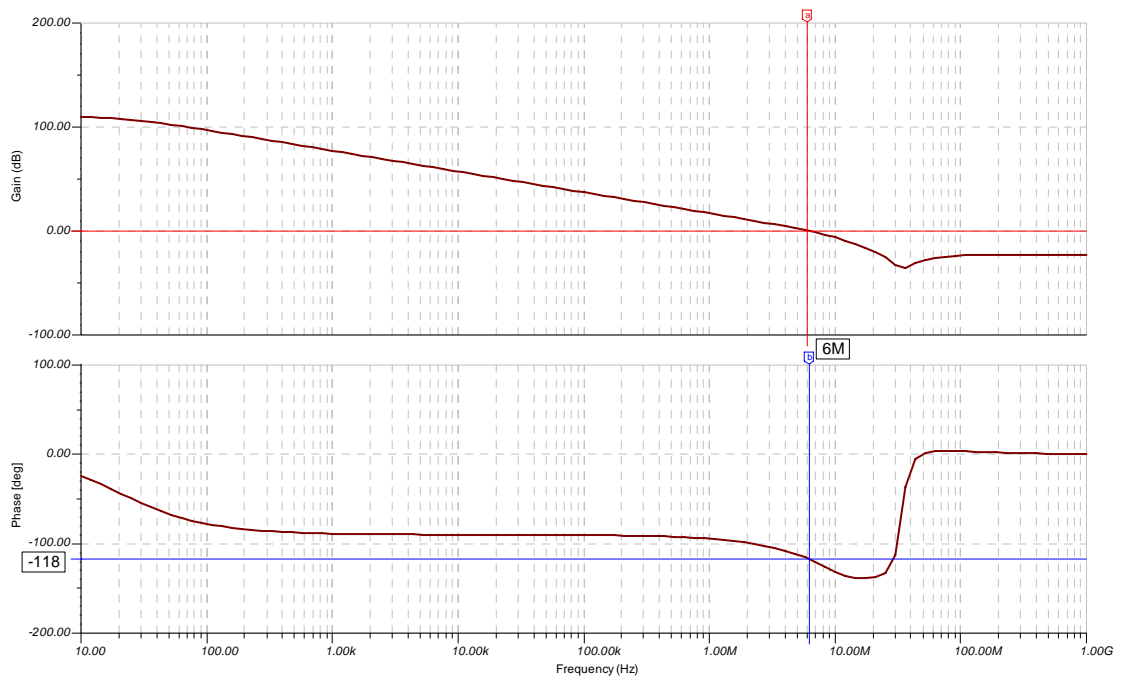


图 6-30 共栅极电流源的套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路频率特性波特图

输入为 50K 的方波的电压跟随器方式的输出波形如图 6-31 所示。输出几乎没有过冲振荡，相比而言非常稳定。

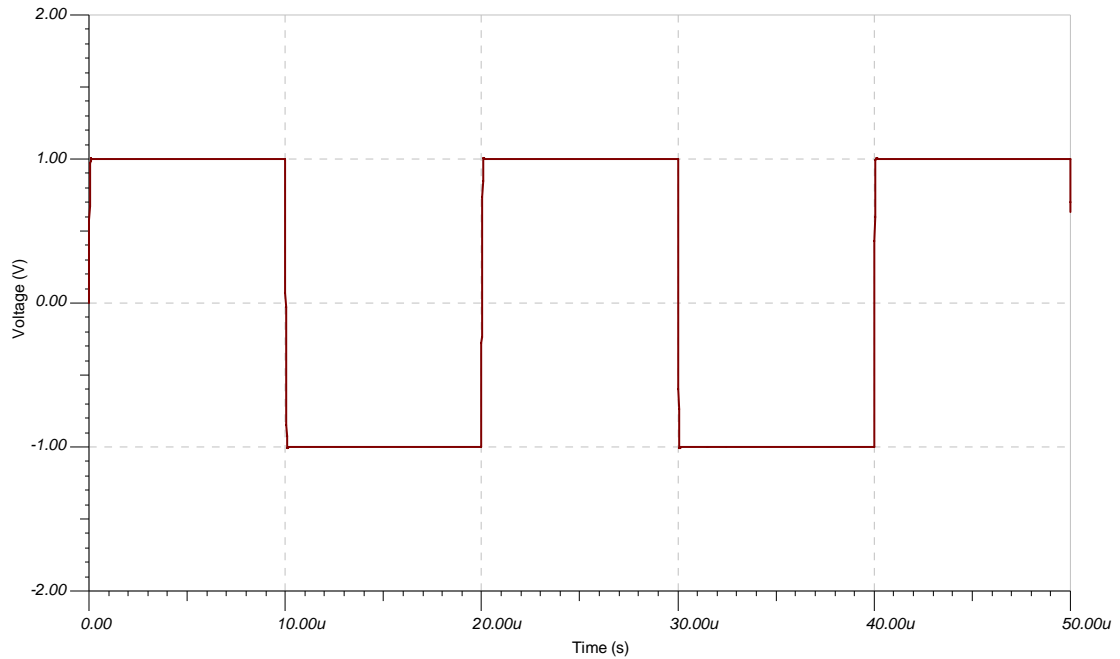


图 6-31 共栅极电流源的套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路的方波响应波形图

共栅极电流源有源负载的套筒共栅共源放大电路如图 6-32 所示。虽然采用电流镜像的有源放大电路，看似电路对称，但其实差动放大电路，从来就不可能对称，即使在反馈方式的稳定状态，也是看似对称的电路部分，电流和电压严重不对称的。失调电压的消除都是通过参数调节，例如电阻和电流源来达到的，所以采用电流镜像和共栅极电流源所做的“调零”工作都是一样的

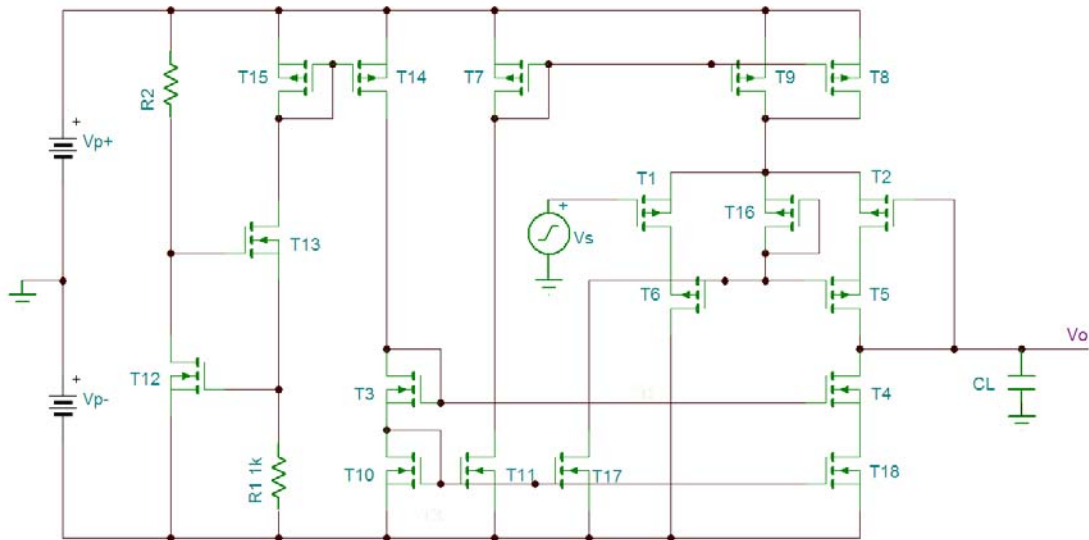


图 6-31 共栅极电流源的套筒式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路

6.2.4 折叠式共源-共栅单级放大电路

图 6-32 所示电路是折叠式共源-共栅极单级放大电路。其中差动放大电路部分，是不对称的，R3 的作用是调零。

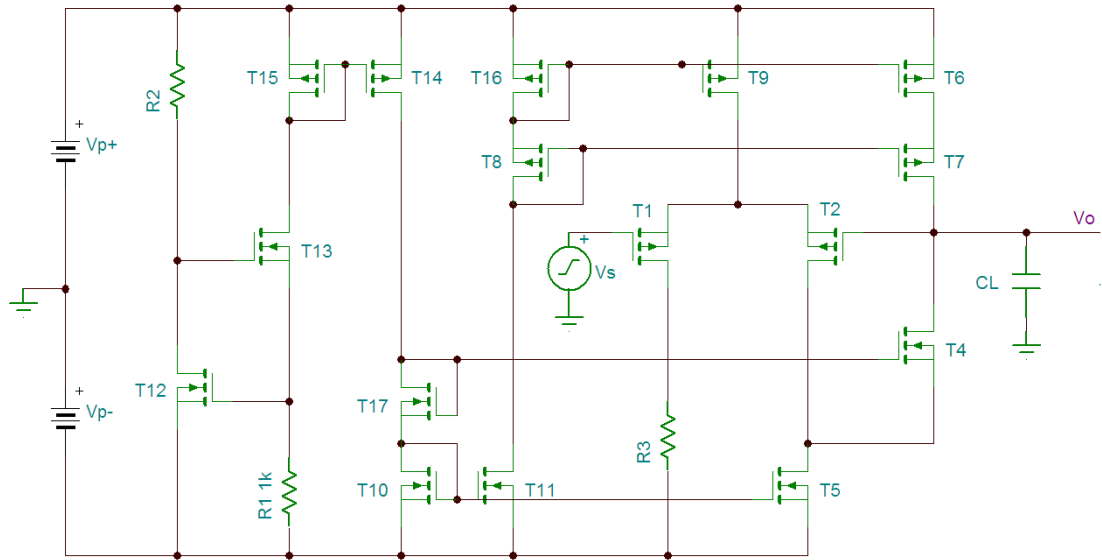


图 6-32 折叠式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路图

高频小信号电路如图 6-33 所示。由于把 T9 电流源看作理想的，那么 T1，T2 的源极相当于对 GND 开路。此时，源极的电压约为 $V_s/2$ ，即 T1 的源极与栅极的电压为 $V_s/2$ ，T2 的为 $V_s/2$ 。

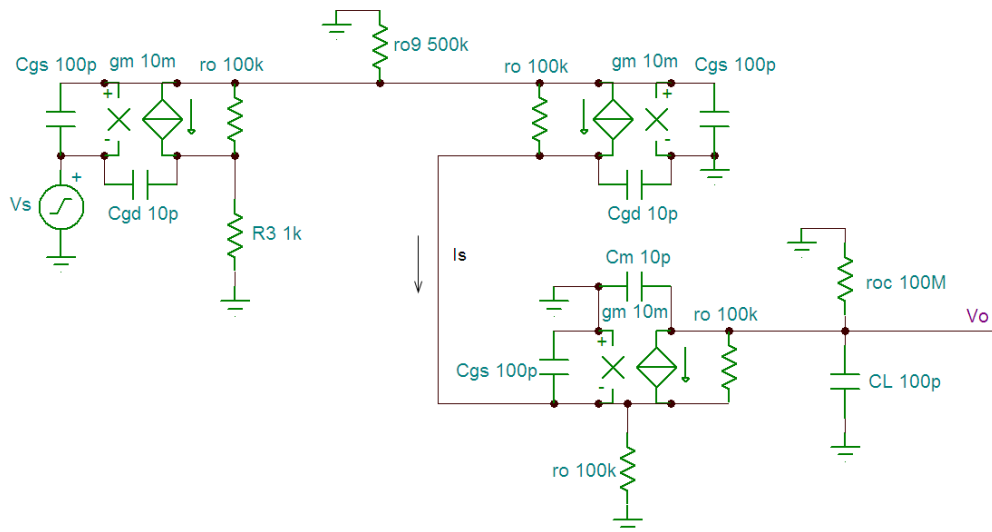


图 6-33 折叠式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路高频小信号电路图

V_o 对 I_s 的传递函数为：

$$\frac{(g_m \cdot r_o \cdot r_{oc} \cdot r_o + r_{oc} \cdot r_o)}{(g_m \cdot r_o^2 + 2 \cdot r_o + r_{oc} + (C_m \cdot g_m \cdot r_{oc} \cdot r_o + g_m \cdot r_{oc} \cdot r_o \cdot C_L + C_{gs} \cdot r_{oc} + C_{gs} \cdot r_o + 2 \cdot C_m \cdot r_{oc} + 2 \cdot r_{oc} \cdot C_L) \cdot r_o \cdot s + (C_m + C_L) \cdot C_{gs} \cdot r_{oc} \cdot r_o^2 \cdot s^2)}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{g_m r_o^2 + 2r_o + r_{oc}}{2\pi(C_m g_m r_{oc} r_o + g_m r_{oc} r_o C_L) r_o} \stackrel{(r_{oc}=g_m r_o^2)}{\approx} \frac{1}{2\pi\left(\frac{g_m r_o}{2}\right)(C_m + C_L) r_o}$$

高频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{(C_m g_m r_{oc} r_o + g_m r_{oc} r_o C_L) r_o}{2\pi(C_m + C_L) C_{gs} r_{oc} r_o^2} \stackrel{(r_{oc}=g_m r_o^2)}{\approx} \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}$$

低频放大倍数的计算方程为：

$$\left(\frac{\frac{V_s}{2} - V_{s5}}{r_o} + g_m \frac{V_s}{2} \right) r_o = V_{s5}$$

$$V_o = V_{s5} - (-V_{s5}) g_m r_o$$

开环放大倍数为：

$$A_o = \left(\frac{g_m r_o}{2} \right)^2$$

增益带宽积 GBW 为：

$$GBW = A_o f_{p1} = \left(\frac{g_m r_o}{2} \right)^2 \frac{1}{2\pi\left(\frac{g_m r_o}{2}\right)(C_m + C_L) r_o} = \frac{\frac{g_m}{2}}{2\pi(C_m + C_L)}$$

选择 $fp2=2GBW$ ，得到：

$$\frac{2 \frac{g_m}{2}}{2\pi(C_m + C_L)} = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}$$

C_m 为：

$$C_m = C_{gs} - C_L$$

由此可见， C_m 不需要很大，当然不可能是负数，即可满足。

频率特性波特图如图 6-34 所示，其中穿越频率约 6.5M，相位裕量约 66 度。

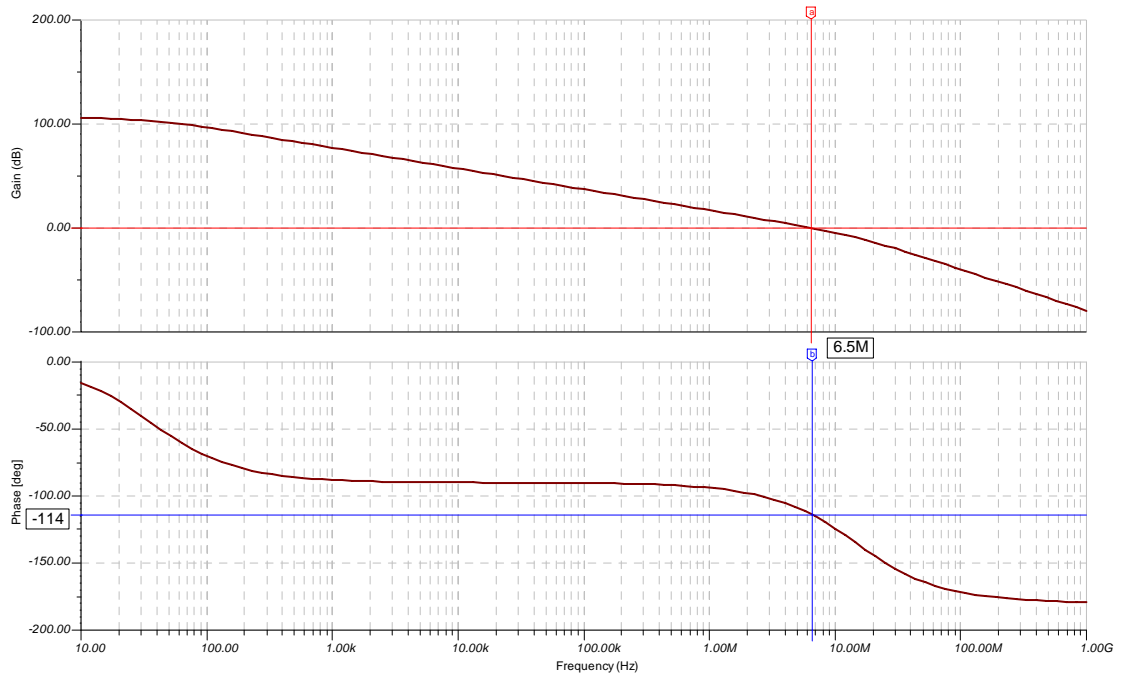


图 6-34 折叠式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路高频小信号电路频率特性波特图

50K 的 1V 方波作用下的输出波形如图 6-35 所示。

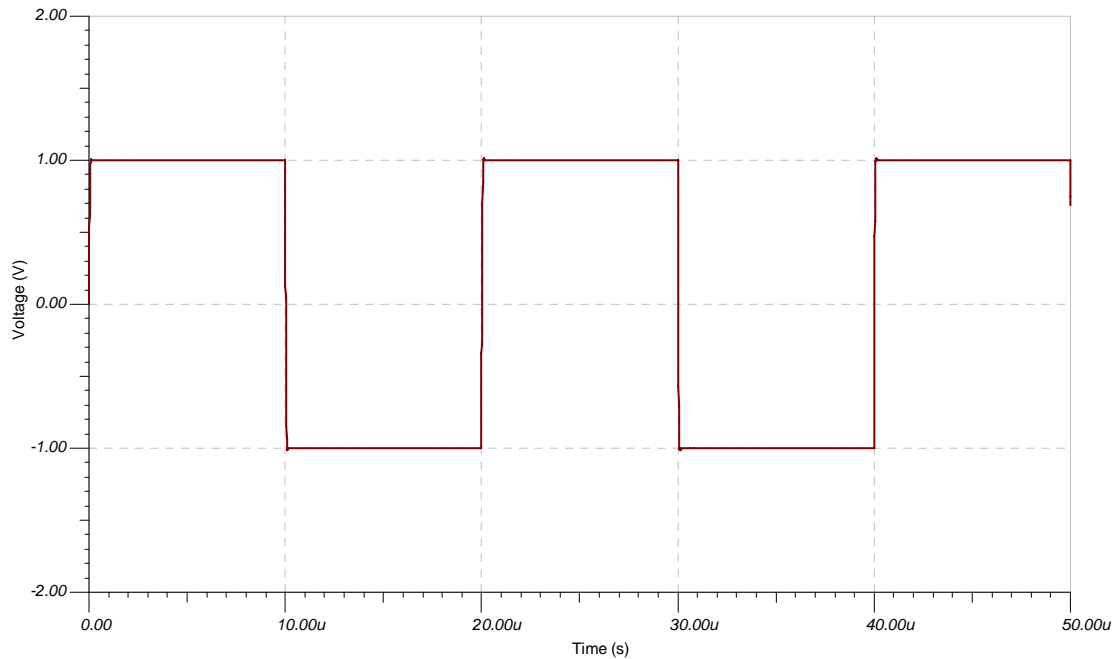


图 6-35 折叠式共源-共栅极单级 MOSFET 放大电路高频小信号电路的方波响应波形图

6.3 输出级电路设计

对于三极管放大电路的输出级来说，通常都是使用了达林顿或共集电极-共射极的结构。其本意是提高输入电阻，或解决因为负载电阻可能减小而导致的开环放大倍数减小过多的问题。对于 MOSFET 来说，跟随器的输出电阻为跨导的倒数，电流越大，也就是输出电阻越

小，那么跟随器的输出电阻的压降越小，负载电压越大，从而使实现跟随器的功能。

如图 6-36 所示的 MOSFET 跟随器，看似一个达林顿电路，但其实这是一个电压串联负反馈电路，实现的是电压跟随器的功能，当然就是跟随器了，或“超级跟随器”。通常在 MOSFET 放大电路内部使用的跟随器，其负载电阻要么是 MOSFET 的栅极对 GND 电阻，要么是电流源的内阻并联的结果，电阻数值是很大的，然而 MOSFET 的分布电容也不太小，所以这会形成频率较低的极点，导致 MOSFET 放大电路的带宽较小。为了提高带宽，需要降低分布电容，并且还应该降低电流源的内阻。

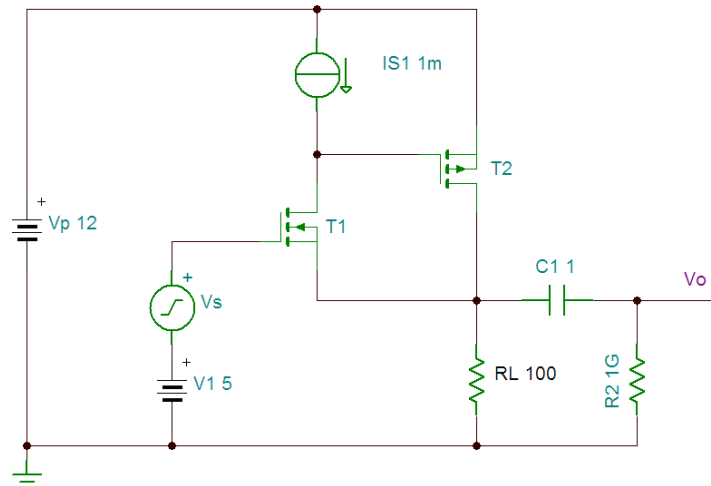


图 6-36 电压串联负反馈的跟随器电路图

带有补偿的高频小信号开环交流等效电路如图 6-36 所示。

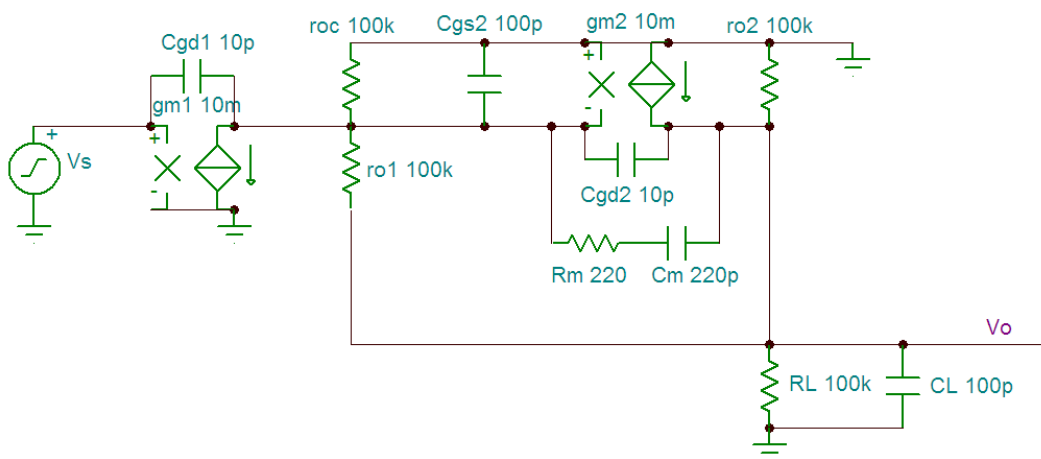


图 6-36 电压串联负反馈的跟随器的开环高频小信号电路图

简化后的高频小信号电路如图 6-37 所示。因为补偿的 C_m 电容远大于 C_{gd2} ，而 R_m 比较小，故忽略之。 R_L 代表 R_L 与 r_{o2} 的并联阻值。

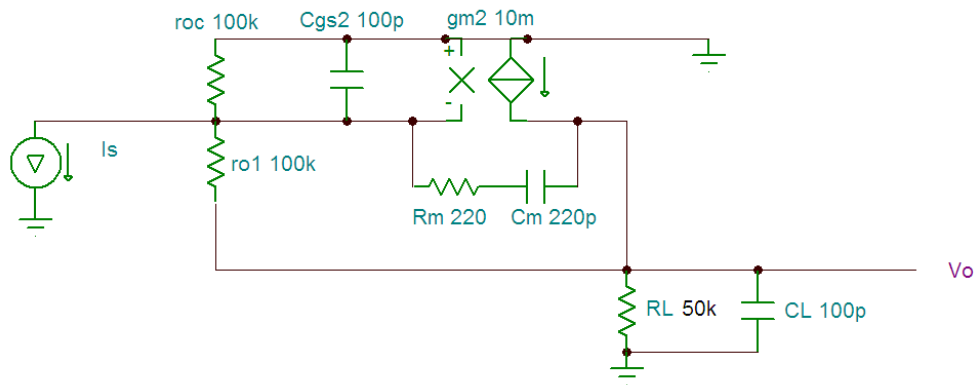


图 6-37 电压串联负反馈的跟随器的开环简化高频小信号电路图

传递函数 $V_o(s) / I_s(s)$ 为:

$$\frac{(-r_{o1} * g_{m2} * R_L * r_{oc} + R_L * r_{oc} + (-R_m * r_{o1} * g_{m2} + r_{o1} + R_m) * R_L * C_m * r_{oc} * s)}{(-R_L * r_{oc} * g_{m2} - r_{oc} - r_{o1} - R_L + (-r_{o1} * r_{oc} * C_{gs2} - R_L * r_{oc} * C_{gs2} - R_L * C_m * r_{o1} * r_{oc} * g_{m2} - R_L * R_m * C_m * r_{oc} * g_{m2} - C_m * r_{o1} * r_{oc} - C_L * R_L * r_{oc} - R_m * C_m * r_{oc} - C_L * R_L * r_{o1} - R_L * C_m * r_{o1} - R_m * C_m * r_{o1} - R_L * R_m * C_m) * s + (-C_L * R_L * r_{o1} * r_{oc} * C_{gs2} - R_L * C_m * r_{o1} * r_{oc} * C_{gs2} - R_m * C_m * r_{o1} * r_{oc} * C_{gs2} - R_L * R_m * C_m * r_{oc} * C_{gs2} - C_L * R_L * C_m * r_{o1} * r_{oc} - C_L * R_L * R_m * C_m * r_{oc} - C_L * R_L * R_m * C_m * r_{o1}) * s^2 - C_L * R_L * R_m * C_m * r_{o1} * r_{oc} * C_{gs2} * s^3)}$$

左半平面零点为:

$$f_z \approx \frac{-r_{o1} g_{m2} R_L r_{oc} + R_L r_{oc}}{2\pi(-R_m r_{o1} g_{m2} + r_{o1} + R_m) R_L C_m r_{oc}} \stackrel{(g_{m2} r_{o1} \gg 1)}{\approx} \frac{g_{m2}}{2\pi(g_{m2} R_m - 1) C_m} \quad (r_{o1} \gg R_m)$$

这里要求:

$$g_{m2} R_m > 1$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{R_L r_{oc} g_{m2} + r_{oc} + r_{o1} + R_L}{2\pi(r_{o1} r_{oc} C_{gs2} + R_L r_{oc} C_{gs2} + R_L C_m r_{o1} r_{oc} g_{m2} + R_L R_m C_m r_{oc} g_{m2} + C_m r_{o1} r_{oc} + C_L R_L r_{oc} + R_m C_m r_{oc} + C_L R_L r_{o1} + R_L C_m r_{o1} + R_m C_m r_{o1} + R_L R_m C_m)}$$

$$\stackrel{\substack{(g_{m2} r_{o1} \gg 1) \\ (r_{oc} g_{m2} C_m \gg C_L, C_{gs2})}}{\approx}}{\substack{(g_{m2} R_L \gg 1) \\ (g_{m2} r_{oc} \gg 1)}}} \frac{1}{2\pi C_m r_{o1}}$$

高频极点频率为:

$$f_{p2} \approx \frac{R_L C_m r_{o1} r_{oc} g_{m2}}{2\pi(C_L R_L r_{o1} r_{oc} C_{gs2} + R_L C_m r_{o1} r_{oc} C_{gs2} + R_m C_m r_{o1} r_{oc} C_{gs2} + R_L R_m C_m r_{oc} C_{gs2} + C_L R_L C_m r_{o1} r_{oc} + C_L R_L R_m C_m r_{oc} + C_L R_L R_m C_m r_{o1})}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{\substack{(g_{m2} r_{o1} \gg 1) \\ (r_{oc} g_{m2} C_m \gg C_L C_{gs2})}}{\approx}}{C_m g_{m2}} \\ & \stackrel{\substack{(g_{m2} R_L \gg 1) \\ (g_{m2} r_{oc} \gg 1)}}{\approx}}{2\pi(C_L C_{gs2} + C_m C_{gs2} + C_L C_m)} \end{aligned}$$

超高极点频率为：

$$f_{p3} \approx \frac{C_L R_L r_{o1} r_{oc} C_{gs2} + R_L C_m r_{o1} r_{oc} C_{gs2} + C_L R_L C_m r_{o1} r_{oc}}{2\pi(C_L R_L R_m C_m r_{o1} r_{oc} C_{gs2})}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{\substack{(g_{m2} r_{o1} \gg 1) \\ (r_{oc} g_{m2} C_m \gg C_L C_{gs2})}}{\approx}}{C_L C_{gs2} + C_m C_{gs2} + C_L C_m} \\ & \stackrel{\substack{(g_{m2} R_L \gg 1) \\ (g_{m2} r_{oc} \gg 1)}}{\approx}}{2\pi(C_L R_m C_m C_{gs2})} \end{aligned}$$

令 $f_z = f_{p2}$ ，得到：

$$\frac{g_{m2}}{2\pi(g_{m2} R_m - 1)C_m} = \frac{C_m g_{m2}}{2\pi(C_L C_{gs2} + C_m C_{gs2} + C_L C_m)}$$

整理得到：

$$(g_{m2} R_m - 1)C_m^2 = C_L C_{gs2} + C_m C_{gs2} + C_L C_m$$

令 $g_{m2} R_m = 2$ ，忽略 C_L 和 C_{gs2} ，得到：

$$C_m \approx C_L + C_{gs2}$$

取 R_m 和 C_m 为：

$$R_m = 2 / g_{m2} = 2 / 0.01 = 200\Omega$$

$$C_m = 200\text{pF}$$

频率特性波特图如图 6-38 所示。其中穿越频率约为 7.7M，相位裕量约 55 度。当然，如果 C_m 取得更大一些，相位裕量会加大。

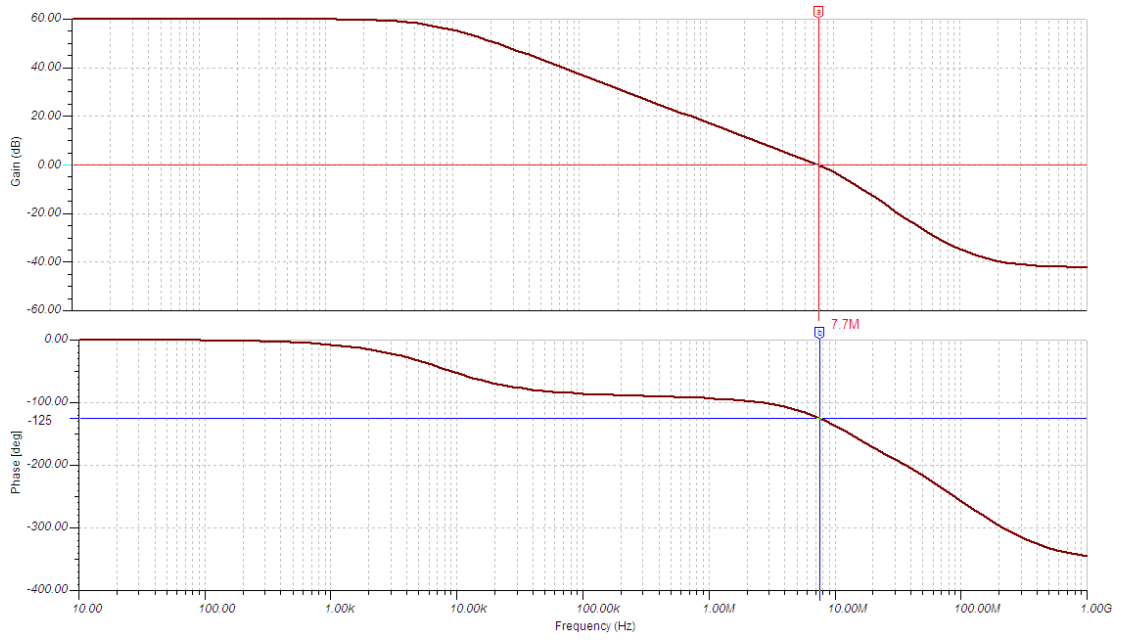


图 6-38 电压串联负反馈的跟随器的开环高频小信号电路的频率特性波特图

50K 的 1V 方波响应如图 6-39 所示。

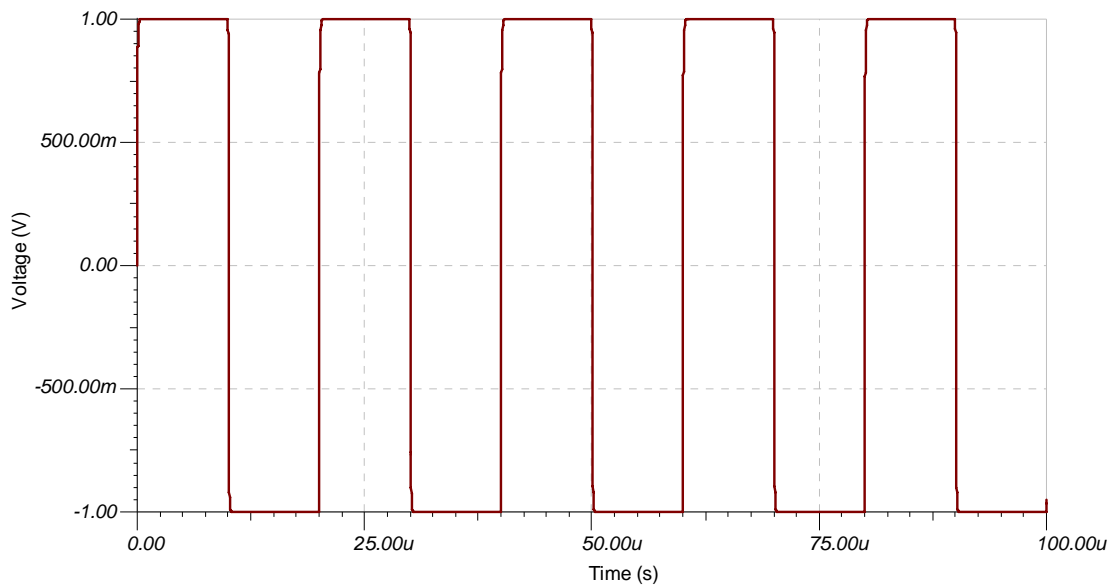


图 6-39 电压串联负反馈的跟随器的开环高频小信号电路的方波响应波形图

低频放大倍数的计算方程为：

$$\frac{V_{sg2}}{r_{oc}} = g_{m1}V_s + \frac{-V_{sg2} - V_o}{r_{o1}}$$

$$\frac{V_o}{R_L} = \frac{-V_{sg2} - V_o}{r_{o1}} + g_{m2}V_{sg2} - \frac{V_o}{r_{o2} // R_L}$$

得到：

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{r_{o1}g_{m2}R_L r_{o2}r_{oc}g_{m1} + R_L r_{o2}r_{oc}g_{m1}}{R_L r_{o2}r_{oc}g_{m2} + r_{o2}r_{oc} + R_L r_{oc} + r_{o1}r_{o2} + R_L r_{o2} + R_L r_{o1}}$$

$$\stackrel{(g_{m2}R_L \gg 1)}{\approx} \frac{r_{o1}g_{m2}R_L r_{o2}r_{oc}g_{m1}}{R_L r_{o2}r_{oc}g_{m2} + r_{o1}r_{o2} + R_L r_{o1}} \stackrel{(r_{o1} \approx r_{o2} \approx r_{oc})}{\approx} \stackrel{(g_{m2}r_{o1} \gg 1)}{\approx} g_{m1}r_{o1}$$

增益带宽积 GBW 为：

$$GBW = A_o f_{p1} = g_{m1}r_{o1} \times \frac{1}{2\pi C_m r_{o1}} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_m}$$

超高频极点 fp3 的频率与 GBW 的比值为：

$$\frac{f_{p3}}{GBW} = \frac{\frac{C_L C_{gs2} + C_m C_{gs2} + C_L C_m}{(C_L R_m C_m C_{gs2})}}{\frac{g_{m1}}{C_m}} = \frac{C_L C_{gs2} + C_m C_{gs2} + C_L C_m}{g_{m1}(C_L R_m C_{gs2})}$$

$$= \frac{1}{g_{m1}(R_m)} + \frac{C_m}{g_{m1}(C_L R_m)} + \frac{C_m}{g_{m1}(R_m C_{gs2})}$$

如果：

$$g_{m1} \approx g_{m2}$$

$$C_m \approx C_L \approx C_{gs2}$$

因为 $g_{m1}R_m \approx g_{m2}R_m = 2$ ，则得到：

$$\frac{f_{p3}}{GBW} \approx 0.5 + 0.5 + 0.5 = 1.5$$

通过增大 C_m 可以令 fp3 与穿越频率距离更远，从而拥有更大的相位裕量。

图 6-40 所示电路被称为“超级跟随器”，设计比较巧妙，本质上是用 NMOS 替代了 PMOS。可能不是反馈思想的产物，其本意很可能是想让输出电流都流入负载，然而如果没有 T2，那么毫无疑问，电流就是都流入了负载。可以认为这是一个因为 MOSFET 跟随器在输出电流不大的情况下由于跟随效果不好而发明的电路，但却是实现了负反馈放大电路的功能。与图 6-36 所示电路原理上没有本质区别。

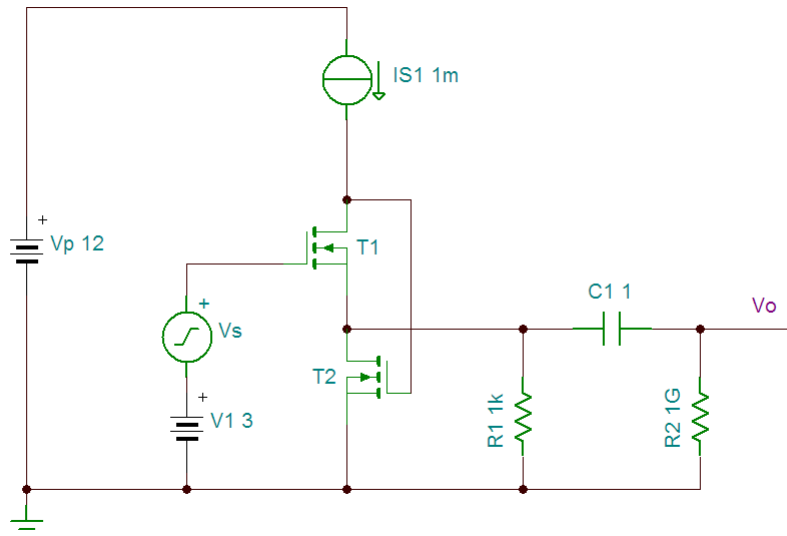


图 6-40 超级跟随器电路图

高频小信号等效电路如图 6-41 所示。不难看出，就小信号等效电路而言，与图 6-37 所示电路是一样的，故补偿方式也是一样。所以这个“超级跟随器”仍然就是一个电压串联负反馈的电压跟随器电路。

