

运动观测理论的基础—周方变换 (Z 变换)

的两种数理推导方法

中国社会科学院 周方

zhoufang@cass.org.cn tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 在“两观测者有相对运动而且光传播速度为有限值”场合下，两观测者在对同一个运动质点进行观测时必然在不同的时刻“见到”该运动质点处在不同的空间位置上。在两观测者“见到”该运动质点的时刻以及该运动质点所处的空间坐标之间，在数学上必然存在着确定的转换关系。我们通常把这种“转换关系”称之为“时空变换”。由此可见，“时空变换”实为客观存在，而绝不是被人为地“创建”、“设计”出来的。至今，人们居然还沉陷在这样的误区里，狭义相对论之“洛伦兹变换”就是这种误区里的产物。因此，我们绝不可以去“建立”甚至“设计、拼凑、编造”出一个“时空变换”，而只能依据客观存在的物理事实去“发现”这种客观存在的“时空变换”。只有“发现”了这种客观存在的“时空变换”，才能够建立起正确的运动观测理论。本文作者首次发现并揭示了“两观测者有相对运动而且光传播速度为有限值”场合下两个观测者对同一个运动质点进行观测时唯一客观存在的“时空变换”——周方变换 (Z 变换)，后者为伽利略型的“时空变换”。(经典的)伽利略变换 $x' = x - ut$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$ 则不过是周方变换在“真空中光速为无穷大”或“真空中光速为有限值而相对运动速度与光速相比却很小”的假定条件下之特例。另外，笔者还发现，(经典的)伽利略变换系描述‘互作匀速直线相对运动的两观测者对同一运动质点的观测矢量通过两观测者之间的相对位置矢量形成的矢量合成关系’。笔者利用伽利略变换的这一性质，用最简捷的方法推导出周方变换。文中笔者利用周方变换证明了运动观测理论中一条极重要的自然定律——“参考系平权”定律。1929年，美国天文物理学家哈勃(E. P. Hubble)发现河外星系视向退行速度与距离成正比，即距离越远，视向退行速度越大。“哈勃定律”中速度和距离都是间接观测得到的物理量。“哈勃定律”通常被用来推算遥远星系的距离。可是，至今“哈勃定律”只是以实测数据统计拟合的直线形式呈现的，而从未得到理论上的解释与表达。本文十分简捷地首次给出了“哈勃定律”的理论表达式。实际上，从周方变换即可直接导出“哈勃定律”的理论表达式。

关键词 时空变换 伽利略变换 周方变换 Z 变换 参考系平权 哈勃定律

一. “一般 Z 变换”与“特殊 Z 变换”

(一) 时间变换式的推导

1. 推导方法 (A)

我们将爱因斯坦论文《论动体的电动力学》的‘I. 运动学部分’中的“动系内闪光反射模型”(Einstein, 1987年版) 改换为“动系内闪光模型”, 示于图 1。

设有两个坐标系: K 系和 K' 系, K 系为静系。

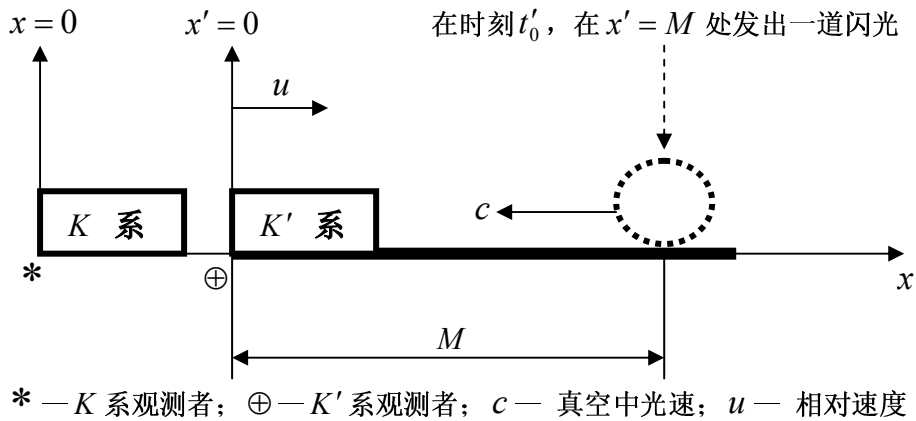


图 1 动系内闪光模型

参看图 1。 K 系的 x 轴上有一根任意长的刚性杆子。杆子 (K' 系) 沿 K 系的 x 轴正方向作匀速平移运动, 相对速度为 u 。观测者被设置在坐标系的原点。

设: K 系 (K 系观测者 $*$) 和 K' 系 (K' 系观测者 \oplus) 各持有时钟, 在时刻 $t' = t = 0$, K' 系观测者 \oplus ($x' = 0$) 恰好经过 K 系观测者 $*$ ($x = 0$), 这时两坐标系的时钟相互对准到零点, 而且两时钟完全同步运行。

设: 在时刻 t'_0 , 在杆上 $x' = M$ 处发出一道闪光, 参看图 1。

(1) K 系观测者 $*$ 评估的“‘ K' 系观测者 \oplus 见到该闪光’之 (K' 系) 时刻”为 t'_1 :

$$t'_1 = t'_0 + \frac{\frac{1}{B}M}{c+u} = \frac{(c+u)t'_0 + \frac{1}{B}M}{c+u}$$

式中 B 就是空间变换式 $x' = B(x - ut)$ 中的系数 B 。

(2) K 系观测者 $*$ 见到该闪光之 (K 系) 时刻为 t_1 :

$$t_1 = t'_0 + \frac{ut'_0 + \frac{1}{B}M}{c} = \frac{(c+u)t'_0 + \frac{1}{B}M}{c}$$

从 (1) 与 (2) 约去分子中的 $(c+u)t'_0 + \frac{1}{B}M$ ，得：

$$\frac{t'_1}{t_1} = \frac{c}{c+u}$$

由于有 $t' = t = 0$ ，故得 $t' = \frac{c}{c+u}t$ ，即时间变换式：

$$t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}t$$

$$0 < u < +\infty$$

这个时间变换式的物理意义是：在两坐标系有相对运动 ($u \neq 0$) 且真空中光速为有限值 c 的情况下，静系 (K 系) 观测者 * 在 (K 系) 时刻 t 观测到的某个事件 E 实际上是在 (K' 系) 时刻 $t' = \frac{c}{c+u}t$ 发生的；或者说，在 (K' 系) 时刻 t' 发生的某个事件 E 将在 (K 系) 时刻 $t = \frac{c+u}{c}t'$ 才被静系 (K 系) 观测者 * 观测到。

这个时间变换式 $t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}t$ 的一个极其重要的特点是：它只取决于真空中光信号传播

速率 c 及坐标系相对速度 u ，而与事件发生的时刻 (t'_0) 及地点 (M) 均无关系，即时间

关系式 $t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}t$ 是针对两个坐标系 (K 系与 K' 系) 的整体而言的关系式。这种不含 ‘ x

项’ 的时间变换式必然导致推导出的时空变换必定是“伽利略型”的时空变换。

2. 推导方法 (B)

我们将爱因斯坦论文《论动体的电动力学》的‘I. 运动学部分’中的“动系内闪光反射模型” (Einstein, 1987 年版) 改换为“动系内闪光模型”，示于图 2。

设有两个坐标系： K 系和 K' 系， K 系为静系。

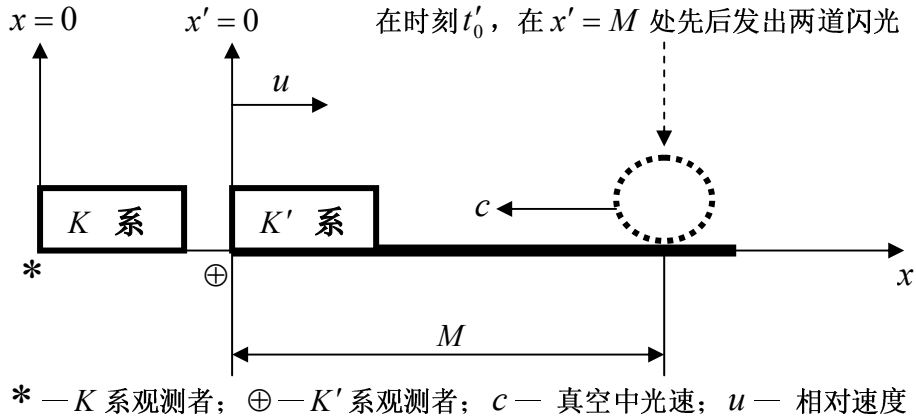


图 2 动系内闪光模型

参看图 2。 K 系的 x 轴上有一根任意长的刚性杆子。杆子 (K' 系) 沿 K 系的 x 轴正方向作匀速平移运动，相对速度为 u 。观测者被设置在坐标系的原点。

设： K 系 (K 系观测者 $*$) 和 K' 系 (K' 系观测者 \oplus) 各持有时钟，在时刻 $t' = t = 0$ ， K' 系观测者 \oplus ($x' = 0$) 恰好经过 K 系观测者 $*$ ($x = 0$)，这时两坐标系的时钟相互对准到零点，而且两时钟完全同步运行。

设：在某一时刻 t' ，在杆上 $x' = M$ 处发出一道闪光，参看图 2。

- (1) K 系观测者 $*$ 评估的“‘杆上 $x' = M$ 处发出一道闪光’之 (K' 系) 时刻”为 t' ；
- (2) K 系观测者 $*$ 见到该闪光时之 (K 系) 时刻为 t ：

$$t = t' + \frac{ut' + \frac{1}{B}M}{c} = \frac{c+u}{c}t' + \frac{1}{Bc}M$$

从 (1) 可得： $x' = M$ 处先后发出两道闪光的时间间隔为 $\Delta t'$ 。

从 (2) 可得： K 系观测者 $*$ 先后见到两道闪光的时间间隔为 Δt ：

$$\Delta t = \frac{c+u}{c} \Delta t' + \frac{1}{Bc} \Delta M$$

由于两道闪光在杆上 $x' = M$ 处先后发出，故 $\Delta M = 0$ ，因此 K 系观测者 $*$ 见到 (杆上任意地点先后发出) 两道闪光的时间间隔是：

$$\Delta t = \frac{c+u}{c} \Delta t'$$

由于有 $t' = t = 0$ ，故得 $t = \frac{c+u}{c}t'$ ，即时间变换式：

$$t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} t$$

$$0 < u < +\infty$$

(二) “一般 Z 变换”

设：在 K 系的 x 轴、 y 轴、 z 轴中没有任何一个轴优越于另一个轴，以及在 K' 系的 x' 轴、 y' 轴、 z' 轴中也没有任何一个轴优越于另一个轴。 K' 系与 K 系之间始终保持 x' 轴平行于 x 轴， y' 轴平行于 y 轴及 z' 轴平行于 z 轴。 K' 系相对于 K 系作匀速直线平移运动，相对速度为 u 。相对速度矢量 u 在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的分量分别为 u_x 、 u_y 、 u_z 。观测者被设置在坐标系的原点。 K 系观测者和 K' 系观测者各配有时钟，而且两时钟完全同步运行。在时刻 $t' = t = 0$ ， K' 系原点 ($x' = y' = z' = 0$) 恰好经过 K 系原点 ($x = y = z = 0$)，这时两观测者的时钟相互对准到零点。

