

# Wykłady z Fizyki 03



Zbigniew Osiak

Hydromechanika

## **ORCID**

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:

<http://orcid.org/0000-0002-5007-306X>

## **OZNACZENIA**

**B** – notka biograficzna

**C** – ciekawostka

**D** – propozycja wykonania doświadczenia

**H** – informacja dotycząca historii fizyki

**I** – adres strony internetowej

**K** – komentarz

**P** – przykład

**U** – uwaga

**Zbigniew Osiak** (Tekst)

**WYKŁADY Z FIZYKI**  
Hydromechanika

**Małgorzata Osiak** (Ilustracje)

© Copyright 2013 by  
Zbigniew Osiak (text) and Małgorzata Osiak (illustrations)

Wszelkie prawa zastrzeżone.

Rozpowszechnianie i kopiowanie całości lub części publikacji  
zabronione bez pisemnej zgody autora tekstu i autorki ilustracji.

Portret autora zamieszczony na okładkach przedniej i tylnej  
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-3891-7

e-mail: [zbigniew.osiak@gmail.com](mailto:zbigniew.osiak@gmail.com)

“*Wykłady z Fizyki – Hydromechanika*” są trzecim z piętnastu tomów pomocniczych materiałów do jednorocznego kursu fizyki prowadzonego przeze mnie na różnych kierunkach inżynierskich. Zainteresowani studiowaniem fizyki znajdą tu podstawowe pojęcia, prawa, jednostki, wzory, wykresy i przykłady.

Uzupełnieniem trzeciego tomu są eBooki:

Z. Osiak: *Encyklopedia Fizyki*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Zadania Problemowe z Fizyki*. Self Publishing (2011).

Z. Osiak: *Angielsko-polski i polsko-angielski słownik terminów fizycznych*. Self Publishing (2011).

Zapis wszystkich trzydziestu wykładów zgrupowanych w piętnastu tomach zostanie zamieszczony w internecie w postaci eBooków.

- 
- Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Mechanika.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Akustyka.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Hydromechanika.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Grawitacja.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Termodynamika.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Elektryczność.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Magnetyzm.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Elektromagnetyzm.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Optyka.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Kwanty.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Ciało Stałe.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Jądra.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Cząstki Elementarne.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Teoria Względności.*
  - Z. Osiak: *Wykłady z Fizyki – Stałe Uniwersalne i Jednostki.*

# Hydromechanika

**dr Zbigniew Osiak**

Rysunki wykonała

**Małgorzata Osiak**

- 
- Podstawowe pojęcia 09
  - Ciśnienie hydrostatyczne 17
  - Prawo Archimedesesa 27
  - Prawo Pascala 33
  - Równanie Bernoulliego 39
  - Przepływ laminarny i turbulentny 51
  - Ciecz Newtonowska 56
  - Prawo Stokesa 63
  - Napięcie powierzchniowe 68
  - Oddziaływania międzycząsteczkowe 81
  - Solitony 87



- Hydromechanika 10
- Ciecz 11
- Ciecz doskonała 12
- Płyny 13
- Element płynu 14
- Ciężar właściwy 15
- Liczba Macha 16

- 
- Hydromechanika  $\Leftrightarrow$  dział fizyki zajmujący się badaniem stanu równowagi i ruchu płynów.
  - Hydromechanika nazywana jest też mechaniką płynów.

- 
- Ciecz  $\Leftrightarrow$  ciało przyjmujące kształt naczynia, w którym się znajduje, wypełniające tylko część naczynia równą swojej objętości. Ciecz jest praktycznie nieściśliwa, na jej swobodnej powierzchni znajduje się cienka błona zwana błoną powierzchniową.

- 
- Ciecz doskonała  $\Leftrightarrow$  ciecz nieściśliwa i nielepka. Ciecz doskonała nazywana jest też cieczą idealną.

- Płyny  $\Leftrightarrow$  ciecze i gazy. Płyny przyjmują kształt naczynia, w którym się znajdują. Przy czym gazy wypełniają całą objętość naczynia, a ciecze tylko część równą ich objętości. Gazy charakteryzują się dużą ściśliwością, a ciecze są praktycznie nieściśliwe.

- 
- Element płynu  $\Leftrightarrow$  obszar płynu, w którym prędkości cząsteczek są identyczne, dlatego w rozważaniach z zakresu hydrodynamiki możemy mu przypisać tylko jeden wektor prędkości.

- Ciężar właściwy ( $\gamma$ )  $\Leftrightarrow$  wielkość wektorowa, która jest stosunkiem ciężaru ciała ( $Q$ ) do jego objętości ( $V$ ).

$$\gamma = \frac{Q}{V}, \quad [\gamma] = \frac{N}{m^3}$$

- Kierunek i zwrot ciężaru właściwego pokrywają się z kierunkiem i zwrotem ciężaru ciała.

---

- Liczba Macha  $\Leftrightarrow$  liczba będąca stosunkiem wartości prędkości ciała poruszającego się w ośrodku do wartości prędkości dźwięku w tym ośrodku.

**B** Ernst Mach (1838-1916), austriacki fizyk i filozof.

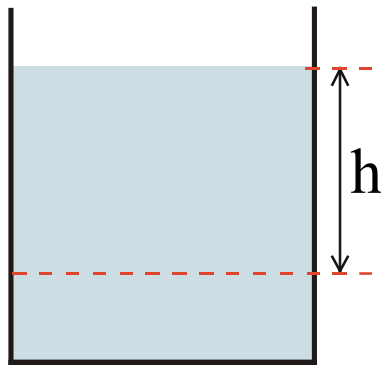


- Ciśnienie hydrostatyczne 18
- Naczynia połączone 19
- Ciśnienie atmosferyczne 20
- Doświadczenie Torricellego 21
- Barometr rtęciowy 23
- Manometr metalowy 24
- Parcie 25
- Paradoks hydrostatyczny 26

- Ciśnienie hydrostatyczne ( $p_h$ )  $\Leftrightarrow$  ciśnienie na danym poziomie w cieczy o gęstości ( $\rho$ ), wywierane przez słup cieczy o wysokości ( $h$ ) liczonej od tego poziomu.

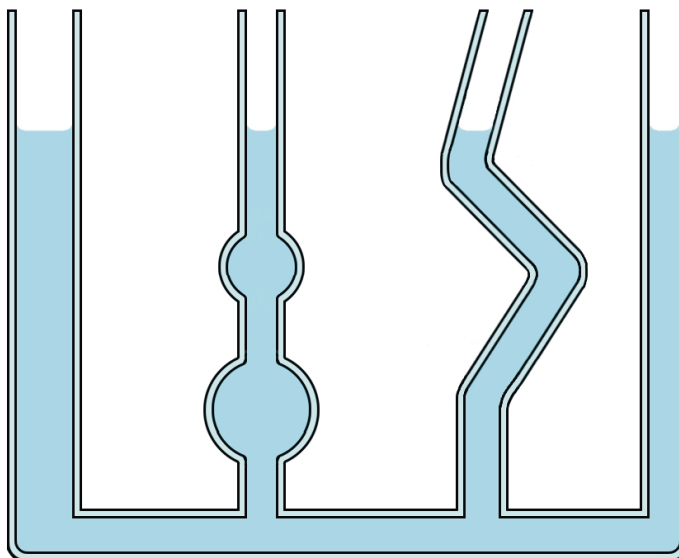
$$p_h = \rho g h$$

- $g$  – przyspieszenie ziemskie



- Wysokość ( $h$ ) słupa cieczy

- Naczynia połączone  $\Leftrightarrow$  naczynia o takich samych lub różnych kształtach połączone tak, by ciecz mogła je wypełnić. Powierzchnia jednorodnej spoczywającej cieczy w naczyniach połączonych znajduje się na jednym poziomie, oczywiście, jeżeli można zaniedbać efekty kapilarne.



