

Doppler Effect and Aberration in my New Relativistic Space-Time Theory

A.V. Mamaev

Abstract: In this article using Einstein's method from his known 1905 year article the formulas for the Doppler effect and aberration valid in my new relativistic space-time theory are derived.

Key words: relativity, Doppler effect, aberration.

Эффект Доплера и абберация в моей новой релятивистской теории пространства-времени

A.B. Мамаев

Аннотация: В этой статье используя метод Эйнштейна из его известной статьи 1905 года выведены формулы эффекта Доплера и абберации, справедливые в моей новой релятивистской теории пространства-времени.

Ключевые слова: относительности, эффект Доплера, абберация.

1. Введение

В моей новой релятивистской теории пространства-времени (НРТПВ) [1] справедливы преобразования пространственно-временных координат (ПВК) событий от одной инерциальной системы отсчета (ИСО) к другой ИСО, движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, вида

$$c_0 t' = \gamma(c_u t - \beta x), \quad x' = \gamma(x - \beta c_u t), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad (1)$$

$$\text{где } \beta = \frac{u}{c_u}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad c_u = c_0 \sqrt{1 + \frac{u^2}{c_0^2}} \quad (2)$$

- скорость света в вакууме ИСО, движущейся с физически измеримой скоростью u относительно покоящегося источника; штрихованные ПВК x', y', z', t' , а также нештрихованные ПВК x, y, z, t являются ПВК одного и того же произвольного события соответственно в штрихованной и нештрихованной ИСО. Преобразования (1) заменяют в НРТПВ известные преобразования Лоренца из специальной теории относительности Эйнштейна [2].

Первая особенность НРТПВ состоит в том, что при небольших скоростях движения инерциальных систем отсчета (ИСО) друг относительно друга зависимостью (2) можно пренебречь. Действительно, если даже источник света движется относительно наблюдателя со скоростью, равной 30 км/с, то по формуле (2) скорость света c_u увеличивается всего лишь на 1,5 м/с по сравнению со скоростью света c_0 . Эта особенность позволяет считать СТО частным случаем новой теории. В этом случае существует приближительное равенство $c_u \approx c_0$ и преобразования (1) превращаются в преобразования Лоренца из СТО.

При этом в НРТПВ вводится два вида скоростей движения, связанные друг с другом формулами

$$V = \frac{u}{\sqrt{1 + \frac{u^2}{c_0^2}}}, \quad u = \frac{V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_0^2}}}, \quad (3)$$

где V - лоренцевская скорость движения, изменяющаяся от нуля до скорости света в вакууме покоящейся ИСО $c_0 = 299\,792\,458$ м/с;

u - галилеевская скорость движения с областью определения от нуля до бесконечности. Причем физически измеримой скоростью является галилеевская скорость движения.

Другая особенность зависимости (2) состоит в том, что в ней скорость света c_u не зависит от направления распространения света по отношению к направлению движения источника. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим процесс распространения одного и того же луча света в штрихованной ИСО и в нештрихованной ИСО, показанных на рис. 1 [1].

Пусть штрихованная ИСО, в точке O' которой на рис. 1 покоится источник света, и нештрихованная ИСО движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно со скоростью u так, что одноименные оси обеих ИСО остаются все время параллельными друг другу, а начало координат штрихованной ИСО (точка O') движется со скоростью u в направлении положительных направлений оси X нештрихованной ИСО. Пусть в момент начала отсчета времени в обеих ИСО, то есть в момент времени $t = t' = 0$, начала координат обеих ИСО совпадают друг с другом и в этот момент времени источник света, покоящийся в начале координат штрихованной ИСО, испускает в произвольном направлении под углами φ' , ψ' , θ' к осям соответственно x' , y' , z' импульс света, распространяющийся в штрихованной ИСО со скоростью c_0 (поскольку источник покоится в штрихованной ИСО).

