Le Flot de Dirac-Ricci sur les Spineurs

A.Balan

March 9, 2018

1 L'opérateur de Dirac

L'opérateur de Dirac [F] agit sur les spineurs comme opérateur linéaire d'ordre un:

$$\mathcal{D} = \sum_i e_i \nabla^{LC}_{e_i}$$

pour une base orthogonale e_i du fibré tangent et ∇^{LC} la connexion de Levi-Civita.

2 Le flot de Dirac-Ricci

On se donne une métrique hermitienne h_S sur le fibré des spineurs:

$$h_S = \sum_i \psi_i \otimes \bar{\psi}'_i$$

pour ψ_i des spineurs. L'opérateur de Dirac agit sur la métrique:

$$\nabla^{LC}(\psi \otimes \bar{\psi}') = (\nabla^{LC}\psi) \otimes \bar{\psi}' + \psi \otimes (\bar{\nabla^{LC}}(\psi'))$$

$$e_i(\psi \otimes \bar{\psi}') = e_i(\psi) \otimes \bar{\psi}' + \psi \otimes \bar{e_i}(\psi')$$

L'opérateur de Dirac agit donc:

$$\mathcal{D}(h_S) = \sum_i e_i \nabla^{LC}_{e_i}(h_S)$$

De plus, on considère la courbure de la connexion de Chern et son contracté par rapport à une forme symplectique ω sur la base [GHL]:

$$Ricc(h_S) = \sum_{i,j} \omega(e_i, e_j) R(\nabla^{Chern})(e_i, e_j)$$

Le flot de Dirac-Ricci est alors définissable [B] par l'équation suivante:

$$\frac{\partial h_S}{\partial t} + \mathcal{D}(h_S) = -2iRicc(h_S)$$

References

[B] M.Boileau, G.Besson, C.Sinestrari, G.Tian, ”Ricci Flow and Geometric Applications”, Springer, 2010.

[F] T.Friedrich, ”Dirac operators in Riemannian Geometry”, Graduate Studies in Mathematics vol 25, AMS, 2000.

[GHL] S.Gallot, D.Hulin, J.Lafontaine, ”Riemannian Geometry”, Springer, 2004.