Комментарий по поводу определения отношения масс протона и электрона

Аннотация: причиной написания этого комментария послужила непонятная ситуация с опубликованным в данных КОДАТА 2014 результатом определения отношения масс протона и электрона.

Ключевые слова: отношение масс протона и электрона, погрешность измерения

«При численном решении задачи погрешность результата обуславливается приближённым характером математического описания реального процесса, неточностью задания исходных данных, неточностью метода решения и ошибками округления; соответственно различают погрешность математической модели, погрешность входных данных, погрешность метода и вычислительную погрешность. Иногда погрешность математической модели и погрешность входных данных объединяют под общим названием – неустранимая погрешность. Абсолютная погрешность приближения $a*$ есть разность $a-a*$, где $a*$ – известное приближённое значение некоторой величины, точное значение которой равно a. Число $\Delta(a*)$ такое, что $|a-a*\leq|\Delta(a*)$, также называют абсолютной погрешностью. Отношение $\frac{a-a*}{a*}$ называется относительной погрешностью приближения $a*$. Число $\delta(a*)$ такое, что $\left|\frac{a-a*}{a*}\leq\right|\delta(a*)$ также называют относительной погрешностью. Величину относительной погрешности часто выражают в процентах.» – [1, с. 464].

«Квадратичное, стандартное отклонение величин x_1, x_2, ... , x_n от a есть квадратный корень из выражения

$$\frac{(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+\ \dots\ +(x_n-a)^2}{n}.$$

Наименьшее значение стандартное отклонение имеет при $a=\bar{x}$, где $\bar{x}$ – среднее арифметическое величин $x_1,\ x_2\ \dots,\ x_n$:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ \dots+x_n}{n}.$$» – [2, с. 782].

«Всякий результат наблюдений связанных с измерениями, содержит ошибки (погрешности) различного происхождения. По своему характеру ошибки делятся на три группы: грубые, систематические и случайные. Обычно результат измерения Y некоторой величины μ считают случайной величиной; тогда ошибка измерения $\delta=Y-\mu$ будет также случайной величиной. Пусть $b=\mathrm{E}\delta$ – математическое ожидание ошибки. Тогда $Y=\mu+b+(\delta-b)$. Величина b называется систематической ошибкой, а $\delta-b$ – случайной ошибкой; математическое ожидание $\delta-b$ равно нулю. Систематическая ошибка b часто бывает известна заранее и в этом случае легко устраняется.

Влияние случайных ошибок оценивается с помощью методов теории ошибок. Если $Y_1,\ Y_2,\ \dots,\ Y_n$ – результаты n независимых измерений величины μ, произведённых в одинаковых условиях и одинаковыми средствами, то обычно полагают:

$$\mu=\bar{Y}-b=\left[\frac{Y_1+Y_2+\dots+Y_n}{n}\right]-b,$$

где b – систематическая ошибка.» – [3, с. 847].

«Пусть в результате n независимых равноточных измерений некоторой неизвестной величины μ получены значения $Y_1,\ Y_2,\ \dots,Y_n$. Разности $\delta_1=Y_1-\mu,\ \dots,\ \delta_n=Y_n-\mu$, называются истинными ошибками. В терминах теории ошибок все δ_i трактуются как случайные величины; независимость измерений понимается как взаимная независимость случайных величин $\delta_1, \ldots, \delta_n$. Равноточность измерений в широком смысле истолковывается как одинаковая распределённость: истинные ошибки равноточных измерений суть одинаково распределённые случайные величины. При этом математическое ожидание истинных ошибок $b = \mathrm{E}\delta_1 = \ldots = \mathrm{E}\delta_n$ называется систематической ошибкой, а разности $\delta_1 - b, \ldots, \delta_n - b$ – случайными ошибками. Таким образом, отсутствие систематической ошибки означает, что $b = 0$ и в этой ситуации $\delta_1, \ldots, \delta_n$ суть случайные ошибки. Равноточность измерений в узком смысле понимается как одинаковость меры точности всех результатов измерений. Наличие грубых ошибок означает нарушение равноточности (как в широком, так и в узком смысле) для некоторых отдельных измерений. В качестве оценки неизвестной величины μ обычно берут арифметическое среднее из результатов измерений

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i ,$$

а разности $\delta_1 = Y_1 - \bar{Y}, \ldots, \Delta_n = Y_n - \bar{Y}$ называются кажущимися ошибками. Выбор $\bar{Y}$ в качестве оценки для μ основан на том, что при достаточно большом числе n равноточных измерений, лишённых систематической погрешности, оценка $\bar{Y}$ с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, сколь угодно мало отличается от неизвестной величины μ (см. Больших чисел закон); оценка $\bar{Y}$ лишена систематической ошибки.» – [4, с. 183].

