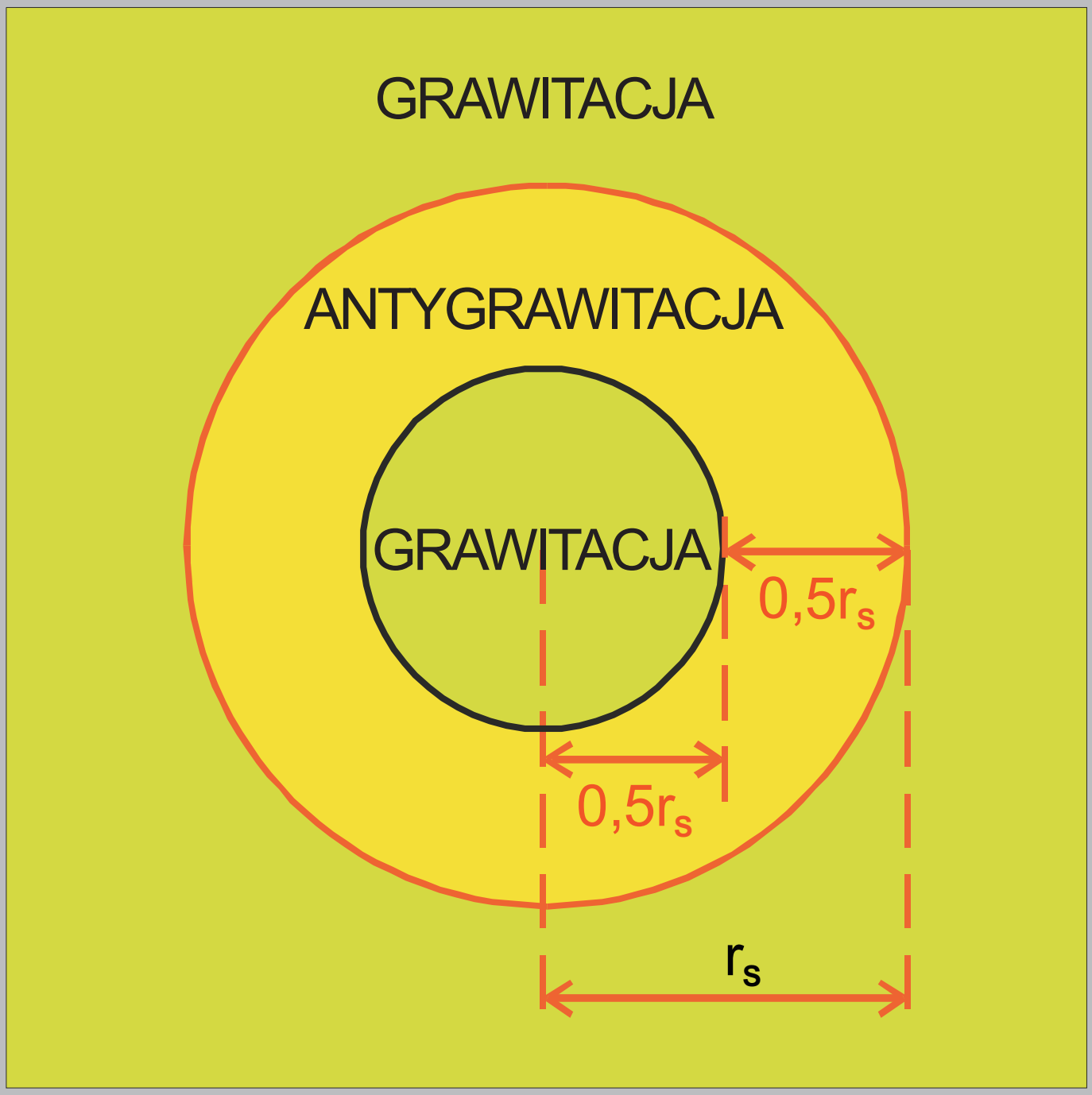


Zbigniew Osiak

ANTYGRAWITACJA

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym: http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

Zbigniew Osiak

ANTYGRAWITACJA

O TYM, JAK OGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI SKRYWA ANTYGRAWITACJĘ – ROZWAŻANIA HEURYSTYCZNE

Matematyka powinna być służącą, a nie królową.

Gosi,
mojej córce poświęcam

© Copyright by Zbigniew Osiak
01.04.2012
01.04.2014
01.04.2015
01.04.2016

Wszelkie prawa zastrzeżone. Rozpowszechnianie i kopiowanie całości lub części publikacji zabronione bez pisemnej zgody autora.

Portrety (rysunki) Newtona, Gaussa, Einsteina i Schwarzschilda
Małgorzata Osiak

Portret autora na okładce tylnej
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-3649-4

e-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:
http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

SPIS TREŚCI

STRONA TYTUŁOWA

STRONA PRAW AUTORSKICH

1 WPROWADZENIE 11

- Wstęp 11
- Ograniczenia dla składowych tensora metrycznego 11
- Związek przyczynowo-skutkowy między dwoma zdarzeniami 11
- Fizyczna czasoprzestrzeń 11
- Relacje między składowymi tensora metrycznego i lokalnymi wektorami bazowymi 12
- Iloczyn skalarny 12
- Wartość wektora 13
- Fizyczne (prawdziwe) składowe wektora 13
- Wartość wektora wyrażona przez fizyczne składowe wektora 13
- Cosinus kąta zawartego między lokalnymi wektorami bazowymi 13
- Metryki stacjonarne o zerowych składowych przestrzenno-czasowych 14
- Cytowane prace 14

2 RÓWNANIA RUCHU 15

- Kwadratowa forma różniczkowa czasoprzestrzeni ze stacjonarną metryką o zerowych składowych przestrzenno-czasowych 15
- Czterowektor prędkości 15
- Trójwektor prędkości 15
- Wartość trójwektora prędkości 15
- Fizyczne (prawdziwe) składowe trójwektora prędkości 16
- Czynnik Lorentza 16
- Składowe czterowektora prędkości wyrażone przez składowe trójwektora prędkości 16
- Fizyczne (prawdziwe) składowe czterowektora prędkości 17
- Czterowektor przyspieszenia całkowitego 17
- Trójwektor przyspieszenia całkowitego 17
- Wartość trójwektora przyspieszenia całkowitego 18
- Fizyczne (prawdziwe) składowe trójwektora przyspieszenia całkowitego 18
- Składowe czterowektora przyspieszenia całkowitego wyrażone przez składowe trójwektora przyspieszenia całkowitego 18
- Fizyczne (prawdziwe) składowe czterowektora przyspieszenia całkowitego 19
- Czterowymiarowe równania ruchu cząstki próbnej 20

3 RÓWNANIA POLA 21

- Wstęp 21
- Równania pola 21
- Cytowane prace 22

4 POLE GRAWITACYJNE NA ZEWNĄTRZ ŹRÓDŁOWEJ MASY 23

- Zewnętrzna metryka Schwarzschilda 23
- Wartość prędkości rozchodzenia się światła a zewnętrzna metryka Schwarzschilda 23
- Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku na zewnątrz źródłowej masy 23
- Grawitacja i antygrawitacja 24
- Główna hipoteza 25
- Cytowane prace 25

5 CZARNA DZIURA Z MAKSYMALNĄ OTOCZKĄ ANTYGRAWITACYJNĄ

- Czarna dziura z maksymalną otoczką antygrawitacyjną 26

6 POLE GRAWITACYJNE WEWNĄTRZ ŹRÓŁOWEJ MASY 27

- Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz źródłowej masy 27
- Wartość prędkości rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym znajdującym się wewnątrz źródłowej masy 27
- Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku wewnątrz źródłowej masy 28

7 POLE GRAWITACYJNE WEWNĄTRZ CZARNEJ DZIURY Z MAKSYMALNĄ OTOCZKĄ ANTYGRAWITACYJNA 29

- Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną 29
- Wartość prędkości rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym znajdującym się wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką grawitacyjną 29
- Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczka grawitacyjną 30

8 GRAFICZNA ANALIZA PEŁNEGO ROZWIĄZANIA 31

- Wykres zależności składowej czasowo-czasowej tensora metrycznego oraz fizycznej składowej przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku od odległości od centrum czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną 31

9 RÓWNANIA POLA A RÓWNANIA RUCHU 33

- Równania ruchu są zawarte w równaniach pola 33
- Równania ruchu i równania pola w OTW a dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego Newtona 34

10 NOWY TEST OGÓLNEJ TEORII WZGLĘDNOŚCI 39

- Propozycja eksperymentu 39

11 CZARNO-DZIUROWY MODEL NASZEGO WSZECHŚWIATA 40

- Nasz Wszechświat jako czarna dziura z maksymalną otoczką antygrawitacyjną 40
- Promień Naszego Wszechświata 40

12 PARADOKS FOTONOWY 41

- Wstęp 41
- Grawitacyjne przesunięcie ku czerwieni 41
- Czasoprzestrzeń konforemnie płaska 41
- Czasoprzestrzeń Schwarzschilda 41
- Czasoprzestrzeń Friedmana-Lemaître'a-Robertsona-Walkera 41
- Paradoks fotonowy 42
- Czy fotony mają pamięć? 42
- Energia fotonu w polu grawitacyjnym Newtona 42
- Atom wodoru w polu grawitacyjnym Schwarzschilda – rozważania heurystyczne 44
- Jak zdefiniować poczerwienienie? 44
- Poczerwienienie światła docierającego do Ziemi ze Słońca 45
- Poczerwienienie światła docierającego do Ziemi z odległej galaktyki 45
- Prawo Hubble'a 47
- Promień Naszego Wszechświata wg obserwacji Hubble'a 47
- Średnia gęstość Naszego Wszechświata wg obserwacji Hubble'a 48
- Niezmienność energii fotonu a doświadczenie Pounda-Rebki 48
- Cytowane prace 50

13 POLE GRAWITACYJNE ZIEMI A POLE GRAWITACYJNE WSZECHŚWIATA 51

- Wpływ pola grawitacyjnego na odległości przestrzenną i czasową 51
- Lokalne własności poczerwienienia 51
- Wnioski 52

14 PARADOKS OLBERSA 53

- Paradoks Olbersa 53

- Prawdopodobieństwo trafienia fotonu w Ziemię 53
- Atom wodoru Bohra w Naszym Wszechświecie 53
- Natężenie oświetlenia powierzchni Ziemi w nocy 54
- Cytowane prace 56

15 MIKROFALOWE PROMIENIOWANIE TŁA 57

- Promieniowanie tła 57
- Promieniowanie tła w Teorii Wielkiego Wybuchu 57
- Promieniowanie tła w Czarno-dziurowym Wszechświecie 57
- Cytowane prace 58

16 ŚREDNIA GĘSTOŚĆ WSZECHŚWIATA W TEORII FRIEDMANA 59

- Gęstość krytyczna 59
- Parametr gęstości i aktualna średnia gęstość Wszechświata Friedmana 59
- Ciemna energia 59
- Cytowane prace 59

17 ANTYGRAWITACJA W INNYCH MODELACH WSZECHŚWIATA 60

- Przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki odpowiadające metryce F-L-R-W 60
- Przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki odpowiadające metryce prostego modelu rozszerzającej się czasoprzestrzeni 61
- Cytowane prace 62

18 NASZ WSZECHŚWIAT JAKO PRZESTRZEŃ EINSTEINA 63

- Inna postać równań pola – Nasz Wszechświat jako przestrzeń Einsteina 63
- Cytowane prace 63

19 ZAŁOŻENIA 64

- Podstawowe postulaty Ogólnej Teorii Względności 64
- Dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego 64
- Równanie Poissona a dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego 64
- Znaki prawych stron równań Poissona a warunki brzegowe 64
- Hipoteza o pamięci fotonów 65
-

20 STABILNOŚĆ MODELU 66

- Stabilność modelu 66
- Grawitacyjne prawo Gaussa i galaktyki 66

21 GŁÓWNE WYNIKI 68

- Hipoteza o istnieniu antygrawitacji 68
- Czarna dziura z maksymalną otoczką antygrawitacyjną 68
- Hipoteza o dwu-potencjalności stacjonarnego pola grawitacyjnego 68
- Równania ruchu są zawarte w równaniach pola 68
- Czarno-dziurowy model Naszego Wszechświata 68
- Rozmiar Naszego Wszechświata 69
- Gęstość Naszego Wszechświata 69
- Paradoks fotonowy 69
- Hipoteza o pamięci fotonów 69
- Nasz Wszechświat jest przestrzenią Einsteina 69
- Antygrawitacja w innych modelach Wszechświata 69
- Nowe testy Ogólnej Teorii Względności 70
- Cytowane prace 70

22 DODATEK MATEMATYCZNY 71

- Jawna postać symboli Christoffela pierwszego i drugiego rodzaju 71
- Jawna postać kowariantnego tensora krzywizny Ricciego 71
- Równania pola 72
- Skalar krzywizny 73
- Równania pola wyrażone przez skalar krzywizny 73
- Operator Laplace’a (laplasjan) we współrzędnych kartezjańskich i sferycznych 75
- Wykorzystane relacje 75

23 DODATEK FIZYCZNY 76

- Serie widmowe atomu wodoru w warunkach ziemskich 76
- Serie widmowe atomu wodoru w Naszym Wszechświecie 77
- Widmo fal elektromagnetycznych 77
- Wybrane pojęcia, stałe i jednostki 78

24 DODATEK HISTORYCZNY 80

- Prawo grawitacji Newtona 80
- Prawo grawitacji Gaussa 80
- Ogólna teoria względności Einsteina 81
- Zewnętrzne (próżniowe) rozwiązanie Schwarzschilda 81

25 ZAKOŃCZENIE 82

- Refleksje autora 82

ANTYGRAWITACJA

1 WPROWADZENIE

- **Wstęp**

Kilka referatów na temat antygrawitacji, które wygłosiłem w gronie fizyków-teoretyków, spotkało się z niezwykle ostrą krytyką oraz ignorancją. Z kolei, referaty dla niefachowców nie wzbudziły u ich słuchaczy żadnego zainteresowania. Wielu „tropicieli" antygrawitacji według mnie błędnie uważa, że zjawisko to jest dokładnym odwróceniem zjawiska grawitacji. Stwierdzenie takie uzasadniają postulowaną analogią do oddziaływań elektrostatycznych, które mogą być w całej przestrzeni zarówno przyciągające jak i odpychające.

Mimo to, zdecydowałem się przedstawić moje poglądy dotyczące antygrawitacji, ponieważ wydają się one być spójne i logicznie poprawne. Z podstawowych założeń ogólnej teorii względności wynika, że zewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda jest poprawne dla $r \geq \frac{1}{2} r_S$. W szczególności, dla $\frac{1}{2} r_S \leq r < r_S$ opisuje ono antygrawitację, a dla $r > r_S$ – grawitację. Innymi słowy, za horyzontem zdarzeń czarnej dziury istnieje obszar charakteryzujący się występowaniem antygrawitacji. Grawitacja i antygrawitacja mają naturę warstwową, różnią się więc w istotny sposób od przyciągających i odpychających oddziaływań elektrostatycznych.

- **Ograniczenia dla składowych tensora metrycznego**

Przykłady podane w tomie „Ogólna Teoria Względności" [1] bazowały na założeniu, że wszystkie składowe tensora metrycznego są nieujemne, co, w związku z relacją

$$\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4),$$

gwarantowało rzeczywiste wartości lokalnych wektorów bazowych.

- **Związek przyczynowo-skutkowy między dwoma zdarzeniami**

Dwa zdarzenia (x^1, x^2, x^3, x^4) i $(x^1 + dx^1, x^2 + dx^2, x^3 + dx^3, x^4 + dx^4)$ pozostają w związku przyczynowo-skutkowym, jeżeli odległość przestrzenna tych zdarzeń jest niewiększa od ich odległości czasowej. W przypadku metryki o zerowych składowych przestrzenno-czasowych, warunek ten można zapisać w postaci:

$$\left| g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \right| \leq \left| g_{44} dx^4 dx^4 \right|, \quad x^4 = ict, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3).$$

- **Fizyczna czasoprzestrzeń**

W czasoprzestrzeni istnieją obszary, w których

$$g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4),$$

oraz obszary, w których

$$g_{\mu\nu} \leq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4).$$

Jeżeli dwa zdarzenia pozostają w związku przyczynowo-skutkowym, to w każdym z tych obszarów mamy odpowiednio:

$$g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 \leq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4)$$

oraz

$$g_{\mu\nu} \leq 0, \quad (ds)^2 \geq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4).$$

Obszary spełniające powyższe warunki będziemy nazywali **fizyczną czasoprzestrzenią**.

W obszarach, w których

$g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 > 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4)$

lub

$g_{\mu\nu} \leq 0, \quad (ds)^2 < 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4),$

nie istnieje ani jedna para zdarzeń pozostających w związku przyczynowo-skutkowym.

- **Relacje między składowymi tensora metrycznego i lokalnymi wektorami bazowymi**

Aby w fizycznej czasoprzestrzeni lokalne wektory bazowe miały rzeczywiste wartości, należy przyjąć nową relację między tymi wektorami i składowymi tensora metrycznego.

$$\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = -(\operatorname{sgn} ds^2) g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4)$$

Pociąga to za sobą konieczność zmiany definicji iloczynu skalarnego i związanych z nim pojęć. Zmiany te, wymuszone przez fizykę, spowodują jedynie drobną komplikację niektórych wzorów.

W przypadku zagadnień, w których

$(ds)^2 < 0 \quad$ oraz $\quad g_{\mu\nu} \geq 0,$

powyższe modyfikacje nie prowadzą do żadnych zmian w cytowanym poprzednio tomie zatytułowanym „Ogólna Teoria Względności” [1].

$$\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = -(\operatorname{sgn} ds^2) g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4)$$

$$\downarrow \quad (ds)^2 < 0$$

$$\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = g_{\mu\nu} \geq 0$$

- **Iloczyn skalarny**

Iloczynem skalarnym wektorów $\mathbf{A} = A^\mu \mathbf{e}_\mu$ i $\mathbf{B} = A^\nu \mathbf{e}_\nu$ nazwiemy wyrażenie

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^\mu B^\nu \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu$$

$$\downarrow \quad \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = -(\operatorname{sgn} ds^2) g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = -(\operatorname{sgn} ds^2) g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu$$

- **Wartość wektora**

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}=A^{\mu}A^{\nu}\mathbf{e}_{\mu}\cdot\mathbf{e}_{\nu}=-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\nu}A^{\mu}A^{\nu},\quad (ds)^{2}\neq 0,\quad (\mu,\nu=1,2,3,4)$$

$$A=|\mathbf{A}|=\sqrt{\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}}=\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\nu}A^{\mu}A^{\nu}}$$

- **Fizyczne (prawdziwe) składowe wektora**

$$\mathbf{A}=A^{\mu}\mathbf{e}_{\mu}$$

$$\mathbf{A}=\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}\,A^{\mu}\frac{\mathbf{e}_{\mu}}{\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}},\quad (ds)^{2}\neq 0,\quad (\mu,\nu=1,2,3,4)$$

$$\hat{A}^{\mu}=\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}\,A^{\mu}\qquad \text{Fizyczne składowe wektora}$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{\mu}=\frac{\mathbf{e}_{\mu}}{e_{\mu}}=\frac{\mathbf{e}_{\mu}}{\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}},\quad |\hat{\mathbf{e}}_{\mu}|=1$$

$$\mathbf{A}=\hat{A}^{\mu}\,\hat{\mathbf{e}}_{\mu}$$

- **Wartość wektora wyrażona przez fizyczne składowe wektora**

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}=A^{\mu}A^{\nu}\,\mathbf{e}_{\mu}\cdot\mathbf{e}_{\nu}$$

$$A^{\mu}A^{\nu}=\frac{\hat{A}^{\mu}\hat{A}^{\nu}}{\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\nu\nu}}}$$

$$\mathbf{e}_{\mu}\cdot\mathbf{e}_{\nu}=-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\nu}\geq 0,\quad (ds)^{2}\neq 0,\quad (\mu,\nu=1,2,3,4)$$

$$\frac{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\nu}}{\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\nu\nu}}}=\frac{g_{\mu\nu}}{\sqrt{g_{\mu\mu}}\sqrt{g_{\nu\nu}}}$$

$$|\mathbf{A}|=A=\sqrt{\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}}=\sqrt{\frac{\hat{A}^{\mu}\hat{A}^{\nu}\,g_{\mu\nu}}{\sqrt{g_{\mu\mu}}\sqrt{g_{\nu\nu}}}}$$

- **Cosinus kąta zawartego między lokalnymi wektorami bazowymi**

$$\mathbf{e}_{\mu}\cdot\mathbf{e}_{\nu}=|\mathbf{e}_{\mu}||\mathbf{e}_{\nu}|\cos\left(\mathbf{e}_{\mu},\mathbf{e}_{\nu}\right)$$

$$\mathbf{e}_{\mu}\cdot\mathbf{e}_{\nu}=-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\nu}\geq 0,\quad (ds)^{2}\neq 0,\quad (\mu,\nu=1,2,3,4)$$

$$|\mathbf{e}_{\mu}|=\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\mu\mu}}\geq 0$$

$$|\mathbf{e}_{\nu}|=\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^{2}\right)g_{\nu\nu}}\geq 0$$

$$\cos\left(\mathbf{e}_\mu,\mathbf{e}_\nu\right)=\frac{\mathbf{e}_\mu\cdot\mathbf{e}_\nu}{\left|\mathbf{e}_\mu\right|\left|\mathbf{e}_\nu\right|}=\frac{g_{\mu\nu}}{\sqrt{g_{\mu\mu}}\sqrt{g_{\nu\nu}}}$$

- **Metryki stacjonarne o zerowych składowych przestrzenno-czasowych**

Ze względu na prostotę, szczegółowe rozważania ograniczymy do metryk stacjonarnych o zerowych składowych przestrzenno-czasowych, czyli metryk typu:

$$(ds)^2=g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta+g_{44}dx^4dx^4,\quad \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^4}=0,\quad \frac{\partial g_{44}}{\partial x^4}=0,\quad (\alpha,\beta=1,2,3).$$

Przykładem takiej metryki jest zewnętrzna metryka Schwarzschilda, która w zależności od wyjściowego układu współrzędnych jest zapisywana w równoważnych postaciach:

$$(ds)^2=\left\{\delta_{\alpha\beta}+\frac{x^\alpha x^\beta}{r^2}\left[\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}-1\right]\right\}dx^\alpha dx^\beta+\left(\delta_{44}-\frac{r_S}{r}\right)dx^4dx^4,\quad (\alpha,\beta=1,2,3),$$

$$x^1=x,\quad x^2=y,\quad x^3=z,\quad x^4=ict,\quad r_S=\frac{2GM}{c^2}$$

lub

$$(ds)^2=\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}dr^2+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta\,d\varphi^2+\left(1-\frac{r_S}{r}\right)dx^4dx^4,$$

$$x^1=r,\quad x^2=\theta,\quad x^3=\varphi,\quad x^4=ict,\quad r_S=\frac{2GM}{c^2}.$$

