Wykłady z Fizyki 01

Mechanika

ORCID

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:
http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

OZNACZENIA

B – notka biograficzna
C – ciekawostka
D – propozycja wykonania doświadczenia
H – informacja dotycząca historii fizyki
I – adres strony internetowej
K – komentarz
P – przykład
U – uwaga

Zbigniew Osiak (Tekst)

WYKŁADY Z FIZYKI

Mechanika

Małgorzata Osiak (Ilustracje)

Portret autora zamieszczony na okładkach przedniej i tylnej
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-3885-6

e-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

"*Wykłady z Fizyki – Mechanika*" są pierwszym z piętnastu tomów pomocniczych materiałów do jednorocznego kursu fizyki prowadzonego przeze mnie na różnych kierunkach inżynierskich. Zainteresowani studiowaniem fizyki znajdą tu podstawowe pojęcia, prawa, jednostki, wzory, wykresy i przykłady.

Uzupełnieniem pierwszego tomu są eBooki:
Z. Osiak: *Encyklopedia Fizyki*. Self Publishing (2012).
Z. Osiak: *Zadania Problemowe z Fizyki*. Self Publishing (2011).
Z. Osiak: *Angielsko-polski i polsko-angielski słownik terminów fizycznych.* Self Publishing (2011).

Zapis wszystkich trzydziestu wykładów zgrupowanych w piętnastu tomach zostanie zamieszczony w internecie w postaci eBoków.

Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Mechanika.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Akustyka.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Hydromechanika.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Grawitacja.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Termodynamika.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Elektryczność.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Magnetyzm.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Elektromagnetyzm.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Optyka.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Kwanty.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Ciało Stałe.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Jądra.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Cząstki Elementarne.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Teoria Względności.*
Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Stałe Uniwersalne i Jednostki.*

Prostoliniowy ruch jednostajny i jednostajnie zmienny

dr Zbigniew Osiak

Rysunki wykonała

Małgorzata Osiak

Plan wykładu

Wektory

- Wektor

$$\mathbf{V} = \vec{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k} = \left(V_x, V_y, V_z\right)$$

$$\xrightarrow{\qquad\overline{V}\qquad}$$

$$\xrightarrow{\qquad\mathbf{V}\qquad}$$

- Różne sposoby oznaczania wektorów

- Współrzędne wektora

$$\mathbf{V} = \left(V_x, V_y, V_z\right)$$

- Wartość wektora

$$V = \left|\mathbf{V}\right| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

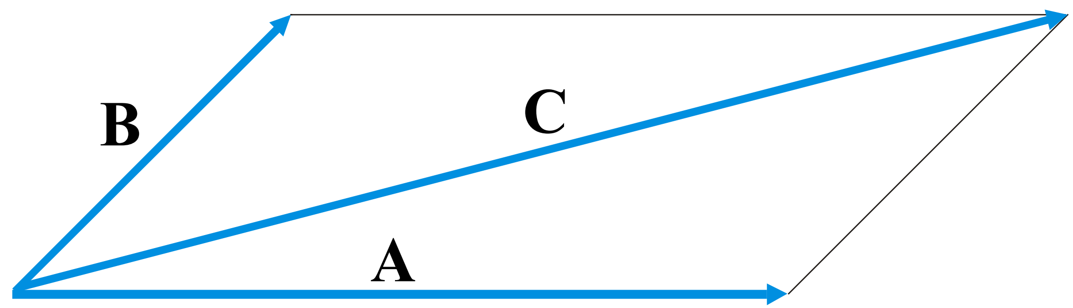
• Dodawanie wektorów

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}, \quad \mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \left(A_x + B_x\right)\mathbf{i} + \left(A_y + B_y\right)\mathbf{j} + \left(A_z + B_z\right)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \left(\left(A_x + B_x\right), \left(A_y + B_y\right), \left(A_z + B_z\right)\right)$$

• Wektor **C** będący sumą wektorów **A** i **B** można wyznaczyć, posługując się regułą równoległoboku.



$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

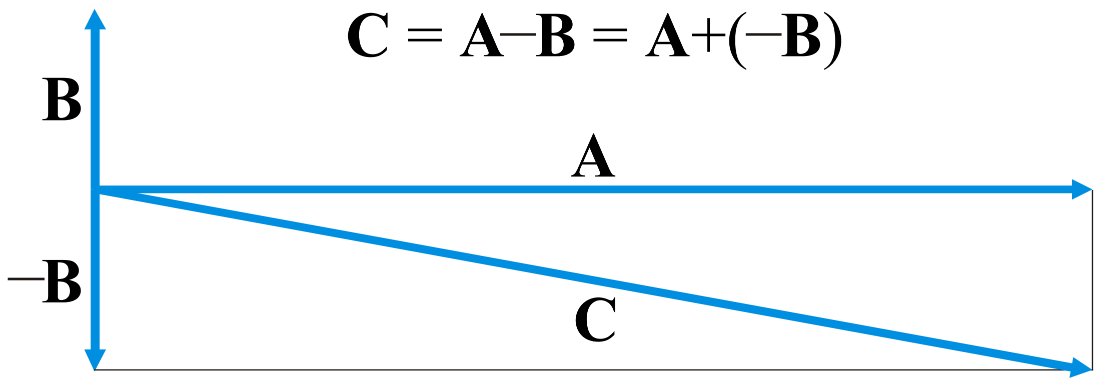
- Odejmowanie wektorów

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}, \quad \mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} + (A_z - B_z)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = ((A_x - B_x), (A_y - B_y), (A_z - B_z))$$

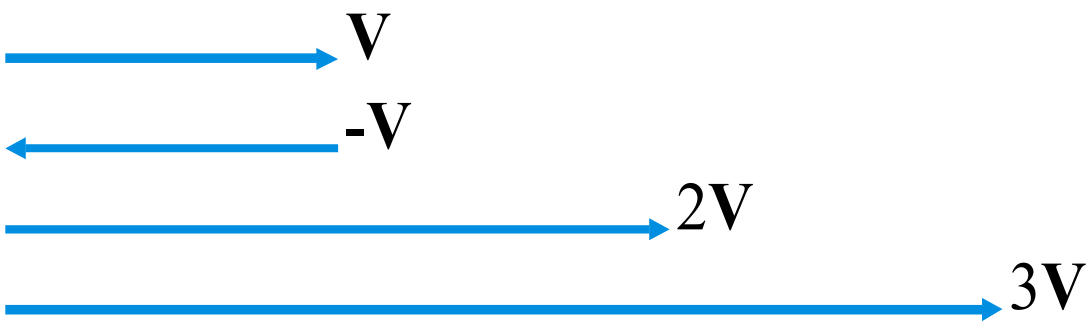
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$



- Mnożenie wektora przez skalar

$$a\mathbf{V} = a\left(V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j} + V_z\mathbf{k}\right) = aV_x\mathbf{i} + aV_y\mathbf{j} + aV_z\mathbf{k}$$

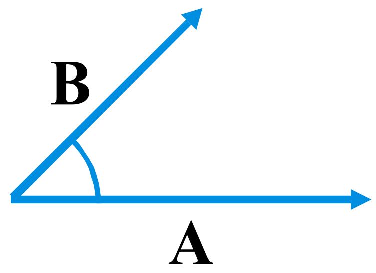
$$a\mathbf{V} = a\left(V_x, V_y, V_z\right) = \left(aV_x, aV_y, aV_z\right)$$



- Iloczyn skalarny wektorów

$$\mathbf{A} = \mathrm{A_x}\mathbf{i} + \mathrm{A_y}\mathbf{j} + \mathrm{A_z}\mathbf{k}, \quad \mathbf{B} = \mathrm{B_x}\mathbf{i} + \mathrm{B_y}\mathbf{j} + \mathrm{B_z}\mathbf{k}$$

$$\mathrm{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathrm{AB}\cos\angle(\mathbf{A},\mathbf{B}) \quad = \mathrm{A_x B_x} + \mathrm{A_y B_y} + \mathrm{A_z B_z}$$



- Iloczyn skalarny tych wektorów jest dodatnim skalarem.

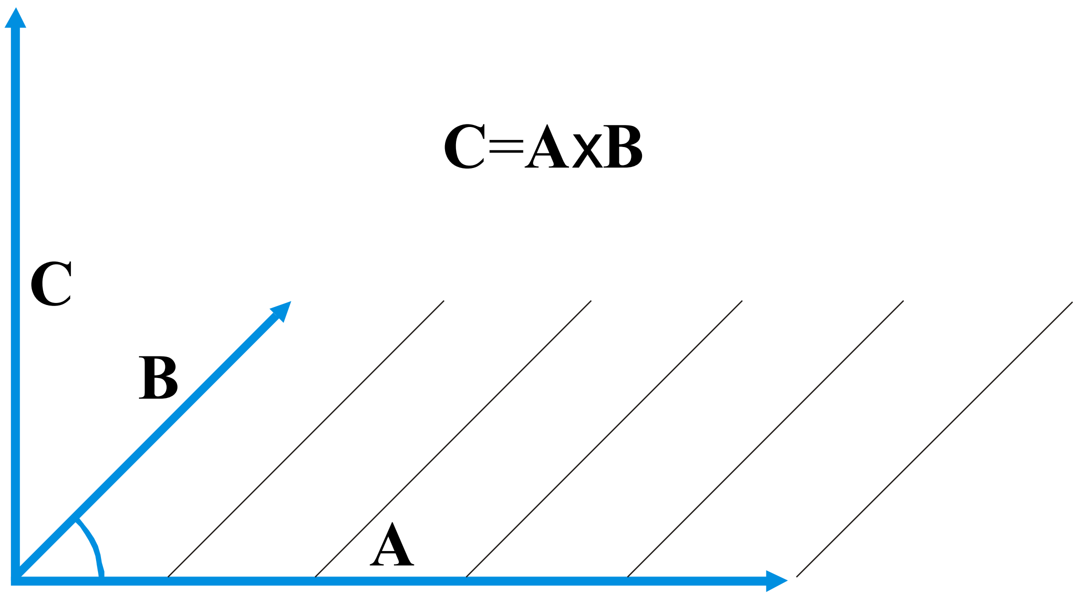
- Iloczyn wektorowy wektorów

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} = (A_x, A_y, A_z)$$
$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k} = (B_x, B_y, B_z)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} =$$
$$= (A_yB_z - A_zB_y)\,\mathbf{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\,\mathbf{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\,\mathbf{k} =$$
$$= ((A_yB_z - A_zB_y), (A_zB_x - A_xB_z), (A_xB_y - A_yB_x))$$

$$C = AB\sin\angle(\mathbf{A},\mathbf{B}) \quad =$$
$$= \sqrt{(A_yB_z - A_zB_y)^2 + (A_zB_x - A_xB_z)^2 + (A_xB_y - A_yB_x)^2}$$

- Iloczyn wektorowy wektorów



- Wektor (**C**) jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory (**A**) i (**B**), a jego zwrot jest zgodny ze zwrotem ruchu postępowego śruby prawoskrętnej obracanej od (**A**) do (**B**) w kierunku mniejszego kąta zawartego między nimi.

- Pochodna wektora

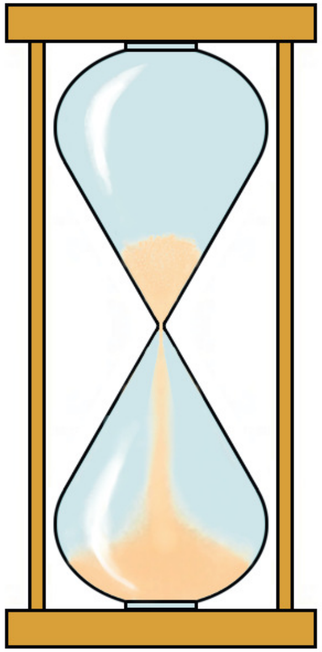
$$\mathbf{V} = \left(V_x, V_y, V_z\right)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \left(\frac{dV_x}{dt}, \frac{dV_y}{dt}, \frac{dV_z}{dt}\right)$$

Podstawowe pojęcia

• Mechanika klasyczna $\Leftrightarrow$ mechanika oparta na zasadach dynamiki Newtona i transformacjach Galileusza. Mechanika klasyczna zajmuje się badaniem ruchów ciał makroskopowych poruszających się z prędkościami o wartościach dużo mniejszych od wartości prędkości światła w próżni.

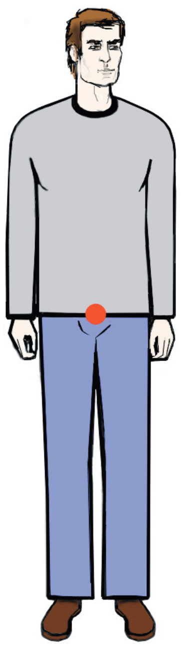
•Czas (t) $\Leftrightarrow$ rosnąca wielkość skalarna, mierzona w sekundach [s]. W newtonowskiej mechanice klasycznej upływ czasu nie zależy od przyjętego układu odniesienia. W teorii względności właściwość ta nie jest spełniona.



•Klepsydra

•Masa (m) $\Leftrightarrow$ wielkość skalarna mierzona w kilogramach [kg], będąca jednocześnie miarą bezwładności ciała, ilości zawartej w nim materii oraz jego zdolności do oddziaływania grawitacyjnego z innymi ciałami.

•Środek masy ⇔ punkt charakteryzujący dane ciało, poruszający się tak, jakby cała masa ciała znajdowała się w tym punkcie, a wszystkie siły zewnętrzne działające na ciało zaczepione były w tym punkcie.
•Środek masy dwóch identycznych ciał znajduje się w środku odcinka łączącego środki mas tych ciał.



•Środek masy człowieka, stojącego na baczność, znajduje się u nasady jego kości ogonowej.

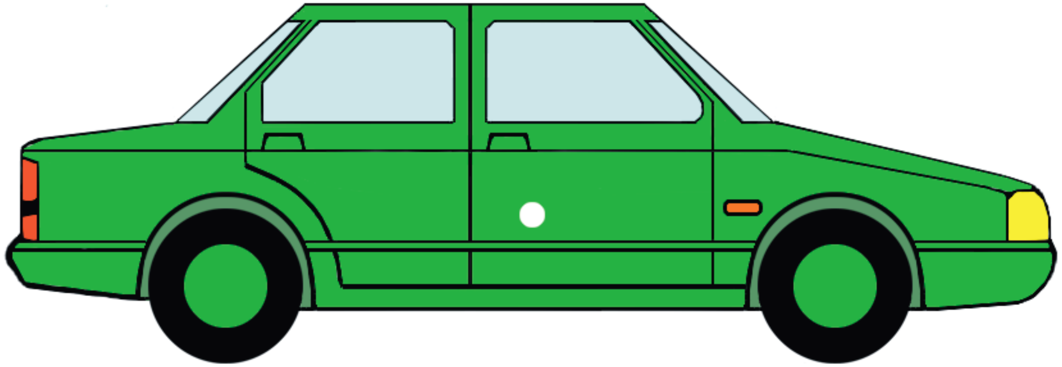
Układ odniesienia

- Układ odniesienia $\Leftrightarrow$ układ współrzędnych, względem którego określane są różne wielkości fizyczne oraz badane relacje między nimi.

•Układ środka masy $\Leftrightarrow$ układ odniesienia, którego początek znajduje się w środku masy ciała lub układu ciał.

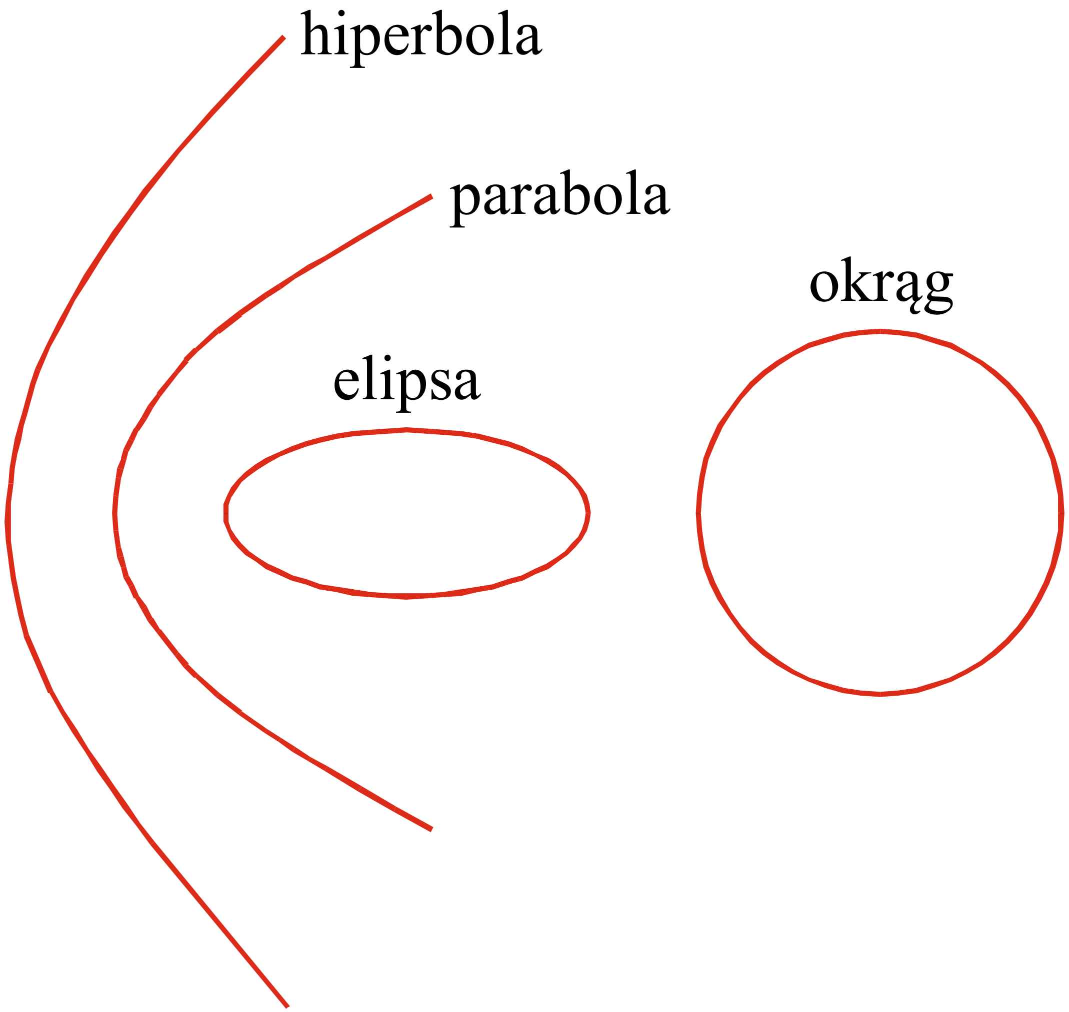
- Ruch $\Leftrightarrow$ odbywająca się w czasie zmiana położenia ciała względem ustalonego układu odniesienia. Istotną cechą ruchu jest jego względność, polegająca na tym, że dane ciało może równocześnie wykonywać różne ruchy względem różnych układów odniesienia.

•Punkt materialny (cząstka) ⇔ punkt obdarzony masą (m), którym można zastąpić dane ciało o masie (m), badając jego ruch.
•Punkt materialny pokrywa się najczęściej ze środkiem masy ciała.



•Analiza ruchu stanie się prostsza, jeżeli samochód zastąpi się białym punktem.

