

아하로노프-봄 효과와 전류의 진동주기

강 대 현

전라북도 진안군 진안읍 군상리 768

전자우편 : samplemoon@korea.kr

초 록

아하로노프-봄 효과와 전류의 진동주기

최근에 노말상태의 금속으로 만든 양자간섭장치의 전류의 측정에서 전류값이 자기장의 세기에 따라 진동을 하는데, 거기에 주기가 있고 그 수치가 $hc/2e$ 라고 한다. 이 논문에서는 전하쌍없이 그 주기가 $(hc/2e)$ 인 이유를 이론적으로 보여준다.

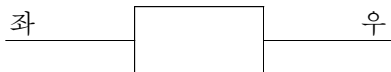
1. 머리말

필자는 페러데이의 전자기유도법칙이나 카노니컬 운동량 방정식에 고전양자론을 이용하여 초전도체의 고리구멍을 통과하는 자속양자 단위값이 $(hc/2e)$ 인 것은 전자 2개가 짝을 지어 운동하는 것이 아니라 전자 1개의 독립적인 운동에 의한 것임을 보여주었다.[1] 그런데 우연히 노말상태의 금속으로 만든 양자간섭장치에서 전류를 측정하면 전류 수치가 가해주는 자기장의 세기에 따라 진동한다는 연구결과를 알게 되었다. 여기에 진동 주기가 있는 데 그 수치가 $(hc/2e)$ 라는 것이다.[2]

필자는 노말상태의 전자는 양자간섭장치에서 전기저항이 있어서 그런 전류의 간섭현상을 관측할 수 없으리라 생각했다. 초전도 상태에서만 간섭현상이 가능한 것으로 생각해왔다. 양자간섭장치가 아주 작아서 전류전자가 포논과 충돌시 시간간격이 충분히 긴 전자가 있다면 간섭현상이 있을 수도 있겠다.

양자간섭장치는 기본적으로 이중슬릿 실험장치와 기능이 아주 비슷하다.

위아래가 뿔뿔인 원형 또는 사각 금속통을 바닥에 세우고 양쪽으로 전선을 연결한 모양이다. 위에서 보면 대략 아래와 같은데 위에서 바닥으로 자기장이 걸려있다.



좌측에서 전선을 타고 전류전자는 접합점에서 둘로 나뉘어 우측 접합점을 거쳐 오른쪽으로 흐른다.

전류전자의 간섭현상은 사각통의 접합점에서 나뉘어 온 전류전자가 우측 접합점에서 일어난다고 보며되는데 이런 현상에 사용하는 공식은 아래와 같다.[3]

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 \quad (1)$$

(1)식에서 Ψ_1 는 위쪽 선으로 흐르는 전류전자 파동함수, Ψ_2 는 아래쪽 선으로 흐르는 전류전자의 파동함수이다.

사각 실린더에 외부 자기장이 가해진 경우에는 이렇게 표시한다.

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_1 \exp\left(-\frac{ie \int_1 A \cdot ds}{\hbar c}\right) + \Psi_2 \exp\left(-\frac{ie \int_2 A \cdot ds}{\hbar c}\right) \\ &= (\Psi_1 \exp\left(+\frac{ie\Phi}{\hbar c}\right) + \Psi_2) \exp\left(+\frac{ie \int_2 A \cdot ds}{\hbar c}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

(2)식에서 Φ 는 사각 실린더 안의 자기선속량이고 위아래를 흐르는 전류전자의 위상차는 위상인자 $\exp\left(+\frac{ie\Phi}{\hbar c}\right)$ 에 의해 표시한다.(아하라노브- 봄 효과)

(1),(2)식이 학자들이 알고있는 양자간섭장치로 측정한 전류값의 진동을 설명하는 공식이다.

(2)식 대로라면 전류의 진동주기가 $(hc/2e)$ 로 관찰이 되니까 일반전도체의 노말상태에서 전자쌍이 있다고 보는 것은 그야말로 당연한 경우가 아닌가싶다.

(2)식에서 두 파동함수 Ψ_1 와 Ψ_2 의 위상차는 2π 의 정수배라야 우측 접합점에서 보강간섭이 일어나 전류가 가능한 최대값이 된다는 논리이다.

바꿔 말하면 자기선속량이 $\Phi = \frac{nhc}{e}$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 로 진동주기가 관찰이 되어야 하지만

실제로는 $\Phi = \frac{nhc}{2e}$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)로 진동주기가 나타나므로 전하쌍 또는 전자쌍이

전류를 형성한다고 현재 학자들이 주장하는 것이라 볼 수 있다.

2. 본 문

전도체에 전류전자가 흐르는 경우 보통 평면파 또는 정현파라고 부르는 경우이다.

이런 경우에 파동함수는 다음과 같이 표시가 된다. (시간독립인 경우)[4]

$$\Psi(x) = \exp\left(i\frac{px}{\hbar}\right) \quad (3)$$

여기서 p 는 운동량, x 는 위치이다.

이 정현파가 벡터포텐셜로 영향을 받는 경우

$$\Psi_2 = \Psi_1 \exp\left(-\frac{ie \int_1 A \cdot dx}{\hbar c}\right) \quad (4)$$

위와 같이 표시된다. (4)식을 (3)식과 같은 정현파 형식으로 표기하면 이러하다.

$$\exp\left(i\frac{\int p_2 dx}{\hbar}\right) = \exp\left(i\frac{\int p_1 dx}{\hbar}\right) \exp\left(-\frac{ie \int_1 A \cdot dx}{\hbar c}\right) \quad (5)$$

(5)식에서 아래와 같이 방정식을 유도할 수 있다.

$$P_2 = P_1 - \frac{e}{c}A \quad (6)$$

(6)식은 카노니컬 운동량 표시와 같다.

