Zbigniew Osiak

Energia w Szczególnej Teorii Względności

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym: http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

Zbigniew Osiak

ENERGIA
W SZCZEGÓLNEJ
TEORII WZGLĘDNOŚCI

Portret autora zamieszczony na okładkach przedniej i tylnej
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-3465-0

e-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:
http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

Energia w Szczególnej Teorii Względności

Zbigniew Osiak

Uniwersytet Trzeciego Wieku w Uniwersytecie Wrocławskim
E-mail: zbigniew.osiak@gmail.com
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

Streszczenie

Podamy nowe relatywistyczne wzory dla energii kinetycznej, spoczynkowej i całkowitej. Przyrost energii kinetycznej cząstki wyznaczymy jako pracę wykonaną przez składowe przestrzenne czterosiły Minkowskiego. Przedstawimy nową relację między trójwymiarowym pędem relatywistycznym i relatywistyczną energią kinetyczną oraz interpretację czwartej składowej siły Minkowskiego.

Spis treści

1 Wprowadzenie

Tradycyjna postać zasady równoważności masy i energii zaproponowana przez Einsteina [1] $E_0 = mc^2$ bywa czasami wyprowadzana [2] przy użyciu równań ruchu Plancka [3] $\boldsymbol{F} = d(m\gamma\boldsymbol{v})/dt$. Stosowanie tych równań w szczególnej teorii względności prowadzi do błędów, ponieważ nie są one współzmiennicze (kowariantne) względem transformacji Lorentza. Współzmienniczość równań fizyki oraz niezmienniczość wartości prędkości światła w próżni względem transformacji Lorentza są dwoma podstawowymi postulatami szczególnej teorii względności. Według mnie równania ruchu Plancka są ciekawym przykładem heurystycznej hipotezy i mają jedynie znaczenie historyczne. Przy wyznaczaniu wyrażeń dla relatywistycznej energii kinetycznej, spoczynkowej i całkowitej należy posługiwać się czterowymiarowymi równaniami ruchu Minkowskiego współzmienniczymi względem transformacji Lorenztza. [4].

2 Czterowymiarowe równania ruchu Minkowskiego współzmiennicze względem transformacji Lorentza

Czterowymiarowe równania ruchu Minkowskiego współzmiennicze względem transformacji Lorentza dane są przez:

$$\tilde{F}_\alpha = m\gamma \frac{d\tilde{v}_\alpha}{dt} = m\tilde{a}_\alpha \tag{1}$$

gdzie
$\tilde{F}_\alpha$ – składowe czterowektora siły Minkowskiego; $\alpha = 1, 2, 3, 4$; m – masa cząstki; $\gamma \equiv (1 - v^2c^{-2})^{-\frac{1}{2}}$ – czynnik Lorentza; c – wartość prędkości światła w próżni; $\tilde{v}_\alpha \equiv \gamma\,(dx_\alpha/dt)$ – składowe czterowektora prędkości; $x_1 \equiv x$, $x_2 \equiv y$, $x_3 \equiv z$, $x_4 \equiv ict$; i – jednostka urojona; $\boldsymbol{v} \equiv d\boldsymbol{r}/dt$ – trójwektor prędkości; $\boldsymbol{r} \equiv (x, y, z) = (x_1, x_2, x_3)$ – trójwektor położenia; $v^2 \equiv (dx_1/dt)^2 + (dx_2/dt)^2 + (dx_3/dt)^2$ – kwadrat modułu trójwektora prędkości; $\tilde{a}_\alpha \equiv \gamma\,(d\tilde{v}_\alpha/dt)$ – składowe czterowektora przyspieszenia.

3 Przestrzenna część czterowektora siły Minkowskiego

Czterowektor siły Minkowskiego (1) można zapisać jako

$$\tilde{\boldsymbol{F}} = \left(\boldsymbol{F}, m\gamma \frac{d\gamma ic}{dt} \right) \tag{2}$$

gdzie

$$\boldsymbol{F} \equiv m\gamma \frac{d\gamma \boldsymbol{v}}{dt} \tag{3}$$

jest przestrzenną częścią tego czterowektora.

