

Teoria Względności



Zbigniew Osiak

Fale Grawitacyjne

12

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:

<http://orcid.org/0000-0002-5007-306X>

Zbigniew Osiak (Tekst)

TEORIA WZGLĘDNOŚCI
Fale Grawitacyjne

Małgorzata Osiak (Ilustracje)

© Copyright 2014 by
Zbigniew Osiak (text) and Małgorzata Osiak (illustrations)

Wszelkie prawa zastrzeżone.
Rozpowszechnianie i kopiowanie całości lub części publikacji
zabronione bez pisemnej zgody autora tekstu i autorki ilustracji.

Portret autora zamieszczony na okładkach przedniej i tylnej
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-4269-3

e-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

W 2011 i 2012 wygłosiłem dla słuchaczy Uniwersytetu Trzeciego Wieku w Uniwersytecie Wrocławskim cykl wykładów:

01. Teoria Względności – Podstawy
02. Teoria Względności – Wyniki/Rezultaty
03. Teoria Względności – Testy
04. Teoria Względności – Zastosowania
05. Teoria Względności – Problemy
06. Teoria Względności – Błędne Interpretacje
07. Teoria Względności – Prekursorzy
08. Teoria Względności – Twórcy
09. Teoria Względności – Kulisy
10. Teoria Względności – Kosmologia Relatywistyczna
11. Teoria Względności – Czarne Dziury
12. Teoria Względności – Fale Grawitacyjne
13. Teoria Względności – Antygravitacja
14. Teoria Względności – Kalendarium

Pomocnicze materiały do tych wykładów będą dostępne w internecie.

Szczegółowe informacje dotyczące sygnalizowanych tam zagadnień zainteresowani Czytelnicy znajdą w innych moich eBookach:

Z. Osiak: *Szczególna Teoria Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Antygravitacja*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Giganci Teorii Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Energia w Szczególnej Teorii Względności*. SP (2012).

Z. Osiak: *Energy in Special Relativity*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Encyklopedia Fizyki*. Self Publishing (2012).

TEORIA WZGLĘDNOŚCI

Fale Grawitacyjne

dr Zbigniew Osiak

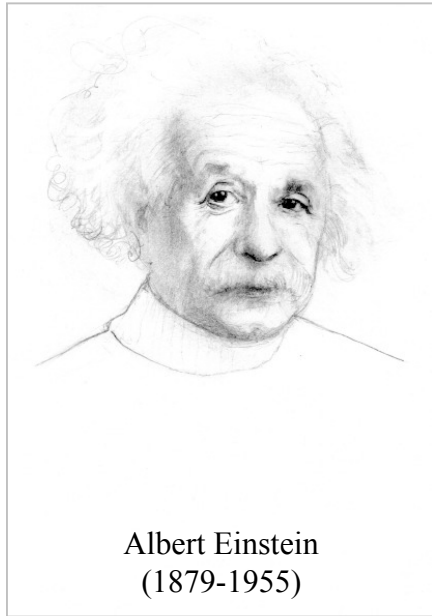
Portrety wykonała

Małgorzata Osiak

- Fale grawitacyjne
- Równania pola są równaniami falowymi
- Fale grawitacyjne są poprzecznymi falami kwadrupolowymi
- Źródła fal grawitacyjnych
- Emisja fal grawitacyjnych
- Astronomiczny (pośredni) dowód istnienia fal grawitacyjnych
- Typy (rodzaje) detektorów fal grawitacyjnych
- Cylindryczne detektory rezonansowe
- Cylindryczny detektor rezonansowy Webera
- AURIGA
- EXPLORER
- NAUTILUS
- ALLEGRO
- Sferyczne detektory rezonansowe
- Sferyczny detektor rezonansowy Forwarda
- MiniGRAIL

-
- Elektromagnetyczne detektory rezonansowe
 - Naziemne laserowe detektory interferencyjne
 - TAMA 300
 - GEO 600
 - VIRGO
 - LIGO
 - AIGO
 - CLIO
 - LCGT
 - Kosmiczne laserowe detektory interferencyjne
 - LISA
 - Mikrofalowy generator i detektor helowy
 - Równania Maxwella-Hertza
 - Równania Maxwella-Hertza w STW
 - Równania Maxwella-Hertza w OTW
 - Wyznacznik metryki Schwarzschilda

-
- Zmodyfikowane równania Maxwella-Hertza
 - Grawitacyjne prawo Faradaya
 - Grawitacyjne prawo Ampère'a
 - Interakcja grawito-magnetyczna
 - Grawito-magnetyczna metoda detekcji fal grawitacyjnych
 - Przykład realizacji „serca” detektora grawito-magnetycznego
 - Interakcja grawito-elektryczna
 - Grawito-elektryczna metoda detekcji fal grawitacyjnych
 - Obwód LC w niestacjonarnym polu grawitacyjnym
 - Przykładowe wartości indukcji magnetycznej
 - Szумы w układach elektronicznych
 - Fale grawitacyjne a problem “białych niedźwiedzi”
 - Indeks nazwisk



Albert Einstein
(1879-1955)

- Fale grawitacyjne to rozchodzące się z prędkością światła zmiany składowych tensora metrycznego czasoprzestrzeni. Fale grawitacyjne przenikają bez zniekształceń przez wszystkie ośrodki.
 - Źródłami fal grawitacyjnych są poruszające się ciała, których tensor momentu kwadrupolowego posiada niezerowe składowe.
-
- Fale grawitacyjne są poprzecznymi falami kwadrupolowymi.
 - Istnienie fal grawitacyjnych przewidział Einstein w 1916.
 - Zauważył on, że równania niestacjonarnego słabego pola grawitacyjnego w próżni mają postać równania falowego.

• A. Einstein: *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation*. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **1**, 32 (1916) 688-696. *Przybliżone całkowanie równań pola grawitacyjnego*.