За время распространения света в покоящейся штрихованной ИСО из точки O' в произвольную точку N' со скоростью c_0 в штрихованной покоящейся ИСО положение друг относительно друга двух рассматриваемых ИСО изменится так, что если в момент испускания импульса из точки O' начала обеих ИСО совпадали, то в момент прибытия света в точку N' покоящейся штрихованной ИСО эта точка N' будет совпадать с точкой N движущейся нештрихованной ИСО, что и показано на рис. 1. И перемещение света в движущейся нештрихованной ИСО из точки O в точку N происходит вдоль прямой ON со скоростью c_u .

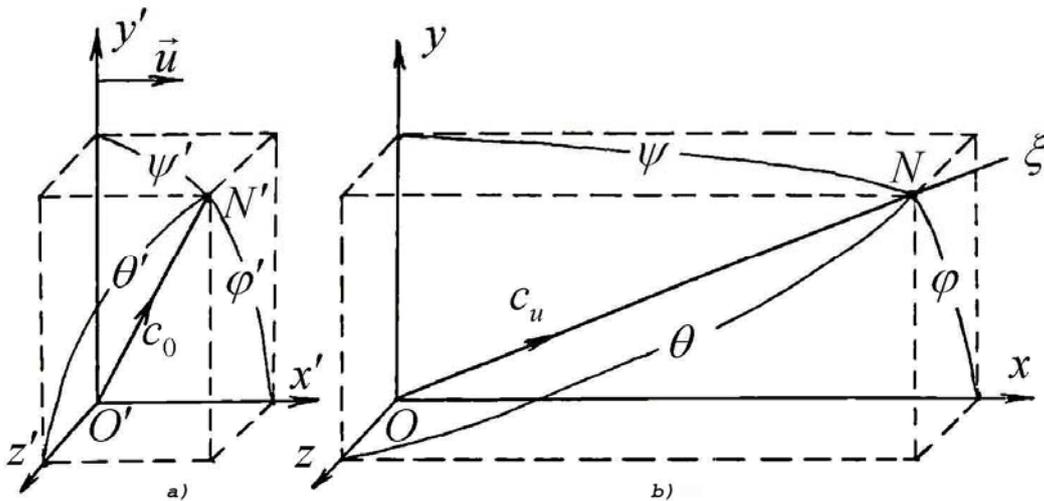


Рисунок 1. Распространение света в покоящейся штрихованной ИСО со скоростью c_0 и в движущейся нештрихованной ИСО со скоростью c_u . Источник света покоится в штрихованной ИСО.

Известно, что в штрихованной ИСО фаза электромагнитной волны (ЭМВ), распространяющейся со скоростью c_0 , в любой точке на пути луча света определяется выражением [2]

$$\Phi' = \omega_0 \left(t' - \frac{x' \cos \varphi' + y' \cos \psi' + z' \cos \theta'}{c_0} \right), \quad (4)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$ - круговая частота ЭМ колебаний, излучаемых неподвижным источником;

f_0 - частота этих ЭМ колебаний;

Подставив в формулу (4) значения штрихованных ПВК из преобразований (1), формулу (4) после простых преобразований можно переписать в виде

$$\Phi = \omega_u \left(t - \frac{x \cos \varphi + y \cos \psi + z \cos \theta}{c_u} \right), \quad (5)$$

где $\Phi = \Phi'$ - фаза ЭМ колебаний в любой точке ИСО на пути рассматриваемого луча света, которая не может, как и в СТО, зависеть от выбора системы отсчета:

ω_u - круговая частота ЭМ колебаний, распространяющихся со скоростью c_u в нештрихованной движущейся со скоростью u ИСО, определяемая по формуле

$$\omega_u = \omega_0 \frac{1 + \beta \cos \varphi'}{1 - \beta^2}; \quad (6)$$

$$\cos \varphi = \frac{\beta + \cos \varphi'}{1 + \beta \cos \varphi'}; \quad (7)$$

$$\cos \psi = \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \cos \psi'}{1 + \beta \cos \varphi'}; \quad (8)$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \cos \theta'}{1 + \beta \cos \varphi'}; \quad (9)$$

φ, ψ, θ - углы между направлением распространения света в движущейся нештрихованной ИСО и её осями координат x, y, z соответственно, показанные тоже на рис. 1.

