Эта статья опубликована на английском языке в открытом доступе в журнале

Open Physics

Derivation method of numerous dynamics in the Special Theory of Relativity
Open Physics, Vol. 17, 2019, 153-166, ISSN: 2391-5471
Szostek Roman

https://www.degruyter.com/view/j/phys.2019.17.issue-1/phys-2019-0016/phys-2019-0016.xml

Метод вывода многочисленных динамик в Специальной Теории Относительности

Роман Шостэк

Жешовский Технологический Университет, Кафедра Количественных Методов, Аллея Варшавского Восстания 12, Жешув, Польша
rszostek@prz.edu.pl

Аннотация:

В статье представлен новаторски метод вывода многочисленных динамик в Специальной Теории Относительности. Этот метод позволяет выводить бесконечно много динамик в релятивистской механике. В статье показано пять примеров таких выводов. Таким образом, будет доказано, что динамика, известная сегодня как динамика Специальной Теории Относительности, является только одной из бесконечно многих теоретически возможных.

Ключевые слова: динамика тел, Специальная Теория Относительности

1. Введение

Динамика, признанная в настоящее время в СТО, имеет разные экспериментальные подтверждения. В этой статье я не буду заниматься этими экспериментами. Я их не анализирую и не оцениваю. Цель этой статьи - показать, что одной кинематики СТО недостаточно чтобы вывести конкретную динамику СТО. Формально и правильно математически можно получить в рамках СТО много динамик СТО, которые имеют разные свойства. Релятивистская динамика выводится на основании релятивистской кинематики и одного дополнительного предположения, которое позволяет ввести в теорию понятия: масса, импульс и кинетическая энергия. В этой статье обсуждаются возможные предположения и полученные на их основании динамики СТО. В статье представлен авторский метод вывода многочисленных динамик для этой теории.

Решение о том, какая динамика правильна, может быть только результатом экспериментов. Имеющиеся публикации показывают, что правильной динамикой является, указанная Альбертом Эйнштейном, то есть для $x = 3/2$ (глава 5). Однако, поскольку каждый эксперимент подвержен ошибкам, поэтому возможно, что более точные эксперименты, проведенные в будущем, покажут, что оптимальной моделью является динамика для $x = 3/2 \pm \Delta x$, где Δx является заметной поправкой.

Кинематика занимается движением тел без учёта их физических свойств. Основные понятия кинематики: время, положение, преобразование, скорость и ускорение.

Динамика занимается движением материальных тел при воздействии сил. Главные понятия динамики: инерционная масса, сила, импульс и кинетическая энергия.

Кинематика и динамика составляют механику. В статье я освещаю релятивистскую механику, т. е. Специальную Теорию Относительности, которая, в отличие от классической механики, занимается также и большими скоростями.

2. Предположения кинематики Специальной Теории Относительности

Кинематика Специальной Теории Относительности основана на следующих предположениях:

I. Все инерционные системы равноценны.
Это предположение означает, что нет такого физического явления, которым отличалась бы какая-либо инерционная система. В особом случае это означает, что нет такого явления, для объяснения которого необходимо понятие абсолютного покоя. Математически из этого предположения следует, что каждое преобразование времени и координат положения имеет коэффициенты с точно такими же числовыми значениями, что и обратное преобразование (с точностью до знака в зависимости от направления скорости между системами).

II. Скорость света *c* в вакууме является одинаковой в любом направлении и в любой инерционной системе.

III. **Преобразование времени и координат положения между инерционными системами является линейной**.

Часто эти предположения записываются в других равноценных видах.

На основании перечисленных предположений можно вывести преобразование Лоренца, на которое опирается Специальная Теория Относительности. Существует много различных методов вывода этого преобразования. Два метода представлены в монографии [3].

Для нашего удобства используем обозначения, принятые на рисунке 1. Инерционные системы двигаются вдоль своих осей x. Скорость $v_{2/1}$ – это скорость системы U_2, измеряемая наблюдателем из системы U_1. Скорость $v_{1/2}$ – это скорость системы U_1, измеряемая наблюдателем из системы U_2. В Специальной Теории Относительности случается, что $v_{2/1} = -v_{1/2}$.

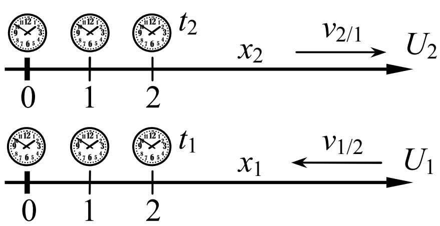

Рис. 1. Относительное движение инерционных систем U_1 и U_2 ($v_{2/1} = -v_{1/2}$).

Преобразование Лоренца из системы U_2 в систему U_1 имеет вид

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(t_2 + \frac{v_{2/1}}{c^2}x_2) \tag{1}$$

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(v_{2/1}t_2 + x_2) \tag{2}$$

$$y_1 = y_2, \qquad z_1 = z_2 \tag{3}$$

Преобразование Лоренца из системы U_1 в систему U_2 имеет вид

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_{1/2}/c)^2}}(t_1 + \frac{v_{1/2}}{c^2}x_1) \tag{4}$$

$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_{1/2}/c)^2}}(v_{1/2}t_1 + x_1) \tag{5}$$

$$y_2 = y_1, \qquad z_2 = z_1 \tag{6}$$

Преобразование (1)-(3), а также (4)-(6), содержит полную информацию о релятивистской кинематике.

3. Избранные свойства релятивистской кинематики

При выводе динамик нам будут нужны две формулы из кинематики: (20) и (23). Выводим их из преобразования (1)-(3).

3.1. Преобразование скорости

Определим дифференциалы из преобразования (1)-(3)

$$dt_1 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(dt_2 + \frac{v_{2/1}}{c^2}dx_2) \tag{7}$$

$$dx_1 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(v_{2/1}dt_2 + dx_2) \tag{8}$$

$$dy_1 = dy_2, \qquad dz_1 = dz_2 \tag{9}$$

Из инерционной системы U_1 и инерционной системы U_2 наблюдается движущееся тело U_3. В системе U_1 оно имеет скорость $v_{3/1}$, зато в системе U_2 его скорость $v_{3/2}$. Составляющие этих скоростей представлены на рисунке 2.

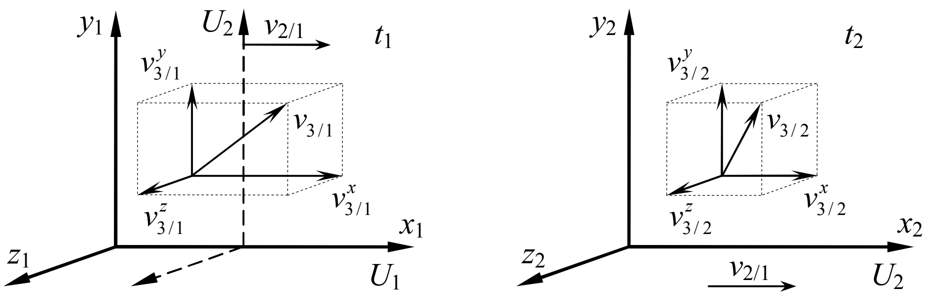

Рис. 2. Движение тела, наблюдаемого из двух инерционных систем U_1 и U_2.

Координаты положения тела U_3 в системе U_1 равны x_1, y_1, z_1. В тот же момент времени в системе U_2 эти координаты равны x_2, y_2, z_2. Поскольку тело U_3 перемещается, то эти координаты изменяются с течением времени. Когда в системе U_1 истекает время dt_1, тогда в системе U_2 истекает время dt_2. Принимая такие обозначения, мы можем написать, что изменения координат положения тела U_3 в системе U_1 в интервале времени dt_1 равны dx_1, dy_1, dz_1. Изменения координат положения тела U_3 в системе U_2 в интервале времени dt_2 равны dx_2, dy_2, dz_2.