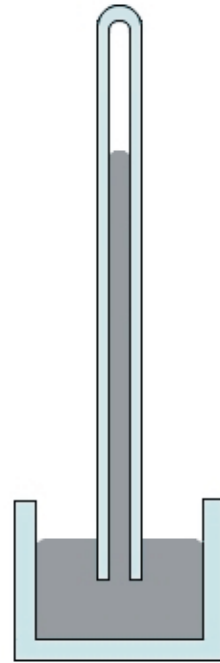
• Naczynia połączone

- Ciśnienie atmosferyczne  $\Leftrightarrow$  ciśnienie wywierane przez atmosferę, którego wartość na danym poziomie zależy od wysokości słupa atmosfery, gęstości powietrza i wartości przyspieszenia ziemskiego. Typowa wartość ciśnienia atmosferycznego, mierzonego na poziomie morza, wynosi 1013,25 hPa.

• Doświadczenie Torricellego  $\Leftrightarrow$  doświadczenie wykazujące, że powietrze atmosferyczne wywiera ciśnienie. W tym celu należy szklaną rurkę o długości około 1 metra i średnicy 1 cm, zamkniętą na jednym końcu, wypełnioną rtęcią, wstawić pionowo otwartym końcem do kuwety z rtęcią. Rtęć w rurce opadnie, aby wysokość jej słupa zrównoważyła ciśnienie atmosferyczne. Doświadczenie to po raz pierwszy wykonał Torricelli w 1643, tym samym proponując prosty model barometru rtęciowego.

**C** Nad powierzchnią rtęci w rurce powstaje tzw. próżnia Torricellego, w której ciśnienie jest równe ciśnieniu pary nasyconej rtęci.

**B** Evangelista Torricelli (1608-1647), włoski matematyk i fizyk.

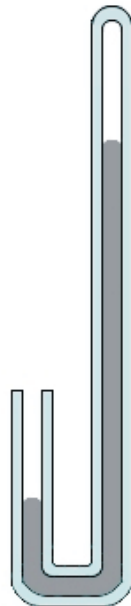


- Doświadczenie Torricellego

- Barometr rtęciowy  $\Leftrightarrow$  przyrząd służący do pomiaru ciśnienia atmosferycznego. Stanowi go odpowiednio wygięta, zamknięta na jednym końcu rurka szklana wypełniona rtęcią (patrz rysunek). Różnica wysokości poziomów rtęci górnego i dolnego ( $\Delta h$ ) jest miarą wartości ciśnienia atmosferycznego ( $p$ ).

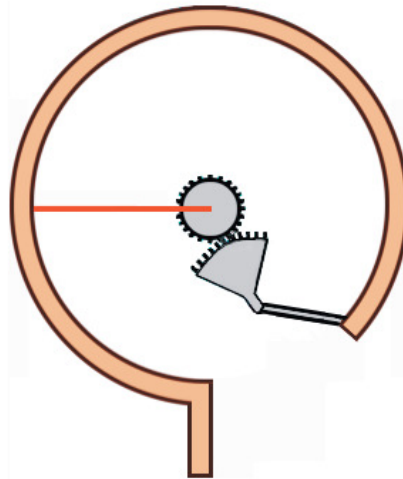
$$p = \rho g \Delta h$$

- $\rho$  – gęstość rtęci
- $g$  – przyspieszenie ziemskie



• Barometr rtęciowy

- Manometr metalowy  $\Leftrightarrow$  przyrząd służący do pomiaru nadciśnienia, czyli ciśnienia większego niż atmosferyczne. Stanowi go walcowata końcówka pomiarowa zamknięta membraną metalową, której odkształcenie sprzężone jest za pomocą dźwigni z ruchem wskazówki względem skali. Zamiast membrany stosuje się też wygiętą w łuk zamkniętą rurkę metalową o przekroju eliptycznym.



• Manometr metalowy



- Parcie  $\Leftrightarrow$  siła wywierana prostopadle na dno i ścianki boczne naczynia przez znajdującą się w nim ciecz. Wartość parcia ( $F_d$ ) na dno naczynia o powierzchni ( $S_d$ ) wynosi

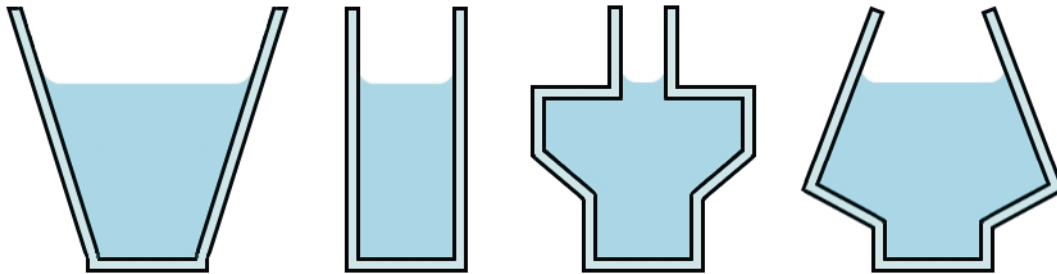
$$F_d = p_h S_d$$

- $p_h$  – ciśnienie hydrostatyczne na dnie naczynia

- Paradoks hydrostatyczny  $\Leftrightarrow$  twierdzenie stanowiące, że wartość parcia ( $F_d$ ) cieczy na dno unieruchomionego naczynia nie zależy od kształtu naczynia oraz ilości znajdującej się w nim cieczy. Zależy jedynie od wysokości słupa ( $h$ ) cieczy, jej gęstości ( $\rho$ ) oraz od pola powierzchni ( $S_d$ ) dna naczynia.

$$F_d = \rho g h S_d$$

- g – przyspieszenie ziemskie



- Wartość parcia cieczy na dno jest taka sama w każdym z tych naczyń.

**H** Paradoks hydrostatyczny sformułował Stevin w 1586.

**B** Simon Stevin (1548-1620), flamandzki inżynier i matematyk.

- Siła wyporu 28
- Prawo Archimiedesa 29
- Pływanie ciał 30
- Areometr 32

- Siła wyporu  $\Leftrightarrow$  siła skierowana pionowo ku górze, działająca na ciało zanurzone w cieczy lub gazie, liczbowo równa odpowiednio ciężarom cieczy lub gazu, wypartych przez to ciało. Wartość siły wyporu ( $F_{\text{wyp}}$ ) dana jest wzorem:

$$F_{\text{wyp}} = \rho g V$$

- $\rho$  – gęstość cieczy lub gazu
- $g$  – przyspieszenie ziemskie
- $V$  – objętość zanurzonej części ciała

**C** Siła wyporu znika w układzie swobodnie spadającym oraz w wypadku, gdy między płaskimi powierzchniami dna naczynia i zanurzonego prostopadłościennego ciała nie znajdują się cząsteczki cieczy.