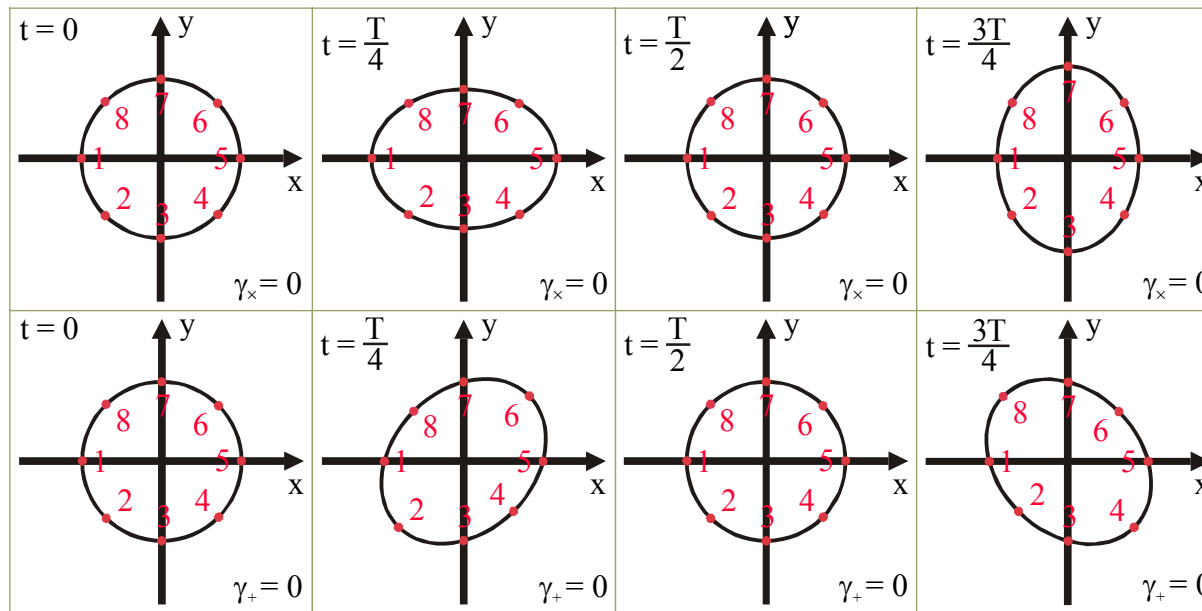
- Równania niestacjonarnego słabego pola grawitacyjnego w próżni mają postać równania falowego.

$$\sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial x^\beta \partial x^\beta} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{\partial t^2} = 0, \quad g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}, \quad |\gamma_{\mu\nu}| \ll 1$$

- $g_{\mu\nu}$ – składowa tensora metrycznego czasoprzestrzeni
- $\delta_{\mu\nu}$ – delta Kroneckera

$$\delta_{\mu\nu} = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \mu = \nu \\ 0 \Leftrightarrow \mu \neq \nu \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fale grawitacyjne są poprzecznymi falami kwadрупolowymi 13



- Rysunek przedstawia jak oddziałują z falami grawitacyjnymi cząstki próbne początkowo rozmieszczone w równych odstępach na okręgu. Składowe γ_+ i γ_\times opisują dwie niezależne polaryzacje fali biegnącej wzdłuż osi z.

$$\gamma_+ = \gamma_{11} = -\gamma_{22} \quad \gamma_\times = \gamma_{12} = \gamma_{21}$$

- Źródłami fal grawitacyjnych są między innymi poruszające się ciała, których tensor momentu kwadrupolowego posiada niezerowe składowe.
- Ciałami takimi są na przykład:
 - Gwiazda będąca elipsoidą obrotową (z wyjątkiem kuli) wirującą wokół jednej ze swych osi.
 - Dwie gwiazdy o różnych lub równych masach krążące wokół ich wspólnego środka masy.
 - Kolapsująca grawitacyjnie gwiazda niebędąca kulą.

- Moc energii wysyłanej w formie fal grawitacyjnych przez poruszające się ciała, będące emiterami, dana jest wzorem:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{G}{45c^5} \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \left(\frac{\partial^3}{\partial t^3} D^{\alpha\beta} \right)^2 \quad \frac{G}{45c^5} = 6,1218 \cdot 10^{-55} \frac{s^3}{m^2 kg}$$

Bezśladowy tensor momentu kwadrupolowego układu punktów materialnych:

$$D^{\alpha\beta} = \sum_i M_i (3x_i^\alpha x_i^\beta - R_i^2 \delta_{\alpha\beta}), \quad R_i = \text{promień wodzący } i\text{-tego punktu materialnego}$$

Bezśladowy tensor momentu kwadrupolowego ciągłego rozkładu mas:

$$D^{\alpha\beta} \stackrel{df}{=} \iiint_V \rho (3x^\alpha x^\beta - \delta_{\alpha\beta} x^\gamma x^\gamma) dV, \quad \rho = \text{gęstość}, \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3)$$

Przykład: Wszystkie składowe tensora momentu kwadrupolowego kuli są równe zero.

- A. Einstein: *Über Gravitationswellen*. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **1** (1918) 154-167. *O falach grawitacyjnych*.
- L. Landau, E. Lifszic: *Teoria pola*. PWN, Warszawa 1958. [Strona 353]

Przykład: Moc energii emitowanej w postaci fal grawitacyjnych przez dwa ciała, każde o masie m , odległe o l od siebie, poruszające się po okręgu wokół ich środka masy z prędkością kątową ω :

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{8}{5} \cdot \frac{G}{c^5} \cdot m^2 \cdot l^4 \cdot \omega^6$$

$$\frac{8G}{5c^5} \approx 1,98 \cdot 10^{-51} \frac{\text{s}^3}{\text{m}^2 \text{kg}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{Gm}{l^3}}$$

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{8}{5} \cdot \frac{G^4}{c^5} \cdot \frac{m^5}{l^5}$$

$$\frac{8G^4}{5c^5} \approx 1,3 \cdot 10^{-83} \frac{\text{m}^7}{\text{kg}^4 \text{s}^3}$$