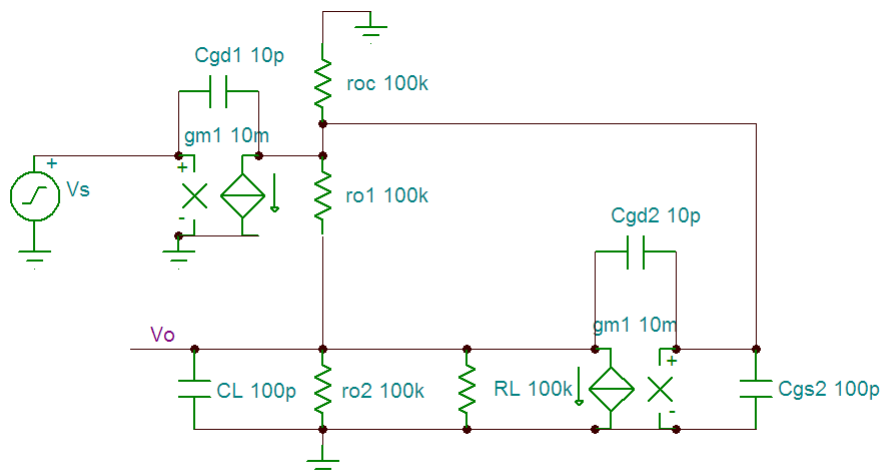


图 6-41 超级跟随器高频小信号电路图

第八章 运放应用电路分析计算

实际的放大电路需要考虑分布参数问题，例如输出的负载电容问题，因为放大电路的补偿本质上仅仅针对特定的负载电容，而实际电路的情况会不一样。本章针对运放应用电路的高频特性进行分析和计算，包括常用的电路考虑负载电容时候的高频特性及其补偿方法。

8.1 反相放大电路补偿

对于反相端输入的运放电路来说，输入端的分布电容会对开环传递函数产生影响，会增加极点，同时，输出端也存在负载电容和电阻，也会产生极点，需要补偿。如图 8-1 所示。需要指出的就是，这里存在两种反馈的定性分析方法。一种是考虑 V_{out} 的变化，当其增多的时候，导致 V_- 的减小，故为辅反馈。另一种就是考虑 V_s 的变化，当其增大的时候， V_- 增大，导致 V_{out} 减小，而这导致 R_g 的电流增大，从而 V_- 减小，这也是负反馈。事实上，这两种方式是同时存在的。但因为 V_s 的变化，是通过 V_{out} 的负反馈实现的， V_s 仅仅是起到了加强反馈的作用，也就是推波助澜的作用，如果 V_{out} 没有变化， R_g 也不可能变化，所以稳定性的分析计算可以不考虑 V_s 的变化。

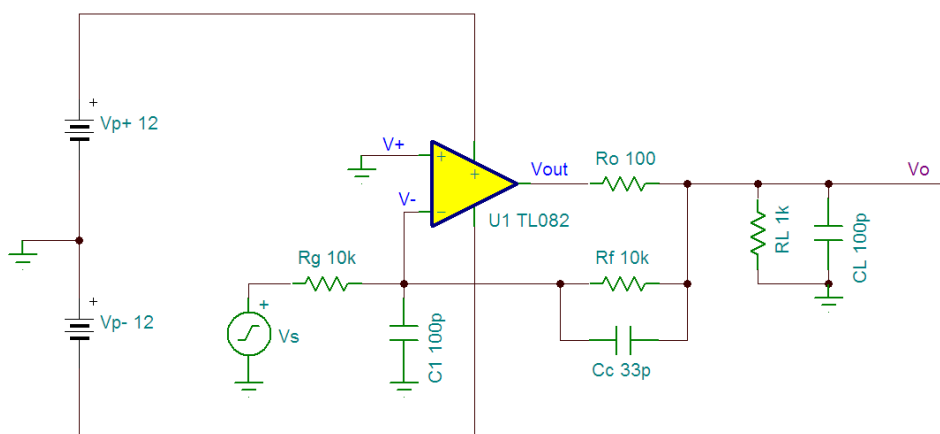


图 8-1 反相端输入的运放电路

输出电阻 R_o 与负载电容 CL 会形成一个极点，但频率很高，超过了运放的 GBW ，故可以不必考虑。反馈的开环传递函数包括运放的传递函数和从输出到反相端的传递函数。由于运放本身是单位增益稳定的，所以从输出到反相端的传递函数中不应该再有极点，否则将不能稳定。输出到反相端的传递函数为：

$$\begin{aligned} \frac{V_-(s)}{V_{out}(s)} &\approx \frac{R_g \parallel \frac{1}{C_1 s}}{R_g \parallel \frac{1}{C_1 s} + R_f \parallel \frac{1}{C_c s}} = \frac{\frac{R_g}{R_g C_1 s + 1}}{\left(\frac{R_g}{R_g C_1 s + 1}\right) + \left(\frac{R_f}{R_f C_c s + 1}\right)} \\ &= \frac{(R_f C_c s + 1)}{R_f (C_c + C_1) s + \frac{R_f}{R_g} + 1} \end{aligned}$$

零点频率为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_f C_c}$$

极点频率为：

$$f_p = \frac{\frac{R_f}{R_g} + 1}{2\pi R_f (C_c + C_1)}$$

为了实现零点和极点的抵消，需要满足：

$$\frac{\frac{R_f}{R_g} + 1}{2\pi R_f (C_c + C_1)} = \frac{1}{2\pi R_f C_c}$$

得到：

$$R_f C_c = R_g C_1$$

需要指出的就是，这里的 R_g 其实是 R_g 和 V_+ 与 V_- 之间输入电阻 R_i 的并联。对于 TL082 来说，可以忽略，因为其 R_i 非常大，但对于其他的双极性的运放来说， R_i 有限就不能忽略了。

考虑 R_o 的电路方程为：

$$\frac{V_-(s)}{V_o(s)} = \frac{R_g // \frac{1}{C_1 s}}{R_g // \frac{1}{C_1 s} + R_f // \frac{1}{C_c s}} = \frac{\frac{R_g}{R_g C_1 s + 1}}{\frac{R_g}{R_g C_1 s + 1} + \frac{R_f}{R_f C_c s + 1}} = \frac{R_g}{R_g + R_f}$$

$$\frac{V_{out}(s) \left(R_L // \frac{1}{C_L s} \right) // \left(R_g // \frac{1}{C_1 s} + R_f // \frac{1}{C_c s} \right)}{R_o + \left(R_L // \frac{1}{C_L s} \right) // \left(R_g // \frac{1}{C_1 s} + R_f // \frac{1}{C_c s} \right)} = V_o(s)$$

得到：

$$\frac{V_-(s)}{V_{out}(s)} = \frac{\left(R_L // \frac{1}{C_L s} \right) // \left(R_g // \frac{1}{C_1 s} + R_f // \frac{1}{C_c s} \right)}{R_o + \left(R_L // \frac{1}{C_L s} \right) // \left(R_g // \frac{1}{C_1 s} + R_f // \frac{1}{C_c s} \right)} \frac{R_g}{R_g + R_f}$$

整理后有：

$$\begin{aligned} \frac{V_-(s)}{V_{out}(s)} &= \frac{R_L R_g}{R_o [R_L (R_g C_1 s + 1) + (R_g + R_f)(R_L C_L s + 1)] + R_L (R_g + R_f)} \\ &= \frac{R_L R_g}{[R_o (R_g + R_f) R_L C_L + R_g R_L R_o C_1] s + R_L R_o + (R_o + R_L)(R_g + R_f)} \\ &\stackrel{(R_o \ll R_L, R_g, R_f)}{\approx} \frac{R_g}{[R_o (R_g + R_f) C_L + R_g R_o C_1] s + (R_g + R_f)} \end{aligned}$$

极点频率为：

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_o \left(C_L + \frac{R_g}{R_g + R_f} C_1 \right)}$$

这里要求 f_p 要大于穿越频率。如果 $R_g = R_f$ ，则穿越频率为原 GBW 的一半，放大倍数的数值越大，那么 f_p 的频率就越高，同时穿越频率越小。因为这里的 R_g 实际上是 R_g 和 R_i 的并联，所以为了提高稳定性，在同相端和反相端接入一个电阻，是明智之举，因为可以提高 f_p ，而且并不影响闭环放大倍数。如果 R_g 远小于 R_f ，那么得到：

$$f_p \stackrel{(R_g \parallel R_i \ll R_f)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_o C_L}$$

通常输入端电容 C_1 并不会太大，但输出电容 C_L 却可以比较大，这时的补偿应该以 C_L 为主，并忽略 C_1 。显然此时应该保证：

$$R_f C_c = R_L C_L$$

电路方程为：

$$\frac{V_-(s)}{V_o(s)} = \frac{R_g}{R_g + R_f \parallel \frac{1}{C_c s}} = \frac{R_g}{R_g + \frac{R_f}{(R_f C_c s + 1)}} = \frac{(R_f C_c s + 1)}{R_g (R_f C_c s + 1) + R_f}$$

$$\frac{V_{out}(s) \left(R_L \parallel \frac{1}{C_L s} \right) \parallel \left(R_g + R_f \parallel \frac{1}{C_c s} \right)}{R_o + \left(R_L \parallel \frac{1}{C_L s} \right) \parallel \left(R_g + R_f \parallel \frac{1}{C_c s} \right)} = V_o(s)$$

整理后得到：

$$\begin{aligned} \frac{V_-(s)}{V_{out}(s)} &= \frac{R_L (R_f C_c s + 1)}{[R_o (R_L + R_g + R_f) + R_L (R_g (R_f C_c s + 1) + R_f)]} \\ &= \frac{R_L (R_f C_c s + 1)}{[R_g R_f R_L C_c s + R_o (R_L + R_g + R_f) + R_g R_L + R_L R_f]} \end{aligned}$$

极点频率为：

$$f_{p2} = \frac{R_o(1 + 1/R_L + R_f/R_g R_L) + 1 + R_f/R_g}{2\pi R_f C_c} \stackrel{(R_o \ll R_L, R_g, R_f)}{\approx} \frac{1 + R_f/R_g}{2\pi R_f C_c}$$

如果 R_g 并联 R_c 后，远小于 R_f ，那么得到：

$$f_{p2} \stackrel{(R_g // R_c \ll R_f)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_f R_g C_c}$$

这就是说， R_f 和 C_c 补偿了 R_L 和 C_L 产生的极点，但同时 R_f 和 C_c 也会产生一个极点，只要 R_f/R_g 足够大，那么 f_{p2} 的频率就足够高，超过了穿越频率，就是稳定的。同样，如果在同相端和反相端接入一个电阻，那么 R_g 就会减小， f_{p2} 的频率也会增大，同时穿越频率减小，于稳定相当有利。

同时考虑了输入分布电容和较大的输出负载电容的反相放大电路如图 8-2 所示。其中输出的负载电容为 $1nF$ ，输入端电容为 $100pF$ ，为了提高稳定性在同相端和反相端并联了 $1.6k$ 电阻。

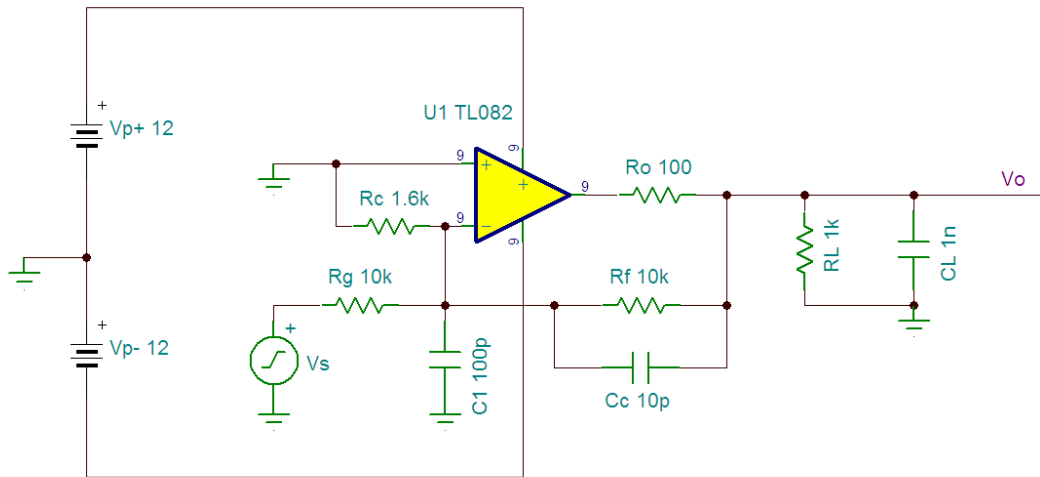


图 8-2 补偿后的反相端输入的运放电路

这里的补偿，首先考虑的就是对于输出负载电容的补偿，其次才是考虑输入端电容的补偿。对于输出电容补偿，显然 C_c 为 $10pF$ 即可，但这不能补偿输入端的电容，然而通过 R_c 可以提高 f_p 的极点频率，并且减小了穿越频率，稳定性得到提高。

没有补偿的方波响应如图 8-3 所示。可以看出振荡是比较大的。

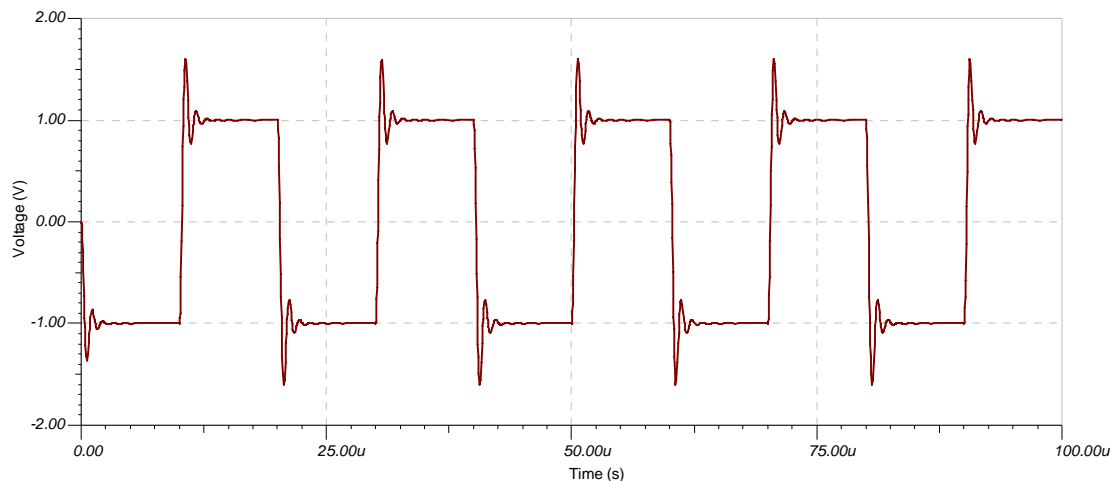


图 8-3 没有补偿的反相端输入的运放电路方波响应波形图 ($C_1=0$)

当忽略输入电容 C_1 , $C_c=10\text{pF}$ 时候的方波响应如图 8-4 所示。可见振荡幅度大幅减小了。如果在稍微加大 C_c , 那么可以做到几乎没有过冲的响应。但考虑到动态过渡过程的快速性, 有点过冲还是应该的。

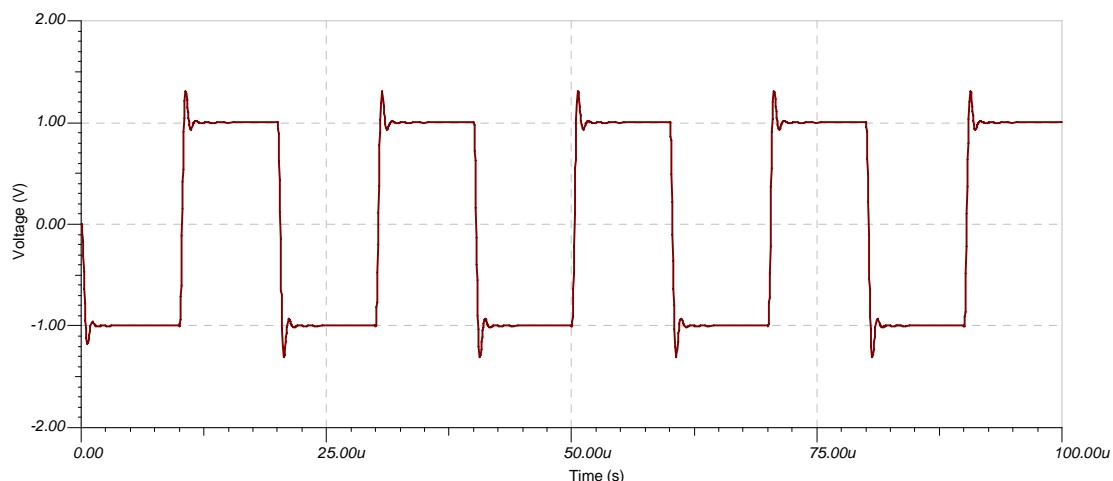


图 8-4 对输出电容 C_L 进行补偿的反相端输入的运放电路方波响应波形图 ($C_1=0$)

考虑输入电容 C_1 的时候, 方波响应如图 8-5 所示。由于 C_c 对于输入电容 C_1 的补偿应该为 100pF , 但这里是为了补偿输出电容的 10pF , 所以振荡比较严重。

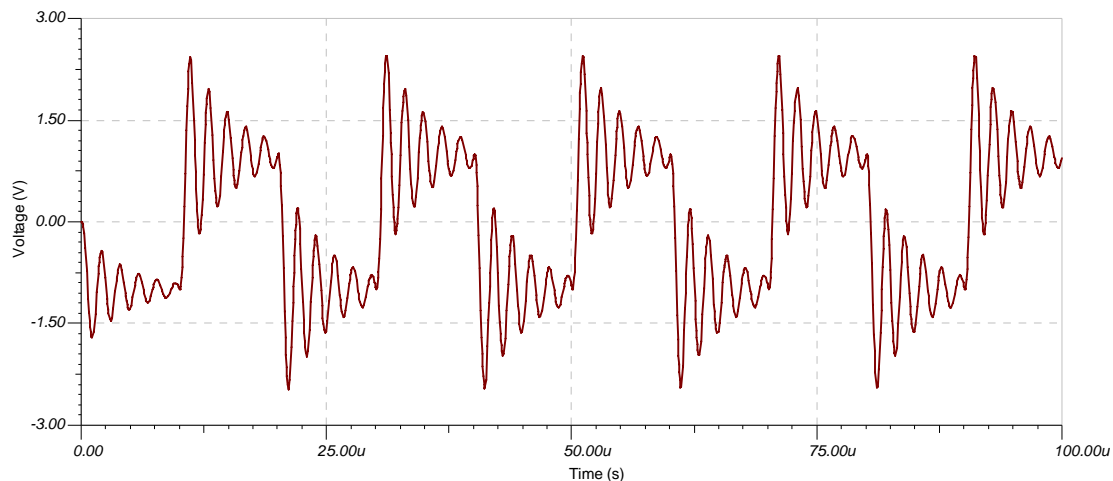


图 8-5 考虑输入端电容的反相端输入的反相端输入的运放电路方波响应波形图 (C1=100pF)

在同相端和反相端并联 1.6K 电阻后的方波响应如图 8-6 所示。可见稳定性良好。如果减小 R_c 那么稳定性会更好。

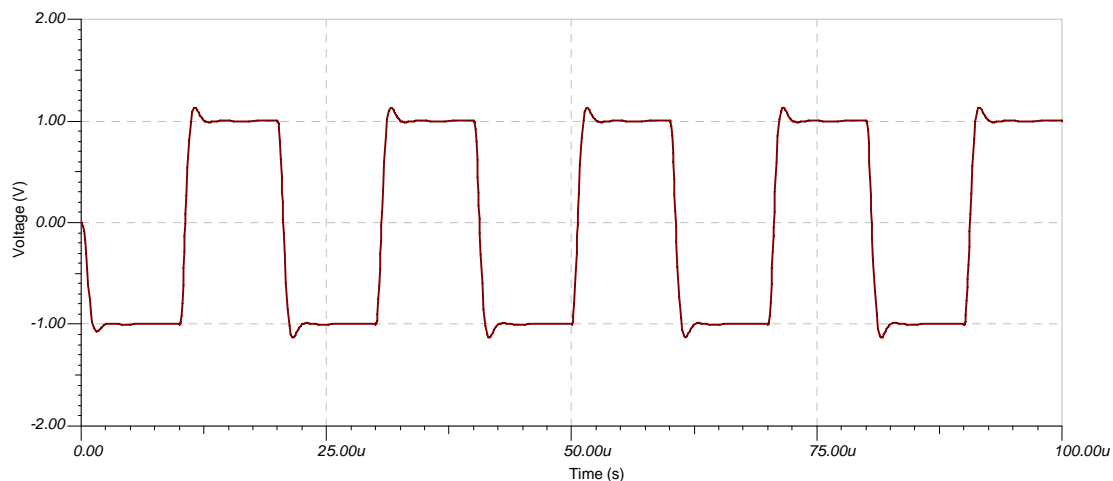


图 8-6 具有输入端电阻和反馈电容补偿的反相端输入的反相端输入的运放电路方波响应波形图 (C1=100pF)

如果不使用 R_3 ，通过加大 C_c 的方法，也可以大幅降低振荡，提高稳定性。图 8-7 为 $C_c=39pF$ 的方波响应。

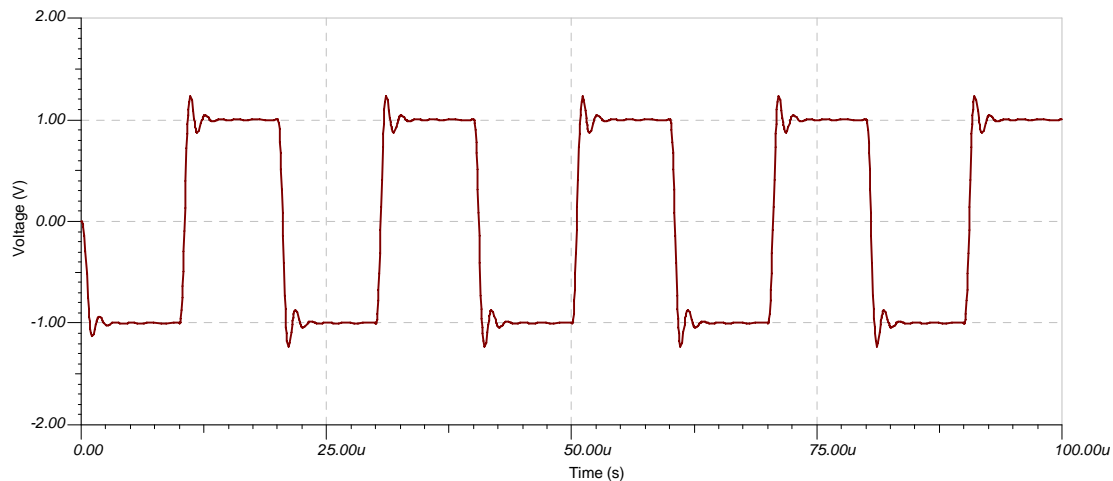


图 8-7 反馈电容 C_c 为 39pF 时的反相端输入的运放电路方波响应波形图 ($C_1=100\text{pF}$)

在可能的情形下，应该尽量减小 C_1 ，这需要输入的信号线与 GND 离的远为好，运放电路最好不要 GND 铺地，这样输入电容就会很小，从而补偿可以主要针对输出电容。但通常输入电容 C_1 不大，不会达到 100pF 的数量级，这里仅仅就是极端情况的模拟而已。

高频小信号开环等效电路如图 8-8 所示。其中 VCVS1, VCVS2 为电压控制的受控电压源。 R_{op} 和 C_{op} 模仿了放大倍数为 100db, 转折频率为 100hz 的运放。

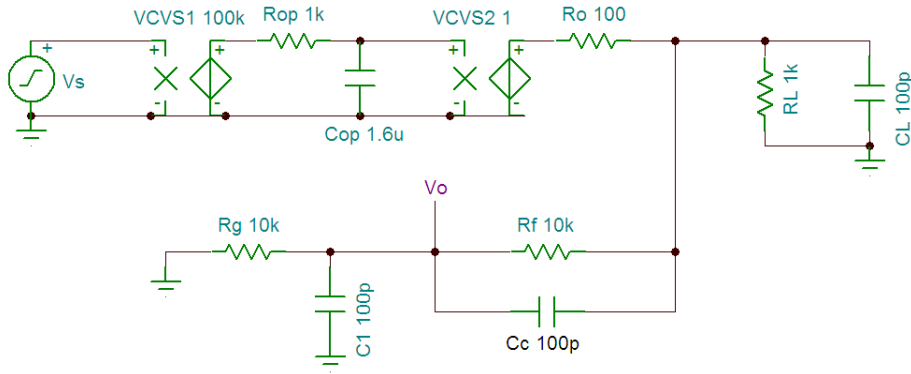


图 8-8 反相放大的运放电路的开环高频等效电路

反馈输出 V_o 对于输入 V_s 的传递函数为：

$$\frac{(VCVS2*VCVS1*RL*R_g+VCVS2*VCVS1*C_c*RL*R_g*R_f*s)}{(RL*R_f+RL*R_g+Ro*R_f+Ro*R_g+Ro*RL+(Cop*Rop*RL*R_f+Cop*Rop*RL*R_g+Cop*Rop*Ro*R_f+Cop*Rop*Ro*R_g+Cop*Rop*Ro*RL+Ro*C_c*RL*R_f+Ro*CL*RL*R_f+Ro*CL*RL*R_g+C1*RL*R_g*R_f+C_c*RL*R_g*R_f+Ro*C1*R_g*R_f+Ro*C_c*R_g*R_f+Ro*C1*RL*R_g)*s+(Cop*Rop*Ro*C_c*RL*R_f+Cop*Rop*Ro*CL*R_L*R_f+Cop*Rop*Ro*CL*RL*R_g+Cop*Rop*C1*RL*R_g*R_f+Cop*Rop*C_c*RL*R_g*R_f+Cop*Ro*p*Ro*C1*R_g*R_f+Cop*Rop*Ro*C_c*R_g*R_f+Cop*Rop*Ro*C1*RL*R_g+Ro*C1*C_c*RL*R_g*R_f+Ro*C1*CL*RL*R_g*R_f+Ro*C_c*CL*RL*R_g*R_f)*s^2+(C1*C_c+C1*CL+C_c*CL)*Cop*Rop*Ro*RL*R_g*R_f*s^3)}$$

左半平面零点频率为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_f C_c}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{R_L R_f + R_L R_g}{2\pi (C_{op} R_{op} R_L R_f + C_{op} R_{op} R_L R_g)} = \frac{1}{2\pi R_{op} C_{op}}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{C_{op}R_{op}R_L R_f + C_{op}R_{op}R_L R_g}{2\pi(C_{op}R_{op}R_o C_L R_L R_f + C_{op}R_{op}R_o C_L R_L R_g + C_{op}R_{op}C_1 R_L R_g R_f + C_{op}R_{op}C_c R_L R_g R_f)}$$

$$\approx \frac{R_f + R_g}{2\pi(R_o C_L R_f + R_o C_L R_g + C_1 R_g R_f + C_c R_g R_f)} \stackrel{(R_o \ll R_f, R_g)}{\approx} \frac{1}{2\pi(R_g // R_f)(C_1 + C_c)}$$

超高频极点频率为：

$$f_{p3} \approx \frac{C_{op}R_{op}R_o C_L R_L R_f + C_{op}R_{op}R_o C_L R_L R_g + C_{op}R_{op}C_1 R_L R_g R_f + C_{op}R_{op}C_c R_L R_g R_f}{2\pi(C_1 C_c + C_1 C_L + C_c C_L)C_{op}R_{op}R_o R_L R_g R_f}$$

$$\approx \frac{R_o C_L R_f + R_o C_L R_g + C_1 R_g R_f + C_c R_g R_f}{2\pi(C_1 C_c + C_1 C_L + C_c C_L)R_o R_g R_f}$$

$$= \frac{C_L}{2\pi(C_1 C_c + C_1 C_L + C_c C_L)R_g} + \frac{C_L}{2\pi(C_1 C_c + C_1 C_L + C_c C_L)R_f}$$

$$+ \frac{C_1}{2\pi(C_1 C_c + C_1 C_L + C_c C_L)R_o} + \frac{C_c}{2\pi(C_1 C_c + C_1 C_L + C_c C_L)R_o}$$

$$\stackrel{(R_o \ll R_L, R_f, R_g)}{>} \frac{1}{(C_1 \approx C_L \approx C_c) 2\pi \times 1.5 C_c R_o}$$

低频放大倍数为（其中的 A 是运放的开环放大倍数）：

$$A_o \approx \frac{AR_g}{R_f + R_g}$$

令 fp1=fz，得到：

$$\frac{1}{2\pi R_f C_c} = \frac{1}{2\pi(R_g // R_f)(C_1 + C_c)}$$

即：

$$C_c = \frac{R_g // R_f}{R_f - (R_g // R_f)} C_1 = \frac{R_g}{R_f} C_1$$

增益带宽积 GBW 为：

$$GBW = f_{p1} A_o \approx \frac{AR_g}{R_f + R_g} \times \frac{1}{2\pi R_{op} C_{op}}$$

取 Cc=C1，得到 GBW 约为 5M，而 fp3 不低于 10.6M，所以 fp3 为 GBW 的 2.3 倍以上，是很稳定的。频率特性波特图如图 8-9 所示。其中穿越频率约 4.4M，相位裕量约 69 度。

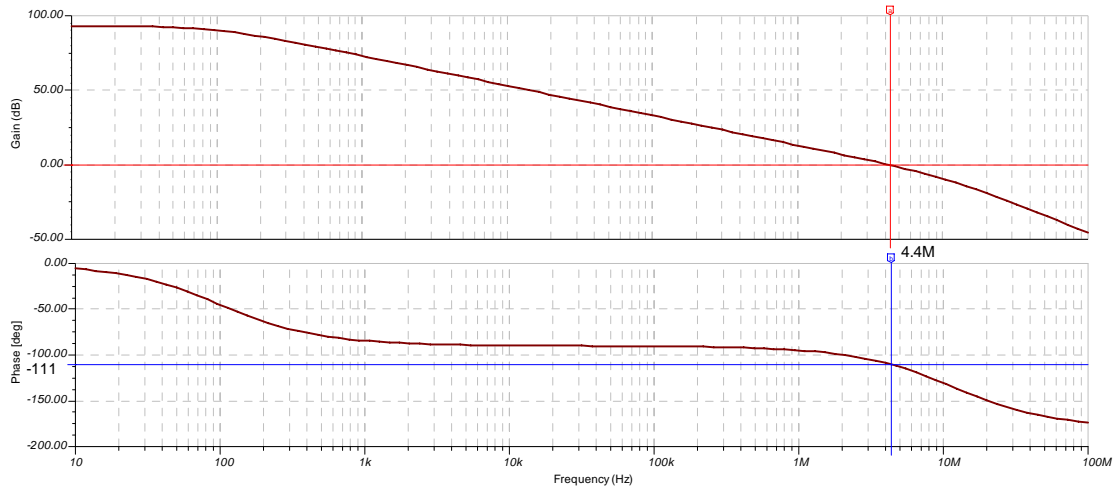


图 8-9 反相放大的运放电路的开环高频等效电路的频率特性波特图

如果不考虑输入分布电容 C_1 ，那么可以看出 f_{p3} 频率基本不变，但 f_{p2} 和 f_z 不能完全抵消，在这里频率相差 2 倍，故算近似抵消了，也就是说， C_c 的电容补偿对于输出电容依然起作用。但如果放大倍数过大，那么 f_{p2} 和 f_z 就相距比较远了，需要保证 f_z 在穿越频率以内。

需要注意的一点就是，上述的补偿与负载电阻 R_L 几乎无关，这是很有利的，因为可以不必考虑负载电阻了，而只考虑负载电容即可。其中的原理就是运放本身的输出电阻，是比较小的，远小于负载电阻 R_L 和 R_f ， R_g 的情况下，可以忽略 R_L 。

8.2 同相放大电路补偿

同相放大电路如图 8-10 所示。毫无疑问图 8-8 的高频小信号电路对于同相输入的运放电路来说是正合适的。对于输入分布电容的补偿，依然是在反馈电阻 R_f 上并联 C_c ，并保证 $R_f C_c = R_g C_1$ 。对于输出电容的补偿，通过上一节的讨论，可以看出 C_c 的作用不像对于 C_1 补偿的那么明显。需要通过 R_c 的前馈补偿才能较好地降低振荡。

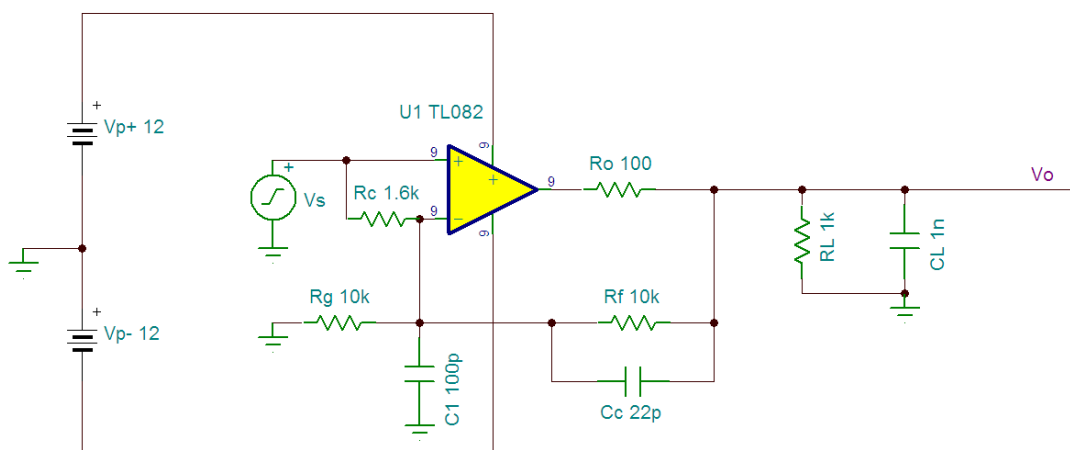


图 8-10 同相端输入的运放电路

图 8-11 所示电路是采用超前补偿的一种电路，用于补偿较大输出电容负载的电路。

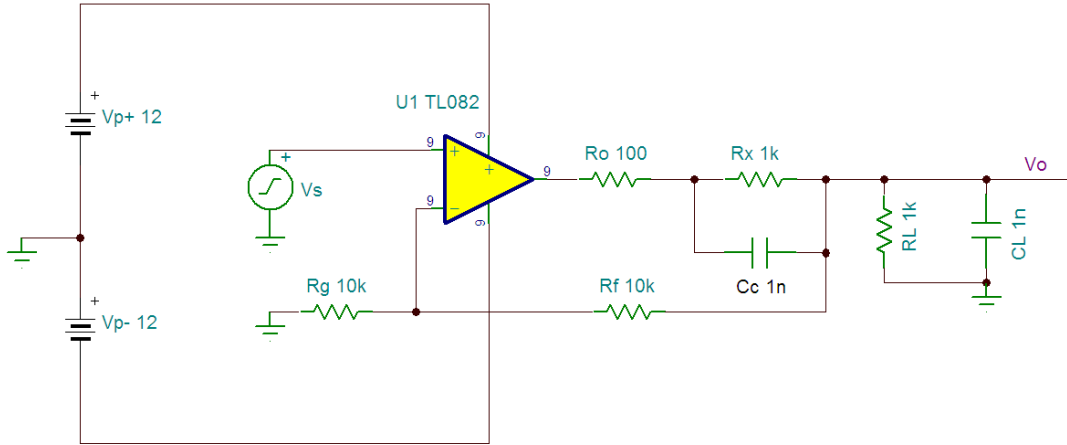


图 8-11 超前补偿的同相端输入的运放电路

开环高频小信号等效电路如图 8-12 所示。

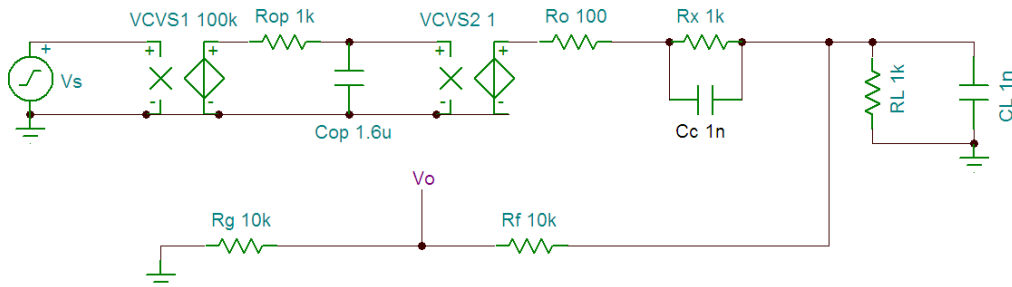


图 8-12 超前补偿的同相端输入的运放电路的高频小信电路

有如下电路方程，其中 R_L 为 R_L ， R_g ， R_f 的并联。

$$\begin{aligned}
 V_o(s) &= \frac{V_s(s) \frac{R_L}{R_L C_L s + 1}}{R_o + \frac{R_x}{R_x C_c s + 1} + \frac{R_L}{R_L C_L s + 1}} \times \frac{R_g}{R_g + R_f} \\
 &= \frac{V_s(s) R_L (R_x C_c s + 1)}{(R_o R_L C_L s + R_o)(R_x C_c s + 1) + (R_x R_L C_L s + R_x) + (R_L R_x C_c s + R_L)} \times \frac{R_g}{R_g + R_f} \\
 &= \left[\frac{V_s(s) R_L (R_x C_c s + 1)}{R_o R_L C_L R_x C_c s^2 + (R_L R_x C_c + R_x R_L C_L + R_o R_x C_c + R_o R_L C_L) s + R_o + R_x + R_L} \right] \times \frac{R_g}{R_g + R_f}
 \end{aligned}$$

左半平面零点频率为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_x C_c}$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \approx \frac{R_o + R_x + R_L}{2\pi(R_L R_x C_c + R_x R_L C_L + R_o R_x C_c + R_o R_L C_L)}$$

$$\stackrel{(R_o \ll R_L, R_x)}{\approx} \frac{1}{2\pi(R_L // R_x)(C_c + C_L)}$$

高频极点频率为:

$$f_{p2} \approx \frac{C_c + C_L}{2\pi R_o C_L C_c} = \frac{1}{2\pi R_o (C_L // C_c)}$$

令 $f_z = f_{p1}$, 得到:

$$\frac{1}{2\pi R_x C_c} = \frac{1}{2\pi (R_L // R_x)(C_c + C_L)}$$

即:

$$C_c = \frac{(R_L // R_x)C_L}{R_x - (R_L // R_x)} = \frac{R_L C_L}{R_x}$$

考虑 $R_x C_c = R_L C_L$ 之后, 传递函数为:

$$V_o(s) = \frac{V_s(s) \frac{R_L}{R_L C_L s + 1}}{R_o + \frac{R_x}{R_x C_c s + 1} + \frac{R_L}{R_L C_L s + 1}} \times \frac{R_g}{R_g + R_f} \approx \frac{V_s(s) R_L}{R_o R_x C_c s + R_x + R_L} \times \frac{R_g}{R_g + R_f}$$

极点频率为:

$$f_{p3} \approx \frac{R_x + R_L}{2\pi R_o R_x C_c}$$

增益带宽积 GBW 为:

$$GBW \approx A \times \frac{R_x}{R_x + R_L} \times \frac{R_g}{R_g + R_f} \times \frac{1}{2\pi R_{op} C_{op}}$$

