Некоторые топологические парадоксы СТО (ЭПР) - II

В.А. Касимов (E-mail: *quadrica-m@mail.ru*)

Обратиться вновь к статье А. Аспека *"ТЕОРЕМА БЕЛЛА: наивный взгляд экспериментатора"* нас заставили некоторые публикации, например, [2]. Мы вновь убедились в *концептуальной корректности* постановки проблемы ЭПР в статье Аспека.

В концептуальном плане в "*наивном изложении ЭПР*" от Аспека никаких "склеек" вероятностных мер разных пространств не требуется. Изложение Аспека логически замкнуто и полно. *Концептуально* (на простых примерах) показано существование проблемы, связанной с нарушением неравенства Белла. Реальную же возможность разрешения этой проблемы на сегодняшний день представляет, на наш взгляд, только реляционная интерпретация квантовой механики [3], [4], поскольку реляционная интерпретация квантовой механики Ровелли "выносит за скобки" локальную причинность в парадоксе ЭПР, заменяя её концепцией целостности отношений наблюдаемых систем и, тем самым, отказываясь от сомнительного с точки зрения квантовой механики понятия скорости как производной в *ТМК-топологии* пространственно-временных отношений. И это, по-видимому, то, чем физика "беременна" уже продолжительное время! Но именно трудности разрешения дилеммы полноты и локальной причинности связаны с отсутствием понятия скорости в форме пространственно-временной производной в скалярном виде. И это есть общая проблема квантовой механики, которую намерена решить реляционная концепция .

В предлагаемой статье есть все логические "завязки", по каждой из которых можно было бы сказать - это не так! Следует подчеркнуть, что ни одного момента работы [2] не удалось "приклеить" ни к одной из наших "завязок".

A. Вероятностное пространство

Вероятностное пространство определяется Колмогоровым [1] как тройкой объектов - ($\boldsymbol{\Omega}$, $\boldsymbol{\mathcal{F}}$, $\boldsymbol{P}$), где

$\boldsymbol{\Omega}$ − пространство элементарных исходов;

$\boldsymbol{\mathcal{F}}$ −σ-алгебра событий;

$\boldsymbol{P}$ −вероятностная мера на алгебре событий.

Для конечных алгебр должны выполняться условия:
Если $A \in \mathcal{F}$, $B \in \mathcal{F}$, то $A \cup B$, $A \cap B$, $\bar{A} \in \mathcal{F}$.

В связи с этим рассмотрим подробнее пример, приведённый в разделе 2 работы [2].

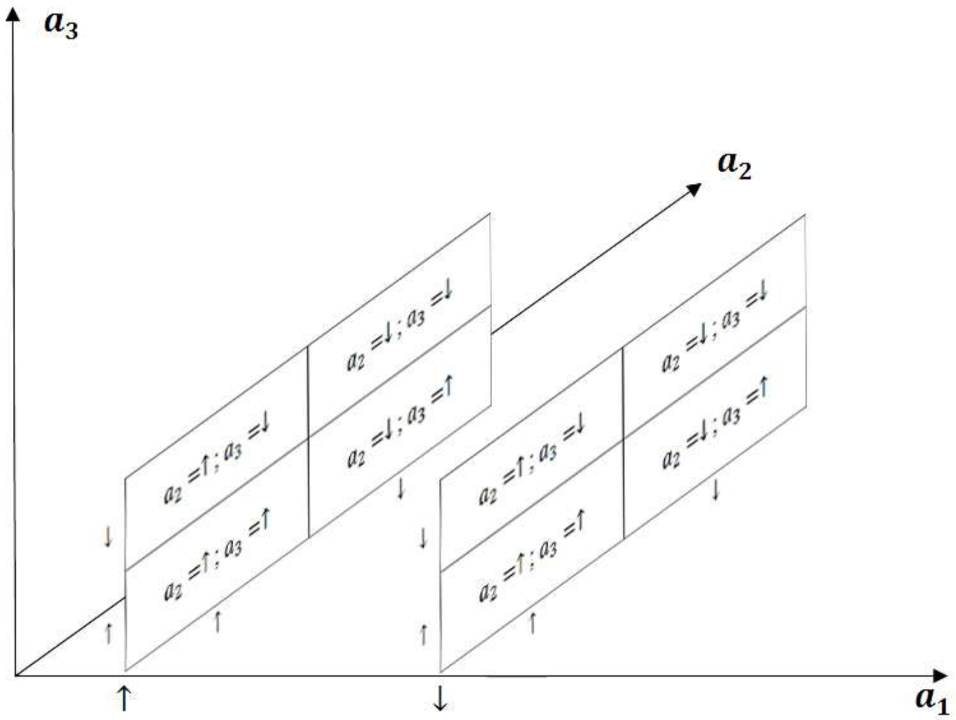
1. Пространство элементарных исходов для трёх дихотомических переменных a_1, a_2, a_3 в этом примере, содержит в себе $2^3 = 8$ элементов. Для их представления требуется трёхмерное дискретное пространство (см. рис.).