Cytowane prace

[1] Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, http://vixra.org/abs/1804.0178

2 RÓWNANIA RUCHU

- **Kwadratowa forma różniczkowa czasoprzestrzeni ze stacjonarną metryką o zerowych składowych przestrzenno-czasowych**

$$(ds)^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta + g_{44}dx^4dx^4, \quad \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^4} = 0, \quad \frac{\partial g_{44}}{\partial x^4} = 0, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3).$$

- **Czterowektor prędkości**

$$\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{v}^\lambda \, \mathbf{e}_\lambda, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$\tilde{v}^\lambda \overset{df}{=} \sqrt{\operatorname{sgn} ds^2}\; c\frac{dx^\lambda}{ds}, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$ds = c\sqrt{-g_{44}}\sqrt{1 - \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dx^\alpha}{dt}\frac{dx^\beta}{dt}\frac{1}{c^2}}\; dt = c\sqrt{-g_{44}}\;\gamma_G^{-1}\; dt, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3)$$

$$\frac{\sqrt{\operatorname{sgn} ds^2}}{\sqrt{-g_{44}}} = \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}}, \quad \frac{1}{\gamma_G} \overset{df}{=} \sqrt{1 - \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dx^\alpha}{dt}\frac{dx^\beta}{dt}\frac{1}{c^2}}$$

$$\tilde{v}^\lambda = \frac{\gamma_G}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}}\frac{dx^\lambda}{dt}, \quad (\lambda = 1,2,3,4), \qquad \tilde{v}^4 = \frac{\gamma_G}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}}\, ic$$

- **Trójwektor prędkości**

$$\mathbf{v} = v^\alpha \, \mathbf{e}_\alpha, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$v^\alpha \overset{df}{=} \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}}\frac{dx^\alpha}{dt}, \quad (ds)^2 \neq 0$$

- **Wartość trójwektora prędkości**

$$v^2 = \mathbf{v}\cdot\mathbf{v}$$

$$\mathbf{v} = v^\alpha \, \mathbf{e}_\alpha, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$v^2 = \mathbf{v}\cdot\mathbf{v} = v^\alpha \, \mathbf{e}_\alpha \cdot v^\beta \, \mathbf{e}_\beta = v^\alpha v^\beta \, \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_\beta, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3)$$

$$v^\alpha = \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}}\frac{dx^\alpha}{dt}, \quad v^\beta = \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}}\frac{dx^\beta}{dt}, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3)$$

$$\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_\beta = -(\operatorname{sgn} ds^2) g_{\alpha\beta} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0$$

$$v^2 = \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dx^\alpha}{dt}\frac{dx^\beta}{dt}, \qquad v = \sqrt{\frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dx^\alpha}{dt}\frac{dx^\beta}{dt}}$$

- **Fizyczne (prawdziwe) składowe trójwektora prędkości**

$$\mathbf{v} = v^{\alpha}\,\mathbf{e}_{\alpha}, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$\mathbf{v} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\alpha\alpha}}\; v^{\alpha}\,\frac{\mathbf{e}_{\alpha}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\alpha\alpha}}}, \quad (ds)^2 \neq 0$$

$$\hat{v}^{\alpha} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\alpha\alpha}}\; v^{\alpha} = \frac{\sqrt{g_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{g_{44}}}\frac{dx^{\alpha}}{dt}$$ Fizyczne składowe trójwektora prędkości

$$\hat{\mathbf{e}}_{\alpha} = \frac{\mathbf{e}_{\alpha}}{e_{\alpha}} = \frac{\mathbf{e}_{\alpha}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\alpha\alpha}}}, \quad |\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}| = 1$$

$$\mathbf{v} = \hat{v}^{\alpha}\,\hat{\mathbf{e}}_{\alpha} = \frac{\sqrt{g_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{g_{44}}}\frac{dx^{\alpha}}{dt}\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}$$

- **Czynnik Lorentza**

$$\frac{1}{\gamma_G} = \sqrt{1 - \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dx^{\alpha}}{dt}\frac{dx^{\beta}}{dt}\frac{1}{c^2}}$$

$$v^2 = \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dx^{\alpha}}{dt}\frac{dx^{\beta}}{dt}, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3)$$

$$\gamma_G = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- **Składowe czterowektora prędkości wyrażone przez składowe trójwektora prędkości**

$$\tilde{v}^{\lambda} = \frac{\gamma_G}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\frac{dx^{\lambda}}{dt}, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$v^{\alpha} \overset{df}{=} \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\frac{dx^{\alpha}}{dt}, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$x^4 = ict, \quad v^4 \overset{df}{=} \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\frac{dx^4}{dt} = \frac{ic}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}$$

$$\tilde{v}^{\lambda} = \gamma_G v^{\lambda}, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

- **Fizyczne (prawdziwe) składowe czterowektora prędkości**

$$\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{v}^{\lambda}\,\mathbf{e}_{\lambda}, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}\;\tilde{v}^{\lambda}\,\frac{\mathbf{e}_{\lambda}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}}, \quad (ds)^2 \neq 0$$

$$\hat{\tilde{v}}^{\lambda} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}\;\tilde{v}^{\lambda} = \gamma_G\,\frac{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}}{\sqrt{g_{44}}}\,\frac{dx^{\lambda}}{dt}$$ Fizyczne składowe czterowektora prędkości

$$\hat{\mathbf{e}}_{\lambda} = \frac{\mathbf{e}_{\lambda}}{e_{\lambda}} = \frac{\mathbf{e}_{\lambda}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda}}}, \quad \left|\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}\right| = 1$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \hat{\tilde{v}}^{\lambda}\,\hat{\mathbf{e}}_{\lambda} = \gamma_G\,\frac{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}}{\sqrt{g_{44}}}\,\frac{dx^{\lambda}}{dt}\,\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$$

- **Czterowektor przyspieszenia całkowitego**

$$\tilde{\mathbf{a}}_{\text{total}} = \tilde{\mathbf{a}} = \tilde{a}^{\lambda}_{\text{total}}\,\mathbf{e}_{\lambda} = \tilde{a}^{\lambda}\,\mathbf{e}_{\lambda}, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$\tilde{a}^{\lambda}_{\text{total}} = \tilde{a}^{\lambda} \overset{\text{df}}{=} (\operatorname{sgn} ds^2)\,c^2\,\frac{d^2x^{\lambda}}{ds^2}, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$\tilde{v}^{\lambda} = \sqrt{\operatorname{sgn} ds^2}\;c\,\frac{dx^{\lambda}}{ds}, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$\tilde{a}^{\lambda} = \sqrt{\operatorname{sgn} ds^2}\;c\,\frac{d\tilde{v}^{\lambda}}{ds}$$

$$ds = c\sqrt{-g_{44}}\,\sqrt{1 - \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\,\frac{dx^{\alpha}}{dt}\,\frac{dx^{\beta}}{dt}\,\frac{1}{c^2}}\;dt = c\sqrt{-g_{44}}\;\gamma_G^{-1}\;dt$$

$$\tilde{a}^{\lambda} = \frac{\gamma_G}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\,\frac{d\tilde{v}^{\lambda}}{dt} = \frac{\gamma_G^2}{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}\left[\frac{d^2x^{\lambda}}{dt^2} - \frac{1}{2\,g_{44}}\,\frac{dx^{\lambda}}{dt}\,\frac{dg_{44}}{dt} + \frac{1}{\gamma_G}\,\frac{d\gamma_G}{dt}\,\frac{dx^{\lambda}}{dt}\right]$$

- **Trójwektor przyspieszenia całkowitego**

$$\mathbf{a}_{\text{total}} = \mathbf{a} = a^{\alpha}\,\mathbf{e}_{\alpha}$$

$$a^{\alpha} \overset{\text{df}}{=} \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\,\frac{dv^{\alpha}}{dt}, \quad v^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\,\frac{dx^{\alpha}}{dt}, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$\mathbf{a}_{\text{total}} = \mathbf{a} = \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\,\frac{dv^{\alpha}}{dt}\,\mathbf{e}_{\alpha} = \frac{1}{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}\left[\frac{d^2x^{\lambda}}{dt^2} - \frac{1}{2\,g_{44}}\,\frac{dx^{\lambda}}{dt}\,\frac{dg_{44}}{dt}\right]\mathbf{e}_{\alpha}$$

- **Wartość trójwektora przyspieszenia całkowitego**

$$a^2 = \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = a^{\alpha}\,\mathbf{e}_{\alpha}, \quad \mathbf{a} = a^{\beta}\,\mathbf{e}_{\beta}, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$a^2 = \mathbf{a}\cdot\mathbf{a} = a^{\alpha}\,\mathbf{e}_{\alpha}\cdot a^{\beta}\,\mathbf{e}_{\beta} = a^{\alpha}a^{\beta}\,\mathbf{e}_{\alpha}\cdot\mathbf{e}_{\beta}, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3)$$

$$a^{\alpha} \overset{df}{=} \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{44}}}\frac{dv^{\alpha}}{dt}, \quad a^{\beta} \overset{df}{=} \frac{1}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{44}}}\frac{dv^{\beta}}{dt}, \quad (\alpha,\beta = 1,2,3)$$

$$\mathbf{e}_{\alpha}\cdot\mathbf{e}_{\beta} = -(\operatorname{sgn} ds^2)g_{\alpha\beta} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0$$

$$a^2 = \frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dv^{\alpha}}{dt}\frac{dv^{\beta}}{dt}, \qquad \boxed{a = \sqrt{\frac{g_{\alpha\beta}}{g_{44}}\frac{dv^{\alpha}}{dt}\frac{dv^{\beta}}{dt}}}$$

- **Fizyczne (prawdziwe) składowe trójwektora przyspieszenia całkowitego**

$$\mathbf{a} = a^{\alpha}\,\mathbf{e}_{\alpha}, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$\mathbf{a} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{\alpha\alpha}}\;a^{\alpha}\frac{\mathbf{e}_{\alpha}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{\alpha\alpha}}}, \quad (ds)^2 \neq 0$$

$$\hat{a}^{\alpha} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{\alpha\alpha}}\;a^{\alpha} = \frac{\sqrt{g_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{g_{44}}}\frac{dv^{\alpha}}{dt}$$ Fizyczne składowe trójwektora przyspieszenia

$$\hat{\mathbf{e}}_{\alpha} = \frac{\mathbf{e}_{\alpha}}{e_{\alpha}} = \frac{\mathbf{e}_{\alpha}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{\alpha\alpha}}}, \quad |\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}| = 1$$

$$\boxed{\mathbf{a} = \hat{a}^{\alpha}\,\hat{\mathbf{e}}_{\alpha} = \frac{\sqrt{g_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{g_{44}}}\frac{dv^{\alpha}}{dt}\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}}$$

- **Składowe czterowektora przyspieszenia całkowitego wyrażone przez składowe trójwektora przyspieszenia całkowitego**

$$\tilde{a}^{\alpha} = \gamma_G^2 a^{\alpha} + \frac{\gamma_G}{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{44}}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\frac{d\gamma_G}{dt}, \quad (\alpha = 1,2,3)$$

$$\tilde{a}^{4} = \frac{\gamma_G^2}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{44}}}\frac{dv^{4}}{dt} + \frac{\gamma_G}{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{44}}\frac{dx^{4}}{dt}\frac{d\gamma_G}{dt}$$

- **Fizyczne (prawdziwe) składowe czterowektora przyspieszenia całkowitego**

$$\tilde{\mathbf{a}} = \tilde{a}^{\lambda}\,\mathbf{e}_{\lambda}, \quad (\lambda = 1,2,3,4)$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}\;\tilde{a}^{\lambda}\,\frac{\mathbf{e}_{\lambda}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}}, \quad (ds)^2 \neq 0$$

$$\hat{\tilde{a}}^{\lambda} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}\;\tilde{a}^{\lambda}$$

$\hat{\tilde{a}}^{\lambda}$ = fizyczne składowe czterowektora przyspieszenia całkowitego

$$\hat{\mathbf{e}}_{\lambda} = \frac{\mathbf{e}_{\lambda}}{e_{\lambda}} = \frac{\mathbf{e}_{\lambda}}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}}, \quad \left|\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}\right| = 1$$

$$\tilde{a}^{\lambda} = \tilde{a}^{\lambda}_{\text{total}} \overset{\text{df}}{=} (\operatorname{sgn} ds^2)\,c^2\,\frac{d^2x^{\lambda}}{ds^2}$$

$$\tilde{a}^{\lambda} = \frac{\gamma_G}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}}\,\frac{d\tilde{v}^{\lambda}}{dt}$$

$$\tilde{v}^{\lambda} = \gamma_G v^{\lambda}$$

$$\hat{\tilde{a}}^{\lambda} = \frac{\gamma_G^2\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}}{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}\left[\frac{d^2x^{\lambda}}{dt^2} - \frac{1}{2g_{44}}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\frac{dg_{44}}{dt} + \frac{1}{\gamma_G}\frac{d\gamma_G}{dt}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\right]$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \hat{\tilde{a}}^{\lambda}\,\hat{\mathbf{e}}_{\lambda} \qquad \tilde{\mathbf{a}} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}\;\tilde{a}^{\lambda}\,\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}\;(\operatorname{sgn} ds^2)\,c^2\,\frac{d^2x^{\lambda}}{ds^2}\,\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \frac{\gamma_G\sqrt{g_{\lambda\lambda}}}{\sqrt{g_{44}}}\,\frac{d\tilde{v}^{\lambda}}{dt}\,\hat{\mathbf{e}}_{\lambda} \qquad \tilde{\mathbf{a}} = \left(\gamma_G^2\,\frac{\sqrt{g_{\lambda\lambda}}}{\sqrt{g_{44}}}\,\frac{dv^{\lambda}}{dt} + \frac{\gamma_G\sqrt{g_{\lambda\lambda}}}{\sqrt{g_{44}}}\,v^{\lambda}\,\frac{d\gamma_G}{dt}\right)\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \frac{\gamma_G^2\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{\lambda\lambda}}}{-(\operatorname{sgn} ds^2)\,g_{44}}\left[\frac{d^2x^{\lambda}}{dt^2} - \frac{1}{2g_{44}}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\frac{dg_{44}}{dt} + \frac{1}{\gamma_G}\frac{d\gamma_G}{dt}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\right]\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$$

- **Czterowymiarowe równania ruchu cząstki próbnej**

Składowe czteroprzyspieszenia cząstki próbnej o masie (m) w danym punkcie
1. zakrzywionej czasoprzestrzeni Riemanna lub
2. płaskiej czasoprzestrzeni Minkowskiego względem układu nieinercjalnego

opisywane są równaniami

$$\frac{\tilde{F}^{\alpha}}{m} = \tilde{a}^{\alpha}_{force} \overset{df}{=} \left(\operatorname{sgn} ds^2\right) c^2 \left(\frac{d^2x^{\alpha}}{ds^2} + \tilde{k}\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds} \right), \quad ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \neq 0, \quad \left(\operatorname{sgn} ds^2\right) g_{\mu\nu} \leq 0$$

$\tilde{F}^{\alpha}$ = składowe czterowektora siły wypadkowej, z pominięciem sił „grawitacyjnych” i „bezwładnościowych”

$g_{\mu\nu}$ = tensor metryczny zakrzywionej czasoprzestrzeni (składowe tego tensora są rozwiązaniami równań pola) lub tensor metryczny nieinercjalnego układu odniesienia w płaskiej przestrzeni Minkowskiego

$$\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródłowych mas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródłowych mas} \end{cases}$$

Postulowane równania ruchu cząstki próbnej posiadają interpretację podaną poniżej.

$$\tilde{a}^{\alpha}_{total} = \frac{\tilde{F}^{\alpha}}{m} + \tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}$$

$$\tilde{a}^{\alpha}_{total} = \tilde{a}^{\alpha} = \left(\operatorname{sgn} ds^2\right) c^2 \frac{d^2x^{\alpha}}{ds^2}$$

Składowa (odpowiadająca wskaźnikowi α) całkowitego przyspieszenia cząstki

$$\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner} = -\left(\operatorname{sgn} ds^2\right) c^2 \tilde{k}\,\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}$$

Suma składowych (odpowiadających wskaźnikowi α) przyspieszeń grawitacyjnego i bezwładnościowego cząstki

W przypadku metryki stacjonarnej o zerowych składowych przestrzenno-czasowych, czyli metryki typu

$$(ds)^2 = g_{\kappa\lambda}dx^{\kappa}dx^{\lambda} + g_{44}dx^4dx^4, \quad \frac{\partial g_{\kappa\lambda}}{\partial x^4} = 0, \quad \frac{\partial g_{44}}{\partial x^4} = 0, \quad (\kappa,\lambda = 1,2,3),$$

równania ruchu można zapisać między innymi również w postaciach:

$$\frac{\tilde{F}}{m} = \left[\frac{\gamma_G \sqrt{g_{\alpha\alpha}}}{\sqrt{g_{44}}} \frac{d\tilde{v}^{\alpha}}{dt} + \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right) g_{\alpha\alpha}}\, \tilde{k}\,\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\tilde{v}^{\mu}\tilde{v}^{\nu} \right] \hat{\mathbf{e}}_{\alpha}, \quad (\alpha,\mu,\nu = 1,2,3,4)$$

$$\frac{\tilde{F}}{m} = \frac{\gamma_G^2 \sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{\alpha\alpha}}}{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}} \left[\frac{d^2x^{\lambda}}{dt^2} - \frac{1}{2g_{44}}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\frac{dg_{44}}{dt} + \frac{1}{\gamma_G}\frac{d\gamma_G}{dt}\frac{dx^{\alpha}}{dt} + \tilde{k}\,\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{dt}\frac{dx^{\nu}}{dt} \right] \hat{\mathbf{e}}_{\alpha}$$

Przypomnijmy:

$$\tilde{v}^{\alpha} \overset{df}{=} \frac{\gamma_G}{\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)\, g_{44}}} \frac{dx^{\alpha}}{dt}, \quad \frac{1}{\gamma_G} = \sqrt{1 - \frac{g_{\kappa\lambda}}{g_{44}}\frac{dx^{\kappa}}{dt}\frac{dx^{\lambda}}{dt}\frac{1}{c^2}}, \quad \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} = \mathbf{e}_{\alpha} \Big/ \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right) g_{\alpha\alpha}}, \quad \left|\hat{\mathbf{e}}_{\alpha}\right| = 1$$

3 RÓWNANIA POLA

- **Wstęp**

Z fizyki klasycznej wiadomo, że bezwzględna wartość natężenia pola grawitacyjnego w centrum jednorodnej kuli o stałej gęstości jest równa zeru, wraz ze wzrostem odległości od środka – rośnie liniowo, osiągając maksymalną wartości na powierzchni kuli, przy dalszym wzroście odległości – maleje odwrotnie kwadratowo.

Aby w ramach ogólnej teorii względności Einsteina uzyskać analogiczny wynik, należy zauważyć, że stacjonarne pole grawitacyjne jest polem dwu-potencjalnym.

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}=0,\quad \mathrm{rot}\,\mathbf{E}=0 \qquad \mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\varphi=0$$

$$\Rightarrow$$

$$\mathbf{E}^{in}=\mathrm{grad}\,\varphi^{in}=-\tilde{k}\,\mathrm{grad}\,\varphi^{in},\quad 0\le r<R,\quad \lim_{r\to 0}\varphi^{in}=0$$

$$\mathbf{E}^{ex}=-\mathrm{grad}\,\varphi^{ex}=-\tilde{k}\,\mathrm{grad}\,\varphi^{ex},\quad r\ge R,\quad \lim_{r\to\infty}\varphi^{ex}=0$$

$$E_r^{in}=-\frac{4}{3}\pi G\rho r,\quad \varphi^{in}=-\frac{2}{3}\pi G\rho r^2,\quad E_r^{ex}=-\frac{GM}{r^2},\quad \varphi^{ex}=-\frac{GM}{r}.$$

Na powierzchni kuli mamy

$$\varphi^{in}-\varphi^{ex}=\frac{GM}{2R},\quad \mathbf{E}^{in}-\mathbf{E}^{ex}=0.$$

$\mathbf{E}^{in}$, $\mathbf{E}^{ex}$ = natężenia pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli
φ^{in}, φ^{ex} = potencjały pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli
M = masa kuli, R = promień kuli, ρ = gęstość

$$\tilde{k}=\begin{cases}+1 & \text{na zewnątrz źródłowych mas}\\ -1 & \text{wewnątrz źródłowych mas}\end{cases}$$

- **Równania pola**

Pierwsze dokładne zewnętrzne i wewnętrzne rozwiązania równań pola Einsteina [1] podał Schwarzschild [2, 3]. Inne znane wewnętrzne rozwiązania różnią się między sobą postacią tensora pędu-energii, jak na przykład w pracy Tolmana [4].

Równania pola grawitacyjnego zapiszemy jako

$$R_{\mu\nu}=-\kappa\left(T_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right)\quad \text{lub}\quad R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=-\kappa T_{\mu\nu},$$

gdzie

$$R_{\mu\nu}=\frac{\partial\Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}}-\frac{\partial\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}+\Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\beta\nu}-\Gamma^{\beta}_{\mu\nu}\Gamma^{\alpha}_{\beta\alpha},\quad \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}=\frac{1}{2}g^{\alpha\sigma}\left(\frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}}+\frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}}\right),$$

$$\kappa=\frac{8\pi G}{c^4}=2{,}073\cdot 10^{-43}\frac{s^2}{kg\cdot m},\quad T\overset{df}{=}g^{\alpha\beta}T_{\alpha\beta},\quad R\overset{df}{=}g^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta},\quad R=\kappa T,$$

$$x^1=r,\quad x^2=\theta,\quad x^3=\varphi,\quad x^4=ict.$$

W przypadku, gdy źródłem pola jest masa jednorodnie rozmieszczona w obszarze kuli, postulujemy istnienie rozwiązania o postaci

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2\sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + g_{44}(dx^4)^2,$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2\sin^2\theta, \quad g^{11} = \frac{1}{g_{11}}, \quad g^{22} = \frac{1}{g_{22}}, \quad g^{33} = \frac{1}{g_{33}}, \quad g^{44} = \frac{1}{g_{44}},$$

$$T_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}\rho c^2 g_{\alpha\beta}, \qquad T \overset{df}{=} g^{\alpha\beta}T_{\alpha\beta} = -2\rho c^2, \qquad \rho = \text{const}.$$

Dywergencja tensora ($T_{\alpha\beta}$) powinna być równa zeru, co rzeczywiście ma miejsce:

$$T_{\alpha\beta;\beta} = \left(-\frac{1}{2}\rho c^2 g_{\alpha\beta}\right)_{;\beta} = -\frac{1}{2}\rho c^2 (g_{\alpha\beta})_{,\beta} = 0.$$

Przyjęte założenia pozwalają zredukować liczbę równań pola do dwóch.

$$\frac{r}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} + \frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r$$

$$r\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + g_{44} - 1 = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2$$

Równania te są spełnione, gdy

$$0 \le r < R, \quad \rho = \text{const} > 0, \quad g_{44} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2,$$

$$r \ge R, \quad \rho = 0, \quad g_{44} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r} = 1 - \frac{r_S}{r}, \quad r \ne r_S.$$

$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$

R = promień kuli, w której znajduje się źródłowa masa

$r_S = \frac{2GM}{c^2}$ = promień Schwarzschilda

Przedstawione rozwiązania równań pola spełniają poniższe warunki brzegowe.

$$0 \le r < R, \quad \lim_{r\to 0} g_{44} = 1$$

$$r \ge R, \quad \lim_{r\to\infty} g_{44} = 1$$

Cytowane prace

[1] A. Einstein: *Die Feldgleichungen der Gravitation.* Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **2**, 48 (1915) 844-847.

