

## 芝诺悖论隐藏的数学危机

传说芝诺在五岁的时候，他父亲曾经考他，从他们家到外婆家有五公里路，他以每小时五公里的速度走，需要走多少时间。芝诺答是一个小时，父亲给他了一颗糖吃，因为他答对了。十年后，等他十五岁时，父亲又拿这个问题问他时，他知道这下如果再答是一个小时肯定要挨骂。因为，很显然这回父亲考的再不是他的算术能力。父亲是在考他的判断、分析、思辩等多方面的能力，他需要找出另外一种答案来博得父亲的嘉许。最后，他告诉父亲：他永远也走不到外婆家。父亲想当然地替他回答了原因：因为外婆已经去世，外婆家已经不存在。这事实上也是父亲要的答案。父亲问这个问题的目的就是要儿子打开思路。但年少的芝诺说：不，父亲，你这是偷换概念，不是在用数学说明问题。父亲哈哈大笑说：那你用数学来说明一下。他根本不相信，这还能用数学来解释。芝诺说：我可以把五公里一分为二，然后又把一分为二的五公里再一分为二，这样分下去、分下去，可以分出无穷个“一分为二”，永远也分不完。既然永远分不完，你也就永远走不到。芝诺正是这样创造了他流芳百世的悖论学。

由于量子的发现，这些悖论已经得到完善的解决。也就是无限细分在量子尺度就无法再细分了。

但这个只是解决了物理学上的芝诺悖论，而数学上的芝诺悖论却从来就没解决过，相反，它却更加深刻地反映出数学上的危机。

两分法/芝诺悖论：“一个人从 A 点走到 B 点，要先走完路程的  $1/2$ ，再走完剩下总路程的  $1/2$ ，再走完剩下的  $1/2$ ……”如此循环下

去，永远不能到终点。

从悖论的数学描述中，我们不难看出人抽象成一个点，路程抽象成一条直线。

先让我们想象一种情形，假如芝诺是一个二维人，也就是生活在相片中的人，我们拿着芝诺的相片，让他跳高，跳到 5 公分就算成功。芝诺只能遗憾的告诉你，他生活在二维世界，没有高度的维度，无法跳出相片，如果能跳出相片，他就变成一个三维人了。

再让我们想象第二种情形，假如芝诺是一个一维人，也就是生活在直线中的人，我们拿着芝诺的直线，让他横向移动，横行 5 公分就算成功。芝诺只能遗憾的告诉你，他生活在一维世界，没有宽度的维度，无法跨出直线，如果能跨出直线，他就变成一个二维人了。

最后我们想象第三种情形，假如芝诺是一个零维人，也就是一个点，我们拿着芝诺的点，让他向前走，走 5 公分就算成功。芝诺只能遗憾的告诉你，他生活在零维世界，没有长度的维度，无法走出点，如果能走出点，他就变成一个一维人了。

看到这里，你该明白芝诺悖论的根本问题出在哪里了吧？我们把人抽象成一个零维点，却要让一个零维点从 A 移动到 B 点产生位移，而位移是一个一维量。在这个数学模型中，零维的人和一维的位移混杂在一起，结果就象是让相片中的人跳出相片一样荒谬。

一种正确的解法是把人抽象成一个一维的微小线段，线段的长度就是直线最小像素的长度，这样，无限可分的悖论就迎刃而解。无限的原因，其实来自一维和零维之间的维度差就是无穷大。

虽然有不少主流观点认为数学是以对称美学作为判断标准，不接受实践的考验。很难想象，科学的大厦是建立在一种不接受实践考验的美学基础之上的。数学是对现实世界的抽象简化，如果数学再应用回到现实世界时，而前提假设又不一致，必然会造成这样那样的悖论，轻则误入歧途，重则导致科学大厦的坍塌。

因此，芝诺悖论是反映了数学的危机，数学来自现实世界的抽象和简化，如果把它当成象牙塔中的“艺术科学”，忘记了最初的前提假设，则会深陷无法自拔的悖论怪圈中。