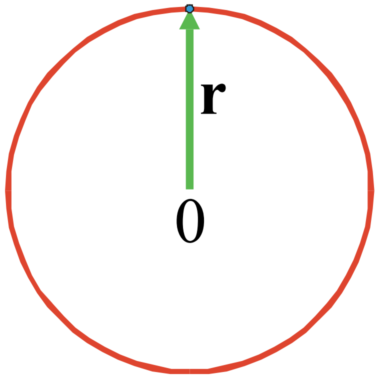
•Tor $\Leftrightarrow$ linia, po której porusza się punkt materialny względem ustalonego układu odniesienia. Tory dzielimy na prostoliniowe i krzywoliniowe. Wśród tych ostatnich na specjalną uwagę zasługują tory będące okręgami, elipsami, parabolami, hiperbolami i spiralami.



- Przykłady torów krzywoliniowych

Promień wodzący

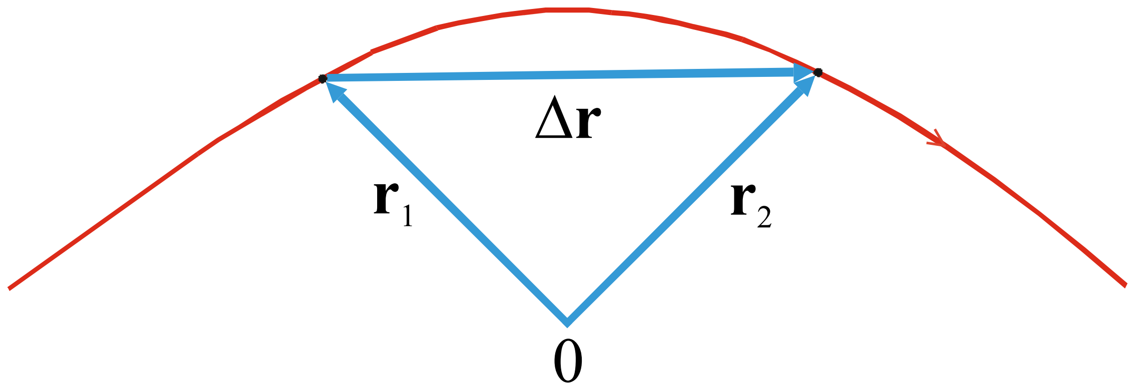
•Promień wodzący **r** = (x,y,z) ⇔ wektor, którego początek znajduje się w początku układu współrzędnych, a koniec – w danym punkcie.
•Wartość promienia wodzącego mierzona jest w metrach [m].



•Promień wodzący (**r**)

- Przesunięcie (przemieszczenie) $\Leftrightarrow$ wielkość wektorowa będąca różnicą promieni wodzących, których końce znajdują się w położeniach końcowym ($\mathbf{r}_2$) i początkowym ($\mathbf{r}_1$) poruszającej się cząstki.

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$



- Przesunięcie ($\Delta\mathbf{r}$)

Droga

•Droga (S) $\Leftrightarrow$ długość fragmentu toru przebytego przez punkt materialny w danym przedziale czasu.

•Droga jest nieujemną i niemalejącą wielkością skalarną mierzoną w metrach [m].

$$\boxed{S \geq 0, \quad \frac{dS}{dt} \geq 0, \quad [S] = m}$$

•Podobne własności ma wielkość zwana entropią.

•Prędkość średnia ($v_{śr}$) $\Leftrightarrow$ wielkość skalarna będąca stosunkiem przyrostu drogi (ΔS) przebytej przez cząstkę do czasu (Δt) jej przebycia.

$$v_{śr} = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad [v_{śr}] = \frac{m}{s}$$

Szybkość średnia

•Szybkość średnia $\Leftrightarrow$ wielkość skalarna będąca stosunkiem przyrostu drogi (ΔS) przebytej przez punkt materialny do czasu (Δt) jej przebycia.

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad [\langle v \rangle] = \frac{m}{s}$$

Prędkość chwilowa

•Prędkość chwilowa ($\mathbf{v}$) $\Leftrightarrow$ wielkość wektorowa będącą pochodną promienia wodzącego ($\mathbf{r}$) cząstki względem czasu.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad [v] = \frac{m}{s}$$

•Wartość prędkości chwilowej (v) jest pochodną drogi (S) względem czasu.

$$v = \frac{dS}{dt}$$

Szybkość

- Szybkość (v) $\Leftrightarrow$ wartość wektora prędkości chwilowej.

•Pęd (**p**) ⇔ wielkość wektorowa, będąca iloczynem masy (m) poruszającej się cząstki i jej prędkości (**v**).

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}, \quad p = mv, \quad [p] = \frac{kg \cdot m}{s}$$

•Pęd układu cząstek jest sumą wektorową pędów poszczególnych cząstek.

•Przyspieszenie chwilowe (**a**) ⇔ wielkość wektorowa, będąca pierwszą pochodną prędkości chwilowej (**v**) cząstki względem czasu i jednocześnie drugą pochodną promienia wodzącego (**r**) względem czasu.

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}, \quad [a] = \frac{m}{s^2}}$$

•Przyspieszenie chwilowe (**a**) można rozłożyć na przyspieszenie ($\mathbf{a}_s$) równoległe do prędkości (**v**) oraz przyspieszenie ($\mathbf{a}_d$) prostopadłe do prędkości (**v**).

$$\boxed{\mathbf{a}_s \parallel \mathbf{v}} \qquad \boxed{\mathbf{a}_d \perp \mathbf{v}} \qquad \boxed{a^2 = a_s^2 + a_d^2}$$

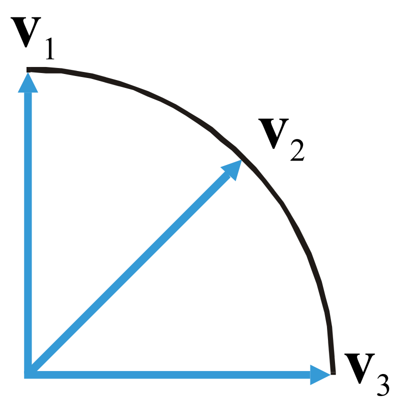
•Przyspieszenie średnie ($a_{śr}$) $\Leftrightarrow$ wielkość wektorowa będąca stosunkiem przyrostu prędkości ($\Delta\mathbf{v}$) cząstki do czasu (Δt) trwania jej ruchu.

$$\mathbf{a}_{śr} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}, \quad [a_{śr}] = \frac{m}{s^2}$$

U Posługiwanie się przyspieszeniem średnim ma sens jedynie w przypadku ruchów jednostajnie zmiennych. Jest ono wtedy identyczne z przyspieszeniem chwilowym.

•Hodograf ⇔ linia utworzona z punktów, będących końcami wektorów prędkości chwilowych cząstki. Przy czym, początki tych wektorów zostały zaczepione w jednym punkcie. Wektory przyspieszeń chwilowych cząstki są styczne do hodografu.

P Hodografem ruchu jednostajnego prostoliniowego jest punkt.



•Hodograf

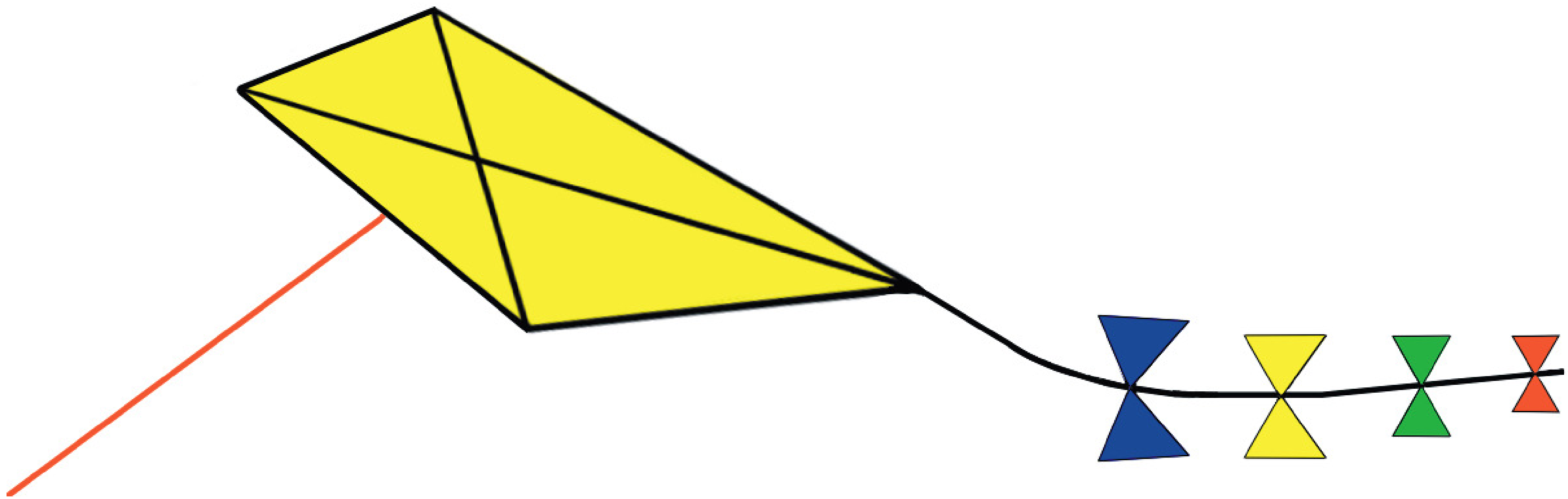
•Cząstka swobodna $\Leftrightarrow$ cząstka, której ruch i położenie w przestrzeni nie podlegają żadnym ograniczeniom.

- Ruch swobodny $\Leftrightarrow$ ruch niepodlegający żadnym ograniczeniom w przestrzeni.

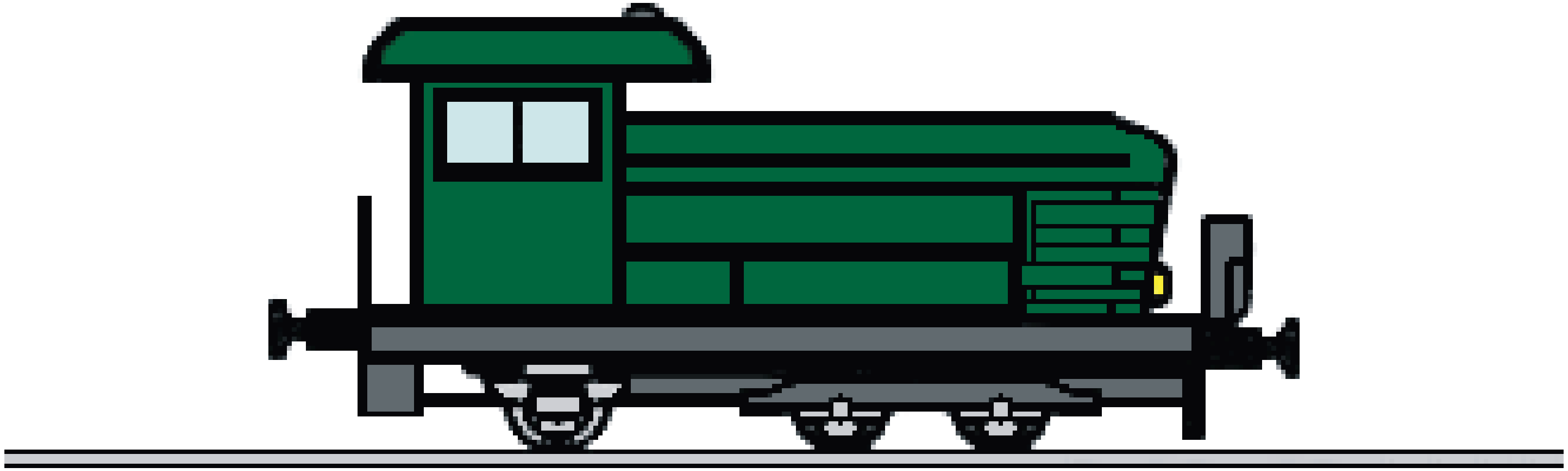
•Więzy $\Leftrightarrow$ ograniczenia nałożone na ruch cząstki, układu cząstek lub bryły sztywnej. Z punktu widzenia matematyki więzy opisywane są przez równania i nierówności, które należy uwzględnić przy rozwiązywaniu równań ruchu.

•W zależności od przyjętego kryterium więzy można podzielić na:
•holonomiczne (opisywane za pomocą równań i/lub nierówności algebraicznych) lub nieholonomiczne (opisywane za pomocą równań różniczkowych),
•jednostronne (opisywane za pomocą równości) lub dwustronne (opisywane za pomocą nierówności),
•skleronomiczne (niezależne od czasu) lub reonomiczne (zależne od czasu).

•Łańcuch wiążący psa z budą stanowi więzy jednocześnie holonomiczne, jednostronne i skleronomiczne.



•Linka o regulowanej długości, do której przywiązany jest latawiec, stanowi więzy jednocześnie holonomiczne, jednostronne i reonomiczne.



•Szyny, po których porusza się lokomotywa, stanowią więzy jednocześnie holonomiczne, dwustronne i skleronomiczne.

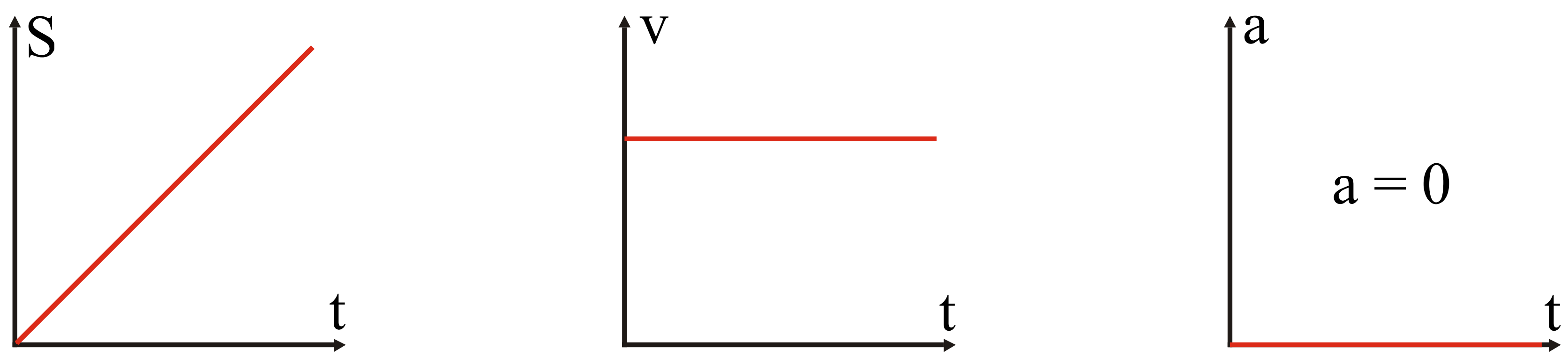
Klasyfikacja ruchów prostoliniowych

•Ruch jednostajny prostoliniowy $\Leftrightarrow$ prostoliniowy ruch cząstki, w którym wartości drogi (S), prędkości (v) i przyspieszenia (a) zmieniają się w czasie (t) według wzorów:

$$S = vt$$

$$v = const \neq 0$$

$$a = const = 0$$



•Ruch przyspieszony $\Leftrightarrow$ ruch, podczas którego wartość prędkości chwilowej cząstki zwiększa się wraz z upływem czasu.
•Ruch przyspieszony powodowany jest przez siłę (**F**) równoległą do prędkości chwilowej (**v**).

$$\boxed{\mathbf{F} \uparrow\uparrow \mathbf{v}}$$

Ruch opóźniony

•Ruch opóźniony $\Leftrightarrow$ ruch, podczas którego wartość prędkości chwilowej cząstki zmniejsza się wraz z upływem czasu.

•Ruch opóźniony powodowany jest przez siłę (**F**) antyrównoległą do prędkości chwilowej (**v**).

$$\boxed{\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{v}}$$

- Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy $\Leftrightarrow$ wspólna nazwa ruchów jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego i jednostajnie opóźnionego prostoliniowego. W ruchu jednostajnie zmiennym prostoliniowym wartość przyspieszenia chwilowego jest różna od zera i stała w czasie.

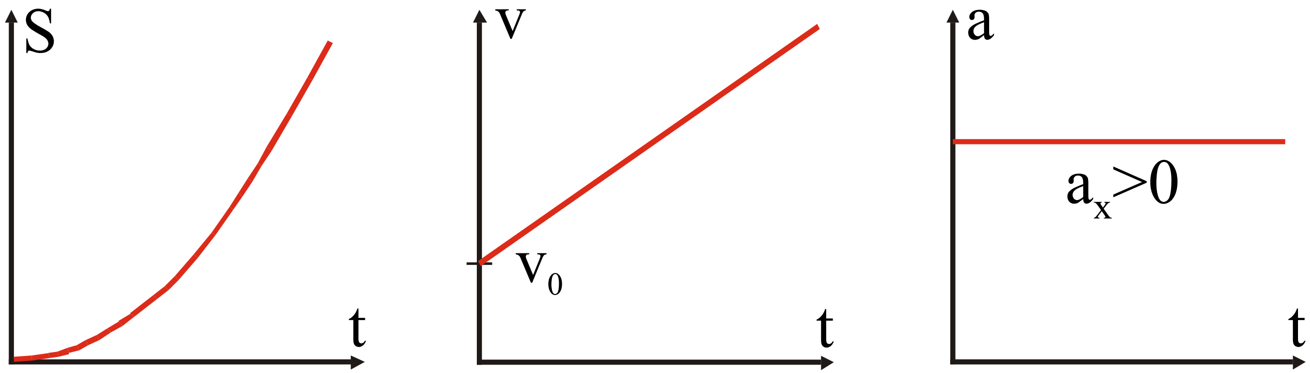
•Ruch jednostajnie przyspieszony prostoliniowy ⇔ prostoliniowy ruch cząstki, w którym wartości drogi (S), prędkości chwilowej (v) i przyspieszenia chwilowego (a) zmieniają się w czasie (t) według wzorów:

$$S = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$a = \mathrm{const} > 0$$

•v_0 – wartość prędkości początkowej



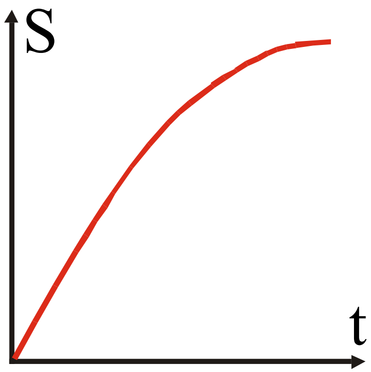
•Ruch jednostajnie opóźniony prostoliniowy $\Leftrightarrow$ prostoliniowy ruch cząstki, w którym wartości drogi (S), prędkości chwilowej (v) i przyspieszenia chwilowego (a) zmieniają się w czasie (t) według wzorów:

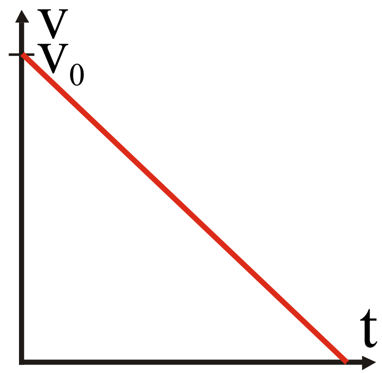
$$S = v_0 t - \tfrac{1}{2} a t^2$$

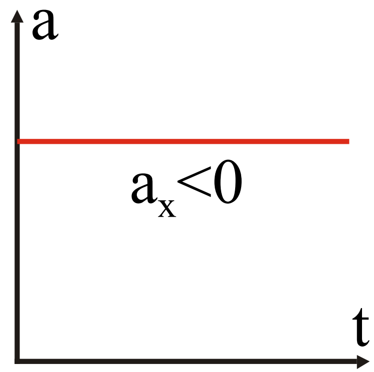
$$v = v_0 - at$$

$$a = \text{const} > 0$$

•v_0 – wartość prędkości początkowej







•Bezczasowe równanie na drogę w ruchu jednostajnie zmiennym ⇔ niezawierające czasu równanie, umożliwiające obliczenie drogi w ruchu jednostajnie zmiennym prostoliniowym cząstki, gdy dane są wartości prędkości początkowej (v_0), prędkości końcowej (v) oraz przyspieszenia (a).