- И. С. Шкловский, Н. С. Кардашев: *Гравитационные волны и „сверхзвезды“*. Доклады АН СССР **155**, 5 (1964) 1039-1041.
- Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012). ISBN: 978-83-272-3515-2

Astronomiczny (pośredni) dowód istnienia fal grawitacyjnych 17



- Taylor wykazał w 1979, że podwójny pulsar PSR 1913+16 emituje fale grawitacyjne. Po czterech latach obserwacji zarejestrował, że okres obiegu orbity pulsara zmniejsza się o 75 milionowych części sekundy na rok.
- Pulsar i towarzysząca mu gwiazda neutronowa tracą energię i zbliżają się do siebie. Zgodnie z trzecim prawem Keplera okres obiegu orbity staje się krótszy.
- Pulsar ten okrąża gwiazdę neutronową, z okresem wynoszącym 7,75 godzin i obraca się wokół swojej osi w ciągu 0,06903 sekundy. Odległy jest od Ziemi o 1600 lat świetlnych.

• J. H. Taylor, L. A. Fowler and P. M. McCulloch: *Measurements of General Relativistic Effects in the Binary Pulsar PSR1913+16*. Nature **277** (1979) 437-440.

- Detektory rezonansowe
 - cylindryczne
 - sferyczne
 - elektromagnetyczne
- Laserowe detektory interferencyjne
 - naziemne
 - kosmiczne
- Mikrofalowe detektory i generatory helowe
- Detektory grawito-magnetyczne
- Detektory grawito-elektryczne

- Cylindryczne detektory rezonansowe
 - Detektor Webera
 - AURIGA
 - EXPLORER
 - NAUTILUS
 - ALLEGRO
- Sferyczne detektory rezonansowe
 - Detektor Forwarda
 - MiniGRAIL
- Elektromagnetyczne detektory rezonansowe

- Naziemne laserowe detektory interferencyjne
 - TAMA 300
 - GEO 600
 - VIRGO
 - LIGO
 - AIGO
 - CLIO
 - LCGT
- Kosmiczne laserowe detektory interferencyjne
 - LISA

- Cylindryczny detektor rezonansowy to walec wykonany z jednorodnego metalu, na powierzchni którego umieszczone są przetworniki piezoelektryczne rejestrujące drgania wywołane przez falę grawitacyjną.



- Pierwszy detektor promieniowania grawitacyjnego został zbudowany przez Webera w 1960.
- Stanowiły go dwa zawieszone w próżni aluminiowe cylindry o średnicy 90 cm i masie 3,5 tony, oddalone od siebie o 1000 km. Czujnikami drgań były kryształy piezoelektryczne.
- Tylko równoczesna detekcja sygnału przez oba walce miała stanowić dowód istnienia fal grawitacyjnych.
- Antena Webera jest anteną wąskopasmową. Może rejestrować tylko sygnały o częstotliwościach odpowiadających częstotliwościom drgań własnych anteny, czyli około 1,6 kHz.

AURIGA

Typ rezonansowy (cylindryczny)

Materiał aluminium

Zakres 920 Hz

Szerokość pasma

Czułość

Masa 2.300 kg

Długość

Średnica 60 cm

Temperatura 0,1 K

Kraj Włochy

Start 1997

- Czułość = $|\Delta l|/l$ – względna zmiana rozmiarów liniowych detektora
- Δl – zmiana rozmiarów liniowych detektora
- l – pierwotny rozmiar liniowy detektora

EXPLORER

Typ rezonansowy (cylindryczny)

Materiał aluminium

Zakres 906 Hz i 923 Hz

Szerokość pasma

Czułość

Masa 2.270 kg

Długość 3 m

Średnica 60 cm

Temperatura 2,6 K

Kraj Szwajcaria

Start 2000

NAUTILUS

Typ rezonansowy (cylindryczny)

Materiał aluminium

Zakres 908 Hz i 924 Hz

Szerokość pasma

Czułość

Masa 2.300 kg

Długość 3 m

Średnica 60 cm

Temperatura 0,1 K

Kraj Włochy

Start 1995

ALLEGRO

Typ rezonansowy (cylindryczny)

Materiał

Zakres 900 Hz

Szerokość pasma

Czułość

Masa 2.300 kg

Długość

Średnica

Temperatura 4,2 K

Kraj USA

Start 1991

- Sferyczny detektor rezonansowy to kula wykonana z jednorodnego metalu, z rozmieszczonymi na jej powierzchni przetwornikami piezoelektrycznymi rejestrującymi drgania wywołane przez falę grawitacyjną.

Robert Lull Forward
(1932-2002)

- Sferyczny detektor rezonansowy został zaproponowany po raz pierwszy przez Forwarda w 1971.
- Antena tego typu może dostarczyć informacji o kierunku do źródła promieniowania oraz dokonać pomiaru polaryzacji tego promieniowania.

MiniGRAIL

Typ rezonansowy (sferyczny)

Materiał Cu Al (6 %)

Zakres 2,9 kHz

Szerokość pasma 230 Hz

Czułość $4 \cdot 10^{-21}$

Masa 1.150 kg

Średnica 68 cm

Temperatura 20 mK

Kraj Holandia

Start

- Elektromagnetyczny detektor rezonansowy to detektor wykorzystujący zjawisko indukcji elektromagnetycznej Faradaya. Zmiana strumienia indukcji magnetycznej spowodowana jest zmianą rozmiarów detektora podczas przechodzenia przezeń fali grawitacyjnej.

- Naziemny laserowy detektor interferencyjny to detektor fal grawitacyjnych będący interferometrem. Światło emitowane przez laser zostaje rozdzielone na dwie wiązki skierowane do dwóch ramion interferometru, na końcach których znajdują się masywne lustra w układzie Fabry-Pérot. Spotykające się wiązki, po odbiciu od luster, ulegają interferencji. Podczas przejścia fali grawitacyjnej, nastąpi zmiana długości ramion interferometru (odległości między lustrami), co zmieni obraz prążków interferencyjnych.