[2] K. Schwarzschild: *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie.* Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften **1**, 7 (1916) 189-196.

[3] C. Schwarzschild: *Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie.* Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften **1**, 18 (1916) 424-434.

[4] Richard C. Tolman: *Static Solutions of Einstein's Field Equations for Spheres of Fluid.* Physical Review **55**, 4 (February 15, 1939) 364-373.

4 POLE GRAWITACYJNE NA ZEWNĄTRZ ŹRÓDŁOWEJ MASY

- **Zewnętrzna metryka Schwarzschilda**

Metryka czasoprzestrzeni na zewnatrz źródłowej masy ($r \geq R$, $\rho = 0$) opisywana jest zewnętrzną metryką Schwarzschilda [1]:

$$(ds)^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} (dr)^2 + r^2 (d\theta)^2 + r^2 \sin^2\theta\, (d\varphi)^2 + \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)(dx^4)^2, \quad x^4 = ict, \quad r \neq r_S = \frac{2GM}{c^2}$$

- **Wartość prędkości rozchodzenia się światła a zewnętrzna metryka Schwarzschilda**

Zewnętrzna metryka Schwarzschilda, dla

$$\theta = const, \quad d\theta = 0, \quad \varphi = const, \quad d\varphi = 0,$$

redukuje się do postaci

$$(ds)^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} (dr)^2 - \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) c^2 (dt)^2 .$$

Wartość prędkości (v) rozchodzenia się światła wyznaczymy z warunku

$$(ds)^2 = 0$$

lub równoważnego

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2 \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^2 = c^2 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^2 .$$

Zauważmy, że

$$\left[0 < \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \leq c^2\right] \Leftrightarrow \left[r \geq \frac{1}{2} r_S, \quad r \neq r_S\right].$$

Oznacza to, że zewnętrzna metryka Schwarzschilda jest poprawna wtedy i tylko wtedy, gdy

$$r \geq \frac{1}{2} r_S, \quad r \neq r_S .$$

- **Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku na zewnątrz źródłowej masy**

Radialną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnie spadającej cząstki wyznaczymy z równania ruchu

$$\tilde{a}^r = \tilde{a}^1 = -\tilde{k}\,(\operatorname{sgn} ds^2) c^2 \left(\Gamma^1_{11} \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44} \frac{dx^4}{ds} \cdot \frac{dx^4}{ds}\right), \quad r \neq r_S, \quad (ds)^2 \neq 0 .$$

Uwzględniając, że

$$g_{44}=1-\frac{r_S}{r},\quad r_S=\frac{2GM}{c^2},\quad \tilde{k}=+1,$$

$$\Gamma^1_{11}=-\frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}=-\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}\cdot\frac{GM}{c^2r^2},\quad \Gamma^1_{44}=-\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}=-\left(1-\frac{r_S}{r}\right)\cdot\frac{GM}{c^2r^2},$$

$$1=\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2+\left(1-\frac{r_S}{r}\right)\left(\frac{dx^4}{ds}\right)^2,$$

otrzymujemy

$$\tilde{a}^r=\tilde{a}^1=\tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}=(\operatorname{sgn} ds^2)\frac{GM}{r^2}.$$

Fizyczna (prawdziwa) składowa przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku

$$\hat{a}^r\overset{df}{=}\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{rr}}\ \tilde{a}^r,$$

gdzie

$$g_{rr}=g_{11}=\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1},$$

ostatecznie może być zapisana w postaci:

$$\hat{a}^r=\sqrt{-(\operatorname{sgn} ds^2)g_{rr}}\,(\operatorname{sgn} ds^2)\ \frac{GM}{r^2}.$$

- **Grawitacja i antygrawitacja**

  Powyższe równanie posiada ciekawą interpretacje fizyczną. Dla $r>r_S$ opisuje ono grawitację, a dla $\frac{1}{2}r_S\le r<r_S$ – antygrawitację.

Grawitacja

$$r>r_S=\frac{2GM}{c^2},\quad g_{rr}=\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}>0,\quad (ds)^2<0,\quad \hat{a}^r=-\frac{GM}{r^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_S}{r}}}$$

Antygrawitacja

$$\frac{1}{2}r_S\le r<r_S=\frac{2GM}{c^2},\quad g_{rr}=\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}<0,\quad (ds)^2>0,\quad \hat{a}^r=+\frac{GM}{r^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{r_S}{r}-1}}$$

- **Główna hipoteza**

Antygrawitacja polega na tym, że swobodna cząstka próbna znajdująca się w zewnętrznym polu grawitacyjnym nie wirującej masy źródłowej uzyskuje w pewnym obszarze przyspieszenie skierowane od centrum tej masy.

W obszarach, w których $g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 < 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4),$ występuje grawitacja.	W obszarach, w których $g_{\mu\nu} \leq 0, \quad (ds)^2 > 0, \quad (\mu,\nu = 1,2,3,4),$ występuje antygrawitacja.

Cytowane prace

[1] K. Schwarzschild: *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie.* Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften **1**, 7 (1916) 189-196.

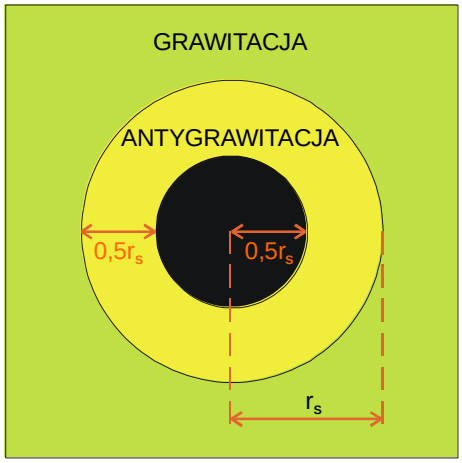
5 CZARNA DZIURA Z MAKSYMALNĄ OTOCZKĄ ANTYGRAWITACYJNĄ

- **Czarna dziura z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**

Czarną dziurą z maksymalną otoczką antygrawitacyjną będziemy nazywali jednorodną kulę o masie (M) i promieniu (R), dla której

$$\frac{M}{R} = \frac{c^2}{G} \approx 1{,}3466 \times 10^{27} \frac{kg}{m}.$$

Promień przestrzenny czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną jest połową promienia Schwarzschilda. Przestrzeń na zewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną składa się z dwóch warstw, w pierwszej ($0{,}5\, r_S \le r < r_S$) występuje antygrawitacja, a w drugiej ($r > r_S$) – grawitacja. Grubość powłoki antygrawitacyjnej jest równa promieniowi przestrzennemu czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną. W warstwie antygrawitacyjnej przyspieszenie skierowane jest od centrum źródłowej masy, a w warstwie grawitacyjnej – do centrum.



W warstwie antygrawitacyjnej przyspieszenie skierowane jest od centrum źródłowej masy i rośnie do granicy z warstwą grawitacyjną. Następnie przyspieszenie zmienia zwrot, a jego bezwzględna wartość maleje wraz ze wzrostem odległości od centrum.
Model ten można nazwać „modelem warstwowym”: antygrawitacja – grawitacja.

Model czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną zaproponowałem po raz pierwszy w 2005 na V Forum Niekonwencjonalnych Wynalazków, Konstrukcji i Pomysłów we Wrocławiu w setną rocznicę powstania teorii względności. Organizatorem tego Forum był Janusz Zagórski.

6 POLE GRAWITACYJNE WEWNĄTRZ ŹRÓDŁOWEJ MASY

- **Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz źródłowej masy**

Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz źródłowej masy ($0 \le r < R$, $\rho = const > 0$) dana jest przez:

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2 \sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + g_{44}(dx^4)^2,$$

gdzie

$$x^4 = ict, \quad r_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{44} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2.$$

- **Wartość prędkości rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym znajdującym się wewnątrz źródłowej masy**

Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz źródłowej masy, dla

$$\theta = const, \quad d\theta = 0, \quad \varphi = const, \quad d\varphi = 0,$$

redukuje się do postaci

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 - g_{44}c^2(dt)^2, \quad g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{44} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2.$$

Wartość prędkości (v) rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym wyznaczymy z warunku

$$(ds)^2 = 0$$

lub równoważnego

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2\left(1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2\right)^2 = c^2\left(1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2\right)^2.$$

Zauważmy, że

$$\left[0 < \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \le c^2, \quad R \ge \frac{1}{2}r_S\right] \Leftrightarrow [r < R].$$

Oznacza to, że wewnętrzna metryka jest poprawna wtedy i tylko wtedy, gdy

$$r < R, \quad R \ge \frac{1}{2}r_S.$$

- **Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku wewnątrz źródłowej masy**

Radialną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnie spadającej cząstki w wirtualnym tunelu próżniowym, znajdującym się wewnątrz źródłowej masy, wyznaczymy z równania ruchu

$$\tilde{a}^r = \tilde{a}^1 = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)c^2\left(\Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds}\right), \quad 0 \le r < R, \quad (ds)^2 \neq 0.$$

Uwzględniając, że

$$\tilde{k} = -1, \quad \operatorname{sgn} ds^2 = -1, \quad R \ge \frac{1}{2}r_S, \quad r_S = \frac{2GM}{c^2},$$

$$\Gamma^1_{11} = -\frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r},$$

$$\Gamma^1_{44} = -\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r},$$

$$g_{44} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2,$$

$$1 = g_{44}^{-1}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + g_{44}\left(\frac{dx^4}{ds}\right)^2,$$

otrzymujemy

$$\tilde{a}^r = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{GM}{R^3}r = -\frac{GM}{R^3}r.$$

Fizyczna (prawdziwa) składowa przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku

$$\hat{a}^r \overset{df}{=} \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\ \tilde{a}^r,$$

gdzie

$$g_{rr} = g_{11} = \left(1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2\right)^{-1},$$

ostatecznie może być zapisana w postaci:

$$\hat{a}^r = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\ \frac{GM}{R^3}r = -\frac{GM}{R^3}r\cdot\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2}}.$$

7 POLE GRAWITACYJNE WEWNĄTRZ CZARNEJ DZIURY Z MAKSYMALNĄ OTOCZKĄ ANTYGRAWITACYJNĄ

- **Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**

Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz czarnej dziury z maksymalna otoczką antygrawitacyjną dana jest przez:

$$(ds)^2 = \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^{-1}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2\sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)(dx^4)^2,$$

gdzie

$$x^4 = ict, \quad 0 \le r < R = \frac{1}{2}r_S, \quad r_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{44} = 1-\frac{r^2}{R^2}, \quad \rho = const > 0.$$

- **Wartość prędkości rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym znajdującym się wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**

Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną, dla

$$\theta = const, \quad d\theta = 0, \quad \varphi = const, \quad d\varphi = 0,$$

redukuje się do postaci

$$(ds)^2 = \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^{-1}(dr)^2 - \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)c^2(dt)^2.$$

Wartość prędkości (v) rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym wyznaczymy z warunku

$$(ds)^2 = 0$$

lub równoważnego

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^2.$$

Zauważmy, że

$$\left[0 < \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \le c^2\right] \Leftrightarrow [r < R].$$

- **Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**

Radialną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnie spadającej cząstki w wirtualnym tunelu próżniowym, znajdującym się wewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną, wyznaczymy z równania ruchu

$$\tilde{a}^{r} = \tilde{a}^{1} = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)c^2\left(\Gamma^{1}_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^{1}_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds}\right), \quad 0 \le r < R, \quad (ds)^2 \neq 0.$$

Uwzględniając, że

$$\tilde{k} = -1, \quad \operatorname{sgn} ds^2 = -1, \quad R = \frac{1}{2}r_S, \quad r_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad \frac{M}{R} = \frac{c^2}{G},$$

$$\Gamma^{1}_{11} = -\frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r},$$

$$\Gamma^{1}_{44} = -\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r},$$

$$g_{44} = 1 - \frac{r^2}{R^2},$$

$$1 = g^{-1}_{44}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + g_{44}\left(\frac{dx^4}{ds}\right)^2,$$

otrzymujemy

$$\tilde{a}^{r} = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{R^2}r = -\frac{c^2}{R^2}r.$$

Fizyczna (prawdziwa) składowa przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku

$$\hat{a}^{r} \overset{df}{=} \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\ \tilde{a}^{r},$$

gdzie

$$g_{rr} = g_{11} = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1},$$

ostatecznie może być zapisana w postaci:

$$\hat{a}^{r} = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\ \frac{c^2}{R^2}r = -\frac{c^2}{R^2}r\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}}.$$

8 GRAFICZNA ANALIZA PEŁNEGO ROZWIĄZANIA

- **Wykresy zależności składowej czasowo-czasowej tensora metrycznego oraz fizycznej składowej przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku od odległości od centrum czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**

Wykresy te sporządzimy dla przypadku, gdy promień przestrzenny czarnej dziury jest połową promienia Schwarzschilda

$$R = \frac{1}{2} r_S = \frac{GM}{c^2},$$

czyli dla czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną.

Składowa czasowo-czasowa tensora metrycznego oraz fizyczna składowa radialna przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku w trzech różnych przedziałach odległości od środka czarnej dziury dane są poniższymi relacjami.

GRAWITACJA

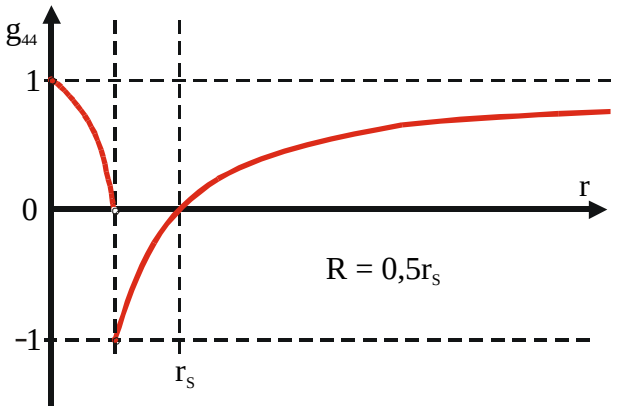
$$0 \le r < \frac{1}{2} r_S, \quad g_{44} = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) > 0, \quad \hat{a}^r = -\frac{c^2}{R^2} r \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}}$$

ANTYGRAWITACJA

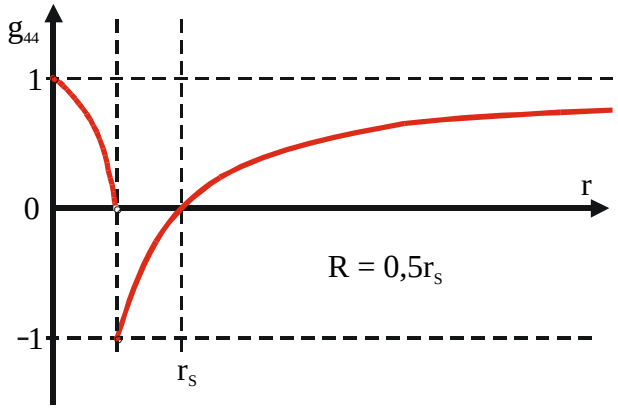
$$\frac{1}{2} r_S \le r < r_S, \quad g_{44} = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) < 0, \quad \hat{a}^r = +\frac{GM}{r^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{r_S}{r} - 1}}$$

GRAWITACJA

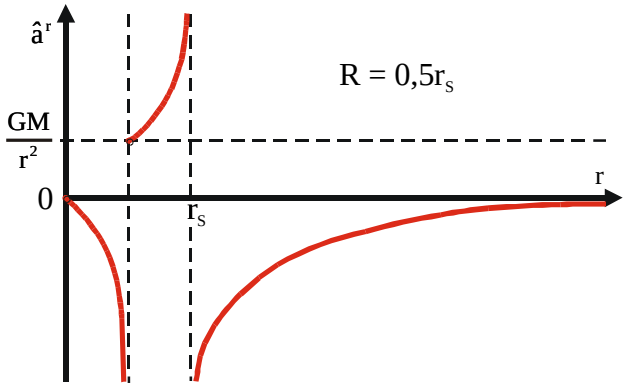
$$r > r_S, \quad g_{44} = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) > 0, \quad \hat{a}^r = -\frac{GM}{r^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_S}{r}}}$$



Wykres zależności składowej czasowo-czasowej (g_{44}) tensora metrycznego od odległości (r) od centrum czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną.



Wykres zależności składowej czasowo-czasowej (g_{44}) tensora metrycznego od odległości (r) od centrum czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną.



Wykres zależności fizycznej (prawdziwej) składowej radialnej ($\hat{a}^r$) przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku cząstki testowej od odległości (r) od centrum czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną.

UWAGA
Dla przejrzystości zamieściliśmy również wykres z poprzedniej strony.

Z wykresów widać, że:

$0 \le r < 0{,}5 \cdot r_S \Rightarrow$ grawitacja
$r = 0{,}5 \cdot r_S \Rightarrow$ przejście od grawitacji do antygrawitacji
$0{,}5 \cdot r_S < r < r_S \Rightarrow$ antygrawitacja
$r = r_S \Rightarrow$ przejście od antygrawitacji do grawitacji
$r > r_S \Rightarrow$ grawitacja

Grawitacja i antygrawitacja mają naturę warstwową.

9 RÓWNANIA POLA A RÓWNANIA RUCHU

- **Równania ruchu są zawarte w równaniach pola**

Jak należało sformułować równania ruchu, aby nieprzeskalowane składowe radialne czterowektora przyspieszenia były dane poniższymi wyrażeniami?

$$\tilde{a}^{r}_{in} \overset{df}{=} (\operatorname{sgn} ds^2)c^2\frac{d^2r}{ds^2} = -\frac{GM}{R^3}r = -\tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)\frac{GM}{R^3}r, \quad 0 \le r < R, \quad \tilde{k} = -1, \quad (\operatorname{sgn} ds^2) < 0$$

$$\tilde{a}^{r}_{ex} \overset{df}{=} (\operatorname{sgn} ds^2)c^2\frac{d^2r}{ds^2} = -\frac{GM}{r^2} = \tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)\frac{GM}{r^2}, \quad r > R, \quad \tilde{k} = +1, \quad (\operatorname{sgn} ds^2) < 0$$

Odpowiadając na to pytanie, wykorzystamy drugie z dwóch równań pola.

$$\frac{r}{2}\frac{\partial^2 g^{in}_{44}}{\partial r^2} + \frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r$$
$$r\frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r} + g^{in}_{44} - 1 = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2$$

$$\Downarrow \quad g^{in}_{44} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2$$

$$\frac{c^2}{2}\frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r} = -\frac{4}{3}\pi G\rho r = -\frac{GM}{R^3}r$$

$$\Downarrow \quad \tilde{a}^{r}_{in} \overset{df}{=} (\operatorname{sgn} ds^2)c^2\frac{d^2r}{ds^2} = -\frac{GM}{R^3}r = -\tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)\frac{GM}{R^3}r$$

$$\tilde{a}^{r}_{in} = \tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r}$$

$$\Downarrow \quad \Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r}$$

$$\tilde{a}^{r}_{in} = -\tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)c^2\left(\Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds}\right)$$

Analogiczne rozważania dla składowej ($\tilde{a}^{r}_{ex}$) prowadzą do wniosku, że równania ruchu powinny mieć postać podaną poniżej.

$$\tilde{a}^{\alpha} \overset{df}{=} (\operatorname{sgn} ds^2)c^2\frac{d^2x^{\alpha}}{ds^2} = -\tilde{k}(\operatorname{sgn} ds^2)c^2\,\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\cdot\frac{dx^{\nu}}{ds}$$

$$\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródłowy chmas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródłowy chmas} \end{cases}$$

- **Równania ruchu i równania pola w OTW a dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego Newtona**

Postulowane przez nas w ramach OTW równania ruchu swobodnej cząstki próbnej prowadzą do wniosku, że stacjonarne pole grawitacyjne Newtona jest polem dwu-potencjalnym. Wykażemy to na przykładzie pola grawitacyjnego, którego źródłem jest masa rozmieszczona jednorodnie w objętości kuli o promieniu (R).

$$\frac{\tilde{F}^{\alpha}}{m} = \tilde{a}^{\alpha} + \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)c^2\,\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}, \quad ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \neq 0, \quad \left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{\mu\nu} \leq 0$$

$$\tilde{F}^{\alpha} = 0$$

$$x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \varphi, \quad x^4 = ict$$

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2\sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + g_{44}\left(dx^4\right)^2$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2\sin^2\theta$$

$$\Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\tilde{a}^{r} = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

a^r_{in}, a^r_{ex} = radialne przyspieszenia odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli

g^{in}_{44}, g^{ex}_{44} = składowe tensora metrycznego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli

$$g^{in}_{44} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2, \quad 0 \leq r < R, \quad \rho = \text{const} > 0$$

$$g^{ex}_{44} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r} = 1 - \frac{r_S}{r}, \quad r \geq R, \quad r \geq R, \quad \rho = 0$$

$$\tilde{a}^{r}_{in} = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r} = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{GM}{R^3}r, \quad 0 \leq r < R$$

$$\tilde{a}^{r}_{ex} = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g^{ex}_{44}}{\partial r} = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{GM}{r^2}, \quad r \geq R$$

$$r >> r_S, \quad v^2 << c^2, \quad r_S = \frac{2GM}{c^2}$$

$$a^r = \frac{d^2r}{dt^2}, \quad \operatorname{sgn} ds^2 = -1, \quad \tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz jednorodnej kuli} \\ -1 & \text{wewnątrz jednorodnej kuli} \end{cases}$$

$$a^r_{in} = -\tilde{k}\,\frac{c^2}{2}\frac{\partial g^{in}_{44}}{\partial r} = -\frac{GM}{R^3}r, \quad 0 \leq r < R$$

$$a^r_{ex} = -\tilde{k}\,\frac{c^2}{2}\frac{\partial g^{ex}_{44}}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2}, \quad r \geq R$$