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$ ruch jednostajnie przyspieszony

$$S = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$$ ruch jednostajnie opóźniony

•Ruch niejednostajnie zmienny prostoliniowy $\Leftrightarrow$ ruch cząstki po torze prostoliniowym z przyspieszeniem o wartości zmieniającej się w czasie.

•Ruch przyspieszony o rosnącym przyspieszeniu $\Leftrightarrow$ ruch, podczas którego wartość prędkości chwilowej cząstki rośnie coraz szybciej.

P Ruchem przyspieszonym o rosnącym przyspieszeniu zbliżają się do siebie dwa swobodne ładunki różnoimienne, które w chwili początkowej spoczywały względem siebie.

- Ruch przyspieszony o malejącym przyspieszeniu $\Leftrightarrow$ ruch, podczas którego wartość prędkości chwilowej cząstki rośnie coraz wolniej.

P Ruchem przyspieszonym o malejącym przyspieszeniu oddalają się od siebie dwa swobodne ładunki jednoimienne, które w chwili początkowej spoczywały względem siebie. Innym ciekawym przykładem takiego ruchu jest przejście ze stanu spoczynku do ruchu jednostajnego.

U Ruch przyspieszony o malejącym przyspieszeniu mylony jest z ruchem opóźnionym.

Ruch opóźniony o rosnącym przyspieszeniu

•Ruch opóźniony o rosnącym przyspieszeniu $\Leftrightarrow$ ruch, podczas którego wartość prędkości chwilowej cząstki maleje coraz szybciej.

- Ruch opóźniony o malejącym przyspieszeniu $\Leftrightarrow$ ruch, podczas którego wartość prędkości chwilowej cząstki maleje coraz wolniej.

Siły

•Siła (**F**) ⇔ wielkość wektorowa mierzona w niutonach [N], będąca miarą oddziaływań na daną cząstkę innych cząstek lub pól. Aby jednoznacznie określić siłę (**F**), należy podać jej wartość, kierunek, zwrot i punkt przyłożenia.

•Popęd siły (π) $\Leftrightarrow$ wielkość wektorowa będąca iloczynem stałej siły (**F**) i czasu jej działania (Δt).

$$\boldsymbol{\pi} = \mathbf{F}\Delta t$$
$$\pi = F\Delta t$$
$$[\pi] = N \cdot s$$

- Siły powierzchniowe $\Leftrightarrow$ siły działające stycznie do powierzchni danego ciała.

•Siły objętościowe $\Leftrightarrow$ siły działające na każdy punkt danego ciała.

P Siły grawitacyjne są siłami objętościowymi.

• Siły oporu $\Leftrightarrow$ siły działające na ciało poruszające się w ośrodku, skierowane przeciwnie do prędkości tego ciała.

Zasady dynamiki Newtona

- Inercjalny układ odniesienia $\Leftrightarrow$ układ, w którym swobodna cząstka pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym wtedy i tylko wtedy, gdy suma działających na nią sił zewnętrznych jest równa zeru.
- Układy spoczywające lub poruszające się ruchem jednostajnym prostoliniowym względem danego układu inercjalnego są również układami inercjalnymi.
- W wielu zagadnieniach Ziemia może być traktowana jako inercjalny układ odniesienia.

•Bezwładność ⇔ właściwość ciał polegająca na tym, że w układzie inercjalnym
•różne od zera przyspieszenie swobodnej cząstki może być spowodowane jedynie działaniem na nią sił zewnętrznych, których wypadkowa jest różna od zera.
•różne od zera przyspieszenie kątowe swobodnej bryły sztywnej może być spowodowane jedynie działaniem na nią sił zewnętrznych, których wypadkowy moment jest różny od zera.

•Miarą bezwładności jest masa lub moment bezwładności.
•Bezwładność nazywana jest też inercją.

- Pierwsza zasada dynamiki Newtona $\Leftrightarrow$ hipoteza stwierdzająca, że istnieją inercjalne układy odniesienia.
- Pierwsza zasada dynamiki nazywana jest również zasadą bezwładności.


Isaac Newton
(1642-1727)

• Druga zasada dynamiki Newtona ⇔ zasada głosząca, że:
W układzie inercjalnym siła (**F**) działająca na swobodną cząstkę o masie (m) nadaje jej przyspieszenie (**a**).

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

• Inne, równoważne sformułowanie drugiej zasady dynamiki:
W układzie inercjalnym siła (**F**) działająca na swobodną cząstkę jest równa pochodnej pędu (**p**) tej cząstki względem czasu.

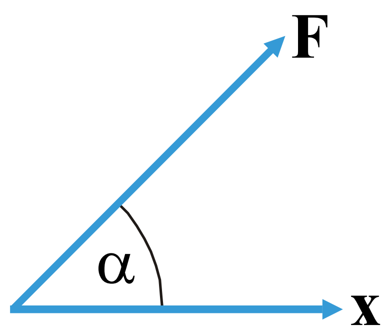
$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

•Trzecia zasada dynamiki Newtona $\Leftrightarrow$ zasada głosząca, że w układzie inercjalnym każde dwie oddziałujące ze sobą cząstki spełniają następującą własność:
Jeżeli cząstka A działa na cząstkę B siłą ($\mathbf{F}_{AB}$), to cząstka B działa na cząstkę A siłą ($\mathbf{F}_{BA} = -\,\mathbf{F}_{AB}$). Siły te mają takie same wartości, różne punkty przyłożenia i są przeciwnie skierowane.

•Praca $\Leftrightarrow$ powiadamy, że stała siła o wartości (F), działająca na cząstkę i powodująca jej przemieszczenie po prostoliniowym torze o długości (S), wykonuje pracę:

$$W = FS\cos\alpha, \quad [W] = J$$

$$0^\circ \le \alpha < 90^\circ \quad \Rightarrow \quad W > 0$$
$$90^\circ < \alpha \le 180^\circ \quad \Rightarrow \quad W < 0$$
$$\alpha = 0^\circ \quad \Rightarrow \quad W = FS$$
$$\alpha = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad W = 0$$
$$\alpha = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad W = -FS$$



•α – kąt zawarty między wektorami siły (**F**) i przemieszczenia (**x**)
•Praca jest iloczynem skalarnym siły (**F**) i przemieszczenia (**x**).

•Energia (E) $\Leftrightarrow$ wielkość skalarna mierzona w dżulach [J], charakteryzująca, ze względu na ruchy i oddziaływania, cząstki obdarzone masą i ładunkiem, pola grawitacyjne, elektromagnetyczne i inne, które już poznaliśmy i które być może zostaną dopiero odkryte. W danym układzie odizolowanym od wszelkich wpływów zewnętrznych suma wszystkich form energii jest wielkością stałą.

•Energia kinetyczna (E_k) $\Leftrightarrow$ energia cząstki o masie (m), poruszającej się z prędkością o wartości (v), dana z definicji przez:

$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2, \quad \left[E_k\right] = J$$

•Energia kinetyczna jest skalarną wielkością względną, jej wartość zależy od przyjętego układu odniesienia.

•Energia kinetyczna (E_k) cząstki o masie (m) i wartość jej pędu (p) powiązane są relacją:

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

P Zmiana energii kinetycznej (ΔE_k) cząstki o stałej masie (m), poruszającej się ruchem prostoliniowym, po przebyciu drogi (S) jest równa pracy (W) wykonanej przez siłę działającą na cząstkę stycznie do toru.

$$\boxed{W = \Delta E_k = \tfrac{1}{2} m v_k^2 - \tfrac{1}{2} m v_p^2}$$

- v_k – szybkość końcowa
- v_p – szybkość początkowa
- W przypadku siły (**F**) o stałej wartości (F):

$$\boxed{FS \cos\angle(\mathbf{F}, \mathbf{v}) = \tfrac{1}{2} m v_k^2 - \tfrac{1}{2} m v_p^2}$$

- Ze wzoru tego wynika, że droga hamowania zależy proporcjonalnie od kwadratu szybkości początkowej.

- Siły potencjalne $\Leftrightarrow$ siły, których praca nie zależy od kształtu toru, a jedynie od początkowego i końcowego położenia punktów przyłożenia tych sił.

•Energia potencjalna (E_p) $\Leftrightarrow$ energia układu o danej konfiguracji, równa pracy wykonywanej przez siły potencjalne, działające w układzie, podczas jego przejścia do konfiguracji, której z założenia odpowiada energia potencjalna równa zeru.

•Energia mechaniczna (E) ⇔ suma energii potencjalnej i kinetycznej cząstki lub bryły sztywnej.

•Moc $\Leftrightarrow$ wielkość skalarna, mierzona w watach, będąca stosunkiem pracy (W) do czasu (t) jej wykonania.

$$P = \frac{W}{t}, \quad [P] = \frac{J}{s} = W$$

Tarcie

• Tarcie $\Leftrightarrow$ zjawisko polegające na występowaniu siły oporu działającej stycznie do powierzchni stykających się ze sobą ciał, z których jedno porusza się względem drugiego lub jest wprawiane w ruch. Siła ta nazywana jest siłą tarcia lub krótko tarciem.

•Tarcie statyczne $\Leftrightarrow$ tarcie występujące w przypadku spoczywających względem siebie ciał. Maksymalna wartość siły tarcia statycznego jest równa minimalnej wartości siły powodującej względny ruch stykających się ze sobą ciał.

- Tarcie dynamiczne $\Leftrightarrow$ tarcie występujące w przypadku poruszających się względem siebie ciał. Wartość siły tarcia dynamicznego jest równa wartości siły powodującej jednostajny ruch względny stykających się ze sobą ciał.

Tarcie poślizgowe

- Tarcie poślizgowe $\Leftrightarrow$ tarcie występujące podczas względnego ruchu postępowego dwóch stykających się ze sobą ciał. Wartość siły tarcia poślizgowego (T) jest proporcjonalna do wartości siły (N) dociskającej oba ciała.

$$T = f\,N$$
$$[T] = [N] = N$$
$$[f] = 1$$

- f – współczynnik tarcia poślizgowego

•Tarcie toczne $\Leftrightarrow$ tarcie pojawiające się podczas względnego ruchu obrotowego dwóch stykających się ze sobą ciał. Wartość momentu siły (M) tarcia tocznego jest proporcjonalna do wartości siły (N) dociskającej oba ciała.

$$M = f_t\, N$$
$$[M] = N \cdot m, \quad [N] = N$$
$$[f_t] = m$$

•f_t – współczynnik tarcia tocznego

Zasady zachowania

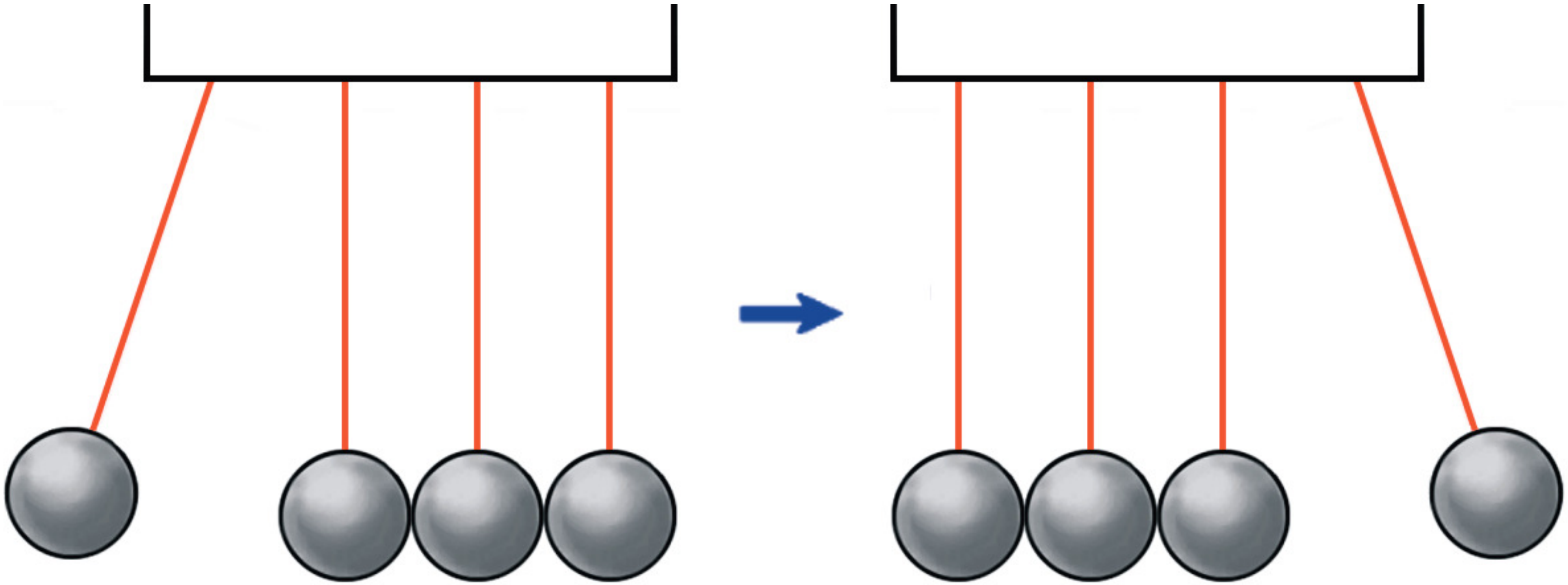
• Zasada zachowania masy ⇔ zasada głosząca, że w układzie niewymieniającym masy z otoczeniem suma mas wszystkich ciał należących do tego układu jest stała.

• Zasada zachowania energii $\Leftrightarrow$ zasada stwierdzająca, że w danym układzie, odizolowanym od wszelkich wpływów zewnętrznych, suma wszystkich form energii jest wielkością stałą.

- Zasada zachowania energii mechanicznej $\Leftrightarrow$ zasada głosząca, że jeżeli jedynymi siłami działającymi między ciałami układu są siły grawitacyjne, to energia mechaniczna tych ciał pozostaje stała.

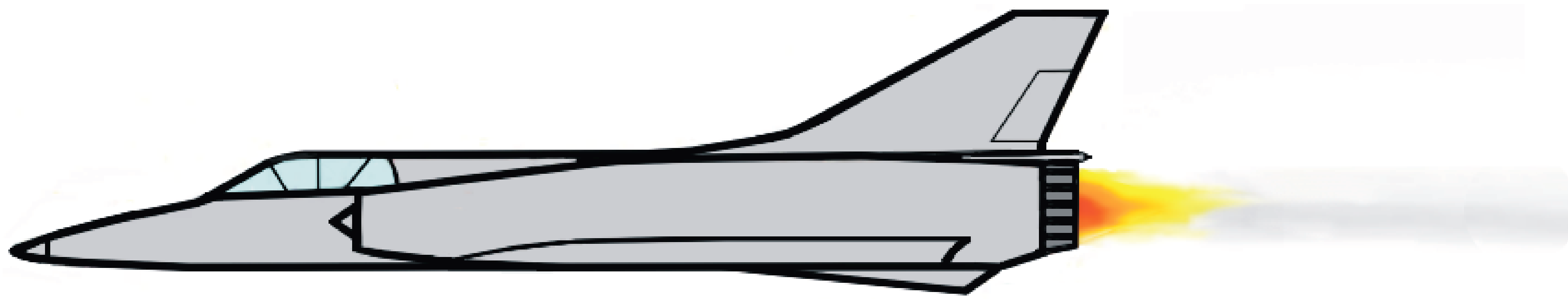
- Zasada zachowania pędu $\Leftrightarrow$ zasada stwierdzająca, że jeżeli wypadkowa wszystkich sił zewnętrznych, działających na każdą cząstkę znajdującą się w układzie jest równa zeru, to wypadkowy pęd wszystkich cząstek pozostaje stały.
- Jeżeli w jednorodnym polu grawitacyjnym oprócz sił grawitacyjnych nie działają na cząstki żadne inne siły zewnętrzne, to zasada zachowania pędu spełniona jest w płaszczyźnie poziomej.

Zasada zachowania pędu - przykład



•Po zderzeniu się ruchomej kulki z trzema kulkami spoczywającymi, jej pęd zostanie przekazany kulce czwartej.

•Napęd odrzutowy ⇔ przykład praktycznego wykorzystania zasady zachowania pędu. Przed startem wypadkowy pęd układu rakieta-paliwo-utleniacz jest równy zeru. Po starcie rakieta uzyskuje pęd o zwrocie przeciwnym do zwrotu pędu wylatujących z niej gazów, przy czym wartości tych pędów są sobie równe.



•Napęd odrzutowy

P W przypadku, gdy suma sił zewnętrznych działających na rakietę jest równa zeru, wartość prędkości chwilowej rakiety (v) można wyznaczyć z równania Ciołkowskiego.

$$v = u \ln\left(\frac{m}{m_0}\right)$$

- u – wartość prędkości gazów względem rakiety
- m_0 – początkowa masa rakiety
- m – masa rakiety w danej chwili

H Powyższe równanie zostało podane przez Ciołkowskiego w 1903.
B Konstanty Ciołkowski (1857-1935), rosyjski uczony i wynalazca polskiego pochodzenia.

•Równanie Mieszczerskiego $\Leftrightarrow$ równanie ruchu w przypadku, gdy zewnętrzna siła (**F**) działa na układ o zmiennej masie (m).

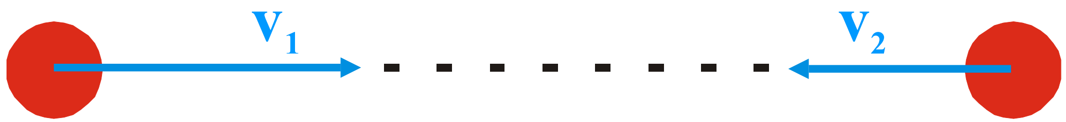
$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} - \mathbf{u}\frac{dm}{dt}$$

•**v** – prędkość chwilowa układu
•**u** – prędkość przyłączającej się masy przed jej przyłączeniem lub prędkość oddzielającej się masy po jej oddzieleniu

H Powyższe równanie zostało podane przez Mieszczerskiego w 1893.
B Iwan Wsiewołodowicz Mieszczerski (1859-1935), rosyjski matematyk.

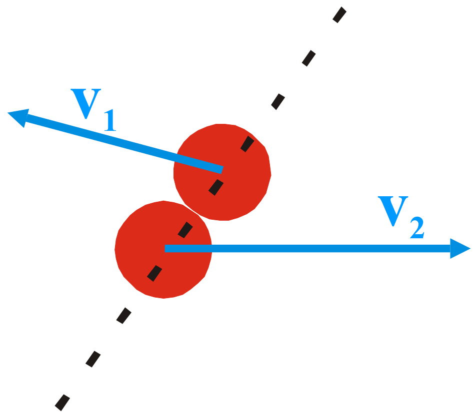
Zderzenia

•Zderzenie centralne ⇔ zderzenie dwóch kul, których prędkości chwilowe w momencie zderzenia leżą na prostej łączącej środki mas tych kul.



