

Великая теорема Ферма. Правильное доказательство

Памяти МАМЫ

Противоречие: В равенстве $A^n = A^n + B^n [\dots = (A+B)R]$ число R имеет ДВА значения.

Все целые числа рассматриваются в системе счисления с простым основанием $p > 2$.

Определения:

Степенным окончанием $A_{[t]}$ длиной t ($t > 1$) цифр будем называть окончание $A^{n^{t-1}}_{[t]}$ некоторого натурального числа $A = A^{n^{t-1}} + Dn^t$, где A' – последняя цифра числа A .

Единичным окончанием $r_{[t]}$ числа r будем называть t -значное окончание равное 1.

Обозначения: $A', A'', A_{(t)}$ – первая, вторая, t -я цифра от конца в числе A ;

$A_2, A_3, A_{[t]}$ – k -значное окончание числа A (т.е. $A_{[t]} = A \bmod n^t$); $nn = n * n = n^2 = n^2$.

ВТФ доказывается для **базового** случая (см. <http://vixra.org/abs/1707.0174>):

L1°) Лемма. Цифра $A^n_{(t+1)}$ однозначно определяется окончанием $A_{[t]}$ (следствие из биннома Ньютона). То есть окончания $A^n_2, A^{n^2}_3$ и т.д. не зависят от цифры A'' и являются функцией лишь цифры A' .

L1.1°) Следствие: если $A_{[t+1]} = d^{n^t}_{[t+1]}$, где $d_2 = e^n_2$, то

$A_{[t+2]} = e^{n^{t+1}}_{[t+2]}$ и $A^{n-1}_{[t+2]} = A^{n-1}_{[t+2]} = 1$.

L1.2°) При этом и $g^{n-1}_{[t+2]} = 1$, где g есть сомножитель числа A , а g' – числа A' .

L1.3°) Если $C_{[t]} = C^o_{[t]}$, $A_{[t]} = A^o_{[t]}$, $B_{[t]} = B^o_{[t]}$ и $C^n_{[t+1]} = A^n_{[t+1]} + B^n_{[t+1]}$, то и $C^{on}_{[t+1]} = A^{on}_{[t+1]} + B^{on}_{[t+1]}$ (следствие из **L1.1°** и биннома Ньютона).

L2°) Лемма. t -значное окончание любого простого сомножителя числа R в равенстве $(A^n + B^n)_{[t+1]} = [(A+B)R]_{[t+1]}$, где $A_{[t]} = A^{n^{t-1}}_{[t]}$, $B_{[t]} = B^{n^{t-1}}_{[t]}$, $(A^{n^t} + B^{n^t})_{[t+1]} = C^{n^t}_{[t+1]}$, $t > 1$, числа A и B взаимно простые и число $A+B$ не кратно простому $p > 2$, равно 1 – следствие из: а) равенства $(CC^{n-1})_{[t+1]} = [(A+B)R]_{[t+1]}$, где $C_{[t]} = (A+B)_{[t]} = 0$, б) определение степени и с) **L1.2°**.

Гипотетическое равенство Ферма имеет три эквивалентных формы:

1°) $C^n = A^n + B^n [\dots = (A+B)R = c^n r^n]$, $A^n = C^n - B^n [\dots = (C-B)P = a^n p^n]$ и $B^n = C^n - A^n [\dots = (C-A)Q = b^n q^n]$, где при $(ABC)' \neq 0$ числа в парах (c, r) , (a, p) , (b, q) взаимно простые.

1.1°) Числа R, P, Q (без возможного сомножителя p) имеют единичные окончания с их наименьшей длиной в k цифр. Если, например, $k=2$, то наименьшее окончание будет 01.

1.2°) Следовательно, наименьшее единичное окончание у чисел r, p, q равно $k-1$ (цифр).

1.3°) Число $U = A+B-C [=up^k]$ оканчивается на k нулей, даже если A', B' или $C' = 0$.

1.4°) Если, например, $C' = 0$, то число C оканчивается ровно на k нулей. При этом его особый сомножитель R оканчивается ровно на один ноль, который в число r не входит.

1.5°) Следовательно, в этом случае число $A+B$ оканчивается $pk-1$ [$>k$] нулей.

L3°) Лемма. Если наименьшая длина единичного окончания у чисел r, p, q равна $k-1$ (и у чисел R, P, Q равна k), то k -значные степенно-степенные окончания чисел A и $C-B, B$ и $C-A, C$ и $A+B$, не кратных n , будут равны: $A^{m^{k-1}}, B^{m^{k-1}}, C^{m^{k-1}}$.

Доказательство Леммы. Пусть для начала $k=2$. Тогда из равенства $A+B-C=un^k$ (1.3°), с учетом 1° и L1°, мы находим равенства по двузначным окончаниям:

$$C=c^m, A=a^m, B=b^m \pmod{n^2}, \text{ или } C_2=c^m_2, A_2=a^m_2, B_2=b^m_2.$$

Затем, если $k>2$, подставляем эти значения чисел A, B, C в левые части равенств 1°, учитываем свойство L1.1° и решаем систему уравнений $C^n=A+B, A^n=C-B, B^n=C-A$, относительно A, B, C . И т.д., пока не дойдем до значений $A^{m^{k-1}}, B^{m^{k-1}}, C^{m^{k-1}}$.

Доказательство ВТФ

2°) Пусть наименьшая длина единичного окончания среди чисел r, p, q будет у числа r и равна $k-1$ (в этом случае $C \neq 0$). Тогда наименьшая длина единичного окончания у чисел R, P, Q не кратных n будет равна k . И, следовательно, число $U=A+B-C=un^k$.

Тогда, согласно L3°, в равенствах $C^n=A^n+B^n=(A+B)R=c^n r^n=CC^{n-1}$ (см. 1°) и

3°) $D=(A+B)^n_{[k+1]}=[(C-B)^n+(C-A)^n]_{[k+1]}=\{[(C-B)+(C-A)]T\}_{[k+1]}$ k -значные окончания чисел в парах C и $A+B, A$ и $C-B, B$ и $C-A, C^{n-1} (=1)$ и $(A+B)^{n-1} (=1), R (=1)$ и $T (=1)$ будут равными и степенно-степенными. Согласно Лемме L2°, каждый простой (и составной) сомножитель числа T имеет единичное окончание длиной не менее k цифр.

Но среди сомножителей числа T содержится и число r , причем строго в первой степени (ибо число $[(C-B)+(C-A)]$ на r не делится, а числа r и D/r взаимно простые)!

И мы пришли к противоречию: в самом равенстве Ферма единичное окончание числа r имеет длину строго $k-1$ знаков, а в числе T – k знаков. Тем самым ВТФ доказана.

Мезос, 1 декабря 2017

+++++