在这里 GBW 约 2.5M, f_{p3} 约为 3.2M。频率特性波特图 8-13 所示。其中穿越频率约为 2M, 相位裕量约 60 度。

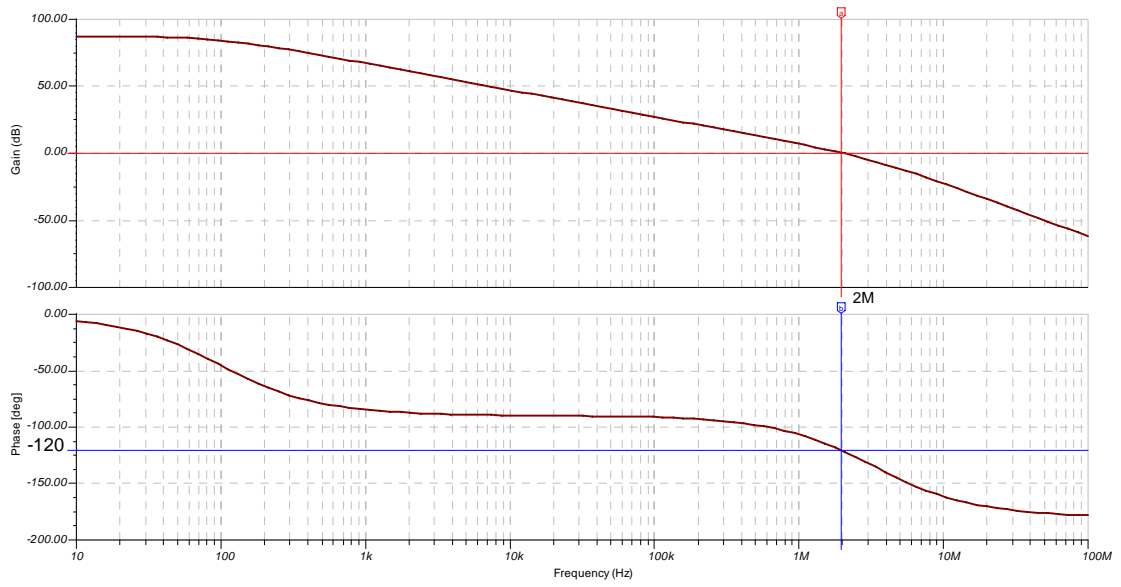


图 8-13 超前补偿的同相端输入的运放电路的高频小信号电路的频率特性波特图

输入为 50K 的 1V 方波的输出波形如图 8-14 所示。

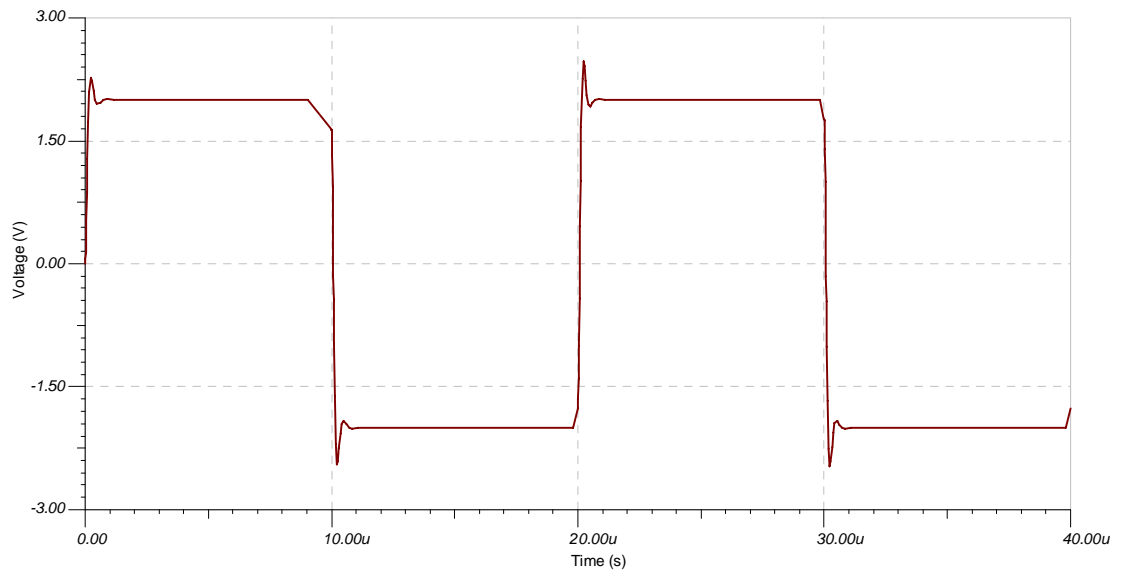


图 8-14 超前补偿的同相端输入的运放电路的高频小信号电路的方波响应波形图

使用隔离电阻的补偿如图 8-15 所示。其中 R_x 为隔离电阻，而 C_c 为补偿电容。

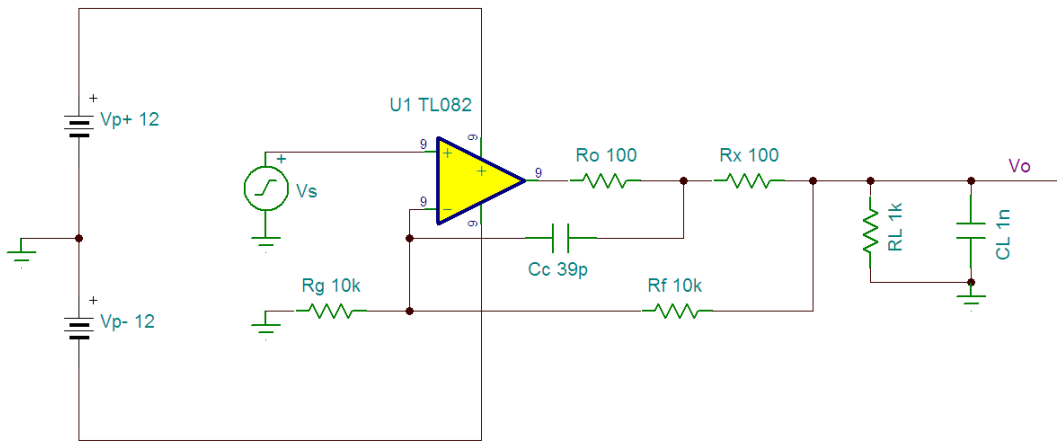


图 8-15 使用隔离电阻的同相端输入的运放电路图

开环高频小信号等效电路如图 8-16 所示。

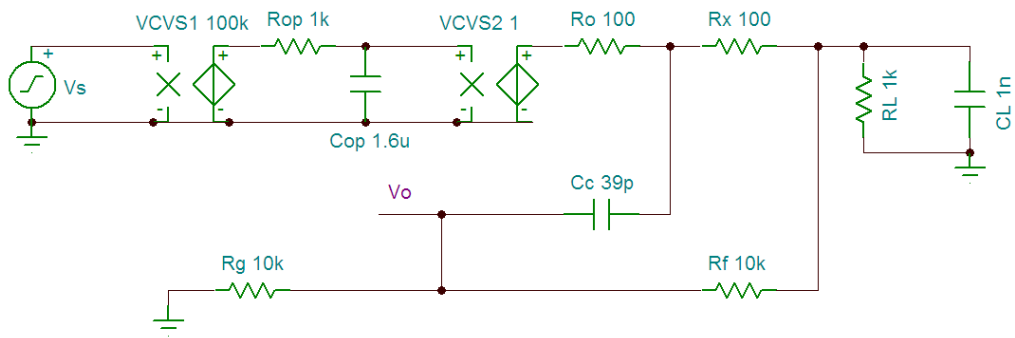


图 8-16 使用隔离电阻的同相端输入的运放电路的高频小信号电路图

运放的输出到反相端的电路如图 8-17 所示。

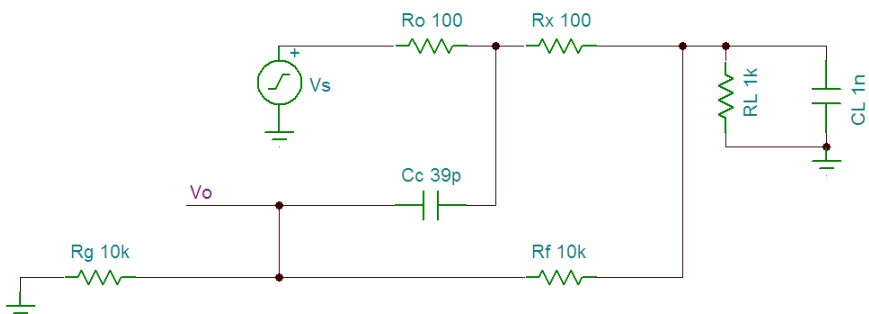


图 8-17 使用隔离电阻的同相端输入的运放电路的输出到反馈的高频小信号电路图

V_s 对 V_o 的传递函数为：

$$(R_L * R_g + (R_L * R_f + R_x * R_f + R_x * R_L) * C_c * R_g * s + R_x * C_c * C_L * R_L * R_g * R_f * s^2) / (R_o * R_f + R_o * R_L + R_o *$$

$R_g + R_L * R_f + R_x * R_f + R_x * R_L + R_L * R_g + R_x * R_g + (R_o * C_c * R_L * R_f + R_x * R_o * C_c * R_f + R_x * R_o * C_c * R_L + R_x * R_o * C_c * R_g + R_o * C_c * R_g * R_f + R_o * C_c * R_L * R_f + R_o * C_c * R_L * R_g + C_c * R_L * R_g * R_f + R_x * C_c * R_g * R_f + R_x * C_c * R_L * R_g + R_x * C_c * R_L * R_f + R_x * C_c * R_L * R_g) * s + (R_x * R_o * R_f + R_x * R_o * R_g + R_o * R_g * R_f + R_x * R_g * R_f) * C_c * C_L * R_L * s^2$

左半平面有 2 个零点，频率分别为：

$$f_{z1} \approx \frac{R_L R_g}{2\pi(R_L R_f + R_x R_f + R_x R_L) C_c R_g} \stackrel{(R_x \ll R_L, R_f)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_f C_c}$$

$$f_{z2} \approx \frac{(R_L R_f + R_x R_f + R_x R_L) C_c R_g}{2\pi(R_x C_c C_L R_L R_g R_f)} \stackrel{(R_x \ll R_L, R_f)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_x C_L}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{R_o R_f + R_o R_L + R_o R_g + R_L R_f + R_x R_f + R_x R_L + R_L R_g + R_x R_g}{2\pi(R_o C_L R_L R_f + R_o C_L R_L R_g + C_c R_L R_g R_f + R_x C_L R_L R_f + R_x C_L R_L R_g)}$$

$$\stackrel{(R_x \ll R_L, R_f)}{\approx} \frac{1}{2\pi(R_o C_L + C_c \frac{R_g R_f}{R_f + R_g} + R_x C_L)}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{R_o C_L R_L R_f + R_o C_L R_L R_g + C_c R_L R_g R_f + R_x C_L R_L R_f + R_x C_L R_L R_g}{2\pi(R_x R_o R_f + R_x R_o R_g + R_o R_g R_f + R_x R_g R_f) C_c C_L R_L}$$

$$\stackrel{(R_x \ll R_L, R_f)}{\approx} \frac{R_o C_L + C_c (R_g // R_f) + R_x C_L}{2\pi[(R_o + R_x)(R_g // R_f)] C_c C_L}$$

令 $f_{p1} = f_{z1}$ ，得到：

$$\frac{1}{2\pi(R_o C_L + C_c \frac{R_g R_f}{R_f + R_g} + R_x C_L)} = \frac{1}{2\pi R_f C_c}$$

整理后得到：

$$C_c = \frac{(R_o + R_x) C_L}{R_f - (R_g // R_f)} = \frac{(R_o + R_x)(R_g + R_f)}{R_f^2} C_L = \left(\frac{R_o + R_x}{R_f} \right) \left(\frac{R_g + R_f}{R_f} \right) C_L$$

令 $f_{p2} = f_{z2}$ ，得到：

$$\frac{R_o C_L + C_c (R_g // R_f) + R_x C_L}{2\pi[(R_o + R_x)(R_g // R_f)] C_c C_L} = \frac{1}{2\pi R_x C_L}$$

整理后得到：

$$R_x = \frac{R_o R_g}{R_f}$$

频率特性波特图如图 8-18 所示。由此可见，2 个零点完全抵消了 2 个极点，从而使得电路变为只存在运放的一个主导极点，这是最理想的补偿。

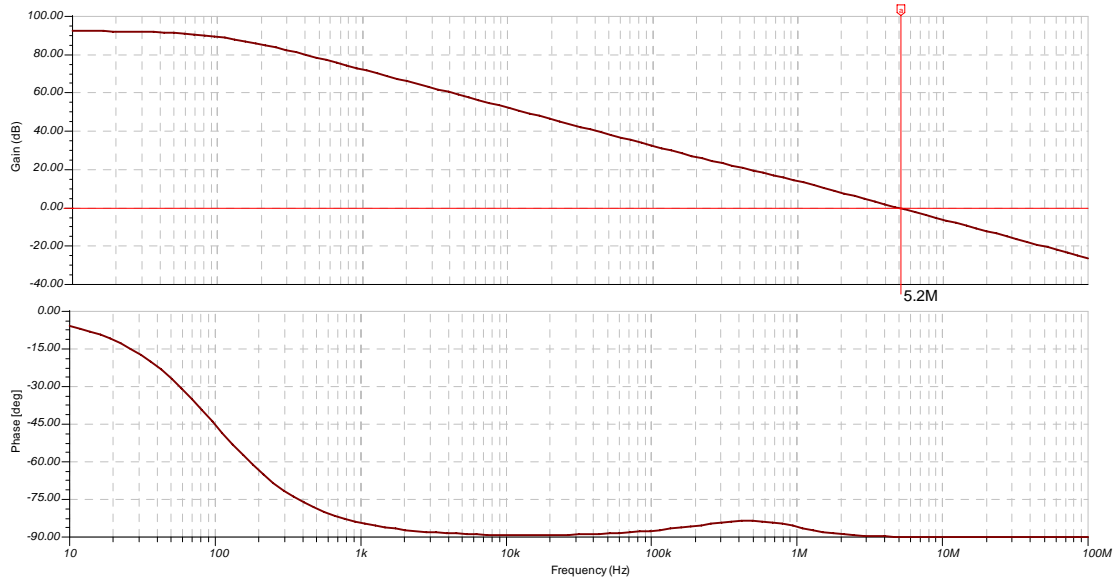


图 8-18 使用隔离电阻的同相端输入的运放电路的高频小信号频率特性波特图

方波响应波形图如图 8-19 所示。波形十分稳定而几乎没有振荡和过冲。

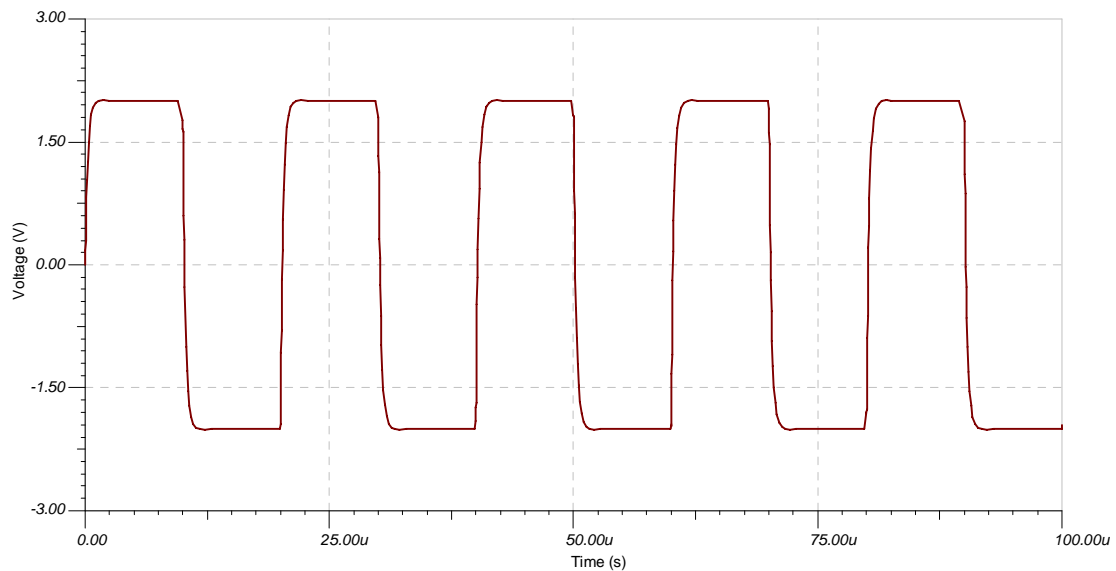


图 8-19 使用隔离电阻的同相端输入的运放电路高频小信号电路的方波响应

输入端采用 RC 的补偿的同相输入运放电路如图 8-20 所示。

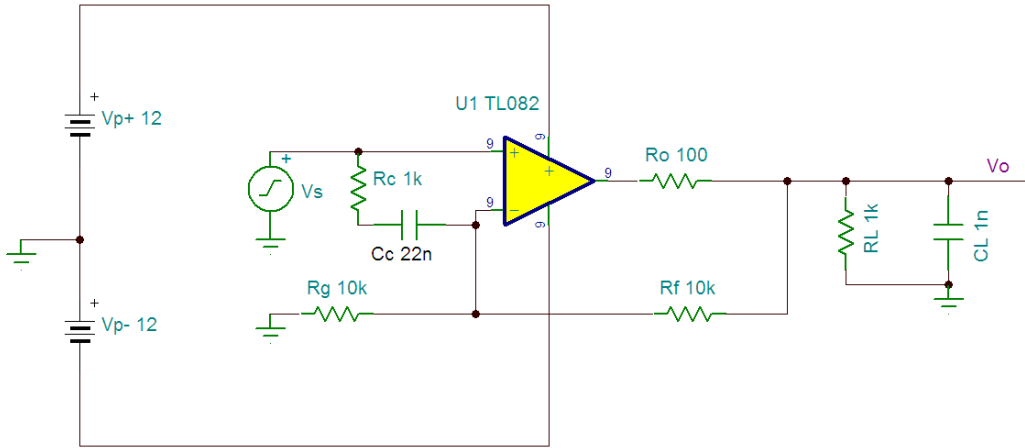


图 8-19 使用输入端 RC 补偿的同相端输入的运放电路

开环高频小信号电路如图 8-20 所示。

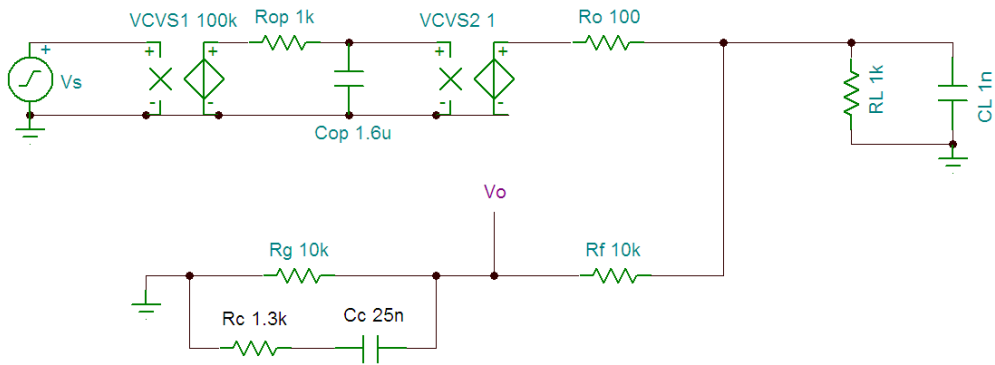


图 8-20 使用 RC 补偿的同相端输入的运放高频小信号电路

运放输出到反相端的开环小信号电路如图 8-21 所示。

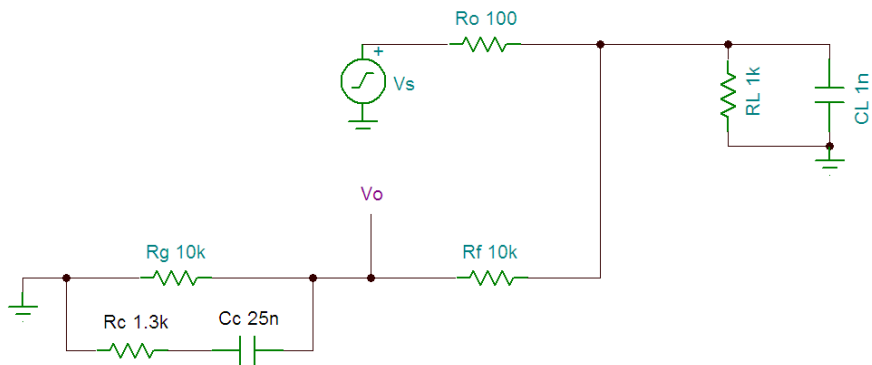


图 8-21 使用 RC 补偿的同相端输入的运放输出到反相端的高频小信号电路

V_s 对 V_o 的传递函数为：

$$\frac{(R_L R_g + R_c C_c R_L R_g s)}{(R_L R_f + R_o R_f + R_o R_L + R_L R_g + R_o R_g + (R_c C_c R_L R_f + R_c R_o C_c R_f + R_c R_o C_c R_L + R_c C_c R_L R_g + R_c R_o C_c R_g + C_c R_L R_g R_f + R_o C_c R_g R_f + R_o C_c R_g R_f + R_o C_c R_L R_g + R_o C_L R_L R_f + R_o C_L R_L R_g) s + (R_c R_f + R_c R_g + R_g R_f) R_o C_c C_L R_L s^2)}$$

左半平面零点频率为：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_c C_c}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{R_L R_f + R_o R_f + R_o R_L + R_L R_g + R_o R_g}{2\pi(R_c C_c R_L R_f + R_c R_o C_c R_f + R_c R_o C_c R_L + R_c C_c R_L R_g + R_c R_o C_c R_g + C_c R_L R_g R_f + R_o C_c R_g R_f + R_o C_c R_L R_g + R_o C_L R_L R_f + R_o C_L R_L R_g)}$$

$$\begin{aligned} & \approx \frac{R_L R_f + R_L R_g}{2\pi(R_c C_c R_L R_f + R_c C_c R_L R_g + C_c R_L R_g R_f)} = \frac{1}{2\pi(R_c + R_g // R_f) C_c} \\ & (C_c \gg C_L) \\ & (R_o \ll R_L, R_f, R_g, R_c) \end{aligned}$$

高频极点频率为：

$$f_{p2} \approx \frac{R_c C_c R_L R_f + R_c C_c R_L R_g + C_c R_L R_g R_f}{2\pi(R_c R_f + R_c R_g + R_g R_f) R_o C_c C_L R_L} = \frac{1}{2\pi R_o C_L} \approx \frac{1}{6.28 \times 100 \times 10^{-9}} \approx 1.6M$$

选择穿越频率为 1M，波特图示意图如图 8-22 所示。当确定了穿越频率之后，根据运放的开环放大倍数和转折频率就可以选择 fp1 和 fz 的频率。这里选择零点 fz 的转折频率为 5k，fp1 的转折频率为 1k。其中 1k~5k 部分的粗线段左右移动，就可以得到不同频率的 fz 和 fp1。显然频率两者的频率约低，相位裕量越大。

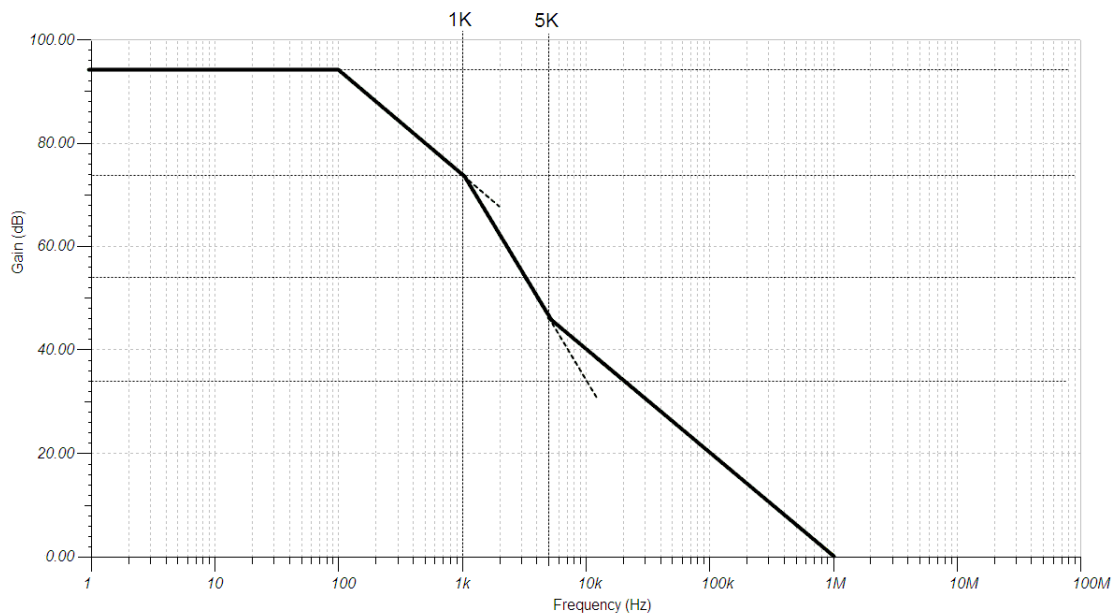


图 8-22 使用 RC 补偿的同相端输入的运放输高频小信号电路的频率补偿示意图

因为零点频率 $f_z=5k$ ，所以有：

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_c C_c} = 5000\text{hz}$$

得到 $R_c C_c$ 为：

$$R_c C_c = \frac{1}{10000\pi} \approx 32 \times 10^{-6} \text{ rad / s}$$

低频极点 $f_{p1}=1k$ ，有：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi(R_c + R_g // R_f)C_c} \approx \frac{1}{6.28(R_c + 5000)C_c} = 1000\text{hz}$$

R_c 和 C_c 分别为：

$$C_c \approx \frac{\frac{1}{6280} - 32 \times 10^{-6}}{5000} \approx 25\text{nF}$$

$$R_c \approx \frac{32 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-9}} \approx 1.3\text{K}$$

频率特性波特图如图 8-23 所示，其中穿越频率约为 830k，相位裕量约为 65 度。与上面的计算基本吻合，毕竟图 8-22 是大致估算的示意图。

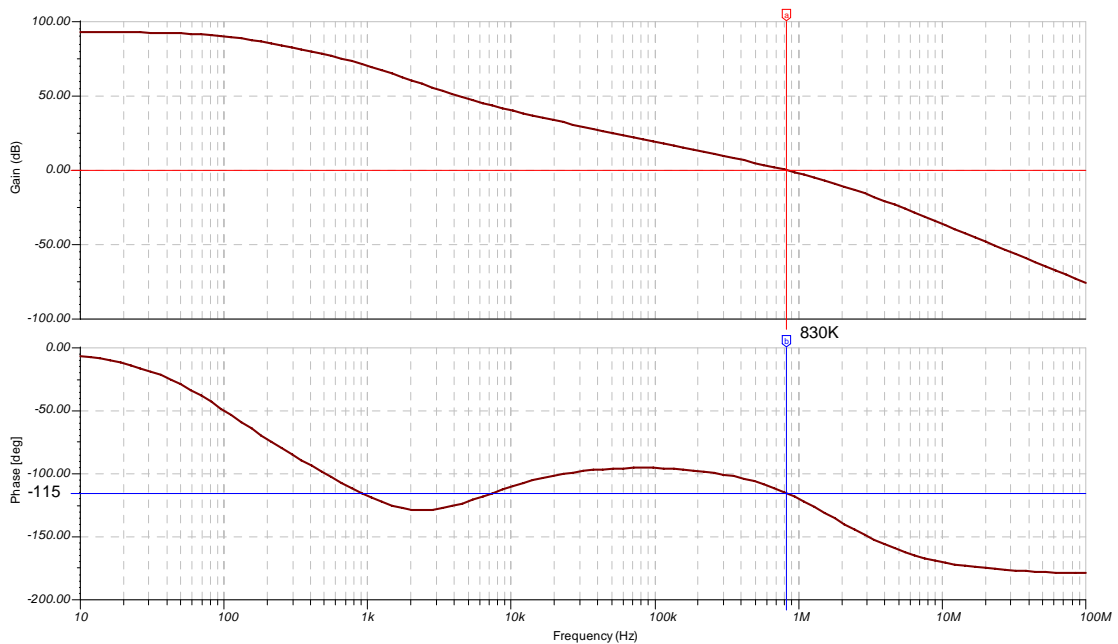


图 8-23 使用 RC 补偿的同相端输入的运放输高频小信号电路的频率特性波特图

方波响应如图 8-24 所示。

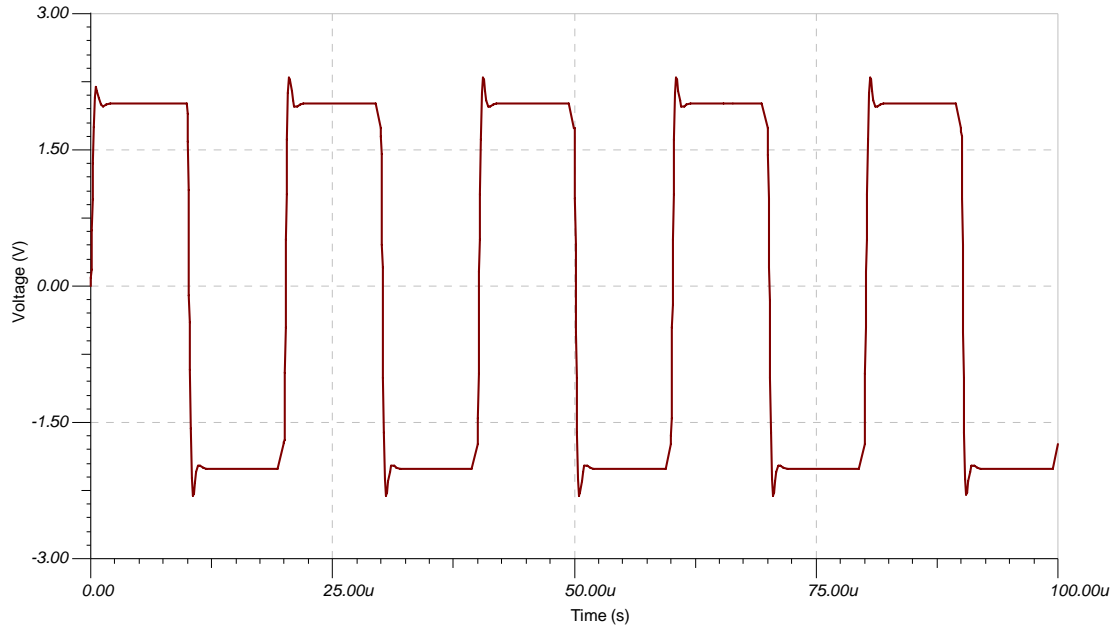


图 8-23 使用 RC 补偿的同相端输入的运放输高频小信号电路的方波响应波形图

输出端 RC 补偿的电路如图 8-24 所示。

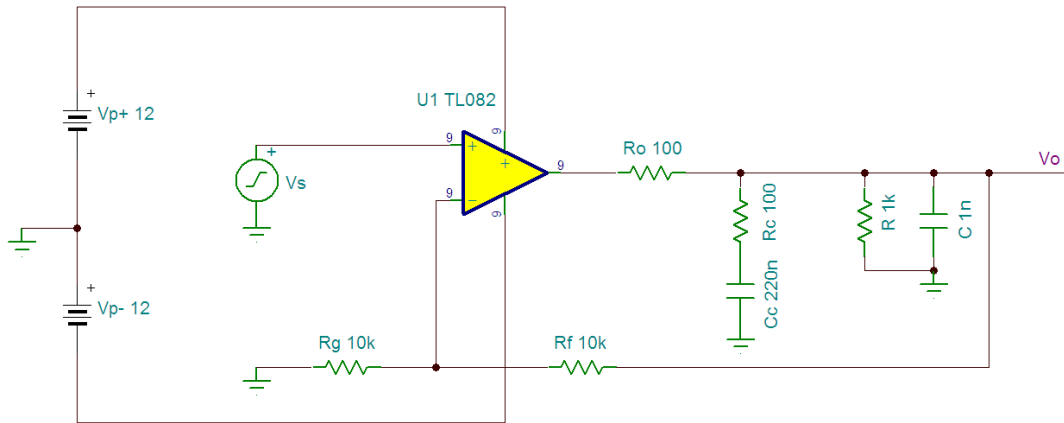


图 8-24 输出端使用 RC 补偿的同相端输入的运放电路

开环的小信号高频电路如图 8-25 所示。

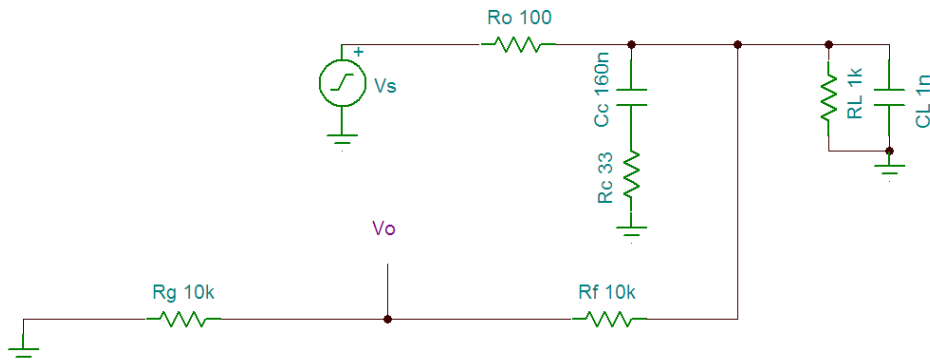


图 8-25 输出端使用 RC 补偿的同相端输入的运放电路的高频小信号电路

V_s 对于 V_o 的传递函数为:

$$\frac{(R_L R_g + R_c C_c R_L R_g s)}{(R_L R_f + R_L R_g + R_o R_f + R_o R_g + R_o R_L + (R_c C_c R_L R_f + R_c C_c R_L R_g + R_c R_o C_c R_f + R_c R_o C_c R_g + R_c R_o C_c R_L + R_o C_c R_L R_f + R_o C_c R_L R_g + R_o C_c R_L R_g) s + (R_f + R_g) R_c R_o C_c C_L R_L s^2)}$$

左半平面零点频率为:

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_c C_c}$$

低频极点频率为:

$$f_{p1} \stackrel{(R_o \ll R_L, R_f, R_g)}{\approx} \frac{R_L R_f + R_L R_g}{2\pi (R_c C_c R_L R_f + R_c C_c R_L R_g + R_o C_c R_L R_f + R_o C_L R_L R_f + R_o C_c R_L R_g + R_o C_L R_L R_g)}$$

$$= \frac{1}{2\pi (R_c C_c + R_o C_c + R_o C_L)}$$

高频极点频率为:

$$f_{p2} \stackrel{(R_o \ll R_L, R_f, R_g)}{\approx} \frac{R_c C_c + R_o C_c + R_o C_L}{2\pi R_c R_o C_L C_c} = \frac{1}{2\pi R_o C_L} + \frac{1}{2\pi R_c C_L} + \frac{1}{2\pi R_c C_c}$$

选择 $C_c \gg C_L$ 得到:

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi (R_o + R_c) C_c}$$

取穿越频率为 2M (因为实际的运放的增益带宽积 GBW 不大, 对于 TL082 来说, 也就算 4M 左右), 波特图示意图如图 8-26 所示。

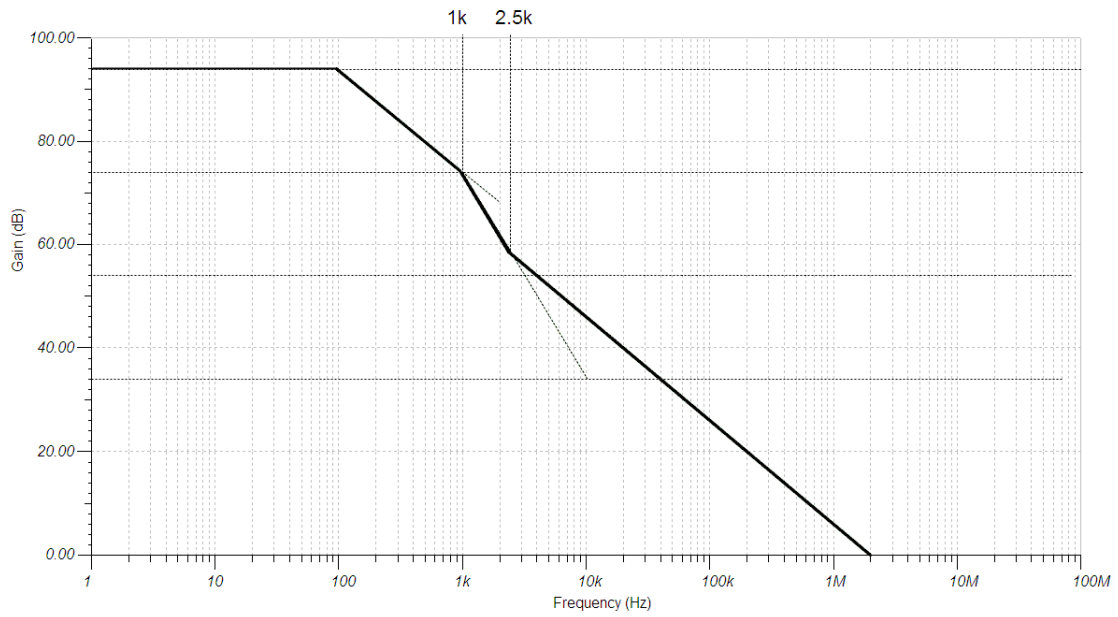


图 8-26 输出端使用 RC 补偿的同相端输入的运放电路的高频小信号电路波特图示意图

在这里 f_{p1} 为 1k, 而 f_z 为 2.5k, 得到:

$$\frac{1}{2\pi(R_o + R_c)C_c} = 1000$$

$$\frac{1}{2\pi R_c C_c} = 2500$$

解得:

$$R_c \approx 68\Omega$$

$$C_c \approx 0.47\mu F$$

频率特性波特图如图 8-27 所示。其中穿越频率约 1.8M, 相位裕量约 65 度。

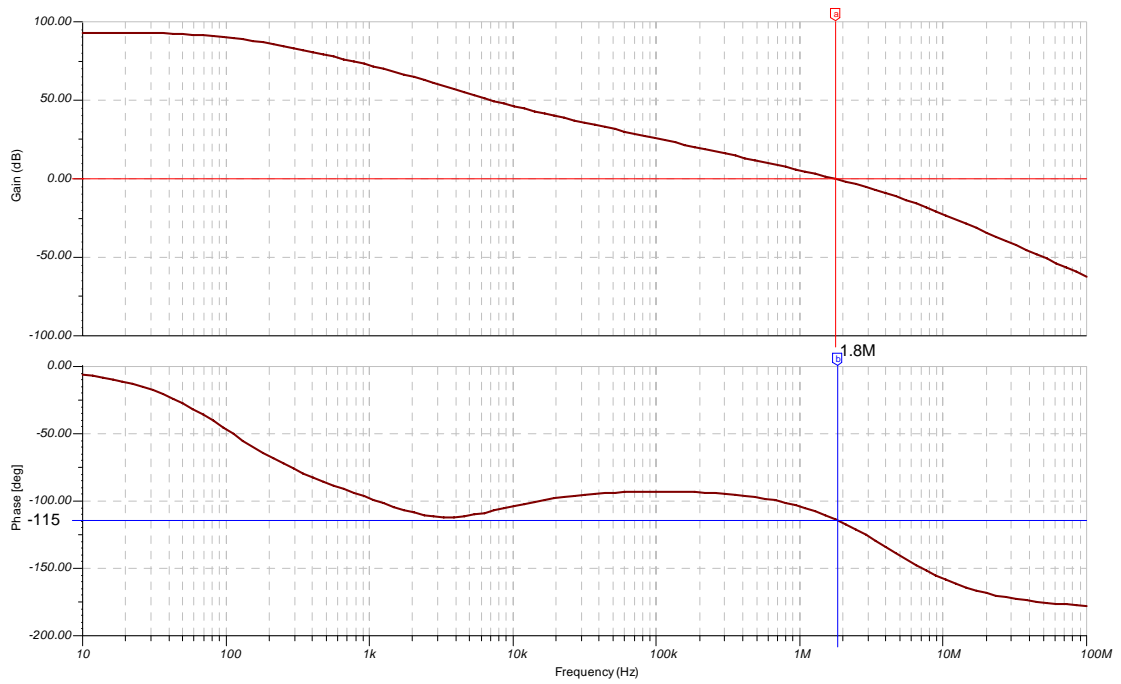


图 8-27 输出端使用 RC 补偿的同相端输入的运放电路的高频小信号电路波特图

方波响应如图 8-28 所示。可以看出补偿和不补偿的方波响应是不同的，明显补偿后，过冲和振荡减小了很多。

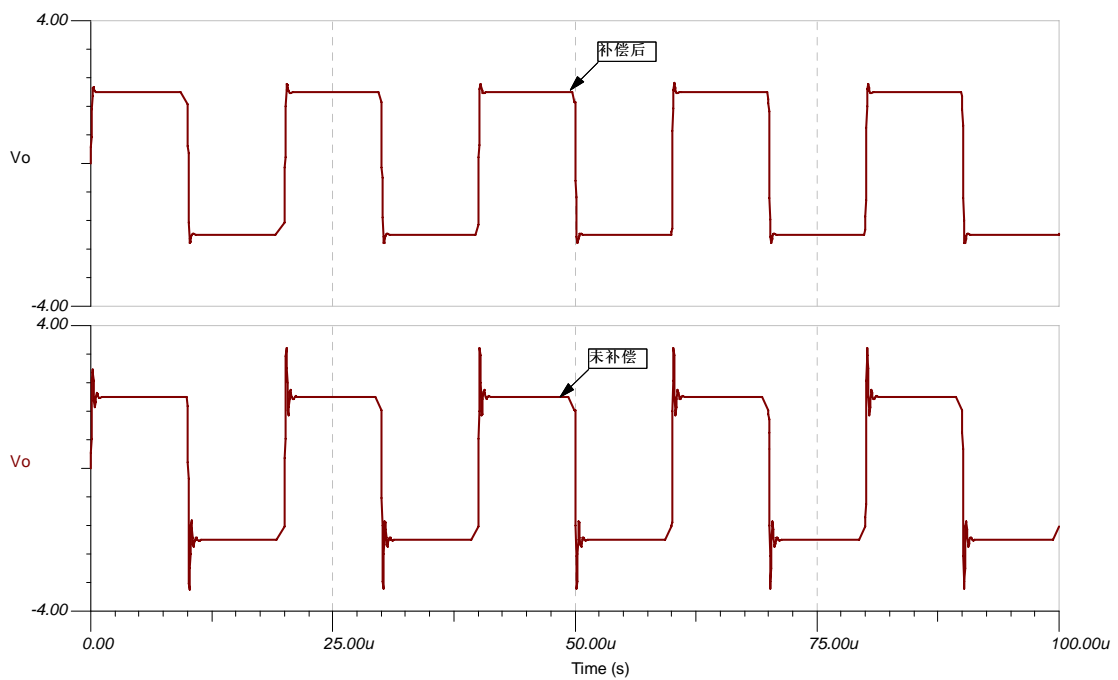


图 8-28 输出端使用 RC 补偿的同相端输入的运放电路的高频小信号电路方波响应波形图

电压跟随器的补偿电路如图 8-29 所示。

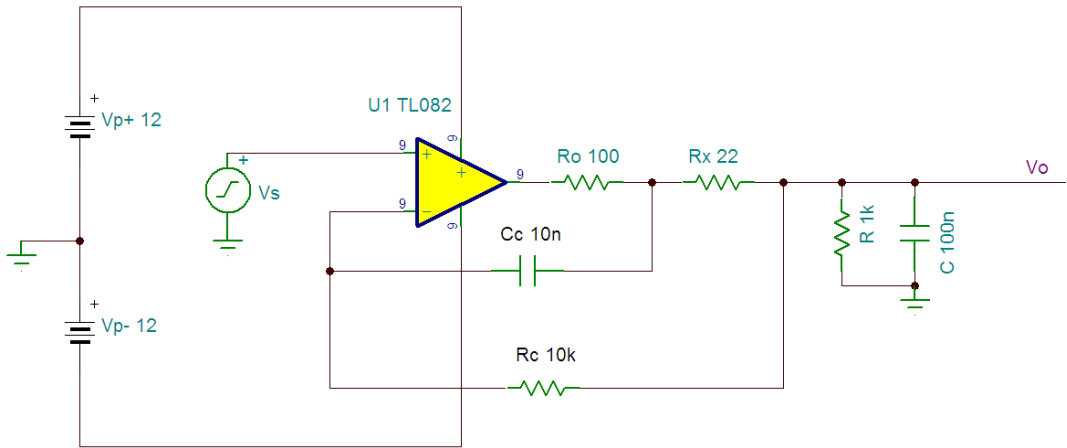


图 8-29 电压跟随器的补偿电路图

开环小信号高频等效电路如图 8-30 所示。

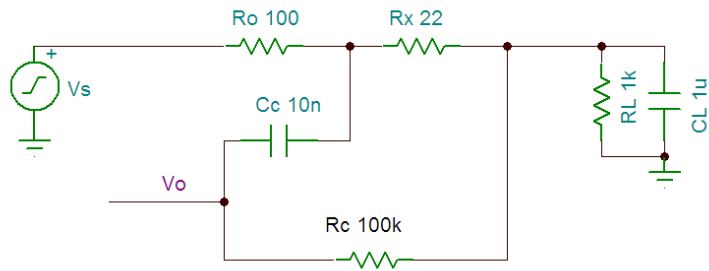


图 8-30 电压跟随器的补偿电路的高频小信号等效电路图

V_s 对 V_o 的传递函数为：

$$\frac{(R_L + (R_L R_c + R_x R_c + R_x R_L) C_c s + C_c R_x C_L R L R_c s^2)}{(R_L + R_o + R_x + (C_c R L R_c + C_c R_o R_c + C_c R_x R_c + C_c R_x R L + R_o C_L R L + R_x C_L R L + C_c R_x R_o) s + (R_o R_c + R_x R_c + R_x R_o) C_c C_L R L s^2)}$$

左半平面存在 2 个零点，频率分别为：

$$f_{z1} \approx \frac{R_L}{2\pi(R_L R_c + R_x R_c + R_x R_L) C_c} \stackrel{(R_x \ll R_L, R_c)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_c C_c}$$

$$f_{z2} \approx \frac{(R_L R_c + R_x R_c + R_x R_L) C_c}{2\pi C_c R_x C_L R L R_c} \stackrel{(R_x \ll R_L, R_c)}{\approx} \frac{1}{2\pi R_x C_L}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{R_x + R_L + R_o}{2\pi(C_c R_L R_c + C_c R_o R_c + C_c R_x R_c + C_c R_x R_L + R_o C_L R_L + R_x C_L R_L + C_c R_x R_o)}$$

$$\stackrel{(R_x \ll R_L, R_c)}{\approx} \frac{1}{2\pi(R_c C_c + R_o C_L + R_x C_L)}$$

$$f_{p2} \approx \frac{C_c R_L R_c + C_c R_o R_c + C_c R_x R_c + C_c R_x R_L + R_o C_L R_L + R_x C_L R_L + C_c R_x R_o}{2\pi(R_o R_c + R_x R_c + R_x R_o) C_c C_L R_L}$$

$$\stackrel{(R_x \ll R_L, R_c)}{\approx} \frac{R_c C_c + R_o C_L + R_x C_L}{2\pi R_c (R_o + R_x) C_c C_L} = \frac{1}{2\pi(R_o + R_x) C_L} + \frac{1}{2\pi R_c (1 + \frac{R_x}{R_o}) C_c} + \frac{1}{2\pi R_c (\frac{R_o}{R_x} + 1) C_c}$$

选择 $R_c C_c \gg R_o C_L + R_x C_L$ ，则 f_{z1} 和 f_{p1} 近似抵消。如果 $R_o \gg R_x$ ，则 f_{z2} 和 f_{p2} 近似抵消。在这里选择 $R_c=100k$ ， $C_c=10nF$ ，则有：

$$f_{z1} \approx \frac{1}{2\pi R_c C_c} \approx \frac{1}{6.28 \times 100000 \times 10^{-8}} \approx 160$$

$$f_{z2} \approx \frac{1}{2\pi R_x C_L} \approx \frac{1}{6.28 \times 22 \times 10^{-6}} \approx 7.2K$$

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi(R_c C_c + R_o C_L + R_x C_L)} \approx \frac{1}{6.28(10^{-3} + 122 \times 10^{-6})} \approx 142hz$$

$$f_{p2} \approx \frac{1}{2\pi(R_o + R_x) C_L} + \frac{1}{2\pi R_c (1 + \frac{R_x}{R_o}) C_c} + \frac{1}{2\pi R_c (\frac{R_o}{R_x} + 1) C_c}$$

$$\approx \frac{1}{6.28(122 \times 10^{-6})} \approx 1.3K$$

由此可见， f_{z1} 和 f_{p1} 近似抵消，两者频率相差两倍左右。 f_{z2} 和 f_{p2} 近似抵消，两者频率相差 6 倍。因为都是在穿越频率以内，所以即使频率相差十倍，也可以看作零点和极点的抵消，稳定性可以得到保证。

频率特性波特图如图 8-31 所示。其中穿越频率约 1.8M，相位裕量约 90 度。

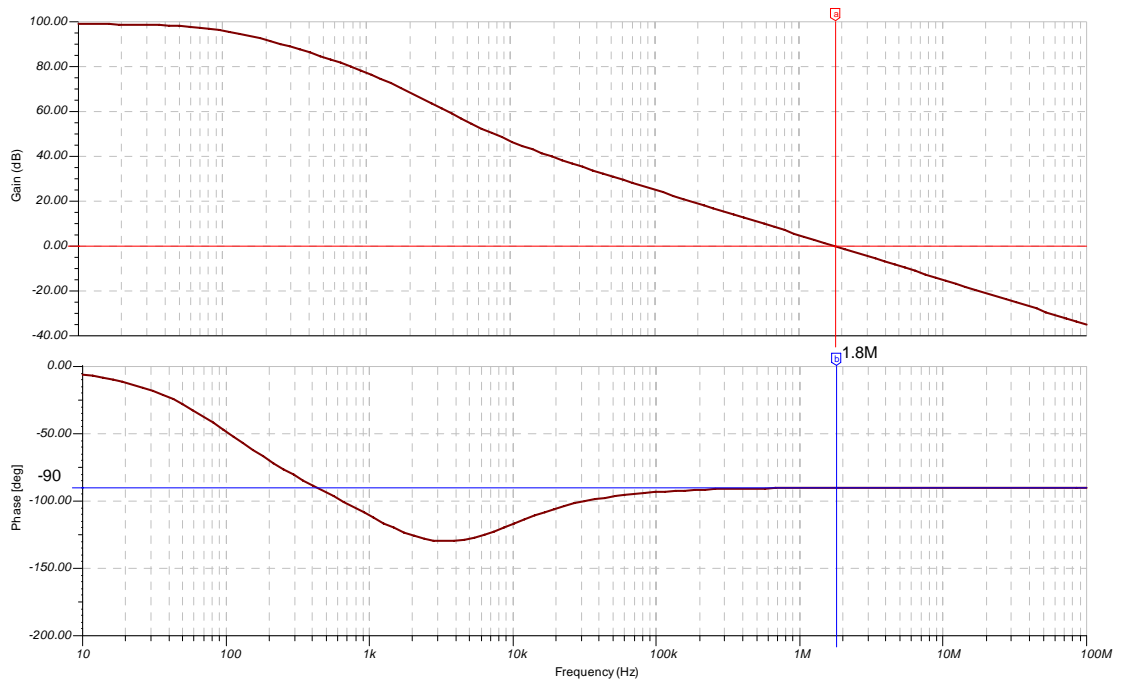


图 8-31 电压跟随器的补偿电路的高频小信号等效电路的频率特性波特图

方波响应如图 8-32 所示。

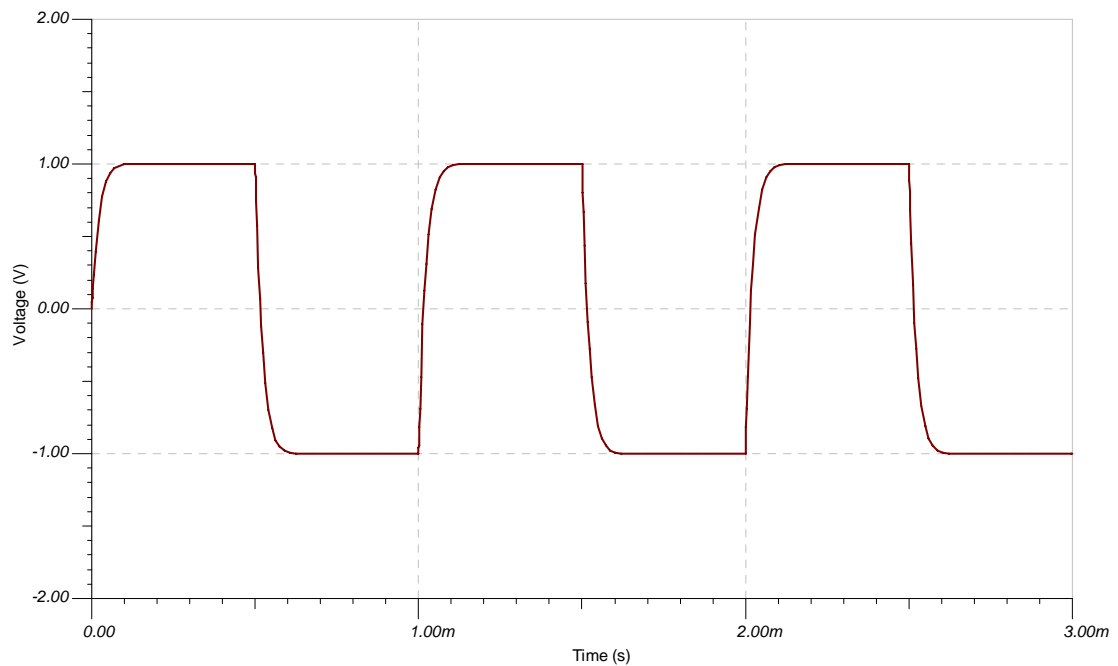


图 8-32 电压跟随器的补偿电路的高频小信号等效电路的方波响应波形图

8.3 复杂负载补偿

前面讨论的是负载为电容的补偿，如果负载为电感，会是什么情况呢？本节首先讨论负载是电感的情况，之后讨论负载由电感电阻和电容组成而成的情况。

图 8-33 为电感负载的同相端输入的放大电路。对于实际的运放来说，不可能直接驱动一个电感，因为电感电阻很小，稳态的时候接近于短路。这里讨论的是理想运放的情况。

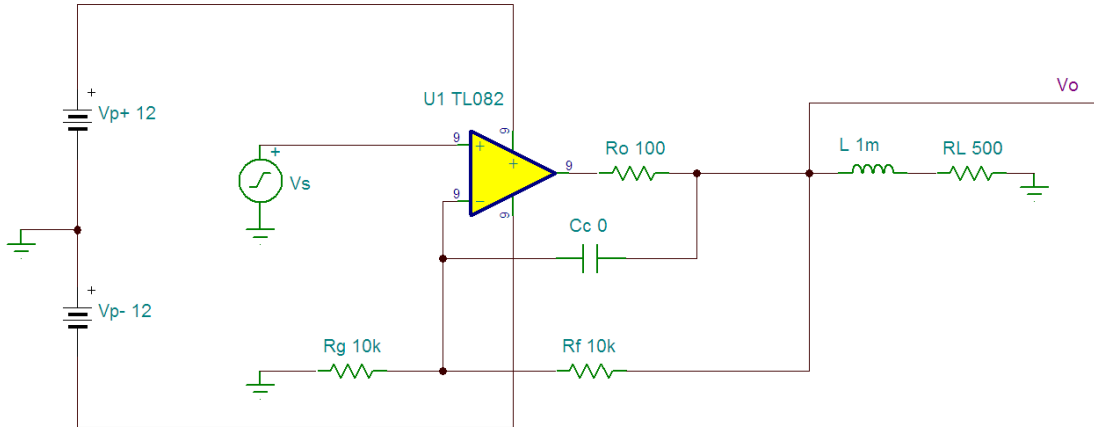


图 8-33 电感负载的同相放大电路

高频小信号等效电路如图 8-34 所示。

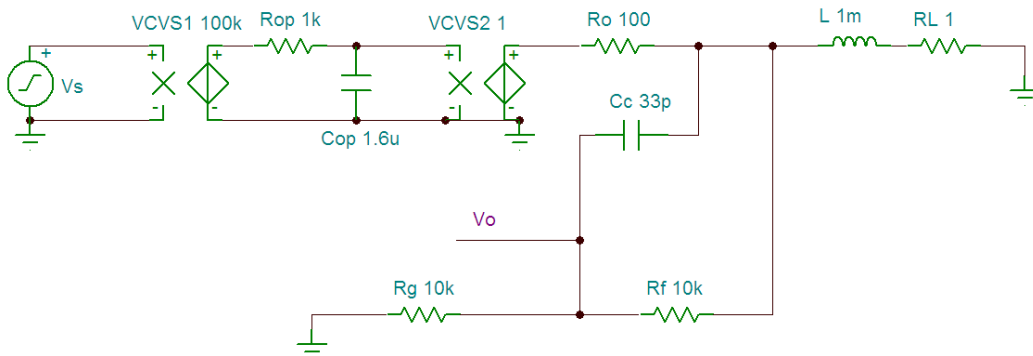


图 8-33 电感负载的同相放大高频小信号电路

运放的输出 V_{out} 对 V_o 的传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{V_{out}(s)} \approx \frac{R_L R_g + (L + R_L C_c R_f) R_g s + C_c R_g L R_f s^2}{R_f R_o + R_g R_o + (C_c R_g R_o R_f + L R_f + L R_o + R_g L) s + (R_g + R_o) C_c L R_f s^2}$$

左半平面存在 2 个零点，频率分别为：

$$f_{z1} \approx \frac{R_L R_g}{2\pi(L + R_L C_c R_f) R_g} = \frac{1}{2\pi(\frac{L}{R_L} + C_c R_f)} \approx \frac{1}{6.28(0.001)} \approx 160\text{Hz}$$

$$f_{z2} \approx \frac{(L + R_L C_c R_f) R_g}{2\pi C_c R_g L R_f} = \frac{(L + R_L C_c R_f)}{2\pi C_c L R_f} \approx \frac{0.001}{6.28 \times 33 \times 10^{-11}} \approx 483\text{Khz}$$

低频极点频率为：

$$f_{p1} \approx \frac{R_f R_o + R_g R_o}{2\pi(C_c R_g R_o R_f + L R_f + L R_o + R_g L)} \stackrel{(R_o \ll R_f, R_g)}{\approx} \frac{1}{2\pi \left[(R_f // R_g) C_c + \frac{L}{R_o} \right]} \approx 16 \text{Hz}$$

$$f_{p2} \approx \frac{(C_c R_g R_o R_f + L R_f + L R_o + R_g L)}{2\pi(R_g + R_o) C_c L R_f} \stackrel{(R_o \ll R_f, R_g)}{\approx} \frac{(R_g // R_f) R_o C_c + L}{2\pi(R_g // R_f) C_c L} \approx 965 \text{KHz}$$

由此可见 f_{p1} 与 f_{z1} 近似抵消, f_{p2} 和 f_{z2} 近似抵消了。频率特性波特图如图 8-34 所示。穿越频率约 10M, 相位裕量约 90 度。

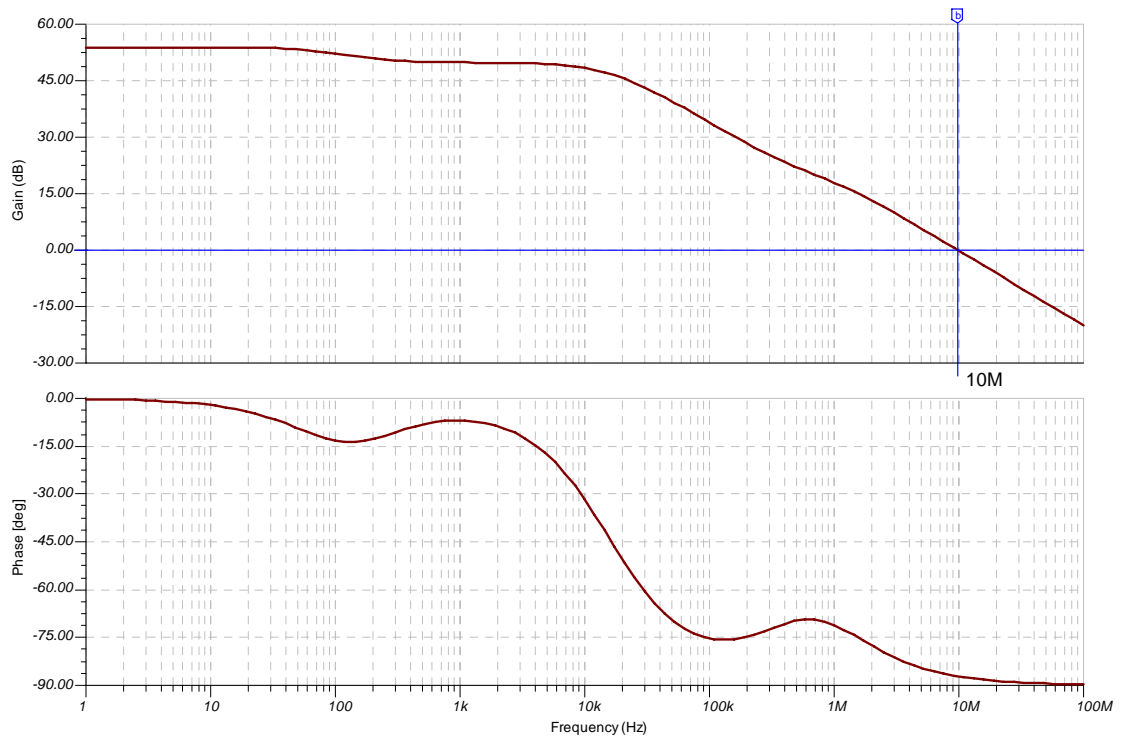


图 8-34 电感负载的同相放大高频小信号电路的频率特性波特图

方波响应如图 8-35 所示。

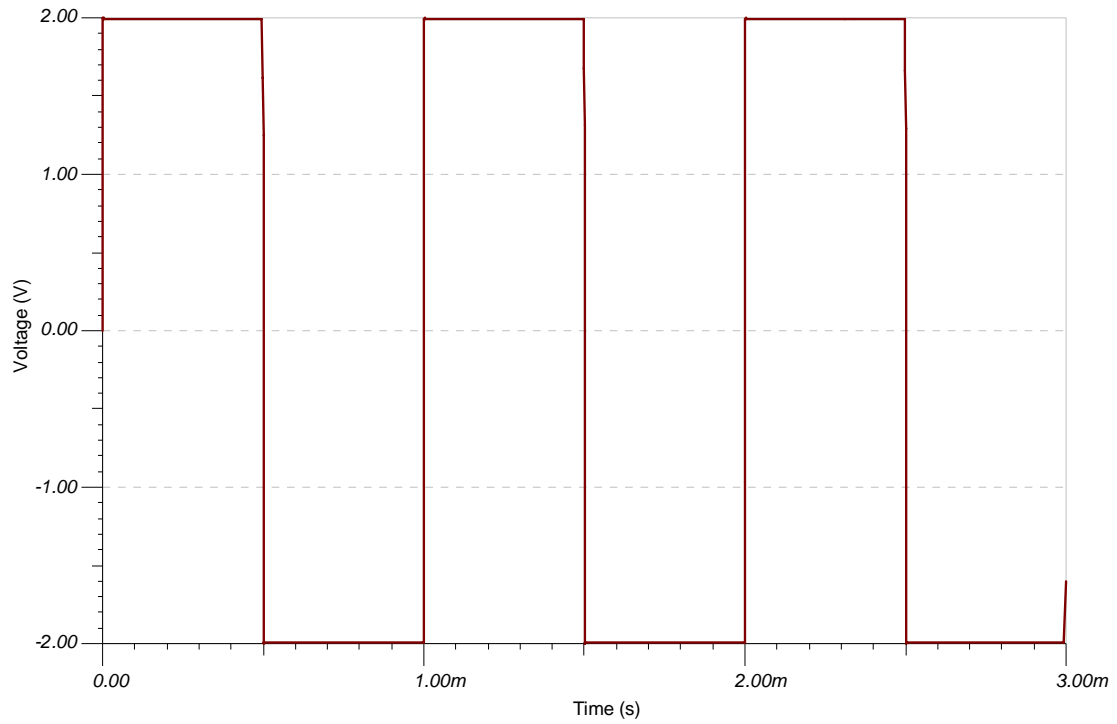


图 8-35 电感负载的同相放大高频小信号电路的方波响应波形图

负载为电感电阻电容 LRC 组合的放大电路如图 8-36 所示。

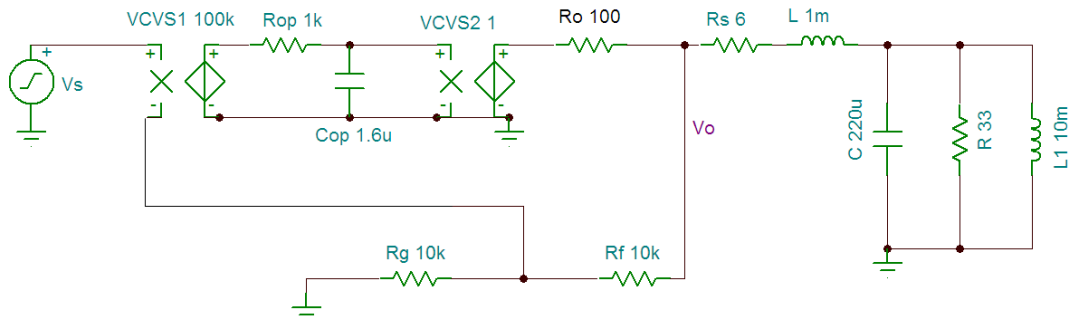


图 8-36 LRC 组合负载的同相放大电路图

运放输出到 V_o 的简化高频小信号电路如图 8-37 所示。

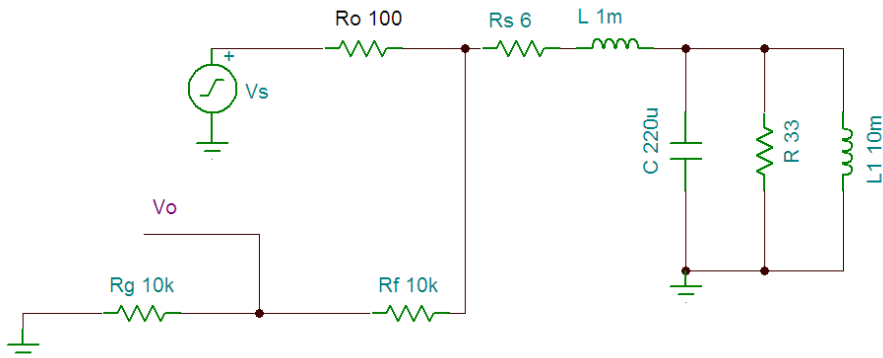


图 8-37 LRC 组合负载的同相放大电路简化的高频小信号电路图

传递函数为：

$$\frac{(R \cdot R_g \cdot R_s + (L_1 \cdot R_s + R \cdot L + L_1 \cdot R) \cdot R_g \cdot s + (R \cdot C \cdot R_s + L) \cdot L_1 \cdot R_g \cdot s^2 + L_1 \cdot R \cdot C \cdot R_g \cdot L \cdot s^3)}{(R_s \cdot R_f \cdot R + R_g \cdot R_s \cdot R + R_1 \cdot R_f \cdot R + R_1 \cdot R_g \cdot R + R_1 \cdot R_s \cdot R + (L_1 \cdot R_s \cdot R_f + L_1 \cdot R_g \cdot R_s + L_1 \cdot R_1 \cdot R_f + L_1 \cdot R_1 \cdot R_g + L_1 \cdot R_1 \cdot R_s + R \cdot L \cdot R_f + R \cdot R_g \cdot L + R_1 \cdot R \cdot L + L_1 \cdot R \cdot R_f + L_1 \cdot R \cdot R_g + L_1 \cdot R_1 \cdot R) \cdot s + (R \cdot C \cdot R_s \cdot R_f + R \cdot C \cdot R_g \cdot R_s + R_1 \cdot R \cdot C \cdot R_f + R_1 \cdot R \cdot C \cdot R_g + R_1 \cdot R \cdot C \cdot R_s + L \cdot R_f + R_g \cdot L + R_1 \cdot L) \cdot L_1 \cdot s^2 + (R_f + R_g + R_1) \cdot L_1 \cdot R \cdot C \cdot L \cdot s^3)}$$

代入数据后得到：

$$W(s) = 2.83 \cdot 10^{-2} \frac{1 + 2.14 \cdot 10^{-3} \cdot s + 2.25 \cdot 10^{-6} \cdot s^2 + 3.67 \cdot 10^{-10} \cdot s^3}{1 + 4.07 \cdot 10^{-4} \cdot s + 2.2 \cdot 10^{-6} \cdot s^2 + 2.09 \cdot 10^{-11} \cdot s^3}$$

可以看出分子和分母的系数相差不会超过一个数量级，也就是说还算比较接近，如果都是实数极点或零点的话，这就是近似抵消了，相位裕量一般接近 90 度。如果分子和分母没有实数根，那么就会出现 2 阶振荡环节的零点和极点，由于系数相差不大，所以依然可以看作 2 阶环节的近似抵消，但形状肯定不同于实数零极点的。

频率特性波特图如图 8-37 所示。其中波峰处说明，这里存在 2 阶环节的非实数“极点”，而后出现了 2 阶振荡环节的“零点”，两者频率大致接近，所以幅频特性有斜率几乎为 0 的曲线，并且通过相频特性可以很容易的看到，“极点”的相位滞后与“零点”的相位超前。所以，由运放的输出到反馈端的传递函数可以看作常数，这样就只有运放的一个极点了，这是非常稳定的一阶环节，故无须补偿即可稳定。

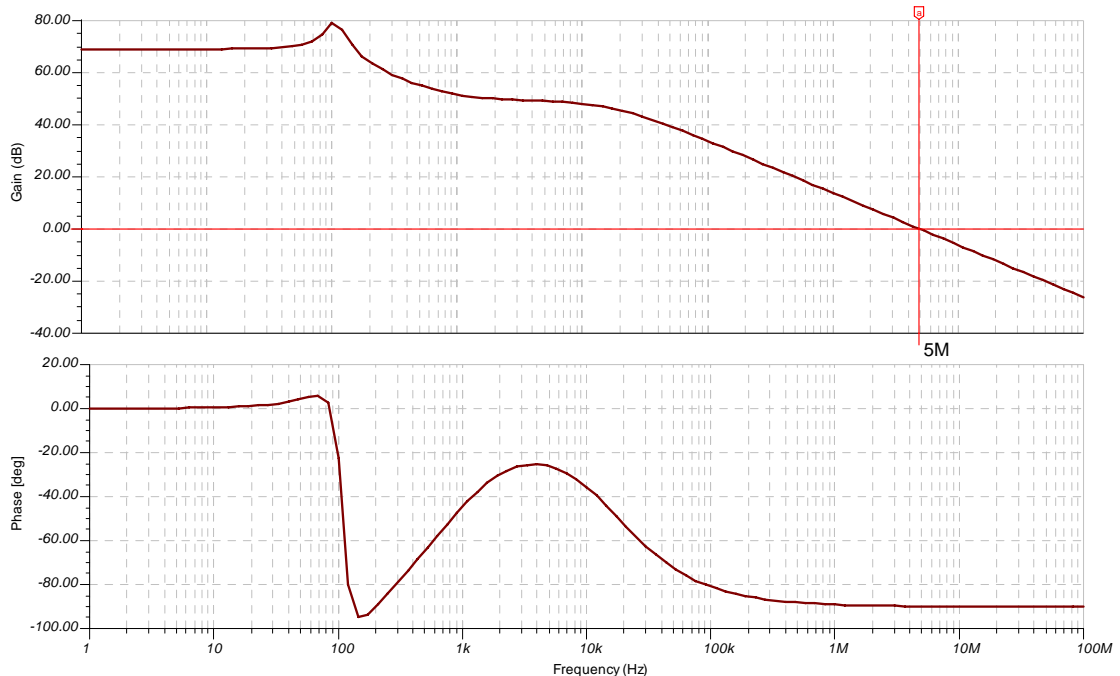


图 8-37 LRC 负载的同相放大电路频率特性波特图

方波响应如图 8-38 所示，可见稳定性很好。

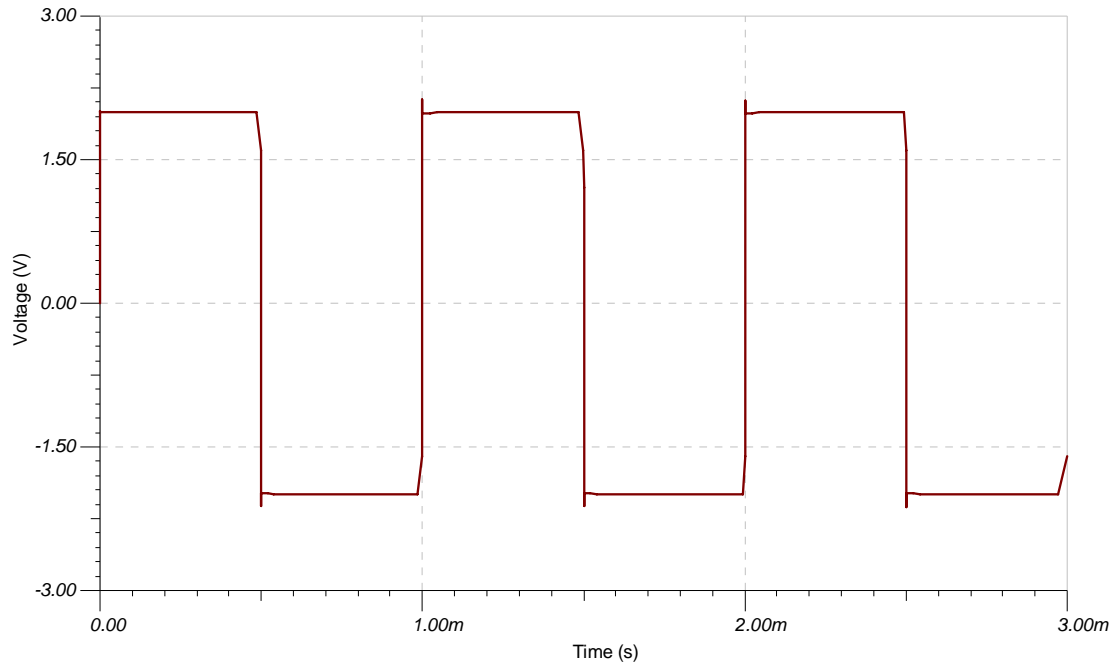


图 8-38 LRC 负载的同相放大电路方波响应波形图

负载为电感 L 和 RC 并联的放大电路如图 8-39 所示。

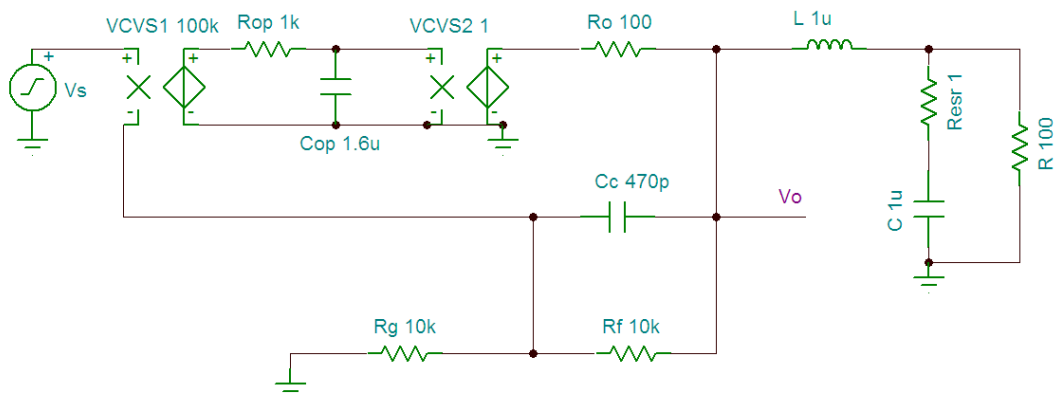


图 8-39 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路图

运放输出到 V_o 的简化高频小信号电路如图 8-40 所示。

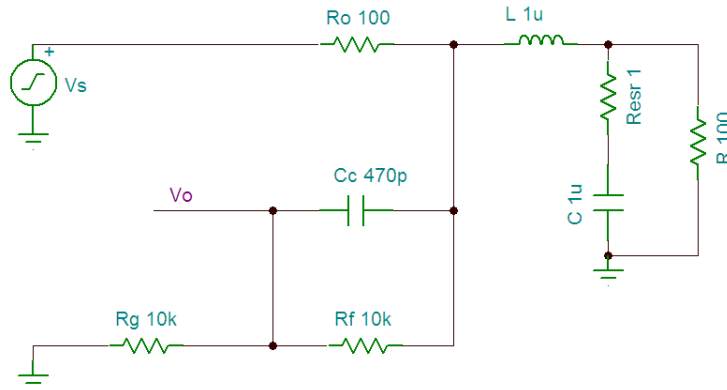


图 8-40 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路简化的高频小信号电路图

传递函数为：

$$\frac{(R \cdot R_g + (C_c \cdot R \cdot R_f + L + R_{esr} \cdot R \cdot C) \cdot R_g \cdot s + (C_c \cdot L \cdot R_f + C_c \cdot R_{esr} \cdot R \cdot C \cdot R_f + R \cdot C \cdot L + R_{esr} \cdot C \cdot L) \cdot R_g \cdot s^2 + (R + R_{esr}) \cdot C_c \cdot C \cdot R_g \cdot L \cdot R_f \cdot s^3)}{(R \cdot R_f + R_o \cdot R + R_o \cdot R_f + R \cdot R_g + R_o \cdot R_g + (C_c \cdot R \cdot R_g \cdot R_f + C_c \cdot R_o \cdot R_g \cdot R_f + C_c \cdot R_o \cdot R \cdot R_f + L \cdot R_f + R_{esr} \cdot R \cdot C \cdot R_f + R_o \cdot L + R_{esr} \cdot R_o \cdot R \cdot C + R_o \cdot R \cdot C \cdot R_f + R_{esr} \cdot R_o \cdot C \cdot R_f + R_g \cdot L + R_{esr} \cdot R \cdot C \cdot R_g + R_o \cdot R \cdot C \cdot R_g + R_{esr} \cdot R_o \cdot C \cdot R_g) \cdot s + (C_c \cdot R_g \cdot L \cdot R_f + C_c \cdot R_{esr} \cdot R \cdot C \cdot R_g \cdot R_f + C_c \cdot R_o \cdot R \cdot C \cdot R_g \cdot R_f + C_c \cdot R_{esr} \cdot R_o \cdot C \cdot R_g \cdot R_f + C_c \cdot R_o \cdot L \cdot R_f + C_c \cdot R_{esr} \cdot R_o \cdot R \cdot C \cdot R_f + R \cdot C \cdot L \cdot R_f + R_{esr} \cdot C \cdot L \cdot R_f + R_o \cdot R \cdot C \cdot L + R_{esr} \cdot R_o \cdot C \cdot L + R \cdot C \cdot R_g \cdot L + R_{esr} \cdot C \cdot R_g \cdot L) \cdot s^2 + (R \cdot R_g + R_{esr} \cdot R_g + R_o \cdot R + R_{esr} \cdot R_o) \cdot C_c \cdot C \cdot L \cdot R_f \cdot s^3)}$$