•Zderzenie centralne

•Zderzenie niecentralne ⇔ zderzenie dwóch kul, których prędkości chwilowe w momencie zderzenia nie leżą jednocześnie na prostej łączącej środki mas tych kul.



•Zderzenie niecentralne

•Zderzenie sprężyste $\Leftrightarrow$ zderzenie dwóch kul, w wyniku którego poruszają się one z różnymi prędkościami. W zderzeniu sprężystym zachowany jest pęd i energia kinetyczna.

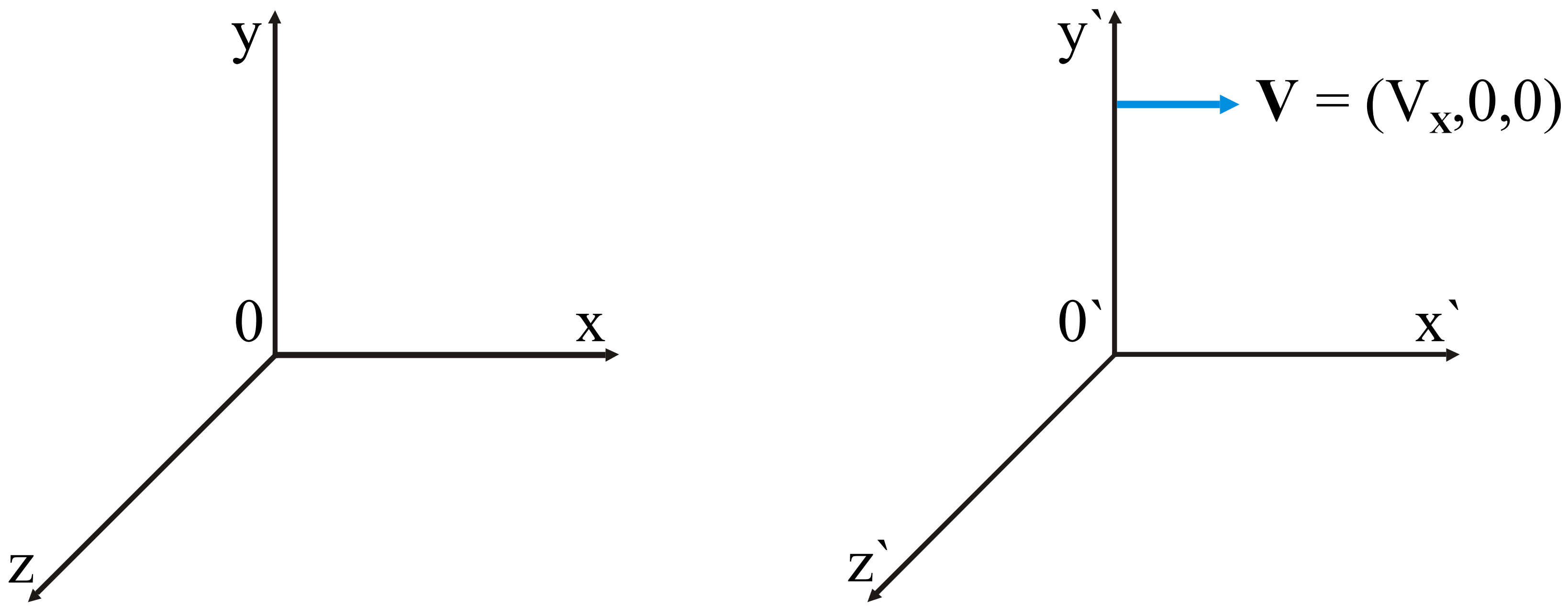
•Zderzenie niesprężyste ⇔ zderzenie dwóch kul, w wyniku którego poruszają się one ze wspólną prędkością. W zderzeniu niesprężystym spełniona jest zasada zachowania pędu. Pęd kul przed zderzeniem jest równy pędowi kul po zderzeniu. W zderzeniu tym nie jest zachowana energia kinetyczna. Energia kinetyczna kul przed zderzeniem jest większa od energii kinetycznej kul po zderzeniu.

Zasada względności

•Transformacje (przekształcenia) Galileusza $\Leftrightarrow$ związki między kartezjańskimi współrzędnymi (x, y, z, t) i (x', y', z', t') danego zdarzenia wyznaczonymi w dwóch różnych układach inercjalnych poruszających się względem siebie ruchem jednostajnym prostoliniowym z szybkością dużo mniejszą od szybkości światła w próżni. Jeżeli w chwili początkowej t = t' = 0 osie tych układów pokrywały się, a układ primowany poruszał się względem układu nieprimowanego z prędkością **V** = (V_x, 0, 0), to transformacje Galileusza przyjmują poniższą postać.

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x - Vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}}$$

•$V = |V_x|$



•Dwa inercjalne układy odniesienia nieprimowany i primowany, poruszające się względem siebie z prędkością chwilową $\mathbf{V} = (V_x, 0, 0)$ o stałej wartości dużo mniejszej od szybkości światła w próżni; w chwili początkowej $t = t' = 0$ osie tych układów pokrywały się.

B Galileo Galilei [Galileusz] (1564-1642), włoski astronom, fizyk i filozof.

•Zasada względności Galileusza $\Leftrightarrow$ zasada głosząca, że we wszystkich inercjalnych układach odniesienia wszystkie zjawiska z zakresu mechaniki przebiegają tak samo.

B Galileo Galilei [Galileusz] (1564-1642), włoski astronom, fizyk i filozof.

•Składanie prędkości $\Leftrightarrow$ znajdowanie relacji między prędkościami względem różnych inercjalnych obserwatorów.

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} + \mathbf{v}'$$

•**v** – prędkość cząstki względem nieruchomego obserwatora
•**V** – prędkość ruchomego obserwatora względem nieruchomego obserwatora
•**v**’ – prędkość cząstki względem ruchomego obserwatora

•Wzór na składanie prędkości wynika z transformacji Galileusza.

B Galileo Galilei [Galileusz] (1564-1642), włoski astronom, fizyk i filozof.

•Składanie przemieszczeń $\Leftrightarrow$ znajdowanie relacji między przemieszczeniami zachodzącymi w czasie (Δt) względem różnych inercjalnych obserwatorów.

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{V}\Delta t + \Delta\mathbf{r}'$$

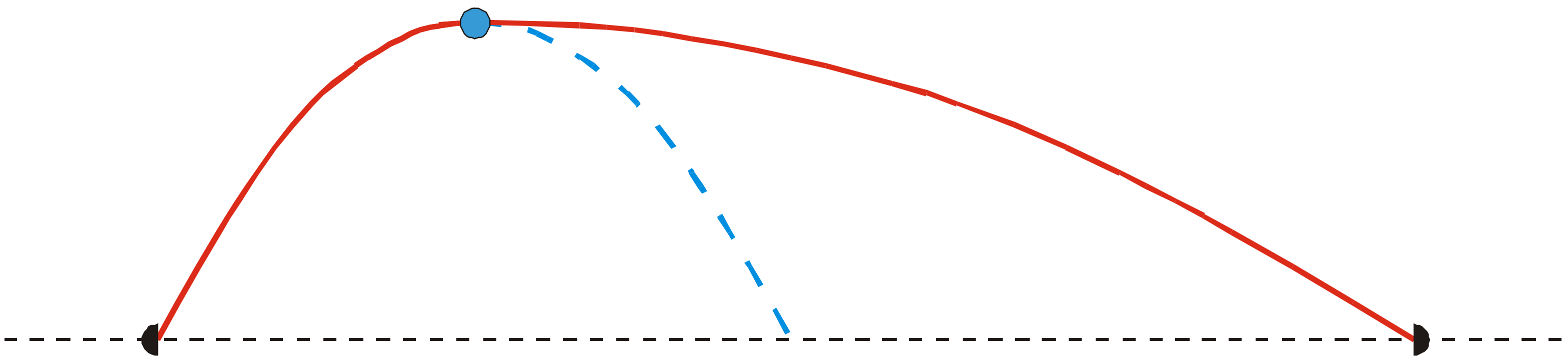
•$\Delta\mathbf{r}$ – przemieszczenie cząstki względem nieruchomego obserwatora
•**V** – prędkość ruchomego obserwatora względem nieruchomego obserwatora
•$\mathbf{V}\Delta t$ – przemieszczenie ruchomego obserwatora względem nieruchomego obserwatora
•$\Delta\mathbf{r}'$ – przemieszczenie cząstki względem ruchomego obserwatora

Przydatne zasady

• Twierdzenie o ruchu środka masy $\Leftrightarrow$ twierdzenie stanowiące, że:

Wybuch pocisku nie wpływa na ruch środka masy pocisku.

P Jeżeli wystrzelony ukośnie pocisk w najwyżej położonym punkcie toru rozerwie się na dwie identyczne części, z których jedna powróci do miejsca wystrzału, to druga upadnie w odległości dwukrotnie większej niż wynosiłby zasięg nie eksplodującego pocisku.



•Zasada niezależności ruchów $\Leftrightarrow$ zasada stwierdzająca, że każdy ruch można rozłożyć na trzy prostoliniowe ruchy składowe wzajemnie prostopadłe, odbywające się niezależnie od siebie.
W wielu przypadkach czas trwania ruchu złożonego jest taki, jak czas najkrócej trwającego ruchu składowego.

Nieinercjalne układy odniesienia

•Nieinercjalny układ odniesienia $\Leftrightarrow$ układ odniesienia, w którym nie jest spełniona zasada bezwładności, stanowiąca, że cząstka pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym wtedy i tylko wtedy, gdy suma działających na nią sił zewnętrznych jest równa zeru. Układami nieinercjalnymi są układy poruszające się względem danego układu inercjalnego ruchem postępowym przyspieszonym lub opóźnionym, drgającym, obrotowym, krzywoliniowym itp. W takich układach pojawiają się siły pozorne, zwane siłami bezwładności. Aby można było stosować drugą zasadę dynamiki również w układach nieinercjalnych, należy wśród sił działających na cząstkę uwzględnić także siły bezwładności.

•Siły bezwładności $\Leftrightarrow$ pozorne siły pojawiające się w układach nieinercjalnych. Aby można było stosować drugą zasadę dynamiki również w układach nieinercjalnych, należy wśród sił działających na cząstkę uwzględniać także siły bezwładności.

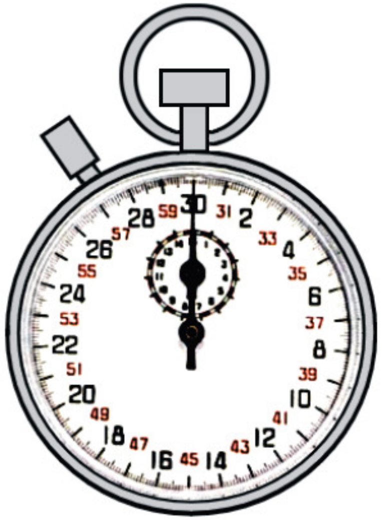
C Siły bezwładności nie spełniają trzeciej zasady dynamiki.
P W układzie poruszającym się ruchem postępowym z przyspieszeniem ($\mathbf{a}_u$), na cząstkę o masie (m) działa siła bezwładności ($\mathbf{F}_b$) dana wzorem:

$$\mathbf{F}_b = -m\mathbf{a}_u$$
$$[F_b] = N$$

•Siła bezwładności jest mierzona w niutonach [N].

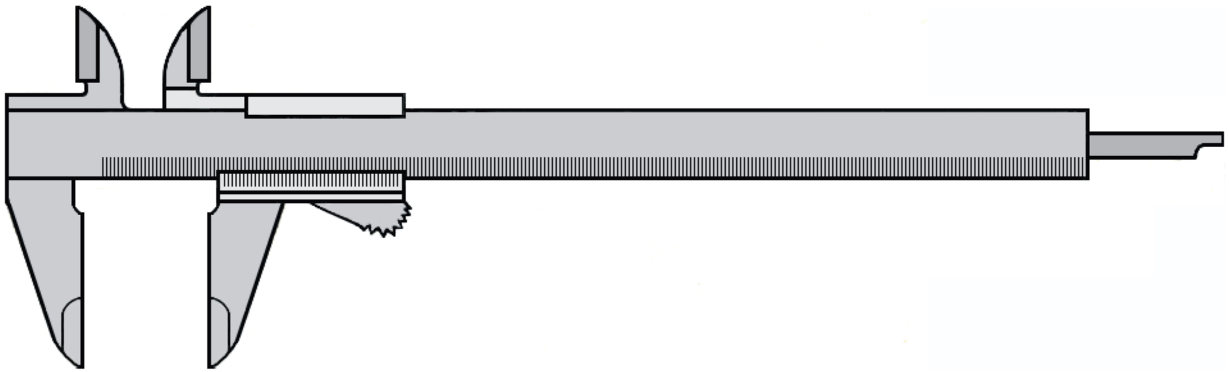
Przyrządy i urządzenia

•Stoper mechaniczny ⇔ przyrząd służący do pomiarów przedziałów czasowych z dokładnością do 0,2 s lub 0,1 s.



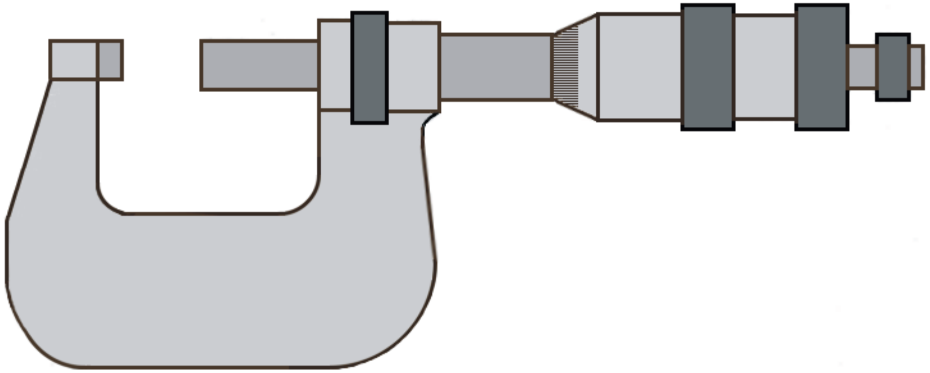
•Stoper mechaniczny

- Suwmiarka ⇔ przyrząd służący do pomiarów długości z dokładnością do 0,1 mm, 0,05 mm lub 0,02 mm.



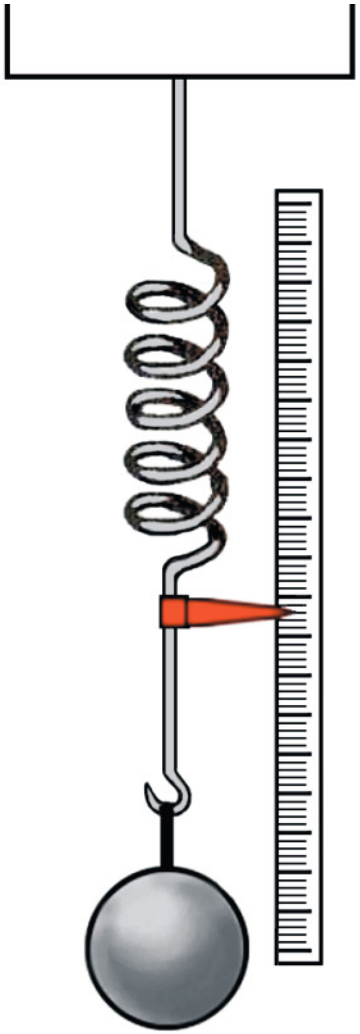
- Suwmiarka

- Śruba mikrometryczna (mikrometr) ⇔ przyrząd służący do pomiarów długości z dokładnością do 0,01 mm.



- Śruba mikrometryczna (mikrometr)

•Noniusz ⇔ urządzenie, za pomocą którego można zwiększyć dokładność odczytu na skali głównej suwmiarki lub śruby mikrometrycznej. Stanowi go dodatkowa skala, na której odstępy między kreskami są mniejsze niż na skali głównej.



•Dynamometr ⇔ przyrząd służący do pomiarów wartości siły. Stanowi go sprężyna, której wydłużenie jest wprost proporcjonalne do wartości siły przyłożonej do końca tej sprężyny. Dynamometr nazywany jest także siłomierzem.

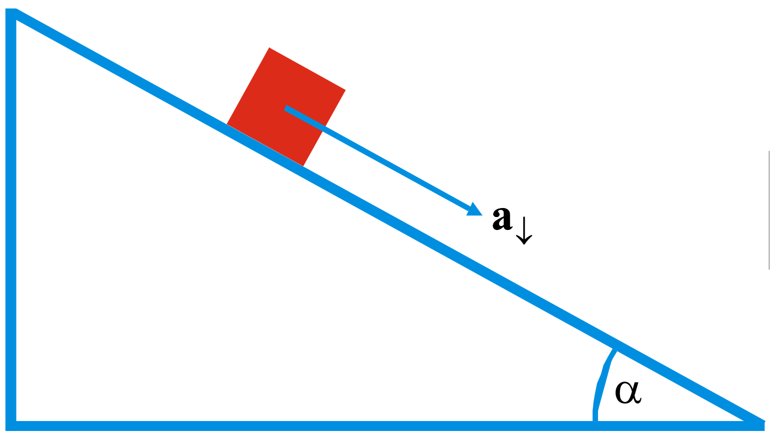
•Paralaksa ⇔ pozorne przemieszczenie przedmiotu względem tła, zależne od położenia oczu obserwatora. Paralaksa jest źródłem błędnych odczytów z przyrządów wskazówkowych.

•Maszyny proste ⇔ mechaniczne urządzenia, narzędzia i mechanizmy pozwalające zmniejszyć siłę wykonującą pracę tyle razy, ile razy zwiększa się droga, na której wykonywana jest praca. Przykładami maszyn prostych są równie pochyłe, dźwignie, wielokrążki, kołowroty, kliny i śruby.

•Równia pochyła $\Leftrightarrow$ płaszczyzna tworząca z poziomem kąt (α).
Wartości przyspieszeń $(a_{\downarrow}, a_{\uparrow})$ klocka poruszającego się w dół równi lub w górę równi wynoszą odpowiednio:

$$a_{\downarrow} = g\sin\alpha - fg\cos\alpha$$
$$a_{\uparrow} = g\sin\alpha + fg\cos\alpha$$

•g – przyspieszenie ziemskie
•f – współczynnik tarcia klocka o równię



•Równia pochyła

P Równia pochyła może być wykorzystana do pomiaru współczynnika tarcia (f). W tym celu należy zwiększać kąt (α) do momentu, gdy spoczywający na równi klocek zacznie zsuwać się ruchem jednostajnym.

$$a_{\downarrow} = 0, \quad v_{\downarrow} = \text{const} \neq 0$$

$$f = \text{tg}\alpha$$

- $v_{\downarrow}$ – wartość prędkości klocka zsuwającego się po równi ruchem jednostajnym

Ruch po okręgu i obrotowy

dr Zbigniew Osiak

Rysunki wykonała

Małgorzata Osiak

Plan wykładu

Ruch po okręgu

•Prędkość liniowa (**v**) ⇔ prędkość chwilowa styczna do toru cząstki poruszającej się ruchem krzywoliniowym. W przypadku ruchów prostoliniowych kierunek prędkości liniowej pokrywa się z torem.