2. Пространство элементарных исходов для двух дихотомических переменных, выбранных из трёх a_1, a_2, a_3, будет содержать число элементов, в зависимости от различения или неразличения порядка входа в выбранную пару, согласно формулам для числа размещений A_n^m или числа сочетаний C_n^m

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}, \qquad C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\,m!}:$$

$$a) \quad A_3^2 = \frac{3 \cdot 2}{1} = 6,$$

$$b) \quad C_3^2 = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3.$$



Свяжем дихотомические переменные a_1, a_2, a_3 со спиновыми параметрами $(\sigma = 1/2)$ для квантовых частиц, которые могут принимать два значения, традиционно обозначаемые стрелками - ↑ и ↓.

Рассмотренные ситуации (1 и 2) позволяют увидеть следующее.

Случай a) можно представить в виде множества элементарных исходов

$\{(a_1, a_2), (a_2, a_1), (a_1, a_3), (a_3, a_1), (a_2, a_3), (a_3, a_2)\}$ (a.1)

или в спиновой мнемонике

$\uparrow\uparrow, \uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\downarrow, \downarrow\downarrow, \downarrow\uparrow$, (a.2)

$\uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\downarrow, \downarrow\uparrow$. (a.3)

Сравнивая (a.1) и (a.2), можно видеть появление одинаковых конфигураций, скажем - первые две: $\uparrow\uparrow, \uparrow\uparrow$. Однако ничего удивительного здесь нет – просо для конфигурации $\{(a_1, a_2), (a_2, a_1)\}$ в (a.1) отражён результат процедуры замены первой частицы на вторую и наоборот, и совпадение в (a.2) проекций спинов переставляемых частиц. Это есть типичная ситуация вырождения по спинам, которое снимается введение дополнительных различающихся характеристик частиц. С сохранением индивидуальности частиц (a.2) может принять форму (a.3), что вполне объяснимо.

Случай b) также можно представить в виде множества элементарных исходов

$\{(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_2, a_1)\}$ (b.1)

или в спиновой мнемонике

$\uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\downarrow$. (b.2)

Эту ситуацию можно рассматривать как случай тождественных частиц. Поэтому здесь отсутствуют члены, отличающиеся порядком вхождения во множество элементарных исходов.

Таким образов, в представленном примере раздела 2 работы [2], можно рассматривать по крайней мере три разные задачи на разных множествах элементарных исходов $\boldsymbol{\Omega}$, а значит и в разных вероятностных пространствах.

B. Маргинальные распределения

Маргинальным распределением называется результат свёртки общего распределения по нескольким переменным, представленных случайными величинами.

Например, пусть $f(x_1, x_2, x_3)$ представляет плотность распределения случайного вектора непрерывных величин (X_1, X_2, X_3), тогда

$$g(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, x_3) dx_3; \quad h(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, x_3) dx_2 dx_3; \tag{1}$$

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 \tag{2}$$

Здесь: $f(x_1, x_2, x_3)$ – ПРВ [1)] 3-вектора (X_1, X_2, X_3) СВ X_1, X_2, X_3; $g(x_1, x_2)$ – ПРВ 2-вектора (X_1, X_2) СВ X_1, X_2 . Последнее соотношение представляет свёртку по всем переменным и принимает форму нормировки ПРВ.