K' 系与 K 系之间的关系示于图 3。

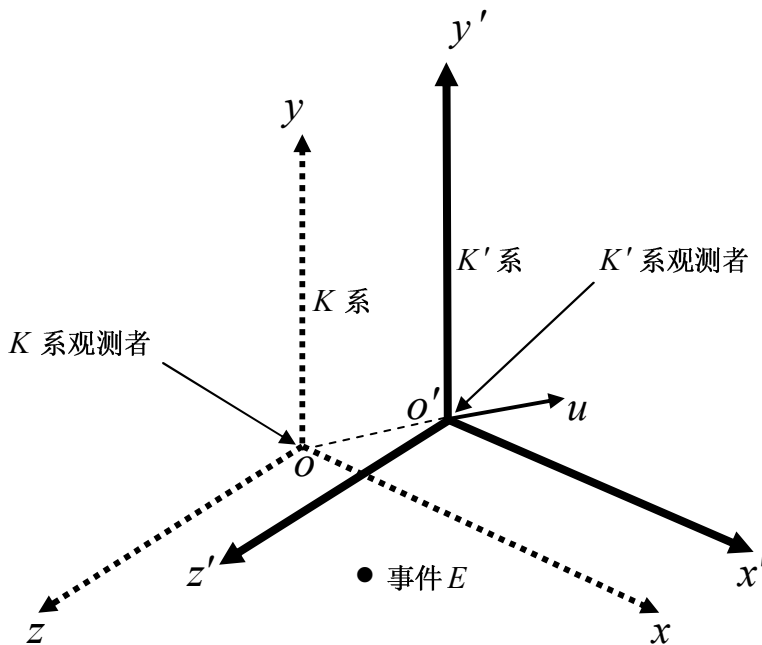


图 3 K' 系与 K 系之间的关系

A. 以 K 系为静系, K' 系对 K 系沿 x 轴方向的相对运动物理模型示于图 4a (K' 系对 K 系沿 x 轴方向的相对运动)。

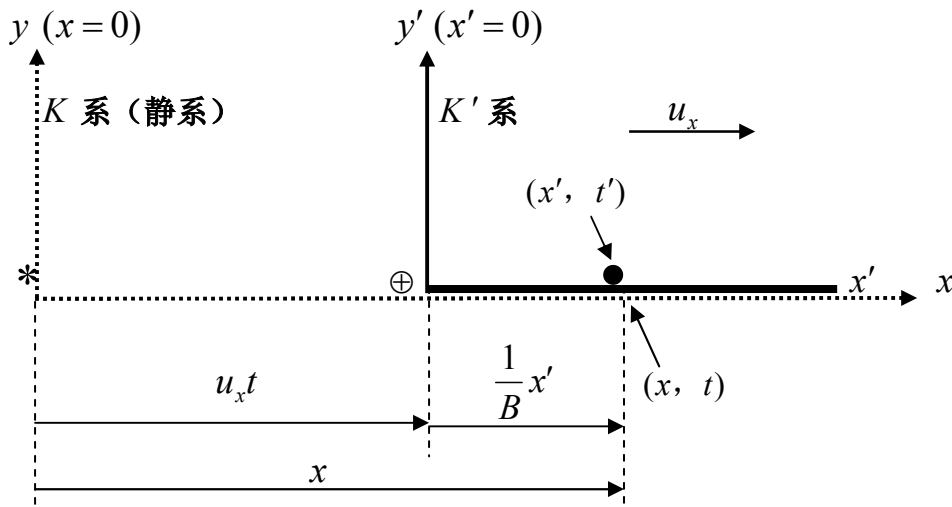


图 4a K' 系沿 x 轴方向的相对运动 (以 K 系为静系)

图 4a 中:

- (1) * 为 K 系观测者, \oplus 为 K' 系观测者; u_x 为 K' 系对 K 系的相对速度矢量 u 在 x 轴方向的分量;
- (2) K 系观测者与 K' 系观测者持有相同的时钟及量尺; 在 K' 系观测者掠过 K 系观测者的时刻, 两者的时钟对准到零点 ($t' = t = 0$);
- (3) x' 为 K' 系观测者 (在时刻 t') ‘实际测得’ 的某运动质点的 K' 系坐标; 而 $\frac{1}{B}x'$ 则是 K 系观测者 (在时刻 t) ‘所估计’ 的 “ K' 系观测者 (在时刻 t) ‘应当测得’ 的该运动质点的 K' 系坐标值”。在 “两观测者有相对运动 (相对速度 $u \neq 0$) 且光传播速度 c 为有限值” 的条件下, 系数 B 必为 ‘不等于 1 的正数’。从图 4a 有: $x - u_x t = \frac{1}{B}x'$, 从而有空间变换方程:

$$x' = B(x - u_x t)$$

系数 B 与相对速度 u 的模 $|u|$ 有关, 而与 u 的分量 u_x 、 u_y 、 u_z 无关。

B. 以 K' 系为静系, 此时图 4a 可表为下面的图 4b (K 系对 K' 系沿 x' 轴方向的相对运动):

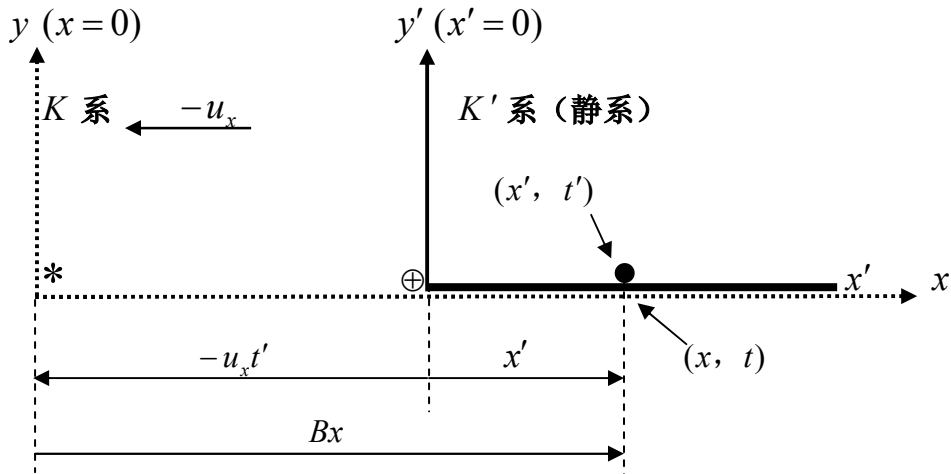


图 4b K 系沿 x' 轴方向的相对运动 (以 K' 系为静系)

图 4b 中:

- (1) * 为 K 系观测者, \oplus 为 K' 系观测者; $-u_x$ 为 K 系对 K' 系的相对速度 $-u$ 在 x' 轴方向的分量;
- (2) K 系观测者与 K' 系观测者持有相同的时钟及量尺; 在 K 系观测者掠过 K' 系观测者的时刻, 两者的时钟对准到零点 ($t' = t = 0$);
- (3) x' 为 K' 系观测者 (在时刻 t') ‘实际测得’ 的某运动质点的 K' 系坐标; 而 Bx 则是 K' 系观测者 (在时刻 t') ‘所估计’ 的 “ K 系观测者 (在时刻 t') ‘应当测得’ 的该运动质点的 K 系坐标值”。在 “两观测者有相对运动 (相对速度 $u \neq 0$) 且光传播速度 c 为有限值” 的条件下, 系数 B 必为 ‘不等于 1 的正数’。从图 4b 有:
 $x' - (-u_x t') = x' + u_x t' = Bx$, 从而有空间变换方程:

$$x = \frac{1}{B}(x' + u_x t')$$

系数 B 与相对速度 u 的模 $|u|$ 有关, 而与 u 的分量 u_x 、 u_y 、 u_z 无关。

从图 4a 所得之方程 $x' = B(x - u_x t)$ 与从图 4b 所得之方程 $x = \frac{1}{B}(x' + u_x t')$ 实际上为 (互为正、逆函数的) 同一个方程!! 因此, 以下等价关系成立:

$$\{x' = B(x - u_x t)\} \Leftrightarrow \{x = \frac{1}{B}(x' + u_x t')\}$$

由此得同时成立的两个关系式:

1. $x' = B(x - u_x t)$, 即 $Bx - x' = Bu_x t$;

$$2. \quad x = \frac{1}{B}(x' + u_x t'), \quad \text{即 } Bx - x' = u_x t'.$$

从而得到使这两个关系式同时成立的充要条件： $Bu_x t = u_x t'$ ，即 $Bt = t'$ 。 $t' = Bt$ 就是两参考系之间的时间变换式。

于是，我们得到以下同时成立的方程组：

$$\text{沿 } x \text{ (} x' \text{) 轴的方程组: } \begin{cases} x' = B(x - u_x t) \\ x = \frac{1}{B}(x' + u_x t') \\ t' = Bt \end{cases}$$

由于在 x 轴、 y 轴、 z 轴中没有任何一个轴优越于另一个轴，以及在 x' 轴、 y' 轴、 z' 轴中也没有任何一个轴优越于另一个轴，且系数 B 与相对速度 u 的模 $|u|$ 有关，而与 u 的分量 u_x 、 u_y 、 u_z 无关。因此，用与上述完全相同的方法可以得到以下同时成立的方程组：

$$\text{沿 } y \text{ (} y' \text{) 轴的方程组: } \begin{cases} y' = B(y - u_y t) \\ y = \frac{1}{B}(y' + u_y t') \\ t' = Bt \end{cases}$$

$$\text{沿 } z \text{ (} z' \text{) 轴的方程组: } \begin{cases} z' = B(z - u_z t) \\ z = \frac{1}{B}(z' + u_z t') \\ t' = Bt \end{cases}$$

这样，我们就得到互相等价的“正变换”方程组及“逆变换”方程组：

$$\begin{cases} x = \frac{1}{B}(x' + u_x t') \\ y = \frac{1}{B}(y' + u_y t') \\ z = \frac{1}{B}(z' + u_z t') \\ t = \frac{1}{B}t' \end{cases} \quad \begin{cases} x' = B(x - u_x t) \\ y' = B(y - u_y t) \\ z' = B(z - u_z t) \\ t' = Bt \end{cases}$$

此变换方程组称为“周方变换（一般 Z 变换）”，简称“一般 Z 变换”。将变换方程组写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} (x'_t + u_x t') \\ (y'_t + u_y t') \\ (z'_t + u_z t') \\ t' \end{bmatrix} \quad \text{或:} \quad \begin{bmatrix} x'_t \\ y'_t \\ z'_t \\ t' \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} (x_t - u_x t) \\ (y_t - u_y t) \\ (z_t - u_z t) \\ t \end{bmatrix}$$

