On the Nature of Ideal Gas Temperature Gradient In Gravitational Field

V.S. Vasilenko, A.A. Malgota

Odessa State Enveronmental University

Odessa state SRI of medicine of transport

Vasilenko.phd@gmail.com

malgota_aa@ukr.net

For the first time it is shown that diffusion and drift of ideal gas molecules in the gravitational field create a temperature gradient on altitude, not equalize temperature over all volume. The case of heat-insulated gas with default both convection and adiabatic expansion was considered.

Keywords: gas, gravitation, gradient of temperatures.

О ПРИРОДЕ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУР ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В.С.Василенко, А.А.Мальгота

Одесский экологический университет

Одесский государственный НИИ транспорта

Vasilenko.phd@gmail.com

malgota_aa@ukr.net

Впервые показано, что диффузия и дрейф молекул идеального газа в гравитационном поле создают температурный градиент по высоте, но не уравнивают температуру по всему объему. Рассматривался случай теплоизолированного газа в отсутствие как конвекции, так и адиабатического расширения.

Ключевые слова: газ, гравитация, градиент температур.

В учебниках по физике атмосферы [1, 2] решалась задача определения вертикального градиента температуры в сухом идеальном газе, находящемся в состоянии гидростатического равновесия в поле силы тяжести в адиабатических условиях . **Для решения записывалось: а)уравнение состояния Менделеева - Клапейрона:**

$$p = \rho RT/\mu \qquad (1)$$

где R = 8,31 Дж/град - универсальная газовая постоянная, T- абсолютная температура, ρ — плотность газа, μ – его молярная масса; записывалось также **б) уравнение гидро- аэростатики для газа, находящегося в состоянии механического равновесия в поле силы тяжести**

$$dp/dz = -\rho g , \qquad (2)$$

где g — ускорение свободного падения; считалось, что в газе протекает равновесный адиабатический процесс, и для него справедливо **в) уравнение Пуассона** которое в дифференциальной форме имеет вид

$$dp/p = \gamma d\rho/\rho = \gamma(\gamma-1)dT/T , \qquad (3)$$

где $\gamma = c_p/c_V$ - показатель адиабаты или коэффициент Пуассона, c_p и c_V удельные теплоёмкости газа при постоянном давлении и объёме соответственно. Решение системы уравнений (1) - (3) позволило определить адиабатический градиент температуры для сухого идеального газа:

$$dT/dz = - g/c_p . \qquad (4)$$

Однако такое решение, полученное в рамках модели адиабатического конвективного переноса газа, обладает рядом недостатков: 1)скрывает причины возникновения вертикального градиента температур и его зависимость от молярной массы газа; 2)не позволяет определить, будет ли поддерживаться градиент температуры путём диффузии и дрейфа молекул газа в гравитационном поле в отсутствие конвекции или произойдёт выравнивание температуры по всей высоте столба.

Поэтому в настоящей работе поставлена задача: изучить природу сил, создающих сухоадиабатический градиент температур, и исследовать вопрос о распределении температур сухого идеального газа в гравитационном поле, возникающем вследствие диффузионного и дрейфового движения молекул в отсутствие конвекции.

В теплоизолированном столбе идеального газа проведём вертикальную ось **Oz** с началом отсчёта z = 0 на нижней теплоизолирующей горизонтальной поверхности. Выделим ν молей газа, перемещающихся адиабатически (без перемешивания и теплообмена с окружающим газом) вверх с высоты $\mathbf{z_1}$ на высоту $\mathbf{z_2}$. При этом температура изменяется от T_1 до T_2 за счёт адиабатического расширения. Изменение внутренней энергии $\Delta U = \nu \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) = \nu \cdot i \cdot R \cdot (T_2 - T_1)/2$, где C_v - молярная теплоёмкость газа в изохорном процессе, а i - сумма числа поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы. Элементарная работа газа $dA = p \cdot dV$. Таким образом, в адиабатическом процессе элементарное изменение внутренней энергии происходит за счёт работы газа:

$$\nu C_v \cdot dT = - p \cdot dV. \qquad (5)$$

Уравнение Клапейрона-Менделеева в классическом виде:

$$pV = \nu RT. \qquad (6)$$

Его полный дифференциал

$$V \cdot dp + p \cdot dV = \nu \cdot R \cdot dT. \qquad (7)$$

Отсюда:

$$p \cdot dV = \nu \cdot R \cdot dT - V \cdot dp. \qquad (8)$$

Подставим (8) в правую часть (5):

$$\nu \cdot C_v \cdot dT = - \nu \cdot R \cdot dT + V \cdot dp. \qquad (9)$$

Из уравнения гидростатики [1]:

$$dp = - \rho \cdot g \cdot dz = - \nu \cdot \mu \cdot g \cdot dz/V \qquad (10)$$