**D** Nalej wody do szklanego naczynia o płaskim dnie, zanurz plastikową nakrętkę i mocno przyciśnij ją płaską powierzchnią do dna.

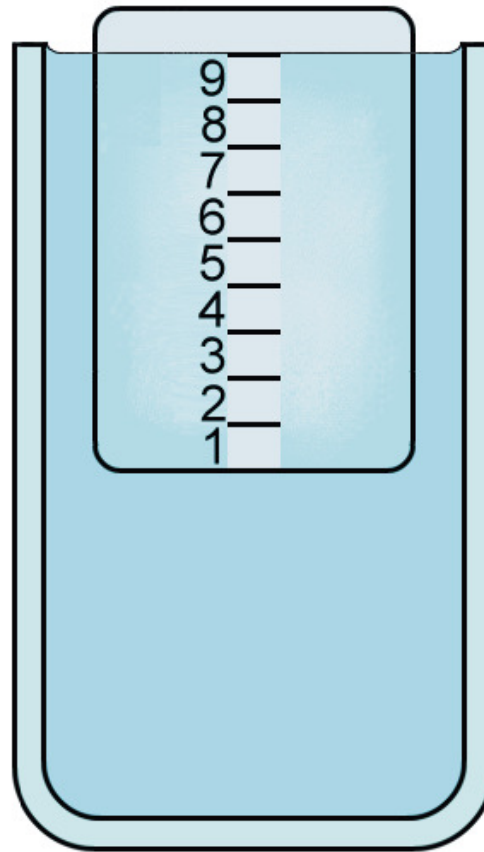
---

- Prawo Archimiedesa  $\Leftrightarrow$  prawo głoszące, że na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu skierowana pionowo ku górze, równa co do wartości ciężarowi cieczy wypartej przez to ciało. Prawo Archimiedesa obowiązuje również dla gazów.

**B** Archimedes (285 p.n.e. – 212 p.n.e.), grecki matematyk i fizyk.

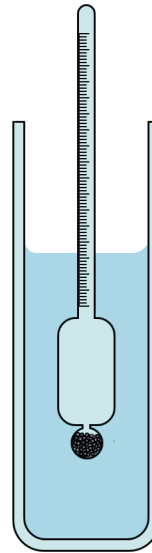
- Pływanie ciał  $\Leftrightarrow$  metalowe łódki, barki, statki i okręty pływają częściowo zanurzone w wodzie, ponieważ są tak skonstruowane, by siła wyporu równoważyła ich ciężar, oraz by wypadkowa momentów wszystkich sił była równa zero.
- Jeżeli gęstość litego jednorodnego ciała w stosunku do gęstości cieczy
  1. jest mniejsza, to ciało pływa częściowo zanurzone;
  2. jest taka sama, to ciało pływa całkowicie zanurzone;
  3. jest większa, to ciało tonie.

**C** Objętość części bryły lodowej, znajdującej się pod powierzchnią wody, jest dziewięciokrotnie większa od objętości części znajdującej się nad wodą.



- Objętość części bryły lodowej, znajdującej się pod powierzchnią wody, jest dziewięciokrotnie większa od objętości części znajdującej się nad wodą.

- Areometr  $\Leftrightarrow$  przyrząd służący do pomiaru gęstości cieczy. Stanowi go zamknięta rurka szklana, której dolna część wypełniona jest śrutem ołowianym. Głębokość zanurzenia areometru w cieczy jest miarą jej gęstości.



• Areometr



- Prawo Pascala 34
- Prasa hydrauliczna 35
- Nurek Kartezjusza 37

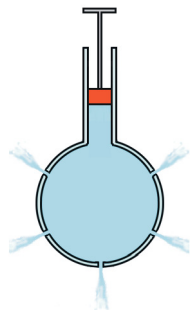
- Prawo Pascala  $\Leftrightarrow$  prawo stanowiące, że ciśnienie zewnętrzne ( $p_z$ ), wywierane na nieruchomy płyn, rozchodzi się w nim z szybkością dźwięku we wszystkich kierunkach jednakowo. W konsekwencji w każdym punkcie płynu, po ustaleniu się równowagi, całkowite ciśnienie ( $p_c$ ) wynosi

$$p_c = p_z + p_h$$

- $p_h$  – ciśnienie hydrostatyczne

- Prawo Pascala znalazło praktyczne zastosowanie m.in. w działaniu prasy hydraulicznej.

**B** Blaise Pascal (1623-1662), francuski matematyk i filozof.



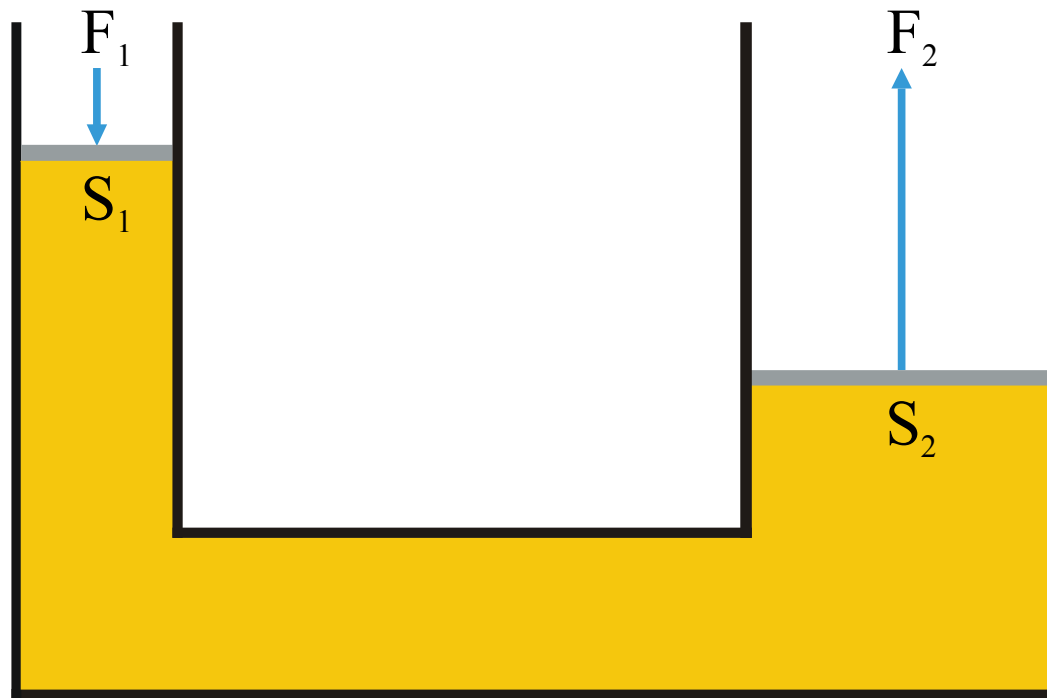
- Zestaw do demonstracji prawa Pascala

- Prasa hydrauliczna  $\Leftrightarrow$  urządzenie, które stanowi zamknięty zbiornik z płynem, mający dwa cylindryczne wyjścia o różnych przekrojach poprzecznych, zakończone tłokami. Siła ( $F_2$ ) wywierana przez płyn na tłok o dużej powierzchni ( $S_2$ ) i siła ( $F_1$ ) wywierana na płyn przez tłok o małej powierzchni ( $S_1$ ) spełniają zależność wynikającą z prawa Pascala.