Скорость тела U_3 в инерционной системе U_2 имеет следующие составляющие

$$v^x_{3/2} = \frac{dx_2}{dt_2}, \qquad v^y_{3/2} = \frac{dy_2}{dt_2}, \qquad v^z_{3/2} = \frac{dz_2}{dt_2} \tag{10}$$

Скорость тела U_3 в инерционной системе U_1 имеет следующие составляющие

$$v^x_{3/1} = \frac{dx_1}{dt_1}, \qquad v^y_{3/1} = \frac{dy_1}{dt_1}, \qquad v^z_{3/1} = \frac{dz_1}{dt_1} \tag{11}$$

Если в уравнения (11) вставим дифференциалы (7)-(9), тогда получим

$$\begin{cases} v^x_{3/1} = \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(v_{2/1}dt_2 + dx_2)}{\dfrac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(dt_2 + \dfrac{v_{2/1}}{c^2}dx_2)} \\ v^y_{3/1} = \dfrac{dy_2}{\dfrac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(dt_2 + \dfrac{v_{2/1}}{c^2}dx_2)} \\ v^z_{3/1} = \dfrac{dz_2}{\dfrac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}(dt_2 + \dfrac{v_{2/1}}{c^2}dx_2)} \end{cases} \tag{12}$$

То есть

$$\begin{cases} v^x_{3/1} = \dfrac{v_{2/1} + dx_2/dt_2}{1 + \dfrac{v_{2/1}}{c^2}(dx_2/dt_2)} \\ v^y_{3/1} = \sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}\,\dfrac{dy_2/dt_2}{1 + \dfrac{v_{2/1}}{c^2}(dx_2/dt_2)} \\ v^z_{3/1} = \sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}\,\dfrac{dz_2/dt_2}{1 + \dfrac{v_{2/1}}{c^2}(dx_2/dt_2)} \end{cases} \tag{13}$$

На основании (10) получаем искомое преобразование скорости из системы U_2 в систему U_1

$$\begin{cases} v^x_{3/1} = \dfrac{v^x_{3/2} + v_{2/1}}{1 + \dfrac{v^x_{3/2} v_{2/1}}{c^2}} \\ v^y_{3/1} = \sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}\, \dfrac{v^y_{3/2}}{1 + \dfrac{v^x_{3/2} v_{2/1}}{c^2}} \\ v^z_{3/1} = \sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}\, \dfrac{v^z_{3/2}}{1 + \dfrac{v^x_{3/2} v_{2/1}}{c^2}} \end{cases} \tag{14}$$

В особом случае, если тело U_3 двигается параллельно оси x, то

$$v^x_{3/1} = v_{3/1}, \qquad v^x_{3/2} = v_{3/2}, \qquad v^y_{3/1} = v^y_{3/2} = 0, \qquad v^z_{3/1} = v^z_{3/2} = 0 \tag{15}$$

Тогда преобразование скорости (14) принимает вид формулы суммирования параллельных скоростей

$$v_{3/1} = \frac{v_{3/2} + v_{2/1}}{1 + \dfrac{v_{3/2} v_{2/1}}{c^2}} \tag{16}$$

3.2. Изменение скорости, наблюдаемое из разных инерционных систем

Тело находится неподвижно в системе U_3 и совершает временное ускорение к системе $U_{3'}$. Движение этого тела наблюдается из систем U_1 и U_2. Скорости инерционных систем параллельны друг к другу. Принимаем обозначения, показанные на рисунке 3.

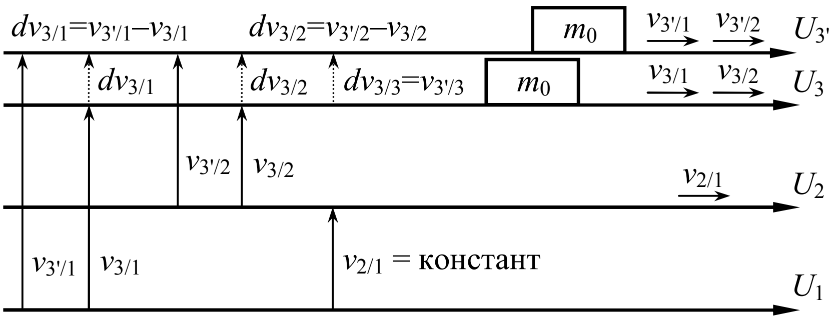

Рис. 3. Приращения скоростей, наблюдаемые в инерционных системах U_1 и U_2.

Определим дифференциалы из формулы (16)

$$dv_{3/1} = \frac{d\dfrac{v_{3/2} + v_{2/1}}{1 + (v_{3/2} v_{2/1})/c^2}}{dv_{3/2}} dv_{3/2} = \frac{1 + \dfrac{v_{3/2} v_{2/1}}{c^2} - (v_{3/2} + v_{2/1}) \dfrac{v_{2/1}}{c^2}}{\left(1 + \dfrac{v_{3/2} v_{2/1}}{c^2}\right)^2} dv_{3/2} \tag{17}$$

$$dv_{3/1} = \frac{1 - \dfrac{v^2_{2/1}}{c^2}}{\left(1 + \dfrac{v_{3/2} v_{2/1}}{c^2}\right)^2} dv_{3/2} \tag{18}$$

Если система U_3 является системой U_2, тогда индекс 3 нужно поменять на индекс 2. Получаем

$$dv_{3/1} = dv_{2/1}, \quad v_{3/2} = v_{2/2} = 0, \quad dv_{3/2} = dv_{2/2} \tag{19}$$

На этом основании формула (18) принимает вид

$$dv_{2/2} = \frac{dv_{2/1}}{1 - (v_{2/1}/c)^2} \tag{20}$$

Зависимость (20) связывает с собой изменение скорости тела, наблюдаемое в инерционной системе U_2, в которой находится тело ($dv_{2/2}$), а также изменение скорости, наблюдаемое из другой инерционной системы U_1 ($dv_{2/1}$).

3.3. Парадокс времени

Если в системе U_2 тело находится неподвижно, тогда для его координат существует зависимость

$$\frac{dx_2}{dt_2} = 0 \tag{21}$$

На основании преобразования времени (7) получаем

$$\frac{dt_1}{dt_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{2/1}/c)^2}}\left(1 + \frac{v_{2/1}}{c^2}\frac{dx_2}{dt_2}\right) \quad \overset{\frac{dx_2}{dt_2}=0}{\Rightarrow} \quad \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{2/1}/c)^2}} \tag{22}$$

На этом основании получаем формулу парадокса времени для тела, неподвижного в отношении системы U_2

$$\frac{dx_2}{dt_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad dt_2 = \sqrt{1 - (v_{2/1}/c)^2} \cdot dt_1 \tag{23}$$

Представление дилатации времени в виде (23) является более точным, чем обычно используемое, поскольку оно имеет форму импликации. Благодаря такой форме четко известно, что такая дилатация действительна только для тел неподвижных относительно системы U_2 (или для событий, происходящих в одном и том же положении относительно системы U_2).

4. Динамики в Специальной Теории Относительности

Все рассуждения будем проводить только для одномерной модели, то есть все анализируемые векторные величины будут параллельны оси x. Любую выведенную динамику легко можно перенести на трёхмерные случаи.

Чтобы в Специальной Теории Относительности вывести динамику, необходимо принять дополнительное предположение, которое позволяет ввести в теорию понятия: массы, импульса и кинетической энергии. В зависимости от принятого предположения получаются различные динамики тел.

Инерционную массу тела, находящегося в покое в инерционной системе отсчёта, обозначим m_0 (масса покоя). Масса покоя определяется на основе единицы измерения массы и метода сравнения любых масс с этой единицей. А инерционную массу неподвижного тела в системе U_2, наблюдаемого из системы U_1, обозначим $m_{2/1}$ (релятивистская масса). Необходимо обратить внимание, что в этом случае релятивистская масса является инерционной массой, выступающей во 2-м законе Ньютона, а не массой из формулы импульса, как принято в Специальной Теории Относительности. Таким образом, мы приняли другое определение релятивистской массы чем то, которое принято в Специальной Теории Относительности. Такое определение релятивистской массы является более удобным при выводе динамик.

Тело с инерционной массой m_0 находится в системе U_2. На него воздействует сила $F_{2/2}$, вызывающая ускорение $dv_{2/2}/dt_2$. Отсюда, для наблюдателя из системы U_2, 2-й закон Ньютона имеет вид

$$F_{2/2} := m_0 \cdot a_{2/2} = m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2} \tag{24}$$

Для наблюдателя из системы U_1 инерционная масса того же тела составляет $m_{2/1}$. Для этого наблюдателя на тело воздействует сила $F_{2/1}$, вызывающая ускорение $dv_{2/1}/dt_1$. Отсюда, для наблюдателя из системы U_1, 2-й закон Ньютона имеет вид

$$F_{2/1} := f(v_{2/1}) \cdot m_0 \cdot a_{2/1} = m_{2/1}(v_{2/1}) \cdot a_{2/1} = m_{2/1} \cdot a_{2/1} = m_{2/1} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \tag{25}$$

Уравнение (25) означает, что мы постулируем обобщенную форму второго принципа динамики Ньютона. Эта обобщенная форма содержит дополнительный параметр $f(v)$. Из (24) следует, что всегда имеет место $f(0) = 1$. В классической механике $f(v) = 1$, тогда как в применяемой в настоящее время динамике СТО $f(v) = \gamma^3$ (формула (32)). Определение другой формы параметра $f(v)$ приводит к другой динамике СТО. Инертная релятивистская масса $m_{2/1}$ является произведением этого дополнительного параметра $f(v)$ на инертную массу покоя m_0. В этой статье мы не будем использовать параметр $f(v)$, только инертную релятивистскую массу $m_{2/1}$.

