

Proof of magnetic flux quantization by quantum mechanics

Daehyeon Kang

29-6, Sangyeok-ro, Jinan-eup, Jinan-gun, Jeollabuk-do, South Korea

e-mail : wind17320@naver.com

Abstract

Currently, the quantum value of the magnetic flux is calculated based on the assumption that the phase factor of the wave function has a single value, which seems simple in terms of physical logic. Therefore, the quantum value of magnetic flux was derived by applying the wave function superposition principle in quantum mechanics, and the result was $(hc/2e)$.

keyword : Superpoition principle, magnetic flux quantum, two-slits experiments

1. Introduction

Using classical quantum theory in Faraday's Law of Electromagnetic Induction or Canonic Momentum Equations, we showed that the magnetic flux quantum unit value $(hc/2e)$ passing through the ring hole of the conductor is not due to the motion of two electrons in pairs, but rather to the motion of one electron. [1] However, it was obtained from classical quantum theory and did not come out using quantum mechanical logic.

In current quantum mechanics, magnetic flux quantum values are derived as follows.

$$\frac{(p + \frac{e}{c}A)^2}{2m}\psi + V\psi = E\psi \qquad \frac{p^2}{2m}\psi_o + V\psi_o = E\psi_o \qquad (1)$$

We can derive the following equation from the two equations of equation[2]

$$\psi = \psi_o \exp(-i\frac{e}{\hbar c} \int A \cdot dr) \qquad (2)$$

In the equation(2), if the magnetic field is 0 in the path where the phase factor $\exp(-i\frac{e}{\hbar c} \int A \cdot dr)$ is closed, $1 = \exp(-i\frac{e}{\hbar c} 0)$

the need to have a phase factor of 1 even if the magnetic flux has a finite value It is to argue over the (single-valued) wave function.[3]

This means that the value of the quantum unit of the magnetic flux is (hc/e) . But this is an assumption and a plausible argument, but it doesn't seem convincing.

2. the main text

If a magnetic field is applied to a hole in a superconductor, the exponential term in Equation (2) can be divided into two parts: the line intigral for the vector potential A of $\exp(-i\frac{e}{\hbar c} \oint A \cdot dr)$, which consists of two parts: clockwise and counterclockwise. Therefore, we can do it as follows.

$$\psi_1 = \psi_o \exp(-\frac{ie\Phi}{\hbar c}) \quad (3)$$

$$\psi_2 = \psi_o \exp(+\frac{ie\Phi}{\hbar c}) \quad (4)$$

Here, the magnetic flux $\Phi = \oint A \cdot dr$.

Depending on the direction surrounding the magnetic field, one is + sign, while the other is - sign.

However, it is not possible to know from a quantum mechanical point of view in which one electron behaves.

It's like a double-slit experiment where you can see which of the two slits the electron is going to pass

It is very similar to the situation where there is no one. One electron cannot pass through two slits at the same time, but interference

To explain the pattern, an overlapping wave function is created and currently used by adding the wave function ψ_1 and ψ_2 of electrons passing through each slit.

$$\psi_1 + \psi_2 = \psi \quad (5)$$

This is what we do.

$$\psi = (\psi_1 + \psi_2) \div 2 = (\psi_o \exp(-\frac{ie\Phi}{\hbar c}) + \psi_o \exp(+\frac{ie\Phi}{\hbar c})) \div 2$$

$$\psi = \cos(\frac{e\Phi}{\hbar c}) \psi_o \quad (6)$$

The complex conjugate of the equation(6) is like this.

$$\psi^* = \cos\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \psi_o^* \quad (7)$$

Multiply equation (6) with equation (7).

$$\psi\psi^* = \cos^2\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \psi_o \psi_o^* \quad (8)$$

If the equation(8) is integrated over the entire space, it develops like this.

$$\int \psi\psi^* dr^3 = \cos^2\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \int \psi_o \psi_o^* dr^3 \quad (9)$$

$$1 = \cos^2\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) 1$$

$$\therefore \Phi = \frac{\hbar c}{2e} n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (10)$$

3. Conclusion

Although it is mysterious to think about the principle of creating a new wave function by dividing the electron into two paths that wrap the magnetic flux clockwise or counterclockwise, and then overlap the two wave functions to create a new wave function, I am naturally amazed at the depth of nature when the wave function superposition principle is borrowed and the magnetic flux quantum value is derived simply like this.

Obviously, one electron cannot wrap its magnetic flux in both clockwise and counterclockwise directions, but it must overlap and the electron acts along this overlapping wave function.

This method is very similar to the superposition principle of combining the wave functions of electrons passing through two slits to explain the electron interference pattern in the double slit experiment.

It seems that this part has come to see one of the principles of nature's operation that we did not know until now.

Reference

[1] [viXra:1305.0172](https://arxiv.org/abs/1305.0172)

[2] Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics* (Wiley, Minnesota, 1974), p.218-219

[3] Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics* (Wiley, Minnesota, 1974) p.220

양자역학에 의한 자속양자화 연구

강 대 현

전북 진안군 진안읍 상역로 29-6,108동

이메일 : wind17320@naver.com

초록

현재, 파동함수의 위상인자가 단일값을 갖는다는 추정에 의해 자속의 양자값을 계산하고 있는데 이것은 물리학적 논리라고 보기에에는 단순해보인다. 그래서 양자역학에서 파동함수 중첩원리를 적용하여 자속양자값을 도출하였는데 그 결과는 $(hc/2e)$ 이다.