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

**U** Prace wykonane przez siły ( $F_1$ ) i ( $F_2$ ) przy przesuwaniu tłoków na drogach ( $d_1$ ) i ( $d_2$ ) są identyczne.

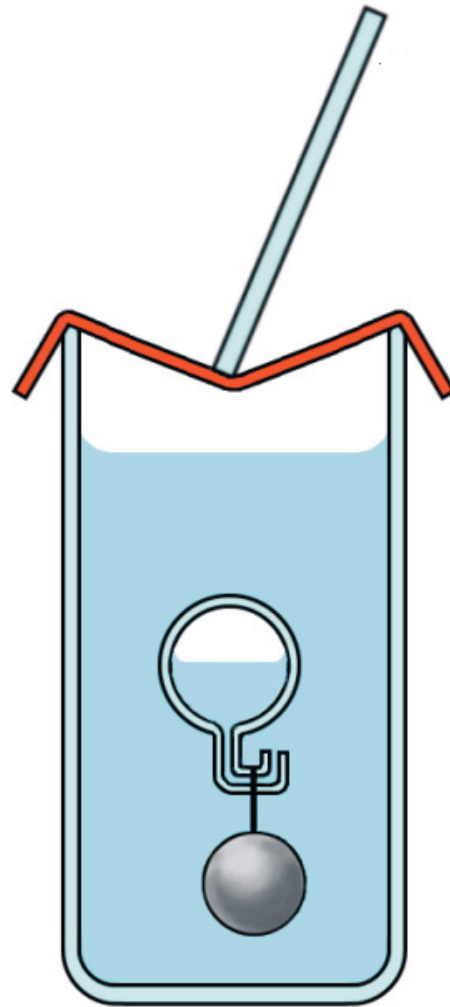
$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$



• Prasa hydrauliczna

• Nurek Kartezjusza  $\Leftrightarrow$  zestaw demonstracyjny służący do ilustracji prawa Pascala i pływania ciał. Stanowi go szklane cylindryczne naczynie z wodą zamknięte od góry błoną gumową. W wodzie zanurzony jest mały pływak (nurek) z otworem na dole, częściowo wypełniony powietrzem, obciążony tak, by pływał tuż pod powierzchnią wody. Naciskając gumową błonę, zwiększamy ciśnienie wewnątrz cylindra, co powoduje, że pływak tonie, ponieważ zwiększa się w nim ilość wody.

**B** René du Perron Descartes [Kartezjusz] (1596-1650), francuski filozof, fizyk, matematyk i fizjolog.



• Nurek Kartezjusza

- Struga płynu 40
- Równanie Bernoulliego 41
- Ciśnienie statyczne 42
- Ciśnienie dynamiczne 43
- Równanie ciągłości 44
- Paradoks hydrodynamiczny 45
- Paradoks aerodynamiczny (zjawisko Venturiego) 46
- Siła nośna 47
- Efekt Magnusa 48
- Pompka wodna 50

- 
- Struga płynu  $\Leftrightarrow$  obszar płynu ograniczony realną lub hipotetyczną rurką, w którym prędkości cząsteczek płynu są identyczne w każdym punkcie danego przekroju poprzecznego.



- Równanie Bernoulliego  $\Leftrightarrow$  równanie opisujące stacjonarną strugę nielepkiego i nieściśliwego płynu w polu grawitacyjnym.

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$$

- $p$  – ciśnienie w danym elemencie płynu
  - $\rho$  – gęstość płynu
  - $g$  – przyspieszenie ziemskie
  - $h$  – wysokość, liczona od ustalonego poziomu odniesienia, na której znajduje się dany element płynu
  - $v$  – szybkość przepływu danego elementu płynu
  - $(p + \rho gh)$  – ciśnienie statyczne w danym elemencie płynu
  - $(\rho v^2)/2$  – ciśnienie dynamiczne w danym elemencie płynu
  - Wartość stałej po prawej stronie równania jest różna dla różnych strug płynu.
  - Równanie Bernoulliego przedstawia prawo zachowania gęstości energii dla strugi płynu.
- B** Daniel Bernoulli (1700-1782), szwajcarski matematyk i fizyk.

- Ciśnienie statyczne  $\Leftrightarrow$  ciśnienie wywierane na element powierzchni równoległej do strugi płynu. Aby zmierzyć ciśnienie statyczne, należy wlot do przyrządu pomiarowego (rurkę) ustawić prostopadle do strugi płynu. W równaniu Bernoulliego ciśnienie statyczne reprezentowane jest przez człon:

$$p + \rho gh$$

**B** Daniel Bernoulli (1700-1782), szwajcarski matematyk, fizyk i lekarz.

- Ciśnienie dynamiczne  $\Leftrightarrow$  ciśnienie wywierane na element powierzchni prostopadłej do strugi płynu. Pochodzi ono od energii cząsteczek poruszających się wzdłuż strugi płynu. Aby zmierzyć ciśnienie dynamiczne, należy wlot do przyrządu pomiarowego (rurkę) ustawić równoległe do strugi płynu. W równaniu Bernoulliego ciśnienie dynamiczne reprezentowane jest przez człon:

$$\frac{\rho v^2}{2}$$

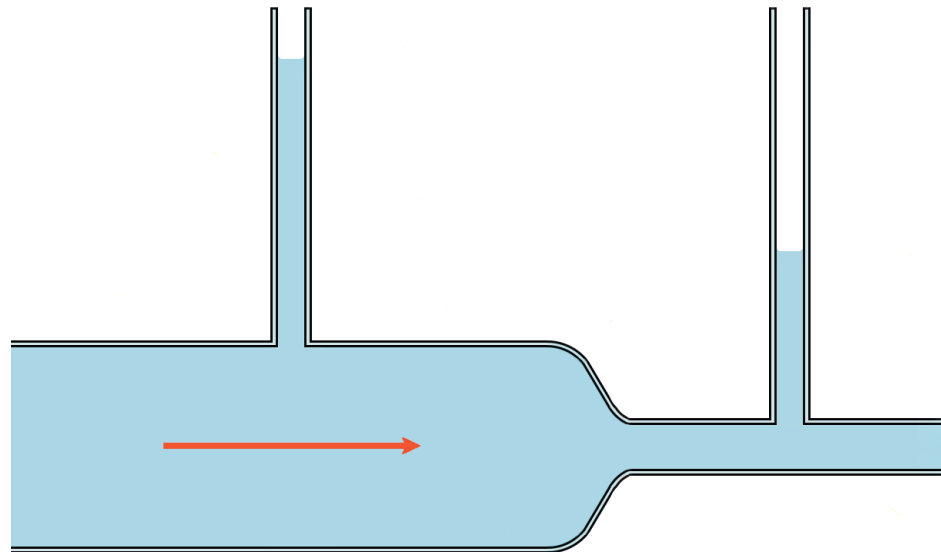
**B** Daniel Bernoulli (1700-1782), szwajcarski matematyk, fizyk i lekarz.