代入数据后得到：

$$W(s) = 2.49 \cdot 10^{-1} \frac{1 + 5.71 \cdot 10^{-6} \cdot s + 5.76 \cdot 10^{-12} \cdot s^2 + 4.75 \cdot 10^{-18} \cdot s^3}{1 + 5.32 \cdot 10^{-5} \cdot s + 1.2 \cdot 10^{-10} \cdot s^2 + 1.2 \cdot 10^{-18} \cdot s^3}$$

可以看出分子和分母的系数相差一个数量级，也就是说还算比较接近。频率特性波特图如图 8-41 所示。

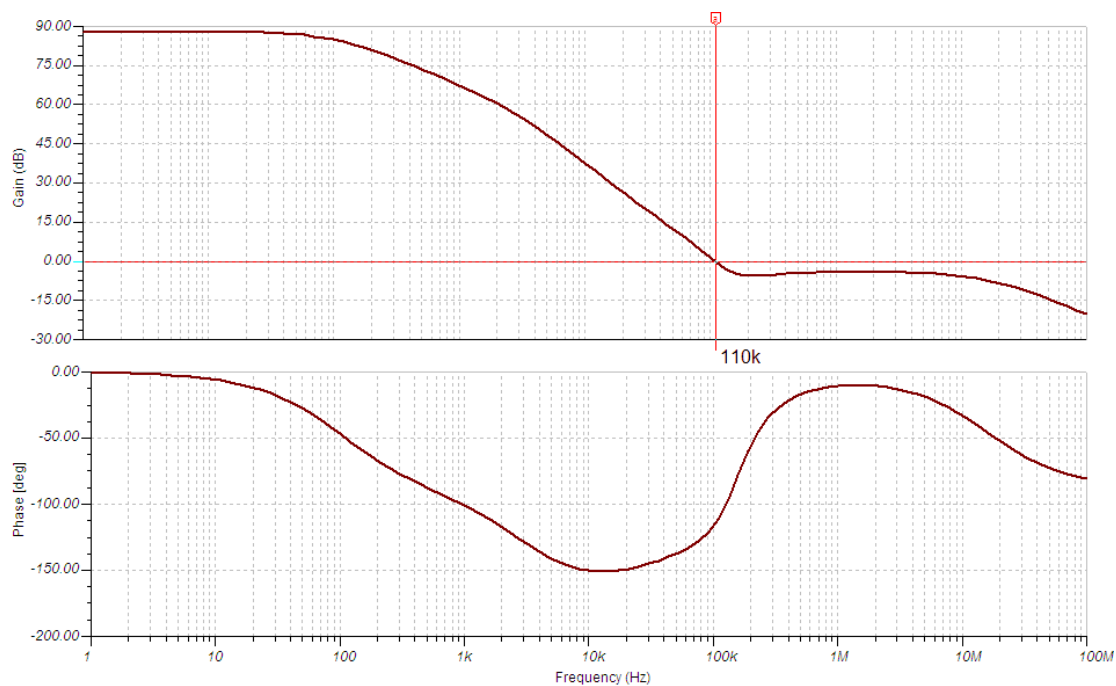


图 8-41 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路频率特性波特图

方波响应如图 8-42 所示。上升最大附近有“反弹”，对于电容 C_c 的补偿来说，虽然可以很稳定，但这个“反弹”却不容易消除。然而，如果考虑电感 L 的内阻，那么足够大的内阻，例如 1 欧姆，是可以消除这个“反弹”的。事实上，这里存在 3 个补偿，一个是电容的 R_{esr} 形成的零点以及 C_c 补偿，还包括电感 L 的内阻形成的补偿。

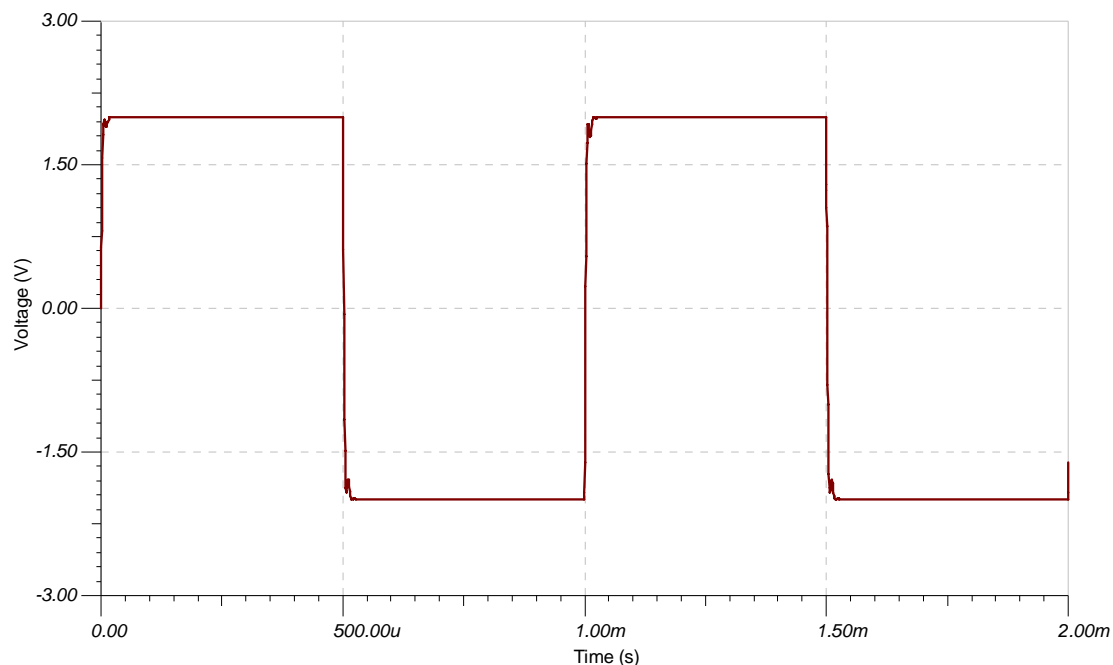


图 8-42 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路方波响应波形图

如果考虑 L 的内阻，对补偿会更加有利，如图 8-43 所示。频率特性波特图如图 8-44 所示，方波响应如图 8-45 所示。可见，如此补偿稳定性良好。

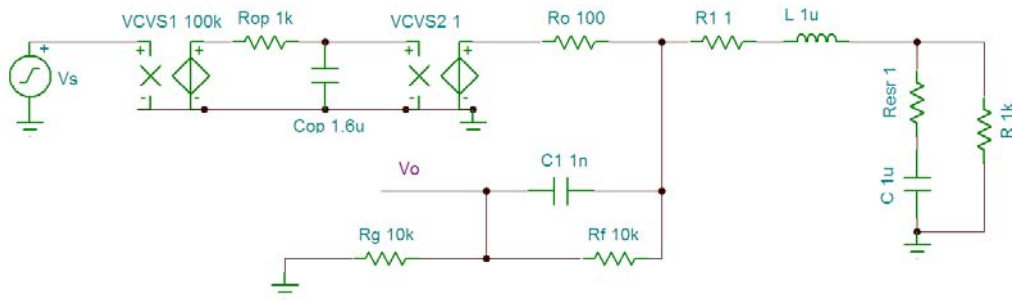


图 8-42 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路考虑 L 内阻的电路图

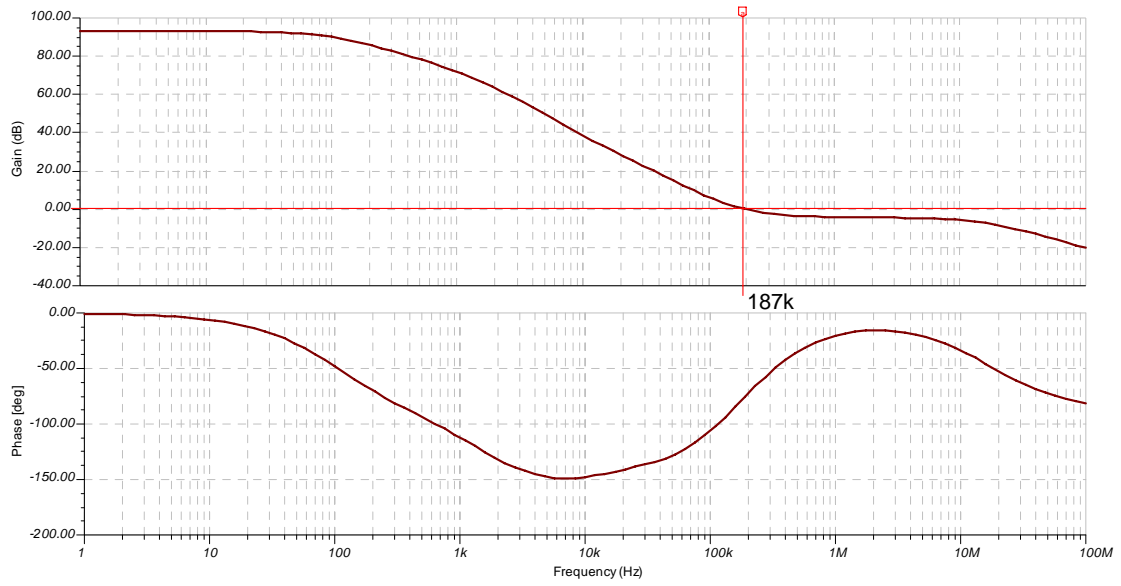


图 8-43 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路考虑 L 电阻时的频率特性波特图

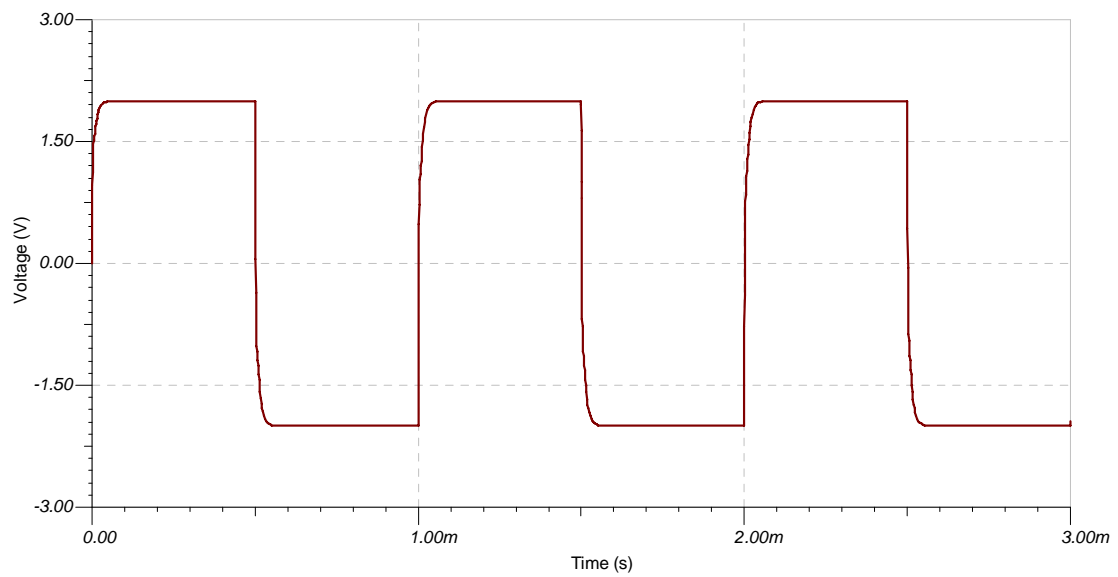


图 8-44 负载为 L 和 RC 并联的同相放大电路考虑 L 电阻时的方波响应波形图

8.4 积分电路

图 8-45 所示电路为积分电路，其中的 U1 实现了输入和反馈的比较放大功能，而 U2 实现的就是积分电路的功能。这里的负载为 LC 串联的振荡电路。通过电压串联负反馈实现了 2 倍的放大功能。

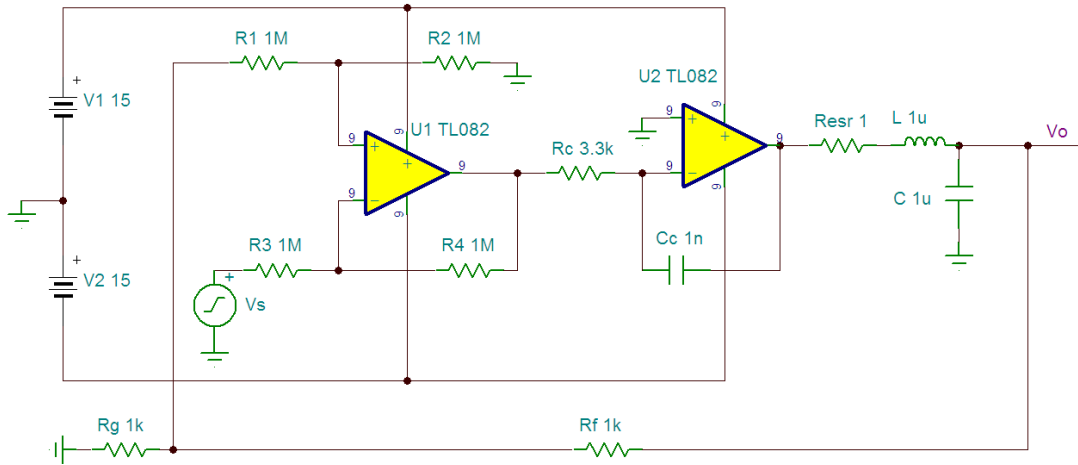


图 8-45 积分电路图

高频小信号电路如图 8-46 所示。

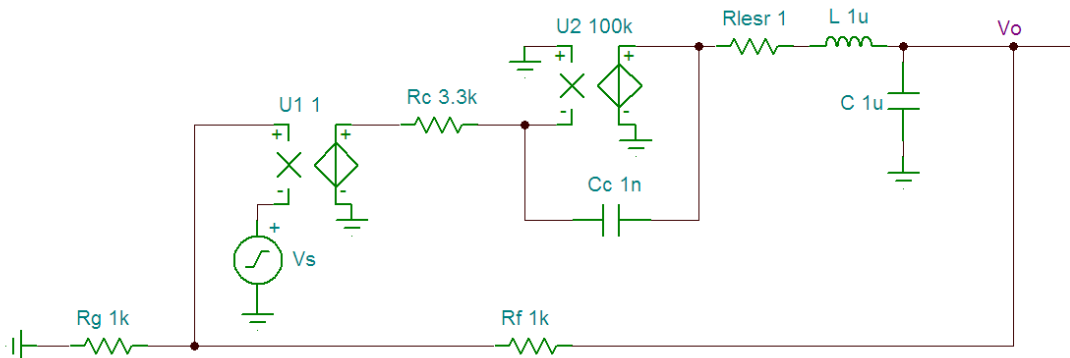


图 8-46 积分电路的高频小信号电路图

由于 LC 振荡电路的自然振荡频率为 $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx \frac{1000000}{6.28} \approx 160\text{KHz}$ ，作为积分环节选择穿

越频率为 50KHz。如图 8-47 的波特图所示。

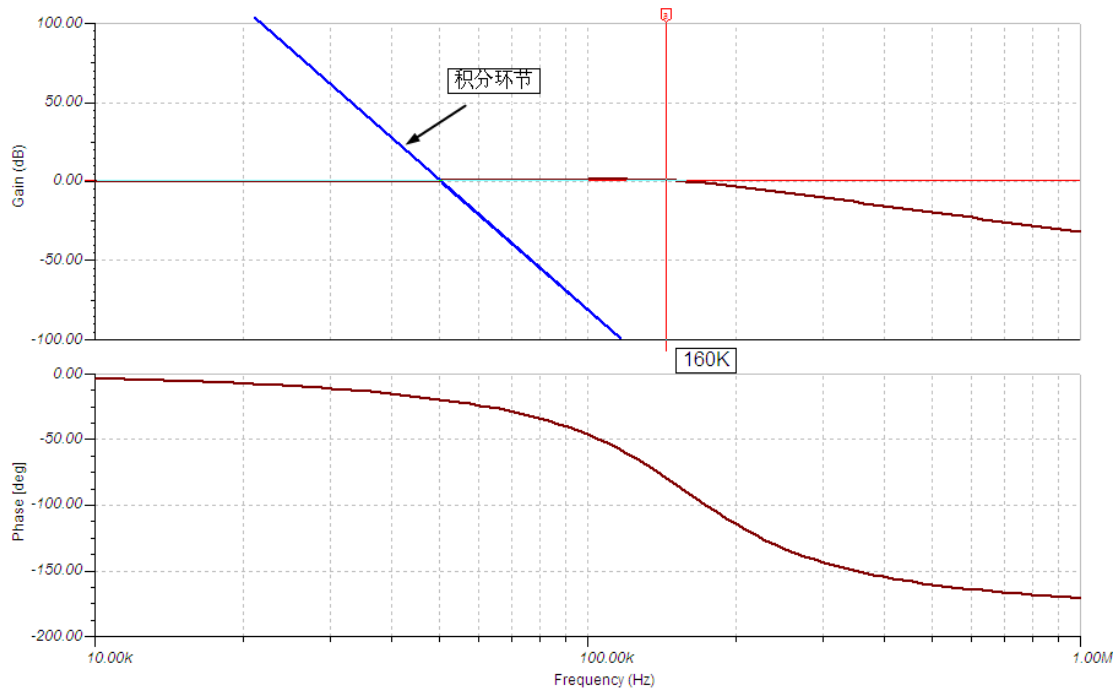


图 8-47 积分电路的高频小信号电路的频率特性波特图

积分环节的传递函数为 $\frac{1}{R_c C_c s}$ ，令 $s = j\omega$ ，得到 $\left| \frac{1}{R_c C_c \omega} \right| = 1$ 时即为穿越频率。选择 $C_c = 1\text{nF}$

得到 R_c 约为 3K 。

更精确的算法应该首先得到开环传递函数，之后按照 2 阶巴特沃思特性进行校正。需要说明的就是由于运放的开环放大倍数有限，所以不可能得到真正的积分环节，仅仅是因为开环放大倍数很大，而接近积分效果而以。

高频小信号的开环电路如图 8-48 所示。

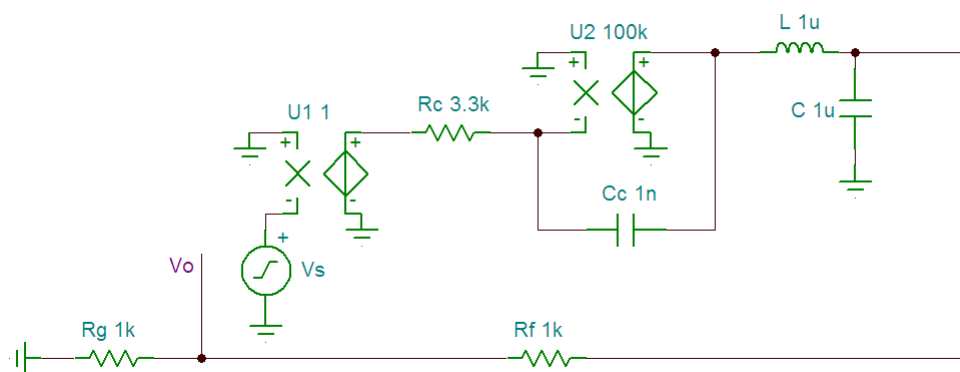


图 8-48 积分电路的开环高频小信号电路图

V_o 对于 V_s 的传递函数为：

$$\frac{(U_2 \cdot U_1 \cdot R_g)}{(R_g + R_f + (C_c \cdot R_c \cdot R_g + C_c \cdot R_c \cdot R_f + C_c \cdot U_2 \cdot R_c \cdot R_g + C_c \cdot U_2 \cdot R_c \cdot R_f + L) \cdot s + (C_c \cdot R_c + C_c \cdot U_2 \cdot R_c + R_g \cdot C + R_f \cdot C) \cdot L \cdot s^2 + (R_g + R_f + U_2 \cdot R_g + U_2 \cdot R_f) \cdot C_c \cdot R_c \cdot L \cdot C \cdot s^3)}$$

低频放大倍数为：

$$A_v = \frac{U_1 U_2 R_g}{R_g + R_f} = \frac{100000}{2} = 50K$$

低频极点为：

$$f_{p1} = \frac{R_f + R_g}{2\pi(C_c R_c R_g + C_c R_c R_f + C_c U_2 R_c R_g + C_c U_2 R_c R_f + L)}$$

$$\approx \frac{R_f + R_g}{2\pi(C_c U_2 R_c R_g + C_c U_2 R_c R_f + L)} = \frac{1}{2\pi\left(R_c C_c U_2 + \frac{L}{R_f + R_g}\right)}$$

这意味着低频极点频率很低，近似相当于理想的积分环节。高频极点为：

$$f_{p2} \approx \frac{R_c C_c U_2 + \frac{L}{R_f + R_g}}{2\pi(C_c R_c U_2 + R_g C + R_f C)L}$$

这里“强制性”地把2阶振荡环节当作了2个一阶环节的串联。增益带宽积 GBW 为：

$$GBW = \frac{1}{2\pi\left(R_c C_c U_2 + \frac{L}{R_f + R_g}\right)} \frac{U_1 U_2 R_g}{R_g + R_f} = \frac{U_2 R_g}{2\pi\left(R_c C_c U_2 (R_g + R_f) + L\right)}$$

选择：

$$4GBW = f_{p2}$$

即：

$$4 \frac{U_2 R_g}{2\pi\left(R_c C_c U_2 (R_g + R_f) + L\right)} = \frac{R_c C_c U_2 + \frac{L}{R_f + R_g}}{2\pi(C_c R_c U_2 + R_g C + R_f C)L}$$

整理后得到：

$$4R_g(C_c R_c U_2 + R_g C + R_f C)L = \left(R_c C_c + \frac{L}{(R_f + R_g)U_2}\right)\left(R_c C_c U_2 (R_g + R_f) + L\right)$$

如果 $U_2 \rightarrow \infty$ 则得到：

$$R_c C_c = \frac{4R_g L}{(R_g + R_f)}$$

取 $C_c = 1nF$ 得到：

$$R_c = \frac{4R_g L}{(R_g + R_f)C_c} = 2K\Omega$$

频率特性波特图如图 8-49 所示。

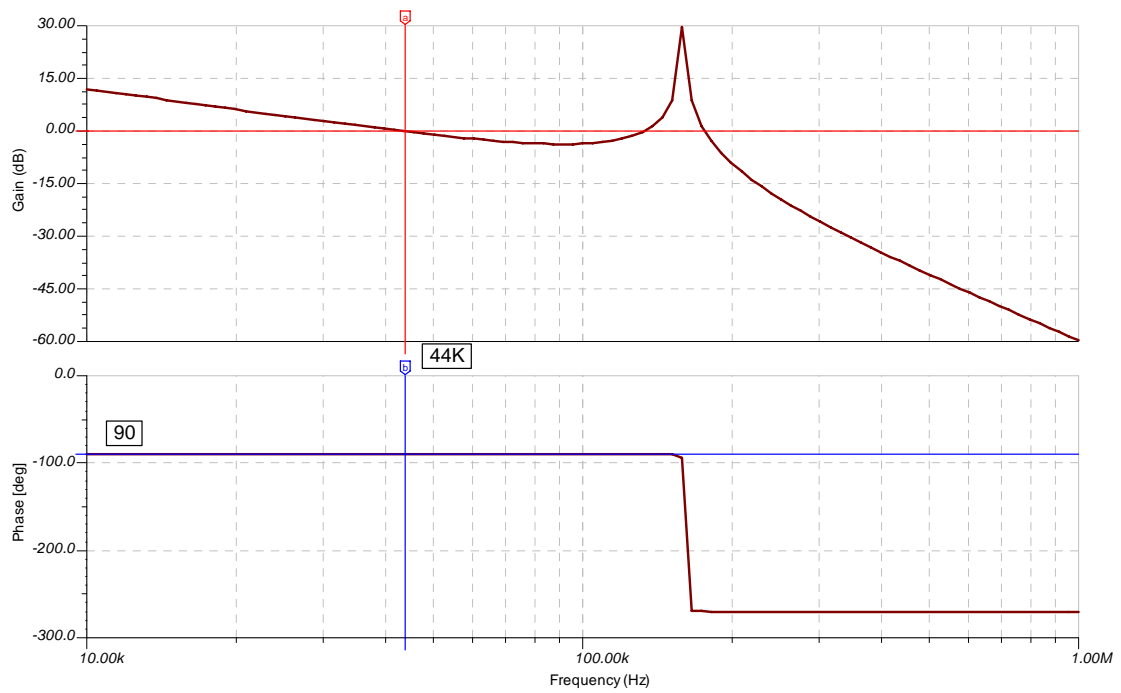


图 8-49 积分电路的开环高频小信号电路频率特性波特图

方波响应如图 8-50 所示，其中考虑了电感 L 的 $R_{esr}=1$ 欧姆，否则会发生振荡。。

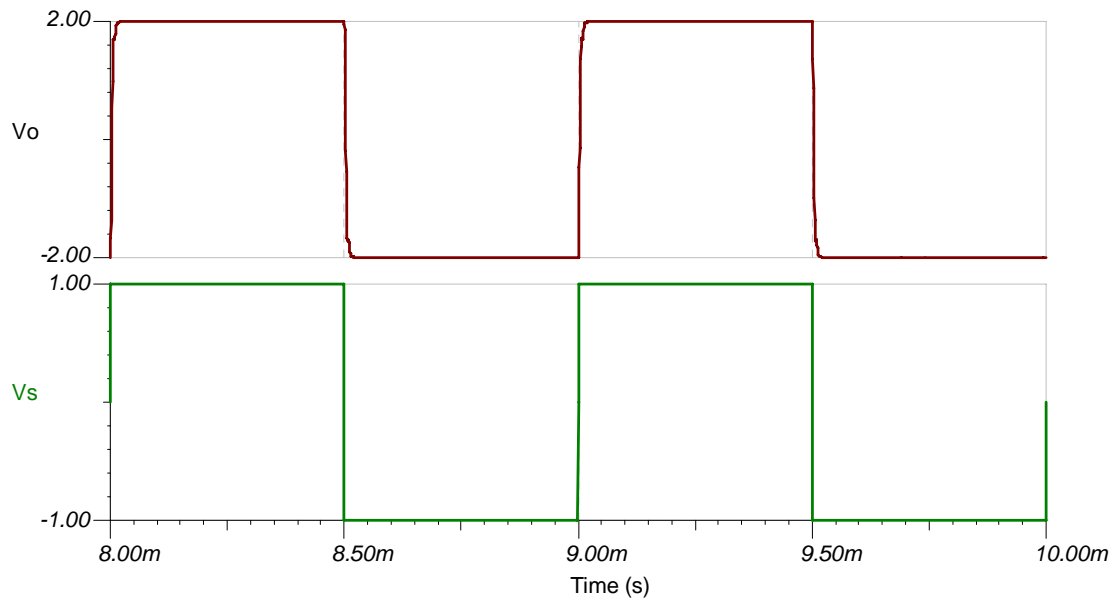


图 8-50 积分电路的开环高频小信号电路频的方波响应波形图

8.5 比例积分电路

图 8-51 所示电路为比例积分电路，其中的 U1 实现了输入和比例积分的功能。这里的负载为 LC 串联的振荡电路。通过电压串联负反馈实现了 2 倍的放大功能。比例积分补偿从本质就已经否定了 2 阶巴特沃思特性的可能，而只有积分补偿才是具备近似的巴特沃思特性

的。比例积分环节的传递函数为 $\frac{R_{c2} + \frac{1}{C_c s}}{R_{c1}} = \frac{R_{c2} C_c s + 1}{R_{c1} C_c s}$ ，高频段为比例环节，放大倍数为

$\frac{R_{c2}}{R_{c1}}$ ，低频段为积分环节 $\frac{1}{R_{c1} C_c s}$ 。

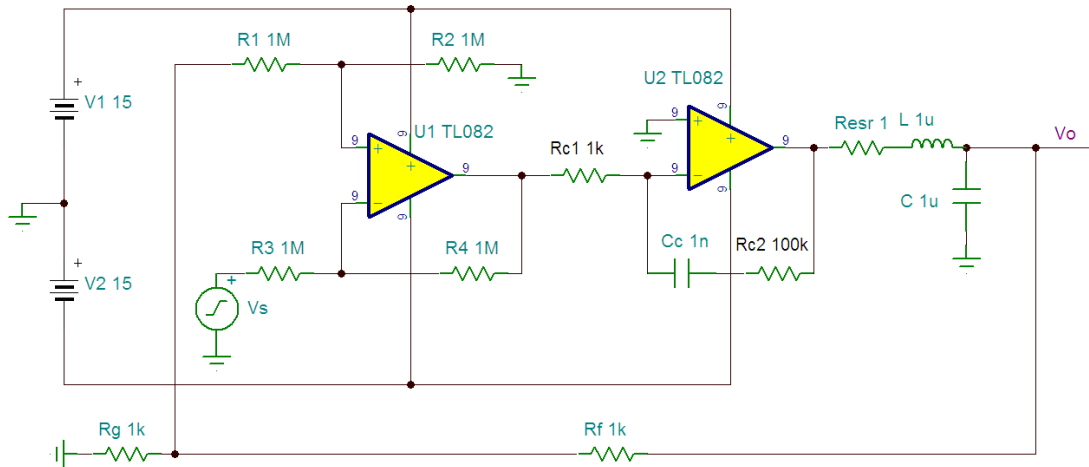


图 8-51 比例积分电路图

开环高频小信号等效电路如图 8-52 所示。

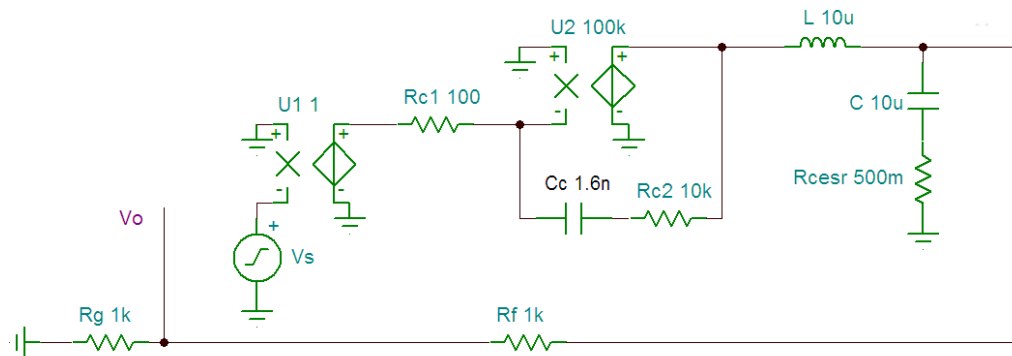


图 8-52 比例积分开环电路的高频小信号电路图

负载部分的频率特性如图 8-53 所示。其中 LC 的自然振荡频率为 $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 16\text{Khz}$ ，

电容 C 和 Resr 形成的零点为 $\frac{1}{2\pi R_{esr} C} \approx 32\text{Khz}$ 。需要提升 40db，这就意味着 Rc2 与 Rc1

的比值为 100。选择比例积分环节的转折频率为 1Khz，积分环节的穿越频率为 100Khz，即

$\frac{1}{2\pi R_{c1} C_c} = 100\text{KHz}$ 。取 $R_{c1}=1\text{K}$ ，得到 $R_{c2}=100\text{K}$ ， $C_c=1.6\text{nF}$ 。

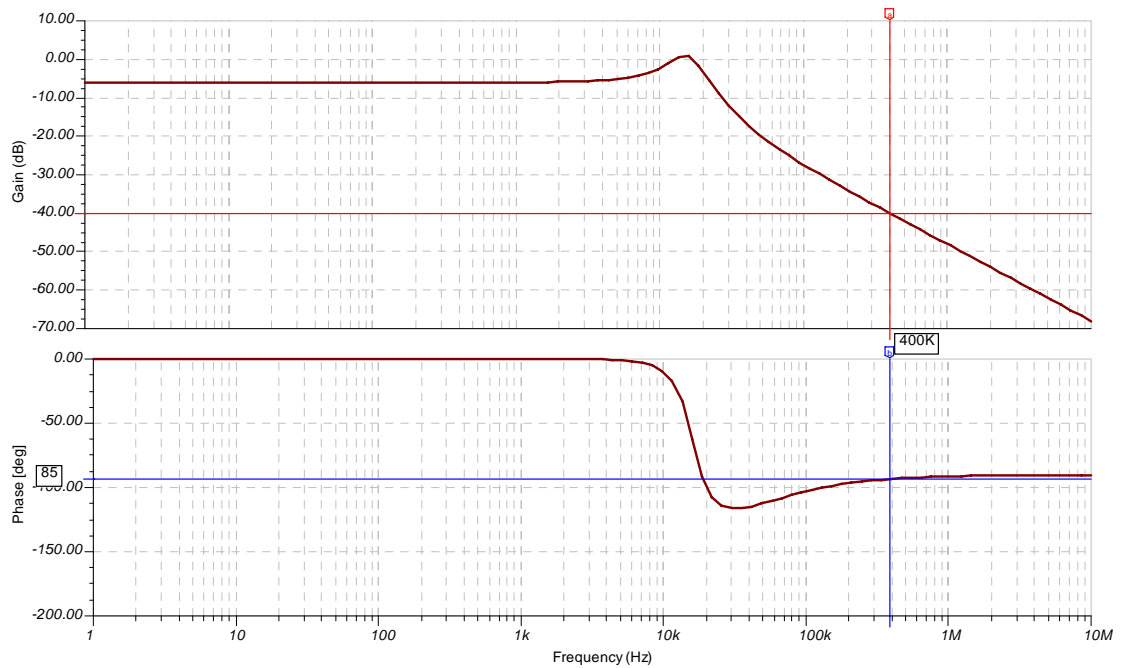


图 8-53 比例积分开环电路负载部分的频率特性波特图

补偿后的频率特性波特图如图 8-54 所示。

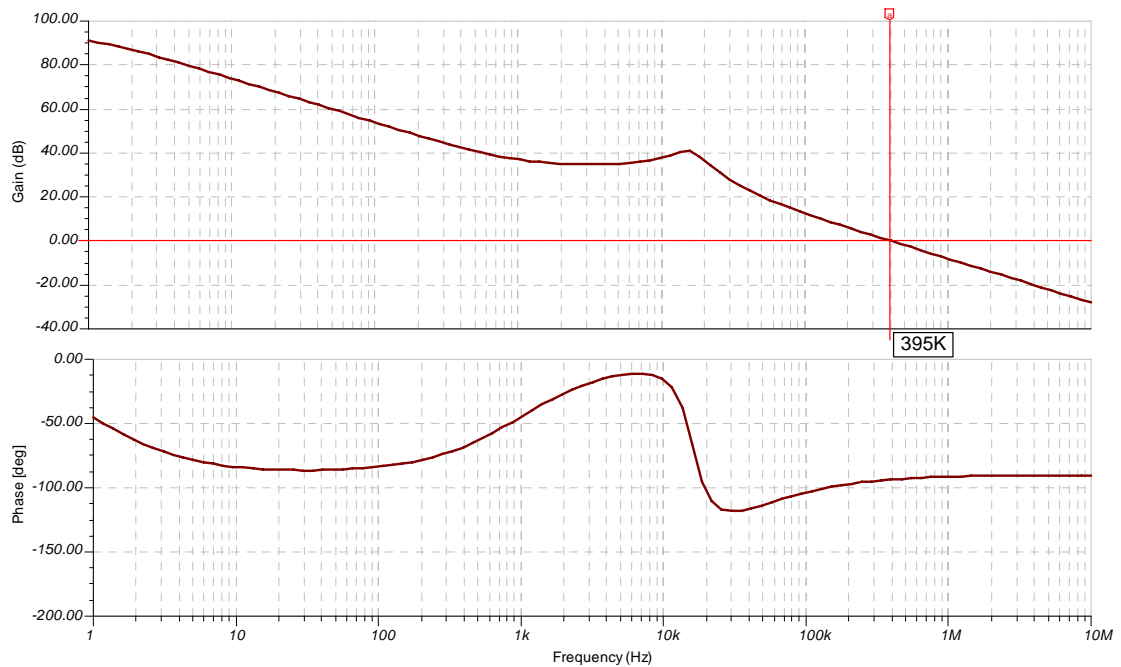


图 8-54 比例积分开环电路频率特性波特图

方波响应如图 8-55 所示。

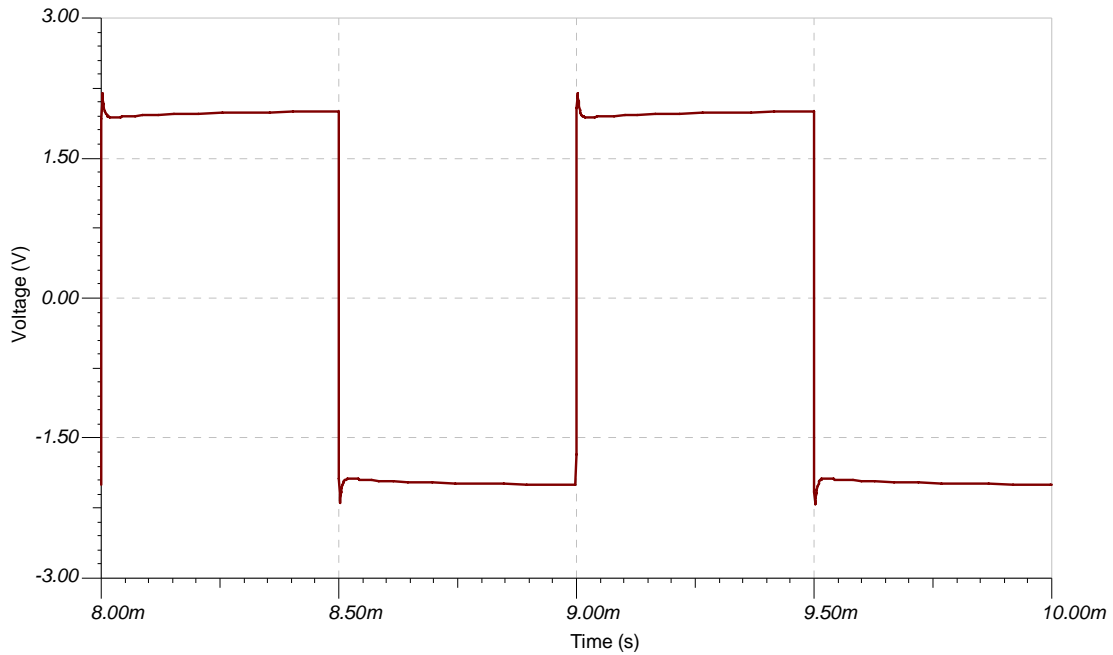


图 8-55 比例积分电路的方波响应波形图

比例积分电路来的积分环节的电容取值范围很大，在这个实例中， C_c 只要不低于 10pF 就可以保证稳定性而且穿越频率也几乎不变。这其实要归功于电容 C 的等效串联电阻 R_{cesr} 。然而值得庆幸的就是大容量电容通常使用电解电容而其 ESR 通常比较大。

8.6 电流源电路

图 8-56 为常见的电流源电路，但由于 MOSFET 的 C_{gd} 不小，会与运放的输出电阻 R_o 形成一个频率不高的极点，由于运放本身的带宽也不是很大，这个极点会减小相位裕量从而导致稳定性不好。笔者采用的补偿方法是在运放的输出端采用 RC 串联的滞后超前补偿。考虑到负载电阻的线路存在分布电容，需要并联一个较大的电容 C_L 来消除可能的线路电容变化，即如果线路分布电容在 1nF 左右的话，并联一个 10nF 电容可以令分布电容的变化导致的影响大幅降低。并且这个电容还可以起到补偿作用从而提高了相位裕量。