Podstawiając w ostatnich dwóch wzorach

$$g_{44}^{in} = 1 + \frac{2\varphi^{in}}{c^2}, \quad g_{44}^{ex} = 1 + \frac{2\varphi^{ex}}{c^2},$$

gdzie (φ^{in}) i (φ^{ex}) są potencjałami pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli, otrzymamy

$$a_{in}^{r} = -\tilde{k}\frac{\partial\varphi^{in}}{\partial r} = \frac{\partial\varphi^{in}}{\partial r} = -\frac{GM}{R^3}r, \quad 0 \le r < R, \quad \varphi^{in} = -\frac{GM}{2R^3}r^2, \quad \lim_{r\to 0}\varphi^{in} = 0$$

$$a_{ex}^{r} = -\tilde{k}\frac{\partial\varphi^{ex}}{\partial r} = -\frac{\partial\varphi^{ex}}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2}, \quad r \ge R, \quad \varphi^{ex} = -\frac{GM}{r}, \quad \lim_{r\to\infty}\varphi^{ex} = 0$$

Podamy jeszcze definicje potencjałów (φ^{in}) oraz (φ^{ex}) korespondujące ze standardową definicją potencjału grawitacyjnego.

$$\varphi^{in} \overset{df}{=} \int_0^{r<R} a_{in}^{r}\, dr = -\frac{GM}{2R^3}r^2$$

$$\varphi^{ex} \overset{df}{=} -\int_{r\ge R}^{\infty} a_{ex}^{r}\, dr = -\frac{GM}{r}$$

W równaniach pola wewnątrz źródłowej masy zastąpimy składową czasowo-czasową (g_{44}^{in}) tensora metrycznego potencjałem (φ^{in}).

$$\frac{r}{2}\frac{\partial^2 g_{44}^{in}}{\partial r^2} + \frac{\partial g_{44}^{in}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r$$

$$r\frac{\partial g_{44}^{in}}{\partial r} + g_{44}^{in} - 1 = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2$$

$$\Downarrow \quad g_{44}^{in} = 1 + \frac{2\varphi^{in}}{c^2}$$

$$r^2\cdot\frac{\partial^2\varphi^{in}}{\partial r^2} + 2r\cdot\frac{\partial\varphi^{in}}{\partial r} = -4\pi G\rho r^2$$

$$2r\frac{\partial\varphi^{in}}{\partial r} + 2\varphi^{in} = -4\pi G\rho r^2$$

Równanie Poissona dla potencjału (φ^{in})

Pierwsze z tych równań jest równaniem Poissona dla potencjału (φ^{in}) we współrzędnych sferycznych. Od klasycznego równania Poissona różni się tylko znakiem prawej strony. Z kolei, z obu równań wynika, że

$$r^2\cdot\frac{\partial^2\varphi^{in}}{\partial r^2} = 2\varphi^{in}$$

Poddamy teraz analizie drugie równanie pola dla potencjału (φ^{in}).

$$r \cdot \frac{\partial \varphi^{in}}{\partial r} = -2\pi G\rho r^2 - \varphi^{in}$$

$$\varphi^{in} = -\frac{2}{3}\pi G\rho r^2 = -\frac{GM}{2R^3} r^2$$

$$\frac{\partial \varphi^{in}}{\partial r} = -\frac{4}{3}\pi G\rho r = -\frac{GM}{R^3} r$$

$$a^{r}_{in} = -\frac{4}{3}\pi G\rho r = -\frac{GM}{R^3} r$$

$$\frac{\partial \varphi^{in}}{\partial r} = a^{r}_{in}$$

Równanie ruchu
dla składowej radialnej przyspieszenia swobodnego spadku

Analizując równanie Poissona dla potencjału (φ^{in}) pokazaliśmy, że równania ruchu są zawarte w równaniach pola wewnątrz źródłowej masy.

W równaniach pola na zewnątrz źródłowej masy zastąpimy składową czasowo-czasową (g^{ex}_{44}) tensora metrycznego potencjałem (φ^{ex}).

$$\frac{r}{2}\frac{\partial^2 g^{ex}_{44}}{\partial r^2} + \frac{\partial g^{ex}_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r$$

$$r\frac{\partial g^{ex}_{44}}{\partial r} + g^{ex}_{44} - 1 = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2$$

$$g^{ex}_{44} = 1 + \frac{2\varphi^{ex}}{c^2}, \quad \rho = 0$$

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{ex}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} = 0$$

$$2r \cdot \frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} + 2\varphi^{ex} = 0$$

Równanie Poissona dla potencjału (φ^{ex})

Pierwsze z tych równań jest równaniem Poissona dla potencjału (φ^{ex}) we współrzędnych sferycznych. Z kolei, z obu równań wynika, że

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{ex}}{\partial r^2} = 2\varphi^{ex}$$

Poddamy teraz analizie drugie równanie pola dla potencjału (φ^{ex}).

$$r \cdot \frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} = -\varphi^{ex}$$

$$\varphi^{ex} = -\frac{GM}{r}$$

$$\frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} = \frac{GM}{r^2}$$

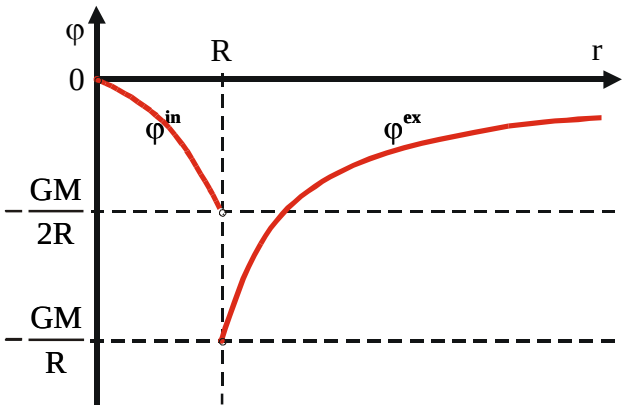
$$a^{r}_{ex} = -\frac{GM}{r^2}$$

$$\frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} = -a^{r}_{ex}$$

Równanie ruchu
dla składowej radialnej przyspieszenia swobodnego spadku

Analizując równania Poissona dla potencjałów (φ^{in}) oraz (φ^{ex}) otrzymaliśmy analogiczne wyniki. Równania ruchu są zawarte w równaniach pola.

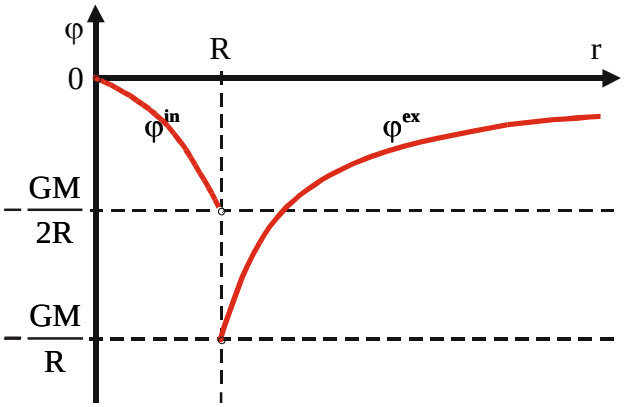
Wprowadzenie dwóch potencjałów w teorii grawitacji Newtona umożliwiło znalezienie w ramach OTW rozwiązań równań pola i równań ruchu, które w granicznym przypadku ($r >> r_S$, $v^2 << c^2$) prowadzą do zgodności obu teorii zarówno wewnątrz jak i na zewnątrz źródłowej masy.



$$\varphi^{in} = -\frac{GM}{2R^3} r^2, \quad 0 \le r < R, \quad \lim_{r \to 0} \varphi^{in} = 0$$

$$\varphi^{ex} = -\frac{GM}{r}, \quad r \ge R, \quad \lim_{r \to \infty} \varphi^{ex} = 0$$

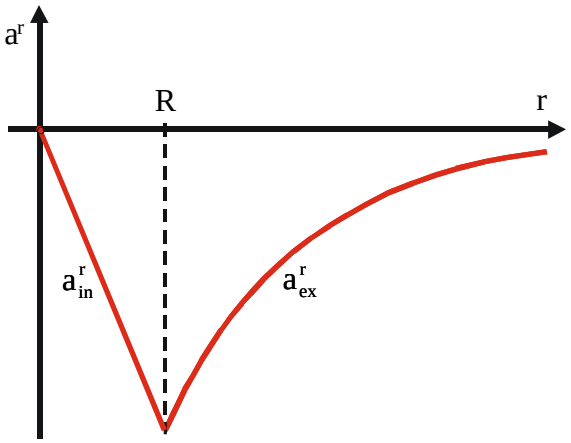
Wykresy zależności potencjałów (φ^{in}) i (φ^{ex}) od odległości (r) od środka źródłowej masy w przypadku ($r >> r_S$) i ($v^2 << c^2$).



$$\varphi^{in} = -\frac{GM}{2R^3} r^2, \quad 0 \le r < R, \quad \lim_{r \to 0} \varphi^{in} = 0$$

$$\varphi^{ex} = -\frac{GM}{r}, \quad r \ge R, \quad \lim_{r \to \infty} \varphi^{ex} = 0$$

Wykresy zależności potencjałów (φ^{in}) i (φ^{ex}) od odległości (r) od środka źródłowej masy w przypadku ($r >> r_S$) i ($v^2 << c^2$).



$$a^r_{in} = -\frac{GM}{R^3} r, \quad 0 \le r < R$$

$$a^r_{ex} - \frac{GM}{r^2}, \quad r \ge R$$

Wykresy zależności składowych radialnych (a^r_{in}) oraz (a^r_{ex}) przyspieszenia swobodnego spadku od odległości (r) od środka źródłowej masy w przypadku ($r >> r_S$) i ($v^2 << c^2$).

UWAGA
Dla przejrzystości zamieściliśmy również wykres z poprzedniej strony.

10 NOWY TEST OGÓLNEJ TEORII WZGLĘDNOŚCI

- **Propozycja eksperymentu**

Jak wykazać w warunkach ziemskich dwu-potencjalność pola grawitacyjnego oraz istnienie czarnych dziur z otoczką antygrawitacyjną? W tym celu należy zmierzyć w rurze próżniowej ustawionej pionowo tuż pod powierzchnią Ziemi (na poziomie morza) i tuż nad powierzchnią Ziemi stosunki dróg przebytych przez światło do czasu ich przebycia. Jeżeli różnica kwadratów tych pomiarów będzie równa kwadratowi drugiej prędkości kosmicznej, to zostanie potwierdzone istnienie czarnych dziur z otoczką antygrawitacyjną. Eksperyment ten byłby nowym testem ogólnej teorii względności.

Poniżej uzasadnimy celowość proponowanego eksperymentu.

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in}^2 - \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex}^2 = ?$$

$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in}$ i $\left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex}$ – stosunki dróg przebytych przez światło do czasu ich przebycia zmierzone odpowiednio tuż pod i tuż nad powierzchnią Ziemi

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in}^2 = c^2\left(1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2\right)^2$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex}^2 = c^2\left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^2$$

$$r \approx R$$

$$r_S = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\frac{r_S}{R} << 1$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in} + \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex} \approx 2c$$

$$\frac{GM}{R} = \left(7{,}91\frac{km}{s}\right)^2$$

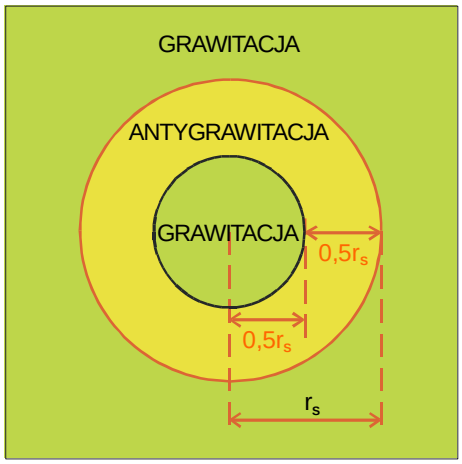
$$c = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in}^2 - \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex}^2 \cong \frac{2GM}{R}$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in} - \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex} \cong \frac{GM}{cR} \cong 0{,}208\frac{m}{s}$$

11 CZARNO-DZIUROWY MODEL NASZEGO WSZECHŚWIATA

- **Nasz Wszechświat jako czarna dziura z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**



W centrum czarnej dziury przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki próbnej jest równe zeru, co koresponduje z prawem Gaussa. Po czym bezwzględna wartość przyspieszenia rośnie wraz ze wzrostem odległości od środka. W warstwie antygrawitacyjnej przyspieszenie skierowane jest od centrum źródłowej masy i rośnie do granicy z warstwą grawitacyjną. Następnie przyspieszenie zmienia zwrot, a jego bezwzględna wartość maleje wraz ze wzrostem odległości od centrum.
Model ten można nazwać „modelem warstwowym”: grawitacja – antygrawitacja – grawitacja.

Nasz Wszechświat można potraktować jako olbrzymią jednorodną Czarną Dziurę. Izoluje go od reszty wszechświata obszar przestrzeni, w którym występuje antygrawitacja. Nasza Galaktyka wraz układem słonecznym oraz Ziemią, które w skali rozmiarów kosmologicznych można uważać zaledwie jako punkt, powinny znajdować się w pobliżu centrum Czarnej Dziury. Jeszcze raz podkreślmy, że w centrum Czarnej Dziury przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki próbnej, pomijając lokalne pola grawitacyjne, jest równe zeru. Innymi słowy, Czarna Dziura nie wytwarza pola grawitacyjnego w swoim centrum.

- **Promień Naszego Wszechświata**

Poniżej oszacujemy promień Naszego Wszechświata, zakładając, że jego średnia gęstość jest taka jak gęstość (n_p) protonów znajdujących się w jednym metrze sześciennym.

$$R = \frac{1}{2} r_S = \frac{GM}{c^2}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$$

$$R = \sqrt{\frac{3c^2}{4\pi G}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

$$c = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}, \quad G = 6{,}6742 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \approx 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

$$\rho \approx n_p \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \frac{kg}{m^3}$$

n_p = średnia liczba protonów w jednym metrze sześciennym

$m_p = 1{,}67262171 \cdot 10^{-27} kg$ = masa protonu

rok świetlny $\approx 0{,}95 \cdot 10^{16} m$

$$R \approx \sqrt{\frac{19}{n_p}} \cdot 10^{26} m \approx 10{,}5 \cdot \sqrt{\frac{19}{n_p}} \text{ miliardów lat świetlnych}$$

12 PARADOKS FOTONOWY

- **Wstęp**

Teoria względności zarówno szczególna jak i ogólna jest ściśle związana z falową teorią światła (fal elektromagnetycznych). Próba wyjaśnienia grawitacyjnego przesunięcia ku czerwieni na gruncie fotonowej teorii światła w czasoprzestrzeniach innych niż konforemnie płaskich prowadzi do paradoksu.

- **Grawitacyjne przesunięcie ku czerwieni**

Grawitacyjnym przesunięciem ku czerwieni nazywane jest zjawisko polegające na tym, że widmo światła docierającego do Ziemi ze Słońca lub innych gwiazd jest przesunięte w stronę dłuższych fal w stosunku do analogicznego widma światła pochodzącego z emitera znajdującego się na Ziemi.

- **Czasoprzestrzeń konforemnie płaska**

Czasoprzestrzeń konforemnie płaska jest czasoprzestrzenią z metryką typu

$$(ds)^2 = \left[K\left(x^1, x^2, x^3, x^4\right)\right]^2 \left[\left(dx^1\right)^2 + \left(dx^2\right)^2 + \left(dx^3\right)^2 + \left(dx^4\right)^2\right].$$

$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^4 = ict$

$K = K\left(x^1, x^2, x^3, x^4\right) =$ czynnik konforemny

- **Czasoprzestrzeń Schwarzschilda**

Pole grawitacyjne na zewnątrz źródłowej masy (M) opisywane jest metryką Schwarzschilda [3].

$$(ds)^2 = \left\{\delta_{\alpha\beta} + \frac{x^\alpha x^\beta}{r^2}\left[\left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} - 1\right]\right\} dx^\alpha dx^\beta + \left(\delta_{44} - \frac{r_S}{r}\right) dx^4 dx^4, \quad (\alpha, \beta = 1,2,3)$$

$$\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \alpha = \beta \\ 0 \Leftrightarrow \alpha \neq \beta \end{cases}$$

$$r^2 = \left(x^1\right)^2 + \left(x^2\right)^2 + \left(x^3\right)^2$$

$$r_S = \frac{2GM}{c^2}$$

- **Czasoprzestrzeń Friedmana-Lemaître'a-Robertsona-Walkera**

Metryka FLRW [4, 5, 6, 8, 9] opisuje przestrzennie izotropowy i jednorodny wszechświat.

$$ds^2 = B^2 L^2 \left[\left(dx^1\right)^2 + \left(dx^2\right)^2 + \left(dx^3\right)^2\right] + \left(dx^4\right)^2$$

$x^4 = ict$

$L = L(t) =$ bezwymiarowy czasowy czynnik skali

$$B = \frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{L^2 r^2}{L^2 a^2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{r^2}{a^2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}kr^2}$$

$$r^2 = \left(x^1\right)^2 + \left(x^2\right)^2 + \left(x^3\right)^2$$

$$k = \frac{1}{a^2}, \quad \operatorname{sgn} k = \operatorname{sgn}\frac{1}{a^2} = -1,\ 0,\ +1$$

a^2 = kwadrat nieprzeskalowanego stałego promienia krzywizny przestrzeni

- **Paradoks fotonowy**

Pojęcie fotonu w kontekście metryk Schwarzschilda oraz Friedmana-Lemaître'a-Robertsona-Walkera prowadzi do paradoksu. Obliczając wpływ tych metryk na energię fotonu ze wzoru $E = \frac{h}{T}$ lub równoważnego $E = \frac{hc}{\lambda}$, otrzymujemy różne wyniki w zależności od użytego wzoru. Dla prostoty przyjmiemy, że $dx^2 = dx^3 = 0$. Mamy wtedy:

$$\hat{E} = \frac{h}{\hat{T}}, \quad \hat{E} = \frac{hc}{\hat{\lambda}}$$

$\hat{T} = KT$, $\hat{\lambda} = K\lambda$ dla metryki konforemnie płaskiej

$\hat{T} = \sqrt{g_{44}}\,T$, $\hat{\lambda} = \frac{\lambda}{\sqrt{g_{44}}}$ dla metryki Schwarzschilda

$\hat{T} = T$, $\hat{\lambda} = BL\lambda$ dla metryki FLRW

Paradoks ten został nazwany przeze mnie paradoksem fotonowym.

- **Czy fotony mają pamięć?**

Paradoks fotonowy nie ma miejsca w czasoprzestrzeniach konforemnie płaskich. W pozostałych czasoprzestrzeniach jednym z rozwiązań paradoksu fotonowego jest założenie, że energia fotonu zależy od punktu czasoprzestrzeni, w którym nastąpiła jego emisja i pozostaje stała podczas wędrówki fotonu. Oznacza to, że fotony mają pamięć, lub bardziej uczenie – energia fotonu jest niezmiennikiem. Przy czym, w silniejszym polu grawitacyjnym dane źródło powinno wysyłać fotony o mniejszej energii niż to samo źródło znajdujące się w słabszym polu.

- **Energia fotonu w polu grawitacyjnym Newtona**

Przypomnijmy wywód wyrażenia na całkowitą energię ($\hat{E}$) ciała źródłowego o masie (M) oraz fotonu emitowanego przez dany atom znajdujący się w chwili emisji w odległości (R) od centrum ciała źródłowego.

$$\hat{E} = h\nu - \frac{GMm}{R} = \text{const}$$

$$\downarrow \quad m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$\hat{E} = h\nu - \frac{GMh\nu}{Rc^2} = h\nu\left(1 - \frac{GM}{Rc^2}\right) = \text{const}$$

$$\downarrow \quad 1 - \frac{GM}{Rc^2} \approx \sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}}$$

$$\hat{E} = h\nu\sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}} = \text{const}$$

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$h\nu = \frac{h}{T} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\hat{E}}{\sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}}} = \frac{\text{const}}{\sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}}}$$

$$h = \text{const}$$
$$c = \text{const}$$
$$\hat{E} = \text{const}$$

$$R\uparrow, \quad \nu\downarrow, \quad T\uparrow, \quad \lambda\uparrow$$

Interpretacja grawitacyjnego przesunięcia ku czerwieni (lub fioletowi) na podstawie powyższych wzorów opiera się na założeniu, że **energia fotonu w chwili emisji nie zależy od pola grawitacyjnego, w którym znajdował się dany atom**. Należy podkreślić, że relacje te nie generują paradoksu fotonowego.

Rozumowanie analogiczne do powyższego zostało podane po raz pierwszy przez Einsteina [1] i ma według mnie jedynie znaczenie heurystyczne.

$$\hat{E} = h\nu - \frac{GMm}{R} = \text{const}$$

$$m = \frac{2h\nu}{c^2}$$

$$\hat{E} = h\nu - \frac{2GMh\nu}{Rc^2} = h\nu\left(1-\frac{2GM}{Rc^2}\right) = \text{const}$$

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$h\nu = \frac{h}{T} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\hat{E}}{1-\frac{2GM}{Rc^2}} = \frac{\text{const}}{1-\frac{2GM}{Rc^2}}$$

$$h = \text{const}$$
$$c = \text{const}$$
$$\hat{E} = \text{const}$$

$$R\uparrow, \quad \nu\downarrow, \quad T\uparrow, \quad \lambda\uparrow$$

W ramce z lewej strony powtórzone zostały poprzednie rachunki z wykorzystaniem nowej postaci wyrażenia dla energii spoczynkowej [13, 14].

$$E = \frac{1}{2}mc^2$$

- **Atom wodoru w polu grawitacyjnym Schwarzschilda – rozważania heurystyczne**

Oszacujemy energię fotonu emitowanego przez atom wodoru znajdujący się w polu grawitacyjnym opisywanym zewnętrzną metryką Schwarzschilda.

$$\hat{E} \sim -\frac{1}{\hat{r}}$$

$$\downarrow$$

$$\hat{r} = r\sqrt{g_{11}}, \quad g_{11} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right)^{-1} = \left(1 - \frac{R_S}{R}\right)^{-1}, \quad g_{44} = \frac{1}{g_{11}}, \quad R_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad E \sim -\frac{1}{r}$$

$$\hat{E} \sim -\frac{1}{r\sqrt{g_{11}}}, \quad \hat{E} = \frac{E}{\sqrt{g_{11}}} = \sqrt{g_{44}}\, E$$

$$\Delta\hat{E} = \frac{\Delta E}{\sqrt{g_{11}}} = \sqrt{g_{44}}\, \Delta E, \quad \left(\frac{2GM}{c^2 R}\right)_{\text{Ziemia}} \approx 1{,}4 \cdot 10^{-9}, \quad \left(\frac{2GM}{c^2 R}\right)_{\text{Słońce}} \approx 4{,}3 \cdot 10^{-6}$$

E = energia na dozwolonej (stacjonarnej) orbicie w nieobecności pola grawitacyjnego
r = promień dozwolonej (stacjonarnej) orbity w nieobecności pola grawitacyjnego
$\hat{E}$ = energia na dozwolonej (stacjonarnej) orbicie w zewnętrznym polu grawitacyjnym
$\hat{r}$ = promień dozwolonej (stacjonarnej) orbity w zewnętrznym polu grawitacyjnym
g_{11}, g_{44} = składowe tensora metrycznego zewnętrznego pola grawitacyjnego
R = odległość miejsca emisji fotonu od centrum ciała źródłowego
M = masa ciała źródłowego
G = stała grawitacyjna
c = wartość prędkości światła w próżni
R_S = promień Schwarzschilda ciała źródłowego

Rozumowania podanego powyżej nie mógł przeprowadzić Einstein w 1911 [1], ponieważ model atomu wodoru został sformułowany przez Bohra w 1913 [2] a metryka Schwarzschilda pojawiła się w 1916 [3].