- Równanie ciągłości  $\Leftrightarrow$  równanie podające zależność między szybkością ( $v$ ) przepływu cieczy nieściśliwej przez przekrój rury i polem powierzchni ( $S$ ) tego przekroju.

$$Sv = \text{const}$$

- Z równania ciągłości wynika, że przez mały przekrój rury ciecz przepływa szybciej niż przez duży. Zatem, w danym przedziale czasu przez każdy przekrój rury przepływa tyle samo cieczy.

- Paradoks hydrodynamiczny  $\Leftrightarrow$  paradoks, wynikający z równania Bernoulliego, stwierdzający, że w strumieniu przepływającej cieczy ciśnienie statyczne jest tym mniejsze, im szybkość cieczy jest większa.



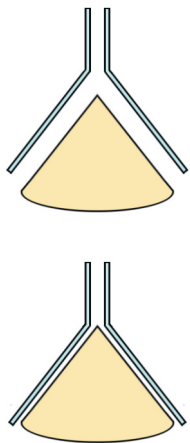
- W wąskiej części poziomej rury ciśnienie statyczne jest mniejsze niż w szerokiej, ponieważ ciecz przepływa tam szybciej niż w szerokiej części rury.

- Paradoks aerodynamiczny (zjawisko Venturiego)  $\Leftrightarrow$  zjawisko polegające na zmniejszeniu się ciśnienia statycznego w strumieniu przepływającego gazu.

**P** Wdmuchiwanie powietrza pomiędzy dwie równoległe kartki papieru, podwieszane pionowo, powoduje ich zetknięcie.

**P** Piłeczka ping-pongowa nie wypadnie z lejka, jeżeli będziemy wdmuchiwali do niego powietrze.

**B** Giovanni Battista Venturi (1746-1822), włoski fizyk.



- Jeżeli będziemy wdmuchiwali powietrze do lejka, to papierowy stożek z niego nie wypadnie.

- Siła nośna  $\Leftrightarrow$  siła działająca na skrzydło samolotu, skierowana prostopadle do prędkości samolotu względem powietrza. Jeżeli prędkość samolotu jest pozioma, siła nośna jest skierowana pionowo do góry. Skrzydło jest tak wyprofilowane, aby powietrze je opływające poruszało się szybciej na górze niż na dole. Z równania Bernoulliego wynika, że ciśnienie statyczne wywierane na górny płat skrzydła będzie mniejsze od ciśnienia statycznego wywieranego na dolny płat skrzydła. Różnica tych ciśnień statycznych powoduje powstanie siły nośnej.

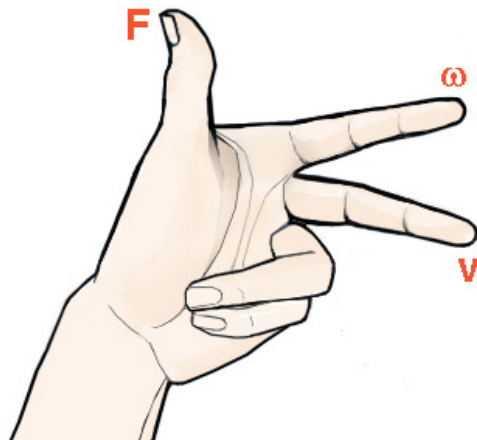
**C** Wiatr, zrywający dach dwuspadowy, unosi go do góry.



- Powietrze opływające skrzydło porusza się szybciej na górze niż na dole, powoduje to powstanie siły nośnej.

•Efekt Magnusa  $\Leftrightarrow$  zjawisko polegające na tym, że na wirujący walec, którego oś jest prostopadła do strumienia owiewającego go powietrza, działa siła prostopadła jednocześnie do osi walca i do prędkości przepływu strumienia powietrza. Zwrot siły Magnusa można wyznaczyć, posługując się lewą dłonią, wykorzystując następujące odwzorowanie:

- kciuk – siła Magnusa ( $\mathbf{F}$ ),
- wskazujący – prędkość kąтова wirującego walca ( $\omega$ ),
- środkowy – prędkość przepływu strumienia powietrza ( $\mathbf{v}$ ).



•Wzajemna orientacja wektorów siły Magnusa ( $\mathbf{F}$ ), prędkości kątovej wirującego walca ( $\omega$ ) i prędkości przepływu strumienia powietrza ( $\mathbf{v}$ )



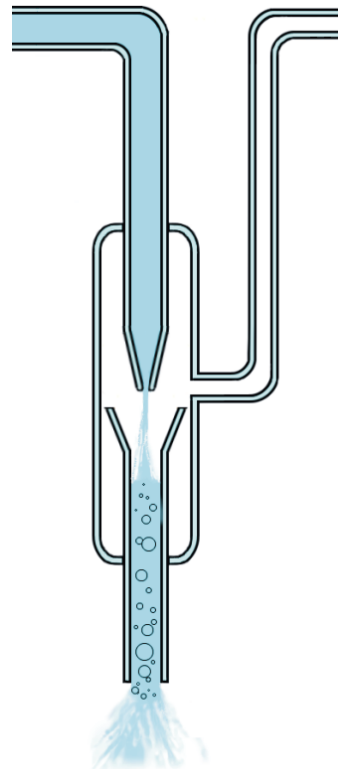
---

- Wirujący walec unosi (porywa, ciągnie) przylegające do niego cząsteczki powietrza, zwiększając lub zmniejszając ich prędkości. Tam gdzie wypadkowa prędkość cząsteczek powietrza jest większa, zgodnie z równaniem Bernoulliego ciśnienie statyczne jest mniejsze. Siła Magnusa pojawia się wskutek różnicy ciśnień statycznych wywieranych na wirujący walec.

**C** Efekt Magnusa występuje również w przypadku wirujących kul – efekt “podkręconej piłki”.

**B** Heinrich Gustav Magnus (1802-1870), niemiecki fizyk i chemik.

- Pompka wodna  $\Leftrightarrow$  pompa próżniowa, w której szybko przepływający strumień wody porywa gaz ze zbiornika, obniżając w nim ciśnienie nawet do wartości ciśnienia nasyconej pary wodnej w danej temperaturze. W temperaturze pokojowej można obniżyć ciśnienie do około 25 mm Hg.



• Pompka wodna

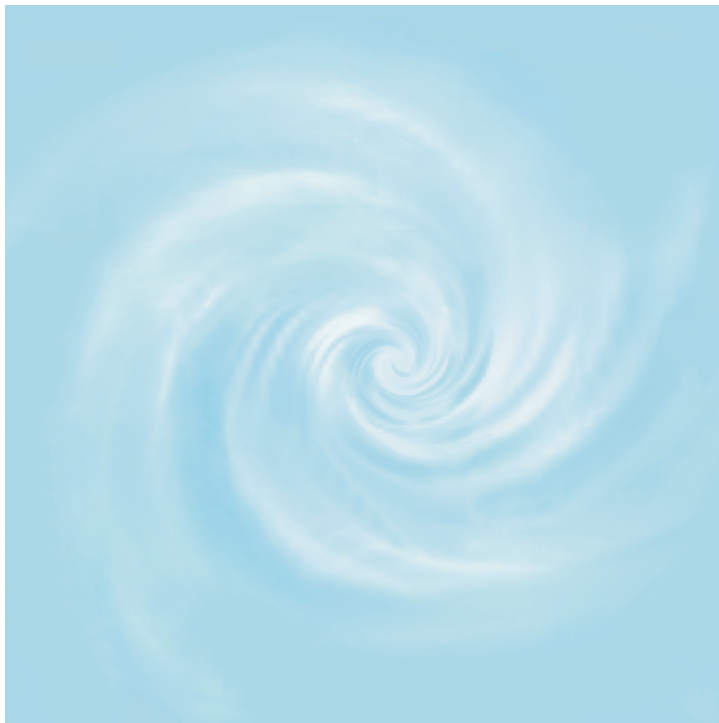
- Przepływ laminarny 52
- Przepływ turbulentny 53
- Liczba Reynoldsa 54
- Wiry pierścieniowe 55

- Przepływ laminarny  $\Leftrightarrow$  warstwowy przepływ płynu, podczas którego cząsteczki płynu nie przechodzą z warstwy do warstwy. Przepływ laminarny występuje wtedy, gdy liczba Reynoldsa jest mniejsza od tzw. wartości krytycznej.