подставим (10) в (9):

$$\nu \cdot (C_v + R) \cdot dT = - \nu \cdot \mu \cdot g \cdot dz. \qquad (11)$$

Из уравнения (8) определим градиент температуры:

$$dT/dz = - \mu{\bullet}g/C_p, \qquad (12)$$

где $C_p = C_v + R$ - молярная ёмкость газа в изобарном процессе. Сравнение (4) и (12) показывает, что выражения тождественны (т.к. $C_p = \mu{\bullet}c_p$), и в столбе идеального сухого газа, находящемся в однородном гравитационном поле, при наличии конвекции устанавливается сухоадиабатический градиент температур (12). Однако во втором случае, ясен физический смысл полученного результата. Легко видеть, что из уравнений (11) и (5) следует, что:

$$\nu{\bullet}C_v{\cdot}dT + \nu{\bullet}\mu{\bullet}g{\cdot}dz = - \nu{\bullet}R{\cdot}dT = - d(pV) = - V{\bullet}dp - p{\bullet}dV \qquad (13)$$

где, согласно уравнению гидро- аэростатики (2),

$$-V{\bullet}dp = - V{\bullet} (dp/dz){\bullet} dz = \rho{\bullet}g{\bullet}V{\bullet}dz, \qquad (14)$$

- работа силы Архимеда при всплытии газа на dz. Тогда:

$$dU = - \nu{\bullet}\mu{\bullet}g{\bullet}dz + dA_{арх} - p{\bullet}dV \qquad (15)$$

- изменение внутренней энергии идеального газа в гравитационном поле происходит вследствие работы сил тяготения, работы силы Архимеда и работы против давления внешнего газа. Сила тяжести, действующая на выделенный объём газа, уравновешивается силой Архимеда и не входит в уравнение (5). Тем не менее, это поле сил тяготения создаёт больцмановское распределение плотности молекул газа по высоте. Уменьшение плотности газа с высотой приводит к адиабатическому расширению и охлаждению при всплытии выделенного объёма газа в остальном объёме. Из (15) следует, что работа силы тяжести идёт на изменение внутренней энергии газа, против работы сил Архимеда и на работу адиабатического изменения объёма:

$$- \nu{\bullet}\mu{\bullet}g{\bullet}dz = dU - dA_{арх} + p{\bullet}dV. \qquad (16)$$

Таким образом, работа силы тяжести приводит к пространственному разделению слоёв газа с различной температурой. С ростом высоты температура уменьшается.

Как известно [1-3], при уменьшении модуля градиента температуры меньше абсолютной величины сухоадиабатического градиента конвекция в газе прекращается и переток тепла между горизонтальными слоями газа возможен только вследствие теплопроводности. Рассмотрим этот процесс в теплоизолированном сосуде.

На произвольной высоте z выберем два соседних горизонтальных слоя с толщиной равной средней проекции длины свободного пробега на вертикальную ось **Oz** . В верхнем слое с номером j+1 половина молекул имеет проекцию скорости направленную вниз. За время свободного пробега эта половина молекул верхнего слоя переместится в нижний слой. Происходит перенос энергии теплового движения - $n\langle l\rangle_z \cdot i\cdot k\cdot T_{j+1}/2$ и потенциальной энергии - $n\cdot m\cdot g\cdot\langle l\rangle_z^{\,2}/2$, которая переходит в тепловую при столкновении с молекулами в нижнем j - м слое. Для стационарного случая необходимо, чтобы приращение внутренней энергии этих n/2 молекул происходило за счёт изменения их потенциальной энергии в гравитационном поле:

$$n\langle l\rangle_z\cdot i\cdot k\cdot(T_{j+1} - T_j)/2 - n\cdot m\cdot g\cdot\langle l\rangle_z^{\,2}/2 = 0 \qquad (17)$$

Сокращая концентрацию молекул и проекцию длины свободного пробега на ось **Oz**, и умножая на число Авогадро, получим оценку градиента температуры, создаваемого движением молекул идеального газа в поле сил тяжести

$$dT/dz = -\mu\cdot g/C_v, \qquad (18)$$

Если работа силы тяжести при перемещении молекул из одного слоя в другой будет меньше, чем разность внутренних энергий этих молекул в нижнем j-м и верхнем j+1-м слоях после столкновения и термализации, то будет происходить перенос энергии от верхних слоёв к нижним вследствие теплового движения молекул в гравитационном поле. Отметим, что время установления градиента температур в процессе молекулярного переноса на порядки больше, чем за счёт конвекции и адиабатического расширения. Поэтому в обычных условиях атмосферы этот процесс не проявляется.

Выводы.

1. Гравитационное поле производит пространственное разделение молекул газа по температуре, как при макроперемещениях газа (конвекция), так и при перемещениях молекул в поле сил тяжести.
2. Впервые показано, что диффузия и дрейф молекул идеального газа в гравитационном поле приводит к разделению слоёв молекул по температуре с градиентом большим, чем сухоадиабатический.

Литература

1. Википедия. Адиабатический градиент температуры.
2. Матвеев А.Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Гидрометеорологическое издательство. Ленинград, 1965, 876 с.
3. Школьный С.П. Физика атмосферы. Учебник. (укр.яз.) - Киев, КНТ, 2007, 506 с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001, - 542 с.