Уже из внешнего вида формулы (5) видно, что ЭМВ распространяется в движущейся нештрихованной ИСО со скоростью c_u , определяемой формулой (2). Но чтобы доказать независимость скорости света (2) от направления распространения света по отношению к направлению движения источника света, найдем из преобразований, обратных к преобразованиям (1), то есть из преобразований

$$c_u t = \gamma(c_0 t' + \beta x'), \quad x = \gamma(x' + \beta c_0 t'), \quad y = y', \quad z = z', \quad (10)$$

величины

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx/dt'}{dt/dt'} = c_u \frac{dx'/dt' + \beta c_0}{c_0 + \beta dx'/dt'}; \quad (11)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy/dt'}{dt/dt'} = c_u \frac{\sqrt{1 - \beta^2} dy'/dt'}{c_0 + \beta dx'/dt'}; \quad (12)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz/dt'}{dt/dt'} = c_u \frac{\sqrt{1 - \beta^2} dz'/dt'}{c_0 + \beta dx'/dt'}; \quad (13)$$

Подставим теперь в формулы (11), (12) и (13) значения проекций скорости света в покоящейся штрихованной ИСО на оси координат

$$\frac{dx'}{dt'} = c_0 \cos \varphi'; \quad \frac{dy'}{dt'} = c_0 \cos \psi'; \quad \frac{dz'}{dt'} = c_0 \cos \theta', \quad (14)$$

используя известные значения углов между направлениями распространения света и осями координат штрихованной неподвижной ИСО. Получим

$$\frac{dx}{dt} = c_u \frac{\beta + \cos \varphi'}{1 + \beta \cos \varphi'}; \quad (15)$$

$$\frac{dy}{dt} = c_u \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \cos \psi'}{1 + \beta \cos \varphi'}; \quad (16)$$

$$\frac{dz}{dt} = c_u \frac{\sqrt{1-\beta^2} \cos \theta'}{1 + \beta \cos \varphi'}. \quad (17)$$

Из выражений (7), (8) и (9) найдем

$$\cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - \beta}{1 - \beta \cos \varphi}; \quad (18)$$

$$\cos \psi' = \frac{\sqrt{1-\beta^2} \cos \psi}{1 - \beta \cos \varphi}; \quad (19)$$

$$\cos \theta' = \frac{\sqrt{1-\beta^2} \cos \theta}{1 - \beta \cos \varphi}; \quad (20)$$

Подставим теперь формулы (18), (19) и (20) в формулы (15), (16) и (17). Получим

$$\frac{dx}{dt} = c_u \cos \varphi; \quad \frac{dy}{dt} = c_u \cos \psi; \quad \frac{dz}{dt} = c_u \cos \theta. \quad (21)$$

А это означает, что в движущейся нештрихованной ИСО свет распространяется вдоль прямой линии $O\xi$ (см. рис. 1b), наклоненной под углами φ , ψ , θ к осям координат x , y , z соответственно, со скоростью

$$\frac{d\xi}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = c_u, \quad (22)$$

не зависящей от углов φ' , ψ' , θ' , удовлетворяющих условию

$$\cos^2 \varphi' + \cos^2 \psi' + \cos^2 \theta' = 1. \quad (23)$$

А этому условию удовлетворяет любое направление из начала координат покоящейся штрихованной ИСО на рис. 1.

Таким образом, в НРТПВ скорость света в движущейся ИСО, определяемая по формуле (2), действительно не зависит от направления распространения света по отношению к направлению движения источника.

Одним из возможных решений волнового уравнения в штрихованной ИСО

$$\frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial z'^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{A}'}{\partial t'^2} = 0 \quad (24)$$

где \vec{A}' - любой из векторов электромагнитного поля в штрихованной ИСО, является плоская волна

$$\vec{E}' = \vec{E}'_0 e^{i\Phi'} \quad (25)$$

где \vec{E}'_0 - амплитуда электромагнитной волны; Φ' - фаза электромагнитной волны, которую можно записать в виде

$$\Phi' = \omega'_0 \left(t' - \frac{a'x' + b'y' + d'z'}{c_0} \right) \quad (26)$$

где $\beta = \frac{u}{c_u}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $c_u = c_0 \sqrt{1 + \frac{u^2}{c_0^2}}$.

a' , b' , d' - направляющие косинусы нормали к фронту волны в штрихованной ИСО.