Po uwzględnieniu, że $d\gamma/dt = \gamma^3 c^{-2} \boldsymbol{v} \cdot (d\boldsymbol{v}/dt)$; $\boldsymbol{a} = d\boldsymbol{v}/dt$ – trójwektor przyspieszenia; $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_{\|} + \boldsymbol{a}_{\perp}$; $\boldsymbol{a}_{\|} \equiv \boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{v}$; $\boldsymbol{a}_{\perp} \equiv \boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{v}$; $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{a}_{\perp} = 0$; $\boldsymbol{v} \cdot \left(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{a}_{\|} \right) = v^2 \boldsymbol{a}_{\|}$; $v^2 c^{-2} + \gamma^{-2} = 1$, przestrzenną część czterowektora siły Minkowskiego (3) zapiszemy w postaci potrzebnej do dalszych rozważań:

$$\boldsymbol{F} = m\gamma^4 \boldsymbol{a}_{\|} + m\gamma^2 \boldsymbol{a}_{\perp} \tag{4}$$

4 Nowe wyrażenia dla energii kinetycznej, całkowitej i spoczynkowej w mechanice relatywistycznej

Niech cząstka o masie m porusza się (dla prostoty) po torze prostoliniowym z prędkością $\boldsymbol{v}$. Obliczymy energię kinetyczną tej cząstki, czyli pracę jaką wykonuje przestrzenna część siły Minkowskiego aby początkowo spoczywającą cząstkę rozpędzić do prędkości $\boldsymbol{v}$.

$$E_k = \int_0^v \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} \tag{5}$$

Ponieważ $\boldsymbol{a}_{\|} \cdot d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} \cdot d\boldsymbol{r}$; $\boldsymbol{a}_{\perp} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$; $\boldsymbol{a} \equiv d\boldsymbol{v}/dt$; $d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}dt$, wyrażenie pod całką przyjmuje postać:

$$\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = m\gamma^4 \boldsymbol{v} \cdot d\boldsymbol{v} = dE_k \tag{6}$$

Możemy teraz ostatecznie wyznaczyć relatywistyczną energię kinetyczną cząstki:

$$E_k = \frac{1}{2} m\gamma^2 c^2 - \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} m\gamma^2 v^2 \tag{7}$$

gdzie

$$E \equiv \frac{1}{2} m\gamma^2 c^2 \tag{8}$$

oraz

$$E_0 \equiv \frac{1}{2} mc^2 \tag{9}$$

są odpowiednio całkowitą energią cząstki o masie m poruszającej się z prędkością $\boldsymbol{v}$ oraz energią spoczynkową tej cząstki.

Relatywistyczna energia kinetyczna (7) cząstki poruszającej się z małą prędkością w stosunku do prędkości światła ($v \ll c$) jest w przybliżeniu równa wartości wyznaczonej z klasycznego wzoru:

$$E_k \approx \frac{1}{2} mv^2 \tag{10}$$

Odnotujmy, że Einstein w znakomitej pracy [5] zaproponował dla energii kinetycznej poniższe wyrażenie:

$$E_k = m\gamma c^2 - mc^2 \tag{11}$$

5 Kwadrat modułu czterowektora prędkości

Czterowektor prędkości definiowany jest jako:

$$\tilde{\boldsymbol{v}} \equiv (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \tilde{v}_3, \tilde{v}_4) = \left(\gamma \frac{dx_1}{dt}, \gamma \frac{dx_2}{dt}, \gamma \frac{dx_3}{dt}, \gamma \frac{dx_4}{dt}\right) \tag{12}$$

Obliczając kwadrat modułu tego czterowektora

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^2 = \gamma^2 v^2 - \gamma^2 c^2 = -c^2 \tag{13}$$

dostajemy równanie:

$$\gamma^2 v^2 + c^2 = \gamma^2 c^2 \tag{14}$$

Po przemnożeniu obu stron powyższego równania przez $\frac{1}{2}m$ otrzymujemy ponownie związek pomiędzy energiami kinetyczną, spoczynkową i całkowitą cząstki poruszającej się z prędkością $\boldsymbol{v}$:

$$\frac{1}{2} m\gamma^2 v^2 + \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} m\gamma^2 c^2 \tag{15}$$