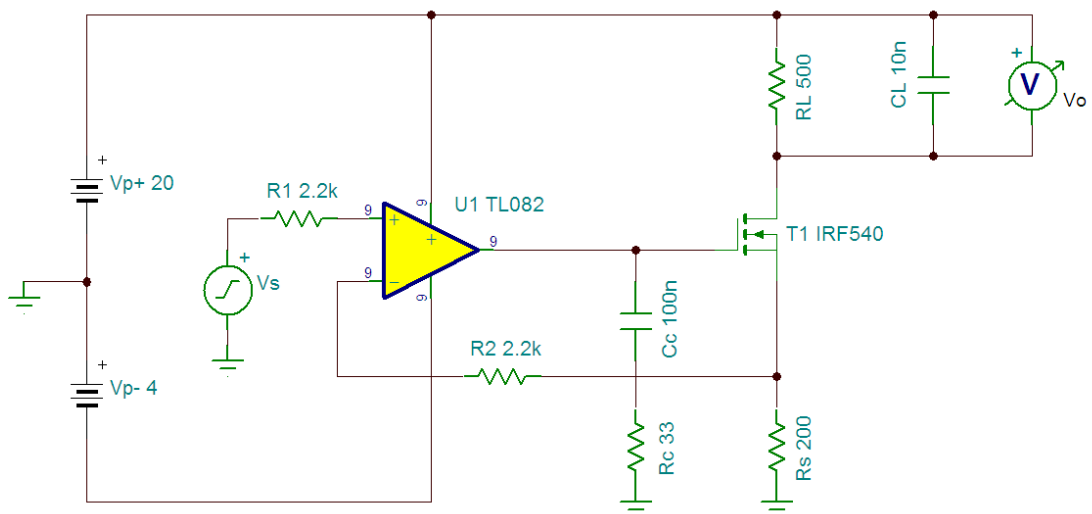


图 8-56 采用滞后补偿的电流源电路图

简化的开环高频小信号等效电路如图 8-57 所示。其中 R_{op} 和 C_{op} 模仿了一个开环放大倍数为 100db 的运放，其主导极点为 100hz，高频极点为 20Mhz。VCVS4 模仿了 MOSFET 的电压跟随器功能。

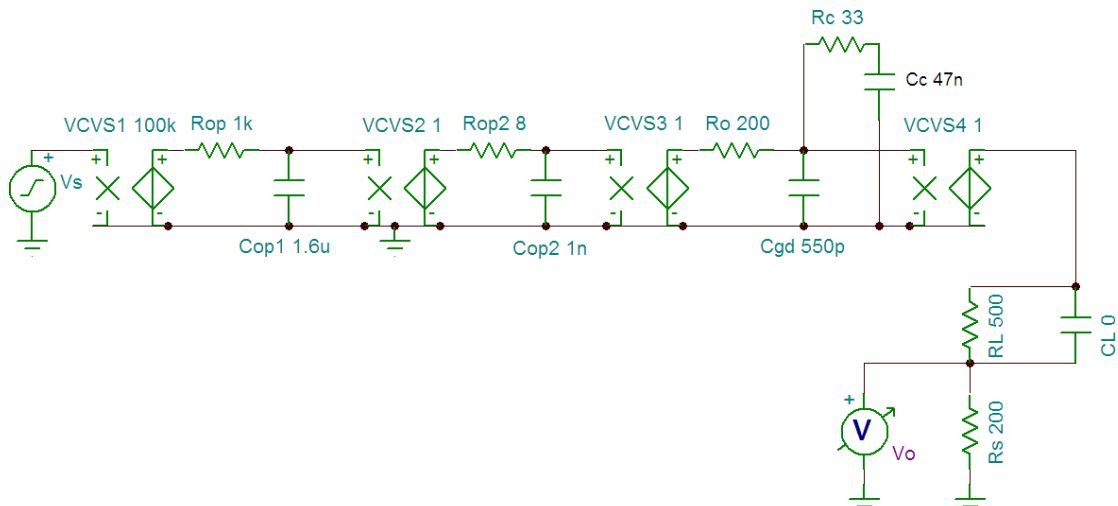


图 8-57 采用滞后补偿的电流源的高频小信号等效电路图

先考虑 R_L 为最小的 1 欧姆的情况。显然 R_c 与 C_{gd} 会形成一个极点，因为运放在 20M 存在一个极点，这里选择 R_c 和 C_{gd} 的极点频率为 10M。即 $1/6.28 * R_c * C_{gd} = 10M$ ， $C_{gd} = 550pF$ ，得到 $R_c = 33$ 欧姆。 R_c 和 C_c 形成一个零点，设置穿越频率为 1M，并位于 R_c 和 C_c 的零点与 10M 的中间位置，即 $1/6.28 * R_c * C_c = 100K$ ，得到 $C_c = 47nF$ 。

频率特性仿真波特图如图 8-58 所示。其中穿越频率为 1.4M，相位裕量 75 度。与计算结果基本吻合。

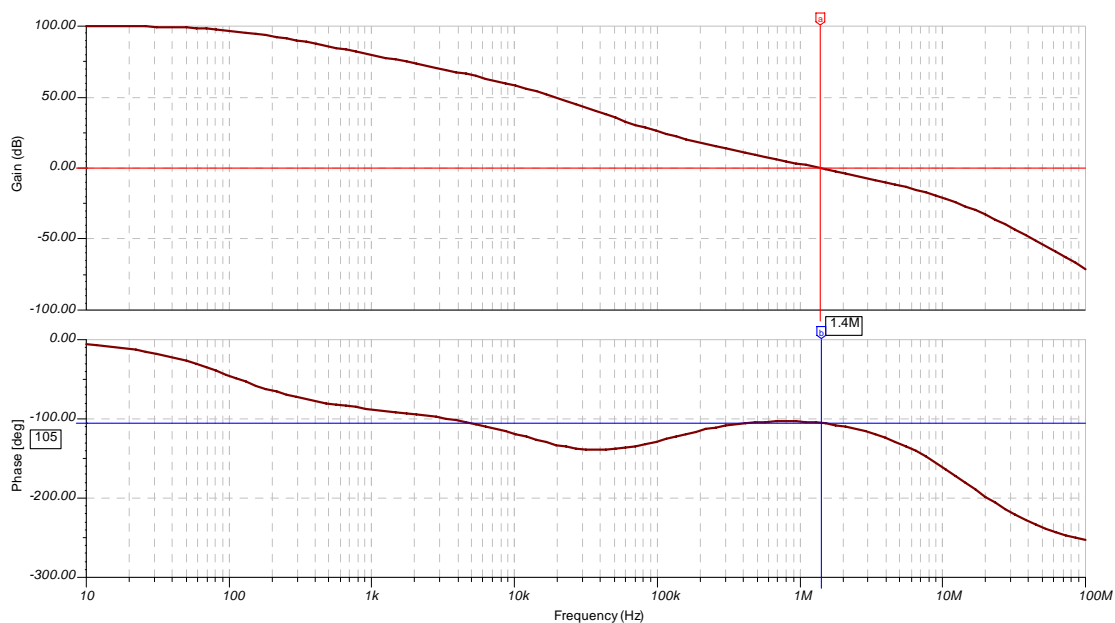


图 8-58 采用滞后补偿的电流源的高频小信号等效电路的仿真频率特性波特图 ($R_L=1$ 欧姆)

当 $R_L=500$ 欧姆的时候，显然开环放大倍数降低了 3.5 左右。也就是说，穿越频率降低了 3.5 倍，即 400K。仿真波特图如图 8-59 所示。其中穿越频率 400K，相位裕量 75 度。

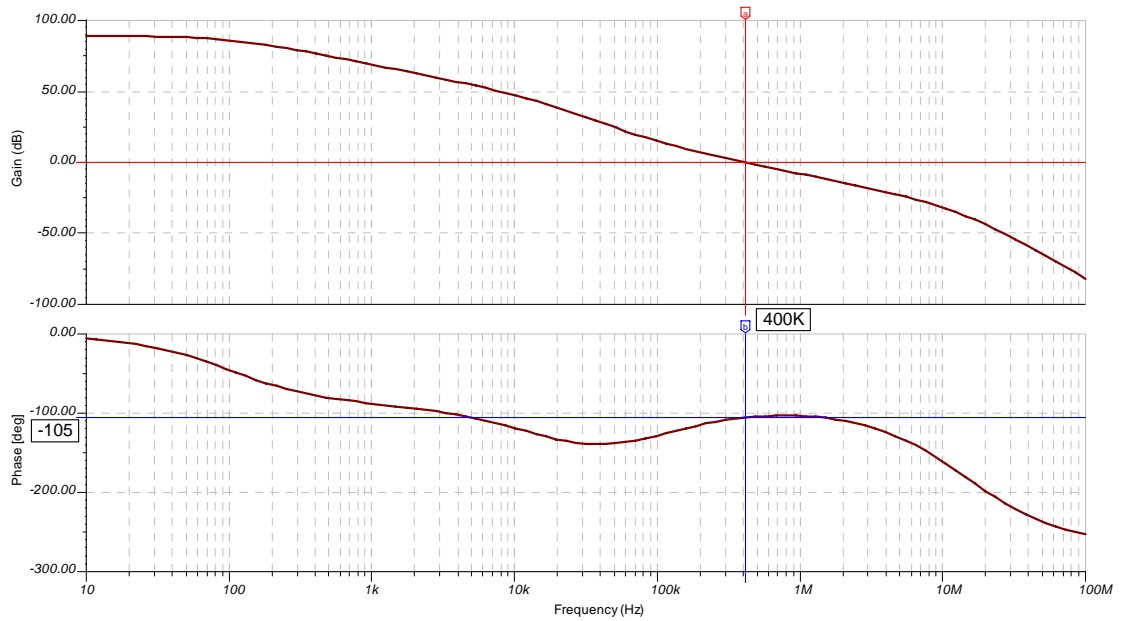


图 8-59 采用滞后补偿的电流源的高频小信号等效电路的仿真频率特性波特图 ($R_L=500$ 欧姆)

当 $R_L=1$ 姆和 500 欧姆时候的方波响应如图 8-60 和 8-61 所示。

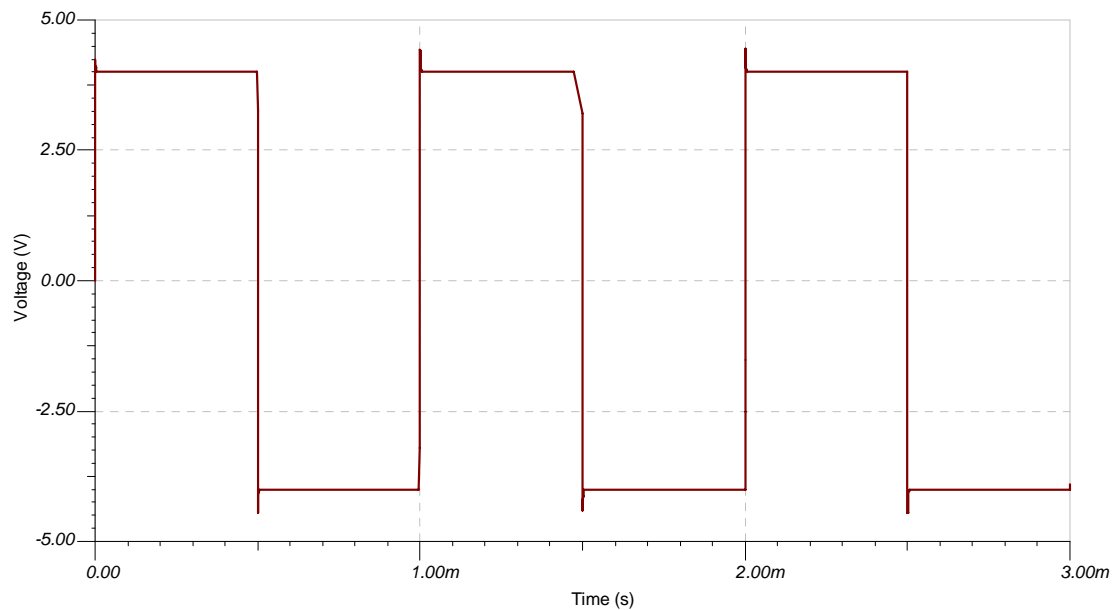


图 8-60 采用滞后补偿的电流源的高频小信号等效电路的方波响应波形图 ($R_L=1$ 欧姆, $C_L=0$)

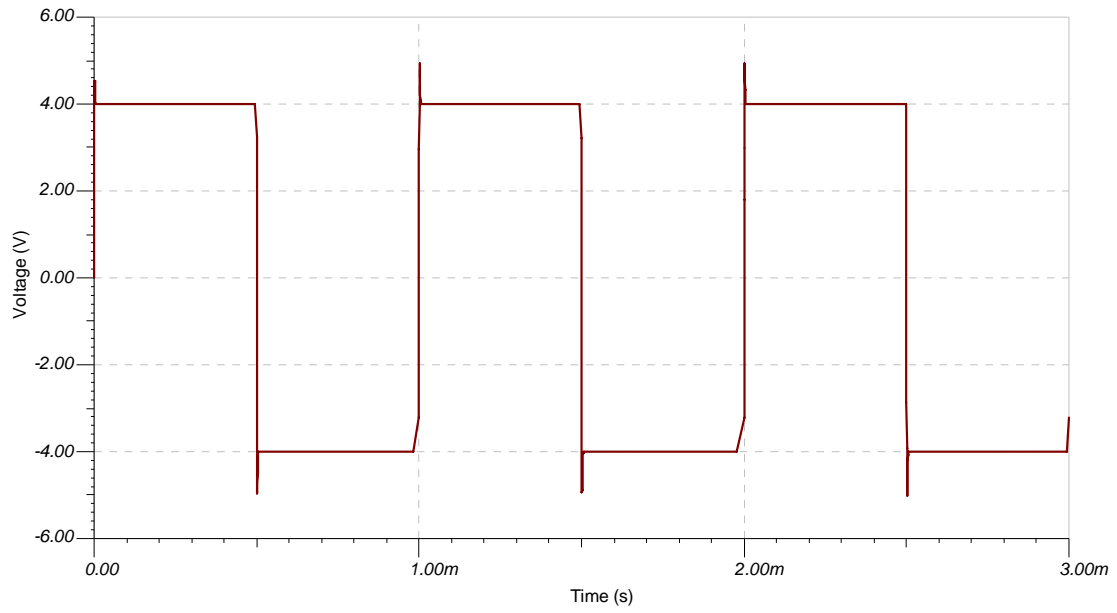


图 8-61 采用滞后补偿的电流源的高频小信号等效电路的方波响应波形图 ($R_L=500$ 欧姆, $C_L=0$)

如果 $C_L=10\text{nF}$, 方波响应如图 8-62 所示。可以看出输出的过冲大幅减小。

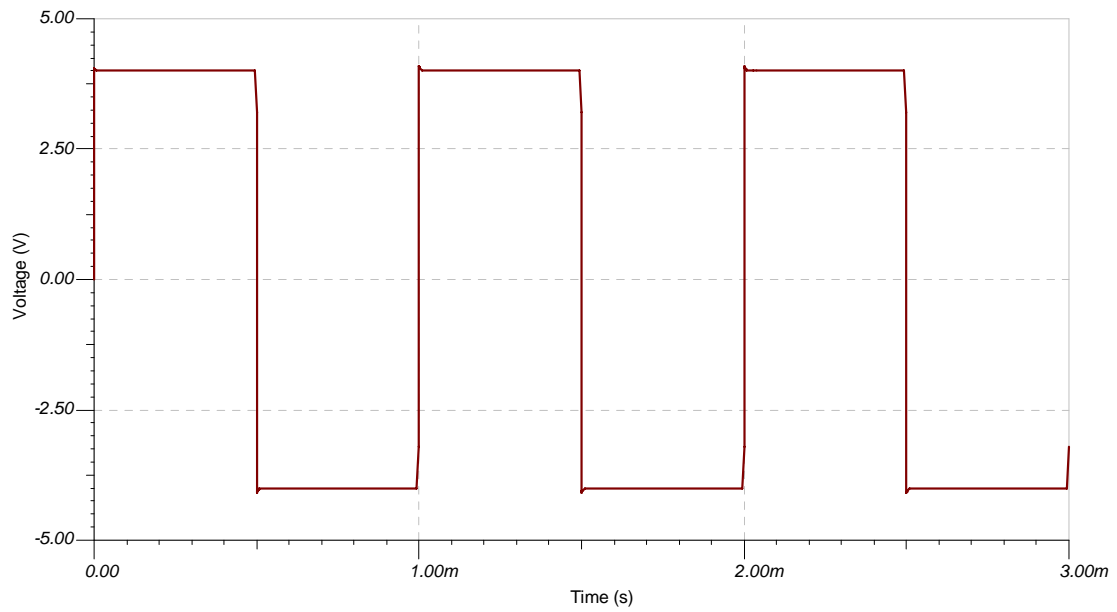


图 8-62 采用滞后补偿的电流源的高频小信号等效电路的方波响应波形图 ($R_L=500$ 欧姆, $C_L=10\text{nF}$)

附录 A 关于对称推挽电路的合并

图 A-1 为一个使用电阻串并联的对称电路。其中 $R_1=R_1', R_2=R_2'$ 。

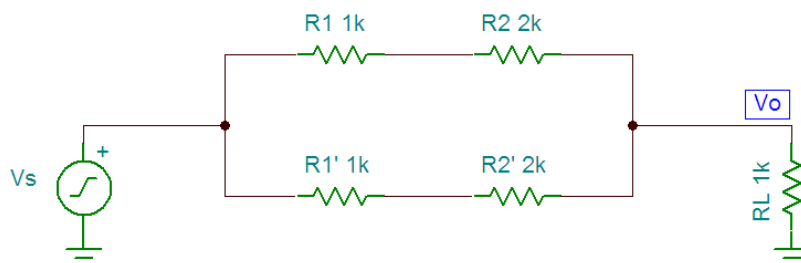


图 A-1 使用电阻的上下对称的并联电路

显然有如下关系：

$$\frac{V_o}{R_L} = \frac{V_s - V_o}{(R_1 + R_2) // (R_1' + R_2')} = \frac{V_s - V_o}{\frac{(R_1 + R_2)}{2}} = \frac{V_s - V_o}{(R_1 // R_1' + R_2 // R_2')}$$

这就意味着图 A-1 电路可以完全等效为图 A-2 所示电路。

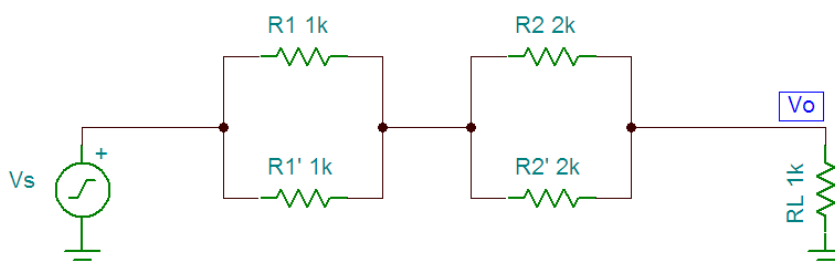


图 A-2 使用电阻的上下对称的并联电路的等效电路

可以推广到 N 个电阻串联之后再与 N 个同样串联的电阻并联的情况。当然也可以推广到电容电感与电阻的混合电路中，只要能保证 2 个并联电路对称，那么就可以等效为上下同样参数的同类型器件的并联之后的串联。如图 A-3 所示。

也可以这样证明，因为上下的器件类型和参数一致，所以 2 者 2 端的电压和电流就是一样，所以这就等效为 2 者的并联。在这里把这种做法称为对称并联电路的“合并”，即上下一样的电路，从并联方式转换为串联形式，从而把 2 个相同的并联电路变成等效的单独的串联电路，这为分析 ClassB 以及 ClassAB 电路打下基础，因为这 2 者都是属于对称器件的并联，一旦转化为串联形式将会大幅简化计算工作量。

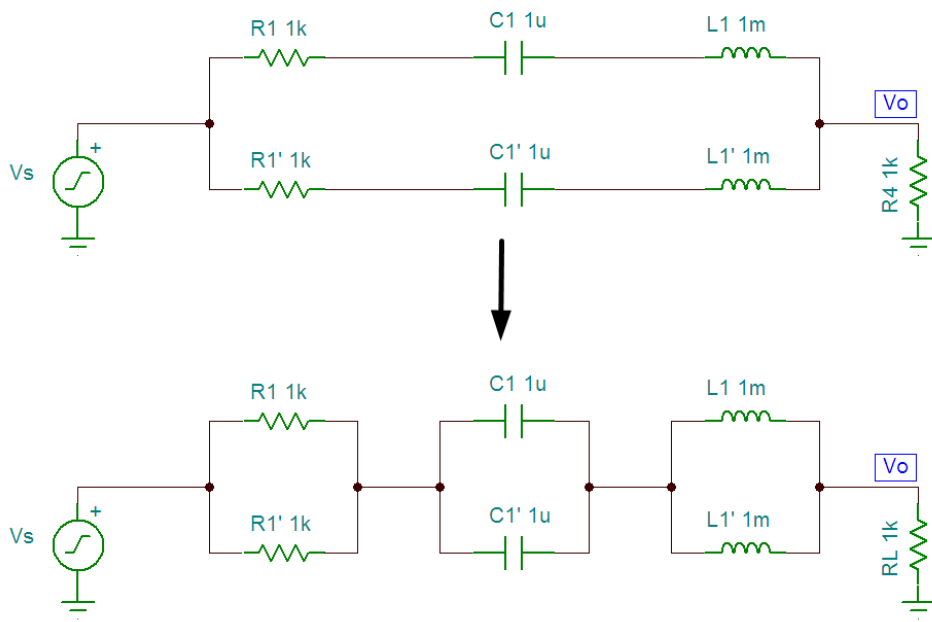


图 A-3 使用电阻电容和电感的上下对称并联电路及其等效电路

即使出现图 A-4 所示的有器件的电流流向 GND，这个等效也依然成立。如果中间连接 R，那么这个 R 相当于断路即不存在。

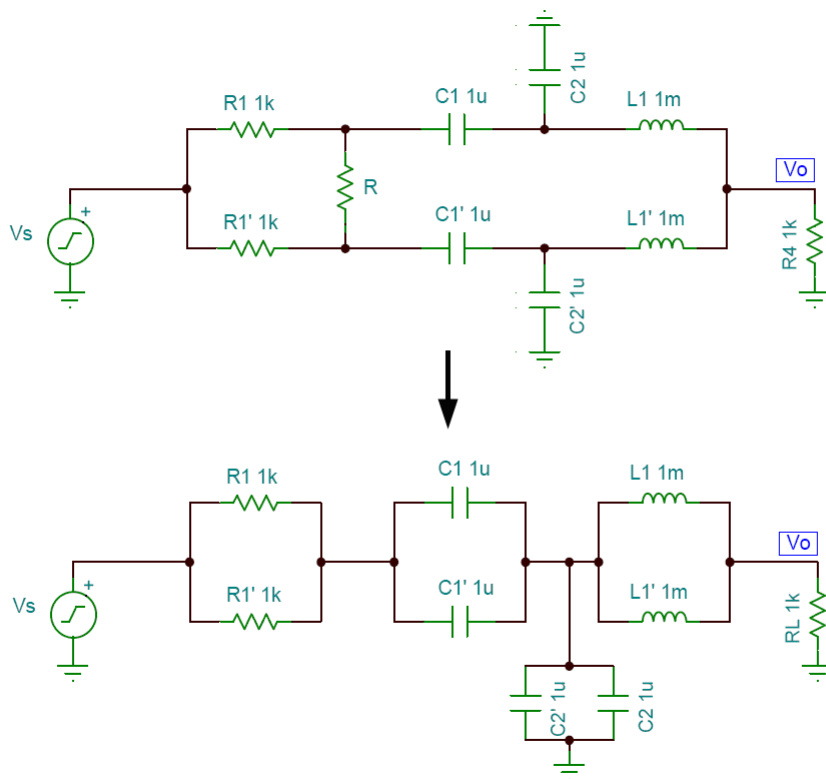


图 A-4 使用电阻电容和电感的上下对称并联电路及其等效电路（有器件接地）

对于使用 NPN 和 PNP 对称互补三极管的 ClassB 类电路，其高频交流等效的小信号电路如图 A-5 所示。虽然是不同类型的三极管，但是交流等效电路其实是完全对称的（虽然实际的互补的三极管不可能完全对称，仅仅是近似，这里当然按理想情况考虑）。其中 PNP 的受控电流源的方向其实是流向 RL 负载的，图中箭头虽然向下，但其实是向上。因此，上下的 NPN 和 PNP 的电路是完全对称的（对于 PNP 三极管来说，小信号的交流信号在直流工作点的基础上，电流可以由 N 流向 P。然而对于交流等效电路来说，不存在直流工作点的问题，gm4 作为电压控制的电流源，其电流方向可以由箭头所示，也可以相反。在实际的 ClassAB 或 ClassB 电路中，NPN 三极管的输出电流增大多少，PNP 的就减小多少，而减小就是电流流向负载 RL 的方向）。即 $C_{be3}=C_{be4}$, $C_{bc3}=C_{bc4}$, $r_{be3}=r_{be4}$, $g_{m3}=g_{m4}$, $R_{e3}=R_{e4}$ 。

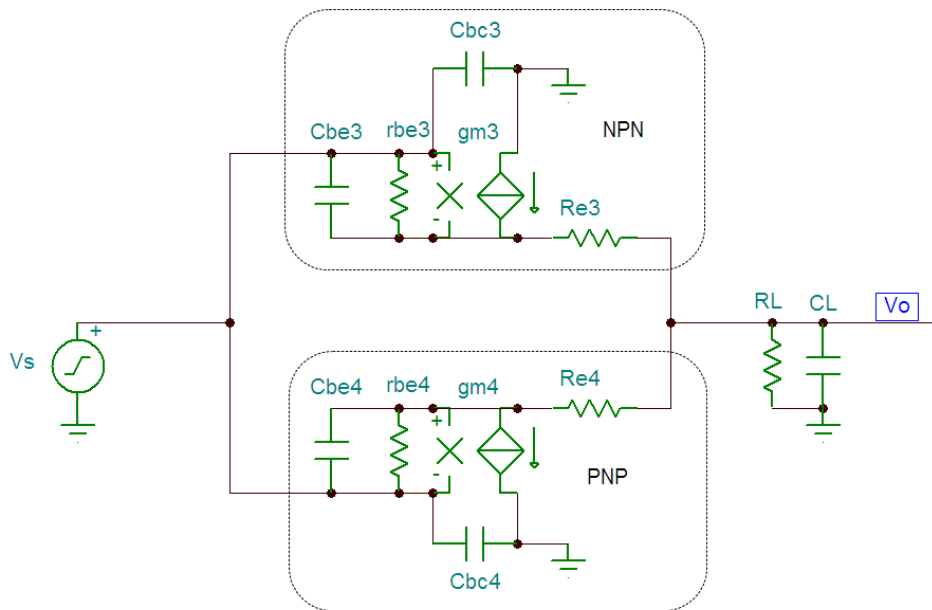


图 A-5 使用 NPN 和 PNP 互补对称三极管的 ClassB 电路的高频小信号等效电路

虽然这里的 g_{m3} 和 g_{m4} 作为电压控制电流源 (VCCS)，是完全对称的，但毕竟其不像电阻和电容以及电感一样是一个 2 端器件，上面的等效原理也没有提到 VCCS 等受控源的问题，但事实上，对于受控源，上述的等效依然是成立的。这很容易理解，因为受控源的输入的电压和电流以及输出的电压和电流都是上下对称而相等的，所以必定也满足上述的等效。然而这种等效实际上是“叠加”，就像电阻的并联一样。 g_{m3} 和 g_{m4} 的“叠加”的结果就是两者相加。于是“合并”后的等效电路如图 A-6 所示。其中的电阻因为并联而缩小一倍，但电容扩大一倍，VCCS 的跨导 g_m 扩大一倍。

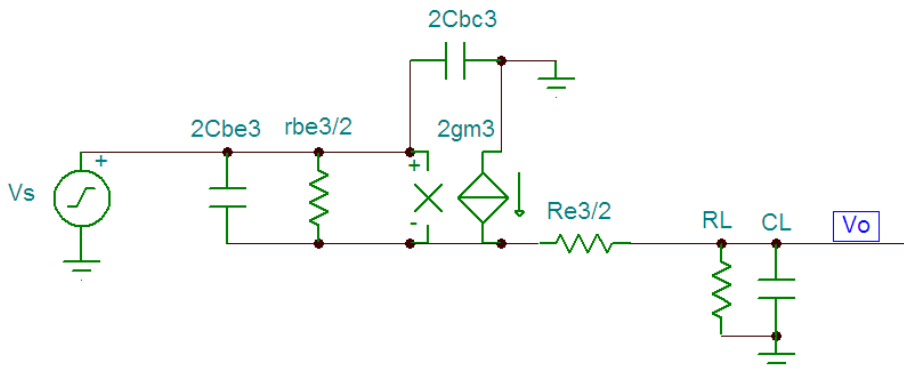


图 A-6 合并后的使用 NPN 和 PNP 互补对称三极管的 ClassB 电路的高频小信号等效电路

对于 ClassAB 电路来说，其高频等效电路可以存在 2 种情况，其一为图 A-7 所示。此时与 ClassB 是一样的，仅仅是多了电压源的偏置，但考虑电压源的内阻 R_s 。其合并后的结果依然就是电阻减半，电容增加一倍，而跨导增加一倍。

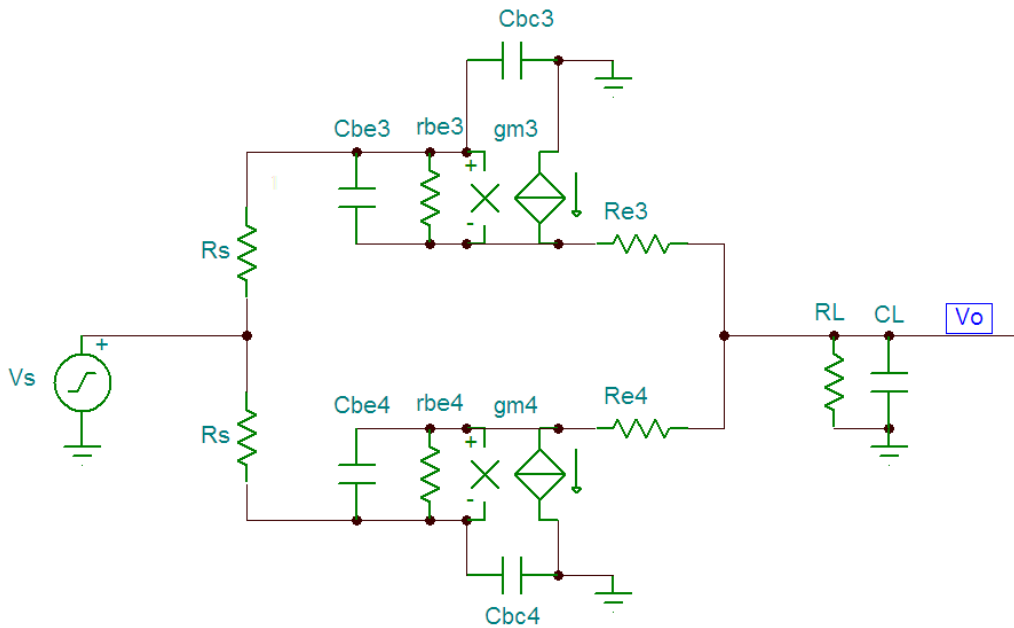


图 A-7 使用 NPN 和 PNP 互补对称三极管的 ClassAB 电路的高频小信号等效电路（情况 1）

另外一种的 ClassAB 的高频小信号电路如图 A-8 所示。其中考虑了偏置二极管的内阻 R_d 。显然这种情况考虑到 R_d 很小，而可以忽略的时候，就是 ClassB 的情况了。

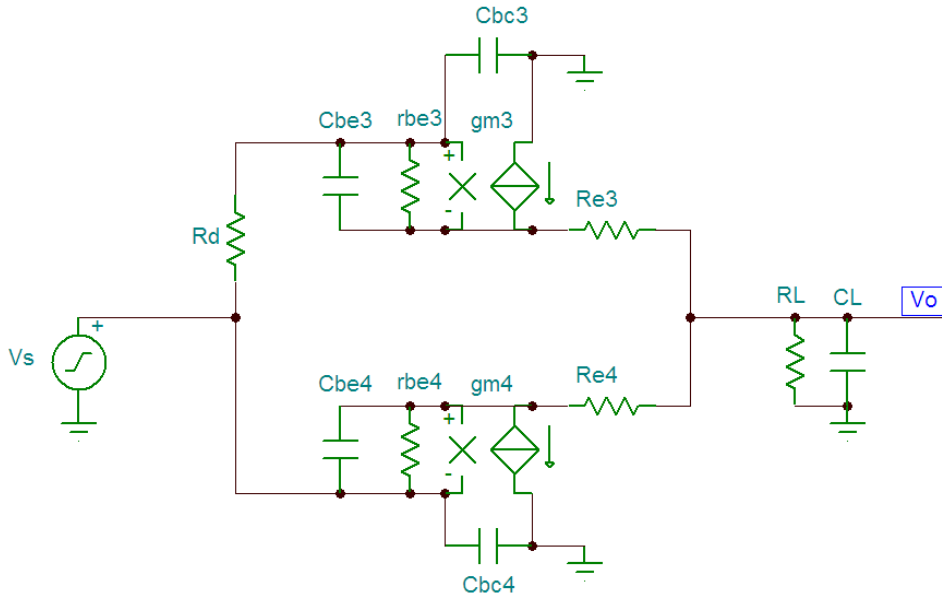


图 A-8 使用 NPN 和 PNP 互补对称三极管的 ClassAB 电路的高频小信号等效电路（情况 2）

只有在 ClassAB 的偏置电压足够大，三极管静态电流比较大的情况下，合并才可能存在。如果静态电流过小，则会导致一个三极管导通的时候另一个截止，那么就不可能进行合并了，此时 2 个三极管保持各自的参数不变，然而 Cbc3 和 Cbc4 依然需要“合并”，仅仅就是 Cbe 和 Rbe 以及 gm 无需增大一倍和减小一半以及增大一倍了。

如果输入为电流源，依然可以进行合并。对于如图 A-9 所示的复合管的 ClassAB 输出级电路，输入为电流源一样可以进行合并。其中的 Re1, Re3 分别减半，而 T1, T3 的 Cbc 和 Cbe 电容加倍，跨导 gm 增大一倍。

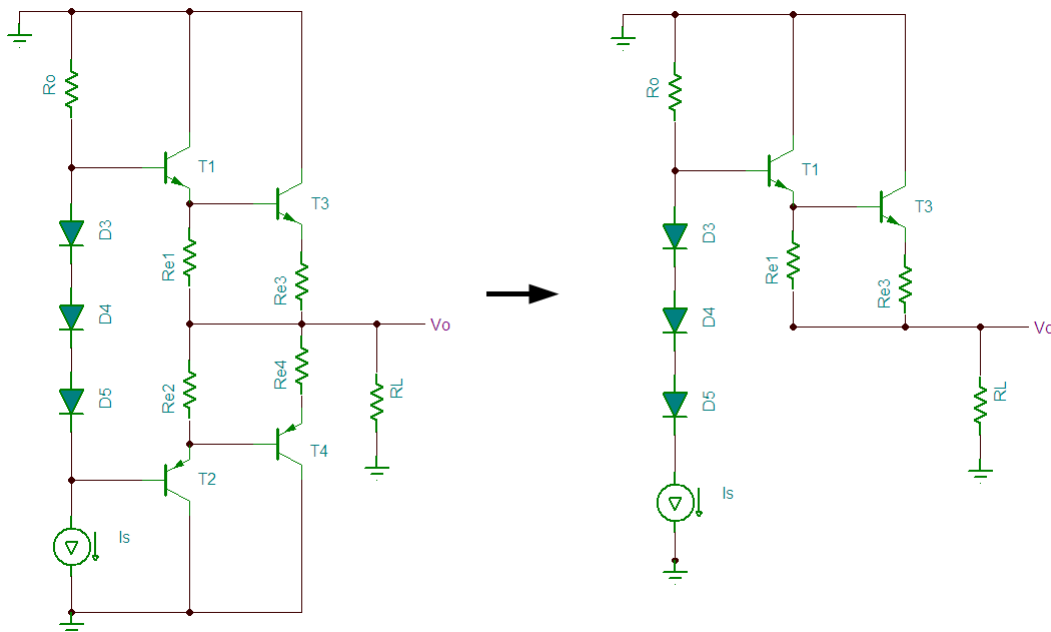


图 A-9 使用复合 NPN 和 PNP 互补对称三极管的电路

如果将 Re1 和 Re2 合并为一个，并且不连接输出 Vo，如图 A-10 所示，那么毫无疑问，此时的 Re1 和 Re2 相当于断路。这 2 个电阻的作用是提供 T1, T2 静态工作电流，电阻越小，

那么 T1 和 T2 的输出电阻就越小，这样作为跟随器的效果越好。

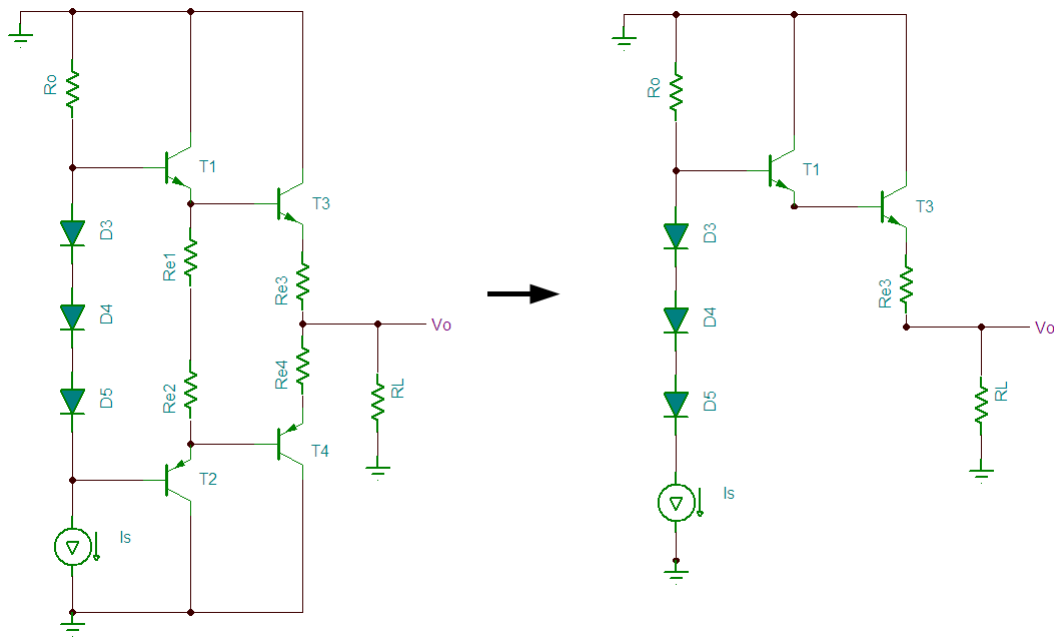


图 A-9 使用复合 NPN 和 PNP 互补对称三极管的电路 (R_{e1} 和 R_{e2} 合并)

附录 B 关于压摆率的计算

图 B-1 为一个 2 级的放大电路，每级都是共射极放大。为了把电路校正为接近 2 阶巴特沃思特性电路，也就是一个主导极点和一个高频极点的电路，其中高频极点约为穿越频率的 2 倍。此时的电路本质为一个阻尼比约 0.6 的 2 阶振荡电路，但是由于高频极点远远大于主导极点频率，所以可以近似看作一阶环节，于是乎就产生了 GBW（增益带宽积）的概念，以及随之而生的压摆率（SlewRate），简称 SR。