Для импульса и кинетической энергии принимаем идентичные определения, как в классической механике.

Для наблюдателя из системы U_2 изменение импульса этого тела можно записать следующим видом

$$dp_{2/2} := F_{2/2} \cdot dt_2 = m_0 \cdot a_{2/2} \cdot dt_2 = m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2} dt_2 = m_0 \cdot dv_{2/2} \tag{26}$$

Для наблюдателя из системы U_1 изменение импульса этого тела можно записать следующим видом

$$dp_{2/1} := F_{2/1} \cdot dt_1 = m_{2/1} \cdot a_{2/1} \cdot dt_1 = m_{2/1} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} dt_1 = m_{2/1} \cdot dv_{2/1} \tag{27}$$

где:

- $dp_{2/2}$ – изменение импульса тела с массой покоя m_0, находящегося в инерционной системе, которую измеряет наблюдатель из той же инерционной системы U_2,
- $dp_{2/1}$ – изменение импульса тела, находящегося в инерционной системе U_2, которую измеряет наблюдатель из инерционной системы U_1.

Кинетическая энергия тела сравнима с затраченной работой к его ускорению. Для наблюдателя из системы U_1 изменение кинетической энергии этого тела составляет

$$dE_{2/1} := F_{2/1} \cdot dx_{2/1} = m_{2/1} \cdot a_{2/1} \cdot dx_{2/1} = m_{2/1} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} dx_{2/1} = m_{2/1} \frac{dx_{2/1}}{dt_1} dv_{2/1} = m_{2/1} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} \tag{28}$$

где:

- $dE_{2/1}$ – изменение кинетической энергии тела, находящегося в инерционной системе U_2, которую измеряет наблюдатель из инерционной системы U_1.

4.1. Динамика модели СТО с постоянной силой, т.е. модель СТО/*F*

В этом подразделе будет выведена модель динамики тел, основанная на предположении, что сила, ускоряющая тело (параллельная оси x) является одинаковой для наблюдателя из каждой инерционной системы отсчёта (отсюда обозначение F).

4.1.1. Релятивистская масса в модели СТО/*F*

В модели СТО/F принимаем предположение, что

$$F_{2/1}^{F} \coloneqq F_{2/2} \tag{29}$$

После подстановки (24) и (25) получаем

$$m_{2/1}^{F}\frac{dv_{2/1}}{dt_1} = m_0\frac{dv_{2/2}}{dt_2} \tag{30}$$

На основании (20) и (23) получаем

$$m_{2/1}^{F}\frac{dv_{2/1}}{dt_1} = m_0\frac{dv_{2/1}}{1-(v_{2/1}/c)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}\cdot dt_1} \tag{31}$$

Отсюда релятивистская масса тела, находящегося в системе U_2, наблюдаемого из системы U_1, когда выполнено предположение (29), выражается формулой

$$m_{2/1}^{F} = m_0\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^{3/2} \tag{32}$$

4.1.2. Импульс в модели СТО/*F*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. Чтобы определить импульс этого тела относительно системы U_1, подставим (32) в (27)

$$dp_{2/1}^{F} = m_{2/1}^{F}\cdot dv_{2/1} = m_0\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^{3/2} dv_{2/1} = m_0c^3\frac{1}{(c^2-v_{2/1}^2)^{3/2}}dv_{2/1} \tag{33}$$

Импульс тела является суммой приращений этого импульса, если тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т.е.

$$p_{2/1}^{F} = m_0c^3\int_0^{v_{2/1}}\frac{1}{(c^2-v_{2/1}^2)^{3/2}}dv_{2/1} \tag{34}$$

В работе [1] (формула 72, стр. 167) можно прочитать, что

$$\int\frac{dx}{(a^2-x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2-x^2}}, \qquad a\neq 0 \tag{35}$$

После применения интеграла (35) в (34) получаем формулу импульса тела, находящегося в системе U_2 , и измеряемого наблюдателем из системы U_1 в виде

$$p^F_{2/1} = m_0 c^3 \frac{v_{2/1}}{c^2\sqrt{c^2 - v^2_{2/1}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} v_{2/1} \tag{36}$$

Эта формула идентична формуле импульса, известного в Специальной Теории Относительности. Это потому, что динамика, известная в Специальной Теории Относительности, выводится именно при предположении (29). Оно было принято несознательно, так как считалось, что оно необходимо. Сознание этого предположения позволяет его сменить и вывести другие динамики.

Как уже упоминалось ранее, принятое нами определение релятивистской массы является другим, чем определение, принятое в Специальной Теории Относительности. В нашем случае релятивистская масса является той, которая выступает во 2-м законе динамики Ньютона (25). В этом конкретном случае она выражается зависимостью (32). В Специальной Теории Относительности релятивистская масса является той, которая выступает в формуле (36) импульса.

4.1.3. Импульс в модели СТО/*F* для малых скоростей

Для малой скорости $v_{2/1} << c$ импульс (36) сводится к импульсу из классической механики, так как

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad p^F_{2/1} \approx m_0 v_{2/1} \tag{37}$$

4.1.4. Кинетическая энергия в модели СТО/*F*

Определим формулу кинетической энергии. В формулу (28) подставляем зависимость релятивистской массы, указанную в (32)

$$dE^F_{2/1} = m^F_{2/1} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} = m_0 \left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^{3/2} v_{2/1} dv_{2/1} = m_0 c^3 \frac{v_{2/1}}{(c^2 - v^2_{2/1})^{3/2}} dv_{2/1} \tag{38}$$

Кинетическая энергия тела является суммой приращений его кинетической энергии, когда тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т. е.

$$E^F_{2/1} = m_0 c^3 \int_0^{v_{2/1}} \frac{v_{2/1}}{(c^2 - v^2_{2/1})^{3/2}} dv_{2/1} \tag{39}$$

В работе [1] (формула 74, стр. 167) можно прочитать, что

$$\int \frac{x dx}{(a^2 - x^2)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \tag{40}$$

После применения интеграла (40) в (39) получаем формулу кинетической энергии тела, находящегося в системе U_2, и измеряемой наблюдателем из системы U_1 в виде

$$E^F_{2/1} = m_0 c^3 \frac{1}{\sqrt{c^2 - x^2}}\Bigg|_0^{v_{2/1}} = m_0 c^3 \left(\frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2_{2/1}}} - \frac{1}{c}\right) = m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} - m_0 c^2 \tag{41}$$

Эта формула идентична формуле кинетической энергии, известной в Специальной Теории Относительности, по тем же причинам, как в случае с импульсом (36).

4.1.5. Кинетическая энергия в модели СТО/*F* для малых скоростей

Формулу (41) также можно записать в виде

$$E^F_{2/1} = m_0 c^2 \frac{1-\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}{1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \tag{42}$$

$$E^F_{2/1} = \frac{m_0 v^2_{2/1}}{2} \frac{2}{1-\frac{v^2_{2/1}}{c^2}+\sqrt{1-\frac{v^2_{2/1}}{c^2}}} \tag{43}$$

На этом основании для малых значений $v_{2/1} << c$ получаем

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad E^F_{2/1} \approx \frac{m_0 v^2_{2/1}}{2} \frac{2}{1+1} = \frac{m_0 v^2_{2/1}}{2} \tag{44}$$

4.1.6. Сила в модели СТО/*F*

Ввиду предположения (29), измерение значения той же самой силы двумя различными наблюдателями является идентичным.

4.2. Динамика модели СТО с постоянным изменением импульса, т.е. модель СТО/Δ*p*

В этом подразделе будет выведена модель динамики тел, основанная на предположении, что изменение импульса тела (параллельное оси x), является таким же для наблюдателя из каждой инерционной системы отсчёта (отсюда обозначение Δp).

Эта динамика кажется особенно интересной, так как закон сохранения импульса является фундаментальным законом. Предположение, что изменение импульса тела является одинаковым для каждого наблюдателя, представляется естественным расширением этого закона.