TAMA 300

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres

Szerokość pasma

Czułość

Długość ramion 300 m

Średnica

Ciśnienie

Temperatura

Kraj Japonia

Start 1995

GEO 600

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres 50 Hz ÷ 1,5 kHz

Szerokość pasma > 60 Hz

Czułość 10^{-26} ÷ 10^{-20}

Długość ramion 600 m

Średnica 60 cm

Ciśnienie < 10^{-6} Pa

Temperatura

Kraj Niemcy

Start wrzesień 1995

ciśnienie atmosferyczne $\approx 10^5$ Pa

VIRGO

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres 10 Hz ÷ 10 kHz

Szerokość pasma

Czułość

Długość ramion 3 km

Średnica

Ciśnienie

Temperatura

Kraj Włochy

Start 2003

LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory)

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres

Szerokość pasma

Czułość $10^{-22} \div 10^{-21}$

Długość ramion 2 km i 4 km

Średnica

Ciśnienie

Temperatura

Kraj USA (Livingston w stanie Luizjana)

Start 2002

14 września 2015 zarejestrowano sygnał pochodzący od zlewających się dwóch czarnych dziur.

- B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration):
Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger.
Physical Review Letters **116** (11 February 2016) 061102 (16 pages).

LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory)

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres

Szerokość pasma

Czułość $10^{-22} \div 10^{-21}$

Długość ramion 4 km

Średnica

Ciśnienie

Temperatura

Kraj USA (Hanford w stanie Waszyngton)

Start 2002

14 września 2015 zarejestrowano sygnał pochodzący od zlewających się dwóch czarnych dziur.

- B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration):
Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger.
Physical Review Letters **116** (11 February 2016) 061102 (16 pages).

AIGO (Australian International Gravitational Observatory)

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres

Szerokość pasma

Czułość

Długość ramion

Średnica

Ciśnienie

Temperatura

Kraj [Australia](#)

Start

CLIO (Cryogenic Laser Interferometer Observatory)

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres

Szerokość pasma

Czułość

Długość ramion 100 m

Średnica

Ciśnienie

Temperatura 20° K

Kraj Japonia

Start

LCGT (Large Cryogenic Gravitational-wave Telescope)

Typ interferencyjny (laserowy)

Zakres

Szerokość pasma

Czułość

Długość ramion 3 km

Średnica

Ciśnienie

Temperatura

Kraj Japonia

Start 2009

- Kosmiczny laserowy detektor interferencyjny to detektor fal grawitacyjnych wykorzystujący zjawisko interferencji światła. Elementy składowe tego detektora będą orbitowały wokół Słońca.

LISA (Laser Interferometer Space Antenna)

Typ Interferencyjny (laserowy)

Będą tworzyć go trzy satelity umieszczone w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku 5 mln km, którego środek poruszać się będzie 50 mln km za Ziemią po jej orbicie okołosłonecznej.

Zakres 10^{-5} Hz ÷ 1 Hz

Kraj USA (NASA), Unia Europejska (ESA)

Start 2020

NASA – National Aeronautics and Space Administration

ESA – European Space Agency

Raymond Y. Chiao
(ur. 1940)

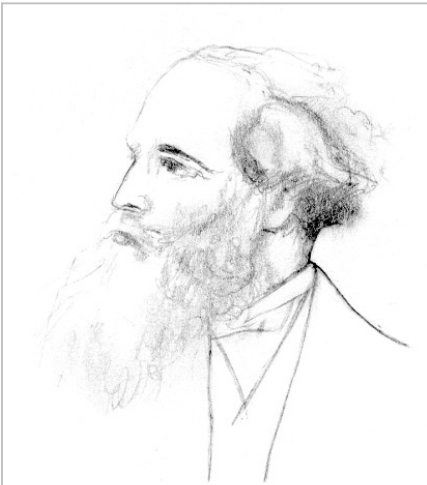
- Mikrofalowy generator i detektor helowy to urządzenie zaprojektowane przez Chiao w 2006, umożliwiające ciekawą metodę generowania oraz detekcji fal grawitacyjnych. Składa się ono z dwóch klatek Faradaya.
- W pierwszej klatce Faradaya znajdują się: źródło promieniowania mikrofalowego, naczynie z naładowanymi kropelkami helu w stanie nadciekłym oraz źródło silnego pola

magnetycznego.

- W drugiej klatce Faradaya znajdują się: detektor promieniowania mikrofalowego, naczynie z naładowanymi kropelkami helu w stanie nadciekłym oraz źródło silnego pola magnetycznego.
- Opis tej metody oraz zjawiska stanowiące jej podstawy zostały omówione na następnych dwóch stronach.

- Kropla helu ${}^4\text{He}$ (diamagnetyk) lewituje w polu magnetycznym.
- Identyczne dwie lewitujące krople nie łączą się ze sobą.
- Na powierzchni każdej kropli należy umieścić jeden elektron.
- Masy naładowanych kropli powinny być takie, aby siły grawitacyjne i elektryczne działające między nimi równoważyły się.
 $m \approx 1,9 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$, $R \approx 0,146 \text{ mm}$
- Naładowane krople helu muszą znajdować się w stanie nadciekłym.
- W pierwszej klatce Faradaya kwadrupolowe promieniowanie mikrofalowe emitowane przez znajdujący się tam generator tego promieniowania powoduje vibracje kropelek helu.

- W silnym polu magnetycznym kropelki helu zaczynają wirować wokół ich środka masy, emitując kwadrupolowe promieniowanie grawitacyjne.
- Promieniowanie grawitacyjne wnika do drugiej klatki Faradaya i powoduje vibracje kropelek helu.
- W silnym polu magnetycznym kropelki helu zaczynają wirować wokół ich środka masy, emitując kwadrupolowe promieniowanie mikrofalowe rejestrowane przez znajdujący się tam detektor tego promieniowania.