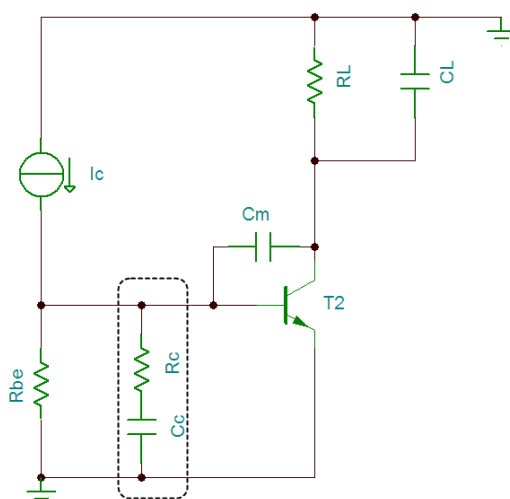


图 B-1 两级放大电路的交流等效电路

对于 RC 一阶电路的阶跃响应来说，其时间域特性的方程为（其中 A 为幅度，Vo 为输出电压）：

$$V_o(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

所谓的 SR 的定义为 0 时刻的斜率，须 Vo 求导，得到：

$$V_o'(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} \times \left(\frac{1}{RC} \right)$$

时刻 0 的斜率也就是 SR 为：

$$SR = V_o'(t) = \frac{A}{RC}$$

图 B-1 的电路可以采用 2 种补偿方法来把电路校正为 2 阶巴特沃思特性电路，一个就是采用米勒电容 Cm 的补偿方法，另一个就是采用 Rc 和 Cc 的 RC 并联校正方法。

对于采用 Cm 米勒电容补偿校正的电路来说，因为已经校正为近似的一阶电路，而且主导极点就是 $1/(6.28 \cdot R_{be} \cdot C_m \cdot g_{m2} \cdot R_L)$ ，其中 $g_{m2} \cdot R_L$ 为 T2 的放大倍数。计算 SR 需要知道最大的集电极电流 Ic，而 $A = I_c \cdot R_{be}$ ，R 就是 Rbe。得到第一级放大即 T1 的 SR 为：

$$SR = \frac{I_c R_{be}}{R_{be} C_m g_{m2} R_L} = \frac{I_c}{C_m g_{m2} R_L}$$

因为 T2 放大了 $g_{m2} \cdot R_L$ 倍，所以 SR 需要提高 $g_{m2} \cdot R_L$ 倍，得到：

$$SR = \frac{I_c}{C_m}$$

对于采用 RC 校正的电路来说，Rbe 和 Cc 形成主导极点，因此得到 SR 为：

$$SR = \frac{I_c}{C_c} \times g_{m2} R_L$$

不难看出 SR 的概念仅仅是针对一阶环节的，对于 2 个串联的一阶环节肯定无法适用。高阶的电路更不可能有 SR 的概念。事实上对近似一阶的实际电路，由于高频极点频率极高，对于 SR 的测量，通常也不可能计算 0 时刻的斜率，而是测量其可能的最大斜率作为 SR。

对于非 GBW 补偿型的电路来说，原则上没有 SR 的问题。但是由于很多电路不可能都补偿为近似的 2 阶巴特沃思特性，而又要套用 SR 的时候，可以近似计算某段上升沿的最大斜率作为 SR。

对于 2 阶以上的高阶电路人们通常用上升沿从 10%~90% 作为上升时间，从而计算带宽。关于高阶电路的带宽以及 SR 和带宽的关系，可参考附录 C。

附录 C 方波响应的带宽

理想的方波应该是上升沿/下降沿时间为 0，但现实的方波不可能这样。通常定义在稳定状态，幅度从 10%~90%的时间为上升沿时间。下降沿也应该是一样的定义。现实的电路都是滤波电路，上升/下降时间是由电路的带宽决定的。带宽通常定义为-3db 带宽，即一阶低通滤波电路的转折频率。这就是说，从受制于电源电压的小信号电路的角度看，一个理想的方波，因为被一阶环节低通滤波而产生了上升/下降沿的时间不为 0 的现象。

然而一个现实的方波发生电路，是受制于电源电压的限制的，通常是由数字电路实现，为了实现陡峭的边沿变化，需要诸多的电路设计技巧，但不属于小信号的模拟放大电路的设计，例如使用了正反馈等方法提高边沿的陡峭度。

方波可以通过傅立叶变换而得到无数谐波的叠加，而且是纯正弦信号叠加产生的波形，可以通过上升/下降沿时间来定义带宽。而压摆率是非线性的指标属于饱和因素导致的最大边沿变化。

既然理想的方波被一阶低通滤波后产生了有限的非 0 的上升/下降时间，那么就与带宽有关了。设方波的幅度为 A，带宽为由一个 RC 的低通滤波产生，带宽 BW 就是：

$$BW = \frac{1}{2\pi RC}$$

一个方波的上升沿是个阶跃变化，设输出电压为 V (t)，得到：

$$V(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

即：

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(1 - \frac{V(t)}{A}\right)$$

当 V (t) =0.1A 的时候，得到：

$$-\frac{t}{RC} = \ln(1 - 0.1) \approx -0.1$$

这就是说输出电压从 0 到 0.1A 的时间 t1 为：

$$t_1 \approx 0.1RC = 0.1 \times \frac{1}{2\pi \times BW} \approx \frac{0.0159}{BW}$$

当 V (t) =0.9A 的时候，得到：

$$-\frac{t}{RC} = \ln(1 - 0.9) \approx -2.3$$

这就是说输出电压从 0 到 0.9A 的时间 t2 为：

$$t_2 \approx 2.3RC \approx 2.3 \times \frac{1}{2\pi \times BW} \approx \frac{0.366}{BW}$$

上升沿 tr 时间为从 0.1A~0.9A，得到：

$$t_r = t_2 - t_1 \approx \frac{0.366}{BW} - \frac{0.0159}{BW} \approx \frac{0.35}{BW}$$

压摆率 SR 指的是正弦信号（也可以是其他信号，例如指数规律变化的信号），在某个频率某个幅度在时间为 0 的时候的输出电压的变化率。设正弦信号为：

$$V(t) = A \sin(\omega t)$$

求导数得到:

$$SR = \left. \frac{dV(t)}{dt} \right|_{t=0} = A\omega = 2\pi Af \quad (\text{C-1})$$

对于运放类的放大电路来说, **SR** 有限(通常受制于电源电压幅度限制和电流源的饱和限制), 故输出电压的最大幅度和频率就成反比。信号输出的幅度越小, 那么频率范围就越大。幅度 **A** 是受制于电源电压的, 不可能超过电源电压, 所以存在最大输出幅度的频率即所谓的“全功率带宽”。

通过测量一个电路的方波响应, 可以得到 10%~90% 上升沿的时间从而得到带宽 **BW**。如果这个电路接近于一阶环节, 那么 **BW** 和 **SR** 的关系由式 C-1 决定, 其中 **f** 就是 **BW**。

附录 D 考虑发射极电阻电容的共射放大电路

当共射放大电路的输入为电流源 I_c 并且发射极有电阻 R_e 电容 C_e 并联而且还考虑集电极电阻 R_c 和负载电容 C_L 的情况下的交流等效电路如图 D-1 所示。

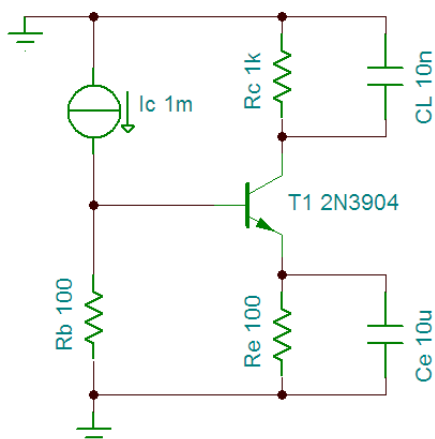


图 D-1 考虑发射极电阻和电容的共射放大电路的交流电路

高频小信号等效电路如图 D-2 所示。

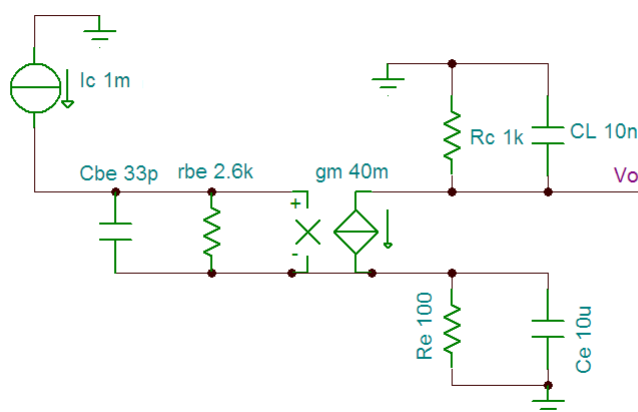


图 D-2 考虑发射极电阻和电容的共射放大电路的交流高频小信号等效电路

当 C_e 足够大的时候，可以看作交流短路，即使对于极低频信号也近乎如此。那么可以得到 V_o 对于 I_c 的传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{I_c(s)} = g_m \frac{r_{be}}{r_{be} C_{be} s + 1} \frac{R_c}{R_c C_L s + 1}$$

因为 r_{be} 和 C_{be} 都很小，特别是 C_{be} 远小于 C_L ，所以可以看作只有一个主导极点，其频率为 $1/(6.28 * R_c * C_L)$ ，高频极点为 $1/(6.28 * r_{be} * C_{be})$ 。电路的传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{I_c(s)} = - \frac{g_m r_{be} R_c + g_m R_e C_e R_c r_{be} s}{R_e C_e R_c C_L C_{be} r_{be} s^3 + (R_e C_e C_{be} r_{be} + R_c C_L C_{be} r_{be} + R_e C_e R_c C_L) s^2 + (r_{be} C_{be} + R_e C_e + R_c C_L) s + 1}$$

当 $C_e \rightarrow \infty$ 时得到:

$$\frac{V_o(s)}{I_c(s)} = -\frac{g_m R_c r_{be}}{R_c C_L C_{be} r_{be} s^2 + (C_{be} r_{be} + R_c C_L) s + 1} \stackrel{(R_c C_L \gg C_{be} r_{be})}{\approx} -\frac{g_m R_c r_{be}}{R_c C_L C_{be} r_{be} s^2 + R_c C_L s + 1}$$

这时的主导极点为 $1/(6.28 * R_c * C_L)$, 高频极点为 $1/(6.28 * r_{be} * C_{be})$ 。如果 C_e 不是足够大, 则左半平面零点为:

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_e C_e}$$

主导极点频率为:

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi(r_{be} C_{be} + R_e C_e + R_c C_L)} \stackrel{(R_c C_L \gg C_{be} r_{be})}{\approx} \frac{1}{2\pi(R_e C_e + R_c C_L)}$$

高频极点为:

$$f_{p2} = \frac{r_{be} C_{be} + R_e C_e + R_c C_L}{2\pi(R_e C_e C_{be} r_{be} + R_c C_L C_{be} r_{be} + R_e C_e R_c C_L)}$$

$$\stackrel{(R_c C_L \gg C_{be} r_{be})}{\approx} \frac{R_e C_e + R_c C_L}{2\pi(R_e C_e R_c C_L)} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{R_c C_L} + \frac{1}{R_e C_e} \right)$$

超高频极点为:

$$f_{p3} = \frac{R_e C_e C_{be} r_{be} + R_c C_L C_{be} r_{be} + R_e C_e R_c C_L}{2\pi(R_e C_e R_c C_L C_{be} r_{be})} \stackrel{(R_c C_L \gg C_{be} r_{be})}{\approx} \frac{1}{(R_e C_e \gg C_{be} r_{be}) 2\pi(r_{be} C_{be})}$$

这里的 f_z 可以与 f_{p2} 近似抵消, 故而主导极点频率 f_{p1} 相对于 C_e 为足够大的时候降低了,

也就是说主导极点频率由 $\frac{1}{2\pi(R_c C_L)}$ 降低为 $\frac{1}{2\pi(R_e C_e + R_c C_L)}$ 。

如果考虑 $T1$ 的 C_{bc} 如图 D-3 所示, 则 V_o 对于 I_c 的传递函数为:

$$(R_c * r_{be} * g_m + (-C_{bc} * R_e * r_{be} * g_m + C_e * R_e * r_{be} * g_m - C_{bc} * r_{be} - C_{bc} * R_e) * R_c * s + (-C_e - C_{be}) * C_{bc} * R_e * R_c * r_{be} * s^2) / (-1 + (-C_{bc} * R_e * r_{be} * g_m - C_{bc} * r_{be} - C_{bc} * R_e - C_{bc} * R_c * r_{be} * g_m - C_e * R_e - C_{bc} * R_c - C_L * R_c) * s + (-C_{bc} * R_e * C_L * R_c * r_{be} * g_m - C_{bc} * C_e * R_e * r_{be} - C_{bc} * R_e * C_{be} * r_{be} - C_e * R_e * C_{be} * r_{be} - C_{bc} * C_L * R_c * r_{be} - C_{bc} * R_c * C_{be} * r_{be} - C_L * R_c * C_{be} * r_{be} - C_{bc} * R_e * C_L * R_c - C_{bc} * C_e * R_e * R_c * r_{be} * g_m - C_{bc} * C_e * R_e * R_c - C_e * R_e * C_L * R_c) * s^2 + (-C_{bc} * C_e * C_L - C_{bc} * C_L * C_{be} - C_{bc} * C_e * C_{be} - C_e * C_L * C_{be}) * R_e * R_c * r_{be} * s^3)$$

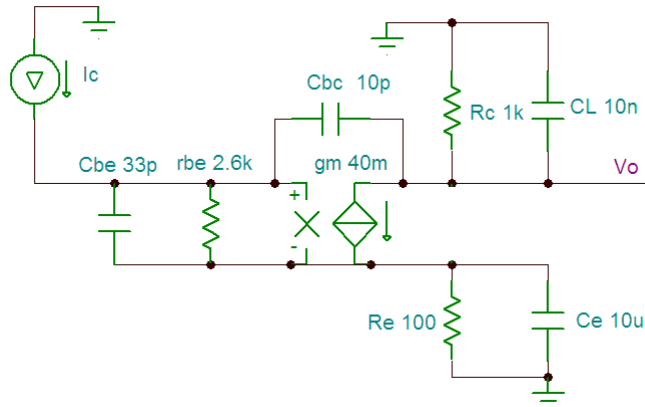


图 D-3 考虑发射极电阻和电容的共射放大电路的交流高频小信号等效电路（考虑 \$C_{bc}\$）

低频放大倍数 \$A_r\$（跨阻放大）为：

$$A_r = -\beta R_c$$

低频零点为：

$$f_{z1} = \frac{g_m r_{be}}{2\pi(-C_{bc} R_e r_{be} g_m + C_e R_e r_{be} g_m - C_{bc} r_{be} - C_{bc} R_e)}$$

$$\approx \frac{g_m}{2\pi[g_m R_e C_e - (1 + g_m R_e) C_{bc}]} \stackrel{(C_e \gg C_{bc})}{\approx} \frac{1}{2\pi R_e C_e}$$

右半平面高频零点为：

$$f_{z1} = \frac{-C_{bc} R_e r_{be} g_m + C_e R_e r_{be} g_m - C_{bc} r_{be} - C_{bc} R_e}{2\pi(-C_e - C_{bc}) C_{bc} R_e R_c r_{be}} \stackrel{(C_e \gg C_{bc})}{\approx} -\frac{g_m}{2\pi C_{bc} R_c}$$

低频极点为：

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi(C_{bc} R_e r_{be} g_m + C_{bc} r_{be} + C_{be} r_{be} + C_{bc} R_e + C_{bc} R_c r_{be} g_m + C_e R_e + C_{bc} R_c + C_L R_c)}$$

$$\approx \frac{1}{2\pi[(R_e + R_c) r_{be} g_m C_{bc} + C_e R_e + C_L R_c]}$$

高频极点为：

$$f_{p2} \approx \frac{(R_e + R_c)r_{be}g_m C_{bc} + C_e R_e + C_L R_c}{2\pi \left(\begin{aligned} &C_{bc} R_e C_L R_c r_{be} g_m + C_{bc} C_e R_e r_{be} + C_{bc} R_e C_{be} r_{be} + C_e R_e C_{be} r_{be} + \\ &C_{bc} C_L R_c r_{be} + C_{bc} R_c C_{be} r_{be} + C_L R_c C_{be} r_{be} + C_{bc} R_e C_L R_c + \\ &C_{bc} C_e R_e R_c r_{be} g_m + C_{bc} C_e R_e R_c + C_e R_e C_L R_c \end{aligned} \right)}$$

$$\approx \frac{(R_e + R_c)r_{be}g_m C_{bc} + C_e R_e + C_L R_c}{2\pi [(C_L + C_e)R_e R_c r_{be} g_m C_{bc} + C_e R_e C_L R_c]}$$

选择 $f_{z1}=f_{p2}$, 得到:

$$\frac{(R_e + R_c)r_{be}g_m C_{bc} + C_e R_e + C_L R_c}{[(C_L + C_e)R_e R_c r_{be} g_m C_{bc} + C_e R_e C_L R_c]} = \frac{1}{C_e R_e}$$

即:

$$C_{bc} = \frac{R_e C_e}{\left[\frac{(C_L + C_e)}{C_e} R_c - (R_e + R_c) \right] g_m r_{be}} = \frac{C_e}{\left(\frac{R_c C_L}{R_e C_e} - 1 \right) g_m r_{be}}$$

需要满足:

$$R_c C_L > R_e C_e$$

超高频极点为:

$$f_{p3} \approx \frac{(C_L + C_e)R_e R_c r_{be} g_m C_{bc} + C_e R_e C_L R_c}{2\pi (C_{bc} C_e C_L + C_{bc} C_L C_{be} + C_{bc} C_e C_{be} + C_e C_L C_{be}) R_e R_c r_{be}}$$

$$\approx \frac{\frac{(C_L + C_e)}{C_e C_L} r_{be} g_m C_{bc} + 1}{2\pi (C_{bc} + C_{be}) r_{be}} = \frac{\frac{(C_L + C_e)}{C_e C_L} g_m C_{bc}}{2\pi (C_{bc} + C_{be})} + \frac{1}{2\pi (C_{bc} + C_{be}) r_{be}}$$

$$< \frac{g_m}{2\pi \frac{C_e C_L}{C_L + C_e}} + \frac{1}{2\pi C_{bc} r_{be}}$$

由此可见, C_{bc} 与 R_c 会产生频率不高的右半平面零点, 并且 f_{p3} 这个高频极点也是有限的, 并不能通过加大 C_{bc} 来实现“极点分离”, 相位裕量会大幅降低。如果非要使用 C_{bc} 进行补偿, 那么这需要全面的考虑并且仔细选择。如果取 $C_e=0$, 那么左半平面的零点和极点频率都可以得到提升, 但右半平面的零点频率不变, 依然不能通过增大 C_{bc} 来实现“极点分离”。然而, 如果选择 C_e 为足够大, 将不会出现与 R_c 有关的频率很低的右半平面零点, 如图 D-4 所示。

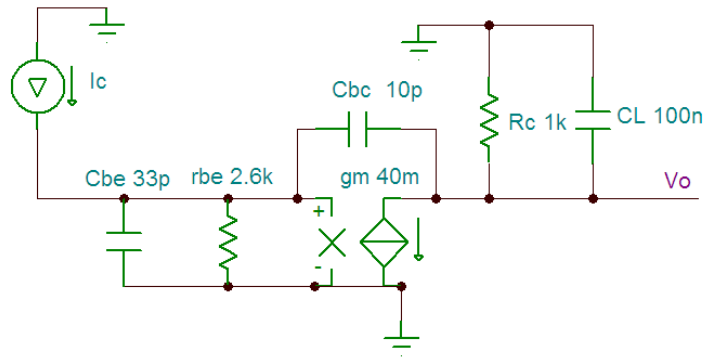


图 D-4 无发射极电阻和电容的共射放大电路的交流高频小信号等效电路（发射极接地）

V_o 对 I_c 的传递函数为：

$$\frac{V_o(s)}{I_c(s)} = -\frac{g_m r_{be} R_c - R_c C_{bc} r_{be} s}{(C_{bc} C_L + C_{bc} C_{be} + C_{be} C_L) R_c r_{be} s^2 + (r_{be} C_{bc} + r_{be} C_{be} + C_{bc} R_c r_{be} g_m + C_{be} R_c + R_c C_L) s + 1}$$

右半平面零点为：

$$f_z = \frac{g_m}{2\pi C_{bc}}$$

低频极点为：

$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi R_c (g_m r_{be} C_{bc} + C_L)}$$

高频极点为：

$$f_{p2} \approx \frac{(g_m r_{be} C_{bc} + C_L)}{2\pi (C_{bc} + C_{be}) r_{be} C_L}$$

显然高频极点可以通过增大 C_L 来得到扩展从而实现“极点分离”而令相位裕量大增。在幅频特性曲线中，由于 f_{p1} 和 f_{p2} 之间为 -20dB/10 倍频的斜率， f_{p1} 频率的减小意味着穿越频率减小，而 f_{p2} 变化不大，则显然提高了相位裕量。

当 $C_L=0.1\mu\text{F}$ 的时候，频率特性曲线如图 D-6 所示。相位裕量几乎为 0。穿越频率为 15.8M。

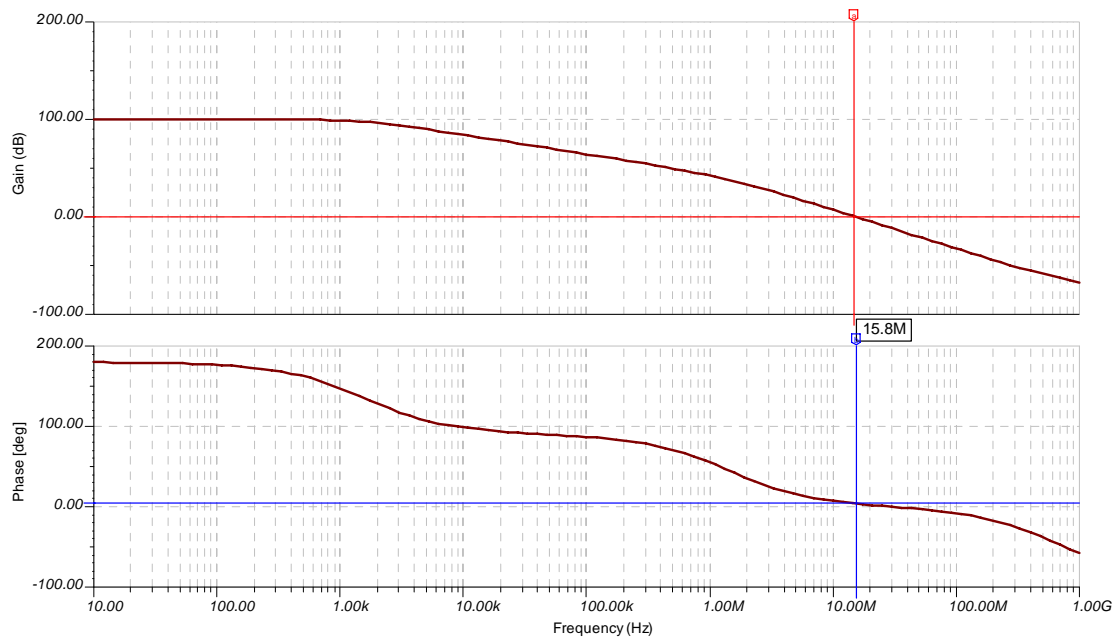


图 D-6 无发射极电阻和电容的共射放大电路的频率特性波特图 (CL=0.1uF)

如果增大 C_{bc} 为 22~100pF, 那么相位裕量会更小。所以 C_{bc} 不是进行“极点分离”补偿的地方。因为增大 C_{bc} 会导致右半平面零点 f_z 的降低而减小了相位裕量。在这里, 只能通过增大 CL 才能提高相位裕量, 当 $CL=15\mu F$ 的时候, 频率特性波特图如图 D-7 所示。相位裕量为 56 度, 穿越频率 950K。虽然使用了很大的 CL , 但是可以保证稳定, 而且对于这个电路除了增大 CL 没有其他增加相位裕量的方法。

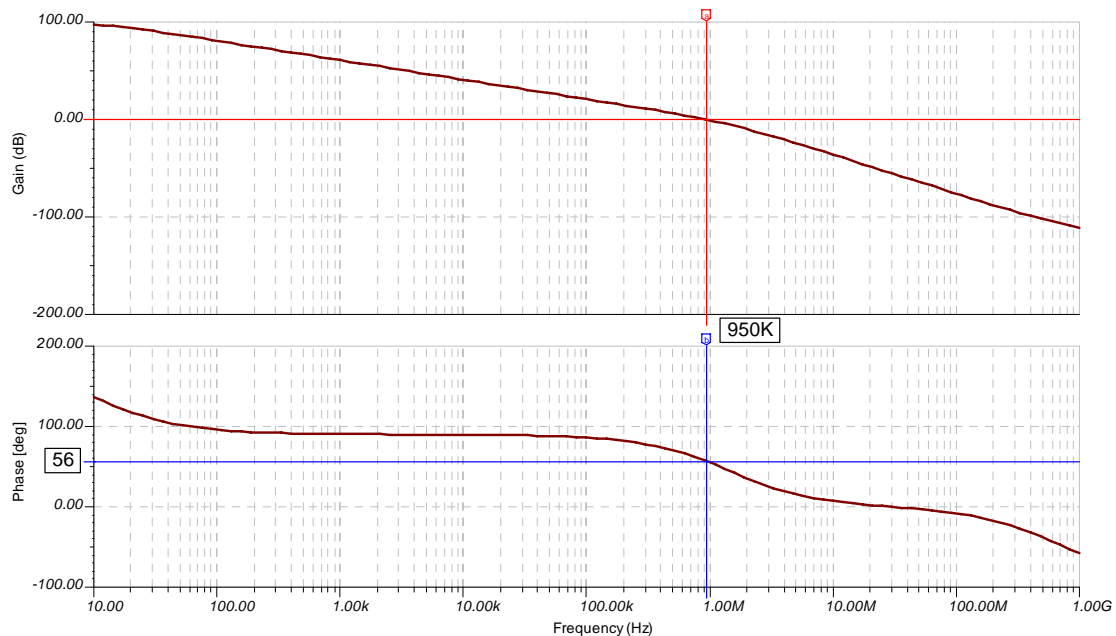


图 D-7 无发射极电阻和电容的共射放大电路的频率特性波特图 (CL=15uF)

可以考虑使用图 D-8 所示的 R_m 和 C_m 串联的补偿方法, 事实上当 $g_m \cdot R_m$ 大于 1 的时候, 可以提供一个左半平面的零点, 而没有了右半平面零点从而使得相位裕量和穿越频率都得到提升。这里的 C_m 当然要远远大于 C_{bc} 。

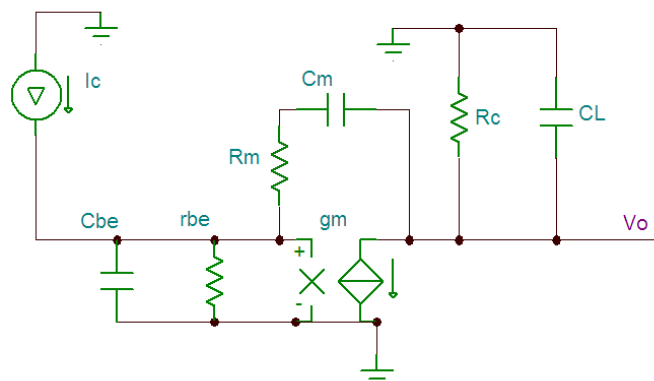


图 D-8 无发射极电阻和电容的共射放大电路 RC 串联补偿电路

综上所述，发射极的 R_e 和 C_e 的存在可以提供稳定的静态工作点，与此同时交流信号在直流工作点的基础上进行了放大。为了增加相位裕量，需要 C_e 取的足够大，补偿不是通过加大 C_{be} 进行的，而是通过加大负载电容 C_L 或采用 R_m 和 C_m 的串联补偿。

附录 H 晶体管的增益带宽积 f_t

仿真测试三极管的高频增益带宽积 f_t 频率的高频小信号电路如图 H-1 所示。其实 f_t 的出现是因为 C_{bc1} ，放大倍数越大，这个 C_{bc1} 折合到基极的电容就越大，这导致了高频放大倍数的减小，虽然 C_{bc1} 会产生右半平面零点，但频率很高为 g_{m1}/C_{bc1} 。

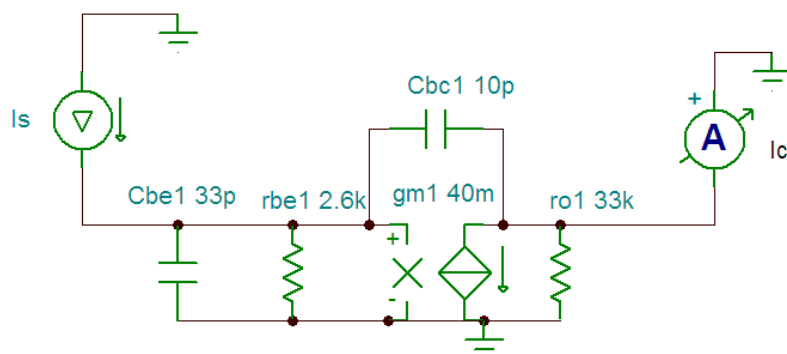


图 H-1 仿真测试三极管的增益带宽频率 f_t 的高频小信号电路图

集电极电流 I_c 对于输入 I_s 的传递函数为：

$$\frac{I_c(s)}{I_s(s)} = \frac{g_{m1}r_{be1} - C_{bc1}r_{be1}s}{(C_{bc1} + C_{be1})r_{be1}s + 1}$$

令 $s = j\omega$ 得到：

$$\left| \frac{I_c(j\omega)}{I_s(j\omega)} \right| = \left| \frac{g_{m1}r_{be1} - C_{bc1}r_{be1}j\omega}{(C_{bc1} + C_{be1})r_{be1}j\omega + 1} \right| = \sqrt{\frac{(g_{m1}r_{be1})^2 + (C_{bc1}r_{be1}\omega)^2}{((C_{bc1} + C_{be1})r_{be1}\omega)^2 + 1}}$$

穿越频率 f_t 为：

$$\sqrt{\frac{(g_{m1}r_{be1})^2 + (C_{bc1}r_{be1}\omega)^2}{((C_{bc1} + C_{be1})r_{be1}\omega)^2 + 1}} = 1$$

整理后得到：

$$f_t = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g_{m1}^2}{(C_{bc1} + C_{be1})^2 - C_{bc1}^2}} = \frac{g_{m1}}{2\pi \sqrt{C_{be1}^2 + 2C_{bc1}C_{be1}}} \approx 152\text{MHz}$$

仿真频率特性波特图如图 H-2 所示。其中穿越频率 152M，与计算结果很接近。

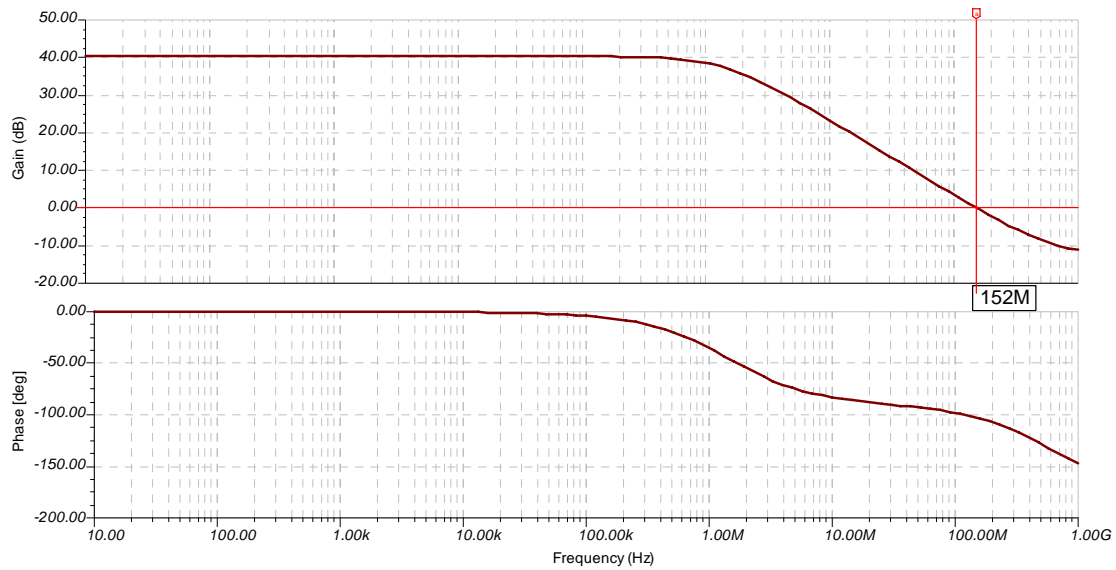


图 H-2 仿真测试三极管的增益带宽频率 f_t 的高频小信号电路的频率特性波特图

对于 MOSFET 来说，相当于 r_{be1} 趋于无限大，得到传递函数为：

$$\frac{I_d(s)}{I_s(s)} = \frac{g_{m1} - C_{gd}s}{(C_{gd} + C_{gs})s}$$

令 $s = j\omega$ 得到：

$$\left| \frac{I_d(j\omega)}{I_s(j\omega)} \right| = \left| \frac{g_{m1} - C_{gd}j\omega}{(C_{gd} + C_{gs})j\omega} \right| = \sqrt{\frac{(g_{m1})^2 + (C_{gd}\omega)^2}{((C_{gd} + C_{gs})\omega)^2}}$$

穿越频率 f_t 为：

$$\sqrt{\frac{(g_{m1})^2 + (C_{gd}\omega)^2}{((C_{gd} + C_{gs})\omega)^2}} = 1$$

整理后得到：

$$f_t = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g_{m1}^2}{(C_{gd} + C_{gs})^2 - C_{gd}^2}} = \frac{g_{m1}}{2\pi \sqrt{C_{be1}^2 + 2C_{bc1}C_{be1}}}$$

可见于三极管的 f_t 一样。但是由于 MOSFET 的频率特性为积分环节，所以频率特性并非相同，如图 H-3 所示，其中设置 $r_{be1}=1G$ 欧姆，否则如果令 r_{be1} 断路就不是合理电路了。所以 MOSFET 的 GS 端的电阻很大但不可能无限大。

通常见不到人们对于 MOSFET 的增益带宽频率 f_t 的描述，这可能主要是因为 MOSFET 的 GS 电阻极大，很难用电流源输入测试。而三极管的数据手册中都会给出 f_t 指标。如果把三极管的 r_{be} 看作非常大，那么 MOSFET 从理论上来说确实也有 f_t 的参数，仅仅就是实际电路几乎无法测试而已。对于实际的 MOSFET 放大电路来说，GS 端电阻其实是与上一级的 MOSFET 的输出电阻 r_o 并联的，所以在这种情况下，GS 电阻就相当于 r_o ，这个电阻 r_o 是不可能很大的。如果能够明确一个合适的 GS 端的电阻例如 r_o ，那么 MOSFET 就可以和三极管一样具备同样意义的 f_t 。

事实上 f_t 参数的意义确实不大，放大电路的计算并不需要这个参数。有了 C_{bc} 和 C_{be} 就可以知道 f_t 了。当然如果 g_m 不同 f_t 也不可能一样。