变换方程组

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} (x'_t + u_x t') \\ (y'_t + u_y t') \\ (z'_t + u_z t') \\ t' \end{bmatrix}$$

可表为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} r_t \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} r'_t + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

式中: $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$

考虑到时间变换式 $t = \frac{1}{B} t'$, 可得下面这个矢量关系式:

$$r_t = \frac{1}{B} [r'_t + ut'] = \frac{1}{B} ut' + \frac{1}{B} r'_t = ut + \frac{1}{B} r'_t$$

式中: $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$

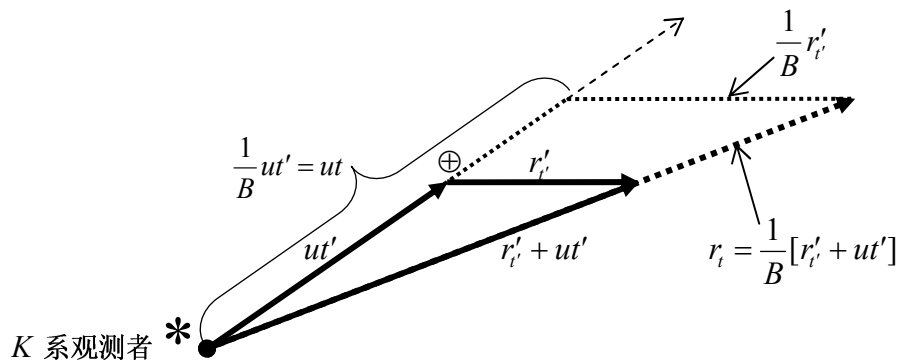
一般 Z 变换的矢量图列于表 1。

表 1 一般 Z 变换的矢量图

$$r_t = \frac{1}{B} [r'_t + ut'] = \frac{1}{B} ut' + \frac{1}{B} r'_t = ut + \frac{1}{B} r'_t$$

$$t = \frac{1}{B} t'$$

$$r_t = [x_t, y_t, z_t]^T, \quad r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T, \quad u = [u_x, u_y, u_z]^T$$



将时间变换式中的系数 $B = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}$ 代入，即得到周方变换（一般 Z 变换），列于表 2。

表 2 周方变换（一般 Z 变换）

周方变换（一般 Z 变换）

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right) \begin{bmatrix} (x'_t + u_x t') \\ (y'_t + u_y t') \\ (z'_t + u_z t') \\ t' \end{bmatrix} \quad \text{或:} \quad \begin{bmatrix} x'_t \\ y'_t \\ z'_t \\ t' \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}} \begin{bmatrix} (x_t - u_x t) \\ (y_t - u_y t) \\ (z_t - u_z t) \\ t \end{bmatrix}$$

$$r_t = [x_t, y_t, z_t]^T, \quad r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T, \quad u = [u_x, u_y, u_z]^T, \quad |u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

c 为真空中光速

一般 Z 变换的变换方程组

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right) \begin{bmatrix} (x'_t + u_x t') \\ (y'_t + u_y t') \\ (z'_t + u_z t') \\ t' \end{bmatrix}$$

可以表为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} r_t \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right) \begin{bmatrix} r'_t + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

式中： $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$

$|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$, c 为真空中光速

考虑到时间变换式： $\left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t' = t$ ，可得下面这个矢量关系式：

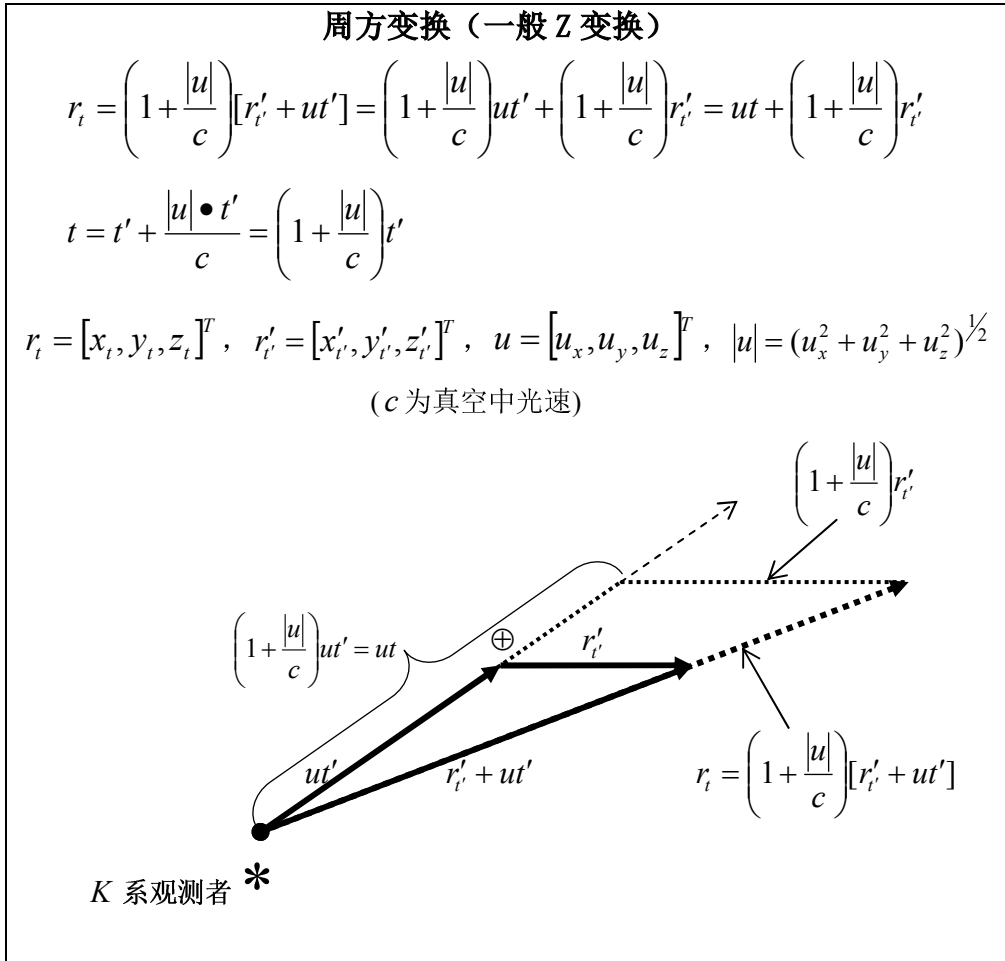
$$r_t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)[r'_t + ut'] = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)ut' + \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)r'_t = ut + \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)r'_t$$

式中： $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$

$|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{\frac{1}{2}}$, c 为真空中光速

周方变换（一般 Z 变换）的矢量图列于表 3。

表 3 周方变换（一般 Z 变换）的矢量图



在一般 Z 变换中令 $c = +\infty$ ，则得到伽利略变换。

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x'_t + u_x t') \\ (y'_t + u_y t') \\ (z'_t + u_z t') \\ t' \end{bmatrix} \quad \text{或:} \quad \begin{bmatrix} x'_t \\ y'_t \\ z'_t \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_t - u_x t) \\ (y_t - u_y t) \\ (z_t - u_z t) \\ t \end{bmatrix}$$

伽利略变换的变换方程组

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x'_t + u_x t') \\ (y'_t + u_y t') \\ (z'_t + u_z t') \\ t' \end{bmatrix}$$

可以表为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} r_t \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r'_t + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

式中: $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$

伽利略变换的矢量图列于表 4。

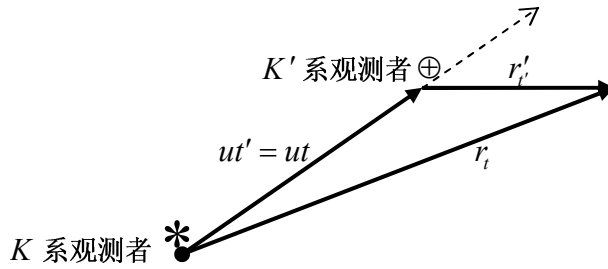
表 4 伽利略变换的矢量图

伽利略变换

$$r_t = ut' + r'_t = ut + r'_t$$

$$t = t'$$

$$r_t = [x_t, y_t, z_t]^T, \quad r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T, \quad u = [u_x, u_y, u_z]^T$$