키워드 : 파동함수중첩원리, 자기선속양자화, 쌍슬릿실험

1. 서론

페러데이의 전자기유도법칙이나 카노니컬 운동량 방정식에 고전양자론을 이용하여 전도체의 고리구멍을 통과하는 자속양자 단위값이 $(hc/2e)$ 인 것은 전자 2개가 짝을 지어 운동하는 것이 아니라 전자 1개의 운동에 의한 것임을 보여주었다.[1]

그러나 고전양자론에서 얻어진 것으로 양자역학적 논리를 이용해서 나온 것은 아니다. 현재 양자역학에서 자속양자값은 다음과 같이 유도하고 있다.

$$\frac{(p + \frac{e}{c}A)^2}{2m} \psi + V\psi = E\psi \qquad \frac{p^2}{2m} \psi_0 + V\psi_0 = E \psi_0 \qquad (1)$$

(1)식의 2개의 방정식에서 다음 식을 이끌어낼 수 있다.[2]

$$\psi = \psi_0 \exp(-i \frac{e}{\hbar c} \int A \cdot dr) \qquad (2)$$

(2)식에서 위상인자 $\exp(-i\frac{e}{\hbar c}\int A\cdot dr)$ 가 닫힌 경로 안에 자기장이 0인 경우 $1=\exp(-i\frac{e}{\hbar c}\cdot 0)$ 을 갖게 되는데 자속이 유한한 값을 가지는 경우에도 위상인자가 1이 되어야한다는 필요성을 (single valued) 파동함수를 놓고 주장하는 것이다.[3]

이렇게 하면 자속양자 단위값은 (hc/e) 로 나온다는 것이다. 그런데 이것은 어디까지나 추정이고 그럴듯한 주장이지만 설득력이 없어보인다.

2. 본 문

초전도체의 구멍에 자기장이 가해진 경우 (2)식의 지수항에 $\exp(-i\frac{e}{\hbar c}\int A\cdot dr)$ 의 벡터 포텐셜 A에 대한 선적분이 2가지로 나눌 수 있는데 자기장을 감싸는 방법이 시계방향과 반시계방향이 있다. 그러므로 다음과 같이 할 수 있다..

$$\psi_1 = \psi_0 \exp(-\frac{ie\Phi}{\hbar c}) \tag{3}$$

$$\psi_2 = \psi_0 \exp(+\frac{ie\Phi}{\hbar c}) \tag{4}$$

여기서, 자기선속 $\Phi = \oint A\cdot dr$ 이다.

자기장을 둘러싸는 방향에 따라 하나가 + 부호라면 다른 쪽은 - 부호가 나온다. 그런데 전자 1개가 어느 방향으로 행동하는 지 양자역학적 관점에서 알 수가 없다. 마치 이것은 이중슬릿실험에서 전자가 2개의 슬릿 중에 어디를 통과할 지를 알 수가 없는 상황과 아주 닮았다. 전자 1개가 2개의 슬릿을 동시에 통과를 못하지만 간섭 무늬를 설명하려면 각 슬릿을 통과하는 전자의 파동함수 ψ_1 , ψ_2 을 더하여 중첩 파동함수를 만들어 현재 사용하고 있다.

$$\psi_1 + \psi_2 = \psi \tag{5}$$

이를 따라서 하는 것이다.

$$\psi = (\psi_1 + \psi_2) \div 2 = (\psi_0 \exp(-\frac{ie\Phi}{\hbar c}) + \psi_0 \exp(+\frac{ie\Phi}{\hbar c})) \div 2$$

$$\psi = \cos(\frac{e\Phi}{\hbar c}) \psi_0 \tag{6}$$

(6)식의 켈레복소수는 이러하다.

$$\psi^* = \cos(\frac{e\Phi}{\hbar c}) \psi_0^* \tag{7}$$

(6)식과 (7)식을 곱한다.

$$\psi\psi^* = \cos^2\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \psi_o \psi_o^* \quad (8)$$

(8)식에 전 공간에 걸쳐 적분하면 이렇게 전개된다.

$$\int \psi\psi^* dr^3 = \cos^2\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \int \psi_o \psi_o^* dr^3 \quad (9)$$

$$1 = \cos^2\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) 1$$

$$\therefore \Phi = \frac{\hbar c}{2e} n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (10)$$

3. 결론

전자가 자기선속을 시계방향으로 감싸거나 반시계방향으로 감싸는 2개의 경로로 각각 선적분하여 각각 파동함수를 만든다음 2개의 파동함수를 중첩을 하여 새로운 파동함수를 만드는 원리가 아무리 생각해도 불가사의하지만, 파동함수 중첩원리를 빌려와서 이렇게 간단하게 자속 양자값이 유도되어 나오는 상황에 저절로 자연의 심오함에 감탄이 나온다.

명백하게 전자 1개가 자기선속을 시계방향과 반시계방향으로 동시에 감싸는 행동을 할 수는 없는데 중첩해야하고 이 중첩되어 나온 파동함수를 따라 전자가 행동한다는 것이다.

이 방식이 이중슬릿실험에서 전자간섭무늬를 설명하고자 2개의 슬릿을 거쳐오는 전자의 파동함수를 합해 새로운 파동함수를 만드는 중첩원리와 많이 닮았다.

이 부분이 지금까지 몰랐던 자연의 작동원리 1가지를 보게된 것 같다.

참고문헌

[1] [viXra:1305.0172](https://arxiv.org/abs/1305.0172)

[2] Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics* (Wiley, Minnesota, 1974), p.218-219

[3] Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics* (Wiley, Minnesota, 1974) p.220