Аналогичные определения существуют и в дискретном случае. Обозначим через P_{a_i, a_j, a_k} вероятности событий (a_i, a_j, a_k), представленных выше. Тогда

$$P_{a_i, a_j} = \sum_{a_k} P_{a_i, a_j, a_k}; \quad P_{a_i, a_j} = \sum_{a_k}\sum_{a_j} P_{a_i, a_j, a_k}; \tag{3}$$

$$1 = \sum_{a_k}\sum_{a_j}\sum_{a_i} P_{a_i, a_j, a_k}; \tag{4}$$

Вполне естественно рассматривать маргинальные распределения на том же вероятностном пространстве, что и исходное, но с корректной свёрткой по "лишним" переменным. Однако корректность свёрток при суммировании в (3) и (4) определяется выбором пространства элементарных исходов, например, представленных в предыдущем разделе.

Нетрудно заметить, что маргинальные распределения "скрывают" информацию о дополнительных "степенях свободы" рассматриваемой системы. Как правило, эта информация не полежит корректному восстановлению, за исключением, может быть, в сугубо частных и особых случаях.

Однако ясно, что это не имеет никакого отношения к проблеме ЭПР разве, что только со стороны возможности искусственной имитации ситуации со скрытыми параметрами.

Иллюстрацией невозможности восстановления общего распределения из маргинального в его крайней форме (свёртка по всем переменным в виде нормировки) может служить попытка восстановления ФРВ из соотношения нормировки: $\int \text{ПРВ} = 1 \ \rightarrow$ ФРВ. Подобные задачи известны в математике, но как восстановление ФРВ по моментам всех порядков СВ, наподобие восстановления вида аналитической функции по всем производным в данной точке с помощью ряда Тейлора. Однако с помощью подобных методов нельзя решить задачу восстановления полного распределения по маргинальным.

Таким образом, из полного распределения вероятностей можно получать различные маргинальные распределения, однако обратная задача в общем случае не имеет корректного решения.

Как резюме по предыдущим двум разделам, можно утверждать, что вероятностная совместимость семейства случайных переменных на основе единой вероятностной меры в примере раздела 2 работы [2] невозможна по причине различия пространств элементарных исходов $\boldsymbol{\Omega}$ и, в силу этого, невозможности построения вероятностной меры $\boldsymbol{P}$ на алгебре событий

[1)] ПРВ – плотность распределения вероятностей; ФРВ – функция распределения вероятностей; СВ – случайная величина

Реального разрешения проблемы ЭПР в смысле дилеммы скрытых параметров и локальности это мало касается. А к неравенству Белла в форме, приведённой в заглавной статье Аспека, всё это не имеет никакого отношения. Ниже, для общности мы повторим этот вывод.

C. Неравенство Белла

Вернёмся ещё раз к выводу неравенства Белла, следуя статье Аспека, но в одном месте и целиком.

Рассматриваем дихотомические переменные A и B, принимающие значения ± 1. Введём параметр λ с симметричной [2] плотностью распределения вероятностей $\rho(\lambda)$ подчиняющейся стандартным условиям [3]:

$$\begin{gathered} \rho(\lambda) \geq 0, \\ \int d\lambda \rho(\lambda) = 1. \end{gathered} \tag{9, 5}$$

Здесь λ играет роль внешнего коррелирующего фактора (скрытого) между переменными A и B. Параметризуем эту связь как функциональную зависимость A и B от λ и дополнительных параметров – векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$:

$$\begin{aligned} A &= A(\lambda, \mathbf{a}) = \pm 1, \\ B &= B(\lambda, \mathbf{b}) = \pm 1. \end{aligned} \tag{10, 6}$$

Введём обозначения

$$P_{+}(\mathbf{a}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2}, \tag{11, 7}$$

$$P_{++}(\mathbf{a}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[B(\lambda, \mathbf{b}) + 1]}{2}, \tag{11, 8}$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[1 - B(\lambda, \mathbf{b})]}{2}, \tag{11, 9}$$

$$P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[1 - A(\lambda, \mathbf{a})]}{2} \frac{[B(\lambda, \mathbf{b}) + 1]}{2}. \tag{11, 10}$$

Соотношение (7) "собирает" вероятности $d\lambda\rho(\lambda)$, для которых величина $\frac{[A(\lambda,\mathbf{a})+1]}{2}$ не равна 0, то есть в силу дихотомичности A равна 1. Аналогично, (8), (9), (10) "собирают" вероятности для которых $A = 1,\ B = 1$; $A = 1,\ B = -1$; $A = -1, B = 1$.