4.2.1. Релятивистская масса в модели СТО/Δ*p*

В модели СТО/Δp принимаем предположение, что

$$dp^{\Delta p}_{2/1} := dp_{2/2} \tag{45}$$

После подстановки (26) и (27) получаем

$$m^{\Delta p}_{2/1} dv_{2/1} = m_0 dv_{2/2} \tag{46}$$

На основании (20) получаем

$$m^{\Delta p}_{2/1} dv_{2/1} = m_0 \frac{dv_{2/1}}{1-(v_{2/1}/c)^2} \tag{47}$$

Отсюда релятивистская масса тела, находящегося в системе U_2, наблюдаемого из системы U_1, когда выполнено предположение (45), выражается формулой

$$m^{\Delta p}_{2/1} = m_0 \frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2} \tag{48}$$

4.2.2. Импульс в модели СТО/Δ*p*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. Чтобы определить импульс этого тела относительно системы U_1, подставим (48) в (27)

$$dp_{2/1}^{\Delta p} = m_{2/1}^{\Delta p} \cdot dv_{2/1} = m_0 \frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2} dv_{2/1} = m_0 c^2 \frac{1}{c^2 - v_{2/1}^2} dv_{2/1} \tag{49}$$

Импульс тела является суммой приращений этого импульса, если тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т.е.

$$p_{2/1}^{\Delta p} = m_0 c^2 \int_0^{v_{2/1}} \frac{1}{c^2 - v_{2/1}^2} dv_{2/1} \tag{50}$$

В работе [1] (формула 52, стр. 160) можно прочитать, что

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|, \qquad a \neq 0 \tag{51}$$

После применения интеграла (51) в (50) получаем формулу импульса тела, находящегося в системе U_2 , и измеряемого наблюдателем из системы U_1 в виде

$$p_{2/1}^{\Delta p} = m_0 c^2 \frac{1}{2c} \ln\left|\frac{c+x}{c-x}\right|\Bigg\|_0^{v_{2/1}} = \frac{m_0 c}{2} \ln\left(\frac{c+v_{2/1}}{c-v_{2/1}}\right) \tag{52}$$

4.2.3. Импульс в модели СТО/Δ*p* для малых скоростей

Формулу (52) также можно записать в виде

$$p_{2/1}^{\Delta p} = \frac{m_0 v_{2/1}}{2} \frac{c}{v_{2/1}} \ln\left(\frac{c+v_{2/1}}{c-v_{2/1}}\right) = \frac{m_0 v_{2/1}}{2} \ln\left(\frac{(1+v_{2/1}/c)^{c/v_{2/1}}}{(1-v_{2/1}/c)^{c/v_{2/1}}}\right) \tag{53}$$

$$p_{2/1}^{\Delta p} = \frac{m_0 v_{2/1}}{2} \ln\left(\frac{\left(1+\dfrac{1}{c/v_{2/1}}\right)^{c/v_{2/1}}}{\left(1-\dfrac{1}{c/v_{2/1}}\right)^{c/v_{2/1}}}\right) \tag{54}$$

На этом основании для малых значений $v_{2/1} << c$ получаем

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad p_{2/1}^{\Delta p} \approx \frac{m_0 v_{2/1}}{2} \ln\left(\frac{e}{1/e}\right) = \frac{m_0 v_{2/1}}{2} \ln(e^2) = m_0 v_{2/1} \tag{55}$$

4.2.4. Кинетическая энергия в модели СТО/Δ*p*

Определим формулу кинетической энергии. В формулу (28) подставляем зависимость релятивистской массы, указанную в (48)

$$dE_{2/1}^{\Delta p} = m_{2/1}^{\Delta p} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} = m_0 \frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2} v_{2/1} dv_{2/1} = m_0 c^2 \frac{v_{2/1}}{c^2 - v_{2/1}^2} dv_{2/1} \tag{56}$$

Кинетическая энергия тела является суммой приращений его кинетической энергии, когда тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т. е.

$$E_{2/1}^{\Delta p} = m_0 c^2 \int_0^{v_{2/1}} \frac{v_{2/1}}{c^2 - v_{2/1}^2} dv_{2/1} \tag{57}$$

В работе [1] (формула 56, стр. 160) можно прочитать, что

$$\int \frac{x}{a^2 - x^2} dx = -\frac{1}{2} \ln\left|a^2 - x^2\right| \tag{58}$$

После применения интеграла (58) в (57) получаем формулу кинетической энергии тела, находящегося в системе U_2, и измеряемой наблюдателем из системы U_1 в виде

$$E_{2/1}^{\Delta p} = -m_0 c^2 \frac{1}{2} \ln\left|c^2 - x^2\right| \Bigg|_0^{v_{2/1}} = -\frac{m_0 c^2}{2} \ln(c^2 - v_{2/1}^2) + \frac{m_0 c^2}{2} \ln(c^2) \tag{59}$$

$$E_{2/1}^{\Delta p} = \frac{m_0 c^2}{2} \ln \frac{c^2}{c^2 - v_{2/1}^2} = \frac{m_0 c^2}{2} \ln \frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} \tag{60}$$

4.2.5. Кинетическая энергия в модели СТО/Δ*p* для малых скоростей

Формулу (60) также можно записать в виде

$$E_{2/1}^{\Delta p} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \frac{c^2}{v_{2/1}^2} \ln \frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \ln \frac{1}{[1 - (v_{2/1}/c)^2]^{(c/v_{2/1})^2}} \tag{61}$$

$$E_{2/1}^{\Delta p} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \ln \frac{1}{\left[1 - \dfrac{1}{(c/v_{2/1})^2}\right]^{(c/v_{2/1})^2}} \tag{62}$$

На этом основании для малых значений $v_{2/1} << c$ получаем

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad E_{2/1}^{\Delta p} \approx \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \ln \frac{1}{1/e} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \tag{63}$$

4.2.6. Сила в модели СТО/Δ*p*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. На него воздействует сила, вызывающая ускорение. Для наблюдателя из этой системы сила ускорения, в соответствии с (24), имеет значение

$$F_{2/2} = m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2} \tag{64}$$

Для наблюдателя из системы U_1 сила ускорения, в соответствии с (25), имеет значение

$$F_{2/1}^{\Delta p} = m_{2/1}^{\Delta p} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \tag{65}$$

Если стороны уравнения (65) поделим на (64), то на основании (20) и (23) получаем

$$\frac{F_{2/1}^{\Delta p}}{F_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{\Delta p}}{m_0} \cdot \frac{dt_2}{dt_1} \cdot \frac{dv_{2/1}}{dv_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{\Delta p}}{m_0}(1-(v_{2/1}/c)^2)^{3/2} \tag{66}$$

На основании (48) получаем соотношение между измерениями той же силы двумя разными наблюдателями

$$F_{2/1}^{\Delta p} = \sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2} \cdot F_{2/2} \tag{67}$$

Наибольшее значение силы измеряет наблюдатель из инерционной системы, в которой находится тело.

4.3. Динамика модели СТО с постоянной массой, т.е. модель СТО/*m*

В этом подразделе будет выведена модель динамики тел, основанная на предположении, что масса тела является одинаковой для наблюдателя из каждой инерционной системы отсчёта (отсюда обозначение *m*).

4.3.1. Релятивистская масса в модели СТО/*m*

В модели СТО/*m* принимаем предположение, что

$$m_{2/1}^{m} := m_0 \tag{68}$$

По этой причине для наблюдателя из инерционной системы U_1 масса тела, находящегося в системе U_2, является такой же, как и масса покоя.

4.3.2. Импульс в модели СТО/*m*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. Чтобы определить импульс этого тела относительно системы U_1, подставим (68) в (27)

$$dp_{2/1}^{m} = m_{2/1}^{m} \cdot dv_{2/1} = m_0 dv_{2/1} \tag{69}$$

Импульс тела является суммой приращений этого импульса, если тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т.е.

$$p_{2/1}^{m} = m_0 \int_0^{v_{2/1}} dv_{2/1} = m_0 v_{2/1} \tag{70}$$

В этой релятивистской динамике импульс имеет такую же формулу, как и в классической механике.

4.3.3. Кинетическая энергия в модели СТО/*m*

Определим формулу кинетической энергии. В формулу (28) подставляем зависимость релятивистской массы, указанную в (68)

$$dE_{2/1}^{m} = m_{2/1}^{m} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} = m_0 v_{2/1} dv_{2/1} \tag{71}$$

Кинетическая энергия тела является суммой приращений его кинетической энергии, когда тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т. е.

$$E_{2/1}^m = m_0 \int_0^{v_{2/1}} v_{2/1} dv_{2/1} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \tag{72}$$

В этой релятивистской динамике кинетическая энергия имеет такую же формулу, как и в классической механике.