- **Jak zdefiniować poczerwienienie?**

$$z^* \overset{df}{=} \frac{E_{lab} - E_{out}}{E_{out}} = \frac{E_{lab}}{E_{out}} - 1$$

$$\downarrow$$

$$E_{lab} = \frac{E_{max}}{\sqrt{g_{11}^{lab}}}$$

$$E_{out} = \frac{E_{max}}{\sqrt{g_{11}^{out}}}$$

$$\downarrow$$

$$z^* = \frac{\sqrt{g_{11}^{out}}}{\sqrt{g_{11}^{lab}}} - 1$$

E_{lab} = energia fotonu emitowanego ze źródła znajdującego się w laboratorium

E_{out} = energia fotonu emitowanego ze źródła znajdującego się poza laboratorium

E_{max} = energia fotonu emitowanego w nieobecności pola grawitacyjnego

g_{11}^{lab} = składowa tensora metrycznego w laboratorium w miejscu detekcji fotonu

g_{11}^{out} = składowa tensora metrycznego poza laboratorium w miejscu emisji fotonu

- **Poczerwienienie światła docierającego do Ziemi ze Słońca**

$$z^* = \frac{\sqrt{g_{11}^{out}}}{\sqrt{g_{11}^{lab}}} - 1$$

$$g_{11}^{out} = \left[1 - \left(\frac{2GM_S}{c^2 R_S}\right)\right]^{-1}, \quad g_{11}^{lab} = \left[1 - \left(\frac{2GM_Z}{c^2 R_Z}\right)\right]^{-1}$$

$$\left(\frac{2GM_S}{c^2 R_S}\right) \approx 4{,}3 \cdot 10^{-6}, \quad \left(\frac{2GM_Z}{c^2 R_Z}\right) \approx 1{,}4 \cdot 10^{-9}$$

$$z^* \approx \frac{1}{2}\left(\frac{2GM_S}{c^2 R_S}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{2GM_Z}{c^2 R_Z}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{2GM_S}{c^2 R_S}\right)\left(\frac{2GM_Z}{c^2 R_Z}\right) \approx 2{,}15 \cdot 10^{-6}$$

Poczerwienienie światła słonecznego jest efektem lokalnym, dlatego dla składowych tensora metrycznego wykorzystaliśmy wzory właściwe zewnętrznej metryce Schwarzschilda zależnej od lokalnych mas źródłowych i ich rozmiarów. Ponadto założyliśmy, że dane źródło światła znajduje się odpowiednio na powierzchni Słońca lub Ziemi.

- **Poczerwienienie światła docierającego do Ziemi z odległej galaktyki**

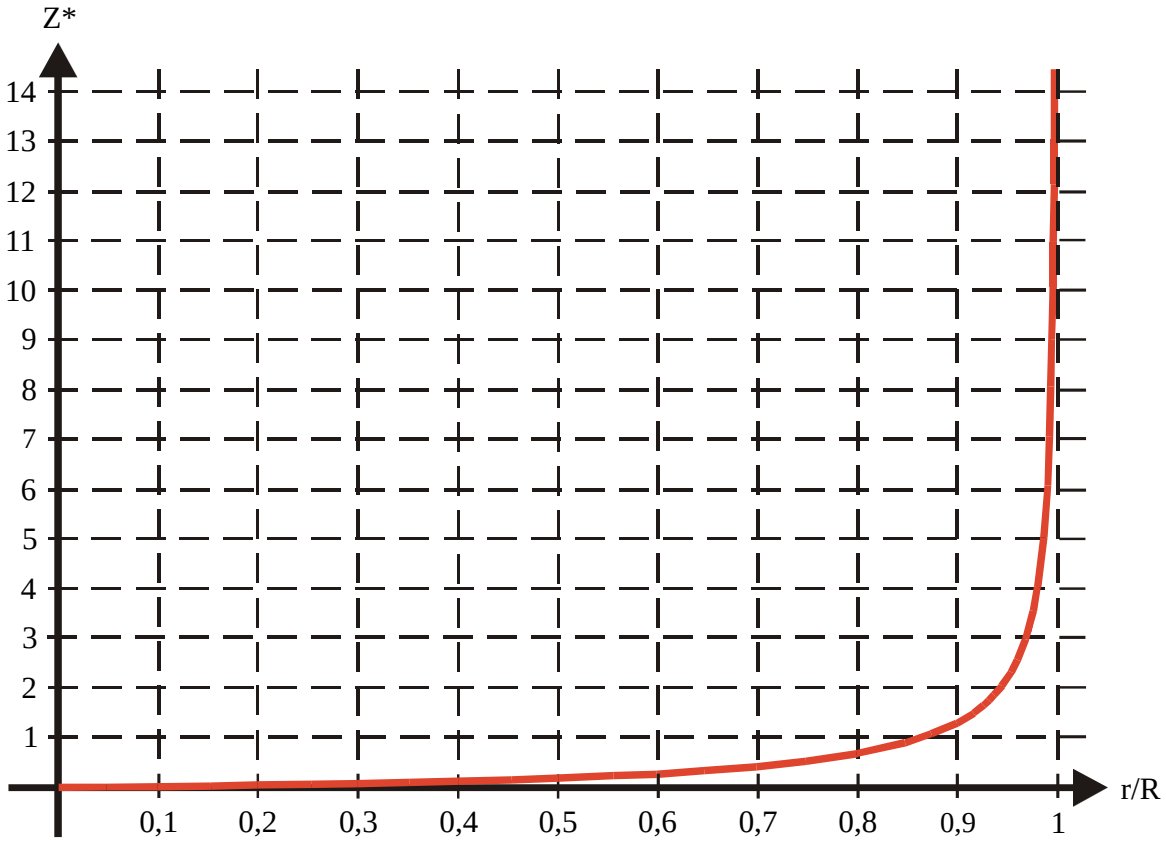
$$z^* = \frac{\sqrt{g_{11}^{out}}}{\sqrt{g_{11}^{lab}}} - 1$$

$$g_{11}^{out} = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1}$$

$$g_{11}^{lab} = \left[1 - \left(\frac{2GM_{Ziemia}}{c^2 R_{Ziemia}}\right)\right]^{-1} \approx \frac{1}{1 - 1{,}4 \cdot 10^{-9}}$$

$$z^* = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{2GM_{Ziemia}}{c^2 R_{Ziemia}}\right)}}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}} - 1 \approx \frac{\sqrt{1 - 1{,}4 \cdot 10^{-9}}}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}} - 1$$

Na następnej stronie zamieszczony jest wykres zależności poczerwienienia (z*) od odległości (r) źródła od centrum Naszego Wszechświata, (R) jest promieniem Naszego Wszechświata.



Wykres zależności poczerwienienia (z*) od odległości (r) źródła od centrum Naszego Wszechświata. [Uwaga: (z*) przyjmuje wartości ujemne dla stosunku (r/R) w przybliżeniu mniejszego niż $3{,}74\cdot10^{-5}$.]

Poniżej oszacujemy poczerwienienie (z*) dla przypadku, gdy ($r^2 << R^2$).

$$z^* \approx \frac{\sqrt{1-1{,}4\cdot10^{-9}}}{\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}} - 1 \approx \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r}{R}}\cdot\sqrt{1+\frac{r}{R}}} - 1$$

$$\left(1-\frac{r}{R}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1+\frac{1}{2}\cdot\frac{r}{R}$$

$$z^* = \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{r}{R}}{\sqrt{1+\frac{r}{R}}} - 1$$

$$\sqrt{1+\frac{r}{R}} \approx 1$$

$$z^* \approx \frac{1}{2}\cdot\frac{r}{R}$$

- **Prawo Hubble'a**

Na początku przypomnimy definicję poczerwienienia (z) bazującą na założeniu, że energia fotonu nie zależy od miejsca jego emisji i podczas wędrówki fotonu ulega zmianie.

$$z \overset{df}{=} \frac{E_{emitted} - E_{observed}}{E_{observed}} = \frac{E_{emitted}}{E_{observed}} - 1$$

$$E = h\nu = \frac{h}{T} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$z = \frac{\nu_{emitted}}{\nu_{observed}} - 1 = \frac{T_{observed}}{T_{emitted}} - 1 = \frac{\lambda_{observed}}{\lambda_{emitted}} - 1$$

Prawo Hubble'a [7] jest wynikiem połączenia obserwacji Hubble'a i nierelatywistycznego prawa Dopplera dla światła.

$$z = \frac{\lambda_{observed}}{\lambda_{emitted}} - 1$$

obserwacje Hubble'a: $z = k_H r$, $k_H \approx 0{,}81 \cdot 10^{-26} m^{-1}$, k_H = współczynnik Hubble'a

nierelatywistyczne prawo Dopplera: $z = \frac{v}{c}$

$$v = ck_H r = Hr, \quad H \overset{df}{=} ck_H \approx 75\,km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1} \approx 2{,}43 \cdot 10^{-18} s^{-1}$$ prawo Hubble'a

W literaturze [12] podawane są wartości stałej Hubble'a H zawarte w szerokim przedziale $H = \left(60\,km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1} \approx 1{,}944 \cdot 10^{-18} s^{-1}\right) \div \left(75\,km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1} \approx 2{,}43 \cdot 10^{-18} s^{-1}\right)$

Podkreślmy, że zaproponowana przez nas definicja poczerwienienia (z*) bazowała na założeniu, że energia fotonu zależy od miejsca jego emisji i podczas wędrówki fotonu nie ulega zmianie. Wartości poczerwienienia (z) oraz (z*) są takie same.

- **Promień Naszego Wszechświata wg obserwacji Hubble'a**

Znając (z*) oraz (r), można wyznaczyć promień Naszego Wszechświata (R).

$$R = \frac{r}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{z^* + 1}\right)^2}}$$

$$r^2 << R^2$$

$$R \approx \frac{r}{2z^*}$$

obserwacje Hubble'a: $z = k_H r$, $k_H \approx 0{,}81 \cdot 10^{-26} m^{-1}$ dla $H = 75\,km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$

$z = z^*$

rok świetlny $\approx 0{,}95 \cdot 10^{16} m$

$$R \approx \frac{1}{2k_H} \approx 0{,}6 \cdot 10^{26}\,\mathrm{m} \approx 6{,}31 \text{ miliardów lat świetlnych}$$

- **Średnia gęstość Naszego Wszechświata wg obserwacji Hubble'a**

Wyznaczymy teraz średnią gęstość Naszego Wszechświata, wykorzystując oszacowaną powyżej wartość promienia Naszego Wszechświata oraz wzór znajdujący się na stronie 40.

$$R = \sqrt{\frac{3c^2}{4\pi G}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

$$\rho = \frac{3c^2}{4\pi G} \cdot \frac{1}{R^2} \approx \frac{3c^2 k_H^2}{\pi G} = \frac{3H^2}{\pi G}$$

Gęstość ta jest 8 razy większa niż gęstość krytyczna Wszechświata Friedmana.

$R = R_H \approx 0{,}6 \cdot 10^{26}\,\mathrm{m}$ = promień Naszego Wszechświata dla $H = 75\,\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$

$\rho = \rho_H$ = gęstość Naszego Wszechświata dla $H = 75\,\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$

$\rho_F \approx 4{,}97 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/m^3}$ czyli prawie 3 protony na metr sześcienny

ρ_F = gęstość Wszechświata Friedmana wg [11] dla $H = 75\,\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$ i $\Omega = 0{,}47$

$$\rho_H \approx 84{,}59 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$ czyli prawie 51 protonów na metr sześcienny

$$\frac{\rho_H}{\rho_F} \approx 17{,}02$$

Dla stałej Hubble'a $H = 75\,\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$ i parametru gęstości $\Omega = 0{,}47$ gęstość Wszechświata Czarnodziurowego jest ponad 17 razy większa niż gęstość Wszechświata Friedmana.
Nasz model nie wymaga przyjęcia założenia o istnieniu ciemnej energii.

- **Niezmienność energii fotonu a doświadczenie Pounda-Rebki**

Celem doświadczenia Pounda i Rebki [10] było potwierdzenie hipotezy, że energia fotonu nie zależy od miejsca emisji i ulega zmianie podczas jego wędrówki w polu grawitacyjnym Newtona. Z hipotezy tej wynika, że energia absorbowana przez atom również nie zależy od miejsca absorpcji.

$$h\nu \sim \frac{1}{1 - \frac{GM}{Rc^2}}$$

$$z \overset{\mathrm{df}}{=} \frac{\nu_{\mathrm{emitted}}}{\nu_{\mathrm{absorbed}}} - 1$$

$$\nu_e \sim \frac{1}{1 - \frac{GM}{Rc^2}} \approx 1 + \frac{GM}{Rc^2}$$

$$\nu_a \sim \frac{1}{1-\frac{GM}{(R \pm L)c^2}}$$

R = odległość od środka Ziemi
L = odległość między punktami absorpcji i emisji fotonu
± plus, gdy punkt emisji był bliżej centrum niż punkt absorpcji
± minus, gdy punkt emisji był dalej od centrum niż punkt absorpcji

$$z \approx \frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R \pm L}\right)$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$ = przyspieszenie grawitacyjne w odległości (R) od środka Ziemi

$$z \approx \pm \frac{gL}{c^2}\frac{1}{1 \pm \frac{L}{R}}$$

$$L << R$$

$$\boxed{z \approx \pm \frac{gL}{c^2}}$$

Ostatnią relację potwierdzili doświadczalnie Pound i Rebka w 1960, wykorzystując zjawiska Mössbauera i Dopplera. Emiterem promieniowania gamma ($h\nu = 14{,}4\,keV$) był ^{57}Co a absorberem ^{57}Fe. Emiter i absorber były umieszczane na przemian, raz pierwszy na dole a drugi na górze i odwrotnie. Grawitacyjne przesunięcie było niwelowane przesunięciem dopplerowskim. Różnice energii odpowiednich poziomów energetycznych atomów emitera i absorbera, znajdujących się w tej samej odległości od środka Ziemi, były identyczne.

Przeprowadźmy analogiczne rozumowanie, zakładając tym razem, że energia fotonu zależy od miejsca emisji i pozostaje stała podczas jego wędrówki w polu grawitacyjnym Schwarzschilda. Odnotujmy, że energia absorbowana przez atom również zależy od miejsca absorpcji.

$$h\nu \sim \sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}}$$

$$z^* \overset{df}{=} \frac{E_{absorbed}-E_{emitted}}{E_{emitted}} = \frac{E_{absorbed}}{E_{emitted}} - 1 = \frac{\nu_{absorbed}}{\nu_{emitted}} - 1$$

$$\nu_{absorbed} \sim \sqrt{1-\frac{2GM}{(R \pm L)c^2}} \approx 1-\frac{GM}{(R \pm L)c^2}$$

$$\frac{1}{\nu_{emitted}} \sim \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}}} \approx 1+\frac{GM}{Rc^2}$$

R = odległość od środka Ziemi
L = odległość między punktami absorpcji i emisji fotonu
± plus, gdy punkt emisji był bliżej centrum niż punkt absorpcji
± minus, gdy punkt emisji był dalej od centrum niż punkt absorpcji

$$z^* \approx \frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R \pm L}\right)$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad = \text{ przyspieszenie grawitacyjne w odległości (R) od środka Ziemi}$$

$$z^* \approx \pm \frac{gL}{c^2} \frac{1}{1 \pm \frac{L}{R}}$$

$$L << R$$

$$z^* \approx \pm \frac{gL}{c^2}$$

Doświadczenie Pounda-Rebki nie rozstrzyga, która hipoteza jest poprawna.

Cytowane prace

[1] A. Einstein: *Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes.* Annalen der Physik **35**, 10 (1911) 898-908.
[2] N. Bohr: *On the Constitution of Atoms and Molecules. Part I*. Philosophical Magazine **26** (1913) 1-24.
Niels Bohr: *On the Constitution of Atoms and Molecules. Part II. Systems Containing Only a Single Nucleus*. Philosophical Magazine **26** (1913) 476-502.
[3] K. Schwarzschild: *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie.* Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften **1**, 7 (1916) 189-196.
[4] A. Friedman: *Über die Krümmung des Raumes.* Zeitschrift für Physik **10**, 6 (1922) 377-386.
[5] A. Friedmann: *Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes.* Zeitschrift für Physik **21**, 5 (1924) 326-332.
[6] G. E. Lemaître: *Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques.* Annales de la Société Scientifique de Bruxelles A **47** (1927) 29-39.
[7] E. P. Hubble: *A Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-galactic Nebulae.* Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America **15**, 3 (March 15, 1929) 168-173.
[8] H. P. Robertson: *On the Foundations of Relativistic Cosmology.* Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America **15**, 11 (11/1929) 822-829.
[9] A. G. Walker: *On Milne's theory of world-structure*. Proceedings of London Mathematical Society **42** (1937) 90-127.
[10] R. V. Pound and G. A. Rebka, Jr.: *Apparent weight of photons.* Physical Review Letters **4**, 7 (April 1, 1960) 337-341.
[11] J. H. Oort: *The Density of the Universe.* Astronomy & Astrophysics **7** (09/1970) 405-407.
[12] N. Jackson: *The Hubble Constant*. arXiv:0709.3924v1 [astro-ph]
[13] Z. Osiak: *Energy in Special Relativity*. Self Publishing (28.12.2011), ISBN: 978-83-272-3448-3, http://vixra.org/abs/1512.0449
[14] Z. Osiak: *Szczególna Teoria Względności*. Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3464-3, http://vixra.org/abs/1804.0179

13 POLE GRAWITACYJNE ZIEMI A POLE GRAWITACYJNE WSZECHŚWIATA

- **Wpływ pola grawitacyjnego na odległości przestrzenną i czasową**

Badane przez nas pola grawitacyjne można jednoznacznie scharakteryzować przez składową czasowo-czasową tensora metrycznego.

W dużych odległościach od środka Naszego Wszechświata metryka czasoprzestrzeni

$$\left(g_{44}\right)_{\text{Wszechświat}} = \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)_{\text{Wszechświat}}$$

ma inną postać niż lokalnie w pobliżu Ziemi

$$\left(g_{44}\right)_{\text{Ziemia}} = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)_{\text{Ziemia}} .$$

Z powyższych wzorów wynika, że:

1. W skali odległości kosmologicznych im dalej od Ziemi, tym pole grawitacyjne jest silniejsze. Lokalnie w pobliżu Ziemi obserwujemy odwrotną sytuację.
2. Odległość przestrzenna między dwoma blisko siebie położonymi zdarzeniami jest tym większa, im silniejsze jest pole grawitacyjne.

$$r \downarrow \Rightarrow \left(g_{11}\right)_{\text{Ziemia}} (dr)^2 \uparrow \qquad r \uparrow \Rightarrow \left(g_{11}\right)_{\text{Wszechświat}} (dr)^2 \uparrow \qquad \left(g_{11}\right) = \left(g_{44}\right)^{-1}$$

Zjawisko to można nazwać grawitacyjną dylatacją odległości przestrzennej.

3. Odległość czasowa między dwoma blisko siebie położonymi zdarzeniami jest tym mniejsza, im silniejsze jest pole grawitacyjne.

$$r \downarrow \Rightarrow \left(g_{44}\right)_{\text{Ziemia}} (cdt)^2 \downarrow \qquad r \uparrow \Rightarrow \left(g_{44}\right)_{\text{Wszechświat}} (cdt)^2 \downarrow$$

Zjawisko to można nazwać grawitacyjną kontrakcją odległości czasowej.

- **Lokalne własności poczerwienienia**

Wyznaczymy odległość (r_0) od środka Naszego Wszechświata, w jakiej powinno znajdować się dane źródło światła emitujące fotony o takiej samej energii jak identyczne źródło ulokowane na powierzchni Ziemi. W tym celu przyrównamy czasowo-czasowe składowe tensorów metrycznych charakteryzujących odpowiednio pola grawitacyjne Wszechświata i Ziemi.

$$1 - \frac{r_0^2}{R_W^2} = 1 - \frac{r_S^Z}{R_Z}$$

r_S^Z = promień Schwarzschilda dla Ziemi

R_Z = promień Ziemi

R_W = promień Naszego Wszechświata

$$r_0 = \sqrt{\frac{r_S^Z}{R_Z}} \cdot R_W$$

$$\sqrt{\frac{r_S^Z}{R_Z}} \approx 3{,}74 \cdot 10^{-5}, \quad R_W \approx 0{,}6 \cdot 10^{26}\,\mathrm{m}, \quad \text{rok świetlny} \approx 0{,}95 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}$$

$$r_0 \approx 2{,}245 \cdot 10^{21}\,\mathrm{m} \approx 2{,}363 \cdot 10^{5}\ \text{lat świetlnych} = 236300\ \text{lat świetlnych}$$

W odległości (r_0) od środka Naszego Wszechświata składowa czasowo-czasowa tensora metrycznego jest równa analogicznej składowej na powierzchni Ziemi.

- **Wnioski**

1. W odległości od środka Ziemi w przybliżeniu równej (r_0) poczerwienienie (z*) mierzone względem naszej planety zmienia znak z ujemnego na dodatni.
2. Światło docierające do Ziemi z Naszej Galaktyki, której promień wynosi około 50000 lat świetlnych, a grubość około 12000 lat świetlnych, powinno być przesunięte ku fioletowi względem światła emitowanego na powierzchni Ziemi. Przy czym ujemna wartość poczerwienienia (z*) powinna być zależna od kierunku obserwacji.