James Clerk Maxwell
(1831-1879)



Heinrich Rudolf Hertz
(1857-1894)

- Równania opisujące pole elektromagnetyczne zostały sformułowane przez Maxwella w 1865.
- Współczesna postać równań Maxwella została podana przez Hertza w 1890.

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\text{div}\mathbf{B} = 0$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$$
$$\text{div}\mathbf{D} = \rho$$

\mathbf{E} – natężenie pola elektrycznego
 \mathbf{D} – indukcja elektryczna
 \mathbf{B} – indukcja magnetyczna
 \mathbf{H} – natężenie pola magnetycznego
 \mathbf{j} – gęstość prądu
 ρ – gęstość ładunku elektrycznego

- J. C. Maxwell: *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London **155** (1865) 459-512.
- H. R. Hertz: *Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper*. Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen (1890) 106-149.



- Równania Maxwella-Hertza zostały zapisane w 1908 przez Minkowskiego w czterowymiarowej postaci tensorowej w ramach STW.

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div}\mathbf{B} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{v=1}^4 \frac{\partial E^{\mu v}}{\partial x^v} = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \\ \text{div}\mathbf{D} = \rho \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{v=1}^4 \frac{\partial H^{\mu v}}{\partial x^v} = J^{\mu}$$

($\mu = 1, 2, 3, 4$)

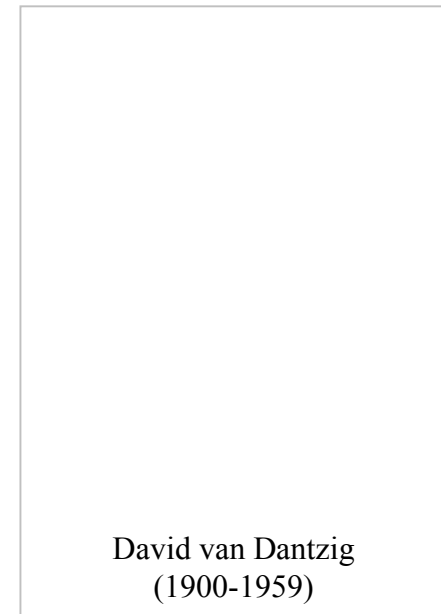
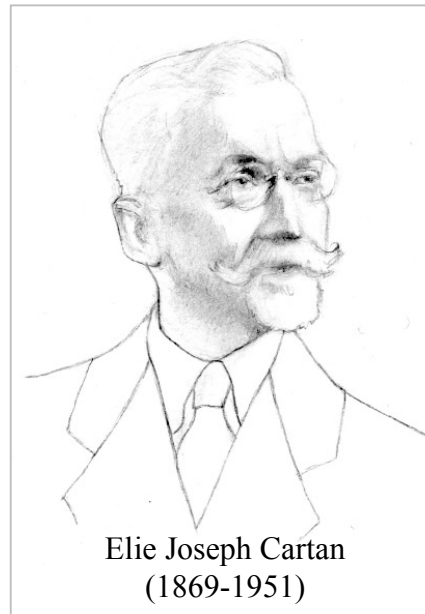
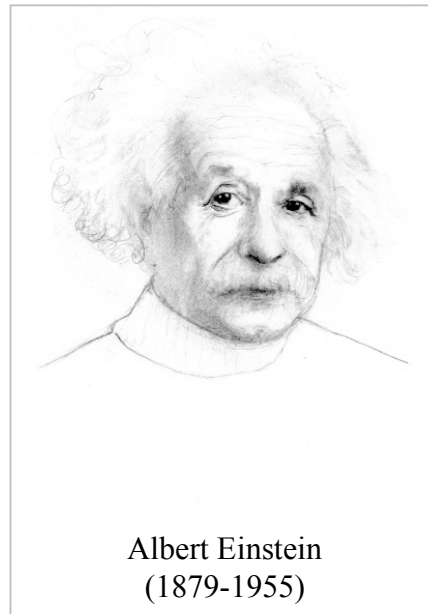
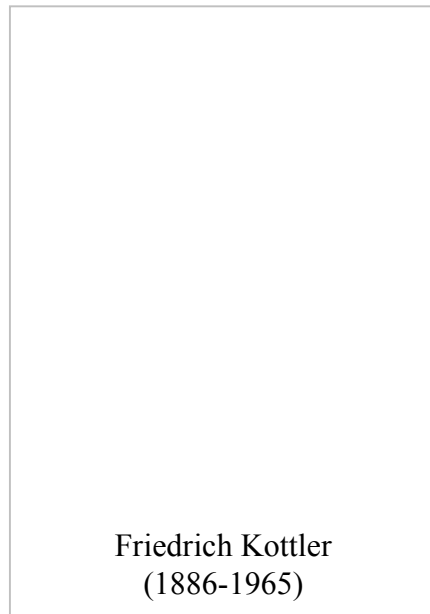
$$E^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & iE_z & -iE_y & -cB_x \\ -iE_z & 0 & iE_x & -cB_y \\ iE_y & -iE_x & 0 & -cB_z \\ cB_x & cB_y & cB_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$H^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & H_z & -H_y & -icD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -icD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -icD_z \\ icD_x & icD_y & icD_z & 0 \end{bmatrix}$$

J^{μ} – składowa czterowektora gęstości prądu

- H. Minkowski: *Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern.*

Nachrichten [von der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu] Göttingen [Mathematisch-physikalische Klasse] (1908) 53-111.



- Równania Maxwella-Hertza w postaci ogólnie kowariantnej przedstawili niezależnie od siebie: Kottler w 1912, Einstein w 1913, 1914 oraz 1916, Cartan w 1923-1924 i van Dantzig w 1934.

