

千古奇冤，素数有限



质数又称素数。一个大于 1 的自然数，除了 1 和它自身外，不能被其他自然数整除的数叫做质数；否则称为合数。质数的个数是无穷的。欧几里得的《几何原本》中有一个经典的证明。它使用了证明常用的方法：反证法。具体证明如下：

假若素数只有有限多个，设最大的一个是 P ，从 2 到 P 的全体素数是：

$2, 3, 5, 7, 11, \dots, P$ 。

所有的素数都在这里，此外再没有别的素数了。

现在，我们来考察上面从 2 到 P 的全体素数相乘、再加上 1 这个数，设它是 A ，即

$$A=2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times P + 1。$$

A 是一个大于 1 的正整数，它不是素数，就是合数。

如果 A 是素数，那么，就得到了一个比素数 P 还要大的素数，这与素数 P 是最大素数的假设矛盾。

如果 A 是合数，那么，它一定能够被某个素数整除，设它能被 g 整除。

因为 A 被从 2 到 P 的任何一个素数除，余数都是 1 ，就是都不能整除，而素数 g 是能整除 A 的，所以素数 g 不在从 2 到 P 的全体素数之中。这说明素数 g 是一个比素数 P 更大的素数，这又与 P 是最大的素数的假设矛盾。

上面的证明否定了素数只有有限多个的假定，这就证明了素数是无穷多个。

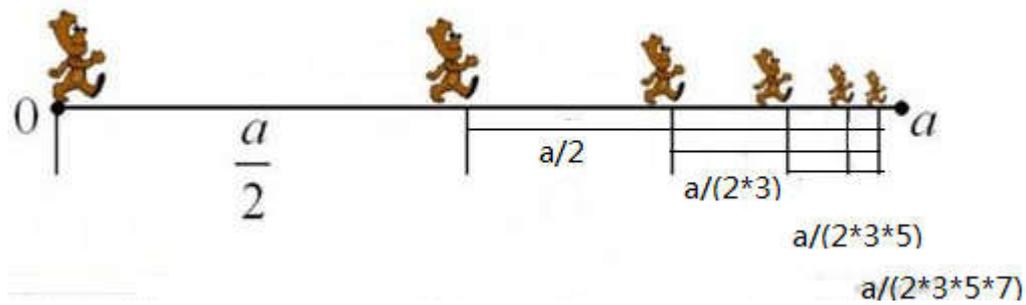
问题就在于“ A 是一个大于 1 的正整数，它不是素数，就是合数”，还有一种情况 A 是一个大于 1 的正整数，它既不是素数，也不是合数。逻辑上讲，把自然数分成素数和非素数，则无懈可击；分成素数和合数，既不是素数也不是合数，也无懈可击；分成 1 ，素数和合数，既不是素数也不是合数也不是 1 ，还是无懈可击。但是分成 1 ，素数和合数，则无论如何都是逻辑不严密。

比如象这样的数： $N=1 \times N \times N \dots \times N$ 。没有什么定理证明它无解，就象没有定理证明大于 1 的自然数除了素数就是合数。无穷大本身是素数还是合数？数学家既然不能预测未来，也从来没有见过所有的自然数，不能想当然给出一个非此即彼的结论。就像世界上除了男人就是女人，听起来是对的，但医生也发现还有两性人。

下面请看两个证明。

证明 1：假设素数个数有无穷多个，设 p 是大于 1 的素数，那么 $(p+1)/2$ 是一个正整数，由于素数个数有无穷多个，当 p 趋于无穷大时， $\lim p/[(p+1)/2]=2$ ，这就是说，当素数趋于无穷大时，存在至少两个因子， $p=2 \times [(p+1)/2]$ ，并且素数极限只能无限逼近无穷大，不能到达，如果到达无穷大，素数 $p=2 \times [(p+1)/2]$ ，与素数定义矛盾。

证明 2 欧几里德素数悖论：“一个人从点 A 走到 B 点，要先走完路程 a 的 $1/2$ 处，再走到剩下路程距离 B 点的 $1/3$ 处，再走到剩下路程距离 B 点的 $1/5$ 处…… $1/p$ 处”如此循环下去，由于素数有无穷多，永远不能走到终点。



采用积分求总路程 $a = \lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ (1 - 1/2) + [1/2 - 1/(2 \times 3)] + [1/(2 \times 3) - 1/(2 \times 3 \times 5)] + \dots + [1/(2 \times 3 \times 5 \dots \times p(k-1)) - 1/(2 \times 3 \times 5 \dots \times p(k))] \right\} = \lim_{k \rightarrow \infty} [1 - 1/(2 \times 3 \times 5 \dots \times p(k))]$.

由于 $a = \lim_{k \rightarrow \infty} [1 - 1/(2 \times 3 \times 5 \dots \times p(k))]$, $1/(2 \times 3 \times 5 \dots \times p(k))$ 是人距离 B 点的距离。素数极限必须到达无穷大, 否则人距离 B 点的距离永远不会变成零, 也就是人永远不能到达终点 B。

证明 1 说明了素数不能到达无穷大, 否则素数和定义矛盾; 证明 2 说明了素数必须到达无穷大, 否则人无法走完很短的距离 AB。

证明 1 和 2 推出两个相反的结论, 从而假设错误, 素数个数有限。

证毕。

如果你认同论文《[最大自然数](http://vixra.org/abs/1706.0543)》<http://vixra.org/abs/1706.0543> 那么, 我们可以把这个最大素数进一步精确。

$$P_{\max} < N_{\max} = 618724203 \times 10^{26},$$

$$\text{素数的个数 } \text{Count}(p) < N_{\max}/2 = 309362101 \times 10^{26}.$$

您有高明的见解, 请发邮件到 freepublic_163@163.com