14 PARADOKS OLBERSA

- **Paradoks Olbersa**

Paradoks Olbersa, nazywany też paradoksem fotometrycznym, został sformułowany w 1826 przez Olbersa [1]: „Skoro wszechświat jest statyczny, jednorodny i nieskończony w czasie i przestrzeni, to dlaczego niebo w nocy jest ciemne?”.

Olbers próbował wytłumaczyć ten paradoks, przyjmując, że materia międzygwiezdna pochłania zdążające ku Ziemi światło.

Zgodnie z powszechnie przyjętym obecnie poglądem, sformułowanym w ramach teorii rozszerzającego się wszechświata Friedmana [2, 3] i bazującej na niej hipotezie wielkiego wybuchu, niebo w nocy jest ciemne, ponieważ wiek wszechświata jest skończony i światło z odległych gwiazd jeszcze nie zdążyło dotrzeć do nas, a ponadto jego widmo jest przesunięte ku czerwieni.

Według mnie powyższe uzasadnienie w części odwołującej się do skończonego wieku wszechświata jest błędne. Zgodnie z nim niebo w nocy powinno być w miarę upływu czasu coraz jaśniejsze. Z kolei przesunięcie ku czerwieni można wyjaśnić w ramach innych hipotez.

- **Prawdopodobieństwo trafienia fotonu w Ziemię**

Fotony docierające do Ziemi w nocy stanowią zaledwie znikomą część wszystkich fotonów, a zwłaszcza fotonów emitowanych w bardzo dużych odległościach od Ziemi w porównaniu z jej promieniem.

Dzieląc przez 4π bryłowy kąt widzenia Ziemi z punktu emisji fotonu, oznaczony przez (α), otrzymamy prawdopodobieństwo tego, że foton „trafi” w Ziemię.

$$R_Z << r \Rightarrow \alpha \approx \frac{2\pi R_Z^2}{r^2}$$

$$R_Z << r \Rightarrow \frac{\alpha}{4\pi} \approx \frac{1}{2}\frac{R_Z^2}{r^2}$$

$$R_Z \approx 6{,}371 \cdot 10^6 \text{ m}$$
$$r \approx 0{,}6 \cdot 10^{26} \text{ m}$$

$$\frac{\alpha}{4\pi} \approx \frac{1}{2}\frac{R_Z^2}{r^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{6{,}371 \cdot 10^6 \text{ m}}{0{,}6 \cdot 10^{26} \text{ m}}\right)^2 \approx 1{,}388 \cdot 10^{-40}$$

Prawdopodobieństwo tego, że foton emitowany z krańców Naszego Wszechświata „trafi” w Ziemię wynosi zaledwie $1{,}388 \cdot 10^{-40}$.

- **Atom wodoru Bohra w Naszym Wszechświecie**

Poniżej podamy wyrażenie dla energii atomu wodoru w Naszym Wszechświecie, gdy elektron znajduje się na n-tej dozwolonej (stacjonarnej) orbicie.

$$\hat{E}_n = \sqrt{g_{44}^{in}}\, E_n$$

$$E_n = \frac{1}{n^2} E_1$$

$$\hat{E}_n = \frac{1}{n^2}\sqrt{g_{44}^{in}}\,E_1$$

$$E_1 = -13{,}6\,\text{eV}$$

$$g_{44}^{in} = 1 - \frac{4\pi G\rho}{3c^2}r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2R^3}r^2 = 1 - \frac{r_S}{2R^3}r^2 = 1 - \frac{r^2}{R^2}$$

$R = R_H \approx 0{,}6\cdot 10^{26}\text{m}$ = promień Naszego Wszechświata dla $H = 75\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$

$$\hat{E}_n = -\frac{1}{n^2}\sqrt{g_{44}^{in}}\,13{,}6\,\text{eV} = -\frac{1}{n^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\,13{,}6\,\text{eV} = -\frac{1}{n^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{0{,}36\cdot 10^{52}\text{m}^2}}\,13{,}6\,\text{eV}$$

E_n = energia na n-tej stacjonarnej orbicie w nieobecności pola grawitacyjnego
$\hat{E}_n$ = energia na n-tej stacjonarnej orbicie atomu wodoru znajdującego się w odległości r od centrum Naszego Wszechświata
g_{44}^{in} = składowa tensora metrycznego pola grawitacyjnego w odległości r od centrum Naszego Wszechświata
r = odległość miejsca emisji fotonu od centrum Naszego Wszechświata
M = masa Naszego Wszechświata
R = promień Naszego Wszechświata
ρ = gęstość Naszego Wszechświata
G = stała grawitacyjna
c = wartość prędkości światła w próżni
r_S = promień Schwarzschilda Naszego Wszechświata

PRZYKŁAD
W jakiej odległości od Ziemi powinien znajdować się atom wodoru, aby energia emitowanego fotonu odpowiadająca w warunkach ziemskich krótkofalowej granicy serii Lymana (13,6 eV) była równa górnej granicy energii odpowiadającej w warunkach ziemskich promieniowaniu podczerwonemu (1,59 eV)?

$$1{,}59\,\text{eV} = \sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\,13{,}6\,\text{eV}$$

$$\frac{r}{R} \approx 0{,}9$$

Światło emitowane przez atomy wodoru z krańców Naszego Wszechświata ($r \approx 0{,}9\cdot R$) leży całkowicie w podczerwieni.

PRZYPOMNIENIE
Promieniowanie podczerwone (podczerwień) stanowią fotony o energiach od $1{,}24\cdot 10^{-3}\,\text{eV}$ do $1{,}59\,\text{eV}$.

- **Natężenie oświetlenia powierzchni Ziemi w nocy**

Natężenie oświetlenia powierzchni poziomej Ziemi przez gwiaździste niebo w nocy wynosi $3\cdot 10^{-4}\,\text{lx}$ [4, str. 204].

Aby wyznaczyć natężenie oświetlenia powierzchni poziomej Ziemi w nocy światłem emitowanym przez atomy wodoru, założymy hipotetycznie, że w każdym metrze sześciennym Naszego Wszechświata znajdują się 51 atomów wodoru, uwzględnimy ponadto energię odpowiadającą danej linii widmowej, jaką emitowałby atom wodoru w warunkach ziemskich, ułamek atomów wodoru emitujących w jednostce czasu fotony odpowiadające danej linii widmowej, prawdopodobieństwo trafienia fotonu w Ziemię oraz poczerwienienie.

$$dI_i = \frac{1}{4\pi R_Z^2} \cdot \frac{\rho_H}{m_H} \cdot 4\pi r^2 dr \cdot E_i \cdot \eta_i \cdot \frac{R_Z^2}{2r^2} \cdot \sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}$$

$$I_i = \frac{\pi}{2} \frac{\rho_H}{m_H R} E_i \eta_i \int_{R_Z}^{R} \sqrt{R^2 - r^2}\, dr$$

$$I_i \approx \frac{\pi}{8} \frac{R\rho_H}{m_H} E_i \eta_i$$

Ostatecznie otrzymamy dla natężenia oświetlenia powierzchni poziomej Ziemi przez gwiaździste niebo w nocy poniższe wyrażenie:

$$I \approx \sum_i I_i = \frac{\pi}{8} \frac{R\rho_H}{m_H} \sum_i E_i \eta_i$$

I_i = natężenie oświetlenia powierzchni poziomej Ziemi w nocy światłem emitowanym przez atomy wodoru odpowiadającym danej linii widmowej

I = natężenie oświetlenia powierzchni poziomej Ziemi przez gwiaździste niebo w nocy

$4\pi R_Z^2$ = pole powierzchni Ziemi

$\frac{\rho_H}{m_H}$ = ilość atomów wodoru w jednym metrze sześciennym

$4\pi r^2 dr$ = objętość powłoki sferycznej o grubości dr

E_i = energia odpowiadająca danej linii widmowej jaką emitowałby atom wodoru w warunkach ziemskich

η_i = ułamek atomów wodoru emitujących w jednostce czasu fotony odpowiadające danej linii widmowej

$[\eta] = s^{-1}$

$\frac{2\pi R_Z^2}{r^2}$ = prawdopodobieństwo trafienia fotonu w Ziemię

$\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}$ = składowa czasowo-czasowa tensora metrycznego Naszego Wszechświata

ρ_H = gęstość Naszego Wszechświata

m_H = masa atomu wodoru

R_Z = promień Ziemi

R = promień Naszego Wszechświata

r = odległość od centrum Naszego Wszechświata

Cytowane prace

[1] H. W. M. Olbers: *Über die Durchsichtigkeit des Weltraums*. Berliner astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1826.
[2] A. Friedman: *Über die Krümmung des Raumes.* Zeitschrift für Physik **10**, 6 (1922) 377-386.
[3] A. Friedmann: *Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes.* Zeitschrift für Physik **21**, 5 (1924) 326-332.
[4] Szczepan Szczeniowski: *Fizyka doświadczalna. Część IV. Opyka.* PWN, Warszawa 1963.

15 MIKROFALOWE PROMIENIOWANIE TŁA

- **Promieniowanie tła**

Promieniowanie tła jest mikrofalowym promieniowaniem, odpowiadającym temperaturze 2,7 stopni Kelvina, docierającym do Ziemi prawie równomiernie ze wszystkich kierunków. Nazywane jest również promieniowaniem reliktowym lub szczątkowym.

Promieniowanie tła odkryli Penzias i Wilson w 1965 [2]. Byli oni wtedy pracownikami w Laboratoriach Bella, zajmowali się łącznością radiową z satelitami. Używali do tego celu sześciometrowej anteny kierunkowej, pojawiający się w niej szum okazał się mikrofalowym izotropowym promieniowaniem tła.

Szczegółowe badania kosmicznego mikrofalowego promieniowania tła zostały dokonane przyrządami umieszczonymi na satelicie COBE. Cosmic Background Explorer został wystrzelony 18 listopada 1989. Wstępne wyniki pomiarów znane już były dwa miesiące później [3]. Okazało się, że widmo kosmicznego promieniowania tła pokrywa się niemal idealnie z widmem ciała doskonale czarnego o temperaturze 2,735 K z błędem 0,06 K. Według innych danych pochodzących z COBE [4, 5] w naszej galaktyce występuje efekt kwadrupolowy, a w przestrzennym rozkładzie temperatury promieniowania tła istnieją znikome fluktuacje.

- **Promieniowanie tła w Teorii Wielkiego Wybuchu**

Zgodnie z powszechnie przyjętym obecnie poglądem odkrycie promieniowania tła potwierdza hipotezę o istnieniu promieniowania szczątkowego jako pozostałości po wielkim wybuchu. Hipotezę taką sformułował po raz pierwszy Gamow w 1948 [1].

- **Promieniowanie tła w Czarno-dziurowym Wszechświecie**

Postulujemy, że mikrofalowe promieniowanie tła w modelu Wszechświata jako czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną stanowią fotony emitowane przez wszystkie atomy i cząsteczki znajdujące się na krańcach Naszego Wszechświata.

PRZYKŁAD

Poniżej wykorzystamy wyrażenie (podane w rozdziale 12 tej rozprawy) dla energii atomu wodoru w Naszym Wszechświecie, gdy elektron znajduje się na n-tej dozwolonej (stacjonarnej) orbicie.

$$\hat{E}_n = -\frac{1}{n^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\,13{,}6\,\text{eV}$$

$\hat{E}_n$ = energia na n-tej stacjonarnej orbicie atomu wodoru znajdującego się w odległości r od centrum Naszego Wszechświata
r = odległość miejsca emisji fotonu od centrum Naszego Wszechświata
R = promień Naszego Wszechświata

W jakiej odległości od Ziemi powinien znajdować się atom wodoru, aby energia emitowanego fotonu odpowiadająca w warunkach ziemskich krótkofalowej granicy serii Lymana (13,6 eV) była równa energii $6{,}6\cdot10^{-4}\,\text{eV}$ odpowiadającej w warunkach ziemskich maksymalnemu natężeniu promieniowaniu ciała doskonale czarnego znajdującego się w temperaturze 2,7 stopni Kelvina?

$$6{,}6\cdot10^{-4}\,\text{eV} = \sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\,13{,}6\,\text{eV}\,, \qquad r \approx 0{,}999999999\cdot R$$

PRZYPOMNIENIE

Mikrofalom odpowiadają fotony o energiach od $4{,}14 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{eV}$ do $1{,}24 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{eV}$.

Cytowane prace

[1] G. Gamow: *The Evolution of the Universe*. Nature **162**, 4122 (October 30, 1948) 680-682.

[2] A. A. Penzias and R. W. Wilson: *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 MHz*. Astrophysical Journal **142** (07/1965) 419-421.

[3] Grupa COBE: J. C. Mather i współpracownicy: *A Preliminary Measurements of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) Satellite*. Astrophysical Journal Letters **354** (May 10, 1990) L37-L40.

[4] Grupa COBE: G. F. Smoot i współpracownicy: *First results of the COBE satellite measurement of the anisotropy of the cosmic microwave background radiation*. Advances in Space Research **11**, 2 (1991) 193-205.

[5] Grupa COBE: G. F. Smoot i współpracownicy: *Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps.* Astrophysical Journal **396**, 1 (September 1, 1992) L1-L5.

16 ŚREDNIA GĘSTOŚĆ WSZECHŚWIATA W TEORII FRIEDMANA

- **Gęstość krytyczna**

Gęstość krytyczna wszechświata w teorii Friedmana [2] jest gęstością, przy której staje się on przestrzennie płaski.

$$\rho_c = \frac{3H^2}{\kappa c^4} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

$$H = 75\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{Mpc}^{-1} \approx 2{,}43\cdot 10^{-18}\mathrm{s}^{-1}$$

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2{,}073\cdot 10^{-43}\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}, \qquad c = 2{,}99792458\ \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 3\cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\rho_c \approx 1{,}058\cdot 10^{-26}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

- **Parametr gęstości i aktualna średnia gęstość Wszechświata Friedmana**

Parametrem gęstości nazywamy stosunek aktualnej średniej gęstości (ρ_F) Wszechświata Friedmana do jego gęstości krytycznej (ρ_c).

$$\Omega \overset{df}{=} \frac{\rho_F}{\rho_c}$$

Znając wartości parametru gęstości oraz gęstości krytycznej, można wyznaczyć aktualną średnią gęstość Wszechświata Friedmana.

$$\rho_F = \Omega\rho_c$$

$$\Omega = 0{,}47 \quad \text{wg [1]}$$

$$\rho_c \approx 1{,}058\cdot 10^{-26}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

$$\rho_F \approx 4{,}97\cdot 10^{-27}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$ czyli prawie 3 protony na metr sześcienny

- **Ciemna energia**

Interpretacja danych obserwacyjnych w ramach modelu Wszechświata Friedmana zmusiła kosmologów do postawienia hipotezy o istnieniu ciemnej energii.

UWAGA

Dla $H = 75\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{Mpc}^{-1}$ gęstość Wszechświata w naszym modelu jest ponad 17 razy większa niż w modelu Wszechświata Friedmana. Nasz model nie wymaga przyjęcia założenia o istnieniu ciemnej energii.

Cytowane prace

[1] J. H. Oort: *The Density of the Universe.* Astronomy & Astrophysics **7** (09/1970) 405-407.
[2] Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności.* Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, http://vixra.org/abs/1804.0178

17 ANTYGRAWITACJA W INNYCH MODELACH WSZECHŚWIATA

- **Przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki odpowiadające metryce F-L-R-W** [1]

$$\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner} = -\left(\operatorname{sgn} ds^2\right) c^2 \tilde{k}\, \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} \frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}$$

$$\operatorname{sgn} ds^2 \le 0$$

$$\frac{\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}}{c^2\tilde{k}} = \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}$$

$$\frac{\tilde{a}^{1}_{grav\&iner}}{c^2\tilde{k}} = \Gamma^{1}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds} =$$

$$= \Gamma^1_{11}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^1}{ds} + \Gamma^1_{12}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^2}{ds} + \Gamma^1_{13}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^3}{ds} + \Gamma^1_{14}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^4}{ds} +$$
$$+ \Gamma^1_{21}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^1}{ds} + \Gamma^1_{22}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^2}{ds} + \Gamma^1_{23}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^3}{ds} + \Gamma^1_{24}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^4}{ds} +$$
$$+ \Gamma^1_{31}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^1}{ds} + \Gamma^1_{32}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^2}{ds} + \Gamma^1_{33}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^3}{ds} + \Gamma^1_{34}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^4}{ds} +$$
$$+ \Gamma^1_{41}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^1}{ds} + \Gamma^1_{42}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^2}{ds} + \Gamma^1_{43}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^3}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^4}{ds}$$

Wyrażenia dla $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ pochodzą z [1].

$$ds^2 = B^2L^2\left[\left(dx^1\right)^2 + \left(dx^2\right)^2 + \left(dx^3\right)^2\right] + \left(dx^4\right)^2$$

$x^4 = ict$, $\quad L = L(t)$ = bezwymiarowy czasowy czynnik skali

$$B = \frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{L^2r^2}{L^2a^2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{r^2}{a^2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}kr^2}, \quad r^2 = \left(x^1\right)^2 + \left(x^2\right)^2 + \left(x^3\right)^2, \quad k = \frac{1}{a^2}$$

a^2 = kwadrat nieprzeskalowanego stałego promienia krzywizny przestrzeni

$$\operatorname{sgn} k = \operatorname{sgn}\frac{1}{a^2} = -1,\ 0,\ +1$$

$$\gamma_F = \left\{1 - \frac{B^2L^2}{c^2}\left[\left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx^3}{dt}\right)^2\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$ds = ic\gamma_F^{-1}dt$$

$$\tilde{a}^{1}_{grav\&iner} = -2\tilde{k}\gamma_F^2\frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial t}\frac{dx^1}{dt} +$$
$$-kB^2\tilde{k}\gamma_F^2\left[\frac{1}{2}x^1\left(\frac{dx^1}{dt}\frac{dx^1}{dt} + \frac{dx^2}{dt}\frac{dx^2}{dt} + \frac{dx^3}{dt}\frac{dx^3}{dt}\right) - \frac{dx^1}{dt}\left(x^1\frac{dx^1}{dt} + x^2\frac{dx^2}{dt} + x^3\frac{dx^3}{dt}\right)\right]$$

Wyznaczymy teraz fizyczną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnej cząstki w czasoprzestrzeni z metryką F-L-R-W.

$$\hat{\tilde{a}}^{\alpha}_{grav\&iner} = \sqrt{g_{11}}\,\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}$$

$$\downarrow \quad g_{11} = B^2L^2$$

$$\hat{\tilde{a}}^{\alpha}_{grav\&iner} = BL\,\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}$$

$$\hat{\tilde{a}}^{1}_{grav\&iner} = -2\tilde{k}\gamma_F^2\,B\frac{\partial L}{\partial t}\frac{dx^1}{dt} +$$
$$-kB^3L\tilde{k}\gamma_F^2\left[\frac{1}{2}x^1\left(\frac{dx^1}{dt}\frac{dx^1}{dt}+\frac{dx^2}{dt}\frac{dx^2}{dt}+\frac{dx^3}{dt}\frac{dx^3}{dt}\right)-\frac{dx^1}{dt}\left(x^1\frac{dx^1}{dt}+x^2\frac{dx^2}{dt}+x^3\frac{dx^3}{dt}\right)\right]$$

W przypadku przestrzennie płaskiej czasoprzestrzeni (k = 0):

$$\hat{\tilde{a}}^{1}_{grav\&iner} = -2\tilde{k}\gamma_F^2\frac{\partial L}{\partial t}\frac{dx^1}{dt}, \quad \gamma_F^2\frac{\partial L}{\partial t} > 0, \quad \tilde{k} = +1$$

Odnotujmy, że wtedy

$$\frac{dx^1}{dt} > 0 \Rightarrow \hat{\tilde{a}}^{1}_{grav\&iner} < 0 \qquad \frac{dx^1}{dt} < 0 \Rightarrow \hat{\tilde{a}}^{1}_{grav\&iner} > 0$$

Z relacji między znakami składowych prędkości i grawitacyjnego przyspieszenia swobodnej cząstki wynika, że występowanie grawitacji lub antygrawitacji zależy od kierunku prędkości cząstki próbnej w przestrzennie płaskim Wszechświecie Friedmana.

- **Przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki odpowiadające metryce prostego modelu rozszerzającej się czasoprzestrzeni** [1]

$$\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner} = -\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)c^2\tilde{k}\,\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}$$

$$\downarrow \quad \operatorname{sgn} ds^2 \le 0$$

$$\frac{\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}}{c^2\tilde{k}} = \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}$$

$$\frac{\tilde{a}^{1}_{grav\&iner}}{c^2\tilde{k}} = \Gamma^{1}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds} =$$
$$= \Gamma^1_{11}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^1}{ds}+\Gamma^1_{12}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^2}{ds}+\Gamma^1_{13}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^3}{ds}+\Gamma^1_{14}\frac{dx^1}{ds}\frac{dx^4}{ds}+$$
$$+\Gamma^1_{21}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^1}{ds}+\Gamma^1_{22}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^2}{ds}+\Gamma^1_{23}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^3}{ds}+\Gamma^1_{24}\frac{dx^2}{ds}\frac{dx^4}{ds}+$$

$$+\Gamma^1_{31}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^1}{ds}+\Gamma^1_{32}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^2}{ds}+\Gamma^1_{33}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^3}{ds}+\Gamma^1_{34}\frac{dx^3}{ds}\frac{dx^4}{ds}+$$
$$+\Gamma^1_{41}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^1}{ds}+\Gamma^1_{42}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^2}{ds}+\Gamma^1_{43}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^3}{ds}+\Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\frac{dx^4}{ds}$$

Wyrażenia dla $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ pochodzą z [1].

$$ds^2 = L^2\left[\left(dx^1\right)^2+\left(dx^2\right)^2+\left(dx^3\right)^2+\left(dx^4\right)^2\right]$$

$x^4 = ict\,, \quad L = L(t)$ = bezwymiarowy czasowy czynnik skali

$$\gamma = \left\{1-\frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{dx^1}{dt}\right)^2+\left(\frac{dx^2}{dt}\right)^2+\left(\frac{dx^3}{dt}\right)^2\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad ds = icL\gamma^{-1}dt$$

$$\tilde{a}^1_{grav\&iner} = -2\tilde{k}\gamma^2\frac{1}{L^3}\frac{\partial L}{\partial t}\frac{dx^1}{dt}$$

Wyznaczymy teraz fizyczną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnej cząstki w czasoprzestrzeni z metryką odpowiadającą metryce prostego modelu rozszerzającej się czasoprzestrzeni.

$$\hat{\tilde{a}}^{\alpha}_{grav\&iner} = \sqrt{g_{11}}\,\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}$$

$$g_{11} = L^2$$

$$\hat{\tilde{a}}^{\alpha}_{grav\&iner} = L\,\tilde{a}^{\alpha}_{grav\&iner}$$

$$\tilde{a}^1_{grav\&iner} = -2\tilde{k}\gamma^2\frac{1}{L^2}\frac{\partial L}{\partial t}\frac{dx^1}{dt}, \quad \gamma^2\frac{1}{L^2}\frac{\partial L}{\partial t} > 0, \quad \tilde{k} = +1$$

Odnotujmy, że

$$\frac{dx^1}{dt} > 0 \Rightarrow \hat{\tilde{a}}^1_{grav\&iner} < 0 \qquad \frac{dx^1}{dt} < 0 \Rightarrow \hat{\tilde{a}}^1_{grav\&iner} > 0$$

Z relacji między znakami składowych prędkości i grawitacyjnego przyspieszenia swobodnej cząstki wynika, że występowanie grawitacji lub antygrawitacji zależy od kierunku prędkości cząstki próbnej w czasoprzestrzeni z metryką odpowiadającą metryce prostego modelu rozszerzającej się czasoprzestrzeni.