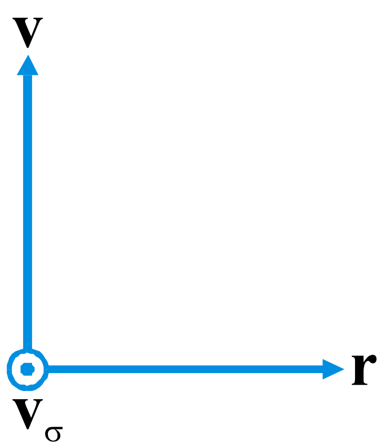
Prędkość polowa

•Prędkość polowa ($\mathbf{v}_\sigma$) $\Leftrightarrow$ wielkość wektorowa charakteryzująca ruch płaski, będąca połową iloczynu wektorowego promienia wodzącego (**r**) cząstki i jej prędkości (**v**).

$$\mathbf{v}_\sigma = \tfrac{1}{2}(\mathbf{r} \times \mathbf{v})$$

$$[\mathrm{v}_\sigma] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$$

•Wartość prędkości polowej jest równa szybkości zmian pola zakreślonego przez promień wodzący.



•Wzajemne położenie wektorów **r**, **v** i $\mathbf{v}_\sigma$

Ruch jednostajny po okręgu

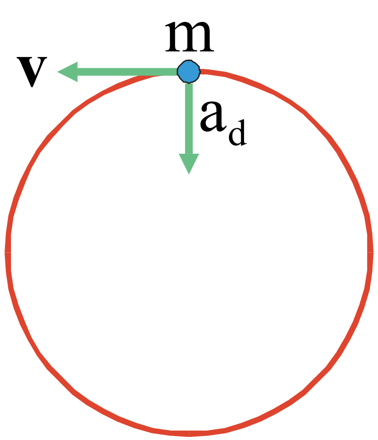
•W ruchu jednostajnym cząstki po okręgu o promieniu (r) stałe wartości prędkości liniowej (v), prędkości kątowej (ω), przyspieszenia stycznego (a_s) i przyspieszenia dośrodkowego (a_d) dane są wzorami:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_s = 0$$

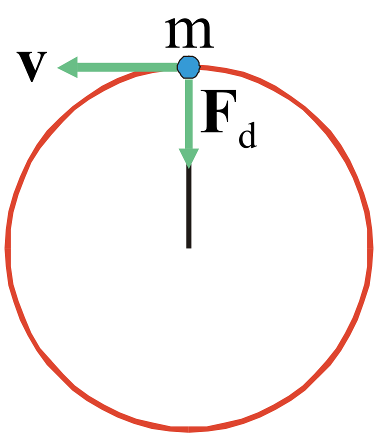
$$a_d = \frac{v^2}{r}$$



•W każdej chwili wektor prędkości liniowej jest styczny do okręgu, a wektor przyspieszenia dośrodkowego jest skierowany przeciwnie do promienia wodzącego.

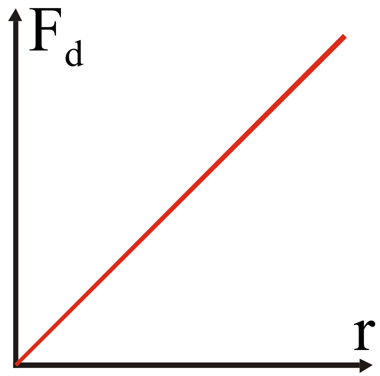
• Siła dośrodkowa ($\mathbf{F}_d$) $\Leftrightarrow$ siła działająca ze strony więzów na cząstkę o masie (m) poruszającą się z prędkością liniową (**v**) po okręgu o promieniu (**r**).

• Siła dośrodkowa jest skierowana ku centrum okręgu.



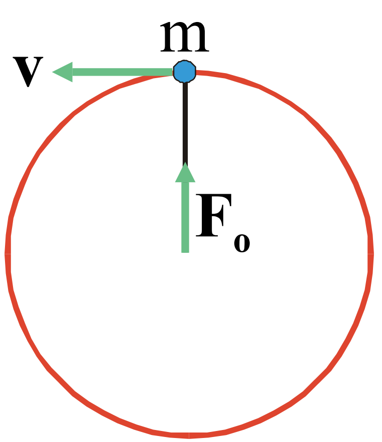
$$F_d = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$[F_d] = N$$



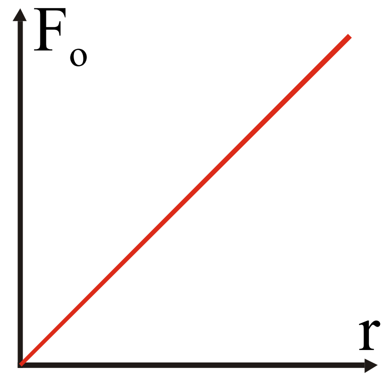
•Siła odśrodkowa ($\mathbf{F}_o$) $\Leftrightarrow$ siła działająca na więzy ze strony cząstki o masie (m) wirującej z prędkością liniową (**v**) po okręgu o promieniu (**r**).

•Siła odśrodkowa jest skierowana od centrum okręgu.

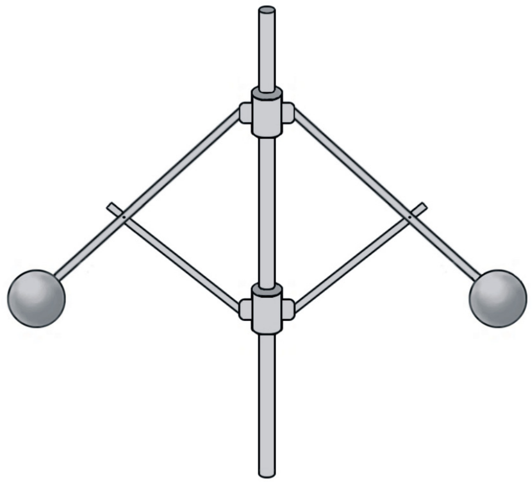


$$F_o = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$[F_o] = N$$



•Regulator Watta ⇔ urządzenie do regulacji szybkości obrotów silnika. Siła odśrodkowa sprawia, że wirujące coraz wolniej kule opadają. Zwiększa się wtedy dopływ paliwa (lub pary). Gdy wirujące coraz szybciej kule podnoszą się, dopływ paliwa (lub pary) zostaje zmniejszony.



•Regulator Watta

- Ruch cząstki jednostajnie zmienny po okręgu o promieniu (r) jest ruchem, w którym wartości przyspieszenia stycznego (a_s) i przyspieszenia dośrodkowego (a_d) dane są wzorami:

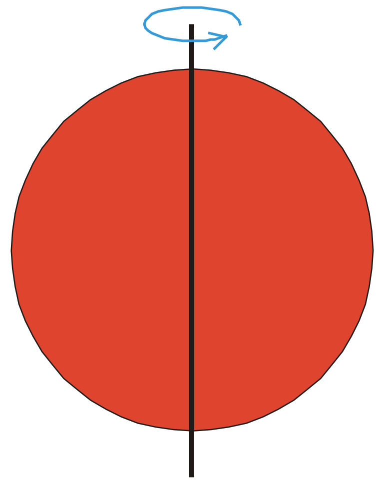
$$a_s = \mathrm{const} \neq 0$$

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

Ruch obrotowy

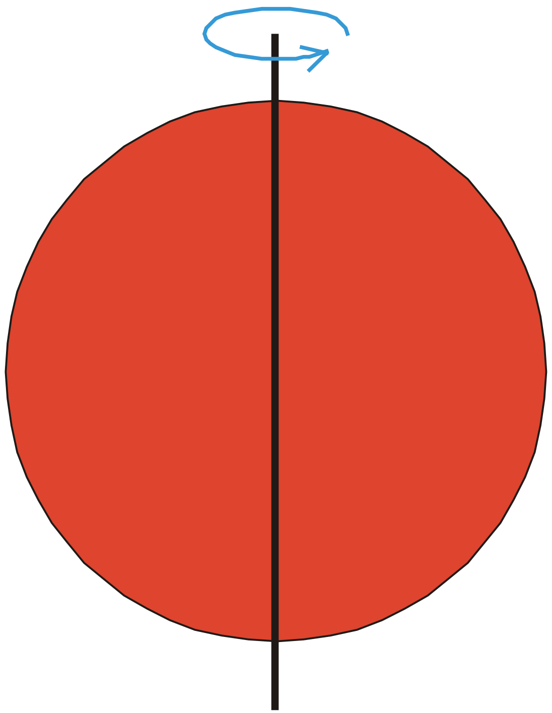
•Bryła sztywna $\Leftrightarrow$ ciało, w którym odległość między dwoma dowolnymi punktami jest stała. Bryła sztywna modeluje ciało, które doznaje zaniedbywalnie małych odkształceń pod wpływem działających na nie sił.

•Ruch obrotowy ⇔ ruch bryły sztywnej, podczas którego jej punkty poruszają się po okręgach prostopadłych do wspólnej nieruchomej osi obrotu.



•Oś obrotu została zaznaczona czarną linią pionową.

•Oś obrotu ⇔ prosta, na której znajdują się środki okręgów będących torami punktów bryły sztywnej wykonującej ruch obrotowy.



•Oś obrotu

•Moment bezwładności (I) ⇔ wielkość skalarna, charakteryzująca rozkład masy bryły sztywnej względem ustalonej nieruchomej osi, będąca miarą bezwładności tej bryły w jej ruchu obrotowym.

•W przypadku układu sztywno powiązanych punktów materialnych moment bezwładności względem ustalonej osi dany jest wzorem:

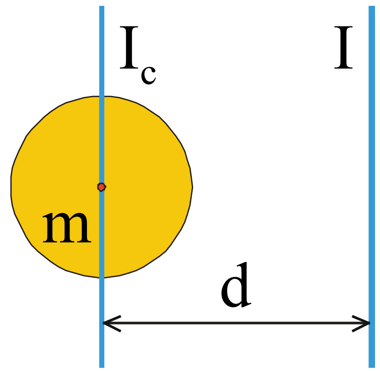
$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2, \quad [I] = kg \cdot m^2$$

•Dla walca, cienkościennej rury, kuli oraz cienkościennej powłoki sferycznej momenty bezwładności względem osi przechodzących przez środki mas tych brył można zapisać w postaci jednego wzoru.

$$I = kmr^2$$

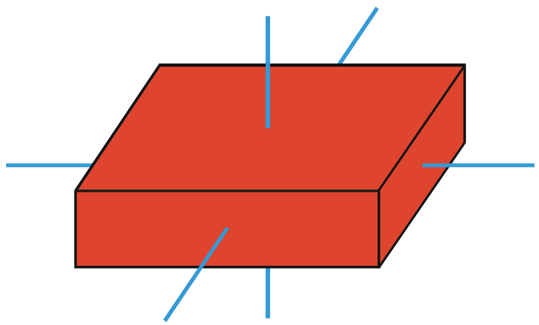
- Twierdzenie Steinera $\Leftrightarrow$ twierdzenie stanowiące, że moment bezwładności (I) bryły sztywnej względem zadanej osi oraz moment bezwładności (I_c) względem osi przechodzącej przez środek masy bryły równolegle do zadanej osi spełniają zależność:

$$I = I_c + md^2$$



- Przykład ilustrujący twierdzenie Steinera

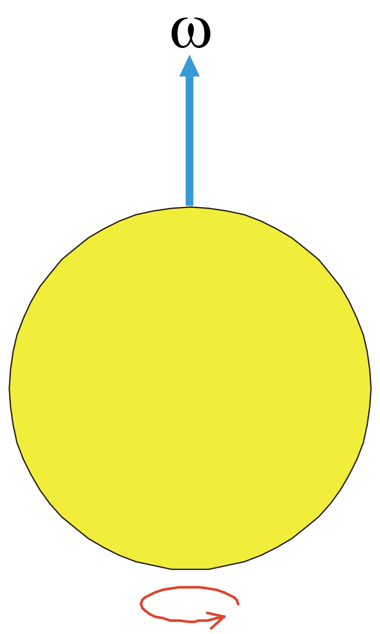
- Swobodne osie obrotu $\Leftrightarrow$ osie, wokół których może obracać się swobodna bryła sztywna ze stałą prędkością kątową. Każda bryła sztywna posiada trzy wzajemnie prostopadłe swobodne osie obrotu, przechodzące przez jej środek masy, względem których momenty bezwładności są maksymalne.
- Jeżeli momenty bezwładności odpowiadające trzem swobodnym osiom obrotu bryły sztywnej są różne, to tylko ruch względem osi o największym i najmniejszym momencie bezwładności jest stabilny.



- Swobodne osie prostopadłościanu

•Prędkość kątowa (ω) ⇔ wielkość wektorowa, charakteryzująca ruch obrotowy bryły, o wartości będącej pochodną kąta obrotu bryły (φ) względem czasu.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad [\omega] = \frac{rad}{s}$$



•Kierunek prędkości kątowej pokrywa się z chwilową osią obrotu, a jej zwrot jest zgodny ze zwrotem ruchu postępowego śruby prawoskrętnej obracanej w kierunku obrotu bryły.

•Przyspieszenie kątowe (ε) ⇔ wielkość wektorowa, będącą pochodną prędkości kątowej (ω) względem czasu.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \quad [\varepsilon] = \frac{rad}{s^2}$$

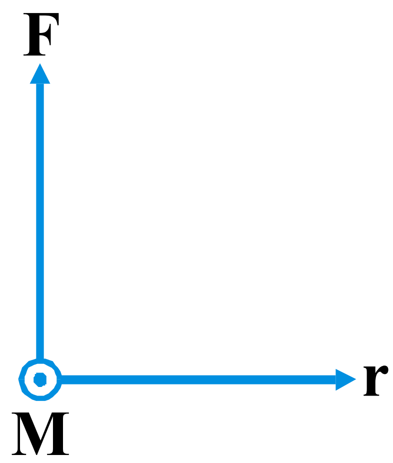
•Moment siły (moment obrotowy) $\Leftrightarrow$ wielkość wektorowa, określona względem początku układu współrzędnych (lub innego nieruchomego punktu), będąca iloczynem wektorowym promienia wodzącego (**r**) i siły (**F**) działającej na bryłę sztywną.

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$M = rF\sin\angle(\mathbf{r},\mathbf{F}) = Fr_{\perp}$$

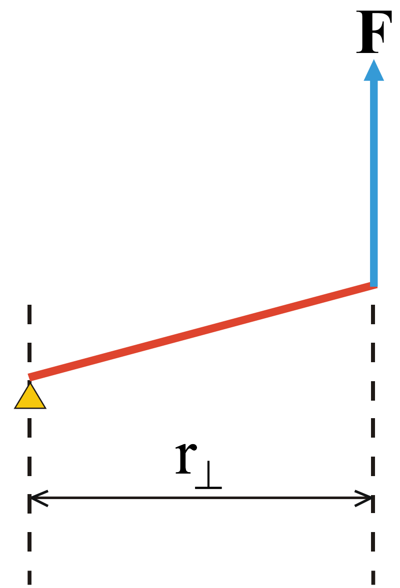
$$r_{\perp} = r\sin\angle(\mathbf{r},\mathbf{F})$$

$$[M] = m \cdot N = J$$



•Wzajemne położenie wektorów **F**, **M** i **r**

•Ramię siły ($r_\perp$) ⇔ odległość kierunku działania siły od osi obrotu (lub ustalonego nieruchomego punktu).



•Siła (**F**) i jej ramię ($r_\perp$)

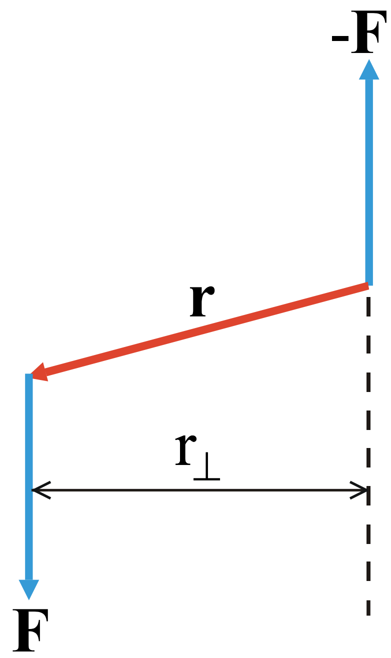
•Para sił ⇔ dwie równoległe siły (**F** i – **F**) o przeciwnych zwrotach i jednakowych wartościach. Wypadkowy moment pary sił względem dowolnego punktu jest taki sam.

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$
$$\mathrm{M} = \mathrm{rF}\sin\angle(\mathbf{r}, \mathbf{F}) = \mathrm{r}_\perp \mathrm{F}$$
$$[\mathrm{M}] = \mathrm{J}$$

•**r** – promień wodzący łączący początki wektorów sił (**F** i – **F**)

•$\mathrm{r}_\perp = \sin\angle(\mathbf{r}, \mathbf{F})$ – ramię pary sił

•Moment pary sił mierzony jest w dżulach [J].



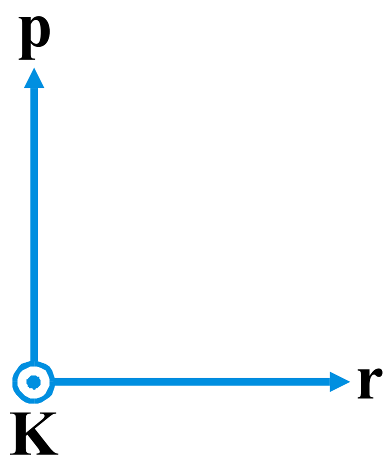
•Para sił

•Dla pojedynczej cząstki wirującej po okręgu moment pędu, określony względem nieruchomego punktu, jest iloczynem wektorowym promienia wodzącego (**r**) i pędu (**p**) tej cząstki.

$$\mathbf{K} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

$$K = rp \sin\angle(\mathbf{r}, \mathbf{p})$$

$$[K] = \frac{m^2 \cdot kg}{s} = J \cdot s$$



•Wzajemne położenie wektorów **K**, **p** i **r**

• Moment pędu bryły sztywnej, określony względem dowolnego punktu leżącego na swobodnej osi obrotu, można przedstawić w postaci poniższego równania.

$$\boxed{\mathbf{K} = I\boldsymbol{\omega}}$$

• Kierunek momentu pędu pokrywa się ze swobodną osią obrotu, a jego zwrot jest zgodny ze zwrotem ruchu postępowego śruby prawoskrętnej obracanej w kierunku obrotu bryły.

•Bezwładność $\Leftrightarrow$ właściwość ciał polegająca na tym, że w układzie inercjalnym
•różne od zera przyspieszenie swobodnej cząstki może być spowodowane jedynie działaniem na nią sił zewnętrznych, których wypadkowa jest różna od zera.
•różne od zera przyspieszenie kątowe swobodnej bryły sztywnej może być spowodowane jedynie działaniem na nią sił zewnętrznych, których wypadkowy moment jest różny od zera.

•Miarą bezwładności jest masa lub moment bezwładności.
•Bezwładność nazywana jest też inercją.

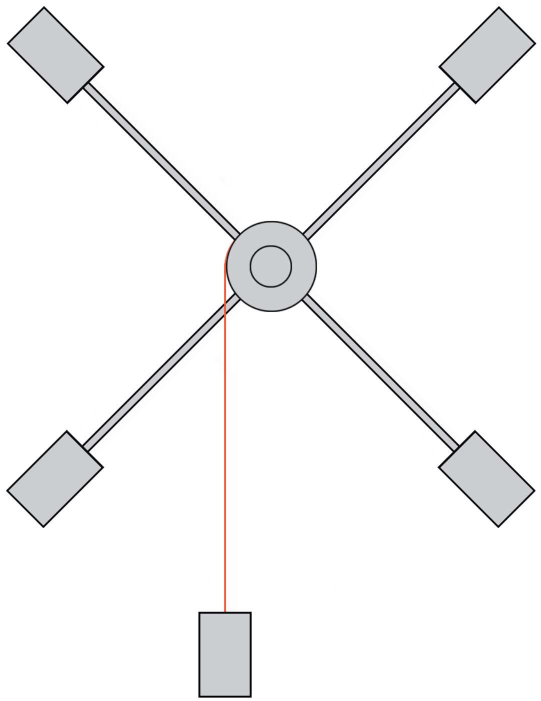
• Druga zasada dynamiki ruchu obrotowego $\Leftrightarrow$ zasada głosząca, że w układzie inercjalnym całkowity moment sił zewnętrznych (**M**), działających na swobodną bryłę sztywną, jest równy pochodnej momentu pędu (**K**) bryły względem czasu. Przy czym wektory (**M**) i (**K**) określone są względem środka układu współrzędnych (lub innego nieruchomego punktu).