一般 Z 变换沿 x 轴、 y 轴及 z 轴的时空图示于图 5、图 6、图 7。

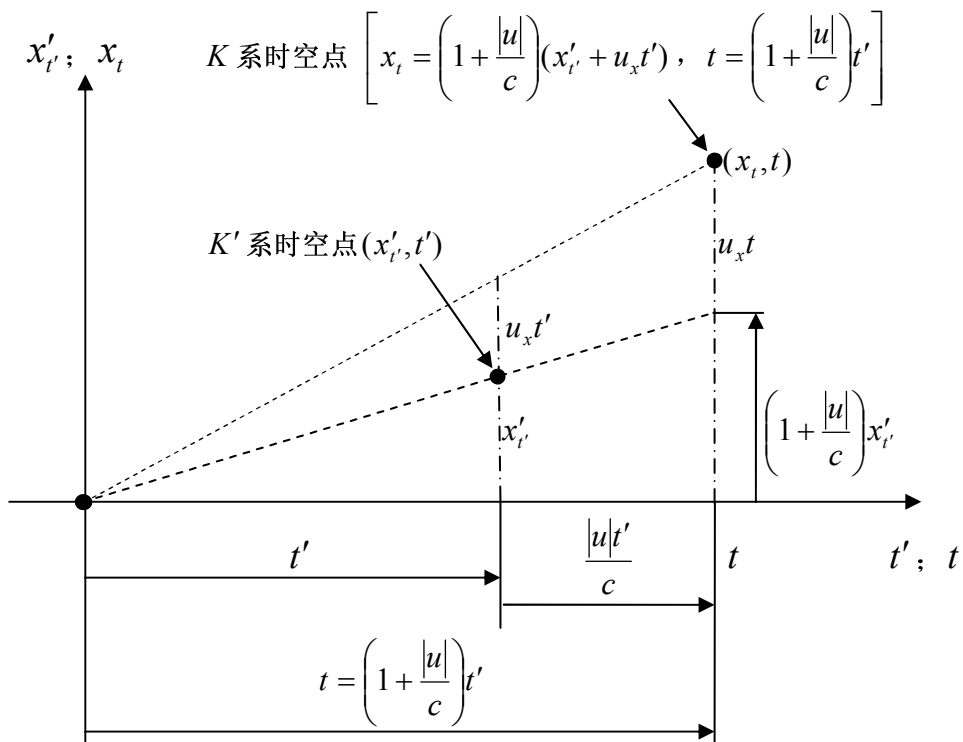


图 5 一般 Z 变换沿 x 轴的时空图

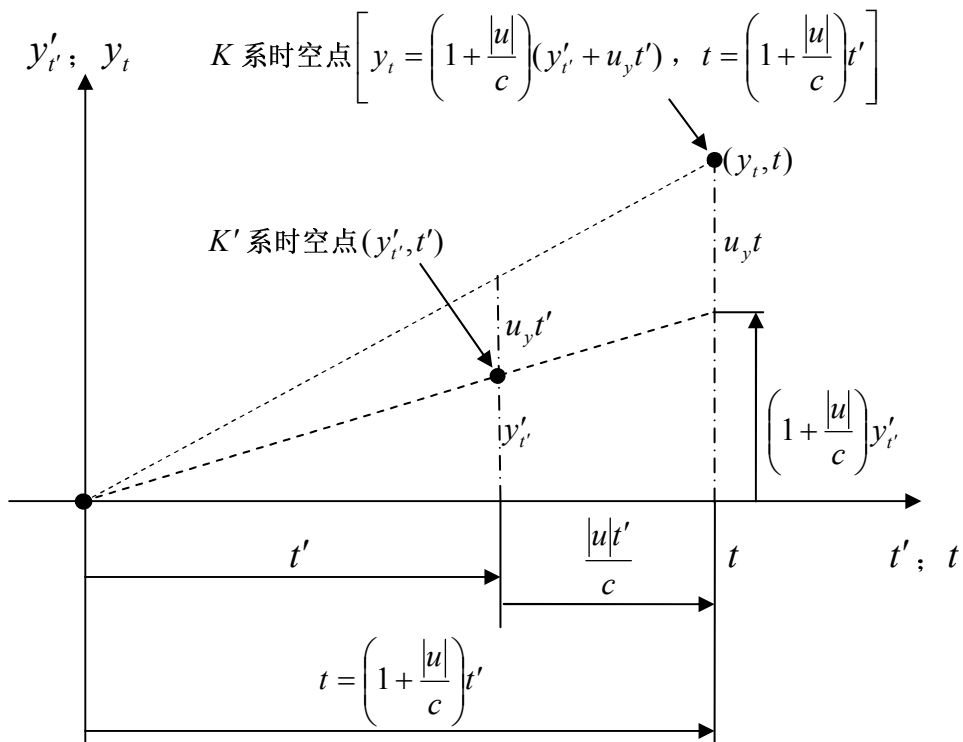


图 6 一般 Z 变换沿 y 轴的时空图

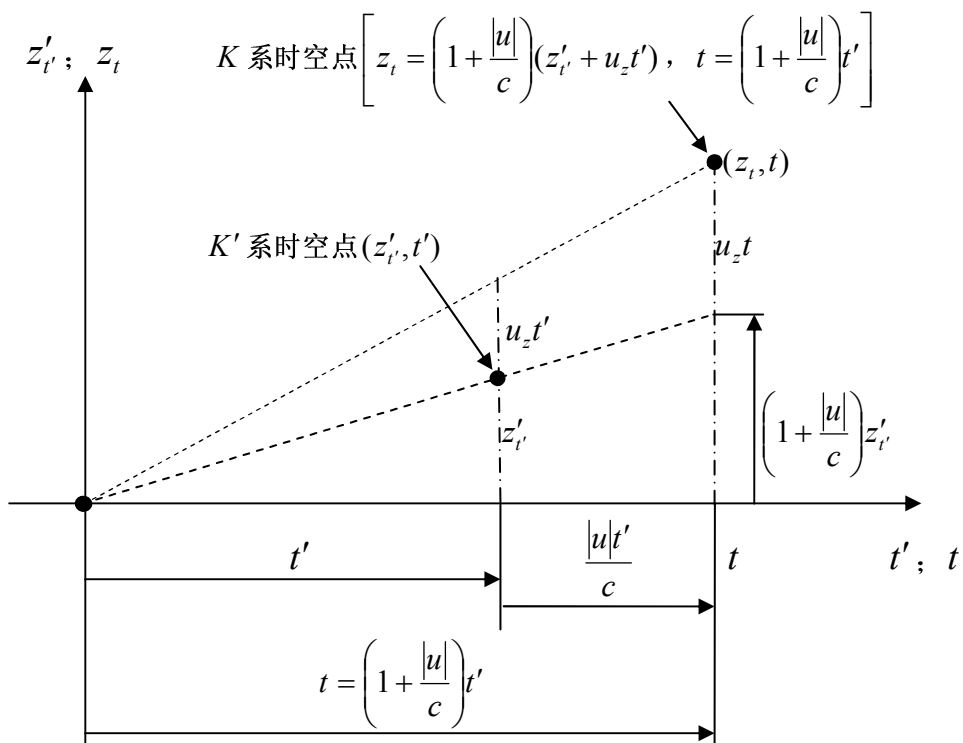


图 7 一般 Z 变换沿 z 轴的时空图

(三) “特殊 Z 变换”

设： K' 系沿 K 系的 x 轴正方向作匀速直线平移运动，且保持 x' 轴与 x 轴重合； y' 轴与 y 轴平行及 z' 轴与 z 轴平行。在这种场合下，有 $u_x = u$ ， $u_y = 0$ ， $u_z = 0$ 。

K' 系与 K 系之间的关系示于图 8。

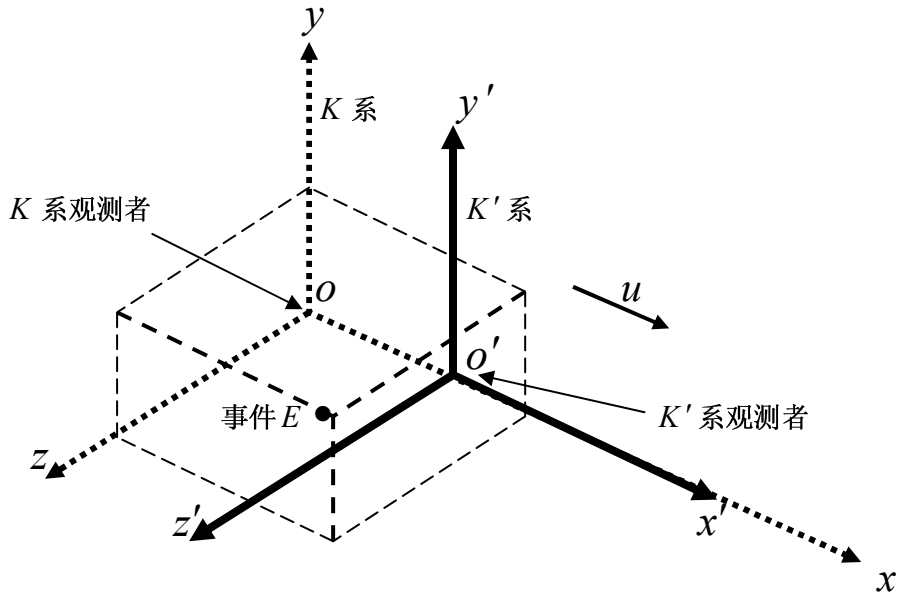


图 8 K' 系与 K 系之间的关系

在一般 Z 变换中，令 $u_x = u$ ， $u_y = 0$ ， $u_z = 0$ ，即得到变换方程组：

$$\begin{pmatrix} 1 + \frac{u}{c} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} \begin{bmatrix} (x - ut) \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} (x - ut), \\ y' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} y, \\ z' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} z, \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}} t \end{cases}$$