4.3.4. Сила в модели СТО/*m*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. На него воздействует сила, вызывающая ускорение. Для наблюдателя из этой системы сила ускорения, в соответствии с (24), имеет значение

$$F_{2/2} = m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2} \tag{73}$$

Для наблюдателя из системы U_1 сила ускорения, в соответствии с (25), имеет значение

$$F_{2/1}^m = m_{2/1}^m \frac{dv_{2/1}}{dt_1} = m_0 \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \tag{74}$$

Если стороны уравнения (74) поделим на (73), то на основании (20) и (23) получаем

$$\frac{F_{2/1}^m}{F_{2/2}} = \frac{dt_2}{dt_1} \cdot \frac{dv_{2/1}}{dv_{2/2}} = (1-(v_{2/1}/c)^2)^{3/2} \tag{75}$$

Или

$$F_{2/1}^m = (1-(v_{2/1}/c)^2)^{3/2} \cdot F_{2/2} \tag{76}$$

Наибольшее значение силы измеряет наблюдатель из инерционной системы, в которой находится тело.

4.3.5. Дискуссия на тему динамики модели СТО/*m*

Получение релятивистской динамики, в которой не наблюдается релятивистская масса, а также формулы импульса и кинетической энергии, идентичные, как в классической механике, может быть поразительной, потому что в релятивистской механике считается, что тело можно разогнать до максимальной скорости c. Однако эта динамика формально безупречна.

Если скорость $v_{2/1}$ тела приближается к значению c, тогда, в соответствии с (76)

$$F_{2/1}^m = (1-1^-)^{3/2} \cdot F_{2/2} \approx 0 \tag{77}$$

В инерционной системе U_2, в которой находится тело, на него может воздействовать сила ускорения $F_{2/2}$ с произвольным, но конечным значением. Однако с перспективы инерционной системы U_1, по отношению к которой тело обладает скоростью c, та же сила имеет нулевое значение. Это означает, что с перспективы системы U_1 с телом невозможно совершить работу, которая будет увеличивать его кинетическую энергию до бесконечности. Из зависимости (72) следует, что кинетическая энергия, которой обладает тело с массой m_0 и скоростью c имеет значение

$$E_{\max}^m = \frac{m_0 c^2}{2} \tag{78}$$

4.4. Динамика модели СТО с постоянной силой на время её воздействия, т. е. модель СТО/*F*/Δ*t*

В этом подразделе будет выведена модель динамики тел, основанная на предположении, что сила, ускоряющая тело (параллельная оси x), деленная на время ее действия является одинаковой для наблюдателя из каждой инерционной системы отсчёта (отсюда обозначение $F/\Delta t$).

4.4.1. Релятивистская масса в модели СТО/*F*/Δ*t*

В модели СТО/$F/\Delta t$ принимаем предположение, что

$$\frac{F_{2/1}^{F/\Delta t}}{dt_1} := \frac{F_{2/2}}{dt_2} \tag{79}$$

После подстановки (24) и (25) получаем

$$m_{2/1}^{F/\Delta t}\frac{dv_{2/1}}{dt_1}\frac{1}{dt_1} = m_0\frac{dv_{2/2}}{dt_2}\frac{1}{dt_2} \tag{80}$$

На основании (20) и (23) получаем

$$m_{2/1}^{F/\Delta t}\frac{dv_{2/1}}{dt_1^2} = m_0\frac{\dfrac{dv_{2/1}}{1-(v_{2/1}/c)^2}}{(1-(v_{2/1}/c)^2)dt_1^2} \tag{81}$$

Отсюда релятивистская масса тела, находящегося в системе U_2, наблюдаемого из системы U_1, когда выполнено предположение (79), выражается формулой

$$m_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^2 \tag{82}$$

4.4.2. Импульс в модели СТО/*F*/Δ*t*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. Чтобы определить импульс этого тела относительно системы U_1, подставим (82) в (27)

$$dp_{2/1}^{F/\Delta t} = m_{2/1}^{F/\Delta t}\cdot dv_{2/1} = m_0\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^2 dv_{2/1} = m_0c^4\frac{1}{(c^2-v_{2/1}^2)^2}dv_{2/1} \tag{83}$$

Импульс тела является суммой приращений этого импульса, если тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т.е.

$$p_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0c^4\int_0^{v_{2/1}}\frac{1}{(c^2-v_{2/1}^2)^2}dv_{2/1} \tag{84}$$

В работе [1] (формула 54, стр. 160) можно прочитать, что

$$\int\frac{dx}{(a^2-x^2)^2} = \frac{x}{2a^2(a^2-x^2)} + \frac{1}{4a^3}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|, \quad a\neq 0 \tag{85}$$

После применения интеграла (85) в (84) получаем формулу импульса тела, находящегося в системе U_2 , и измеряемого наблюдателем из системы U_1 в виде

$$p_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 c^4 \left[\frac{x}{2c^2(c^2 - x^2)} + \frac{1}{4c^3} \ln \frac{(c+x)}{(c-x)} \right]_0^{v_{2/1}} = m_0 c \left[\frac{c v_{2/1}}{2(c^2 - v_{2/1}^2)} + \frac{1}{4} \ln \frac{(c + v_{2/1})}{(c - v_{2/1})} \right] \tag{86}$$

$$p_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 v_{2/1} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} + \ln \left(\frac{c + v_{2/1}}{c - v_{2/1}} \right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}} \right] \tag{87}$$

4.4.3. Импульс в модели СТО/*F*/Δ*t* для малых скоростей

Формулу (87) также можно записать в виде

$$p_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 v_{2/1} \left[\frac{1}{2(1 - (v_{2/1}/c)^2)} + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{(1 + v_{2/1}/c)^{c/v_{2/1}}}{(1 - v_{2/1}/c)^{c/v_{2/1}}} \right) \right] \tag{88}$$

$$p_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 v_{2/1} \left[\frac{1}{2(1 - (v_{2/1}/c)^2)} + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{\left(1 + \frac{1}{c/v_{2/1}}\right)^{c/v_{2/1}}}{\left(1 - \frac{1}{c/v_{2/1}}\right)^{c/v_{2/1}}} \right) \right] \tag{89}$$

На этом основании для малых значений $v_{2/1} << c$ получаем

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad p_{2/1}^{F/\Delta t} \approx m_0 v_{2/1} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{e}{1/e} \right) \right] = m_0 v_{2/1} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \ln(e^2) \right] = m_0 v_{2/1} \tag{90}$$

4.4.4. Кинетическая энергия в модели СТО/*F*/Δ*t*

Определим формулу кинетической энергии. В формулу (28) подставляем зависимость релятивистской массы, указанную в (82)

$$dE_{2/1}^{F/\Delta t} = m_{2/1}^{F/\Delta t} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} = m_0 \left[\frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} \right]^2 v_{2/1} dv_{2/1} = m_0 c^4 \frac{v_{2/1}}{(c^2 - v_{2/1}^2)^2} dv_{2/1} \tag{91}$$

Кинетическая энергия тела является суммой приращений его кинетической энергии, когда тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т. е.

$$E_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 c^4 \int_0^{v_{2/1}} \frac{v_{2/1}}{(c^2 - v_{2/1}^2)^2} dv_{2/1} \tag{92}$$

В работе [1] (формула 58, стр. 160) можно прочитать, что

$$\int \frac{x dx}{(a^2 - x^2)^2} = \frac{1}{2(a^2 - x^2)} \tag{93}$$

После применения интеграла (93) в (92) получаем формулу кинетической энергии тела, находящегося в системе U_2, и измеряемой наблюдателем из системы U_1 в виде

$$E_{2/1}^{F/\Delta t} = m_0 c^4 \frac{1}{2(c^2 - x^2)}\bigg|_0^{v_{2/1}} = \frac{m_0 c^4}{2} \frac{1}{(c^2 - v_{2/1}^2)} - \frac{m_0 c^4}{2} \frac{1}{c^2} \tag{94}$$

$$E_{2/1}^{F/\Delta t} = \frac{m_0 c^2}{2} \frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} - \frac{m_0 c^2}{2} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \frac{1}{1 - (v_{2/1}/c)^2} \tag{95}$$

Формула кинетической энергии (95) была выведена в работе [2], благодаря тому, что автор принял там другое предположение, чем то, на котором основана динамика, известная из Специальной Теории Относительности.