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{K}}{dt}$$

• Jeżeli moment pędu (**K**) bryły sztywnej jest określony względem dowolnego punktu leżącego na swobodnej osi obrotu, to drugą zasadę dynamiki można zapisać w poniższej postaci.

$$\mathbf{M} = I\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \quad \text{lub} \quad \mathbf{M} = I\,\boldsymbol{\varepsilon}$$

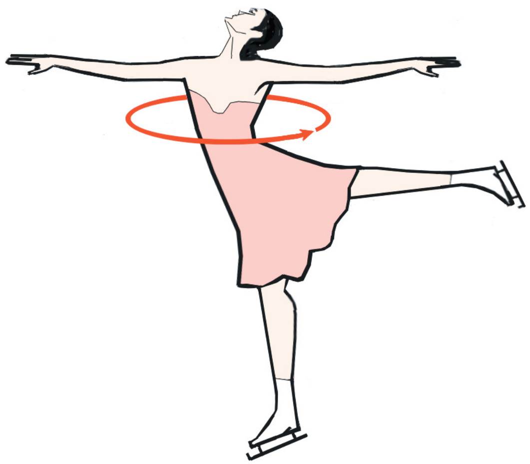
•Krzyżowe wahadło Oberbecka ⇔ wahadło wykorzystywane do demonstrowania drugiej zasady dynamiki ruchu obrotowego.



•Wahadło Oberbecka

•Zasada zachowania momentu pędu $\Leftrightarrow$ zasada głosząca, że jeżeli wypadkowy moment wszystkich sił zewnętrznych działających na swobodną bryłę sztywną jest równy zeru, to moment pędu tej bryły pozostaje stały. Przy czym moment sił i moment pędu są określone względem ustalonego nieruchomego punktu.

$$\mathbf{M} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{K} = \mathrm{I}\boldsymbol{\omega} = \mathrm{const}$$



•Zasada zachowania momentu pędu wykorzystywana jest podczas wykonywania piruetu; łyżwiarka, zmniejszając moment bezwładności względem osi obrotu (w stosunku do początkowej pozycji przedstawionej na rysunku), zwiększa wartość swojej prędkości kątowej.

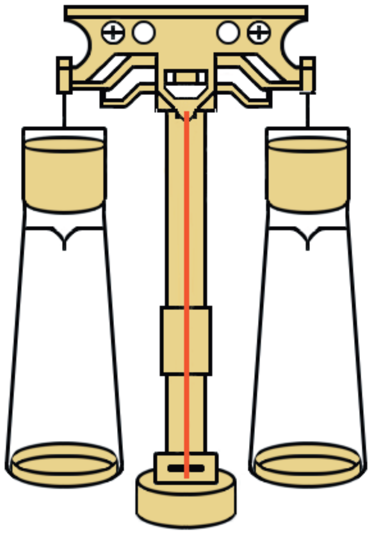
- Energia kinetyczna w ruchu obrotowym (E_k) $\Leftrightarrow$ energia, jaką posiada bryła sztywna o momencie bezwładności (I) względem zadanej nieruchomej swobodnej osi, obracająca się z prędkością kątową o wartości (ω) względem tej osi.

$$\boxed{E_k = \tfrac{1}{2} I\omega^2, \quad \left[E_k\right] = J}$$

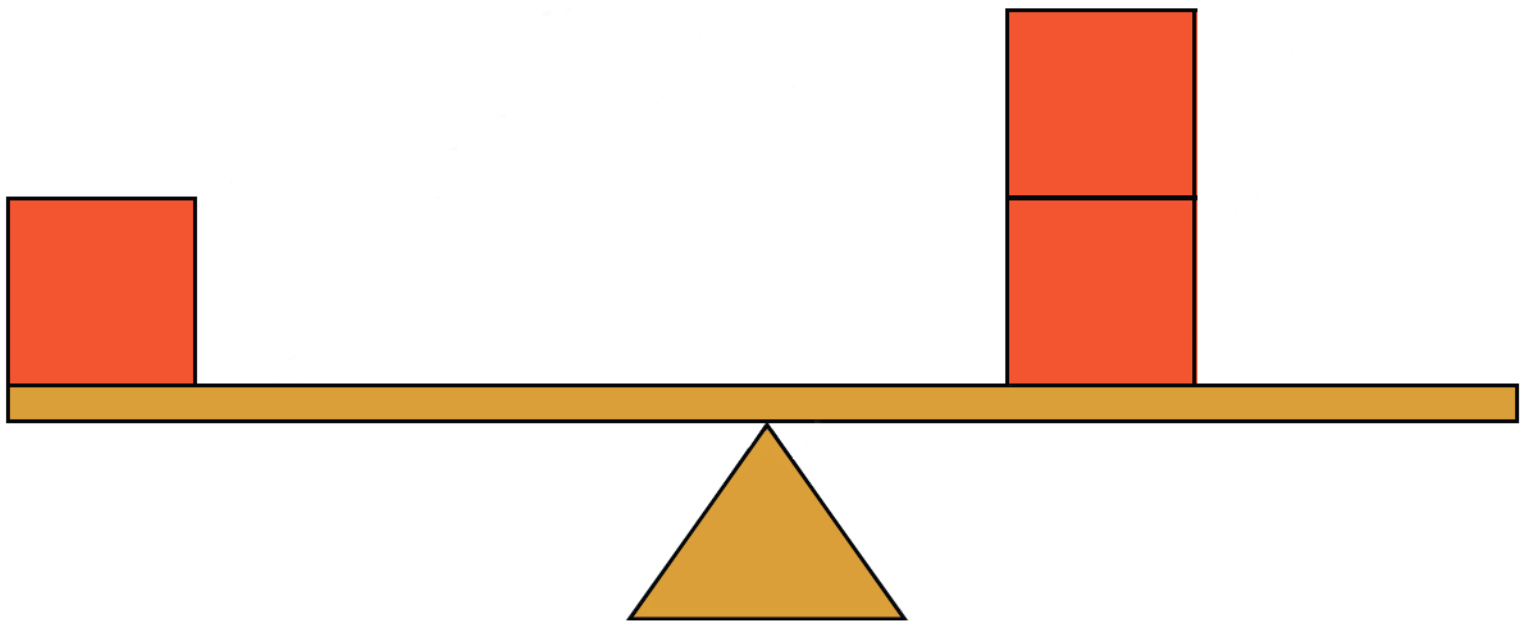
Warunki równowagi bryły sztywnej

•Warunki równowagi swobodnej bryły sztywnej $\Leftrightarrow$ twierdzenie stanowiące, że swobodna bryła sztywna pozostaje w równowadze mechanicznej wtedy i tylko wtedy, gdy wypadkowa wszystkich sił zewnętrznych działających na bryłę jest równa zeru oraz ich wypadkowy moment względem nieruchomego punktu jest również równy zeru.

•Dźwignia dwustronna ⇔ bryła sztywna, do której przyłożone są siły zewnętrzne, zaczepione po obu stronach nieruchomej osi obrotu lub punktu podparcia.



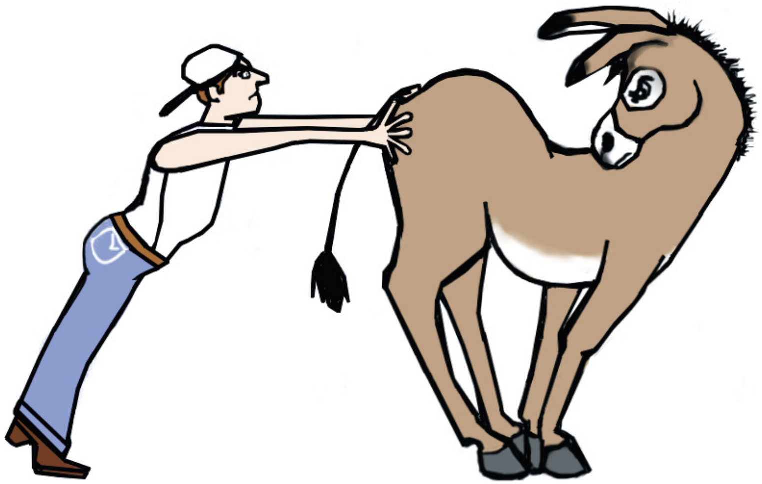
•Warunki równowagi dźwigni dwustronnej $\Leftrightarrow$ prawo stwierdzające, że wypadkowy moment sił zewnętrznych działających na dźwignię, liczony względem punktu leżącego na nieruchomej osi obrotu, musi być równy zeru.



•Dźwignia dwustronna w stanie równowagi

•Dźwignia jednostronna $\Leftrightarrow$ bryła sztywna, do której przyłożone są siły zewnętrzne, zaczepione po jednej stronie nieruchomej osi obrotu lub punktu podparcia.

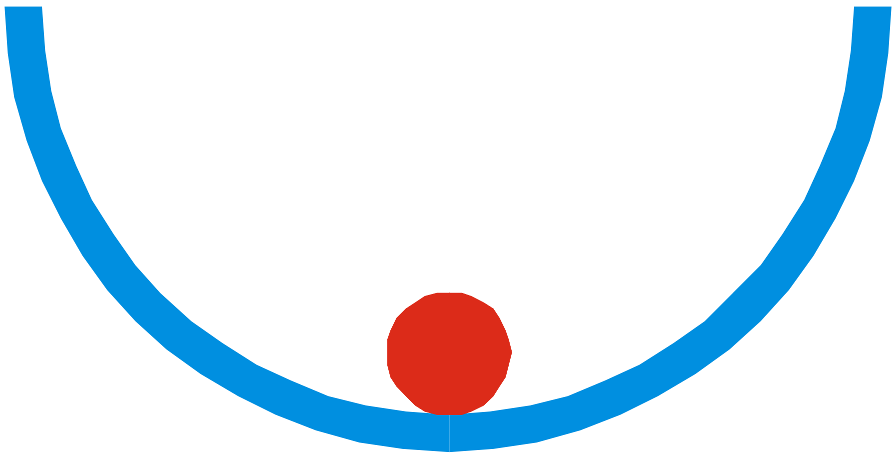
•Warunki równowagi dźwigni jednostronnej ⇔ prawo stwierdzające, że wypadkowy moment sił zewnętrznych działających na dźwignię, liczony względem punktu leżącego na nieruchomej osi obrotu, musi być równy zeru.



•Na rysunku dźwignią jednostronną jest ciało człowieka, stopy stanowią oś obrotu. Siłami, których momenty się równoważą, są ciężar człowieka i siła oporu stawianego przez osła.

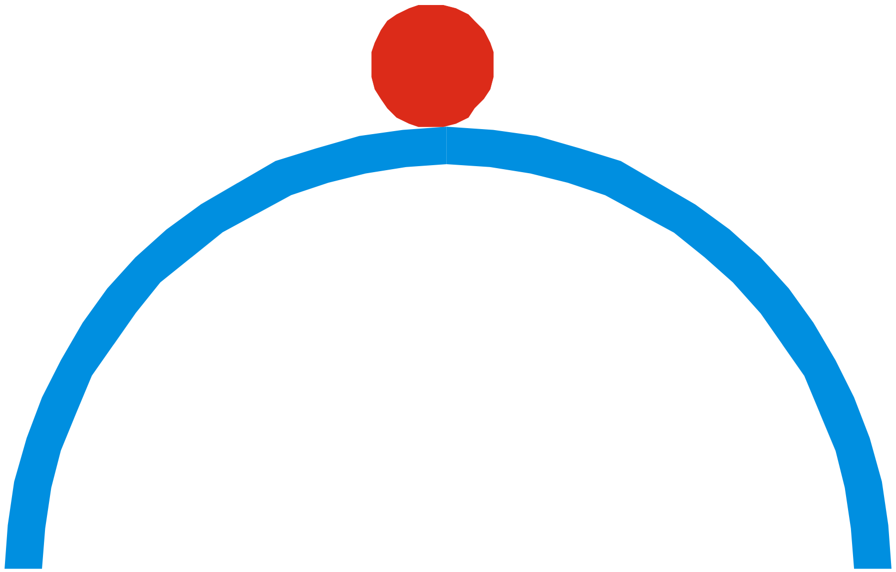
Stabilność układu mechanicznego

• Równowaga trwała ⇔ stabilny stan układu mechanicznego, składającego się z nieruchomych ciał, cechujący się minimalną wartością energii mechanicznej. Układ wytrącony z tego stanu, w wyniku małego krótkotrwałego zaburzenia, może powrócić do niego, wykonując małe drgania tłumione.



• Kulka w stanie równowagi trwałej

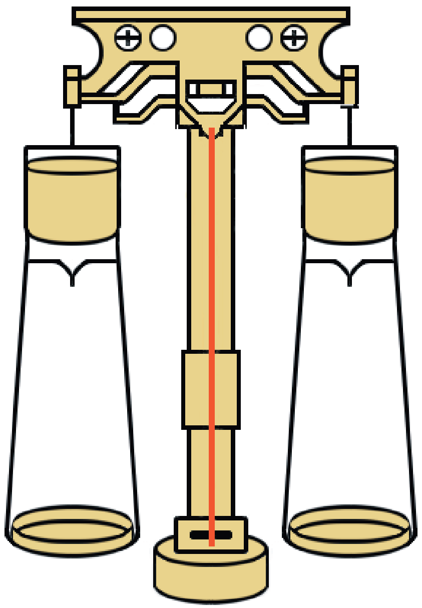
•Równowaga chwiejna $\Leftrightarrow$ niestabilny stan układu mechanicznego, składającego się z nieruchomych ciał, cechujący się maksymalną wartością energii mechanicznej. Układ wytrącony z tego stanu, w wyniku małego krótkotrwałego zaburzenia, już nigdy do niego nie powróci.



•Kulka w stanie równowagi chwiejnej

Wagi

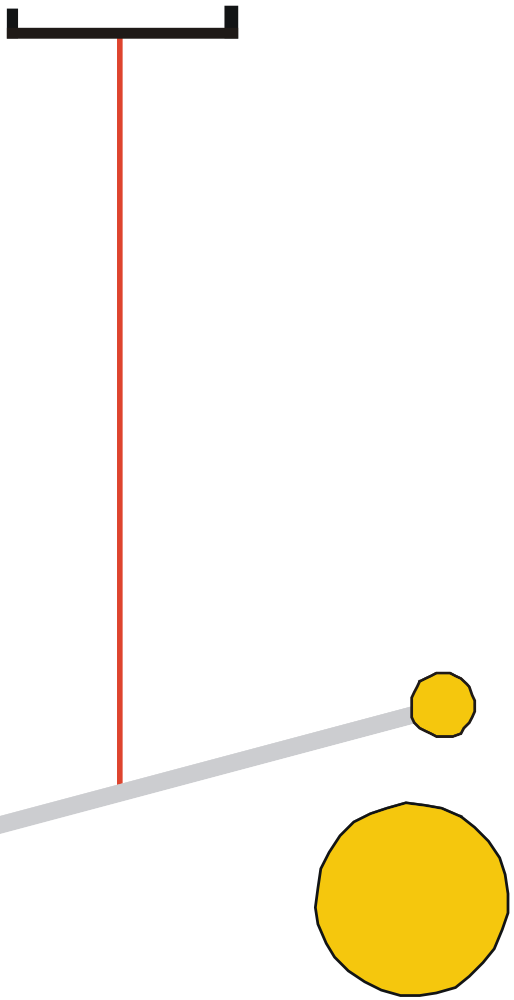
• Waga analityczna ⇔ przyrząd służący do pomiarów masy z dokładnością do 1 mg, a niekiedy nawet do 10^{-9} g. Stanowi ją równoramienna dźwignia dwustronna, zwana belką, na której końcach podwieszone są szalki. Na jednej szalce umieszcza się ważone ciało, a na drugiej – odważniki. Pomiar polega na uzyskaniu stanu równowagi mechanicznej, w którym belka wagi przyjmuje pozycję poziomą.



• Waga analityczna

•Waga skręceń (skrętna) ⇔ przyrząd służący do pomiarów bardzo małych wartości sił. Tworzy ją pionowa nić, do jej dolnego końca przymocowany jest poziomy lekki pręt, na którego końcach znajdują się jednakowe kulki. Siły przyłożone do końców pręta powodują jego obrót o kąt wprost proporcjonalny do wartości tych sił.

C Wagę skręceń skonstruował lord Cavendish i wykorzystał ją w 1798 do pomiaru stałej grawitacyjnej, co umożliwiło wyznaczenie masy Ziemi.
B Henry Cavendish (1731-1810), brytyjski chemik i fizyk.



•Waga skręceń (skrętna)

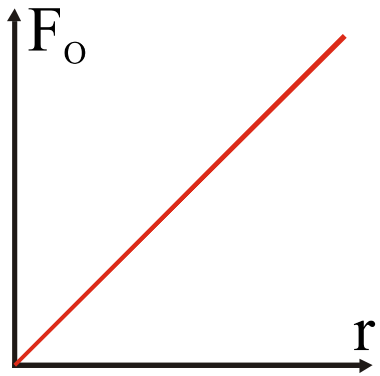
Siły bezwładności

- Odśrodkowa siła bezwładności (F_o) $\Leftrightarrow$ siła bezwładności mierzona w niutonach [N], pojawiająca się w wirującym z prędkością kątową (ω) układzie odniesienia, której wartość wynosi

$$F_o = m\omega^2 r, \quad [F_o] = N$$

- m – masa cząstki
- r – odległość cząstki od osi obrotu

Odśrodkowa siła bezwładności, działająca na cząstkę, jest skierowana od osi obrotu i leży na prostej prostopadłej do osi obrotu.

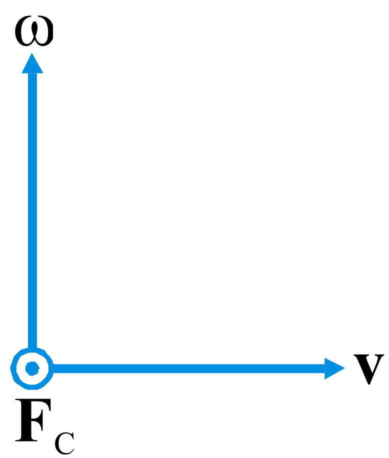


- Wykres zależności wartości odśrodkowej siły bezwładności (F_o) od odległości cząstki od osi obrotu (r)

•Siła Coriolisa (F_C) ⇔ siła bezwładności działająca na cząstkę o masie (m), poruszającą się z prędkością (**v**) w układzie wirującym z prędkością kątową (ω), mierzona w niutonach [N].

$$\mathbf{F}_C = 2m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$$
$$[F_C] = N$$

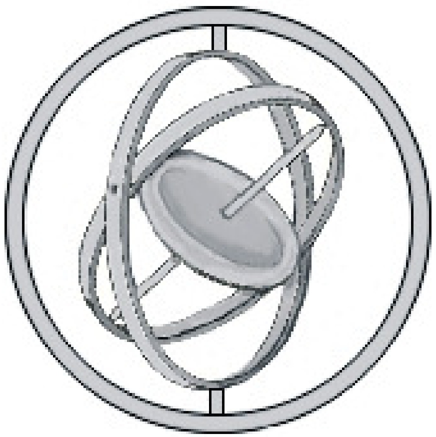
H Siła ta została odkryta przez Coriolisa w 1835.
B Gaspard-Gustave de Coriolis (1792-1843), francuski fizyk i matematyk.
P Z punktu widzenia obserwatora związanego z Ziemią siła Coriolisa powoduje między innymi następujące zjawiska:
•Ciało spadające swobodnie zbacza ku wschodowi.
•Ciało poruszające się na półkuli północnej w kierunku północnym zostaje odchylone ku wschodowi.