В **Таблице** представлены результаты определения отношения масс протона и электрона за период времени 1969-2014 г.г. и приведены относительные отклонения средних значений по годам от значений принятых как истинные. Используются только средние значения $\bar{r}_{\text{pe}}$, потому что они лишены систематических ошибок.

Таблица

Отношение масс протона и электрона по годам*		Отн. станд. отклонение	Относительное отклонение средних значений по годам от значений принятых за истинные		
$r_{\text{pe}}^{\text{xxxx}} = \dfrac{m_{\text{p}}}{m_{\text{e}}}$	Численное значение	u_{r}	$\dfrac{\bar{r}_{\text{pe}}^{2014} - \bar{r}_{\text{pe}}^{\text{xxxx}}}{\bar{r}_{\text{pe}}^{\text{xxxx}}}$	$\dfrac{\bar{r}_{\text{pe}}^{2010} - \bar{r}_{\text{pe}}^{\text{xxxx}}}{\bar{r}_{\text{pe}}^{\text{xxxx}}}$	$\dfrac{\bar{r}_{\text{pe}}^{2006} - \bar{r}_{\text{pe}}^{\text{xxxx}}}{\bar{r}_{\text{pe}}^{\text{xxxx}}}$
1	2	3	4	5	6
r_{pe}^{2014}	1836,152 673 89(17)	$9{,}5 \times 10^{-11}$	0,0	$-7{,}842 \times 10^{-10}$	$-7{,}734 \times 10^{-10}$
r_{pe}^{2010}	1836,152 672 45(75)	$4{,}1 \times 10^{-10}$	$7{,}842 \times 10^{-10}$	0,0	$1{,}089 \times 10^{-11}$
r_{pe}^{2006}	1836,152 672 47(80)	$4{,}3 \times 10^{-10}$	$7{,}734 \times 10^{-10}$	$-1{,}089 \times 10^{-11}$	0,0
r_{pe}^{2002}	1836,152 672 61(85)	$4{,}6 \times 10^{-10}$	$6{,}971 \times 10^{-10}$	$-8{,}714 \times 10^{-11}$	$-7{,}625 \times 10^{-11}$
r_{pe}^{1998}	1836,152 6675(39)	$2{,}1 \times 10^{-9}$	$3{,}480 \times 10^{-9}$	$2{,}696 \times 10^{-9}$	$2{,}707 \times 10^{-9}$
r_{pe}^{1986}	1836,152 701(37)	$2{,}0 \times 10^{-8}$	$-1{,}476 \times 10^{-8}$	$-1{,}555 \times 10^{-8}$	$-1{,}554 \times 10^{-8}$
r_{pe}^{1973}	1836,151 52(70)	$3{,}8 \times 10^{-7}$	$6{,}284 \times 10^{-7}$	$6{,}276 \times 10^{-7}$	$6{,}277 \times 10^{-7}$
r_{pe}^{1969}	1836,109(11)	$6{,}2 \times 10^{-6}$	$2{,}379 \times 10^{-5}$	$2{,}378 \times 10^{-5}$	$2{,}378 \times 10^{-5}$

*- источник данных: сайт Национального Института Стандартов и Технологий (НИСТ) США; адрес страницы: http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

Из данных столбца 4 следует, что если за истинное значение r_{pe} принять значение 2014 года, то, начиная с 2002 г., происходит не уменьшение, а увеличение погрешности определения r_{pe}! Совершенно очевидно, что, погрешность определения последующего значения параметра должна быть меньше погрешности определения предыдущего значения этого параметра.
Из данных столбца 5, следует, что общая тенденция уменьшения погрешности определения

r_{pe} в полной мере соответствует данным столбца 5, т.е. когда за истинное значение r_{pe} принято значение 2010 года. Но значение r_{pe} 2014 года “выбивается из общего строя”, причем отметим, и это очень важно, что погрешность для значения 2014 года имеет тот же знак, что и данные за 2006 и 2002 годы, но она больше! И в этом всё дело. Погрешность определения значения r_{pe} в 2014 году должна быть меньше уже известного значения погрешности 2010 года, а погрешность определения пока ещё неизвестного значения r_{pe} в 2018 году должна быть меньше уже известного значения погрешности 2014 года и т.д. Поэтому, если значение r_{pe} 2014 года определено не верно, то это скажется на уточнении значения r_{pe} в последующие годы.

Список литературы

1. *Математический энциклопедический словарь* (Москва: Советская энциклопедия, 1988)
2. *Математическая энциклопедия* Т. 2 (Москва: Советская энциклопедия, 1985)
3. *Математическая энциклопедия* Т. 3 (Москва: Советская энциклопедия, 1985)
4. *Математическая энциклопедия* Т. 4 (Москва: Советская энциклопедия, 1985)