4.4.5. Кинетическая энергия в модели СТО/*F*/Δ*t* для малых скоростей

Для малой скорости $v_{2/1} << c$ кинетическая энергия (95) сводится к кинетической энергии из классической механики, так как

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad E_{2/1}^{F/\Delta t} \approx \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \tag{96}$$

4.4.6. Сила в модели СТО/*F*/Δ*t*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. На него воздействует сила, вызывающая ускорение. Для наблюдателя из этой системы сила ускорения, в соответствии с (24), имеет значение

$$F_{2/2} = m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2} \tag{97}$$

Для наблюдателя из системы U_1 сила ускорения, в соответствии с (25), имеет значение

$$F_{2/1}^{F/\Delta t} = m_{2/1}^{F/\Delta t} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \tag{98}$$

Если стороны уравнения (98) поделим на (97), то на основании (20) и (23) получаем

$$\frac{F_{2/1}^{F/\Delta t}}{F_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{F/\Delta t}}{m_0} \cdot \frac{dt_2}{dt_1} \cdot \frac{dv_{2/1}}{dv_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{F/\Delta t}}{m_0} (1 - (v_{2/1}/c)^2)^{3/2} \tag{99}$$

На основании (82) получаем соотношение между измерениями той же силы двумя разными наблюдателями

$$F_{2/1}^{F/\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{2/1}/c)^2}} \cdot F_{2/2} \tag{100}$$

Наименьшее значение силы измеряет наблюдатель из инерционной системы, в которой находится тело.

4.5. Динамика модели СТО с постоянной массой, делённой на время фиксации в системе наблюдателя, т.е. модель СТО/*m*/Δ*t*

В этом подразделе будет выведена модель динамики тел, основанная на предположении, что масса тела, делённая на время фиксации в системе наблюдателя, является одинаковой для наблюдателя из каждой инерционной системы отсчёта (отсюда обозначение $m/\Delta t$).

4.5.1. Релятивистская масса в модели СТО/$m/\Delta t$

В модели СТО/$m/\Delta t$ принимаем предположение, что

$$\frac{m_{2/1}^{m/\Delta t}}{dt_1} := \frac{m_0}{dt_2} \tag{101}$$

После подстановки (23) получаем

$$\frac{m_{2/1}^{m/\Delta t}}{dt_1} = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2} \cdot dt_1} \tag{102}$$

Отсюда релятивистская масса тела, находящегося в системе U_2, наблюдаемого из системы U_1, когда выполнено предположение (101), выражается формулой

$$m_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \tag{103}$$

4.5.2. Импульс в модели СТО/$m/\Delta t$

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. Чтобы определить импульс этого тела относительно системы U_1, подставим (103) в (27)

$$dp_{2/1}^{m/\Delta t} = m_{2/1}^{m/\Delta t} \cdot dv_{2/1} = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} dv_{2/1} = m_0 c \frac{1}{\sqrt{c^2 - v_{2/1}^2}} dv_{2/1} \tag{104}$$

Импульс тела является суммой приращений этого импульса, если тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т.е.

$$p_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 c^2 \int_0^{v_{2/1}} \frac{1}{\sqrt{c^2 - v_{2/1}^2}} dv_{2/1} \tag{105}$$

В работе [1] (формула 71, стр. 167) можно прочитать, что

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a}, \qquad a > 0 \tag{106}$$

После применения интеграла (106) в (105) получаем формулу импульса тела, находящегося в системе U_2 , и измеряемого наблюдателем из системы U_1 в виде

$$p_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 c \cdot \arcsin\frac{v_{2/1}}{c}\bigg|_0^{v_{2/1}} = m_0 c \cdot \arcsin\frac{v_{2/1}}{c} \tag{107}$$

4.5.3. Импульс в модели СТО/$m/\Delta t$ для малых скоростей

Формулу (107) также можно записать в виде

$$p_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 v_{2/1} \frac{\arcsin \frac{v_{2/1}}{c}}{\frac{v_{2/1}}{c}} \tag{108}$$

На этом основании для малых значений $v_{2/1} << c$ получаем

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad p_{2/1}^{m/\Delta t} \approx m_0 v_{2/1} \tag{109}$$

4.5.4. Кинетическая энергия в модели СТО/*m*/Δ*t*

Определим формулу кинетической энергии. В формулу (28) подставляем зависимость релятивистской массы, указанную в (103)

$$dE_{2/1}^{m/\Delta t} = m_{2/1}^{m/\Delta t} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} v_{2/1} dv_{2/1} = m_0 c \frac{v_{2/1}}{\sqrt{c^2 - v_{2/1}^2}} dv_{2/1} \tag{110}$$

Кинетическая энергия тела является суммой приращений его кинетической энергии, когда тело ускоряется из инерционной системы U_1 (тело имеет скорость 0) к инерционной системе U_2 (тело имеет скорость $v_{2/1}$), т. е.

$$E_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 c \int_0^{v_{2/1}} \frac{v_{2/1}}{\sqrt{c^2 - v_{2/1}^2}} dv_{2/1} \tag{111}$$

В работе [1] (формула 73, стр. 167) можно прочитать, что

$$\int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\sqrt{a^2 - x^2} \tag{112}$$

После применения интеграла (112) в (111) получаем формулу кинетической энергии тела, находящегося в системе U_2, и измеряемой наблюдателем из системы U_1 в виде

$$E_{2/1}^{m/\Delta t} = -m_0 c \sqrt{c^2 - v_{2/1}^2}\Big|_0^{v_{2/1}} = -m_0 c \sqrt{c^2 - v_{2/1}^2} + m_0 c \sqrt{c^2} \tag{113}$$

$$E_{2/1}^{m/\Delta t} = m_0 c^2 - m_0 c \sqrt{c^2 - v_{2/1}^2} = m_0 c^2 (1 - \sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}) \tag{114}$$

4.5.5. Кинетическая энергия в модели СТО/*m*/Δ*t* для малых скоростей

Формулу (114) также можно записать в виде

$$E_{2/1}^{m/\Delta t} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \cdot \frac{2c^2}{v_{2/1}^2} \cdot \frac{(1-\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2})(1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2})}{1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \tag{115}$$

$$E_{2/1}^{m/\Delta t} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \cdot \frac{2c^2}{v_{2/1}^2} \cdot \frac{1-(1-(v_{2/1}/c)^2)}{1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \frac{2}{1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \tag{116}$$

На этом основании для малых значений $v_{2/1} << c$ получаем

$$v_{2/1} << c \quad \Rightarrow \quad E_{2/1}^{m/\Delta t} \approx \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \tag{117}$$

4.5.6. Сила в модели СТО/*m*/Δ*t*

Тело с массой покоя m_0 связано с системой U_2. На него воздействует сила, вызывающая ускорение. Для наблюдателя из этой системы сила ускорения, в соответствии с (24), имеет значение

$$F_{2/2} = m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2} \tag{118}$$

Для наблюдателя из системы U_1 сила ускорения, в соответствии с (25), имеет значение

$$F_{2/1}^{m/\Delta t} = m_{2/1}^{m/\Delta t} \frac{dv_{2/1}}{dt_1} \tag{119}$$

Если стороны уравнения (119) поделим на (118), то на основании (20) и (23) получаем

$$\frac{F_{2/1}^{m/\Delta t}}{F_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{m/\Delta t}}{m_0} \cdot \frac{dt_2}{dt_1} \cdot \frac{dv_{2/1}}{dv_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{m/\Delta t}}{m_0}(1-(v_{2/1}/c)^2)^{3/2} \tag{120}$$

На основании (103) получаем соотношение между измерениями той же силы двумя разными наблюдателями

$$F_{2/1}^{m/\Delta t} = (1-(v_{2/1}/c)^2) \cdot F_{2/2} \tag{121}$$

Наибольшее значение силы измеряет наблюдатель из инерционной системы, в которой находится тело.

5. Общий вид динамики

В представленных примерах были приняты предположения, которые можно записать в виде (30), (46), (68), (80) и (101). На этом основании видно, что предположение для релятивистской динамики имеет вид

$$m_{2/1}^{\{a,b\}} \frac{dv_{2/1}^a}{dt_1^b} = m_0 \frac{dv_{2/2}^a}{dt_2^b}, \qquad a,b \in R \tag{122}$$

Физический смысл формулы (122) зависит от того, какие значения параметров a и b определены. Например, если $a = b = 1$, то эта формула принимает вид (29), что эквивалентно форме (30), из первого примера.

На основании (20) и (23) получаем

$$m_{2/1}^{\{a,b\}} \frac{dv_{2/1}^a}{dt_1^b} = m_0 \frac{\dfrac{dv_{2/1}^a}{(1-(v_{2/1}/c)^2)^a}}{(1-(v_{2/1}/c)^2)^{b/2} \cdot dt_1^b} = m_0 \left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^{a+b/2} \frac{dv_{2/1}^a}{dt_1^b} \tag{123}$$

Принимаем обозначения

$$\{x\} \equiv \{a,b\} \qquad \wedge \qquad x = a + \frac{b}{2} \in R \tag{124}$$

Теперь, на основании (123), релятивистская инерционная масса тела, находящегося в системе U_2, наблюдаемая из системы U_1, если выполняется предположение (122), выражается в динамике $\{x\}$ формулой

$$m_{2/1}^{\{x\}} = m_0\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^x \tag{125}$$

Любая такая релятивистская масса определяет иную релятивистскую динамику.