- Wzajemne położenie wektorów $\mathbf{F}_C$, ω i **v**

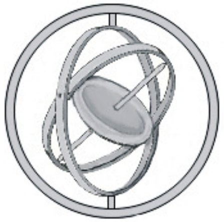
•Zawieszenie Cardana (kardanowe) ⇔ zawieszenie umożliwiające ruch ciała wokół dwóch lub trzech osi obrotu, przecinających się w jednym punkcie.

B Jerome Cardan [Girolamo Cardano] (1501-1576), włoski uczony.



•Zawieszenie Cardana (kardanowe)

•Żyroskop $\Leftrightarrow$ symetryczna bryła sztywna, zawieszona kardanowo w jej środku masy, obracająca się wokół osi symetrii.

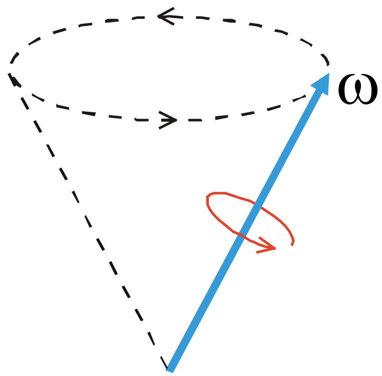


•Żyroskop

Ruch precesyjny

•Precesja (ruch precesyjny) $\Leftrightarrow$ jeden z możliwych ruchów składowych bryły sztywnej.

•Rozpatrzmy ruch symetrycznej bryły sztywnej (bąka), będący złożeniem jednostajnego ruchu obrotowego wokół osi symetrii oraz ruchu osi symetrii ze stałą prędkością kątową po powierzchni pionowego stożka, którego wierzchołek znajduje się w punkcie podparcia osi. Drugi z tych ruchów nazywany jest precesją.



•Bąk (zabawka): oś wirującego bąka wykonuje ruch precesyjny.

Ruch obrotowo-postępowy

dr Zbigniew Osiak

Rysunki wykonała

Małgorzata Osiak

Plan wykładu

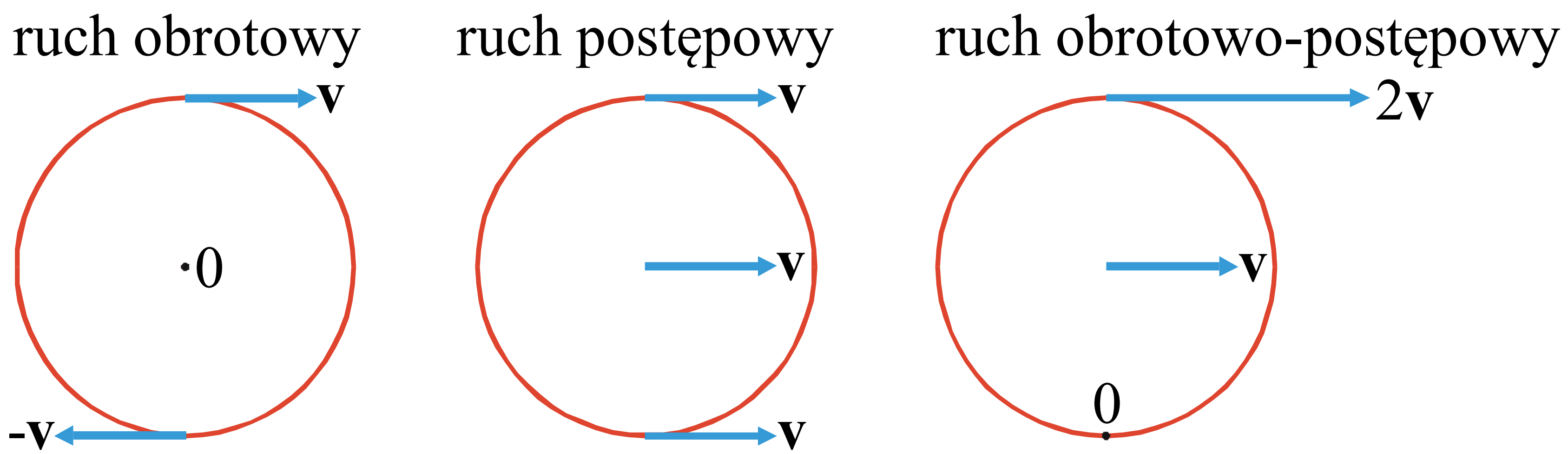
• Ruch obrotowy $\Leftrightarrow$ ruch bryły sztywnej, podczas którego jej punkty poruszają się po okręgach prostopadłych do wspólnej nieruchomej osi obrotu.

• Ruch postępowy $\Leftrightarrow$ ruch bryły sztywnej, podczas którego odcinek łączący dowolne dwa jej punkty pozostaje równoległy do swego początkowego położenia.

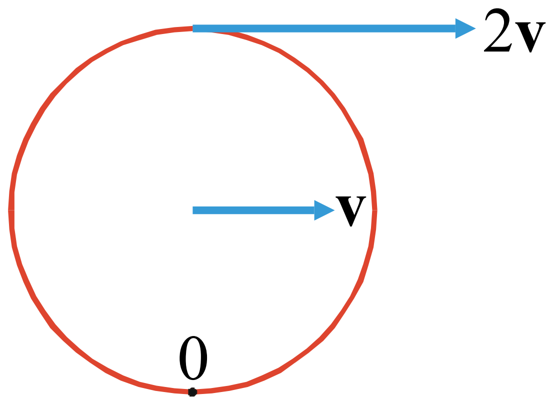
• Energia kinetyczna w ruchu postępowym (E_k) $\Leftrightarrow$ energia, jaką posiada bryła sztywna o masie (m), poruszająca się ruchem postępowym z szybkością (v), mierzona w dżulach [J].

$$\boxed{E_k = \tfrac{1}{2} m v^2, \quad \left[E_k\right] = J}$$

•Ruch obrotowo-postępowy ⇔ ruch będący złożeniem ruchu obrotowego i postępowego.

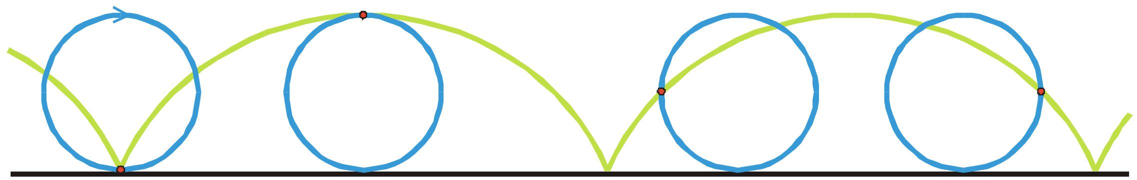


•Prędkości chwilowe trzech wybranych punktów w ruchach: obrotowym, postępowym i obrotowo-postępowym


2v
v
0

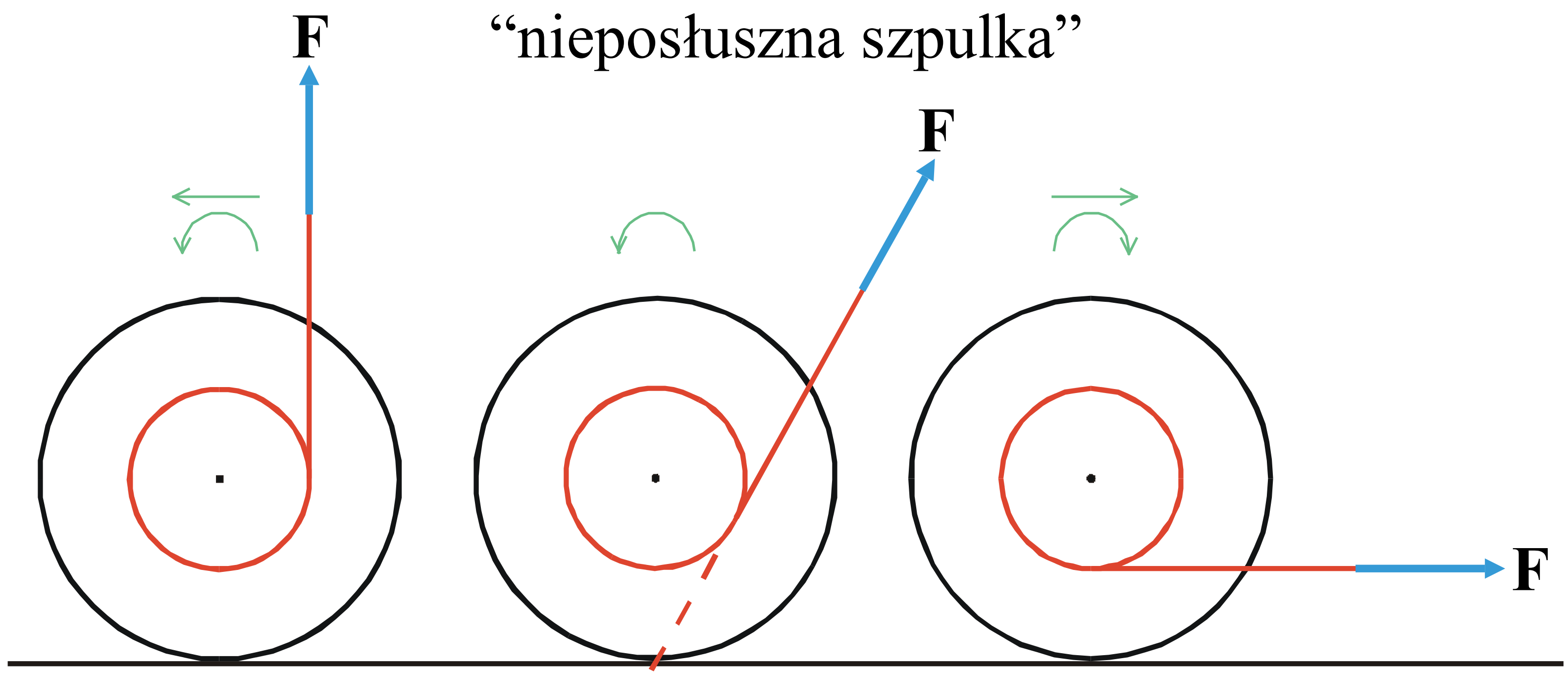
- Chwilowa oś obrotu $\Leftrightarrow$ oś obrotu zmieniającą swoje położenie w przestrzeni.
- Ruch obrotowo-postępowy można rozpatrywać jako ruch obrotowy bryły sztywnej wokół chwilowej osi przechodzącej przez punkt (punkty) stykania się bryły z podłożem.

•Torami punktów poruszających się ruchem obrotowo-postępowym są cykloidy.

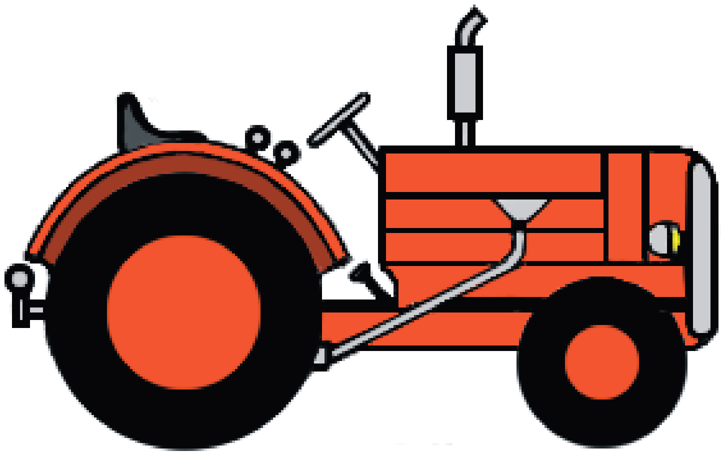


•Cykloida, po której porusza się punkt leżący na obwodzie koła poruszającego się ruchem obrotowo-postępowym, została zaznaczona kolorem zielonym.

Kierunek ruchu obrotowo-postępowego



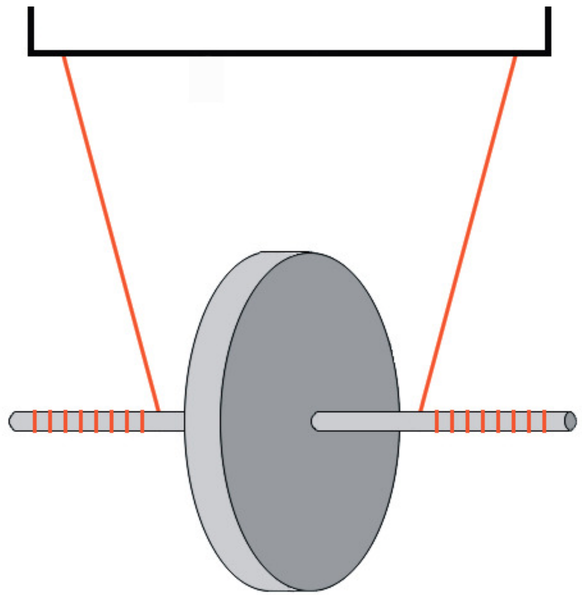
•Kierunek ruch obrotowo-postępowego szpulki zależy od kierunku siły (**F**) przyłożonej do nici; lewa szpulka porusza się w lewo, prawa szpulka – w prawo, środkowa – tylko się obraca.



- Koła poruszającego się ciągnika wykonują ruch obrotowo-postępowy; wartości prędkości kątowych dużych kół względem ich osi są mniejsze niż wartości prędkości kątowych małych kół.

•W wahadle Maxwella mamy do czynienia z zamianą energii potencjalnej na energię kinetyczną ruchu postępowego i obrotowego oraz *vice versa*, co powoduje, że koło na przemian opada i podnosi się. Wskutek strat energii ruch wahadła po pewnym czasie ustaje.

•Wahadło (koło) Maxwella



•Odmianą koła Maxwella jest znana zabawka zwana jojo.

•Energia kinetyczna w ruchu obrotowo-postępowym $\Leftrightarrow$ energia jaką posiada bryła sztywna o masie (m) i momencie bezwładności (I) względem osi przechodzącej przez jej środek masy, poruszająca się ruchem obrotowo-postępowym.

$$E_k = \tfrac{1}{2} I\omega^2 + \tfrac{1}{2} mv^2, \quad [E_k] = J$$

- Dla walca, cienkościennej rury, kuli oraz cienkościennej powłoki sferycznej momenty bezwładności względem osi przechodzących przez środki mas tych brył można zapisać w postaci jednego wzoru.

$$\boxed{I = kmr^2}$$

m – masa bryły

r – promień poprzecznego przekroju kołowego bryły

$\boxed{k = \frac{1}{2}}$ dla walca względem jego osi

$\boxed{k = 1}$ dla cienkościennej rury względem jej osi

$\boxed{k = \frac{2}{5}}$ dla kuli

$\boxed{k = \frac{2}{3}}$ dla cienkościennej powłoki sferycznej

Energia kinetyczna w ruchu obrotowo-postępowym walców i kul

•Dla walca, cienkościennej rury, kuli oraz cienkościennej powłoki sferycznej energia kinetyczna w ruchu obrotowo-postępowym może być zapisana w poniższej postaci.

$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2 (1 + k)$$

Drgania harmoniczne

dr Zbigniew Osiak

Rysunki wykonała

Małgorzata Osiak

Plan wykładu

Podstawowe pojęcia

- Ruch drgający $\Leftrightarrow$ ruch niejednostajnie zmienny, prostoliniowy, na przemian opóźniony i przyspieszony.

- Środek drgań (położenie równowagi) $\Leftrightarrow$ punkt wokół którego wykonywany jest ruch drgający.

•Wychylenie (**x**) ⇔ wektor, którego początek znajduje się w środku drgań, a koniec – w drgającym punkcie materialnym.

•Amplituda drgań (A) $\Leftrightarrow$ maksymalna wartość wychylenia mierzona w metrach [m].

Okres drgań

- Okres drgań (T) $\Leftrightarrow$ czas potrzebny na wykonanie jednego pełnego drgania. Okres drgań mierzony jest w sekundach [s].

•Częstotliwość drgań (f) $\Leftrightarrow$ odwrotność okresu drgań (T) mierzona w hercach [Hz].

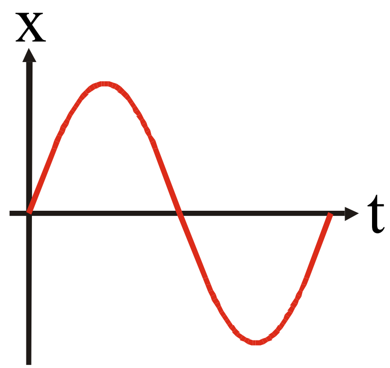
$$f = \frac{1}{T}, \quad [f] = \frac{1}{s} = Hz$$

•Częstotliwość kątowa (ω) ⇔ wielkość skalarna wykorzystywana do opisu zjawisk okresowych, określona jako:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\ , \quad [\omega] = \frac{1}{s}$$

•Ruch drgający harmoniczny prosty $\Leftrightarrow$ ruch niejednostajnie zmienny, prostoliniowy, na przemian opóźniony i przyspieszony, w którym współrzędna wektora wychylenia (x) cząstki zmienia się w czasie według wzoru:

$$x = A\sin\omega t, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



•Przyjęliśmy następujący warunek początkowy:

$$t = 0, \quad x = 0$$

•Faza drgań (α) $\Leftrightarrow$ kąt, mierzony w radianach, określony jako:

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t + \alpha_0 = 2\pi f t + \alpha_0$$

•Powiadamy, że dwa drgania o jednakowych częstotliwościach mają zgodne fazy, jeżeli różnica ich faz początkowych ($\Delta\alpha_0$) spełnia poniższy warunek:

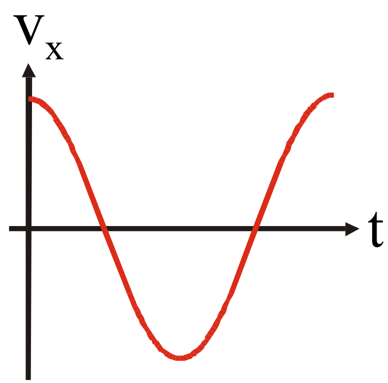
$$\Delta\alpha_0 = 2n\pi, \quad n = 0,1,2,\cdots$$

•Powiadamy, że dwa drgania o jednakowych częstotliwościach mają przeciwne fazy, jeżeli różnica ich faz początkowych ($\Delta\alpha_0$) spełnia poniższy warunek:

$$\Delta\alpha_0 = (2n+1)\pi, \quad n = 0,1,2,\cdots$$

•Współrzędna prędkości chwilowej (v_x) w ruchu drgającym harmonicznym prostym zmienia się w czasie (t) według wzoru:

$$v_x = \omega A \cos\omega t$$



•Wartość prędkości chwilowej (v) zależy od współrzędnej wychylenia (x) zgodnie z relacją:

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Prędkość maksymalna

•Prędkość maksymalna (v_{max}) $\Leftrightarrow$ wartość prędkości z jaką cząstka, wykonująca ruch drgający harmoniczny prosty, mija środek drgań.

