

Drift and diffusive Streams of Molecules of an Ideal Gas in a Gravitational Field

V.S. Vasilenko, A.A. Malgota

vasilenko.phd@gmail.com

malgota_aa@ukr.net

The drift (directed downward) and diffusive (directed upward) streams of molecules of ideal gas in the gravitational field were considered. It is shown that in the Boltzmann distribution of concentration of molecules on a height these streams are not equal to each other. They try to create quasi Boltzmann distribution. But such distribution can not be carried out.

Дрейфовый и диффузионный потоки молекул идеального газа в гравитационном поле

В.С. Василенко, А.А. Мальгота.

vasilenko.phd@gmail.com

malgota_aa@ukr.net

Дрейфовый (направлен вниз) и диффузионный (направлен вверх) потоки молекул идеального газа в гравитационном поле были рассмотрены. Показано, что в больцмановском распределении концентрации молекул по высоте эти потоки не равны друг другу. Они пытаются создать квази-больцмановское распределение. Но такое распределение не может быть осуществлено.

Во всех учебниках по молекулярной физике приводится формула для распределения концентрации молекул идеального газа по высоте:

$$n = n_0 \cdot \exp(-mgz/kT), \quad (1)$$

где n – концентрация молекул газа на высоте z , n_0 – плотность молекул газа на уровне моря, m – масса молекулы газа, g – ускорение свободного падения, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. Соотношение (1) получено Людвигом Больцманом в 1866 году при рассмотрении равновесия выделенного объёма газа, находящегося как единое целое под воздействием силы тяжести и разности сил атмосферного давления, действующих на этот объём снизу и сверху. Вклад, собственно, молекулярного движения в распределение плотности молекул по высоте никогда и никем не рассматривался

Поэтому в настоящей работе ставится задача восполнить этот пробел и исследовать движение молекул идеального газа в гравитационном поле. Запишем. Концентрация молекул газа убывает по высоте, следовательно диффузионный поток молекул газа направлен вверх. На молекулы газа действует сила тяжести - дрейфовый поток направлен вниз. Каждая молекула участвует одновременно в диффузии и дрейфе, но мы можем написать выражения отдельно для каждого из потоков, как это делается для диффузионного и дрейфового токов носителей в физике металлов или полупроводников.

На произвольной высоте z выделим горизонтальную плоскость, перпендикулярную оси z . Поток молекул вверх происходит вследствие диффузии. Его плотность:

$$j_D = -D \cdot dn/dz, \quad (2)$$

где D – коэффициент диффузии.
Согласно кинетической теории газов [2],

$$D = 1/3 \cdot \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle, \quad (3)$$

Где $\langle l \rangle$ - средняя длина свободного пробега, $\langle v \rangle$ - средняя скорость движения молекул. Согласно распределению Максвелла [2]:

$$\langle v \rangle = [8kT/(\pi m)]^{1/2}. \quad (4)$$

Подставим (1),(3) в (2) и возьмём производную концентрации по z , получим:

$$j_D = nmg \cdot \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle / (3kT). \quad (5)$$

Дрейфовый поток молекул в гравитационном поле направлен вниз:

$$j_g = ng\tau/2, \quad (6)$$

где среднее время свободного пробега $\tau = \langle l \rangle / \langle v \rangle$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Следовательно,

$$j_g = ng \langle l \rangle / (2 \cdot \langle v \rangle). \quad (7)$$

Найдём отношение диффузионного потока молекул газа (направлен вверх) к дрейфовому (направлен вниз) потоку:

$$j_D / j_g = [nmg \cdot \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle / (3kT)] / [ng \langle l \rangle / 2 \cdot \langle v \rangle] = 2m \langle v \rangle^2 / (3kT) \quad (8)$$

Подстановка средней скорости (4) максвелловского распределения молекул по скоростям в (8) показывает, что в больцмановском распределении эти потоки не равны друг другу и сами не могут приводить к равновесному состоянию:

$$j_D / j_g = 2m(8kT/m\pi) / (3kT) = 16 / (3\pi) \neq 1. \quad (9)$$

Найдём такое распределение концентрации молекул газа по высоте, в котором диффузионный поток молекул выравняется дрейфовым:

$$j_D = j_g. \quad (10)$$

Подставим (2),(3) в левую часть (10), а (7) - в правую:

$$-1/3 \cdot \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle \, dn/dz = ng \langle l \rangle / (2 \cdot \langle v \rangle) \quad (11)$$

Откуда

$$dn/dz = -n3g / (2 \cdot \langle v \rangle^2). \quad (12)$$

Подставив (4) в (12), получим:

$$dn/dz = -n(3\pi/16)[mg/(kT)]. \quad (13)$$

Откуда получим распределение концентрации молекул по высоте, создаваемое чисто молекулярным движением в газе.

$$n = n_0 \cdot \exp[(-mgz/kT) \cdot (3\pi/16)], \quad (14)$$

или

$$n = n_0 \cdot \exp[-0,589mgz/(kT)]. \quad (15)$$

Соответственно, распределение давления p по высоте имеет вид:

$$p = n_0 kT \cdot \exp[-0,589mgz/(kT)]. \quad (16)$$

Умножим (14) на вес молекулы mg и проинтегрируем по высоте от 0 до ∞ . Получим вес столба, приходящийся на единицу площади основания:

$$p_0 = (16/3\pi)n_0 kT, \quad (17)$$

Сравнение (14) при $z=0$ и (17) показывает, что вес газа не уравновешивается давлением и происходит макро-перемещение газа, разрушающее распределение (16). Такое распределение не может быть реализовано. По-видимому, локальные макро-перемещения газа дополняют

дрейфовый поток, который не может уравновесить поток диффузионный (9).

Выводы:

1. Дрейфовый и диффузионный потоки газа в гравитационном поле не равны друг другу.
2. Должен существовать механизм, дополняющий дрейфовый поток. В качестве такового могут выступать локальные макро-перемещения газа под действием гравитационного поля.

Литература

1. Больцман Л. Лекция по теории газов. – М.: Гостехиздат, 1953.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001, - 542 с.