Применим к выражению (26) преобразования (1). Получим для фазы Φ в движущейся нештрихованной ИСО выражение

$$\Phi = \Phi' = \omega \left(t - \frac{ax + by + dz}{c_u} \right) \quad (27)$$

где
$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \beta a'}{1 - \beta^2}; \quad (28)$$

$$a = \frac{a' + \beta}{1 + a' \cdot \beta}; \quad (29)$$

$$b = \frac{b'}{\gamma \cdot (1 + a' \cdot \beta)}; \quad d = \frac{d'}{\gamma \cdot (1 + a' \cdot \beta)};$$

Выражения (28) и (29) можно переписать в виде

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \beta \cos \theta'}{1 - \beta^2}; \quad (30)$$

$$\cos \theta = \frac{\beta + \cos \theta'}{1 + \beta \cdot \cos \theta'}; \quad (31)$$

где θ' - угол (в штрихованной ИСО) между линией, соединяющей источник электромагнитных колебаний с наблюдателем, и вектором скорости наблюдателя в штрихованной ИСО; θ - угол (в нештрихованной ИСО) между линией, соединяющей источник электромагнитных колебаний с наблюдателем, и вектором скорости источника в нештрихованной ИСО (источник покоится в штрихованной ИСО).

Из формулы (31), которая есть формула закона aberrации, находим величину

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - \beta}{1 - \beta \cdot \cos \theta} \quad (32)$$

и подставляем её в формулу (30). Получим

$$\omega = \omega_0 \frac{1}{1 - \beta \cos \theta}. \quad (33)$$

Выражение (33) является формулой эффекта Доплера для круговой частоты.

Так как электромагнитная волна испускается источником, покоящимся в штрихованной ИСО, то эта волна распространяется в нештрихованной ИСО со скоростью, определяемой выражением $c_u = c_0 \sqrt{1 + u^2 / c_0^2}$, имея в нештрихованной ИСО круговую частоту ω . Тогда длина волны электромагнитных колебаний в нештрихованной ИСО будет определяться выражением

$$\lambda = \frac{2\pi c_u}{\omega}. \quad (34)$$

Подставляя выражение (33) в формулу (34), получим

$$\lambda = \lambda_0 \frac{1 - \beta \cdot \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (35)$$

где $\lambda_0 = 2\pi c_0 / \omega_0$ - длина волны электромагнитных колебаний в штрихованной ИСО (длина волны колебаний от покоящегося источника). Выражение (35) является формулой эффекта Доплера для длины волны.

При $\theta = 90^\circ$ из формул (33) и (35) получим

$$\omega_{\perp} = \omega_0, \quad (36)$$

$$\lambda_{\perp} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \lambda_0 \sqrt{1 + u^2 / c_0^2}. \quad (37)$$

Из формул (36) и (37) следует, что в новой теории пространства-времени поперечный эффект Доплера для частоты отсутствует, но для длины волны поперечный эффект Доплера и в новой теории тоже приводит к красному смещению.

При $\theta = 0^\circ$ из формул (33) и (35) получим

$$\omega_{appr} = \frac{\omega_0}{1 - \beta} \quad (38)$$

$$\lambda_{appr} = \lambda_0 \frac{\sqrt{1 - \beta}}{\sqrt{1 + \beta}}. \quad (39)$$

Из формул (38) и (39) следует, что при сближении (approach) источника электромагнитных колебаний с наблюдателем частота колебаний, воспринимаемых наблюдателем, увеличивается, а длина волны уменьшается.

При $\theta = 180^\circ$ из формул (33) и (35) получим

$$\omega_{rec} = \frac{\omega_0}{1 + \beta} \quad (40)$$

$$\lambda_{rec} = \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\sqrt{1 - \beta}}. \quad (41)$$

Из формул (40) и (41) следует, что при удалении (recession) источника электромагнитных колебаний от наблюдателя частота колебаний, воспринимаемых наблюдателем, уменьшается, а длина волны увеличивается.