此变换方程组称为“周方变换（特殊Z变换）”，简称“特殊Z变换”。

特殊Z变换沿 x 轴、 y 轴及 z 轴的时空图示于图9、图10、图11。

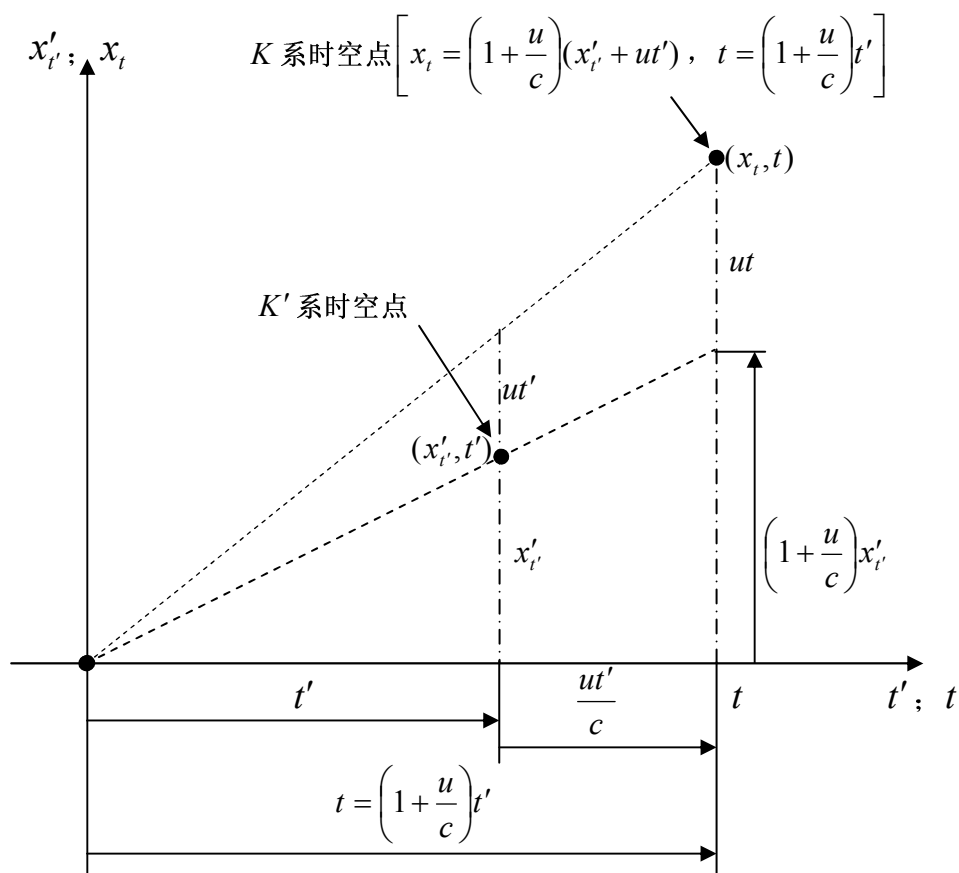


图9 特殊Z变换沿 x 轴的时空图

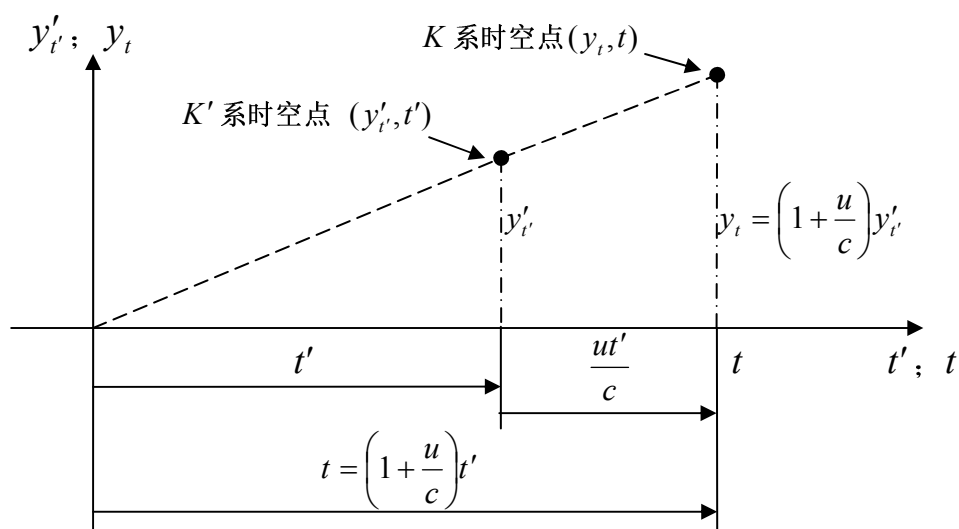


图10 特殊Z变换沿 y 轴的时空图

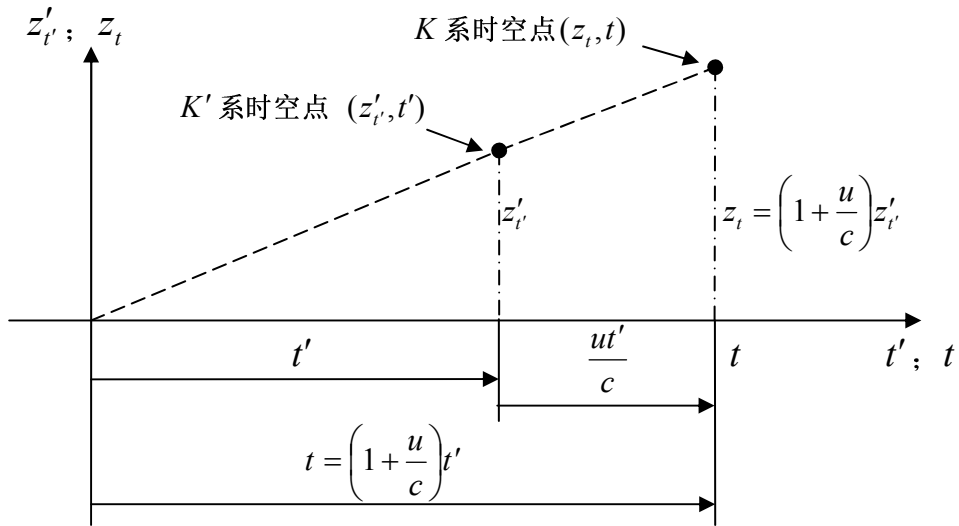


图 11 特殊 Z 变换沿 z 轴的时空图

将图 9、图 10、图 11 三个图整合为一个图，得图 12。

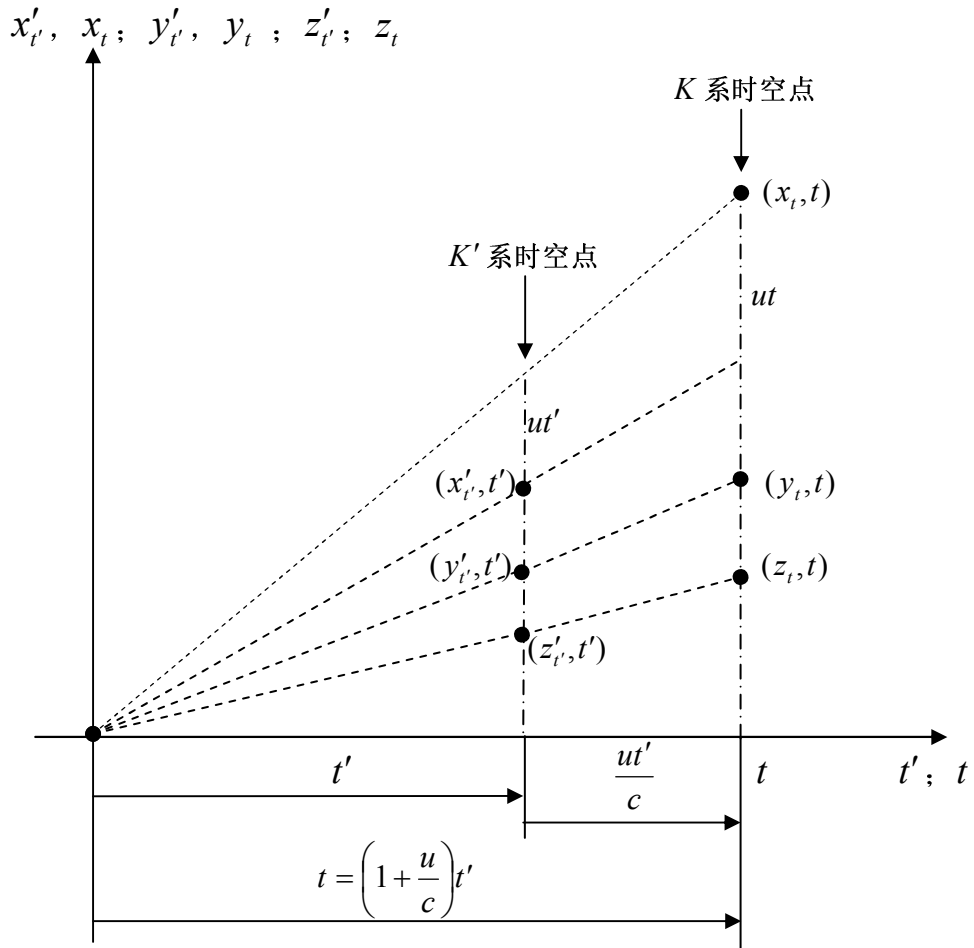


图 12 特殊 Z 变换的时空图

二. 周方变换 (Z 变换) 之最简捷推导

(一) 伽利略变换

设: 在物理空间内 K 系的 x 轴、 y 轴、 z 轴中没有任何一个轴优越于另一个轴, 以及 K' 系的 x' 轴、 y' 轴、 z' 轴中也没有任何一个轴优越于另一个轴。 K' 系与 K 系之间始终保持 x' 轴平行于 x 轴, y' 轴平行于 y 轴及 z' 轴平行于 z 轴。 K' 系相对于 K 系作匀速直线平移运动, 相对速度为 $u = \text{const.}$ 。 相对速度矢量 u 在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的分量分别为 u_x 、 u_y 、 u_z 。 观测者被设置在坐标系的原点。 K 系观测者和 K' 系观测者各配有时钟, 而且两时钟完全同步运行。 在时刻 $t' = t = 0$, K' 系原点 ($x' = y' = z' = 0$) 恰好经过 K 系原点 ($x = y = z = 0$), 这时两观测者的时钟相互对准到零点。 K' 系与 K 系之间的关系示于图 13。

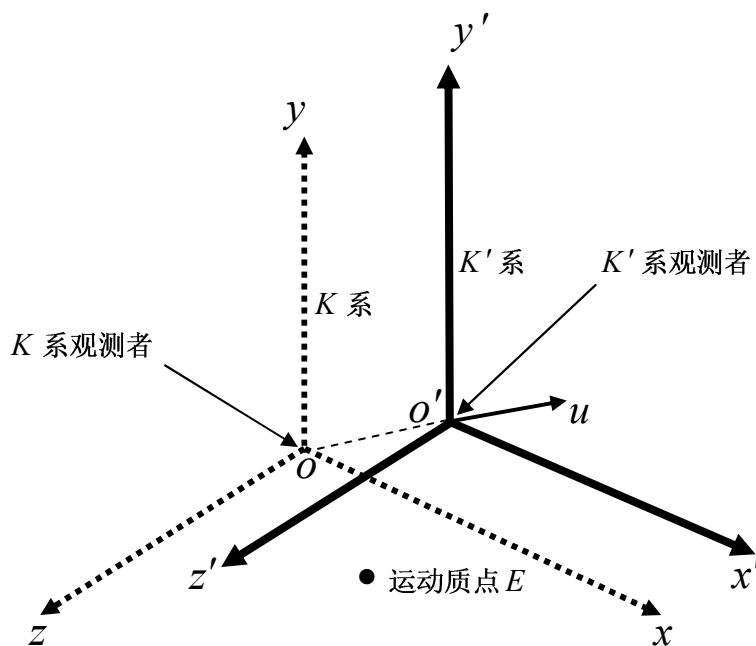


图 13 K' 系与 K 系之间的关系

观测矢量合成图示于图 14。

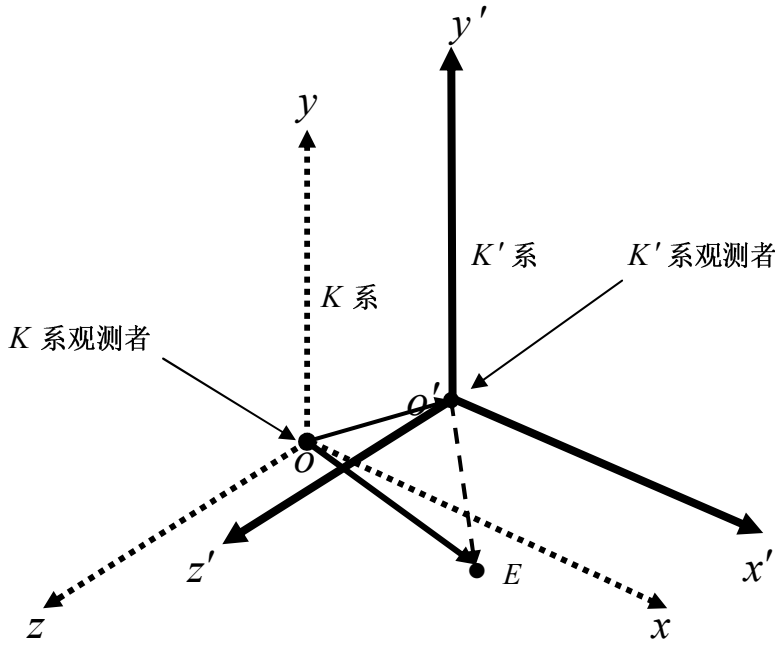


图 14 观测矢量合成图

参看图 14。

(a) K' 系观测者 O' 对 K 系观测者 O 的位置，用矢量表示，称为“位置矢量”。在时刻 t' ，

K' 系观测者 O' 对 K 系观测者 O 的位置矢量为 $\overline{OO'}(t') = ut'$ ， $u = [u_x, u_y, u_z]^T$ 。

(b) 观测者观测到运动质点的时刻及质点在该观测者所属参考系内的位置，即是该观测者的“时空点”，用一个出自观测者的矢量表示，称为“观测矢量”或“时空点矢量”。在

时刻 t' ， K' 系观测者 O' 观测到运动质点 E ，这时 K' 系观测者 O' 对运动质点 E 的观测矢量（或称‘ K' 系观测者 O' 的 K' 系时空点矢量’）为 $\overline{O'E}(t') = r'_t$ ， $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$ 。