Cytowane prace

[1] Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, http://vixra.org/abs/1804.0178

18 NASZ WSZECHŚWIAT JAKO PRZESTRZEŃ EINSTEINA

- **Inna postać równań pola – Nasz Wszechświat jako przestrzeń Einsteina**

$$R_{\alpha\beta} = -\kappa\left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T\right), \qquad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2{,}073\cdot 10^{-43}\,\frac{s^2}{kg\cdot m}$$

$$g_{12} = g_{21} = g_{13} = g_{31} = g_{14} = g_{41} = g_{23} = g_{32} = g_{24} = g_{42} = g_{34} = g_{43} = 0$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2\sin^2\theta, \quad g^{\alpha\alpha} = \frac{1}{g_{\alpha\alpha}}$$

$$T_{\alpha\alpha} = -\frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}\rho c^2, \qquad T \overset{df}{=} \sum_{\alpha=1}^{4} g^{\alpha\alpha}T_{\alpha\alpha} = -2\rho c^2, \qquad T_{\alpha\alpha} - \frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}T = \frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}\rho c^2$$

$$R_{12} = R_{21} = R_{13} = R_{31} = R_{14} = R_{41} = R_{23} = R_{32} = R_{24} = R_{42} = R_{34} = R_{43} = 0$$

$$R_{11} = \frac{1}{g_{44}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)$$

$$R_{22} = -1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$R_{33} = \sin^2\theta\left(-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}\right)$$

$$R_{44} = g_{44}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)$$

$$R_{\alpha\alpha} = -\tfrac{1}{2}\rho c^2\kappa g_{\alpha\alpha}, \quad R_{\mu\nu} = 0, \quad (\alpha,\mu,\nu = 1,2,3,4; \quad \mu \neq \nu)$$

Czasoprzestrzeń opisywana powyższymi równaniami, w których każda składowa tensora Ricciego jest proporcjonalna do odpowiedniej składowej tensora metrycznego, jest przestrzenią Einsteina [1]. Tak więc czasoprzestrzeń Naszego Wszechświata jest przestrzenią Einsteina.

UWAGA
Wszystkie składowe mieszane tensora Ricciego są tożsamościowo równe zeru. Zbiór pozostałych równań można zredukować tylko do dwóch niezależnych.

$$\begin{aligned} R_{11} &= -\tfrac{1}{2}\rho c^2\kappa g_{11} \\ R_{22} &= -\tfrac{1}{2}\rho c^2\kappa g_{22} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 \\ &-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{r}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r \\ &-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2 \end{aligned}$$

Cytowane prace

[1] А. З. Петров: *Пространства Эйнштейна*. Физматгиз, Москва 1961.
Istnieje angielski przekład:
A. Z. Petrov: *Einstein Spaces*. Pergamon Press, Oxford 1969.

19 ZAŁOŻENIA

- **Podstawowe postulaty Ogólnej Teorii Względności**

Ogólna Teoria Względności (OTW) bada wnioski wynikające z założeń, że:
1. Maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów jest taka sama we wszystkich układach odniesienia.
2. Definicje wielkości fizycznych oraz prawa (równania) fizyki można tak sformułować, aby ich ogólne postacie były niezależne od wyboru układu odniesienia.
3. Metryka czasoprzestrzeni jest zależna od rozkładu gęstości mas źródłowych.
4. Masa inercyjna jest równa masie grawitacyjnej.

- **Dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego**

Stacjonarne pole grawitacyjne jest polem dwu-potencjalnym:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0, \quad \mathrm{rot}\mathbf{E} = 0$$
$$\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\varphi = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\mathbf{E}^{in} = \mathrm{grad}\,\varphi^{in} = -\tilde{k}\,\mathrm{grad}\,\varphi^{in}, \quad 0 \le r < R, \quad \lim_{r\to 0} \varphi^{in} = 0$$
$$\mathbf{E}^{ex} = -\mathrm{grad}\,\varphi^{ex} = -\tilde{k}\,\mathrm{grad}\,\varphi^{ex}, \quad r \ge R, \quad \lim_{r\to \infty} \varphi^{ex} = 0$$

$$\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródłowych mas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródłowych mas} \end{cases}$$

- **Równanie Poissona a dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego**

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$$
$$\mathbf{E}^{in} = -\tilde{k}\,\mathrm{grad}\,\varphi^{in}$$

Prawo Gaussa:

$$\mathrm{div}\mathbf{E}^{in} = -4\pi G\rho$$
$$\mathrm{div}\,\alpha\mathbf{A} = \alpha\,\mathrm{div}\mathbf{A} + \mathbf{A}\,\mathrm{grad}\,\alpha$$
$$\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\varphi = \nabla^2\varphi = \Delta\varphi$$
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Δ = operator Laplace'a, laplasjan

Równanie Poissona

$$\Delta\varphi^{in} = 4\pi\tilde{k}G\rho = -4\pi G\rho$$

W pustej przestrzeni poza obszarem źródłowej masy prawa strona równania Poissona jest równa zeru.

Równanie Laplace'a

$$\Delta\varphi^{ex} = 0$$

- **Znaki prawych stron równań Poissona a warunki brzegowe**

W teorii grawitacji Newtona warunkom brzegowym dla potencjałów grawitacyjnych

$$0 \le r < R, \quad \lim_{r\to 0} \varphi^{in} = 0$$
$$r \ge R, \quad \lim_{r\to \infty} \varphi^{ex} = 0$$

odpowiadają we współrzędnych sferycznych następujące postacie równania Poissona

$$0 \le r < R, \quad r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{in}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{in}}{\partial r} + \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{in}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{in}}{\partial \theta^2} + ctg\theta \cdot \frac{\partial \varphi^{in}}{\partial \theta} = -4\pi G \rho r^2$$

$$r \ge R, \quad r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{ex}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial r} + \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{ex}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{ex}}{\partial \theta^2} + ctg\theta \cdot \frac{\partial \varphi^{ex}}{\partial \theta} = 0$$

Odpowiednikami tych relacji w OTW są:

$$0 \le r < R, \quad \lim_{r \to 0} g_{44} = 1$$

$$r \ge R, \quad \lim_{r \to \infty} g_{44} = 1$$

$$0 \le r < R, \quad R_{\mu\nu} = -\kappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right)$$

$$r \ge R, \quad R_{\mu\nu} = 0$$

Znaki prawych stron równań Poissona zależą od przyjętych warunków brzegowych, które związane są z dwu-potencjalnością stacjonarnego pola grawitacyjnego.

- **Hipoteza o pamięci fotonów**

Zakładamy, że energia fotonu zależy od punktu czasoprzestrzeni, w którym nastąpiła jego emisja i pozostaje stała podczas wędrówki fotonu. Oznacza to, że fotony mają „pamięć”, lub bardziej uczenie – energia fotonu jest niezmiennikiem. Przy czym, w silniejszym polu grawitacyjnym dane źródło powinno wysyłać fotony o mniejszej energii niż to samo źródło znajdujące się w słabszym polu.

Energia fotonu, emitowanego w danym punkcie czasoprzestrzeni, dana jest wzorem:

$$E = \frac{E_{max}}{\sqrt{|g_{11}|}}$$

E_{max} = energia fotonu emitowanego w czasoprzestrzeni niezdeformowanej

g_{11} = składowa tensora metrycznego w punkcie emisji fotonu

20 STABILNOSĆ MODELU

- **Stabilność modelu**

Aby proponowany przeze mnie model był realny, to trzeba dodatkowo założyć, że poszczególne składniki wszechświata tak się poruszają, że gwarantują jego stabilność. Jest to możliwe gdy przyspieszenie grawitacyjne ($\tilde{a}^r_{grav}$) spełnia rolę przyspieszenia dośrodkowego ($\tilde{a}^r_{cent}$).

$$\tilde{a}^r_{grav} = \tilde{a}^r_{cent}$$

$$\tilde{a}^r_{grav} = -\frac{c^2}{R^2} r \quad \text{(strona 30)}$$

$$R = \sqrt{\frac{3c^2}{4\pi G}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho}} \quad \text{(strona 40)}$$

$$\tilde{a}^r_{grav} = -\frac{4}{3}\pi G \rho r$$

$$\tilde{a}^r_{cent} = -\omega^2 r$$

$$\omega^2 = \frac{c^2}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G \rho$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R}{c^2} = \frac{3\pi}{G\rho}$$

R = promień Naszego Wszechświata
r = odległość od centrum Naszego Wszechświata
G = stała grawitacyjna
c = maksymalna wartość prędkości propagacji sygnałów
ω = prędkość kątowa obiegu danego elementu wokół centrum Naszego Wszechświata
ρ = gęstość Naszego Wszechświata
T = okres obiegu danego elementu wokół centrum Naszego Wszechświata

Z ostatniej relacji wynika, że okres obiegu danego elementu wokół centrum Naszego Wszechświata nie zależy od odległości (r) tego elementu od centrum.

- **Grawitacyjne prawo Gaussa i galaktyki**

Przeprowadzając analogiczne obliczenia dla danej galaktyki w ramach teorii grawitacji Newtona, otrzymamy, że okres obiegu gwiazdy wokół centrum galaktyki nie zależy od odległości (r) tego elementu od centrum. W poniższych rachunkach przyjęliśmy, że galaktyka jest kulą o stałej gęstości (ρ), a gwiazda o masie (m) oddziałuje grawitacyjnie z częścią galaktyki o promieniu (r) (zgodnie z prawem Gaussa oddziaływania grawitacyjne z pozostałą częścią galaktyki znoszą się).

Siła grawitacji (F_{grav}) spełnia rolę siły dośrodkowej (F_{cent}).

$$F_{grav} = F_{cent}$$

$$F_{grav} = \frac{GMm}{r^2} \quad \text{(siła grawitacji Newtona)}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$F_{grav} = \frac{4}{3}\pi G m r$$

$$F_{cent} = m\omega^2 r \quad \text{(siła dośrodkowa)}$$

$$\omega^2 = \frac{4}{3}\pi G \rho$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T^2 = \frac{3\pi}{G\rho}$$

R = promień galaktyki
r = odległość od centrum galaktyki
M = masa części galaktyki o promieniu r
m = masa danej gwiazdy
ρ = gęstość galaktyki
G = stała grawitacyjna
ω = prędkość kątowa obiegu danej gwiazdy wokół centrum galaktyki
T = okres obiegu danej gwiazdy wokół centrum galaktyki

21 GŁÓWNE WYNIKI

- **Hipoteza o istnieniu antygrawitacji**

Różniczkowa forma kwadratowa czasoprzestrzeni (RFKC) może być interpretowana jako kwadrat odległości czasoprzestrzennej położonych bardzo blisko siebie dwóch punktów czasoprzestrzeni zwanych zdarzeniami. Odległość czasoprzestrzenna dwóch zdarzeń nie jest wielkością bezpośrednio mierzalną, ponieważ nie dysponujemy „linijkami czterowymiarowymi". Ponadto, w zależności od znaku RFKC, odległości czasoprzestrzenne mogą być urojone lub rzeczywiste.

Zmiana znaku (z ujemnego na dodatni) różniczkowej formy kwadratowej czasoprzestrzeni oznacza przejście od grawitacji do antygrawitacji.

$$ds^2 < 0 \Leftrightarrow \text{GRAWITACJA}$$
$$ds^2 > 0 \Leftrightarrow \text{ANTYGRAWITACJA}$$

- **Czarna dziura z maksymalną otoczką antygrawitacyjną**

Wykazano, że zewnętrzne (próżniowe) rozwiązanie równań pola grawitacyjnego, które podał Schwarzschild w 1916, skrywa antygrawitację.

Promień przestrzenny czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną jest połową promienia Schwarzschilda. Przestrzeń na zewnątrz czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną składa się z dwóch warstw, w pierwszej ($0{,}5\, r_S \le r < r_S$) występuje antygrawitacja, a w drugiej ($r > r_S$) – grawitacja. Grubość powłoki antygrawitacyjnej jest równa promieniowi przestrzennemu czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną. W warstwie antygrawitacyjnej przyspieszenie skierowane jest od centrum źródłowej masy, a w warstwie grawitacyjnej – do centrum.

- **Hipoteza o dwu-potencjalności stacjonarnego pola grawitacyjnego**

Przyjęcie hipotezy o dwu-potencjalności stacjonarnego pola grawitacyjnego umożliwiło znalezienie wewnętrznego rozwiązania równań pola korespondującego z grawitacyjnym prawem Gaussa oraz dokonanie modyfikacji równań ruchu.

- **Równania ruchu są zawarte w równaniach pola**

Uzasadniono, że równania ruchu swobodnej cząstki próbnej są zawarte w równaniach pola grawitacyjnego, czyli w równaniach metryki czasoprzestrzeni.

- **Czarno-dziurowy model Naszego Wszechświata**

Nasz Wszechświat można potraktować jako olbrzymią jednorodną Czarną Dziurę o promieniu przestrzennym równym połowie promienia Schwarzschilda. Izoluje go od reszty wszechświata obszar czasoprzestrzeni, w którym występuje antygrawitacja.

Nasza Galaktyka wraz układem słonecznym oraz Ziemią, które w skali rozmiarów kosmologicznych można uważać zaledwie jako punkt, powinny znajdować się w pobliżu centrum Czarnej Dziury. Po raz kolejny podkreślmy, że w centrum Czarnej Dziury przyspieszenie grawitacyjne swobodnej cząstki próbnej, pomijając lokalne pola grawitacyjne, jest równe zeru. Innymi słowy, Czarna Dziura nie wytwarza pola grawitacyjnego w swoim centrum.

Im pole grawitacyjne jest silniejsze, tym przestrzeń jest bardziej rozciągnięta. Dla obserwatora ziemskiego lokalna przestrzeń wraz ze wzrostem odległości od Ziemi jest coraz słabiej rozciągnięta. W skali kosmicznej mamy do czynienia z inną sytuacją, im dalej od Ziemi, tym przestrzeń jest bardziej rozciągnięta.

- **Rozmiar Naszego Wszechświata**

Dla $H = 75\,km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$ promień Naszego Wszechświata ma wartość:

$R \approx 0{,}6 \cdot 10^{26} m \approx 6{,}31$ miliardów lat świetlnych

W odległości od środka Ziemi w przybliżeniu równej

$r_0 \approx 2{,}245 \cdot 10^{21} m \approx 2{,}363 \cdot 10^5$ lat świetlnych $= 236300$ lat świetlnych

poczerwienienie mierzone względem naszej planety zmienia znak z ujemnego na dodatni.

Światło docierające do Ziemi z Naszej Galaktyki, której promień wynosi około 50000 lat świetlnych a grubość około 12000 lat świetlnych, powinno być przesunięte ku fioletowi względem światła emitowanego na powierzchni Ziemi. Przy czym ujemna wartość poczerwienienia powinna być zależna od kierunku obserwacji.

- **Gęstość Naszego Wszechświata**

Dla $H = 75\,km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$ gęstość Wszechświata w naszym modelu jest ponad 17 razy większa niż w modelu Wszechświata Friedmana i wynosi $\rho = 84{,}59 \cdot 10^{-27} kg \cdot m^{-3}$, czyli prawie 51 protonów na metr sześcienny.

UWAGA

Nasz model nie wymaga przyjęcia założenia o istnieniu ciemnej energii.

- **Paradoks fotonowy**

Powszechnie przyjmowane założenie, że energia fotonu nie zależy od miejsca jego emisji, prowadzi do paradoksu. W czasoprzestrzeniach innych niż konforemnie płaskich długość i okres drgań fali elektromagnetycznej modelowanej fotonowo zależy w różny sposób od odpowiednich składowych tensora metrycznego. Natomiast energia fotonu zależy od długości lub okresu w analogiczny sposób (czyli odwrotnie proporcjonalnie).

- **Hipoteza o pamięci fotonów**

W ramach modelu Wszechświata jako czarnej dziury z maksymalną otoczką antygrawitacyjną hipoteza, że energia fotonu zależy od miejsca jego emisji, wyjaśnia:

1. paradoks fotonowy,
2. paradoks fotometryczny Olbersa,
3. zależność poczerwienienia od odległości od Ziemi:
   A. nieliniowy wzrost poczerwienienia dla dużych odległości od Ziemi,
   B. istnienie odległości od Ziemi, w której poczerwienienie zmienia znak z ujemnego na dodatni,
4. pochodzenie mikrofalowego promieniowania tła,
5. dlaczego hipoteza o istnieniu ciemnej energii jest zbędna.

UWAGA

Należy podkreślić, że doświadczenie Pounda-Rebki nie wyklucza hipotezy o pamięci fotonów.

- **Nasz Wszechświat jest przestrzenią Einsteina**

Wykazano, że równania pola modelujące czarną dziurę z maksymalną otoczką antygrawitacyjną oraz Nasz Wszechświat można sprowadzić do postaci opisującej tzw. przestrzeń Einsteina.

- **Antygrawitacja w innych modelach Wszechświata**

Z relacji między znakami składowych prędkości i grawitacyjnego przyspieszenia swobodnej cząstki wynika, że występowanie grawitacji lub antygrawitacji zależy od kierunku prędkości cząstki próbnej w przestrzennie płaskim Wszechświecie Friedmana oraz w czasoprzestrzeni z metryką odpowiadającą metryce prostego modelu rozszerzającej się czasoprzestrzeni [1].

- **Nowe testy Ogólnej Teorii Względności**

Aby wykazać w warunkach ziemskich dwu-potencjalność pola grawitacyjnego oraz istnienie czarnych dziur z otoczką antygrawitacyjną, należy zmierzyć w rurze próżniowej ustawionej pionowo tuż pod powierzchnią Ziemi (na poziomie morza) i tuż nad powierzchnią Ziemi stosunek dróg przebytych przez światło do czasu ich przebycia. Jeżeli różnica kwadratów tych pomiarów będzie równa kwadratowi drugiej prędkości kosmicznej, to zostanie potwierdzone istnienie czarnych dziur z otoczką antygrawitacyjną. Eksperyment ten byłby nowym testem ogólnej teorii względności.

Jeżeli Nasz Wszechświat jest czarną dziurą z maksymalną otoczka antygrawitacyjną, to w odległości od środka Ziemi w przybliżeniu równej 236000 lat świetlnych poczerwienienie mierzone względem naszej planety zmienia znak z ujemnego na dodatni. Światło docierające do Ziemi z Naszej Galaktyki, której promień wynosi około 50000 lat świetlnych a grubość około 12000 lat świetlnych, powinno być przesunięte ku fioletowi względem światła emitowanego na powierzchni Ziemi. Przy czym ujemna wartość poczerwienienia powinna być zależna od kierunku obserwacji.