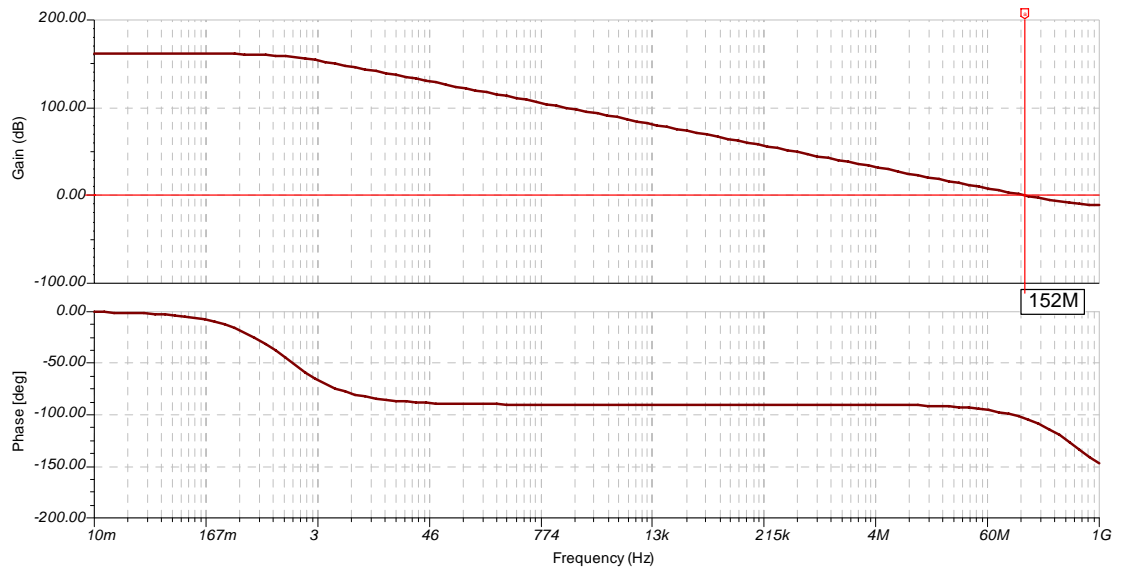
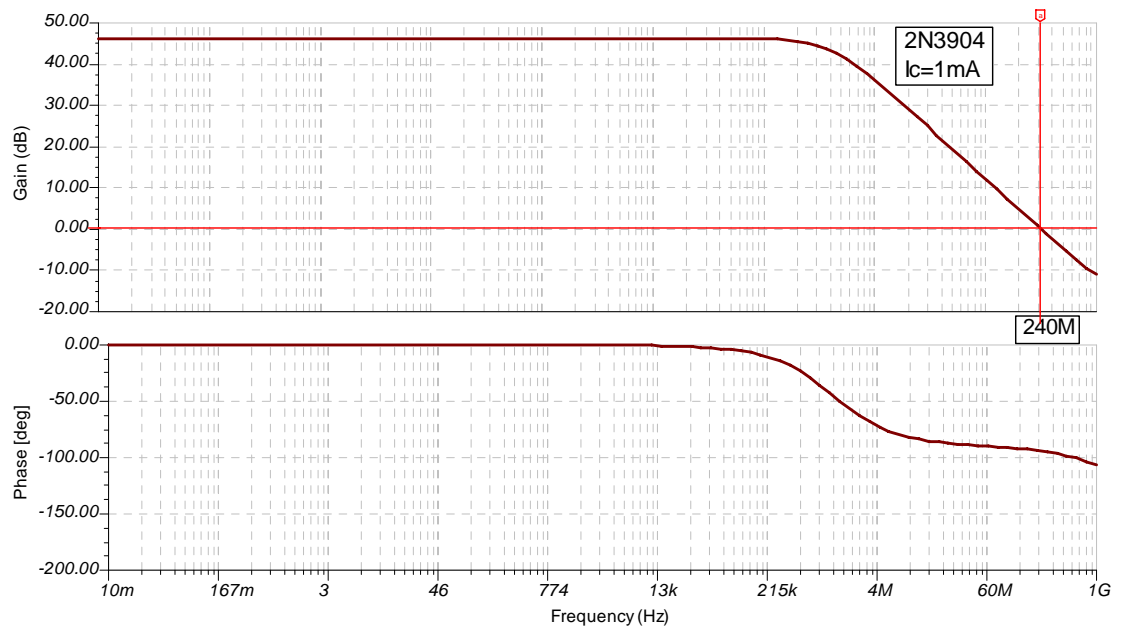
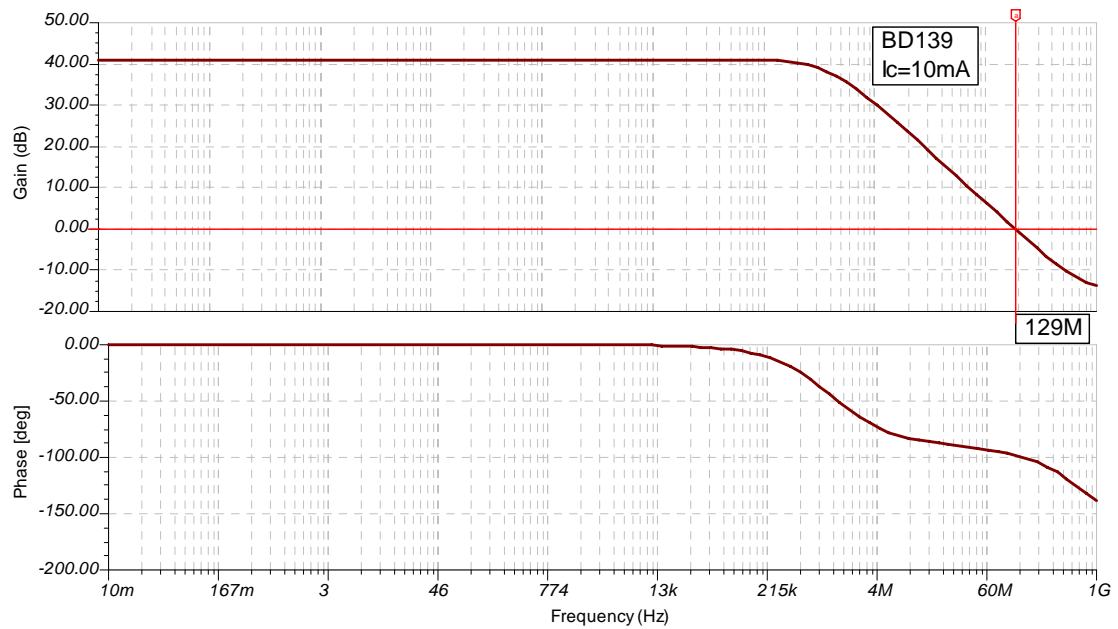
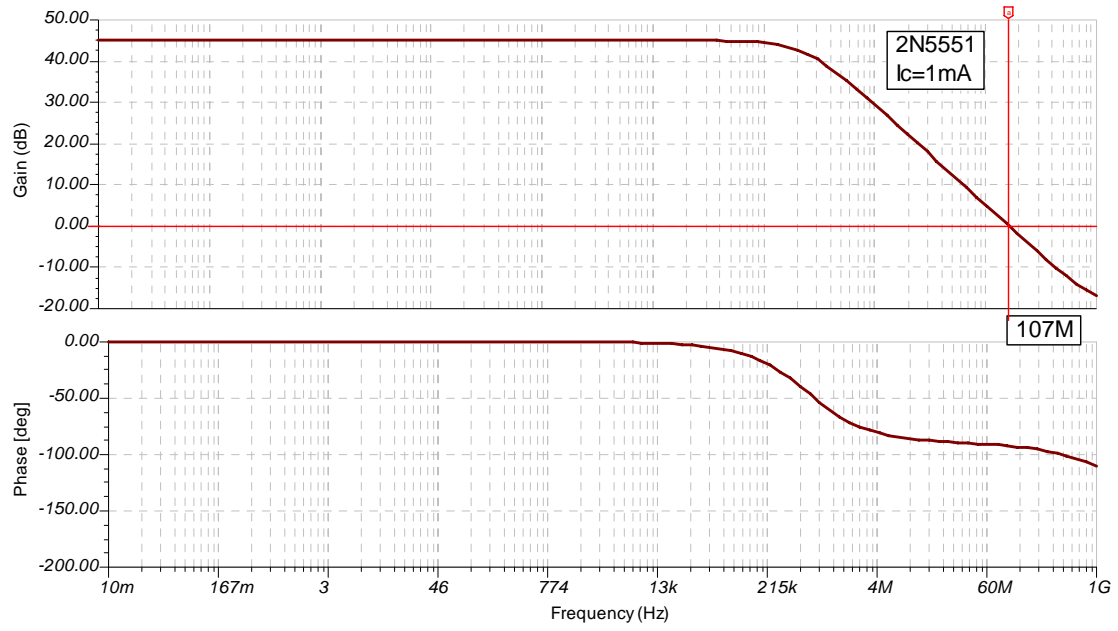


图 H-3 仿真测试 MOSFET 的增益带宽频率 f_t 的高频小信号电路的频率特性波特图

下面给出几个常见的三极管的 f_t 频率特性曲线如图 H-4 所示。仿真电路如图 H-5 所示， g_m 为集电极电流为 1mA 或 10mA 以至于 100mA 时候的数值。





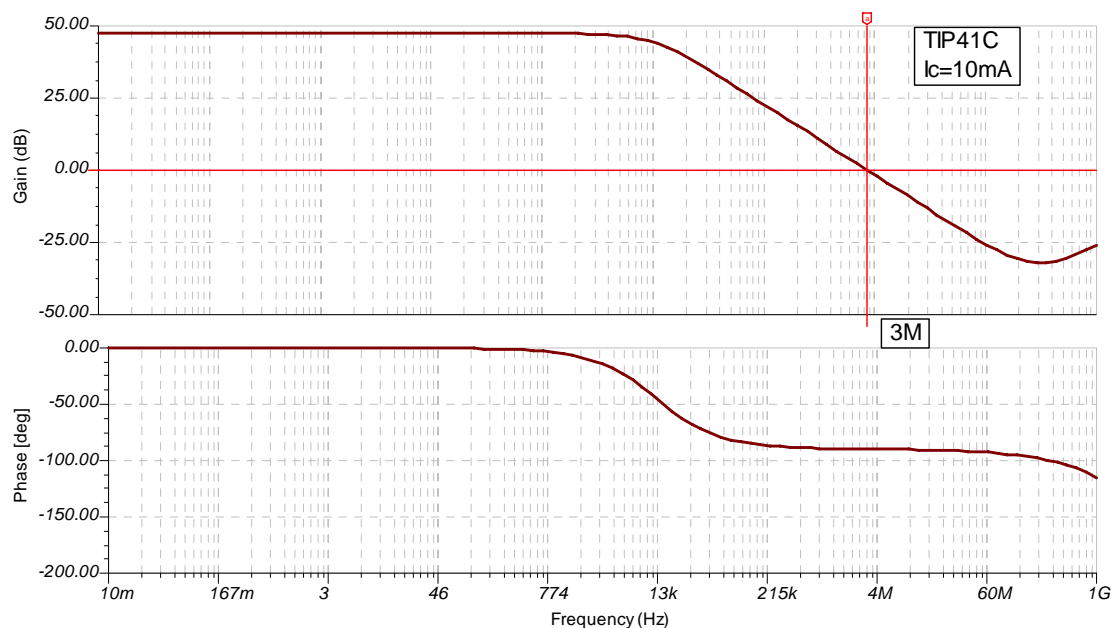


图 H-4 仿真测试常见三极管的频率特性波特图

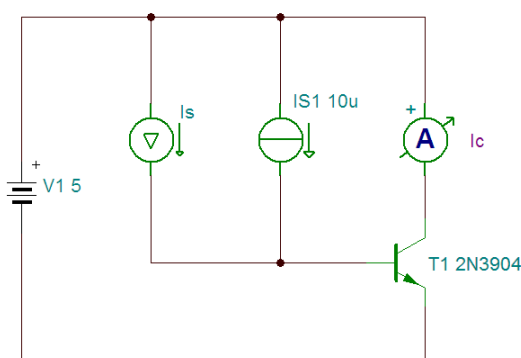


图 H-5 仿真测试常见三极管的频率特性的电路图

如果使用 MOSFET，在 GS 端并联电阻 2.2K 时的增益带宽 f_t 测试仿真电路如图 H-6 所示。IRF540 的频率特性如图 H-7 所示，其中 f_t 为 152M。测试显然需要提供开启电压以上的电压，这里是 3.3V 的 V_{gs} 情况下的增益带宽 f_t 。当 $V_{gs}=4V$ 时， f_t 高达 720M。其原理就是 V_{gs} 越大则跨导 g_m 越大则 f_t 越大。

显然，MOSFET 特别是功率 MOSFET 因为 g_m 很大，所以在并联 GS 电阻的情况下 f_t 也是很大的。然而对于大功率的三极管来说，则很难见到有能达到 f_t 为 100M 的，大部分只有几十 M。其中的原因就是 MOSFET 的功率更大，电流更大导致 g_m 跨导更大。

需要指出的就是，GS 并联的电阻越大，则频率响应越像积分环节，这是不奇怪的。当并联 22K 电阻在 GS 端的时候，频率特性如图 H-8 所示。

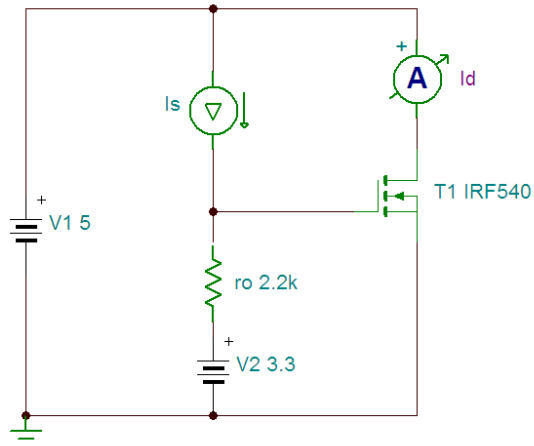


图 H-6 仿真测试 MOSFET 的增益带宽 f_t 的频率特性电路图

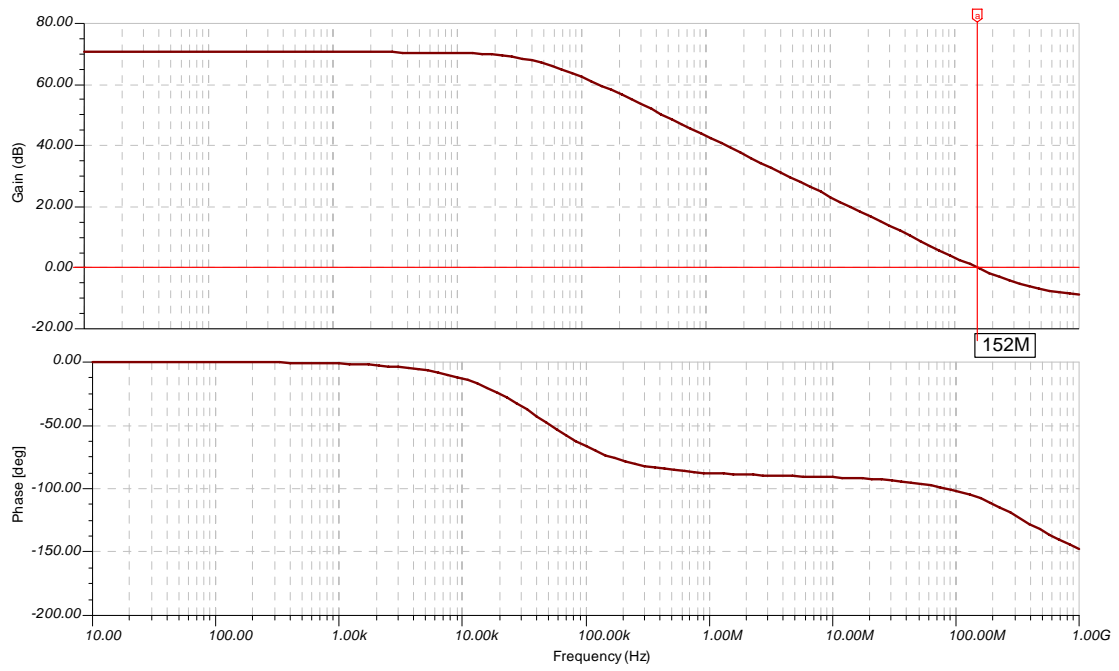


图 H-7 MOSFET 的频率特性波特图 (IRF540, GS 并联 2.2K 电阻)

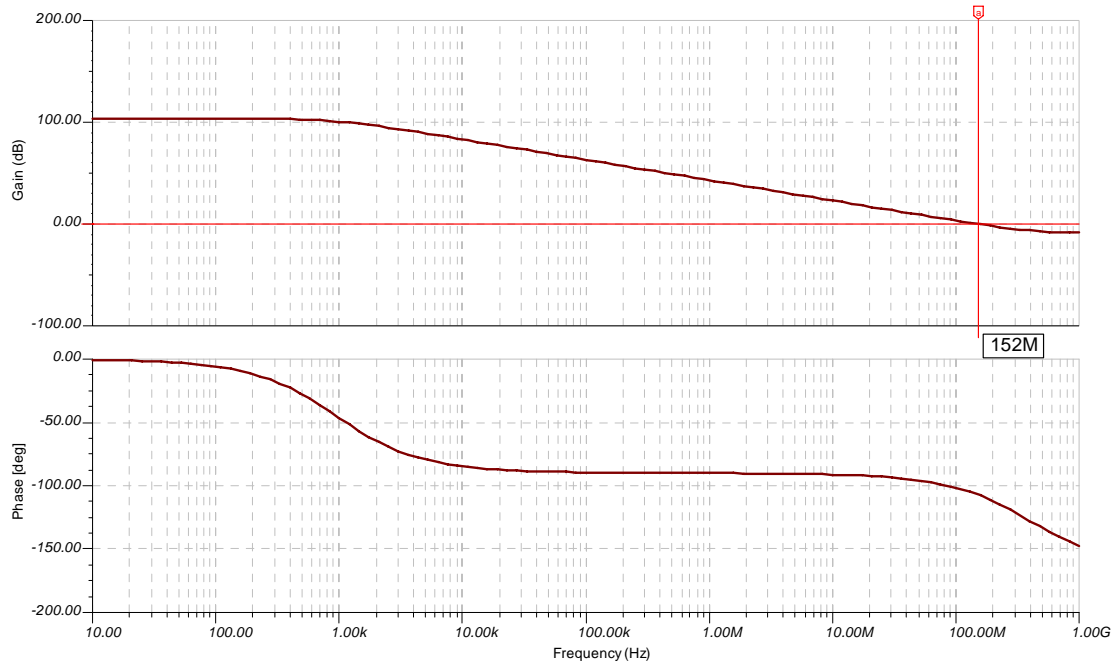


图 H-8 MOSFET 的频率特性波特图 (IRF540, GS 并联 22K 电阻)

附录 J 反馈放大电路的闭环特性

如果放大电路是用于所谓的“直流”类应用，例如在方波响应中，输出信号最终会趋于稳定，这时人们关心的就是直流的稳态误差问题。如果反馈放大电路的开环放大倍数 A_0 很大，那么稳态误差就是输入电压/ A_0 （电压跟随器方式）。即使稳定状态被看作“直流”，那么相位也不会成为问题。当然，如果频率极低就与所谓的“直流”很接近了。

如果输入交流信号，那么随着频率的变化，闭环和开环放大倍数都是不同的，而且相位也是变化的。通常在波特图上，一个闭环放大电路在带宽范围内，幅度呈现一条平行于横轴的直线，而且相位除了在转折频率附近变化较大外，其他部分也近似是平行横轴的直线，如图 J-1 所示。但是这并不意味着不同频率信号的放大倍数一样而且相位相同。即使如此，作为线性电路，不能认为发生了“失真”。并且反馈放大电路通常都是幅度随频率增大而减小相位通常也是滞后的，然而值得庆幸的就是，相位的滞后基本近似满足“群相位延时”的一致。

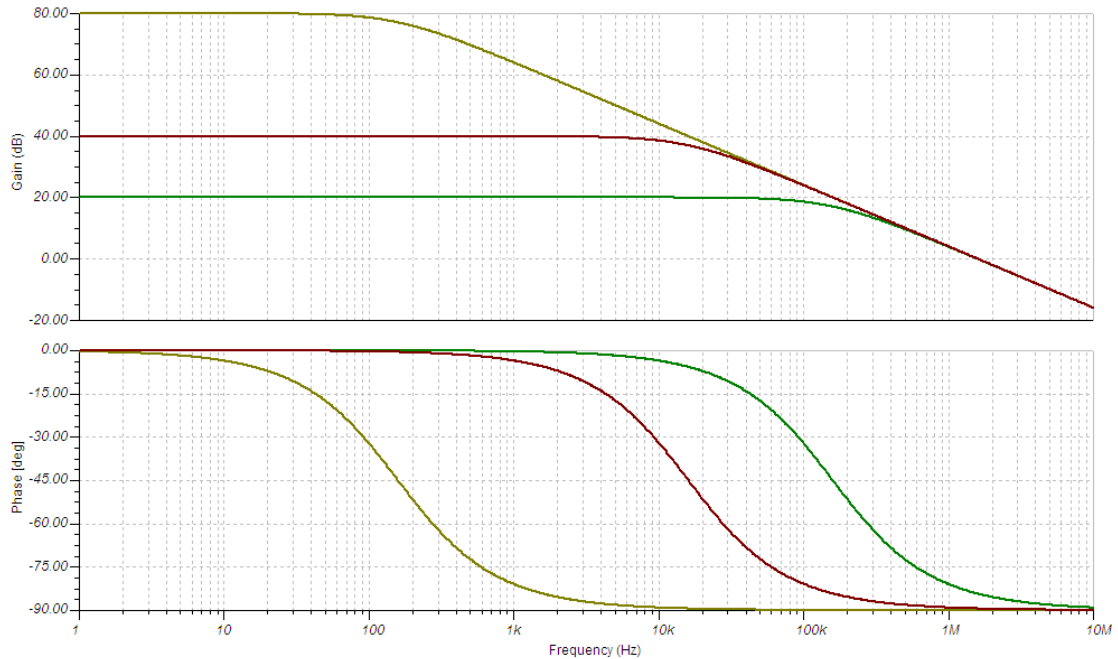


图 J-1 反馈放大电路的开环和闭环频率特性波特图

由于反馈放大电路大部分情况下会校正为 2 阶巴特沃思特性，其闭环呈现为一个近似的一阶环节，当输入不同频率的正弦信号时，在足够长时间之后的稳态，输出响应为：

$$C(t) = \frac{1}{T^2\omega_0^2 + 1} \sin(\omega_0 t) - \frac{T\omega_0}{T^2\omega_0^2 + 1} \cos(\omega_0 t)$$

不难看出尽管输出依然是纯正弦的信号，但频率不同幅度不同。事实上是随频率增大而幅度减小的。这其实就涉及到一个交流放大输出的“稳态误差”问题，当然人们对于“稳态误差”的定义是针对直流的稳定状态的。但交流放大的稳态误差也是一个现实问题，例如一个带宽 1M 的闭环放大电路，同样放大 10 倍，对于 100Hz 的信号和 10KHz 的信号，放大倍数不仅

不可能一样，相位也不同，这不能不说是一种“稳态误差”。我们当然希望在一定带宽内的信号放大，不同频率的幅度一样为好，但是这意味着需要更大的带宽。例如为了保证 100Hz 和 10KHz 的放大幅度一样而且相位也一致，可能就需要 10M 的闭环带宽。

交流放大不仅仅就是 THD 失真的问题，也包括幅度的“失真”和相位的“失真”，如果 1K 信号的放大倍数为 10 倍，但 10K 的为 9.5 倍，则显然难以令人感觉指标很好，并且相位还有偏差就更不好了。然而对于直流或低频信号来说“达标”就容易多了。这也同时说明只有增大带宽才能降低交流放大的幅度和相位“失真”。

虽然反馈放大电路的补偿校正，在开环校正为近似的巴特沃思特性，但闭环可不是巴特沃思特性的，而是近似的一阶环节。如果把闭环的一阶环节等效为 RC 低通滤波电路的话，则幅度频率关系为（其中 1/F 为闭环放大倍数，T=RC）：

$$W(s) = \frac{\frac{A_0}{Ts+1}}{1 + \frac{A_0 F}{Ts+1}} = \frac{A_0}{Ts+1+A_0 F}$$

$$|W(j\omega)| = \left| \frac{A_0}{j\omega T + 1 + A_0 F} \right| = \frac{A_0}{\sqrt{(\omega T)^2 + (A_0 F + 1)^2}}$$

显然频率为 0 则输入最大幅度 A，频率增大则幅度减小。相位频率特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan(0) - \arctan\left(\frac{\omega T}{A_0 F + 1}\right)$$

交流信号放大的“稳态误差”为 E_∞ ：

$$E_\infty = \left(\frac{1}{F} - \frac{A_0}{\sqrt{(\omega T)^2 + (A_0 F + 1)^2}} \right) V_s$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时：

$$E_\infty = \left(\frac{1}{F} - \frac{A_0}{A_0 F + 1} \right) V_s = \left(\frac{1}{(A_0 F + 1)F} \right) V_s \stackrel{(A_0 F \gg 1)}{\approx} \frac{V_o}{A_0 F}$$

如果 F=1 即电压跟随器的时候 E_∞ 为：

$$E_\infty \approx \left(\frac{1}{A_0} \right) V_s$$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时：

$$E_\infty = \left(\frac{1}{F} \right) V_s$$

理想的相位滞后如果满足“群相位延时”固定，那么可以认为信号的放大没有“相位失真”。输入信号可以表示为：

$$V_i(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2) + \dots A_n \sin(\omega_n t + \phi_n)$$

经过放大电路之后，或滤波之后为：

$$V_o(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1 - \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2 - \varphi_2) + \dots + A_n \sin(\omega_n t + \phi_n - \varphi_n)$$

$$= A_1 \sin\left(\omega_1 \left(t - \frac{\varphi_1}{\omega_1}\right) + \phi_1\right) + A_2 \sin\left(\omega_2 \left(t - \frac{\varphi_2}{\omega_2}\right) + \phi_2\right) + \dots + A_n \sin\left(\omega_n \left(t - \frac{\varphi_n}{\omega_n}\right) + \phi_n\right)$$

其中 φ_n 代表相位的滞后，不难看出只有满足 $\frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\varphi_2}{\omega_2} \dots = \frac{\varphi_n}{\omega_n}$ 才能保证输出与输入除了相位

滞后之外没有变化。如果在频率特性的相位曲线上能做到满足 $\frac{d\varphi}{d\omega} = \text{常数}$ （群相位延时），

即满足了 $\frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\varphi_2}{\omega_2} \dots = \frac{\varphi_n}{\omega_n}$ 。而且对于任何可能的频率和相位的信号都是成立的。这就是群

相位延时的概念。对于一阶低通滤波电路来说只有在远小于带宽的情况下才是群相位延时基本一致的，对于反馈放大电路来说也是如此。

2 阶贝塞尔特性的低通滤波电路的相频特性为：

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{3}{\omega}\right)$$

“线性度”可以通过求导看出：

$$\varphi'(\omega) = -\frac{\left(\frac{1}{\omega}\right)^2 3}{\left(\frac{3}{\omega}\right)^2 + 1} = -\frac{3}{9 + \omega^2}$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时：

$$\varphi'(\omega) \approx -0.33$$

当 $\omega = 1$ 时：

$$\varphi'(\omega) = -0.3$$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时：

$$\varphi'(\omega) = 0$$

可见转折频率以内的线性度比较好。

2 阶巴特沃思特性的低通滤波电路的相频特性为：

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{\omega}\right)$$

“线性度”可以通过求导看出：

$$\varphi'(\omega) = -\frac{\left(\frac{1}{\omega}\right)^2 \sqrt{2}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{\omega}\right)^2 + 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2 + \omega^2}$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时:

$$\varphi'(\omega) \approx -0.707$$

当 $\omega = 1$ 时:

$$\varphi'(\omega) = -0.47$$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时:

$$\varphi'(\omega) = 0$$

可见转折频率以内的线性度比差于贝塞尔特性。

以图 J-2 所示的电压跟随器的反馈放大电路为例。开环放大倍数为 60db，直流稳态误差在输入为 1V 方波的时候为 1mV。仿真结果表明此时的稳态误差就是 1mV。

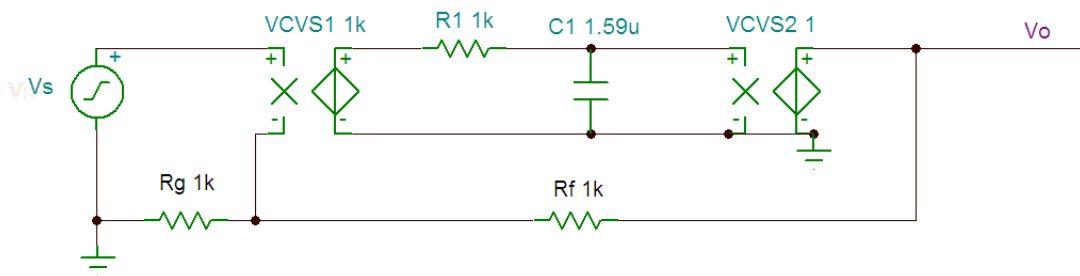


图 J-2 闭环放大 2 倍的电压串联负反馈电路图

当输入 1Khz 的 1V 正弦信号时，仿真结果为约 6mV 的“交流稳态误差”，使用 E_{∞} 的计算公式，其稳态误差为：

$$E_{\infty} = \left(\frac{1}{F} - \frac{A_0}{\sqrt{(\omega T)^2 + (A_0 F + 1)^2}} \right) V_s$$

$$= \left(2 - \frac{1000}{\sqrt{(1.59 \times 6.28)^2 + (501)^2}} \right) \approx 4.4mV$$

当输入 10Khz 的 1V 正弦信号时，交流“稳态误差”为：

$$E_{\infty} = \left(\frac{1}{F} - \frac{A_0}{\sqrt{(\omega T)^2 + (A_0 F + 1)^2}} \right) V_s$$

$$= \left(2 - \frac{1000}{\sqrt{(1.59 \times 62.8)^2 + (501)^2}} \right) \approx 42.5mV$$

仿真结果为约 45mV 的“交流稳态误差”。当输入 1V 的 100K 正弦信号时为：

$$E_{\infty} = \left(\frac{1}{F} - \frac{A_0}{\sqrt{(\omega T)^2 + (A_0 F + 1)^2}} \right) V_s$$

$$= \left(2 - \frac{1000}{\sqrt{(15.9 \times 62.8)^2 + (501)^2}} \right) \approx 1.1V$$

仿真结果为约 1.1V 的“交流稳态误差”。

根据 E_{∞} 计算公式：

$$E_{\infty} = \left(\frac{1}{F} - \frac{A_0}{\sqrt{(\omega T)^2 + (A_0 F + 1)^2}} \right) V_s$$

$$= \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{A_0 f}\right)^2 + \left(\frac{A_0 F + 1}{A_0}\right)^2}} \right) V_s$$

$$\approx \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{A_0 f}\right)^2 + F^2}} \right) V_s$$

不难看出，为了降低正弦交流信号的“稳态误差”，就需要开环放大倍数更大的放大电路，以及带宽更大，即 T 更小的电路。而这就意味着 GBW 越大越好。更大的 GBW 不仅降低了稳态误差也可以降低 THD 失真。

附录 O 差动放大电路的开环传递函数

图 O-1 为典型差动放大电路电压串联负反馈的高频小信号电路图。所谓开环传递函数的获取，需要首先得到反馈框图。这里之所以求开环传递函数也是为了比较一下，通常人们在分析“环路”中采用的随意断开的方法与真正的开环传递函数的频率特性究竟有多大的区别。

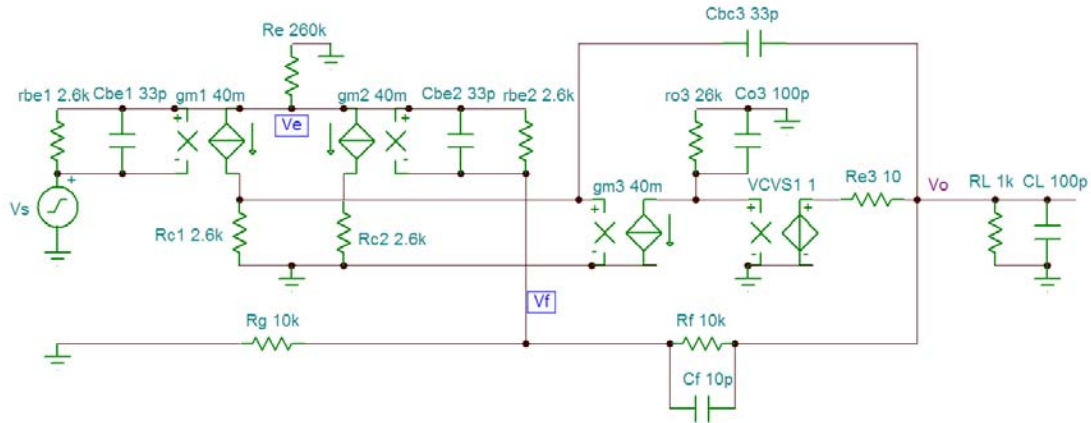


图 O-1 电压串联负反馈的差动放大电路高频小信号等效电路图

有如下电路方程（忽略 R_e , R_L , C_L , R_{e3} 并且设 $r_{be1}=r_{be2}$, $C_{be1}=C_{be2}$, $g_{m1}=g_{m2}$, $R_f \cdot C_f$ 约等于 $r_{o3} \cdot C_{o3}$):

$$\left(\frac{1}{\frac{r_{be1}}{r_{be1}C_{be1}s+1}} + g_{m1} \right) [V_e(s) - V_s(s)] + \left(\frac{1}{\frac{r_{be2}}{r_{be2}C_{be2}s+1}} + g_{m2} \right) [V_e(s) - V_f(s)] = 0$$

$$\frac{[V_e(s) - V_s(s)]g_{m1}R_{c1}g_{m3}r_{o3}}{(R_{c1}g_{m3}r_{o3}C_{bc3}s+1)(r_{o3}C_{o3}s+1)} = -V_o(s)$$

$$\frac{[V_e(s) - V_f(s)]}{\frac{r_{be2}}{r_{be2}C_{be2}s+1}} + \frac{V_o(s) - V_f(s)}{\frac{R_f}{R_f C_f s + 1}} = \frac{V_f(s)}{R_g}$$

整理后得到:

$$V_e(s) = \frac{V_s(s) + V_f(s)}{2}$$

$$\frac{[V_s(s) - V_f(s)]g_{m1}R_{c1}g_{m3}r_{o3}}{2(R_{c1}g_{m3}r_{o3}C_{bc3}s + 1)(r_{o3}C_{o3}s + 1)} = V_o(s)$$

$$V_s(s) \frac{R_f R_g (r_{be2} C_{be2} s + 1)}{(R_f R_g r_{be2} C_{be2} + 2r_{be2} R_g R_f C_f) s + 2r_{be2} R_f + R_f R_g + 2r_{be2} R_g} +$$

$$V_o(s) \frac{2r_{be2} R_g (R_f C_f s + 1)}{(R_f R_g r_{be2} C_{be2} + 2r_{be2} R_g R_f C_f) s + 2r_{be2} R_f + R_f R_g + 2r_{be2} R_g} = V_f(s)$$

$$\text{显然极点 } \frac{2r_{be2} R_f + R_f R_g + 2r_{be2} R_g}{R_f R_g r_{be2} C_{be2} + 2r_{be2} R_g R_f C_f} = \frac{\frac{2}{R_g} + \frac{1}{r_{be2}} + \frac{2}{R_f}}{C_{be2} + 2C_f} > \frac{1}{(R_f // R_g) \left(\frac{C_{be2}}{2} + C_f \right)}。 \text{在}$$

反相端断开得到的高频极点为 $\frac{1}{(R_f // R_g) C_f}$ 。反馈框图如图 O-2 所示。对于差动反馈放大

电路，在反相端断开求开环特性的做法可以算是近似正确的。

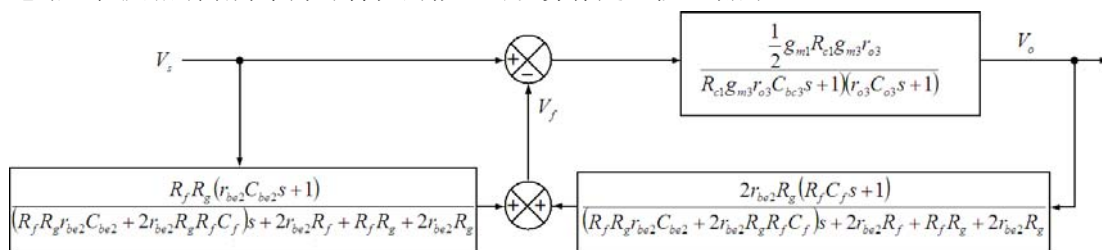


图 O-2 电压串联负反馈的差动放大电路高频小信号等效电路的反馈框图

需要指出的就是，对差动放电路来说，交流分析需要把 R_e 看作断路，而不是“交流接地”，这是从反馈角度看待差动放大电路的正确做法。通常因为这个“长尾电流源”的“内阻”极大，所以 R_e 也非常大，看作断路是明智之举。

不难看出 R_{c2} 的存在对于交流放大来说是多余的，事实上也正是如此。其作用是建立直流工作点时候进行“平衡”的，即调节“失调电压”用的。所有的放大电路都可以通过类似方法“调零”而不需要另外增加电路，更不需要差动放大电路“对称”。

差动放大电路的电压并联负反馈电路的高频小信号电路如图 O-3 所示。

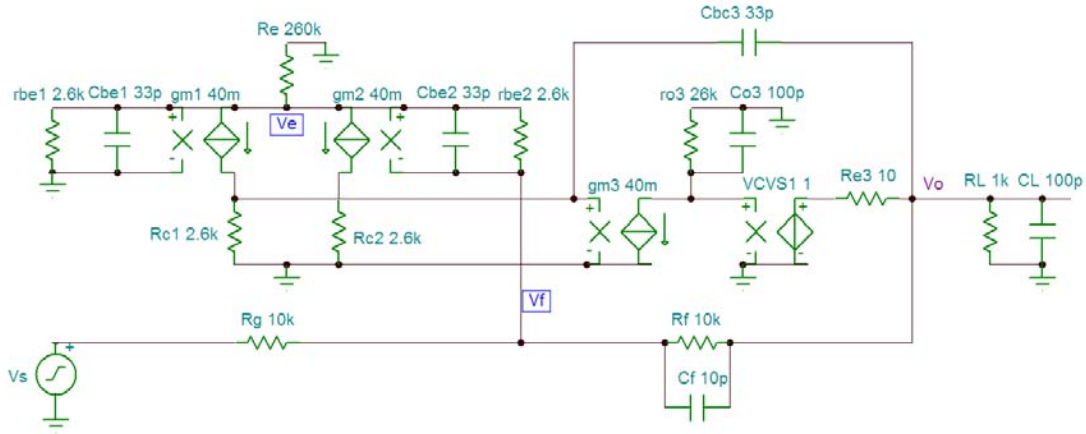


图 O-3 电压并联负反馈的差分放大电路高频小信号等效电路图

有如下电路方程（忽略 R_e , R_L , C_L , R_{e3} 并且设 $r_{be1}=r_{be2}$, $C_{be1}=C_{be2}$, $g_{m1}=g_{m2}$, $R_f \cdot C_f$ 约等于 $r_{o3} \cdot C_{o3}$ ）:

$$\left(\frac{1}{\frac{r_{be1}}{r_{be1}C_{be1}s+1}} + g_{m1} \right) V_e(s) + \left(\frac{1}{\frac{r_{be2}}{r_{be2}C_{be2}s+1}} + g_{m2} \right) [V_e(s) - V_f(s)] = 0$$

$$\frac{V_e(s)g_{m1}R_{c1}g_{m3}r_{o3}}{(R_{c1}g_{m3}r_{o3}C_{bc3}s+1)(r_{o3}C_{o3}s+1)} = -V_o(s)$$

$$\frac{V_s(s) - V_f(s)}{R_g} + \frac{V_o(s) - V_f(s)}{\frac{R_f}{R_f C_f s + 1}} = \frac{V_f(s) - V_e(s)}{\frac{r_{be2}}{r_{be2}C_{be2}s+1}}$$

整理后得到:

$$V_e(s) = \frac{1}{2} V_f(s)$$

$$V_o(s) = -\frac{\frac{1}{2} V_f(s) g_{m1} R_{c1} g_{m3} r_{o3}}{(R_{c1} g_{m3} r_{o3} C_{bc3} s + 1)(r_{o3} C_{o3} s + 1)}$$

$$V_f(s) = \frac{2r_{be2}R_f}{R_f R_g (r_{be2}C_{be2}s+1) + 2r_{be2}R_f + 2r_{be2}R_g (R_f C_f s + 1)} V_s(s) +$$

$$\frac{2r_{be2}R_g (R_f C_f s + 1)}{R_f R_g (r_{be2}C_{be2}s+1) + 2r_{be2}R_f + 2r_{be2}R_g (R_f C_f s + 1)} V_o(s)$$

反馈框图如图 O-4 所示。不难看出这里的 V_f 为所谓的“净输入”。

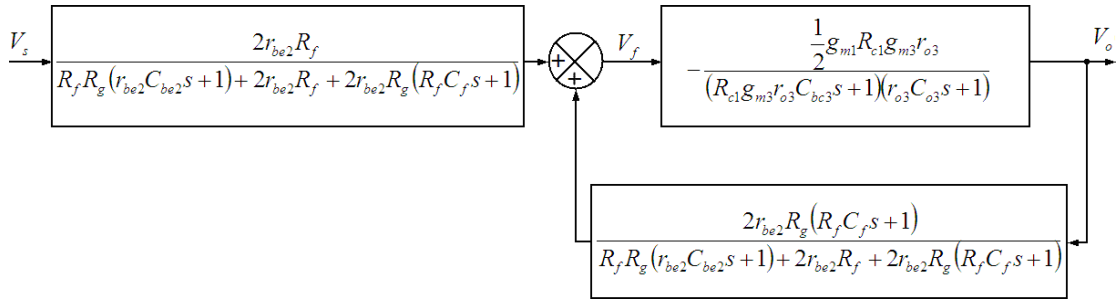


图 O-4 电压并联负反馈的差动放大电路高频小信号等效电路的反馈框图

其中：

$$V_f(s) = \frac{2r_{be2}R_f}{R_f R_g (r_{be2}C_{be2}s + 1) + 2r_{be2}R_f + 2r_{be2}R_g (R_f C_f s + 1)} V_s(s) + \frac{2r_{be2}R_g (R_f C_f s + 1)}{R_f R_g (r_{be2}C_{be2}s + 1) + 2r_{be2}R_f + 2r_{be2}R_g (R_f C_f s + 1)} V_o(s)$$

可以写为：

$$V_f(s) = \frac{\frac{2}{R_g}}{(C_{be2} + 2C_f)s + \frac{1}{r_{be2}} + \frac{2}{R_g} + \frac{2}{R_f}} V_s(s)$$

$$+ \frac{\frac{2}{R_f} (R_f C_f s + 1)}{(C_{be2} + 2C_f)s + \frac{1}{r_{be2}} + \frac{2}{R_g} + \frac{2}{R_f}} V_o(s)$$

显然极点 $\frac{1}{r_{be2}} + \frac{2}{R_g} + \frac{2}{R_f} > \frac{1}{r_{be2}(C_{be2} + 2C_f)}$ 。输入 V_s 是经过低通滤波的，这对于稳定性

有利。只要 $\frac{1}{r_{be2}(C_{be2} + 2C_f)}$ 的频率高于穿越频率稳定性就可以得到保证。

电压串联负反馈的差动放大电路因为闭环传递函数含有左半平面零点，作为“微分滤波”作用对于方波响应会有一些振荡，而电压并联负反馈因为输入被低通滤波所以总是有利于稳定的。