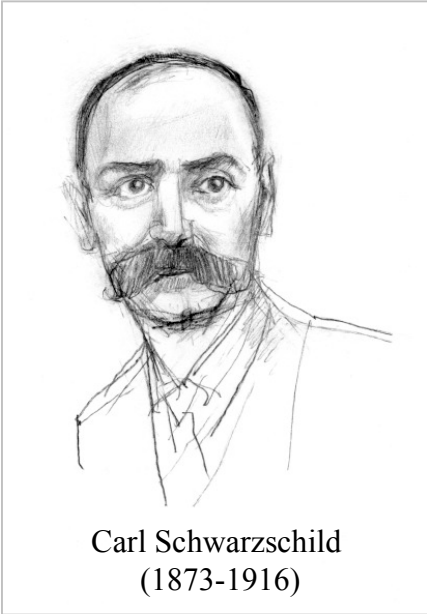
$$\frac{\partial(\sqrt{g}E^{\mu\nu})}{\partial x^\nu} = 0$$

$$\frac{\partial(\sqrt{g}H^{\mu\nu})}{\partial x^\nu} = \sqrt{g}J^\mu$$

- g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

$$\begin{aligned}
 g = & g_{11} \left(g_{22}g_{33}g_{44} + g_{23}g_{34}g_{42} + g_{24}g_{32}g_{43} - g_{42}g_{33}g_{24} - g_{43}g_{34}g_{22} - g_{44}g_{32}g_{23} \right) + \\
 & + g_{12} \left(g_{41}g_{33}g_{24} + g_{43}g_{34}g_{21} + g_{44}g_{31}g_{23} - g_{21}g_{33}g_{44} - g_{23}g_{34}g_{41} - g_{24}g_{31}g_{43} \right) + \\
 & + g_{13} \left(g_{21}g_{32}g_{44} + g_{22}g_{34}g_{41} + g_{24}g_{31}g_{42} - g_{41}g_{32}g_{24} - g_{42}g_{34}g_{21} - g_{44}g_{31}g_{22} \right) + \\
 & + g_{14} \left(g_{41}g_{32}g_{23} + g_{42}g_{33}g_{21} + g_{43}g_{31}g_{22} - g_{21}g_{32}g_{43} - g_{22}g_{33}g_{41} - g_{23}g_{31}g_{42} \right)
 \end{aligned}$$

- Friedrich Kottler: *Über die Raumzeitlinien der Minkowskischen Welt*. Sitzungsberichte der Wiener Akademie der Wissenschaften **121** (1912) 1659-1759.
- A. Einstein, M. Grossmann: *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*. Zeitschrift für Mathematik und Physik **62**, 3 (1913) 225-261. [Patrz: wzory (23) i (24)]
- A. Einstein: *Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **2**, 41 (1914) 1030-1085.
- A. Einstein: *Eine neue formale Deutung der Maxwellschen Feldgleichungen der Elektrodynamik*. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **1**, 7 (1916) 184-188.
- É. J. Cartan: *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (premiere partie)*. Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure **40** (1923) 325-412.
- É. J. Cartan: *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (premiere partie) (suite)*. Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure **41** (1924) 1-25. [Strony 17-24 poświęcone są równaniom Maxwella.]
- D. van Dantzig: *The fundamental equations of electromagnetism, independent of metrical geometry*. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society **30** (1934) 421-427.



- Wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni Schwarzschilda jest równy jedności.
- Stacjonarne pole grawitacyjne Ziemi można w pierwszym przybliżeniu opisać metryką Schwarzschilda i dlatego nie obserwujemy wpływu naszego pola na zjawiska elektromagnetyczne.

$$(ds)^2 = \left\{ \delta_{\alpha\beta} + \frac{x^\alpha x^\beta}{r^2} \left[\left(1 - \frac{r_s}{r} \right)^{-1} - 1 \right] \right\} dx^\alpha dx^\beta + \left(\delta_{44} - \frac{r_s}{r} \right) dx^4 dx^4, \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3)$$
$$x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^4 = ict, \quad r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$g = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div}\mathbf{B} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{v=1}^4 \frac{\partial E^{\mu v}}{\partial x^v} = 0 \rightarrow \sum_{v=1}^4 \frac{\partial \sqrt{g} E^{\mu v}}{\partial x^v} = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{rot}\sqrt{g}\mathbf{E} = -\frac{\partial\sqrt{g}\mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div}\sqrt{g}\mathbf{B} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \\ \text{div}\mathbf{D} = \rho \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{v=1}^4 \frac{\partial H^{\mu v}}{\partial x^v} = J^\mu \rightarrow \sum_{v=1}^4 \frac{\partial \sqrt{g} H^{\mu v}}{\partial x^v} = \sqrt{g} J^\mu \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{rot}\sqrt{g}\mathbf{H} = \sqrt{g}\mathbf{j} + \frac{\partial\sqrt{g}\mathbf{D}}{\partial t} \\ \text{div}\sqrt{g}\mathbf{D} = \sqrt{g}\rho \end{array} \right.$$

$$(\mu = 1, 2, 3, 4)$$

$$E^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & iE_z & -iE_y & -cB_x \\ -iE_z & 0 & iE_x & -cB_y \\ iE_y & -iE_x & 0 & -cB_z \\ cB_x & cB_y & cB_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$H^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & H_z & -H_y & -icD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -icD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -icD_z \\ icD_x & icD_y & icD_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{rot}(\sqrt{g}\mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\mathbf{B})$$

$$\text{div}(\sqrt{g}\mathbf{B}) = 0$$



$$\text{rot}(\varphi\mathbf{a}) = \varphi \text{rot } \mathbf{a} + (\text{grad } \varphi) \times \mathbf{a}$$

$$\text{div}(\varphi\mathbf{a}) = \varphi \text{div } \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \text{grad } \varphi$$

$$\text{rot}\mathbf{E} + \frac{1}{2g}(\text{grad } g) \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{B} + \frac{1}{2g}\mathbf{B} \cdot (\text{grad } g) = 0$$

$$\text{rot}\mathbf{E} + \frac{1}{2g} (\text{grad } g) \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{B} + \frac{1}{2g} \mathbf{B} \cdot (\text{grad } g) = 0$$