Cytowane prace

[1] Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, http://vixra.org/abs/1804.0178

22 DODATEK MATEMATYCZNY

- **Jawna postać symboli Christoffela pierwszego i drugiego rodzaju**

$$x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \varphi, \quad x^4 = ict,$$

$$ds^2 = g_{11}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 + g_{44}dx^4 dx^4,$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2\sin^2\theta, \quad g^{11} = \frac{1}{g^{44}}, \quad g^{22} = \frac{1}{r^2}, \quad g^{33} = \frac{1}{r^2\sin^2\theta},$$

$$g_{11} = g_{11}\left(x^1\right)$$

$$\left[\begin{smallmatrix}1\\1\,1\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2g_{44}g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial x^1} = -\frac{1}{2g_{44}g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\left[\begin{smallmatrix}1\\2\,2\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{22}}{\partial x^1} = -r$$

$$\left[\begin{smallmatrix}1\\3\,3\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{33}}{\partial x^1} = -r\sin^2\theta$$

$$\left[\begin{smallmatrix}2\\3\,3\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{33}}{\partial x^2} = -r^2\sin\theta\cos\theta$$

$$\left[\begin{smallmatrix}1\\4\,4\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x^1} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\left[\begin{smallmatrix}2\\1\,2\end{smallmatrix}\right] = \left[\begin{smallmatrix}2\\2\,1\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{22}}{\partial x^1} = r$$

$$\left[\begin{smallmatrix}3\\1\,3\end{smallmatrix}\right] = \left[\begin{smallmatrix}3\\3\,1\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{33}}{\partial x^1} = r\sin^2\theta$$

$$\left[\begin{smallmatrix}4\\1\,4\end{smallmatrix}\right] = \left[\begin{smallmatrix}4\\4\,1\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x^1} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\left[\begin{smallmatrix}3\\2\,3\end{smallmatrix}\right] = \left[\begin{smallmatrix}3\\3\,2\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{33}}{\partial x^2} = r^2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Gamma^1_{11} = \frac{1}{g_{11}}\left[\begin{smallmatrix}1\\1\,1\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\Gamma^1_{22} = \frac{1}{g_{11}}\left[\begin{smallmatrix}2\\1\,2\end{smallmatrix}\right] = -g_{44}r$$

$$\Gamma^1_{33} = \frac{1}{g_{11}}\left[\begin{smallmatrix}3\\1\,3\end{smallmatrix}\right] = -g_{44}r\sin^2\theta$$

$$\Gamma^1_{44} = \frac{1}{g_{11}}\left[\begin{smallmatrix}4\\1\,4\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\Gamma^2_{12} = \Gamma^2_{21} = \frac{1}{g_{22}}\left[\begin{smallmatrix}1\\2\,2\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{g_{22}}r = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma^2_{33} = \frac{1}{g_{22}}\left[\begin{smallmatrix}3\\2\,3\end{smallmatrix}\right] = -\frac{1}{g_{22}}r^2\sin\theta\cos\theta = -\sin\theta\cos\theta$$

$$\Gamma^3_{13} = \Gamma^3_{31} = \frac{1}{g_{33}}\left[\begin{smallmatrix}1\\3\,3\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{g_{33}}r\sin^2\theta = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma^3_{23} = \Gamma^3_{32} = \frac{1}{g_{33}}\left[\begin{smallmatrix}2\\3\,3\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{g_{33}}r^2\sin\theta\cos\theta = \mathrm{ctg}\theta$$

$$\Gamma^4_{14} = \Gamma^4_{41} = \frac{1}{g_{44}}\left[\begin{smallmatrix}1\\4\,4\end{smallmatrix}\right] = \frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

- **Jawna postać kowariantnego tensora krzywizny Ricciego**

$$R_{11} = \frac{\partial\Gamma^2_{12}}{\partial x^1} + \frac{\partial\Gamma^3_{13}}{\partial x^1} + \frac{\partial\Gamma^4_{14}}{\partial x^1} + \Gamma^2_{12}\Gamma^2_{12} + \Gamma^3_{13}\Gamma^3_{13} + \Gamma^4_{14}\Gamma^4_{14} - \Gamma^1_{11}\Gamma^2_{12} - \Gamma^1_{11}\Gamma^3_{13} - \Gamma^1_{11}\Gamma^4_{14}$$

$$R_{11} = \frac{1}{g_{44}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)$$

$$R_{22} = \frac{\partial\Gamma^3_{23}}{\partial x^2} - \frac{\partial\Gamma^1_{22}}{\partial x^1} + \Gamma^2_{12}\Gamma^1_{22} + \Gamma^3_{23}\Gamma^3_{23} - \Gamma^1_{22}\Gamma^1_{11} - \Gamma^1_{22}\Gamma^3_{13} - \Gamma^1_{22}\Gamma^4_{14}$$

$$R_{22} = -1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$R_{33} = -\frac{\partial \Gamma^1_{33}}{\partial x^1} - \frac{\partial \Gamma^2_{33}}{\partial x^2} + \Gamma^3_{13}\Gamma^1_{33} + \Gamma^3_{23}\Gamma^2_{33} - \Gamma^1_{33}\Gamma^1_{11} - \Gamma^1_{33}\Gamma^2_{12} - \Gamma^1_{33}\Gamma^4_{14}$$

$$R_{33} = \sin^2\theta\left(-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}\right)$$

$$R_{44} = -\frac{\partial \Gamma^1_{44}}{\partial x^1} + \Gamma^4_{14}\Gamma^1_{44} - \Gamma^1_{44}\Gamma^1_{11} - \Gamma^1_{44}\Gamma^2_{12} - \Gamma^1_{44}\Gamma^3_{13}$$

$$R_{44} = g_{44}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)$$

$$R_{12} = R_{21} = 0$$
$$R_{13} = R_{31} = 0$$
$$R_{14} = R_{41} = 0$$
$$R_{23} = R_{32} = 0$$
$$R_{24} = R_{42} = 0$$
$$R_{34} = R_{43} = 0$$

- **Równania pola**

$$R_{\alpha\alpha} = -\kappa\left(T_{\alpha\alpha} - \frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}T\right), \qquad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2{,}073\cdot 10^{-43}\,\frac{s^2}{kg\cdot m}$$

$$T_{\alpha\alpha} = -\frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}\rho c^2, \qquad T \overset{df}{=} \sum_{\alpha=1}^{4} g^{\alpha\alpha}T_{\alpha\alpha} = -2\rho c^2, \qquad T_{\alpha\alpha} - \frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}T = \frac{1}{2}g_{\alpha\alpha}\rho c^2$$

$$R_{11} = \frac{1}{g_{44}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right), \qquad R_{22} = -1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$R_{33} = \sin^2\theta\left(-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}\right), \qquad R_{44} = g_{44}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)$$

$$\frac{1}{g_{44}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right) = -\frac{1}{2}\kappa\frac{1}{g_{44}}\rho c^2$$

$$-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2}\kappa r^2\rho c^2$$

$$\sin^2\theta\left(-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}\right) = -\frac{1}{2}\kappa r^2\sin^2\theta\rho c^2$$

$$g_{44}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right) = -\frac{1}{2}\kappa g_{44}\rho c^2$$

Powyższe cztery równania redukują się do dwóch równań.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}=-\frac{1}{2}\kappa\rho c^2$$

$$-1+g_{44}+r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}=-\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2$$

$$\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{r}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}=-\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r$$

$$-1+g_{44}+r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}=-\frac{1}{2}\kappa\rho c^2 r^2$$

- **Skalar krzywizny**

$$R\overset{df}{=}g^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta}$$

$$R=g^{11}R_{11}+g^{22}R_{22}+g^{33}R_{33}+g^{44}R_{44}$$

$$g^{11}=\frac{1}{g^{44}},\quad g^{22}=\frac{1}{r^2},\quad g^{33}=\frac{1}{r^2\sin^2\theta}$$

$$g_{11}g_{44}=1$$

$$R_{11}=g_{11}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right),\quad R_{22}=-1+g_{44}+r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$R_{33}=R_{22}\sin^2\theta\ ,\quad R_{44}=R_{11}g_{44}g_{44}$$

$$R=\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}+\frac{4}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{2g_{44}}{r^2}-\frac{2}{r^2}$$

- **Równania pola wyrażone przez skalar krzywizny**

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=-\kappa T_{\mu\nu}$$

$$R_{11}=g_{11}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right),\quad R_{22}=-1+g_{44}+r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$R_{33}=R_{22}\sin^2\theta\ ,\quad R_{44}=R_{11}g_{44}g_{44}$$

$$R=\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}+\frac{4}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{2g_{44}}{r^2}-\frac{2}{r^2}$$

$$\kappa=\frac{8\pi G}{c^4}=2{,}073\cdot 10^{-43}\frac{s^2}{kg\cdot m}$$

$$T_{\alpha\beta}=-\frac{1}{2}g_{\alpha\beta}\rho c^2$$

$$g_{11}g_{44}=1,\quad g_{22}=r^2,\quad g_{33}=r^2\sin^2\theta$$

$$R_{11}-\frac{1}{2}g_{11}R=-\kappa T_{11}$$

$$-\frac{g_{11}}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}-\frac{1}{r^2}+\frac{g_{11}}{r^2}=\frac{1}{2}\rho c^2\kappa g_{11}$$

Po przemnożeniu obu stron powyższego równania przez $(-g_{44}r^2)$, otrzymujemy

$$r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+g_{44}-1=-\frac{1}{2}\rho c^2\kappa r^2$$

$$R_{22}=-\kappa\left(T_{22}-\frac{1}{2}g_{22}T\right)$$

Po przemnożeniu obu stron przedostatniego równania przez $(\sin^2\theta)$, dostajemy

$$\sin^2\theta\left(r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+g_{44}-1\right)=-\frac{1}{2}\rho c^2\kappa r^2\sin^2\theta$$

$$R_{33}=-\kappa\left(T_{33}-\frac{1}{2}g_{33}T\right)$$

Rozpatrzymy teraz kolejne równanie pola wyrażone prze skalar krzywizny.

$$R_{22}-\frac{1}{2}g_{22}R=-\kappa T_{22}$$

$$-r\frac{\partial g_{44}}{\partial r}-\frac{1}{2}r^2\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}=\frac{1}{2}\rho c^2\kappa r^2$$

Po przemnożeniu obu stron powyższego równania przez $\left(-\frac{g_{11}}{r^2}\right)$, otrzymujemy

$$g_{11}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)=-\frac{1}{2}\rho c^2\kappa g_{11}$$

$$R_{11}=-\kappa\left(T_{11}-\frac{1}{2}g_{11}T\right)$$

Po przemnożeniu obu stron przedostatniego równania przez $(g_{44}g_{44})$, dostajemy

$$g_{44}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2}\right)=-\frac{1}{2}\rho c^2\kappa g_{44}$$

$$R_{44}=-\kappa\left(T_{44}-\frac{1}{2}g_{44}T\right)$$

- **Operator Laplace'a (laplasjan) we współrzędnych kartezjańskich i sferycznych**

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$x = r\sin\theta\cos\varphi, \quad y = r\sin\theta\sin\varphi, \quad z = r\cos\theta$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2}\,\mathrm{ctg}\theta\cdot\frac{\partial}{\partial \theta}$$

- **Wykorzystane relacje**

$$ds^2 = g_{11}drdr + g_{44}dx^4dx^4$$

$$g_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + g_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds} = 1$$

$$g_{11}g_{44} = 1$$

$$\frac{\partial g_{11}}{\partial r} = -\frac{1}{g_{44}g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$g^{11}g_{11} = 1$$

$$g^{44}g_{44} = 1$$

$$\Gamma^1_{11} = -\frac{1}{2}g_{11}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\Gamma^1_{44} = -\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

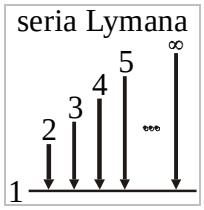
$$\Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds} = -\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

23 DODATEK FIZYCZNY

- **Serie widmowe atomu wodoru w warunkach ziemskich**

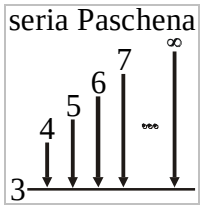
Energie fotonów emitowanych przez atom wodoru w warunkach ziemskich zawarte są w przedziale od 1,89 eV do 13,6 eV.

Energie fotonów w serii Lymana zawarte są w przedziale od 10,20 eV do 13,60 eV.

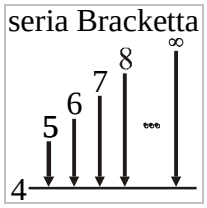


Energie fotonów w serii Balmera zawarte są w przedziale od 1,89 eV do 3,40 eV.

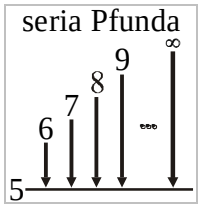
Energie fotonów w serii Paschena zawarte są w przedziale od 0,66 eV do 1,51 eV.



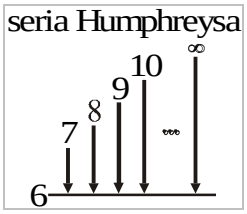
Energie fotonów w serii Bracketta zawarte są w przedziale od 0,31 eV do 0,85 eV.



Energie fotonów w serii Pfunda zawarte są w przedziale od 0,17 eV do 0,54 eV.



Energie fotonów w serii Humphreysa zawarte są w przedziale od 0,10 eV do 0,38 eV.



- **Serie widmowe atomu wodoru w Naszym Wszechświecie**

$$\hat{E}_n = \frac{1}{n^2}\sqrt{g_{44}^{in}}\,E_1 = -\frac{1}{n^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\,13{,}6\,\text{eV}$$

$$\hat{E}_m = \frac{1}{m^2}\sqrt{g_{44}^{in}}\,E_1 = -\frac{1}{m^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\,13{,}6\,\text{eV}$$

$$\hat{E}_{n\to m} = \hat{E}_n - \hat{E}_m = -\sqrt{g_{44}^{in}}\,E_1\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right) = \sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)13{,}6\,\text{eV}, \quad n > m$$

- **Widmo fal elektromagnetycznych**

fale radiowe
Odpowiadają im fotony o energiach od $1{,}24\cdot10^{-11}\text{eV}$ do $1{,}24\cdot10^{-3}\text{eV}$.

mikrofale
Odpowiadają im fotony o energiach od $4{,}14\cdot10^{-6}\text{eV}$ do $1{,}24\cdot10^{-3}\text{eV}$.

światło
Odpowiadają mu fotony o energiach z przedziału $1{,}24\cdot10^{-3}\,\text{eV} \div 124\,\text{eV}$.

promieniowanie podczerwone (podczerwień)
Odpowiadają mu fotony o energiach od $1{,}24\cdot10^{-3}\text{eV}$ do $1{,}59\,\text{eV}$.

światło widzialne
Odpowiadają mu fotony o energiach od $1{,}59\,\text{eV}$ do $3{,}26\,\text{eV}$.

promieniowanie ultrafioletowe (ultrafiolet)
Odpowiadają mu fotony o energiach od $3{,}26\,\text{eV}$ do $124\,\text{eV}$.

promieniowanie rentgenowskie
Odpowiadają mu fotony o energiach od 124 eV do 12,4 keV.

promieniowanie gamma
Odpowiadają mu fotony o energiach większych niż 12,4 keV.

- **Wybrane pojęcia, stałe i jednostki**

Wartość prędkości światła w próżni

$$c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8} \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$$

Stała Plancka

$$h = 6{,}6260693 \cdot 10^{-34} J \cdot s = 4{,}13566743 \cdot 10^{-15} eV \cdot s$$

Stała grawitacyjna

$$G = 6{,}6742 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \approx 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

Stała Einsteina

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2{,}073 \cdot 10^{-43} \frac{s^2}{kg \cdot m}$$

Rok świetlny (ly), *light year*, droga przebyta przez światło w próżni w ciągu średniego roku słonecznego

$$1\,ly = 9{,}460536 \cdot 10^{15} m \approx 9{,}5 \cdot 10^{15} m$$

$$1\,pc = 3{,}086 \cdot 10^{16} m$$

$$1\,rok = 3{,}156 \cdot 10^{7} s$$

Masa protonu

$$m_p = 1{,}67262171 \cdot 10^{-27} kg$$

Masa Ziemi

$$M_Z = M_\oplus = 5{,}9736 \cdot 10^{24} kg \approx 6 \cdot 10^{24} kg$$

Masa Słońca

$$M_S = 1{,}9891 \cdot 10^{30} kg \approx 2 \cdot 10^{30} kg$$

Wymiar stałej Hubble'a

$$\frac{km}{s \cdot Mpc} = 0{,}324 \cdot 10^{-19} \frac{1}{s}$$

Gęstość krytyczna wszechświata w modelach Friedmana wyrażona przez stałą Hubble'a H oraz stałą grawitacyjną G

$$\rho_c = \frac{3H^2}{\kappa c^4} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Średni promień Słońca

$$R_S = 0{,}696 \cdot 10^{9} m$$

Średni promień Ziemi

$R_Z = 6{,}371 \cdot 10^6 \,\mathrm{m}$

Promień atomu Bohra

$R_B = 0{,}5291772083 \cdot 10^{-10} \,\mathrm{m}$

$1\,\mathrm{eV} = 1{,}60217653 \cdot 10^{-19} \,\mathrm{J}$

$\frac{3c^2}{4\pi G} \approx 0{,}32 \cdot 10^{27} \,\mathrm{kg \cdot m^{-1}}, \quad \frac{4\pi G}{3c^2} \approx 3{,}125 \cdot 10^{-27} \,\mathrm{kg^{-1} \cdot m}$

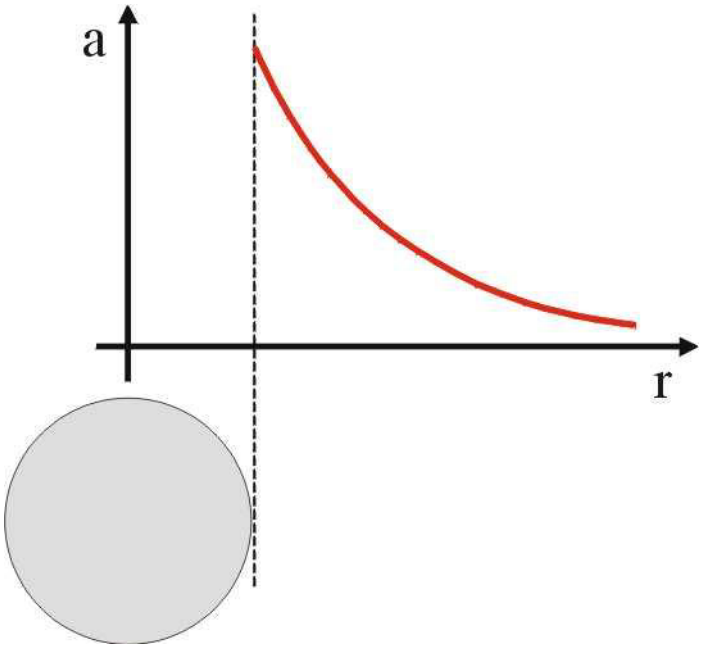
24 DODATEK HISTORYCZNY

- **Prawo grawitacji Newtona**

Pierwsza teoria grawitacji pochodzi od Newtona. Opisuje ona w prosty sposób grawitacyjne oddziaływania przyciągające, jakie występują między dwoma punktami materialnymi, dwoma jednorodnymi kulami, jednorodną kulą i cząstką próbną.

Według prawa Newtona wartość przyspieszenia grawitacyjnego swobodnej cząstki na zewnątrz źródłowej masy, którą stanowi jednorodna kula, maleje odwrotnie do kwadratu odległości od centrum tej kuli.

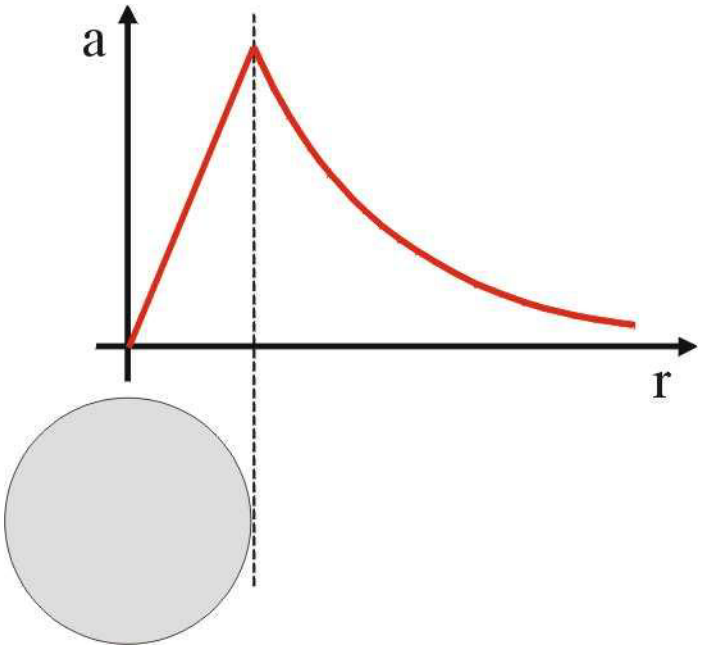
Isaac Newton
(1642-1727)



- **Prawo grawitacji Gaussa**

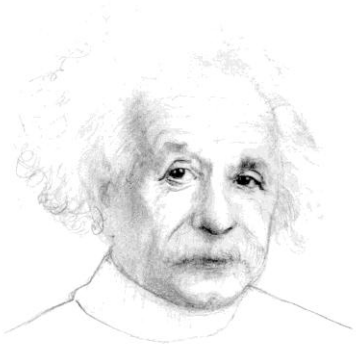
Z prawa Gaussa wiadomo, że wartość przyspieszenia grawitacyjnego w centrum jednorodnej kuli o stałej gęstości jest równa zeru, wraz ze wzrostem odległości od środka – rośnie liniowo, osiągając maksymalną wartość na powierzchni kuli, przy dalszym wzroście odległości – maleje odwrotnie kwadratowo.

Carl F. Gauss
(1777-1855)



- **Ogólna teoria względności Einsteina**

Ogólna Teoria Względności (OTW) Einsteina tłumaczy grawitację jako wynik deformacji czasoprzestrzeni, w której swobodne cząstki próbne poruszają się w przestrzeni po torach, którym w czasoprzestrzeni odpowiadają linie geodezyjne. Deformacja czasoprzestrzeni zależy od rozkładu gęstości źródłowych mas. OTW zmusza do rewizji między innymi takich pojęć jak siły grawitacyjne, siły bezwładności i układy inercjalne.



Albert Einstein
(1879-1955)

OTW została ostatecznie sformułowana przez Einsteina 25 listopada 1915. Teoria ta bazuje na następujących postulatach:

1. Maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów jest taka sama we wszystkich układach odniesienia.

2. Definicje wielkości fizycznych i równania fizyki można tak sformułować, aby ich ogólne postacie były niezależne od wyboru układu odniesienia.

3. Metryka czasoprzestrzeni zależy od rozkładu gęstości źródłowych mas.

4. Masa grawitacyjna jest równa masie inercyjnej.

- **Zewnętrzne (próżniowe) rozwiązanie Schwarzschilda**

Carl Schwarzschild
(1873-1916)

Dokładne zewnętrzne (próżniowe) rozwiązanie równań pola grawitacyjnego podał Schwarzschild w 1916:

$$g_{44} = \frac{1}{g_{11}} = 1 - \frac{r_S}{r}, \quad r \geq R$$

M = masa jednorodnej kuli o stałej gęstości
R = promień kuli
$r_S = \frac{2GM}{c^2}$ = promień Schwarzschilda

W rozwiązaniu tym ukryta jest antygrawitacja.

Jak łatwo zauważyć, dla $r > r_S$ znak różniczkowej formy kwadratowej czasoprzestrzeni

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + g_{44}(dx^4)^2$$

jest ujemny, a dla $r < r_S$ znak ten jest dodatni.

25 ZAKOŃCZENIE

- **Refleksje autora**

Sferyczny układ współrzędnych zastosowany w tej pracy, dla (r = 0) i (θ = 0º, 180º), generuje pozorne osobliwości w wyrażeniach takich jak

$$g^{22} = \frac{1}{r^2}, \quad g^{33} = \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}$$

oraz w oryginalnym równaniu Poissona. Zastosowaliśmy ten układ współrzędnych pomimo wspomnianych patologii, ponieważ jest on wygodny w obliczeniach.

Ogólny schemat poszukiwania rozwiązań równań pola opisujących antygrawitację zastosowałem do znanej zewnętrznej (próżniowej) metryki Schwarzschilda, która została „okrojona" przeze mnie tylko do dwóch członów. Takie heurystyczne podejście należy traktować jako wstępny etap w badaniu zjawiska antygrawitacji.

Jako autor w pełni zdaję sobie sprawę z niedoskonałości i wad przedstawionych w tej rozprawie modeli czarnej dziury z otoczką antygrawitacyjną oraz Naszego Wszechświata.

Zaproponowane przeze mnie doświadczenie z pomiarem wartości prędkości światła tuż pod i tuż nad powierzchnią Ziemi w pionowo ustawionym cylindrze próżniowym oraz obserwacje widma światła docierającego do Ziemi z Naszej Galaktyki potwierdzą albo obalą prezentowane tu hipotezy.

Zbigniew Osiak

Należę do pokolenia fizyków, dla których idolami byli Albert Einstein, Lew Dawidowicz Landau i Richard P. Feynman. Einstein zniewolił mnie potęgą swej intuicji. Landaua podziwiam za rzetelność, precyzję i prostotę wywodów oraz instynktowne wyczuwanie istoty zagadnienia. Feynman urzekł mnie lekkością narracji i subtelnym poczuciem humoru.