В соответствии с представленными примерами, импульс в динамике $\{x\}$ выражается формулой (на основании формул (27) и (125))

$$p_{2/1}^{\{x\}} = \int_0^{v_{2/1}} dp_{2/1}^{\{x\}} = \int_0^{v_{2/1}} m_{2/1}^{\{x\}} \cdot dv_{2/1} = m_0 \int_0^{v_{2/1}} \left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^x dv_{2/1} \tag{126}$$

$$p_{2/1}^{\{x\}} = m_0 c^{2x} \int_0^{v_{2/1}} \frac{1}{(c^2 - v_{2/1}^2)^x} dv_{2/1} \tag{127}$$

В соответствии м представленными примерами, кинетическая энергия в динамике $\{x\}$ выражается формулой (на основании формул (28) и (125))

$$E_{2/1}^{\{x\}} = \int_0^{v_{2/1}} dE_{2/1}^{\{x\}} = \int_0^{v_{2/1}} m_{2/1}^{\{x\}} \cdot v_{2/1} \cdot dv_{2/1} = m_0 \int_0^{v_{2/1}} \left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^x v_{2/1} dv_{2/1} \tag{128}$$

$$E_{2/1}^{\{x\}} = m_0 c^{2x} \int_0^{v_{2/1}} \frac{v_{2/1}}{(c^2 - v_{2/1}^2)^x} dv_{2/1} \tag{129}$$

В соответствии с представленными примерами, зависимость межу силами в динамике $\{x\}$ выражается формулой (на основании формул (24), (25) а также (20), (23))

$$\frac{F_{2/1}^{\{x\}}}{F_{2/2}} = \frac{m_{2/1}^{\{x\}} \frac{dv_{2/1}}{dt_1}}{m_0 \frac{dv_{2/2}}{dt_2}} = \frac{m_{2/1}^{\{x\}} \frac{dv_{2/1}}{dt_1}}{m_0 \frac{dv_{2/1}}{1-(v_{2/1}/c)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2} \cdot dt_1}} = \frac{m_{2/1}^{\{x\}}}{m_0}(1-(v_{2/1}/c)^2)^{3/2} \tag{130}$$

На основании (125) получаем

$$\frac{F_{2/1}^{\{x\}}}{F_{2/2}} = \left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^x (1-(v_{2/1}/c)^2)^{3/2} = \left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^{x-\frac{3}{2}} \tag{131}$$

На основании (25) и (125) получаем второй закон Ньютона для динамики $\{x\}$

$$F_{2/1}^{\{x\}} = m_0\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}\right]^x a_{2/1} \tag{132}$$

6. Составление выведенных динамик

Составление выведенных формул импульса и кинетической энергии:

Динамика **x = 0**

$$p_{2/1}^{m}=m_0 v_{2/1} \tag{133}$$

$$E_{2/1}^{m}=\frac{m_0 v_{2/1}^2}{2} \tag{134}$$

Динамика **x = 1/2**

$$p_{2/1}^{m/\Delta t}=m_0 c\cdot \arcsin\frac{v_{2/1}}{c}=m_0 v_{2/1}\frac{\arcsin(v_{2/1}/c)}{v_{2/1}/c} \tag{135}$$

$$E_{2/1}^{m/\Delta t}=m_0 c^2(1-\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2})=\frac{m_0 v_{2/1}^2}{2}\frac{2}{1+\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \tag{136}$$

Динамика **x = 1**

$$p_{2/1}^{\Delta p}=\frac{m_0 c}{2}\ln\left(\frac{c+v_{2/1}}{c-v_{2/1}}\right)=m_0 v_{2/1}\ln\left(\frac{c+v_{2/1}}{c-v_{2/1}}\right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}} \tag{137}$$

$$E_{2/1}^{\Delta p}=\frac{m_0 c^2}{2}\ln\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}=\frac{m_0 v_{2/1}^2}{2}\ln\frac{1}{[1-(v_{2/1}/c)^2]^{(c/v_{2/1})^2}} \tag{138}$$

Динамика **x = 3/2**
(признаваемая динамика модели СТО)

$$p_{2/1}^{F}=m_0 v_{2/1}\frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}} \tag{139}$$

$$E_{2/1}^{F}=m_0 c^2\frac{1}{\sqrt{1-(v_{2/1}/c)^2}}-m_0 c^2=\frac{m_0 v_{2/1}^2}{2}\frac{2}{\sqrt{1-\frac{v_{2/1}^2}{c^2}}\left(1+\sqrt{1-\frac{v_{2/1}^2}{c^2}}\right)} \tag{140}$$

Динамика **x = 2**

$$p_{2/1}^{F/\Delta t}=m_0 v_{2/1}\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}+\ln\left(\frac{c+v_{2/1}}{c-v_{2/1}}\right)^{\frac{c}{2v_{2/1}}}\right] \tag{141}$$

$$E_{2/1}^{F/\Delta t}=\frac{m_0 c^2}{2}\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2}-\frac{m_0 c^2}{2}=\frac{m_0 v_{2/1}^2}{2}\frac{1}{1-(v_{2/1}/c)^2} \tag{142}$$

На рисунке 4 сравниваются импульсы из выведенных динамик.

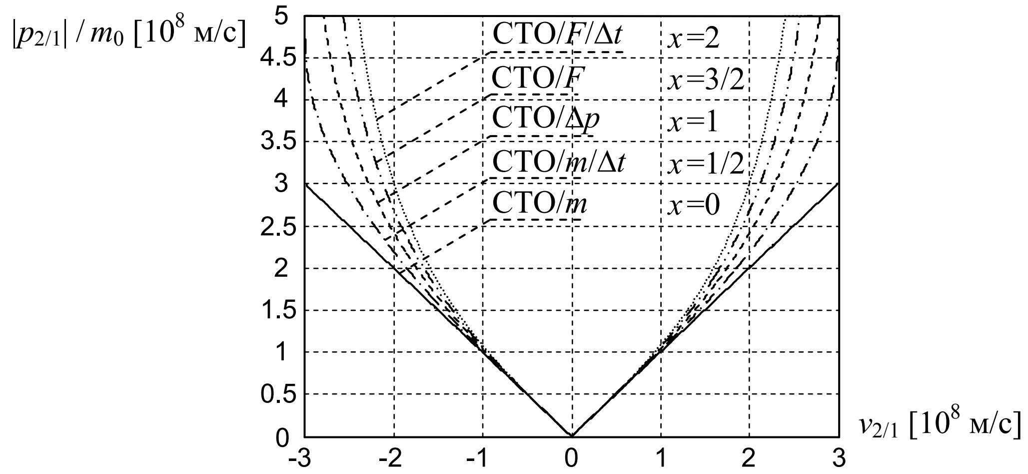

Рис. 4. Модуль импульса в динамиках моделей:
СТО/*m* (*x*=0), СТО/*m*/Δ*t* (*x*=1/2), СТО/Δ*p* (*x*=1), СТО/*F* (*x*=3/2) и СТО/*F*/Δ*t* (*x*=2).

На рисунке 5 сравнивается кинетическая энергия из выведенных динамик.

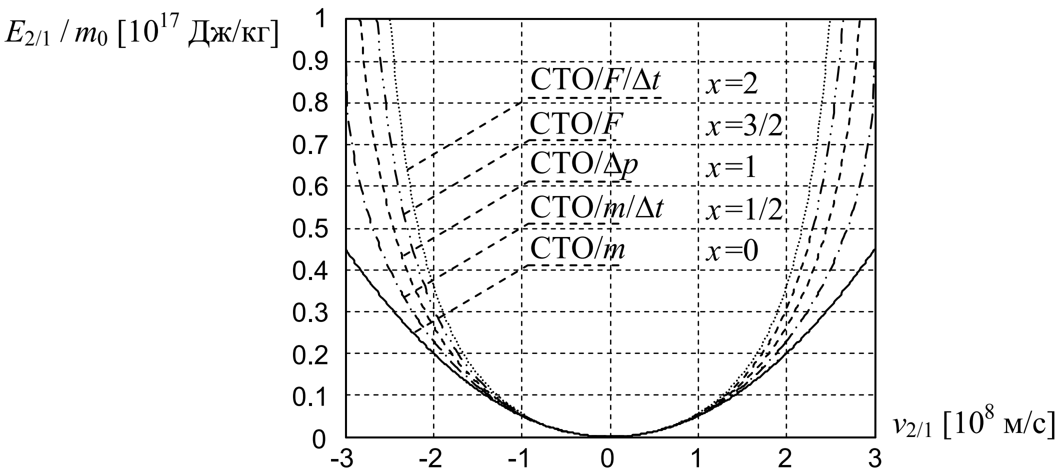

Рис. 5. Кинетическая энергия в динамиках моделей:
СТО/*m* (*x*=0), СТО/*m*/Δ*t* (*x*=1/2), СТО/Δ*p* (*x*=1), СТО/*F* (*x*=3/2) и СТО/*F*/Δ*t* (*x*=2).