Входящий в формулы (28)...(41) параметр

$$\beta = \frac{u / c_0}{\sqrt{1 + u^2 / c_0^2}} \quad (42)$$

при изменении скорости u от нуля до бесконечности изменяется в пределах от нуля до единицы. Поэтому зависимость длины волны электромагнитных колебаний, принимаемых наблюдателем, от скорости движения источника, имеющая в новой теории пространства-времени вид (35), (37), (39) и (41), качественно совпадает с аналогичной зависимостью из специальной теории относительности.

Зависимость же частоты электромагнитных колебаний, принимаемых наблюдателем, от скорости движения источника этих колебаний в новой теории пространства-времени существенно отличается от аналогичной зависимости из специальной теории относительности. Это обусловлено тем, что в СТО вместо формулы (30) из НРТПВ справедлива формула (30а)

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \beta \cos \theta'}{1 - \beta^2}; \quad (30)$$

$$\omega^{SRT} = \omega_0 \frac{1 + \beta \cos \theta'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (30a)$$

где в НРТПВ справедлива формула (42), а в СТО $\beta = V / c_0$, вместо формулы (33) из НРТПВ

$$\omega = \omega_0 \cdot \frac{1}{1 - \beta \cdot \cos \theta} \quad (33)$$

в СТО имеем формулу (33а)

$$\omega^{SRT} = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta} \quad (33a)$$

вместо формулы (36) из НРТПВ

$$\omega_{\perp} = \omega_0, \quad (36)$$

в СТО имеем формулу (36а)

$$\omega_{\perp}^{SRT} = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (36a)$$

вместо формулы (38) из НРТПВ

$$\omega_{appr} = \frac{\omega_0}{1 - \beta}, \quad (38)$$

в СТО имеем формулу (38a)

$$\omega_{appr}^{SRT} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \quad (38a)$$

и вместо формулы (40) из НРТПВ

$$\omega_{rec} = \frac{\omega_0}{1 + \beta}, \quad (40)$$

в СТО имеем формулу (40a)

$$\omega_{rec}^{SRT} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}. \quad (40a)$$

Формула (36) для поперечного эффекта Доплера в НРТПВ отличается от формулы (36a) для поперечного эффекта Доплера из СТО не только количественно, но и качественно. Ибо согласно формуле (36) в новой теории пространства-времени поперечного эффекта Доплера для частоты нет. Согласно же формуле (36a) в СТО поперечный эффект Доплера для частоты приводит к красному смещению (к уменьшению частоты).

Формула (40) новой теории также существенно отличается от формулы (40a) из СТО. Так, согласно формуле (40a) из СТО при увеличении скорости удаления источника частота принимаемых наблюдателем колебаний стремится к нулю. Согласно же формуле (40) новой теории при увеличении скорости удаления источника частота принимаемых наблюдателем колебаний стремится к величине $\omega_0 / 2$ и не может стать меньше $\omega_0 / 2$.

Экспериментальным подтверждением отсутствия поперечного эффекта Доплера для частоты, можно считать эксперимент Чемпи Д. К. и Муна П. Б. [3]

Литература

1. Мамаев А.В. Сущность новой теории пространства-времени, уточняющей специальную теорию относительности, ТВАИУ, Тула. 1990 76 с. Деп. в ВИНТИ, № 4861-В90 от 03.09.1990 г.
2. Einstein A. Zur Electrodynamik Bewegter Korper.// Annalen der Physik. 1905. В.17 –S. 891-921. А. Эйнштейн, К электродинамике движущихся тел, М.: Наука, 1965, с. 5-35.
3. Champney D.C., Moon P.B. Absence of Doppler shift for gamma ray source and detection on same circular orbit, - Proc. Phys. Soc. 1961, 77, p.350-352; Чемпи Д. К. и Мун П. Б. «Отсутствие доплеровского сдвига при движении источника и детектора гамма-излучения по одной круговой орбите // Эйнштейновский сборник, 1978 - 1979. - М.: Наука, 1983. - с. 319 - 322.