6 Nowy związek między energią i pędem

Czterowektor pędu definiowany jest jako:

$$\tilde{\boldsymbol{p}} \equiv m\tilde{\boldsymbol{v}} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3, \tilde{p}_4) \tag{16}$$

gdzie

$$\tilde{p}_\alpha \equiv m\tilde{v}_\alpha \tag{17}$$

Czasowa część czterowektora pędu po uwzględnieniu równań (17, 12, 8) przyjmuje postać:

$$\tilde{p}_4 \equiv m\tilde{v}_4 = m\gamma ic = i\sqrt{2mE} \tag{18}$$

Wyznaczając dwukrotnie kwadrat modułu czterowektora pędu (16), otrzymamy:

$$\tilde{\boldsymbol{p}}^2 = -m^2c^2 \tag{19}$$

oraz

$$\tilde{\boldsymbol{p}}^2 = p^2 - m^2\gamma^2c^2 \tag{20}$$

gdzie

$$\boldsymbol{p} \equiv m\gamma\boldsymbol{v} = \left(m\gamma\frac{dx_1}{dt}, m\gamma\frac{dx_2}{dt}, m\gamma\frac{dx_3}{dt}\right) = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3) \tag{21}$$

oraz

$$\boldsymbol{p}^2 = p^2 = \tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_2^2 + \tilde{p}_3^2 = m^2\gamma^2v^2 \tag{22}$$

są odpowiednio przestrzenną częścią czterowektora pędu oraz kwadratem jej modułu.

Przyrównując do siebie prawe strony obu równań (19) i (20) dla kwadratu modułu czterowektora pędu, po prostych przekształceniach uwzględniających (7, 8, 9), otrzymujemy:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}m\gamma^2c^2 - \frac{1}{2}mc^2 = E - E_0 \tag{23}$$

lub

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}m\gamma^2v^2 = E_k \tag{24}$$

7 Czwarta (czasowa) składowa siły Minkowskiego

Czwartą składową siły Minkowskiego

$$\tilde{F}_4 = m\gamma\frac{d\gamma ic}{dt} = imc\gamma\frac{d\gamma}{dt} \tag{25}$$

po uwzględnieniu, że $\gamma d\gamma/dt = \left(d\gamma^2/dt\right)/2$ oraz równań (7, 8, 9), można zapisać w postaci:

$$\tilde{F}_4 = ic^{-1}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\gamma^2c^2\right) = ic^{-1}\frac{dE}{dt} = ic^{-1}\frac{dE_k}{dt} \tag{26}$$

Odnotujmy, że iloczyn skalarny czterowektora siły Minkowskiego

$$\tilde{\boldsymbol{F}} = \left(\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \tilde{F}_3, \tilde{F}_4\right) = \left(\boldsymbol{F}, \tilde{F}_4\right) \tag{27}$$

i różniczki czterowektora położenia

$$d\tilde{\boldsymbol{r}} = (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) = (d\boldsymbol{r}, dx_4) \tag{28}$$

jest niezmiennikiem względem transformacji Lorentza równym zeru.

$$\tilde{\boldsymbol{F}} \cdot d\tilde{\boldsymbol{r}} = \tilde{F}_1 dx_1 + \tilde{F}_2 dx_2 + \tilde{F}_3 dx_3 + \tilde{F}_4 dx_4 = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} + \tilde{F}_4 dx_4 = 0 \tag{29}$$

8 Bardziej ogólna postać równań ruchu Minkowskiego

Łącząc równania (1) oraz (17), otrzymujemy bardziej ogólną postać równań ruchu Minkowskiego:

$$\tilde{F}_\alpha = \gamma\frac{dm\tilde{v}_\alpha}{dt} = \gamma\frac{d\tilde{p}_\alpha}{dt} \tag{30}$$

Z równań (30) wynika prawo zachowania pędu i energi, które stanowi, że: Jeżeli wszystkie składowe czterowekora siły działającej na cząstkę są równe zeru, to wszystkie składowe czterowektora pędu tej cząstki są stałe w czasie.