На рисунке 6 сравниваются зависимости между измерениями одной и той же силы.

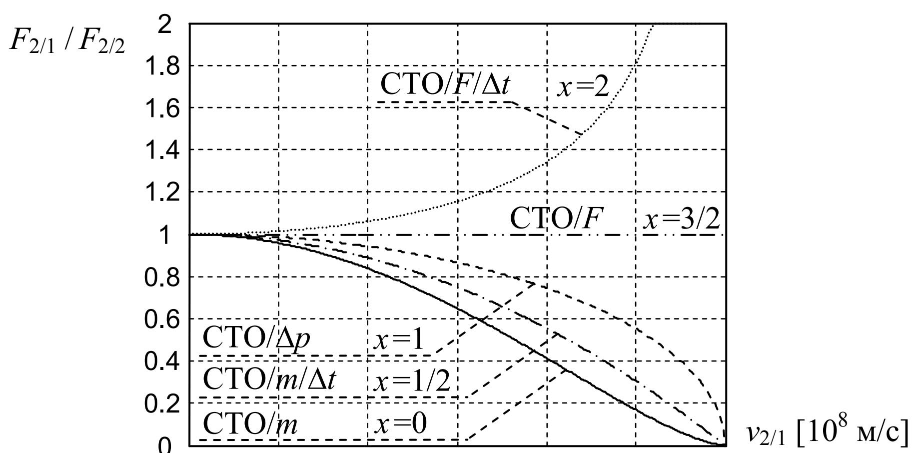

Рис. 6. Зависимости между измерениями одинаковой силы двумя различными наблюдателями в динамиках моделей:
СТО/*m* (*x*=0), СТО/*m*/Δ*t* (*x*=1/2), СТО/Δ*p* (*x*=1), СТО/*F* (*x*=3/2) и СТО/*F*/Δ*t* (*x*=2).

7. Ещё более общий вид динамики

Зависимость (125), связанную с релятивистской массой, можно ещё больше обобщить. Потому что в общем случае можно принять, что релятивистская масса выражается формулой

$$m_{2/1}^{\{f\}} = m_0 \cdot f(v_{2/1}) \tag{143}$$

где $f(v_{2/1})$ – произвольная непрерывная функция со следующими свойствами

$$f(v_{2/1}) \geq 0 \tag{144}$$

$$f(0) = 1 \tag{145}$$

$$f(v_{2/1}) = f(-v_{2/1}) \tag{146}$$

Любая функция $f(v_{2/1})$ определяет иную динамику Специальной Теории Относительности.

8. Окончательные выводы

В статье представлен мой авторский метод вывода динамик в Специальной Теории Относительности. Показано пять примеров такого вывода.

Вывод динамики основывается на двух формулах, использующихся в кинематике модели СТО, т.е. (20) и (23). Чтобы вывести динамику модели СТО необходимо принять в кинематике дополнительное предположения, которое позволяет ввести в теорию следующие понятия: масса, кинетическая энергия и импульс.

В настоящее время динамика модели СТО/F ($x = 3/2$) признаётся динамикой Специальной Теории Относительности. Она основывается на предположении, что любая сила, параллельная оси x, имеет такое же значения для наблюдателя из каждой инерционной отсчёта. Формально однако возможны и другие динамики, соответствующие кинематике Специальной Теории Относительности. Чтобы их вывести, нужно опираться на другое предположение.

В настоящее время признанная динамика СТО, имеет многочисленные экспериментальные подтверждения. Однако не исключено, что более точные эксперименты, разработанные специально для этой цели, покажут, что оптимальной моделью является динамика для $x = 3/2 \pm \Delta x$, где Δx является заметной поправкой. Для проверки различных динамик может быть полезен калориметр. Это оборудование позволяет измерить количество тепла, выделяемого во время остановки частиц, разогнанных до больших скоростей. На этом основании можно построить графики кинетической энергии разогнанных частиц (например, в ускорителях элементарных частиц) в функции их скорости, аналогично показанным на рисунке 5. Также можно показать динамику, в которой кинетическая энергия частиц соответствует экспериментам.

Представленный метод вывода динамик может использоваться в других теориях кинематики тел. В монографии [3] он был использован для вывода четырёх динамик в Специальной Теории Эфира, которые являются приемлемыми для кинематики полученной в статье [5], [6]. Представленный метод аналогичен тому, который показан в другой области в статье [4].

Список литературы

[1] Воднев Владимир, Наумович Адольф и Наумович Нил. *Основные математические формулы. Справочник.* Минск, Издательство «Вышэйшая школа» Государственного комитета БССР, 1988, ISBN 5-339-00083-4.

[2] Osiak Zbigniew, *Energy in Special Relativity*, Theoretical Physics, Isaac Scientific Publishing, Vol. 4, No. 1, 22-25, 2019, ISSN 2519-9625.

[3] Szostek Karol, Szostek Roman, *Special Theory of Ether* (на английском языке). Publishing house AMELIA, Rzeszów, Poland, 2015, (www.ste.com.pl), ISBN 978-83-63359-81-2.

Szostek Karol, Szostek Roman, *Szczególna Teoria Eteru* (на польском языке). Wydawnictwo Amelia, Rzeszów, Polska, 2015, (www.ste.com.pl), ISBN 978-83-63359-77-5.

[4] Szostek Roman, *An estimation of the geothermal energy sources for generating electricity*, Springer 2015, Lecture Notes in Electrical Engineering 324, Analysis and Simulation of Electrical and Computer, 127-133, ISSN 1876-1100, DOI 10.1007/978-3-319-11248-0_10.

[5] Szostek Karol, Szostek Roman, *The derivation of the general form of kinematics with the universal reference system* (на английском языке: *Вывод кинематики общего вида с универсальной системой отсчета*), Results in Physics, Volume 8, 2018, 429-437, ISSN: 2211-3797, https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.12.053.

[6] Szostek Karol, Szostek Roman, *Кинематика в Специальной Теории Эфира* (in Russian), Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика и Астрономия, Vol. 73, № 4, 2018, 413-421, ISSN 0579-9384.

Szostek Karol, Szostek Roman, *Kinematics in Special Theory of Ether* (in English), Moscow University Physics Bulletin, Vol. 73, № 4, 2018, 413-421, ISSN 0027-1349.

Derivation method of numerous dynamics in the Special Theory of Relativity

Roman Szostek

Rzeszow University of Technology, Department of Quantitative Methods, Rzeszow, Poland
rszostek@prz.edu.pl

Abstract:

The article presents innovative method of deriving dynamics in the Special Theory of Relativity. This method enables to derive infinitely many dynamics in relativistic mechanics. The authors have shown five examples of these derivations. In this way, It is presented that the dynamics known today as the dynamics of Special Theory of Relativity is only one of infinitely of theoretically possible.

* * *

Дополнительные комментарии автора

Нет никаких оснований, ни по экспериментальным, ни по теоретическим причинам, чтобы считать, действующую релятивистскую динамику Специальной Теории Относительности, исключительной. В связи с этим решение, какая из возможных динамик релятивистской механики является правильной, остаётся открытой проблемой физики и должно быть одной из важнейших задач физики будущего.

Факт, что в рамках Специальной Теории Относительности можно выводить многочисленные динамики, очень противоречит истинности формулы $E = mc^2$. Согласно моим исследованиям, на основании релятивистской механики нельзя вывести формулу, выражающую внутреннюю энергию материи. Все выводы этой формулы ошибочны. Зависимость между массой и энергией ($E = mc^2$) можно ввести в модель СТО как независимое условие, но она не следует, как из преобразования Лоренца, так из условия (29), на которое опирается динамика модели СТО. Однако, тогда существует необходимость установить экспериментально, какой именно вид имеет такая зависимость (например, почему неверна формула $E = mc^2/2$), и экспериментально исследовать, не зависит ли иногда форма такой зависимости от вида материи, к которой она относится.