**B** Osborne Reynolds (1842-1912), irlandzki inżynier.

- Przepływ turbulentny  $\Leftrightarrow$  burzliwy przepływ płynu, podczas którego pojawiają się wiry i inne chaotyczne ruchy płynu. Przepływ turbulentny występuje wtedy, gdy liczba Reynoldsa jest większa od tzw. wartości krytycznej.

**B** Osborne Reynolds (1842-1912), irlandzki inżynier.



- Przepływ turbulentny

- Liczba Reynoldsa  $\Leftrightarrow$  liczba bezwymiarowa określona jako:

$$Re = \frac{r\rho v}{\eta}$$

- $r$  – charakterystyczny rozmiar liniowy przekroju poprzecznego rury (średnica koła, bok kwadratu)
- $\rho$  – gęstość cieczy
- $v$  – szybkość przepływu cieczy
- $\eta$  – współczynnik lepkości cieczy
- Liczba Reynoldsa, zwana też liczbą podobieństwa, charakteryzuje rodzaj przepływu. Jeżeli wartość tej liczby jest mniejsza od tzw. wartości krytycznej, to przepływ jest laminarny, a jeżeli jest większa, to przepływ jest turbulentny.

**B** Osborne Reynolds (1842-1912), irlandzki inżynier.

- Wiry pierścieniowe  $\Leftrightarrow$  turbulentny ruch cząsteczek gazu (na przykład dymu), wypływającego ze zbiornika przez kołowy otwór, spowodowany skokowym wzrostem ciśnienia w zbiorniku. Cząsteczki gromadzą się w obszarze torusa, jednocześnie wirując w jego przekrojach poprzecznych. Promień danego torusa wzrasta wraz z odległością od zbiornika.



• Wiry pierścieniowe

- Lepkość 57
- Ciecz Newtonowska 58
- Współczynnik lepkości 60
- Prawo Poiseuille'a 61



- Lepkość  $\Leftrightarrow$  tarcie występujące między sąsiednimi warstwami płynu, poruszającymi się z różnymi prędkościami. Między tymi warstwami zachodzi przekazywanie (transport) pędu, warstwa poruszająca się szybciej pociąga za sobą warstwę poruszającą się wolniej. Lepkość nazywana jest też tarciem wewnętrznym. Wielkością charakteryzującą lepkość danej cieczy jest jej współczynnik lepkości.

- Ciecz Newtonowska  $\Leftrightarrow$  nieścislina, lepka ciecz, której laminarny przepływ opisywany jest przez równanie Newtona.

$$F = \eta S \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right|$$

- $F$  – wartość siły działającej stycznie na warstwę cieczy o powierzchni ( $S$ )
- $\eta$  – współczynnik lepkości
- $\Delta v / \Delta x$  – stosunek różnicy szybkości ( $\Delta v$ ) sąsiednich warstw cieczy do odległości ( $\Delta x$ ) między tymi warstwami

**B** Sir Isaac Newton (1643-1727), angielski fizyk i matematyk.

**P** Rozpatrzmy laminarny przepływ cieczy newtonowskiej o współczynniku lepkości ( $\eta$ ) przez rurę o promieniu ( $R$ ) i długości ( $l$ ) pod wpływem różnicy ciśnień ( $\Delta p$ ) przyłożonych do końców rury. Szybkość cieczy w zależności od odległości ( $r$ ) od osi rury przedstawia równanie:

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

- Współczynnik lepkości ( $\eta$ )  $\Leftrightarrow$  współczynnik proporcjonalności występujący w równaniu Newtona, które stwierdza, że siła styczna powodująca względny ruch jednostajny dwóch warstw cieczy newtonowskiej jest proporcjonalna do różnicy szybkości tych warstw oraz pola powierzchni ich styku, a odwrotnie proporcjonalna do odległości między warstwami. Współczynnik lepkości cieczy maleje wraz ze wzrostem temperatury. Jednostką współczynnika lepkości jest paskalosekunda.

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

- Do pomiaru współczynnika lepkości stosuje się wiskozymetry (lepkościomierze).

- Prawo Poiseuille'a  $\Leftrightarrow$  prawo, z którego można wyznaczyć objętość ( $\Delta V$ ) cieczy newtonowskiej o współczynniku lepkości ( $\eta$ ), przepływającej w czasie ( $\Delta t$ ) przez przekrój poprzeczny rury o promieniu ( $R$ ) i długości ( $\Delta x$ ) pod wpływem różnicy ciśnień ( $\Delta p$ ) przyłożonych do końców rury.

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = v (\pi R^2) = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

- $v$  – szybkość cieczy względem rury

**B** Jean Louis Marie Poiseuille (1797-1869), francuski fizyk.

- Prawo Poiseuille'a można też zapisać w postaci przydatnej w termodynamice.

$$J_V \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{S} \frac{\Delta V}{\Delta t} = -L_V \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

- $J_V$  – współrzędna strumienia objętościowego równa co do wartości szybkości cieczy
- $S$  – pole przekroju poprzecznego rury
- $L_V$  – współczynnik zależny od współczynnika lepkości cieczy i od promienia rury

- Prawo Stokesa 64
- Wiskozymetr 65
- Opór aerodynamiczny 66
- Siła aerodynamiczna 67

- Prawo Stokesa  $\Leftrightarrow$  prawo głoszące, że siła oporu ( $\mathbf{F}$ ) działająca na kulkę o promieniu ( $r$ ), opadającą z prędkością ( $\mathbf{v}$ ) w cieczy o współczynniku lepkości ( $\eta$ ), dana jest wzorem

$$\mathbf{F} = - 6\pi\eta r\mathbf{v}$$

- Kulka o gęstości ( $\rho$ ) opadająca w cieczy o gęstości ( $\rho_c$ ), po zrównoważeniu się sił ciężkości, oporu i wyporu, porusza się ruchem jednostajnym z prędkością o wartości ( $v$ ).

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\rho - \rho_c}{\eta} \cdot gr^2$$

- Wzór ten jest wykorzystywany do wyznaczania współczynnika lepkości cieczy.