(c) 在时刻 t ， K 系观测者 O 观测到运动质点 E ，这时 K 系观测者 O 的观测矢量为

$\overline{OE}(t) = \bar{r}_t$ ， $\bar{r}_t = [x_t, y_t, z_t]^T$ 。

矢量 $\overline{OO'}(t')$ 、矢量 $\overline{O'E}(t')$ 与矢量 $\overline{OE}(t)$ 满足矢量合成定律（即构成封闭的矢量合成三角形），其充要条件是 $t = t'$ 。这就是说，只有在“真空中光速为无穷大”的条件下 K 系观测者 O 与 K' 系观测者 O' 能够在时刻 $t = t'$ 同时观测到运动质点 E ；这时，两观测者对该运动质点的观测矢量通过两观测者之间的位置矢量形成矢量合成关系，如图 14 所示。因此，可以得出结论：在 $t = t'$ 条件下，三个时变矢量 $\overline{OO'}(t')$ 、 $\overline{O'E}(t')$ 、 $\overline{OE}(t)$ 满足矢量合成定律：

$$\overline{OE}(t) = \overline{OO'}(t') + \overline{O'E}(t')$$

即：“ K 系观测者 O 的 K 系时空点矢量 $\overline{OE}(t)$ ”是“ K' 系观测者 O' 对 K 系观测者 O 的位置矢量 $\overline{OO'}(t)$ ”与“ K' 系观测者 O' 的 K' 系时空点矢量 $\overline{O'E}(t)$ ”之和。

将 $\overline{OE}(t) = \bar{r}_t$ ， $\overline{OO'}(t) = ut'$ 及 $\overline{O'E}(t) = r'_t$ 代入上面的矢量合成关系式，得：

$$\begin{cases} \bar{r}_t = ut' + r'_t \\ t = t' \end{cases}$$

由此可见，两观测者的观测矢量 $\overline{O'E}(t)$ 、 $\overline{OE}(t)$ 与两观测者之间的位置矢量 $\overline{OO'}(t)$ 所形成的矢量合成关系 $\overline{OE}(t) = \overline{OO'}(t) + \overline{O'E}(t)$ ， $t = t'$ ， $\overline{OO'}(0) = \overline{O'E}(0) = \overline{OE}(0) = 0$ ，就是“一般伽利略变换”：

$$\begin{cases} \bar{r}_t = ut' + r'_t \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} r'_t = \bar{r}_t - ut \\ t' = t \end{cases}$$

$$\bar{r}_t = [\bar{x}_t, \bar{y}_t, \bar{z}_t]^T, \quad r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T, \quad u = [u_x, u_y, u_z]^T$$

“一般伽利略变换”的观测矢量合成图示于图 15。

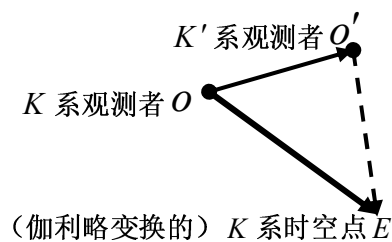
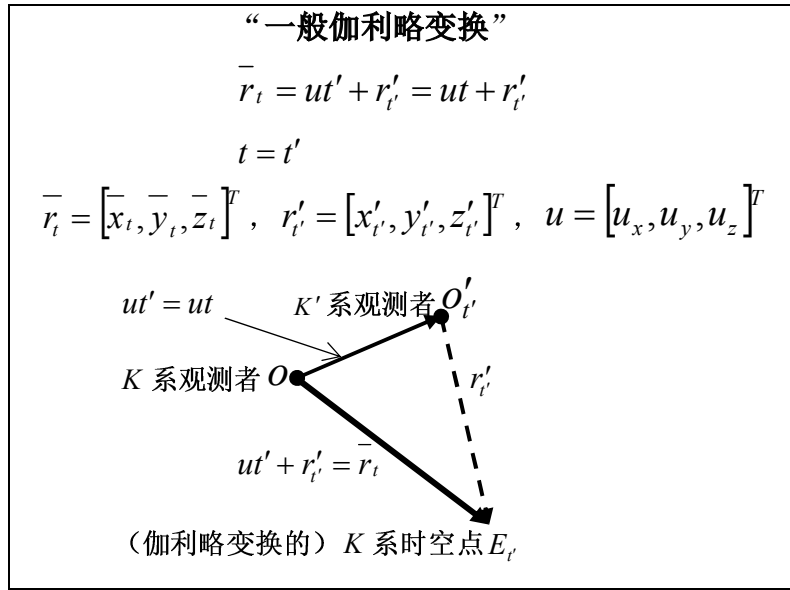


图 15 “一般伽利略变换”的观测矢量合成图

“一般伽利略变换”的矢量图列于表 5。

表 5 “一般伽利略变换”的矢量图



“一般伽利略变换”可以写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_t \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r'_t + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

式中： $\bar{r}_t = [\bar{x}_t, \bar{y}_t, \bar{z}_t]^T$ ， $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$ ， $u = [u_x, u_y, u_z]^T$ ， $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$

将矩阵形式的“一般伽利略变换”写成代数形式，我们就得到“一般伽利略变换”的“正变换”方程组及“逆变换”方程组：

$$\begin{cases} \bar{x} = x' + u_x t' \\ \bar{y} = y' + u_y t' \\ \bar{z} = z' + u_z t' \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} x' = \bar{x} - u_x t \\ y' = \bar{y} - u_y t \\ z' = \bar{z} - u_z t \\ t' = t \end{cases}$$

令 $u = [u_x, u_y, u_z]^T = [u \ 0 \ 0]^T$ ，我们就得到“特殊伽利略变换”：

$$\begin{cases} \bar{x} = x' + ut' \\ \bar{y} = y' \\ \bar{z} = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \begin{cases} x' = \bar{x} - ut \\ y' = \bar{y} \\ z' = \bar{z} \\ t' = t \end{cases}$$

必须强调指出，伽利略变换只在‘真空中光速为无穷大’假定条件下才能够成立。

(二) 周方变换 (一般 Z 变换)

下面，我们推导出“两观测者有相对运动 (\bar{u}) 且真空中光速为有限值 (c)”条件下唯一客观存在的时间及空间坐标转换 (即“时空变换”) —— 周方变换 (Z 变换)。

观测矢量合成图示于图 16。

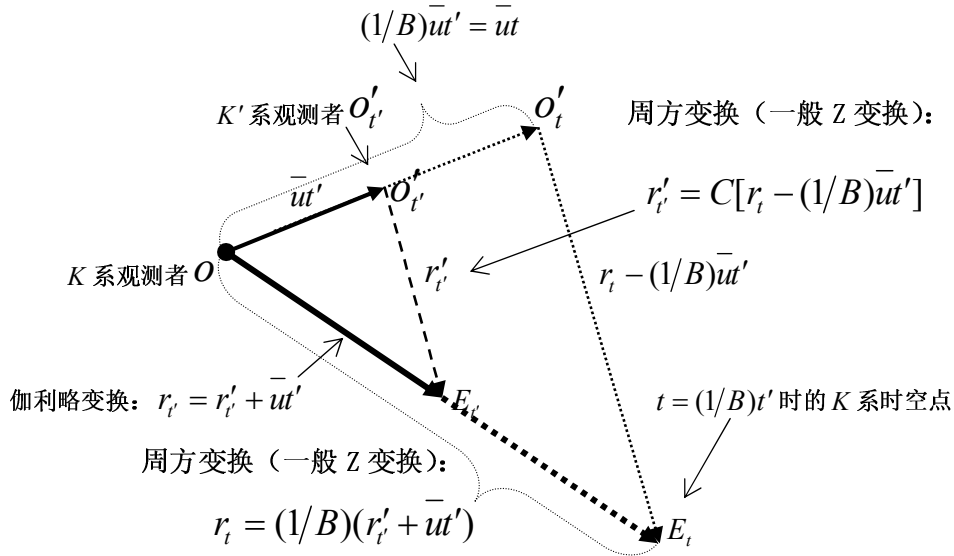


图 16 观测矢量合成图

图 16 中，互为正、逆变换的周方变换 (一般 Z 变换) 方程组为:

$$r_i = \frac{1}{B}(r'_i + \bar{u}t') \quad \text{及} \quad r'_i = C(r_i - \frac{1}{B}\bar{u}t')$$

这两个方程实际上为同一方程的两种不同表达形式，故将方程 $r_i = \frac{1}{B}(r'_i + \bar{u}t')$ 代入方程

$r'_i = C(r_i - \frac{1}{B}\bar{u}t')$ ，得:

$$\begin{aligned} r'_i &= C[\frac{1}{B}(r'_i + \bar{u}t') - \frac{1}{B}\bar{u}t'] \\ &= C[\frac{1}{B}r'_i + \frac{1}{B}\bar{u}t' - \frac{1}{B}\bar{u}t'] \\ &= \frac{C}{B}r'_i \end{aligned}$$

从而得 $C = B$ ，将 $C = B$ 代入方程 $r'_i = C(r_i - \frac{1}{B}\bar{u}t')$ ，得：

$$r'_i = B(r_i - \frac{1}{B}\bar{u}t')$$

方程 $r'_i = B(r_i - \frac{1}{B}\bar{u}t')$ 与方程 $r_i = \frac{1}{B}(r'_i + \bar{u}t')$ 实际上为同一方程的两种表达形式，而

方程 $r'_i = B(r_i - \frac{1}{B}\bar{u}t')$ 与下列方程组等价：

$$\begin{cases} r'_i = B(r_i - \bar{u}t) \\ t' = Bt \end{cases}$$

因此，我们可得互为正、逆变换的周方变换（一般 Z 变换）方程组：

$$\begin{cases} r_i = \frac{1}{B}(r'_i + \bar{u}t') \\ t = \frac{1}{B}t' \end{cases} \quad \begin{cases} r'_i = B(r_i - \bar{u}t) \\ t' = Bt \end{cases}$$

将时间变换式中的系数 $B = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}$ ，（ $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$ ）代入，即得到周方变换

（一般 Z 变换）的正、逆变换式：

$$\begin{cases} r_i = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(r'_i + \bar{u}t') \\ t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t' \end{cases} \quad \begin{cases} r'_i = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}(r_i - \bar{u}t) \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}t \end{cases}$$