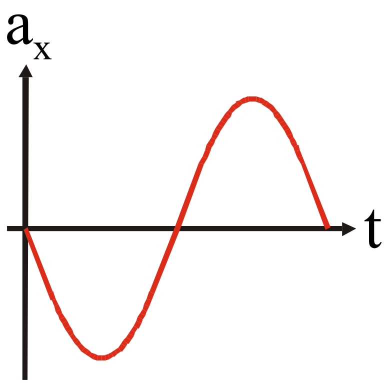
$$v_{max} = \omega A = 2\pi f A = \frac{2\pi A}{T}, \quad [v_{max}] = \frac{m}{s}$$

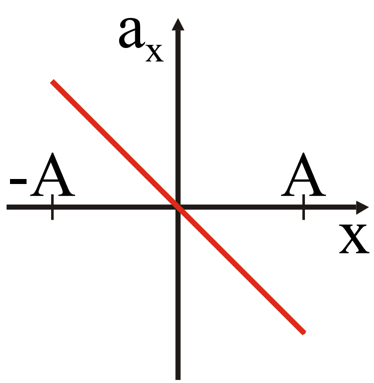
- Współrzędna przyspieszenia chwilowego (a_x) w ruchu drgającym harmonicznym prostym zmienia się w czasie (t) i w zależności od współrzędnej wychylenia (x) według wzorów:

$$a_x = -\omega^2 A \sin \omega t$$

$$a_x = -\omega^2 x$$

$$[a_x] = \frac{m}{s^2}$$





Przyspieszenie maksymalne

• Przyspieszenie maksymalne (a_{max}) $\Leftrightarrow$ wartość przyspieszenia jakie posiada cząstka, wykonująca ruch drgający harmoniczny prosty, w skrajnych wychyleniach.

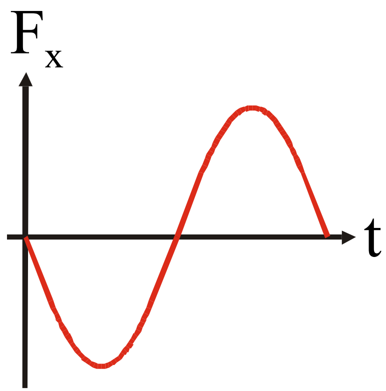
$$a_{max} = \omega^2 A = 4\pi^2 f^2 A = \frac{4\pi^2 A}{T^2}, \quad [a_{max}] = \frac{m}{s^2}$$

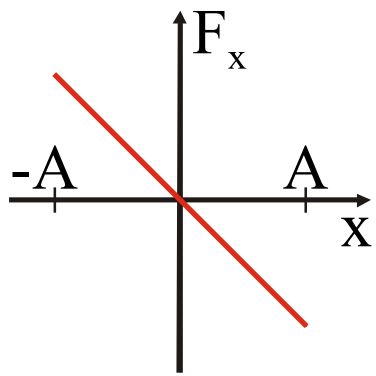
•Współrzędna siły chwilowej (F_x) powodującej ruch drgający harmoniczny prosty punktu materialnego zmienia się w czasie (t) i w zależności od wychylenia (x) według wzorów:

$$F_x = -m\omega^2 A \sin \omega t$$

$$F_x = -m\omega^2 x$$

$$[F_x] = N$$





• Siła maksymalna (F_{max}) $\Leftrightarrow$ maksymalna wartość siły powodującej ruch drgający harmoniczny prosty cząstki o masie (m).

$$F_{max} = m\omega^2 A = m4\pi^2 f^2 A = m\frac{4\pi^2 A}{T^2}$$

$$[F_{max}] = N$$

•Energia kinetyczna w ruchu drgającym harmonicznym prostym (E_k) zmienia się w czasie (t) i w zależności od wychylenia (x) według wzorów:

$$E_k = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

$$E_k = \tfrac{1}{2} m\omega^2 \left(A^2 - x^2\right)$$

$$\left[E_k\right] = J$$

•Energia kinetyczna maksymalna $\Leftrightarrow$ maksymalna wartość energii kinetycznej jaką posiada cząstka, wykonująca ruch drgający harmoniczny prosty, w położeniu równowagi.

$$E_k = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2$$
$$\left[E_{k_{max}}\right] = J$$

•Energia potencjalna w ruchu drgającym harmonicznym prostym (E_p) zmienia się w czasie (t) i w zależności od wychylenia (x) według wzorów:

$$E_p = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t$$

$$E_p = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$E_p = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$$

$$\left[E_p\right] = J$$

• Energia potencjalna maksymalna $\Leftrightarrow$ maksymalna wartość energii potencjalnej jaką posiada cząstka, wykonująca ruch drgający harmoniczny prosty, w skrajnych wychyleniach.

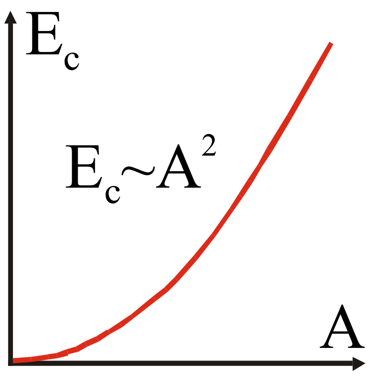
$$E_p = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

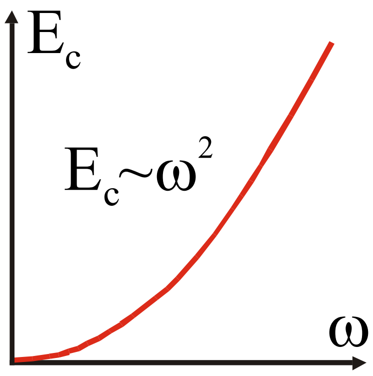
$$\left[E_{p_{max}}\right] = J$$

•Energia całkowita w ruchu drgającym harmonicznym prostym (E_c) jest sumą energii kinetycznej (E_k) i energii potencjalnej (E_p) cząstki.

$$E_c = E_k + E_p = \tfrac{1}{2} m A^2 \omega^2,\ \left[E_c\right] = J$$

Energia całkowita





- Wykres zależności energii całkowitej w ruchu drgającym (E_c) od amplitudy drgań (A) przy ustalonej masie ciała (m) i częstotliwości kątowej drgań (ω)

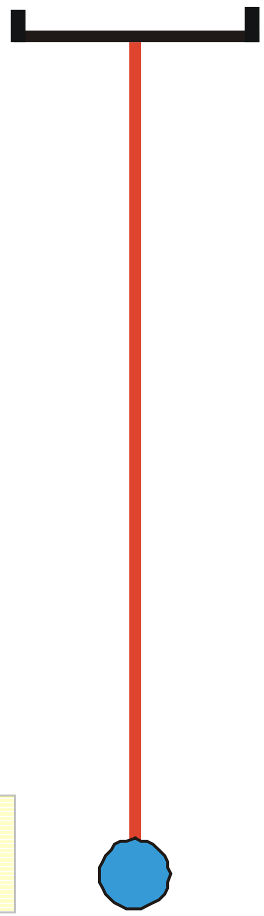
- Wykres zależności energii całkowitej w ruchu drgającym (E_c) od częstotliwości kątowej drgań (ω) przy ustalonej masie ciała (m) i amplitudzie drgań (A)

- Oscylator harmoniczny $\Leftrightarrow$ cząstka wykonująca ruch drgający harmoniczny prosty.
- Równie ruchu jednowymiarowego oscylatora harmonicznego można zapisać w poniższej postaci.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

•Wahadło matematyczne $\Leftrightarrow$ cząstka o masie (m) zawieszona na długiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici, wykonująca małe drgania o okresie (T):

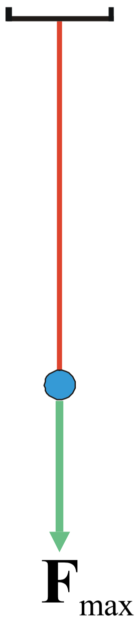
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



•l – długość wahadła matematycznego
•g – przyspieszenie ziemskie

•Wahadło matematyczne

•Maksymalna wartość siły naciągającej nić wahadła (F_{max}) $\Leftrightarrow$ suma sił grawitacyjnej i odśrodkowej w środku drgań.



$$F_{max} = mg + \frac{mv_{max}^2}{l}$$

- m – masa ciała
- g – przyspieszenie ziemskie
- l – długość wahadła
- v_{max} – maksymalna wartość prędkości chwilowej

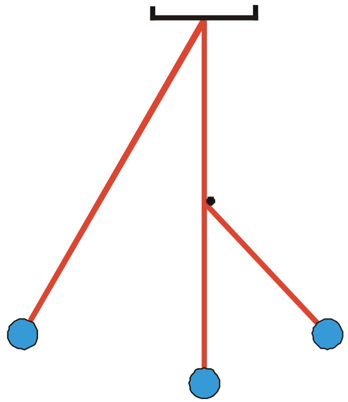
•Maksymalna wartość siły naciągającej nić wahadła matematycznego (F_{max})

•Jeżeli na cząstkę o masie (m) podwieszoną na długiej, nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości (l) działa oprócz siły grawitacji (F_g) dodatkowa siła (F_d), to okres drgań (T) takiego wahadła można wyznaczyć ze wzoru:

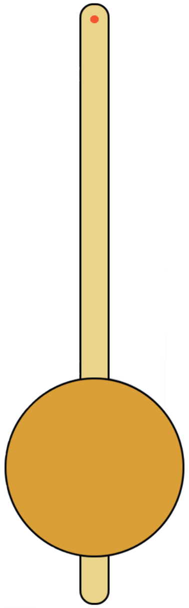
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{\left|\mathbf{F}_g + \mathbf{F}_d\right|}}$$

• Wahadło Foucaulta $\Leftrightarrow$ wahadło matematyczne, z zawieszeniem Cardana. Służy do demonstrowania ruchu wirowego Ziemi. Jest to możliwe dzięki temu, że płaszczyzna wahań wahadła Foucaulta nie zmienia się względem obserwatora inercjalnego nie związanego z Ziemią.

• Wahadło Galileusza ⇔ wahadło matematyczne o regulowanej długości. Służy do demonstrowania zasady zachowania energii mechanicznej.



• Wahadło Galileusza; po zmianie długości wahadła, wskutek zastosowania blokady (czarny punkt), cząstka wzniesie się po prawej stronie na początkową wysokość, z której rozpoczęła ruch po lewej stronie.



•Wahadło fizyczne ⇔ bryła sztywna o masie (m), wykonująca małe drgania o okresie (T) wokół poziomej osi nie przechodzącej przez środek masy.

•Okres drgań wahadła fizycznego (T) dany jest wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}, \quad [T] = s$$

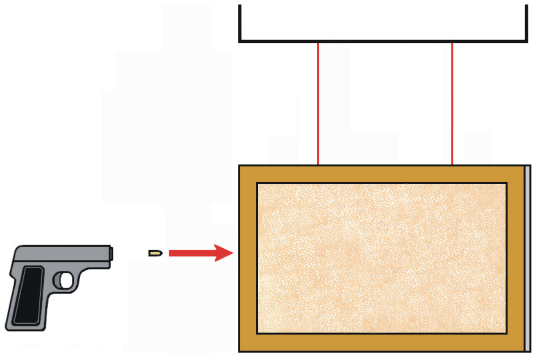
•I – moment bezwładności wahadła względem poziomej osi obrotu

•d – odległość osi obrotu od środka masy wahadła

•m – masa wahadła

•g – przyspieszenie ziemskie

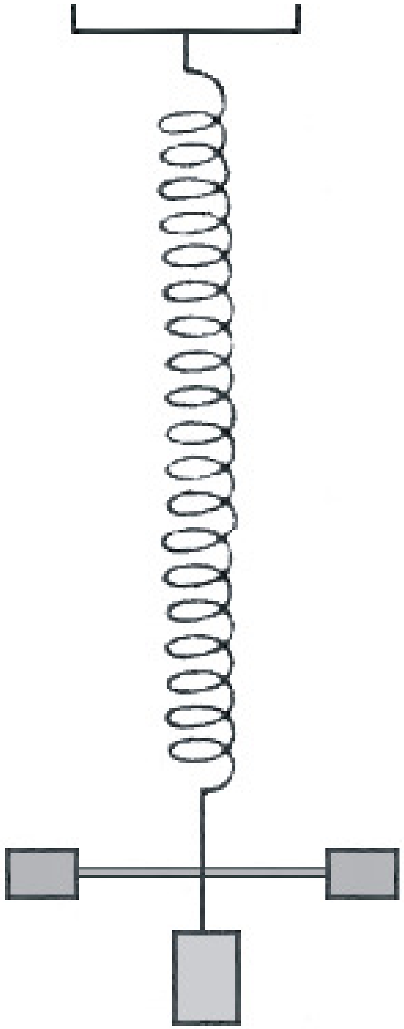
- Wahadło balistyczne $\Leftrightarrow$ wahadło służące do pomiarów szybkości pocisków, tworzy go odpowiednio podwieszona, ciężka skrzynka drewniana wypełniona piaskiem.
- Szybkość (v) pocisku można obliczyć z poniższego wzoru:



$$v = \frac{M + m}{m}\sqrt{2gh}$$

- Wahadło balistyczne

- M – masa skrzynki z piaskiem
- m – masa pocisku
- g – przyspieszenie ziemskie
- h – wysokość na jaką wznosi się środek masy skrzynki



•Wahadło Wilberforce'a ⇔ pionowo zawieszona sprężyna z podczepionym do niej ciężarkiem o regulowanym momencie bezwładności względem osi pionowej.

•Wahadło Wilberforce'a służy do demonstrowania sprzężenia drgań oscylacyjnych z rotacyjnymi.

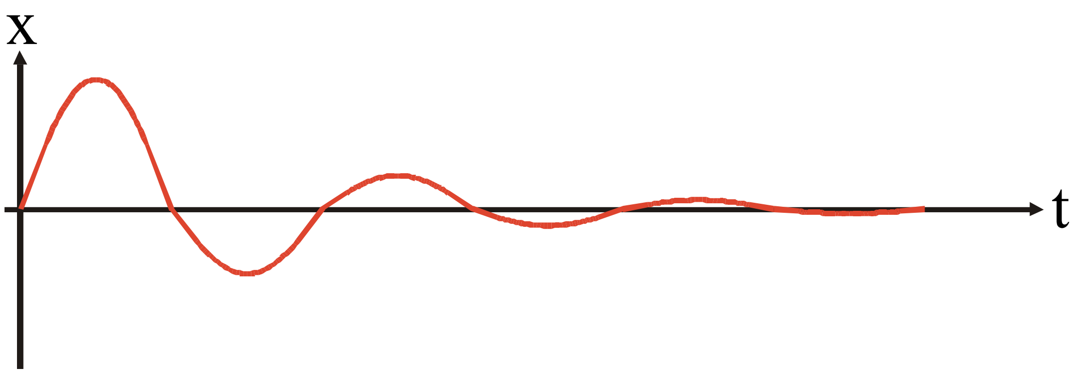
•Jeżeli okresy obu tych drgań będą równe, to wystąpi zjawisko rezonansu. Po tym, jak energia drgań oscylacyjnych zostanie zamieniona na energię drgań rotacyjnych, nastąpi efekt odwrotny.

•Wahadło Wilberforce'a

Drgania

•Drgania własne (swobodne) $\Leftrightarrow$ drgania wykonywane przez układ wyprowadzony jednorazowo ze stanu równowagi trwałej.

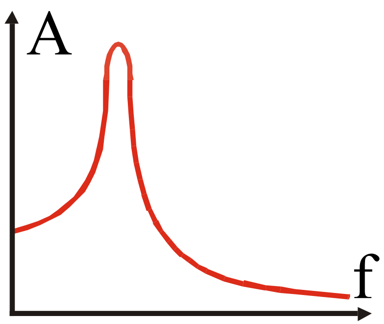
•Drgania tłumione (gasnące) ⇔ drgania o zmniejszającej się w czasie amplitudzie wskutek strat energii.



•Wykres zależności współrzędnej wychylenia cząstki (x) od czasu (t) dla drgań tłumionych

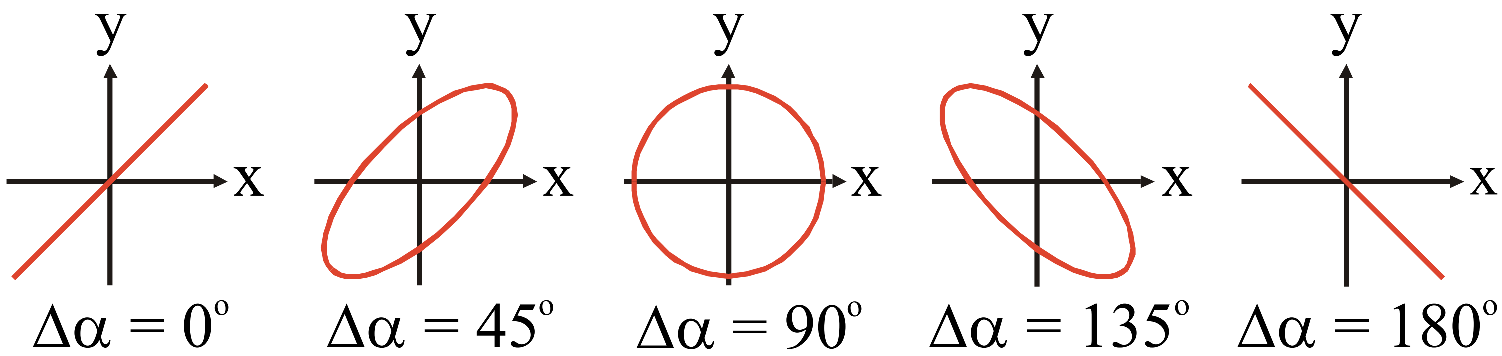
•Drgania wymuszone $\Leftrightarrow$ drgania spowodowane działaniem na układ zewnętrznej siły wymuszającej, zmieniającej się okresowo w czasie.

- Rezonans ⇔ gwałtowny wzrost amplitudy drgań wymuszonych przy zbliżaniu się częstotliwości siły wymuszającej do wartości tak zwanej częstotliwości rezonansowej.
- W przypadku swobodnego układu drgającego częstotliwości rezonansowe są równe częstotliwościom drgań własnych tego układu.



- Wykres zależności amplitudy drgań wymuszonych (A) od częstotliwości siły wymuszającej (f)

•Składanie drgań prostopadłych ⇔ badanie ruchu wypadkowego cząstki, będącego złożeniem dwóch drgań wzajemnie prostopadłych.



•Na rysunku został podany wynik złożenia dwóch drgań wzajemnie prostopadłych o jednakowych amplitudach i częstotliwościach, przesuniętych w fazie o 0^{o}, 45^{o}, 90^{o}, 135^{o} i 180^{o}.

•Figury Lissajous $\Leftrightarrow$ zamknięte tory cząstki, której ruch jest złożeniem dwóch wzajemnie prostopadłych ruchów harmonicznych.
•Kształt figur Lissajous zależy od amplitud, częstotliwości oraz faz drgań składowych.
•Figury Lissajous można oglądać na ekranie oscyloskopu. W tym celu należy przyłożyć do płytek odchylania poziomego i pionowego napięcia sinusoidalnie zmienne o różnych amplitudach, częstotliwościach oraz fazach.

Wykłady z Fizyki 01

Mechanika