Коэффициент корреляции $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ определяется соотношением

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}), \tag{5,11}$$

Подставляя (8), (9), (10) в (11),

учитывая $P_{++} = P_{--}$, получим коэффициент корреляции $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda\ \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}). \tag{12,12}$$

поскольку

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 2 \cdot \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[B(\lambda, \mathbf{b}) + 1]}{2} = \frac{1}{2}\{A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}) + B(\lambda, \mathbf{b}) + 1\}.$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[1 - B(\lambda, \mathbf{b})]}{2} + \frac{[1 - A(\lambda, \mathbf{a})]}{2} \frac{[B(\lambda, \mathbf{b}) + 1]}{2} =$$

$$= \frac{1}{4}\{A(\lambda, \mathbf{a}) - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + 1 - B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}) + 1 - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a})\} =$$

$$\frac{1}{4}\{A(\lambda, \mathbf{a}) - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + 1 - B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}) + 1 - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a})\} =$$

---

[2]) По поводу симметричности ПРВ ρ(λ) скрытого параметра λ необходимо сказать следующее. Распределением нормализованной СВ при учёте двух моментов – среднего (мера положения) и дисперсии (мера разброса), согласно принципу максимума энтропии (максимальной неопределённости и, следовательно, информационной ёмкости) является нормальное гауссовское распределение. Для неопределённого случайного параметра это распределение даёт самое надёжное предсказание результата.

[3] Цветом будут отображаться номера формул исходного текста статьи Аспека. и необходимые пояснения

$$= \frac{1}{2}\{1 - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b})\}.$$

$$\boldsymbol{E}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cdot \int d\lambda\ \rho(\lambda)\{\{A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}) + B(\lambda, \mathbf{b}) + 1\} - \{1 - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b})\}\} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \int d\lambda\ \rho(\lambda)\{2 \cdot A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}) + B(\lambda, \mathbf{b})\} =$$

$$\int d\lambda\ \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + \int d\lambda\ \rho(\lambda)\{A(\lambda, \mathbf{a}) + B(\lambda, \mathbf{b})\} = \int d\lambda\ \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}).$$

Очевидно, что в силу симметричности ПРВ $\rho(\lambda)$

$$\int d\lambda\ \rho(\lambda)\{A(\lambda, \mathbf{a}) + B(\lambda, \mathbf{b})\} = 0.$$

Введём величину

$$s = A(\lambda, \mathbf{a})B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a})B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}')B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}')B(\lambda, \mathbf{b}') =$$
$$= A(\lambda, \mathbf{a})[B(\lambda, \mathbf{b}) - B(\lambda, \mathbf{b}')] + A(\lambda, \mathbf{a}')[B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}')]. \quad (17,13)$$

Учитывая, что четыре числа A и B принимают только значения ± 1, простой анализ второй строки выражения (13) показывает, что

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2. \quad (18,14)$$

Усредняя s по λ, находим, что значение этой величины заключено между +2 и –2:

$$-2 \le \int d\,\lambda \rho(\lambda) s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \le 2. \quad (18,15)$$

Согласно (12), мы можем переписать эти неравенства в виде

$$-2 \le S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \le 2, \quad (20,16)$$

где

$$S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}'). \quad (21,17)$$

D. Нарушение неравенства Белла

Подстановка в (17) квантомеханических значений вероятностей, демонстрирует явное нарушение неравенства (16). Это подробно рассмотрено и продемонстрировано в работе [5]: в Приложении приведён элементарный вывод вероятностей, а в таблице C и на рисунке B – результаты численных расчётов.

E. Философское обобщение проблемы

Предлагаемая постановка задач на уровне философского обобщения приведена в работах [6], [7].

