

Infinite Product for Inverse Trigonometric Functions

MENDZINA ESSOMBA François

Résumé

Je propose dans ce article les premiers produits infinis de l'histoire pour des fonctions sinusoïdales inverses. Ces formules sont valables pour des valeurs supérieures à zéro et sont également dans les intervalles connues de chacune des fonctions.

I propose in this article the first infinite products of history for inverse sinusoidal functions. These formulas are valid for values greater than zero and are also in the known ranges of each of the functions.

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-tangente FME...

$$\frac{2}{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + 2} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + 2} + 2} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + 2} + 2} + 2} + 2}} \cdots = \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} |\operatorname{atan}(x)| \quad (1)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-cotangente ...

$$\frac{2}{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} + 2} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} + 2} + 2} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} + 2} + 2} + 2} + 2}} \cdots = \sqrt{x^2 + 1} |\operatorname{acot}(x)| \quad (2)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-tangente hyperbolique ...

$$\sqrt{\frac{2}{\sqrt{-x^2+1}} + 2} \sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{-x^2+1}} + 2} + 2} \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{-x^2+1}} + 2} + 2} + 2} \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2}{\sqrt{-x^2+1}} + 2} + 2} + 2} + 2} \cdots = \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} |\operatorname{atanh}(x)| \quad (3)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-cotangente hyperbolique. ...

$$\frac{2}{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} + 2} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} + 2} + 2} + 2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} + 2} + 2} + 2} + 2}} \dots = \sqrt{x^2 - 1} |\operatorname{acoth}(x)| \quad (4)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-sinus. ...

$$\frac{2}{\sqrt{2\sqrt{-x^2+1}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{-x^2+1}+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{-x^2+1}+2}+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{-x^2+1}+2}+2}+2}+2}} \dots = \left| \frac{\arcsin(x)}{x} \right| \quad (5)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-sinus hyperbolique. ...

$$\frac{2}{\sqrt{2\sqrt{x^2+1}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{x^2+1}+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{x^2+1}+2}+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{x^2+1}+2}+2}+2}+2}} \dots = \left| \frac{\operatorname{asinh}(x)}{x} \right| \quad (6)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-cosinus. ...

$$\frac{2}{\sqrt{2x+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{2x+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2x+2}+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2x+2}+2}+2}+2}} \dots = \left| \frac{\arccos(x)}{\sqrt{-x^2+1}} \right| \quad (7)$$

FME...

Un produit infini pour la fonction arc-cosinus hyperbolique. ...

$$\frac{2}{\sqrt{2x+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{2x+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2x+2}+2}+2}} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2x+2}+2}+2}+2}} \dots = \left| \frac{\operatorname{acosh}(x)}{\sqrt{x^2+1}} \right| \quad (8)$$