**B** George Gabriel Stokes (1819-1903), brytyjski matematyk i fizyk.



- Wiskozymetr  $\Leftrightarrow$  przyrząd służący do pomiaru współczynnika lepkości płynów. Najprostszym wiskozymetrem jest wiskozymetr z opadającą kulką w cieczy, której współczynnik lepkości ( $\eta$ ) chcemy wyznaczyć. Kulka o promieniu ( $r$ ) i gęstości ( $\rho$ ), opadająca w cieczy o gęstości ( $\rho_C$ ), po zrównoważeniu się sił ciężkości, oporu i wyporu porusza się ruchem jednostajnym z prędkością o wartości ( $v$ ). Mierząc wielkości ( $r$ ), ( $\rho$ ), ( $\rho_C$ ) oraz ( $v$ ), możemy współczynnik lepkości wyznaczyć ze wzoru:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_C)g r^2}{9v}$$

- $g$  – przyspieszenie ziemskie
- Wiskozymetr nazywany jest też lepkościomierzem.

- Opór aerodynamiczny (**P**)  $\Leftrightarrow$  siła działająca na ciało stałe poruszające się względem gazu, skierowana przeciwnie do prędkości względnej (**v**) ciała. Wartość oporu aerodynamicznego (**P**) dana jest wzorem:

$$P = C\rho Sv^2$$

- **C** – bezwymiarowy współczynnik oporu aerodynamicznego
- $\rho$  – gęstość gazu
- **S** – powierzchnia ciała

- Siła aerodynamiczna  $\Leftrightarrow$  wypadkowa siła działająca na ciało stałe poruszające się względem gazu. Składowymi siły aerodynamicznej są siła nośna, prostopadła do prędkości względnej ciała, i siła oporu aerodynamicznego, antyrównoległa do tej prędkości.

- Napięcie powierzchniowe 69
- Siły napięcia powierzchniowego 70
- Współczynnik napięcia powierzchniowego 71
- Menisk wklęsły 72
- Menisk wypukły 73
- Kąt zwilżania (brzegowy) 74
- Ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią błony 76
- Kapilara 78
- Zjawiska kapilarne 79

- 
- Napięcie powierzchniowe  $\Leftrightarrow$  zjawisko polegające na powstawaniu na powierzchni cieczy graniczącej z ciałem stałym, gazem lub inną cieczą cienkiej elastycznej błony.

- Siły napięcia powierzchniowego  $\Leftrightarrow$  siły przyciągania między cząsteczkami cieczy na granicy cieczy z ciałem stałym, gazem lub inną cieczą.
- Siły napięcia powierzchniowego powodują przyjmowanie przez ciecz kształtu o jak najmniejszej powierzchni.
- Wartości sił napięcia powierzchniowego maleją wraz ze wzrostem temperatury i osiągają zero w temperaturze krytycznej.

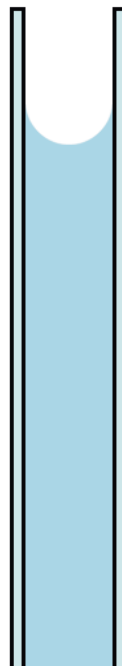
- Współczynnik napięcia powierzchniowego  $\Leftrightarrow$  wielkość skalarna określona wzorem:

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta S}, \quad [\sigma] = \frac{\text{J}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

- $\Delta F$  – zmiana energii swobodnej cieczy związana ze zmianą jej powierzchni swobodnej ( $\Delta S$ )
- Współczynnik napięcia powierzchniowego jest też definiowany jako stosunek sił napięcia powierzchniowego (stycznych do powierzchni błony i prostopadłych do jej krawędzi) do długości krawędzi, do której są przyłożone.
- Współczynnik napięcia powierzchniowego danej cieczy maleje ze wzrostem temperatury, osiągając wartość równą zero w temperaturze krytycznej.

- Menisk wklęsły  $\Leftrightarrow$  wklęsła swobodna powierzchnia cieczy w pobliżu ścianek naczynia. Menisk wklęsły powstaje wtedy, gdy siły przylegania działające między cząsteczkami cieczy i ściankami naczynia są większe od sił spójności działających między cząsteczkami cieczy.

**P** Woda w naczyniu szklanym tworzy menisk wklęsły.

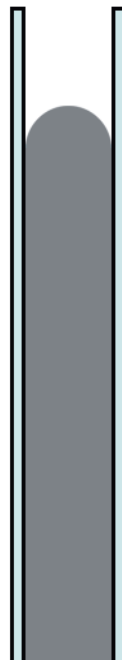


• Menisk wklęsły



- Menisk wypukły  $\Leftrightarrow$  wypukła swobodna powierzchnia cieczy w pobliżu ścianek naczynia. Menisk wypukły powstaje wtedy, gdy siły przylegania działające między cząsteczkami cieczy i ściankami naczynia są mniejsze od sił spójności działających między cząsteczkami cieczy.

**P** Rtęć w naczyniu szklanym tworzy menisk wypukły.

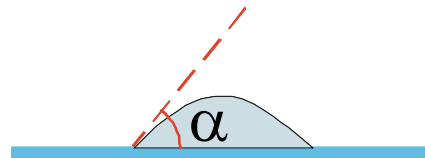


• Menisk wypukły

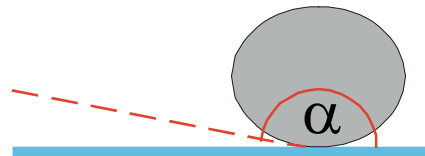
- Kąt zwilżania (brzegowy)  $\Leftrightarrow$  kąt zawarty pomiędzy zwilżoną powierzchnią ścianki a styczną do powierzchni cieczy w punkcie jej zetknięcia się z tą ścianką.

$$\cos\alpha = \frac{\sigma_{sg} - \sigma_{sc}}{\sigma_{cg}}$$

- $\sigma$  – współczynnik napięcia międzyfazowego (powierzchniowego) na granicy dwóch ośrodków
- s – ciało stałe
- c – ciecz
- g – gaz
- Powiadamy, że ciecz zwilża ściankę, gdy kąt zwilżania jest mniejszy od  $90^\circ$  (menisk wklęsły), oraz że nie zwilża ścianki, gdy kąt zwilżania jest większy od  $90^\circ$  (menisk wypukły).



- Kąt zwilżania ( $\alpha$ ) w przypadku cieczy zwilżającej powierzchnię ciała stałego



- Kąt zwilżania ( $\alpha$ ) w przypadku cieczy niezwilżającej powierzchni ciała stałego

- Ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią błony  $\Leftrightarrow$  dodatkowe ciśnienie ( $\Delta p$ ) w cieczy o współczynniku napięcia powierzchniowego ( $\sigma$ ), które wywierane jest przez sferyczną powierzchnię (menisk) o promieniu krzywizny ( $R$ ). Ciśnienie to można wyznaczyć ze wzoru Laplace'a:

$$\Delta p = \pm \frac{2\sigma}{R}$$

- znak plus (+) dla menisku wypukłego
- znak minus (−) dla menisku wklęsłego

**C** Dodatkowe ciśnienie wewnątrz bańki mydlanej o promieniu (R) wynosi

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$$

- Uwzględniliśmy fakt, że błona bańki mydlanej składa się z dwóch warstw.