$t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 时的观测矢量合成图示于图 17。

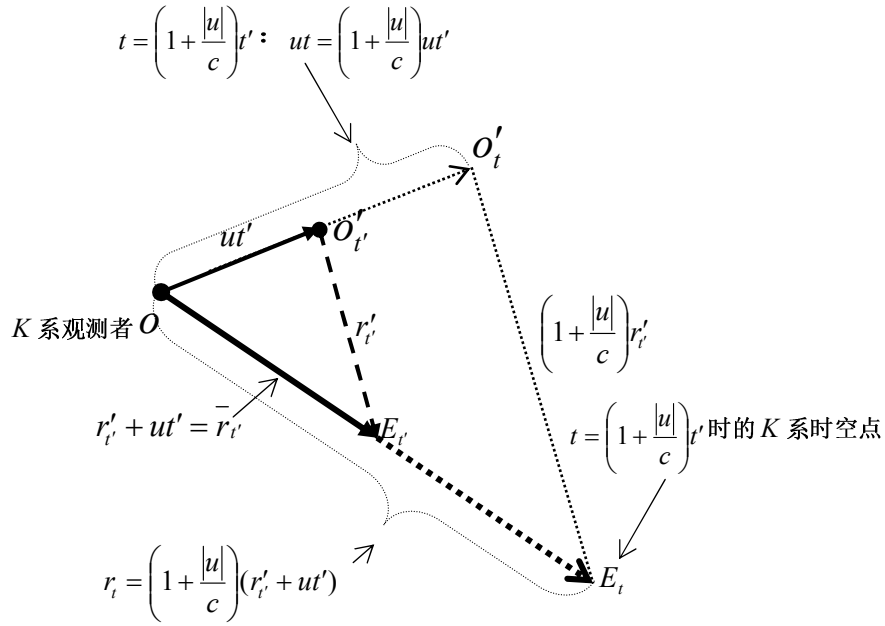


图 17 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 时的观测矢量合成图

图 17 的形成过程如下：

- (1) 在时刻 t' ， K' 系观测者 O'_t 对 K 系观测者 O 的位置矢量为 $\overline{OO'_t} = ut'$ 。此时 K' 系观测者 O'_t 观测到运动质点 E_r ，若“真空中光速为无穷大”，则 K 系观测者 O 与 K' 系观测者 O'_t 应当同时（在时刻 t' ）观测到运动质点 E_r ，形成观测矢量合成关系： $\overline{r'_r} = ut' + r'_r$ 。但是，实际上，由于真空中光速为有限值（ c ），故在时刻 t' ， K 系观测者 O 尚不能观测到运动质点 E_r 。

- (2) 直至时刻 $t = t' + \frac{|u|t'}{c} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t' > t'$ [式中 $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$]， K' 系观测者 O'_t

对 K 系观测者 O 的位置矢量为 $\overline{OO'_t}$ ： $ut = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)ut'$ 。在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ ， K 系

观测者 O 才观测到点 E_t ： $r_t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(r'_r + ut')$

图 17 中的点 E_t 乃是 K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 时观测到运动质点 E_r 之“视

在点”，它就是“ K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 的 K 系时空点”。在 K 系观测者 O 看

来， K' 系观测者 O'_t 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 将观测到点 E_t 。也就是说，在 K 系观测者 O 看来，

在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ ， K 系观测者 O 与 K' 系观测者 O'_t 都观测到点 E_t 。

如图 17 所示，在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ ， K' 系观测者 O'_t 对 K 系观测者 O 的位置矢量 $\overline{OO'_t}$ ：

$\overline{OO'_t} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)\overline{OO'_t}$ ，即 $\overline{OO'_t} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)ut' = ut$ 。在此时刻， K' 系观测者 O'_t 对 K 系观测者 O

的位置矢量 $\overline{OO'_t}$ 、 K' 系观测者 O'_t 的观测矢量 $\overline{O'_tE_t}$ 、 K 系观测者 O 的观测矢量 $\overline{OE_t}$ 三个矢量构成观测矢量合成三角形 OO'_tE_t 。这个三角形 OO'_tE_t 与伽利略变换的观测矢量合成三角形 OO'_tE_t 成为 ‘相似三角形’： $\Delta OO'_tE_t \cong \Delta OO'_tE_t$ 。

于是，从图 17 可得：

于是，从图 17 可得：

a. K' 系观测者 O'_t 对 K 系观测者 O 的位置矢量 $\overline{OO'_t}$ ： $\overline{OO'_t} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)ut' = ut$ ；

b. K' 系观测者 O'_t 的 K' 系时空点矢量 $\overline{O'_tE_t}$ ： $\overline{O'_tE_t} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)r'_t$ ；

c. K 系观测者 O 的 K 系时空点矢量 $\overline{OE_t}$ ： $\overline{OE_t} = r_t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(r'_t + ut')$ 。

这样，我们从 c. 项就得到方程组：

$$\begin{cases} r_t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(r'_t + ut') = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)ut' + \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)r'_t = ut + \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)r'_t \\ t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t' \end{cases}$$

式中： $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$ ， $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$ ， $u = [u_x, u_y, u_z]^T$ ， $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$

(c 为真空中光速)

此方程组就是周方变换（一般 Z 变换）。

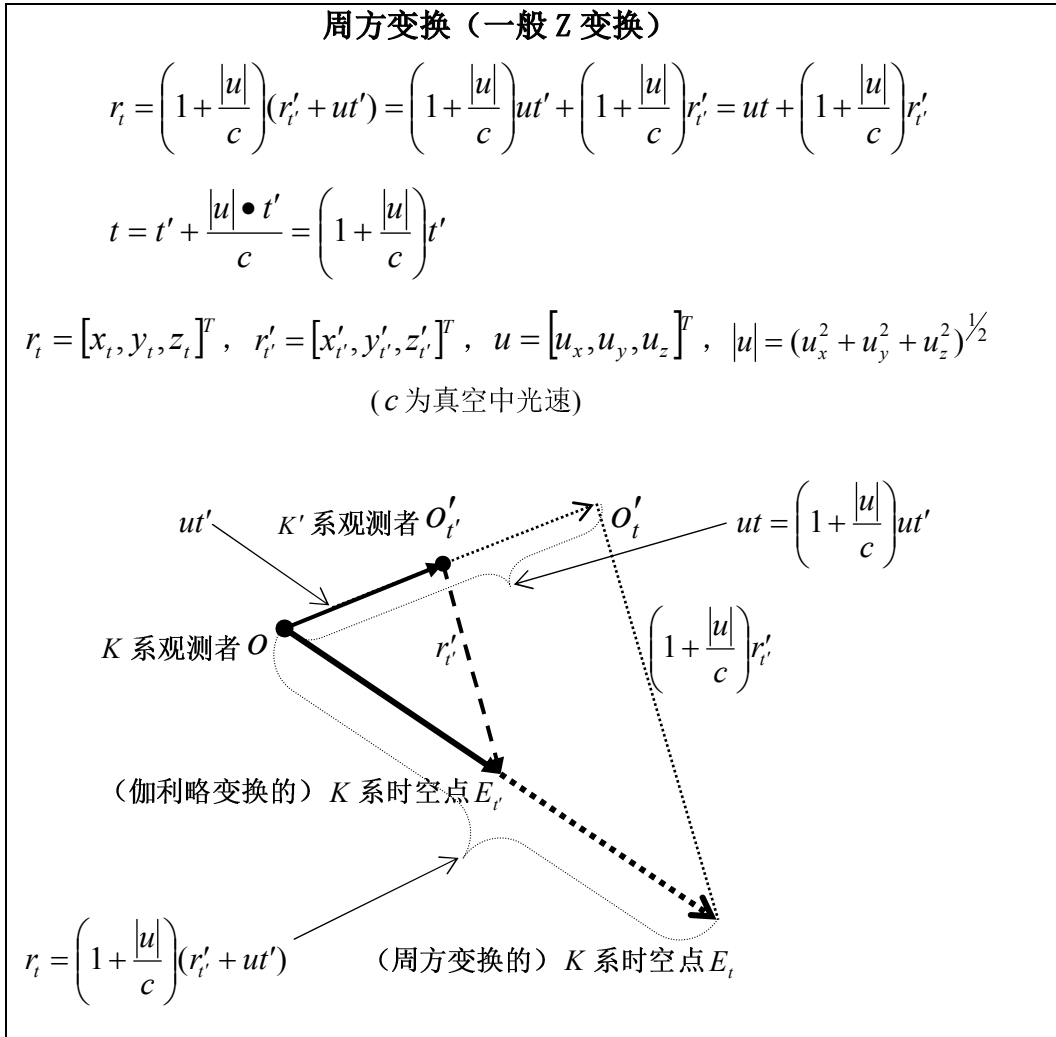
一般 Z 变换可以写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} r_t \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right) \begin{bmatrix} r'_t + ut' \\ t' \end{bmatrix} \quad (c \text{ 为真空中光速})$$

式中: $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$, $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$

周方变换 (一般 Z 变换) 的矢量图示于表 6。

表 6 周方变换 (一般 Z 变换) 的矢量图



将矩阵形式的周方变换 (一般 Z 变换)

$$\begin{bmatrix} r_t \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right) \begin{bmatrix} r'_t + ut' \\ t' \end{bmatrix} \quad (c \text{ 为真空中光速})$$

式中: $r_t = [x_t, y_t, z_t]^T$, $r'_t = [x'_t, y'_t, z'_t]^T$, $u = [u_x, u_y, u_z]^T$, $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$

写成代数形式, 我们就得到周方变换 (一般 Z 变换) 的“正变换”及“逆变换”:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(x' + u_x t') \\ y = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(y' + u_y t') \\ z = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)(z' + u_z t') \\ t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t' \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}(x - u_x t) \\ y' = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}(y - u_y t) \\ z' = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}(z - u_z t) \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{|u|}{c}}t \end{array} \right.$$

式中： $u = [u_x, u_y, u_z]^T$ ， $|u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2}$ ， c 为真空中光速。

K' 系时空轨迹与相应的 K 系时空轨迹示于图 18。

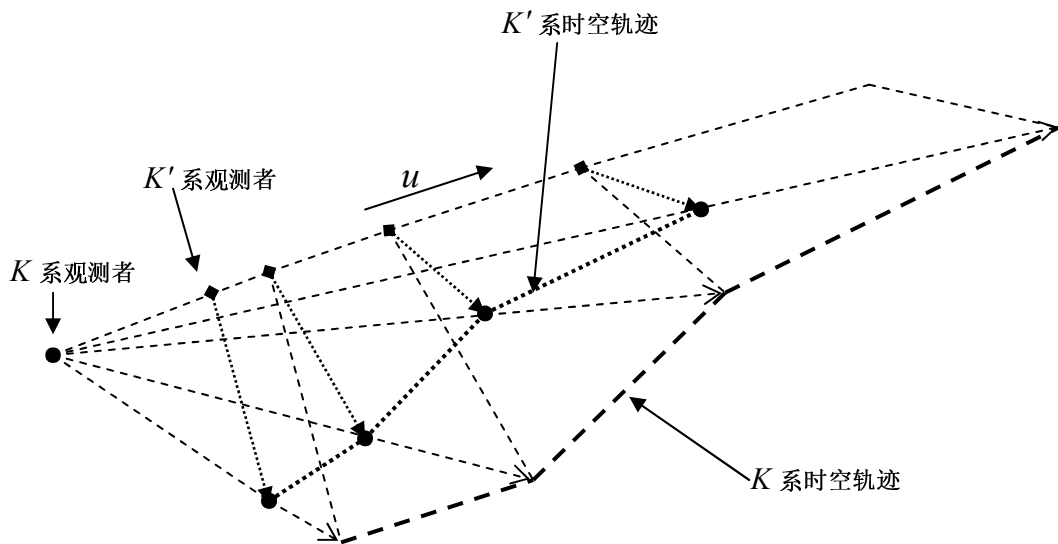


图 18 K' 系时空轨迹与相应的 K 系时空轨迹

若真空中光速为无穷大 ($c \rightarrow \infty$)，或真空中光速为有限值 c 而比值 u/c 却非常小时，周方变换 (一般 Z 变换) 则退化为伽利略变换，相应的 K' 系时空点与 K 系时空点示于图 19。