Założenie
 $\text{grad } g = 0$

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{B} = 0$$

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{B} = 0$$




$$\iint_S \text{rot}\mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad \iiint_V \text{div}\mathbf{A} \, dV = \oiint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad \iint_S \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$


$$\text{SEM} \stackrel{\text{df}}{=} \oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\sqrt{g}\mathbf{H}) &= \sqrt{g} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\mathbf{D}) \\ \operatorname{div}(\sqrt{g}\mathbf{D}) &= \sqrt{g} \rho \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\varphi\mathbf{a}) &= \varphi \operatorname{rot} \mathbf{a} + (\operatorname{grad} \varphi) \times \mathbf{a} \\ \operatorname{div}(\varphi\mathbf{a}) &= \varphi \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \operatorname{grad} \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} + \frac{1}{2g} (\operatorname{grad} g) \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{D} + \frac{1}{2g} \mathbf{D} \cdot \operatorname{grad} g &= \rho \end{aligned}$$

$$\text{rot}\mathbf{H} + \frac{1}{2g} (\text{grad } g) \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{D} + \frac{1}{2g} \mathbf{D} \cdot \text{grad } g = \rho$$

Założenie
 $\text{grad } g = 0$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho$$



$$\iint_S \text{rot}\mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad \iiint_V \text{div}\mathbf{A} \, dV = \oiint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad \iint_S \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \frac{1}{2g} \left(\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho dV$$

- Grawitacyjne prawo Faradaya stanowi, że w wyniku oddziaływania niestacjonarnego pola grawitacyjnego ze stacjonarnym polem magnetycznym powstaje pole elektryczne.

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\cancel{\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} \quad \bullet \text{ Postać różniczkowa}$$

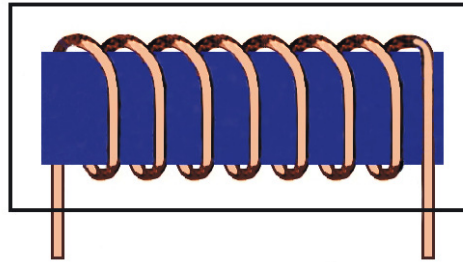
$$\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t} \quad \bullet \text{ Postać całkowa}$$

- Grawitacyjne prawo Ampère'a głosi, że w wyniku oddziaływania niestacjonarnego pola grawitacyjnego ze stacjonarnym polem elektrycznym powstaje pole magnetyczne.

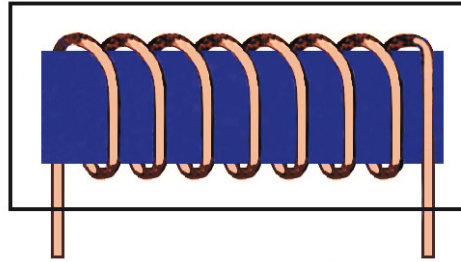
$$\text{rot} \mathbf{H} = \cancel{\mathbf{j}} + \cancel{\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} \quad \bullet \text{ Postać różniczkowa}$$

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{1}{2g} \left(\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t} \quad \bullet \text{ Postać całkowa}$$

- Interakcja grawito-magnetyczna to zjawisko polegające na tym, że fala grawitacyjna, przechodząc przez obwód znajdujący się w stałym polu magnetycznym (nieruchomy względem wektora indukcji magnetycznej tego pola), indukuje w nim siłę elektromotoryczną.



$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

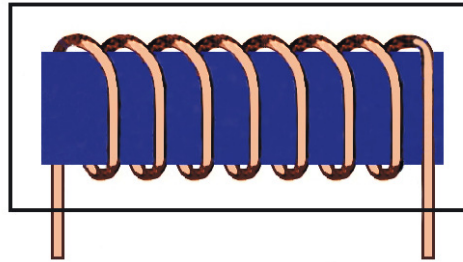


~~$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$~~

$$\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = BnS$$

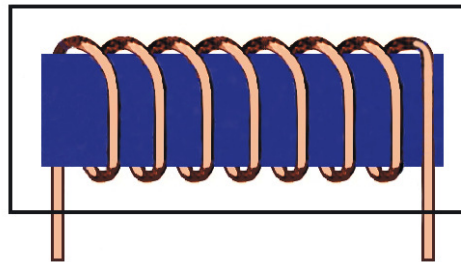
~~$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{BnS}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$~~

$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{BnS}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$



- B – wartość wektora indukcji magnetycznej magnesu stałego
- n – liczba zwojów cewki
- S – powierzchnia jednego zwoju
- g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{BnS}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$



- Proponowana grawito-magnetyczna metoda detekcji fal grawitacyjnych, wykorzystująca zjawisko interakcji grawito-magnetycznej, polega na tym, aby cewkę z rdzeniem z magnezu stałego umieścić w klatce Faradaya.
- Fala grawitacyjna, przechodząc przez cewkę, spowoduje powstanie w niej siły elektromotorycznej.

Przykład realizacji „serca” detektora grawito-magnetycznego 64



- Cewka nawinięta między magnesami (fot. Jarosław Konieczny)

Budowa:

- 2 magnesy neodymowe, walcowe o średnicy 33 mm i wysokości 30 mm
- uszczelka rozdzielająca magnesy o średnicy ok. 8-10 mm i grubości ok. 2 mm
- cewka o ok. 210 zwojach nawiniętych między magnesami drutem (w emalii) o średnicy 0,2 mm

- Interakcja grawito-elektryczna to zjawisko polegające na tym, że fala grawitacyjna, przechodząc przez stacjonarne jednorodne pole elektryczne, na przykład istniejące między okładkami naładowanego kondensatora płaskiego, indukuje w nim pole magnetyczne.