**B** Pierre Simon de Laplace (1749-1827), francuski matematyk, fizyk i astronom.

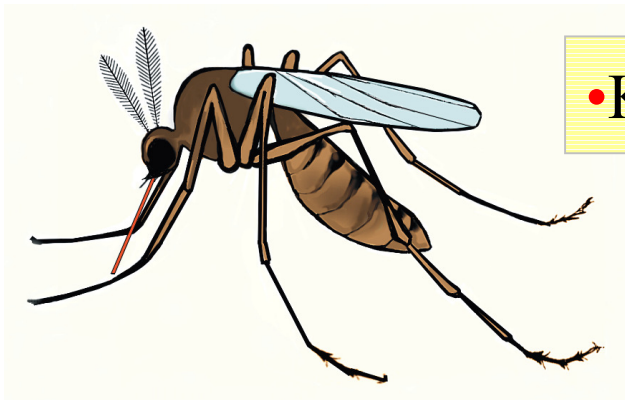
- 
- Kapilara  $\Leftrightarrow$  cienka rurka o promieniu nie większym niż promień krzywizny menisku znajdującej się w niej cieczy.

- Zjawiska kapilarne  $\Leftrightarrow$  zjawiska zachodzące w kapilarach, czyli rurkach o bardzo małym promieniu. W kapilarze o promieniu ( $r$ ) ciecz o gęstości ( $\rho$ ), współczynniku napięcia powierzchniowego ( $\sigma$ ) oraz kącie zwilżania ( $\alpha < 90^\circ$ ), podnosi się na wysokość ( $h$ ) względem poziomu cieczy w naczyniu szerokim.

$$h = \frac{2\sigma \cos \alpha}{\rho g r}$$

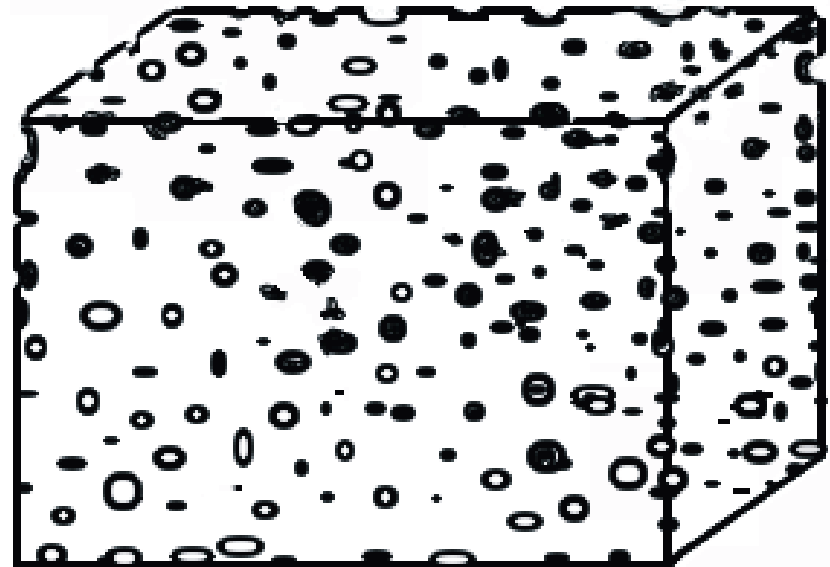
- $g$  – przyspieszenie ziemskie
  - Wielkość  $2\sigma/\rho g r$  nazywana jest stałą kapilary.
- C** Woda w kapilarze o średnicy jednego mikrometra podnosi się na wysokość około trzydziestu metrów.

**P** Przykładami zjawisk kapilarnych są: przepływ krwi przez naczynia włosowate, transport wody w roślinach, glebie oraz w materiałach porowatych i włóknistych, takich jak pumeks, gąbka, tkaniny, papier, a nawet beton. Dzięki cienkim kapilarom pszczoły pobierają nektar, a komary – krew.



- Komar pobiera krew dzięki cienkiej kapilarze.

- Pumeks



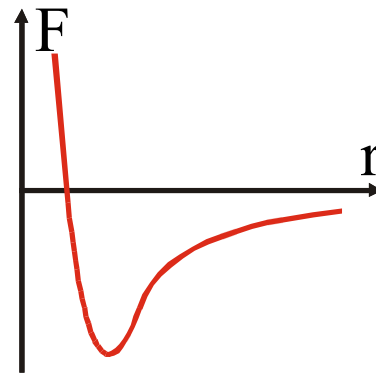


- Siły van der Waalsa 82
- Adhezja 84
- Adsorpcja 85
- Kohezja 86

- Siły van der Waalsa  $\Leftrightarrow$  siły działające między atomami lub cząsteczkami znajdującymi się w odległości ( $r$ ) od siebie rzędu  $10^{-9}$  m. Są one wypadkową sił przyciągania ( $F_p$ ) i sił odpychania ( $F_o$ ), których współrzędne dane są poniżej.

$$F_p \sim -\frac{1}{r^7}$$
$$F_o \sim \frac{1}{r^n}, \quad n \geq 9$$

**B** Johannes Diderik van der Waals (1837-1923), holenderski fizyk, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1910.



- Wykres zależności współrzędnej radialnej siły ( $F$ ), wzajemnego oddziaływania dwóch cząsteczek, od odległości ( $r$ ) między nimi

---

- Adhezja  $\Leftrightarrow$  zjawisko będące wynikiem oddziaływań międzycząsteczkowych, polegające na przyciąganiu (wiązaniu, łączeniu, sklejeniu) się powierzchniowych warstw dwóch różnych stykających się ze sobą substancji. Adhezja nazywana jest również przyleganiem.

**P** Dzięki adhezji możliwe jest między innymi klejenie, malowanie i lutowanie.

- Adsorpcja  $\Leftrightarrow$  zjawisko będące wynikiem oddziaływań międzycząsteczkowych, polegające na przyciąganiu cząsteczek gazu przez cząsteczki powierzchni cieczy lub ciała stałego oraz przyciąganiu cząsteczek cieczy przez cząsteczki powierzchni ciała stałego.

**P** Dzięki adsorpcji możliwe jest między innymi pochłanianie zapachów przez filtr węglowy.

- 
- Kohezja  $\Leftrightarrow$  zjawisko będące wynikiem oddziaływań międzycząsteczkowych, polegające na przyciąganiu się cząsteczek danej substancji. Kohezja nazywana jest również spójnością.

- Solitony 88

- Solitony  $\Leftrightarrow$  pojedyncze, bardzo stabilne “samotne fale”, które podczas wzajemnych zderzeń zachowują się tak jak cząstki.

**H** Solitony odkrył przypadkowo w 1834 Russell podczas konnej przejażdżki wzdłuż wąskiego kanału w pobliżu Edynburga. Według jego relacji fala wytworzona przez łódkę, która się nagle zatrzymała, zachowała prawie bez zmian swój kształt i prędkość na drodze około jednej lub dwóch mil. Nazwa “soliton” została wprowadzona w 1965 przez Normana J. Zabusky’ego i Martina D. Kruskala. Russel używał nazwy *wave of translation*.

**B** John Scott Russell (1808-1882), szkocki inżynier.

**B** Martin David Kruskal (1925-2006), amerykański matematyk i fizyk.

**B** Norman J. Zabusky (ur. 1929), amerykański fizyk.





# Wykłady z Fizyki 03



Zbigniew Osiak

**Hydromechanika**