Ссылки

1. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. 2-е изд. М.: Наука, 1974. 120 с.
2. Хренников А.Ю. Эксперимент ЭПР-Бома и неравенства Белла. Квантовая физика и теория вероятностей. Теоретическая и математическая физика, том 157, № 1 октябрь, 2008
3. Federico Laudisa.
arXiv:quant-ph/0011016v1 3 Nov 2000. The EPR Argument in a Relational Interpretation of Quantum Mechanics Federico Laudisa. Department of Philosophy, University of Florence, Via Bolognese 52, 50139 Florence, Italy.
https://www.academia.edu/33329716/
4. Bas C. van Fraassen. Rovelli's World * Bas C. van Fraassen forthcoming in Foundations of Physics 2009
https://www.academia.edu/32443451/
5. Касимов В.А. Некоторые топологические парадоксы СТО (ЭПР). Новосибирск, 2014 г.
https://www.academia.edu/32427340/
6. Касимов В.А. Некоторые философские проблемы пространственно-временных отношений. Новосибирск. 2013 г. https://www.academia.edu/35261389/
7. Касимов В.А. Возникновение пространственно-временной определённости
Новосибирск. 2013-2016 гг. https://www.academia.edu/35261365/
8. Tacacs L. A moment problem, J. Austr. Math. Soc., 1965, 5, #4, pp. 487-490

*****

Для связи:
quadrica-m@mail.ru

Авторский семинар
http://my.mail.ru/community/physiks.princips/?ref=cat

http://quadrica.ucoz.net/
https://independent.academia.edu/KasimovVladimir
https://vk.com/public128913510
https://www.facebook.com/notes/1557999174417186/

http://orcid.org/0000-0002-1435-9220

*****

В.А. Касимов. *Некоторые топологические парадоксы СТО (ЭПР)*

Аннотация
Обратиться вновь к статье А. Аспека *"ТЕОРЕМА БЕЛЛА: наивный взгляд экспериментатора"* нас заставили некоторые публикации. Однако мы вновь убедились в *концептуальной корректности* постановки проблемы ЭПР в статье Аспека.

В концептуальном плане в "*наивном изложении ЭПР*" от Аспека никаких "склеек" вероятностных мер разных пространств не требуется. Изложение Аспека логически замкнуто и полно.

Концептуально (на простых примерах) показано существование проблемы, связанной с нарушением неравенства Белла.

Реальную же возможность разрешения этой проблемы на сегодняшний день представляет, на наш взгляд, только реляционная интерпретация квантовой механики [3], [4], поскольку реляционная интерпретация квантовой механики Ровелли "выносит за скобки" локальную причинность в парадоксе ЭПР, заменяя её концепцией целостности отношений наблюдаемых систем и, тем самым, отказываясь от сомнительного с точки зрения квантовой механики понятия скорости как производной в *ТМК-топологии* пространственно-временных отношений. И это, по-видимому, то, чем физика "беременна" уже продолжительное время! Но именно трудности разрешения дилеммы полноты и локальной причинности связаны с отсутствием понятия скорости в форме пространственно-временной производной в скалярном виде. И это есть общая проблема квантовой механики, которую намерена решить реляционная концепция .

В предлагаемой статье есть все логические "завязки", по каждой из которых можно было бы возразить и сказать - это не так!

V.A. Kasimov. *Some topological paradoxes of relativity (EPR)*

Abstract
To refer again to the article A. Aspect "bell's THEOREM: the naive view of the experimenter" we were forced by some publications. However, we have again seen the conceptual correctness of the statement of the problem of EPR in the Aspect's article.

In conceptual terms, in the "naive presentation of EPR" from the Aspect of no "splices" probabilistic measures of different spaces is not required. The presentation of the Aspect is logically closed and complete. The existence of a problem related to the violation of bell inequality is shown conceptually (by simple examples). The real possibility of solving this problem today is, in our opinion, only a relational interpretation of quantum mechanics [3], [4], since the relational interpretation of quantum mechanics Rovelli "puts out the brackets" local causality in the EPR paradox, replacing it with the concept of the integrity of the relations of the observed systems and, thereby, abandoning the concept of velocity, doubtful from the point of view of quantum mechanics as a derivative in the TMK-topology of space-time relations. And this is, apparently, what physics is "pregnant" for a long time! But the difficulty of resolution of the dilemma of completeness and the local causality associated with the absence of the notion of speed in the form of spatio-temporal derivative in the scalar form. And this is a common problem of quantum mechanics, which the relational concept intends to solve .

In the proposed article there are all logical "ties", for each of which it would be possible to object and say - it is not so