9 Konkluzje i dyskusja

Otrzymane przez nas w tej pracy nowe wyrażenia dla relatywistycznej energii kinetycznej, spoczynkowej i całkowitej różnią się od powszechnie stosowanych analogicznych wyrażeń. Różnice te są spowodowane przyjętym założeniem o poprawności równań ruchu Minkowskiego a nie równań ruchu Plancka. Nowa relatywistyczna energia kinetyczna i jej związek z przestrzenną częścią czterowektora pędu dane są wyrażeniami podobnymi do ich klasycznych odpowiedników. W szczególności wykazaliśmy, że wartość energii spoczynkowej jest o połowę mniejsza od wartości wynikającej z tradycyjnej relacji $E_0 = mc^2$. Najpopularniejszy wzór fizyki jest niepoprawny.

Niezgodność zasady równoważności masy i energii z danymi doświadczalnymi była ostatnio dyskutowana przez Muhyedeena [6] .

Literatura

[1] Einstein, A., Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhänging?, *Ann. Phys.(Leipzig)*, **323**, 639–641, (1905). [DOI], (Cytowana na stronie 1.)

[2] Katz, R., An Introduction to the Special Theory of Relativity, (D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, NJ, 1964). (Cytowana na stronie 1.)

[3] Planck, M., Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik, *Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft*, **8**, 136–141, (1906). [Patrz równanie 6.], [HTM], (Cytowana na stronie 1.)

[4] Minkowski, H., Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern, *Nachrichten von der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen (Mathematisch-physikalische Klasse)*, 53–111, (1908). [Patrz równania 22 na stronie 107 oraz równanie 3 na stronie 100.], [HTM], (Cytowana na stronie 1.)

[5] Einstein, A., Zur Elekrodynamik bewegter Körper, *Ann. Phys. (Leipzig)*, **322**, 891–921, (1905). [DOI], (Cytowana na stronie 4.)

[6] Muhyedeen, B., Ńew Concept of Mass-Energy Equivalence", *Eur. J. Sc. Res.*, **26**, 161–175, (2009). [PDF]. (Cited on page 9.)

Dodatek

Losy artykułu *Energia w Szczególnej Teorii Względności*
Proponowałem opublikowanie angielskiej wersji tego artykułu pod tytułem *Energy in Special Relativity* redakcjom następujących czasopism:
1. Science – 10 listopada 2010
2. Physical Review D – 6 grudnia 2010
3. Nature – 22 grudnia 2010
4. Annalen der Physik – 22 grudnia 2010
5. Acta Physica Polonica B – 3 maja 2011

Poniżej podaję krótkie streszczenia odmownych decyzji:
1. Nie publikujemy prac zawierających wzory.
2. Nie zostały wskazane doświadczenia potwierdzające podstawowe tezy tej pracy.
3. Nie publikujemy prac zawierających wzory.
4. Nie publikujemy prac z historii fizyki.
5. Praca nie spełnia wymogów formalnych.

Proponowana lektura uzupełniająca
Dodatkowe informacje dotyczące tematyki prezentowanej w zamieszczonym tu artykule można znaleźć w mojej książce *Szczególna Teoria Względności*, dostępnej w postaci eBooka [ISBN: 978-83-272-3465-0].

Zbigniew Osiak

Należę do pokolenia fizyków, dla których idolami byli Albert Einstein, Lew Dawidowicz Landau i Richard P. Feynman. Einstein zniewolił mnie potęgą swej intuicji. Landaua podziwiam za rzetelność, precyzję i prostotę wywodów oraz instynktowne wyczuwanie istoty zagadnienia. Feynman urzekł mnie lekkością narracji i subtelnym poczuciem humoru.