François MENDZINA ESSOMBA

De nouvelles formules pour les fonctions transcentes

I- Formule à croissance 1/2

Après cette formule suivante trouvée pour le calcul du logarithme naturel d'un nombre réel quelconque, j'ai remarqué que la plupart des fonctions transcendantes peuvent s'écrire sous cette forme avec leurs fonctions réciproques.

$$\forall p \epsilon]0;1[$$

$$\ln(\mathrm{p}) = -2^n \overbrace{\sqrt{-2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{\frac{(p+1)}{\sqrt{p}}+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

Nous aurons encore d'un autre côté :

$$\forall p \,\epsilon [1;+\infty[$$

$$\ln(\mathrm{p}) = 2^n \overbrace{\sqrt{-2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{\frac{(p+1)}{\sqrt{p}}+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

Cette même formule peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$\ln(\mathrm{p}) = 2^n \overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\left(\frac{p+1}{\sqrt{p}}+2\right)^{1/2}+2\right)^{1/2}+2\right)^{1/2}+2\right)^{1/2}\ldots\right)^{1/2}-2\right)^{1/2}}^{n/n\to\infty}$$

Cette formule qui présente l'avantage d'être très efficace pour le calcul du logarithme de grands nombres m'a permis d'en déduire les résultat ci-après.

Ces résultats découlent en posant :

$$p = e^{\arccos(x)}$$

Nous obtenons :

Avec (1.2)

$$\operatorname{arccosh}(x) = 2^n \overbrace{\sqrt{-2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2x+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

Cas des formules arcsinh(x)

Nous posons $p = e^{\arcsin(x)}$

Nous en déduisons les formules :

$$\forall x \,\epsilon [1; +\infty[$$

$$\operatorname{arcsinh}(x) = 2^n \overbrace{\sqrt{-2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2\sqrt{x^2-1}+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

$$\forall x \epsilon]-\infty ; 0[$$

$$\operatorname{arcsinh}(x) = -2^n \overbrace{\sqrt{-2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2\sqrt{x^2-1}+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

Cas des formules arccos(x) et arcsin(x)

Si nous prenons l’exemple vu plus haut en intégrant cette fois là le nombre imaginaire i, nous aboutirons aux formules ci-après :

Pour le cosinus :

$$\forall x \,\epsilon[-1;1]$$

$$\arccos(x) = 2^n \overbrace{\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2x+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

Pour le sinus :

$$\forall x \,\epsilon[1;0[$$

$$\arcsin(x) = 2^n \overbrace{\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2\sqrt{1-x^2}+2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

$$\forall x\epsilon]-1;0]$$

$$\arcsin(x) = -2^n \overbrace{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2 + \sqrt{2\sqrt{1 - x^2} + 2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

Arctan(x)

$$\arctan(x) = 2^n \overbrace{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2 + \sqrt{\frac{2x}{\sqrt{1 + x^2}} + 2}}}}}}}}}^{n/n\to\infty}$$

$\mathrm{II} - \textbf{les fonctions r}\acute{\mathrm{e}}\textbf{ciproques} \ (\textbf{formules} \ \grave{\mathrm{a}} \ \textbf{croissance carr}\acute{\mathrm{e}}\textbf{e})$

La première formule découverte à été celle liant le nombre d’or au nombre pi. Comme toujours le nombre pi est toujours accroché à toutes les surprises mathématiques.

$$\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\left(\frac{\pi^2}{25\times 2^{2n-2}}-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)^2}^{n/n\to\infty}=\varphi^2$$

$$\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\left(\frac{\pi^2}{25\times 2^{2n-2}}-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)}^{n/n\to\infty}=\varphi$$

Cette formule découle d'une construction inverse de l'algorithme vu plus haut, en élevant au carré et en procédant à la traversé du nombre 2 à chacun des cas :

En effet, j'ai trouvé la formule suivante publiée dans un article sur **vixra**.

$$\pi = 5\times 2^{n-1}\overbrace{(-(((((\varphi+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}\dots)^{1/2}+2)^{1/2}}^{n/n\to\infty}$$

Si nous élevons au carré successivement :

$$\left(\frac{\pi}{5\times 2^{n-1}}\right)^2 = -\overbrace{((((((\varphi+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}\ldots)^{1/2}+2)^{1/2}}^{n-1/n\to\infty}+2$$

$$\left(\left(\frac{\pi}{5\times 2^{n-1}}\right)^2-2\right)^2 = \overbrace{((((((\varphi+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}\ldots)^{1/2}+2)^{1/2}}^{n-2/n\to\infty}+2$$

$$\left(\left(\left(\frac{\pi}{5\times 2^{n-1}}\right)^2-2\right)^2-2\right)^2 = \overbrace{((((((\varphi+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}+2)^{1/2}\ldots)^{1/2}+2)^{1/2}}^{n-3/n\to\infty}+2$$

Nous aurons finalement la formule () plus haut:

Les fonctions :

Cette formule va me permettre d'avoir une ouverture fulgurante d'esprit pour comprendre son intérêt dans un nouveau procédé général de détermination des fonctions transcendantes.

Les recherches aboutiront aux formules ci-après :

Les formules exponentielles :

$$e^x = \frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}}+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2 \ldots\right)^2-2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right]-2\right)$$

$$+\frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}}+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2 \ldots\right)^2-2\right)}^{n/n\to\infty}\right]\sqrt{\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}}+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2 \ldots\right)^2-2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right]-4}\right)$$

$$e^{-x} = \frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}} + 2\right)^2 - 2\right)^2 - 2\right)^2 \dots\right)^2 - 2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right] - 2\right)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}} + 2\right)^2 - 2\right)^2 - 2\right)^2 \dots\right)^2 - 2\right)}^{n/n\to\infty}\right]\sqrt{\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}} + 2\right)^2 - 2\right)^2 - 2\right)^2 \dots\right)^2 - 2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right] - 4}\right)$$

Les formules hyperboliques :

$$\cosh(x) = \frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}} + 2\right)^2 - 2\right)^2 - 2\right)^2 \dots\right)^2 - 2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right] - 2\right)$$

$$\sinh(x)=\frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}}+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)}^{n/n\to\infty}\right]\sqrt{\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(\frac{x^2}{2^{2n}}+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right]-4}\right)$$

Les formules sinusoïdales :

$$\cos(x)=\frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(2-\frac{x^2}{2^{2n}}\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right]-2\right)$$

$$\sin(x)=\frac{1}{2}\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(2-\frac{x^2}{2^{2n}}\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)}^{n/n\to\infty}\right]\sqrt{4-\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(2-\frac{x^2}{2^{2n}}\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots\right)^2-2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right]}\right)$$

$$\sec(x) = \frac{2}{\left(\left[\overbrace{\left(\left(\left(\left(\left(2 - \frac{x^2}{2^{2n}}\right)^2 - 2\right)^2 - 2\right)^2 \dots\right)^2 - 2\right)^2}^{n/n\to\infty}\right] - 2\right)}$$

A l’issue de ce travail si la plupart des fonctions transcendantes ont été trouvées sous cette forme, il peut en être de même pour toutes les fonctions composées.