여기서 (4)식이나 (5)식,(6)식을 가지고 경로적분을 하는데 있어서 주의할 부분이 있다.

벡터포텐셜을 가지고 경로적분을 할 경우 ($\int A \cdot dx$) 경로는 아무거나 가져다가 하는게 아니고 전자가 운동량이 P_2 나 P_1 인 양자상태의 전자가 움직인 경로를 가지고 해야한다. 왜냐하면 양자상태는 양자조건을 만족하는 운동량과 경로를 동시에 가져야 하기때문에... 이 당연시되는 원칙을 지키지않다보니 이상한 문제가 발생하는 것이다. 이 원칙대로 경로적분을 해야한다.

1. P_1 상태의 경로가 x_1 이라면 경로적분은 이러하다.

$$\int p_2 dx_1 = \int p_1 dx_1 - \frac{e}{c} \int A dx_1 \quad (7)$$

2. P_2 상태의 경로가 x_2 라면 경로적분은 이러하다.

$$\int p_2 dx_2 = \int p_1 dx_2 - \frac{e}{c} \int A dx_2 \quad (8)$$

(7)식과 (8)식을 양변을 더 한다.

$$\int p_2 dx_1 + \int p_2 dx_2 = \int p_1 dx_1 - \frac{e}{c} \int A dx_1 + \int p_1 dx_2 - \frac{e}{c} \int A dx_2 \quad (9)$$

(9)식에서 좌변 첫항과 우변 셋째항은 같은 것이다.

정리하면 (10)식과 같다.

$$\int p_2 dx_2 = \int p_1 dx_1 - \frac{e}{c} \int A dx_1 - \frac{e}{c} \int A dx_2 \quad (10)$$

(10)식에서 우변 둘째항, 셋째항은 양자간섭장치에서 자기장을 가해준 실린더의 직경이 충분히 크고 두께가 아주 얇아서 전류전자의 운동경로가 감싸는 자기선속양에 차이가 없다고 볼 수 있다고 했을 때

$$-\frac{e}{c} \int A dx_1 \simeq -\frac{e}{c} \int A dx_2 = \frac{e}{c} \Phi \quad (11)$$

(10)식은 (12)식과 같이 간단해진다.

$$n_2 h = n_1 h - \frac{2e}{c} \Phi \quad (12)$$

여기서 n_2 , n_1 는 각각 1,2,3...이고 h 는 플랑크상수이다.

(12)식에서 얻어지는 것은 $(2e)$ 가 전하2개를 의미하는 것이 아니다.

금속 링에 전류전자가 자기선속을 감싸는 운동을 할때 자속양이 $\frac{hc}{2e}$ 만큼씩

변할 때 전자가 하나의 양자상태에서 다른 양자상태로 이동이 된다는 뜻이다.

(3)식 ~ (12)식까지 과정을 그대로 (2)식에 적용하고 결과만 써본다.

$$\Psi = (\Psi_1 \exp(+\frac{2ie\Phi}{\hbar c}) + \Psi_2) \exp(+\frac{2ie \int_2 A \cdot ds}{\hbar c}) \quad (13)$$

(13)식이 보여주는 결과는 지금까지 물리현상을 연구하고 수학적논리로 다져온 물리학이 판정해주는 것으로 이런 결과에 반항하는 것은 수많은 실험과 이론을 거쳐 이룩한 물리학에 대항하려는 것과 다름이 없다고 볼 수도 있다.

초전도체로 만든 양자간섭장치든 노말상태의 금속으로 만든 양자간섭장치든 상관 없이 전류의 진동주기는 자기선속을 기준으로 $(hc/2e)$ 가 되어야 한다는 것이다.

그리고 전자를 가지고 쌍슬릿실험을 정교하게 할 수 있다면 간섭무늬가 (13)식에 의해 $(hc/2e)$ 주기성을 가지는 것을 관찰할 수도 있을 것이다.

3. 마치는 말

1980년대에도 노말상태 금(Au)으로 만든 양자간섭장치에서 진동주기($hc/2e$)가 발견되었는데 아무래도 별 것 아닌걸로 치부한 것 같다. 납이나 알루미늄은 초전도체인데 이 물질로 나노

수준의 박막을 만드는 것이 가능한지는 모르지만 초전도체로 양자간섭장치를 만들어 실험을 임계온도 아래에서 해보고 임계온도보다 높은 상황(노말상태)에서도 해보면 두 경우 모두 전류의 진동주기는 $hc/2e$ 로 나올 것인데...

이런 경우에 현재의 초전도이론은 뭐라고 방어할지 궁금하기는 하다.

참고문헌

[1] [viXra:1305.0172](https://arxiv.org/abs/1305.0172)

[2] arXiv:0906.5206v1, (Aharonov-Bohm effect at liquid-nitrogen temperature:)

[3] Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics* (Wiley, Minnesota, 1974), p.221-221

[4] Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics* (Wiley, Minnesota, 1974) p.69

Abstract

Aharonov - Bohm effect and the period of electric current oscillation

Recently, in the measurement of the current of the quantum interference device made of metal in the normal state, the current value oscillates according to the intensity of the magnetic field, and there is a period, and the numerical value is $(hc/2e)$.

In this paper, we show theoretically why the period is $(hc/2e)$ without charge pair.