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{\partial}{\partial t} \cancel{\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{1}{2g} \left(\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

- \mathbf{H} – wektor natężenia pola magnetycznego
- \mathbf{j} – wektor gęstości prądu elektrycznego
- \mathbf{D} – wektor indukcji elektrycznej
- g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = DS = \varepsilon_0 \varepsilon_r ES$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r ES}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

- D – wartość wektora indukcji elektrycznej
- E – wartość wektora natężenia pola elektrycznego
- $\varepsilon_0 \varepsilon_r$ – przenikalność elektryczna dielektryka
- S – powierzchnia okładki kondensatora płaskiego
- g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r ES}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

- Proponowana grawito-elektryczna metoda detekcji fal grawitacyjnych, wykorzystująca zjawisko interakcji grawito-elektrycznej, polega na tym, aby naładowany płaski kondensator z dielektrykiem między jego okładkami umieścić w klatce Faradaya.
- Fala grawitacyjna, przechodząc przez kondensator, spowoduje powstanie w nim pola magnetycznego.

$$\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\cancel{\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \cancel{\mathbf{j}} + \cancel{\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

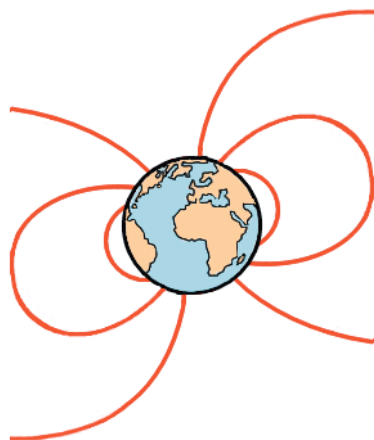
- Powyższe równania można wykorzystać do opisu wpływu fali grawitacyjnej na zjawiska w obwodzie LC umieszczonym w klatce Faradaya, utworzonym z cewki z rdzeniem w postaci magnesu stałego i kondensatora z dielektrykiem między jego okładkami.
- Układ taki może być przydatny do detekcji fal grawitacyjnych.

- Indukcja pola magnetycznego Ziemi ma wartość kilkudziesięciu mikrotlesli.
- W Międzynarodowym Laboratorium Silnych Pól Magnetycznych i Niskich Temperatur we Wrocławiu wytwarza się impulsowo pola o indukcji magnetycznej 50 T.

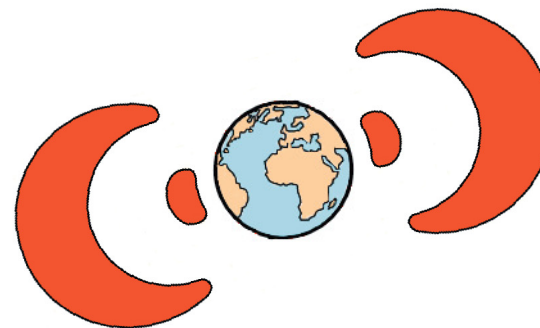
- Fale grawitacyjne mają wpływ na zjawiska elektromagnetyczne, między innymi mogą powodować niektóre szumy w układach elektronicznych.
- Może się okazać, że od dawna odbieramy sygnały z kosmosu, tylko o tym nie wiedzieliśmy.

- Problem „białych niedźwiedzi” polega na tym, jak ukryć przed opinią publiczną prawdziwy cel danych badań naukowych.
- Zewsząd docierają do nas informacje, że na bieguny wysyłani są naukowcy, by badali faunę i florę tamtych terenów oraz grubość pokrywy lodowcowej. Tymczasem głównym celem ich pracy jest badanie własności promieniowania kosmicznego, które dociera tam bez przeszkód.

Pole magnetyczne Ziemi



Pasy radiacyjne Van Allena



- Dlaczego niektóre państwa przeznaczają olbrzymie środki finansowe na budowanie detektorów fal grawitacyjnych?
- Odpowiedź na to pytanie jest prosta, fale grawitacyjne są jedynym sensownym nośnikiem informacji ewentualnie przekazywanych przez cywilizacje bardziej rozwinięte od naszej.
- Ci Ziemianie, którzy będą pierwsi mieli dostęp do wiedzy i nowych technologii, zdobędą przewagę nad pozostałymi.
- Zasada działania istniejących detektorów fal grawitacyjnych jest mało przydatna do tego celu, ale za to na tyle prosta, że zrozumiała dla chciwych sponsorów.
- Nauka powinna być wolna od ideologii i polityki – w innym razie praca uczonych może przynieść więcej szkody niż pożytku.

-
- **Élie Joseph Cartan (1869-1951)**
francuski matematyk
 - **Raymond Y. Chiao (ur. 1940)**
amerykański fizyk chińskiego pochodzenia
 - **David van Dantzig (1900-1959)**
holenderski matematyk
 - **Albert Einstein (1879-1955)**
genialny fizyk teoretyk, laureat nagrody Nobla z fizyki w 1921
 - **Robert Lull Forward (1932-2002)**
amerykański fizyk
 - **Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894)**
niemiecki fizyk

-
- **Nikołaj Siemionowicz Kardaszew (ur. 1932)**
radziecki (rosyjski) astronom
 - **Friedrich Kottler (1886-1965)**
austriacki fizyk teoretyk
 - **Lew Dawidowicz Landau (1908-1968)**
radziecki (rosyjski) fizyk teoretyk, laureat nagrody Nobla z fizyki w 1968
 - **James Clerk Maxwell (1831-1879)**
szkocki fizyk teoretyk
 - **Evgenij Michajłowicz Lifszic (1915-1985)**
radziecki (rosyjski) fizyk teoretyk
 - **Hermann Minkowski (1864-1909)**
niemiecki matematyk i fizyk teoretyk

-
- Carl Schwarzschild (1873-1916)
niemiecki astronom i fizyk
 - Josif Samojłowicz Szkłowski (1916-1985)
radziecki (rosyjski) astrofizyk
 - Joseph Hooton Taylor (ur. 1941)
amerykański astrofizyk, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1993
 - Joseph Weber (1919-2000)
amerykański fizyk

Teoria Względności



Zbigniew Osiak

Fale Grawitacyjne

12