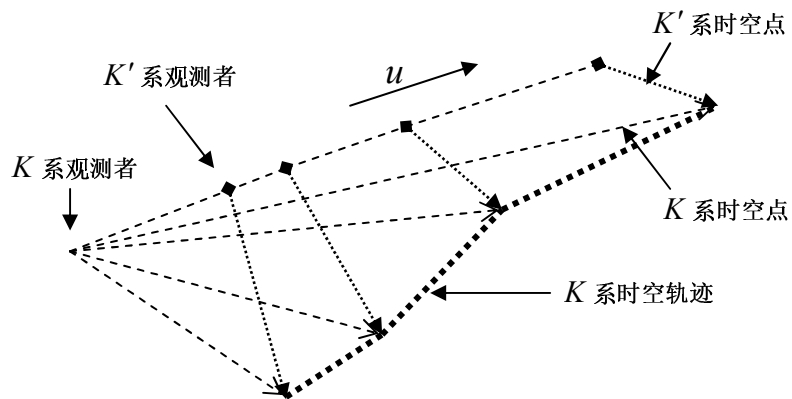


图 19 伽利略变换下的 K' 系时空点与相应的 K 系时空点

(三) 周方变换 (特殊 Z 变换)

设: K' 系沿 K 系的 x 轴正方向作匀速直线平移运动, 相对速度为 u , 且保持 x' 轴与 x 轴重合; y' 轴与 y 轴平行及 z' 轴与 z 轴平行。在这种场合下, 有: $u_x = u, u_y = 0, u_z = 0$ 。

K' 系与 K 系之间的关系示于图 20。

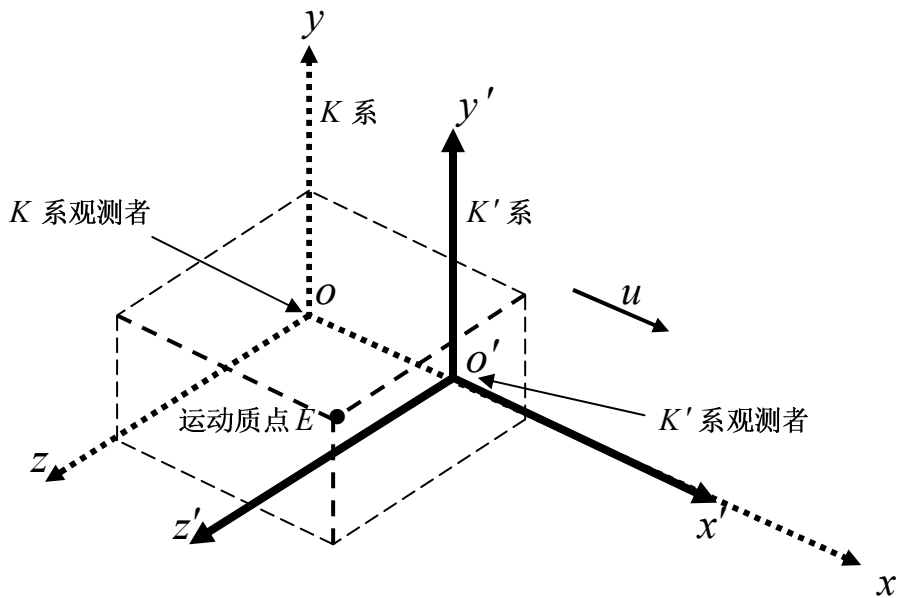


图 20 K' 系与 K 系之间的关系

在一般 Z 变换中, 令 $u = [u_x, u_y, u_z]^T = [u \ 0 \ 0]^T$, 即得到变换方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(x' + ut') \\ y = \left(1 + \frac{u}{c}\right)y' \\ z = \left(1 + \frac{u}{c}\right)z' \\ t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t' \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}(x - ut) \\ y' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}y \\ z' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}z \\ t' = \frac{1}{1 + \frac{u}{c}}t \end{array} \right.$$

此变换方程组称为“周方变换（特殊Z变换）”，简称“特殊Z变换”。

三. “参考系平权”定律

为了参考，现将表2中的图形移到这里，示于图21。

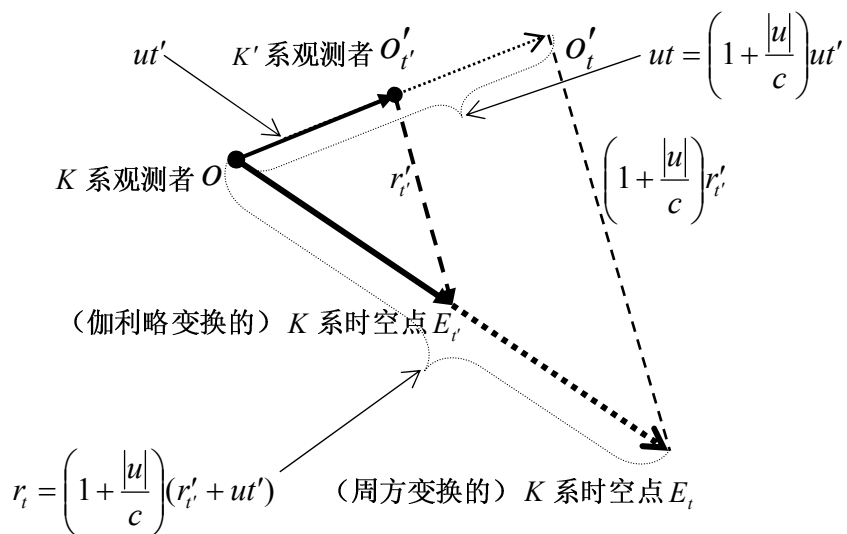


图 21 观测矢量合成图

将“\$K\$系，\$K'\$系”组的观测矢量合成图与“\$K_1\$系，\$K'\$系”组的观测矢量合成图画在同一个图上，示于图22。

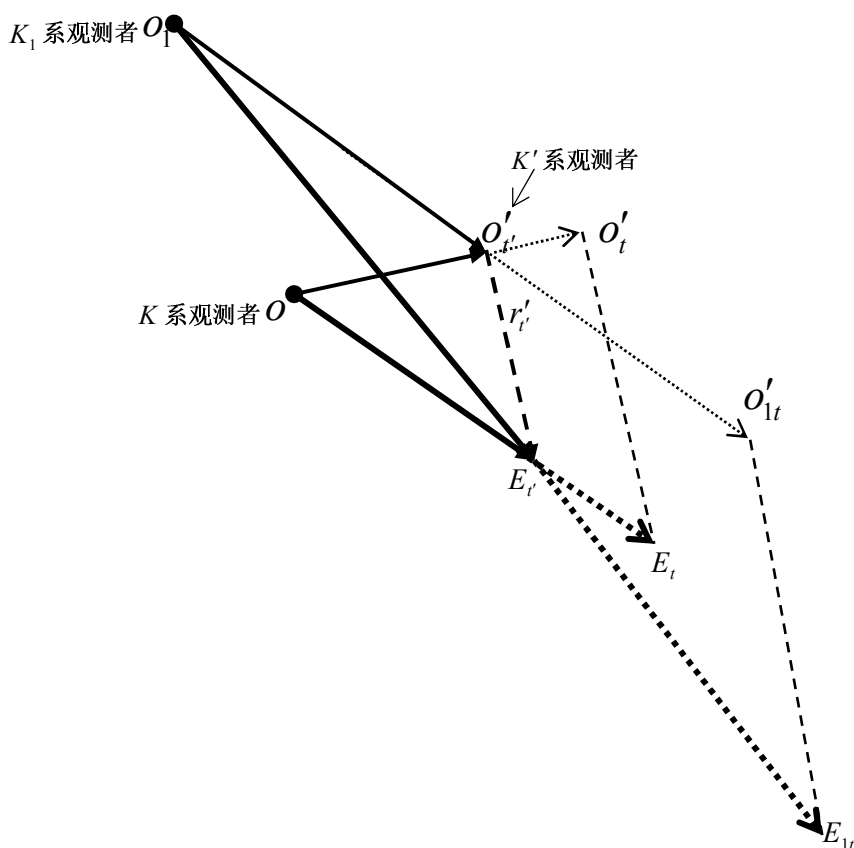


图 22 “K 系，K' 系”组与“K₁ 系，K' 系”组的观测矢量合成图

参看图 22。K 系、K₁ 系各自相对于 K' 系作匀速直线平移运动(相对速度分别为 u 、 u_1)，故 K 系与 K₁ 系相互之间也作匀速直线平移运动[相对速度为 $(u_1 - u)$]。在“真空中光速为有限值”条件下，K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 才观测到 E_t (即：K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 的 K 系时空点为 E_t)，K₁ 系观测者 O₁ 在时刻 $t_1 = \left(1 + \frac{|u_1|}{c}\right)t'$ 才观测到 E_{t_1} (即：K₁ 系观测者 O₁ 在时刻 $t_1 = \left(1 + \frac{|u_1|}{c}\right)t'$ 的 K₁ 系时空点为 E_{t_1})。在图 22 中可以看到，K 系观测者 O 在时刻 $t = \left(1 + \frac{|u|}{c}\right)t'$ 的 K 系时空点 E_t 与 K₁ 系观测者 O₁ 在时刻 $t_1 = \left(1 + \frac{|u_1|}{c}\right)t'$ 的 K₁ 系时空点 E_{t_1} 均为 K' 系观测者 O'_t 在时刻 t' 的 K' 系时空点 $E_{t'}$ 之“视在点”，这说明相互间作匀速直线运动的 K 系观测者 O 与 K₁ 系观测者 O₁ 都能观测到同一个点 $E_{t'}$ ，不过，两观

测者不在同一时刻观测到点 E_r 的“视在点”，而且他们所观测到点 E_r 的“视在点”也是不相同的（图 22 中的点 E_t ，点 E_{1t} ），然而，通过将 K 系观测者 O 和 K_1 系观测者 O_1 分别对 K' 系观测者 O'_t 进行“对钟”、“对尺”及伽利略变换（周方，2014 年版，2016 年版），也就是通过周方变换（Z 变换），便可使两观测者同时观测到点 E_r 的实时真实位置（矢量 $\overline{O'_t E_r} = r'_t$ ）。

以上所得结论可以被推广至互作匀速直线平移相对运动的 K 系、 K_1 系、 K_2 系、…… 等任意多个参考系之情况，示于图 23。

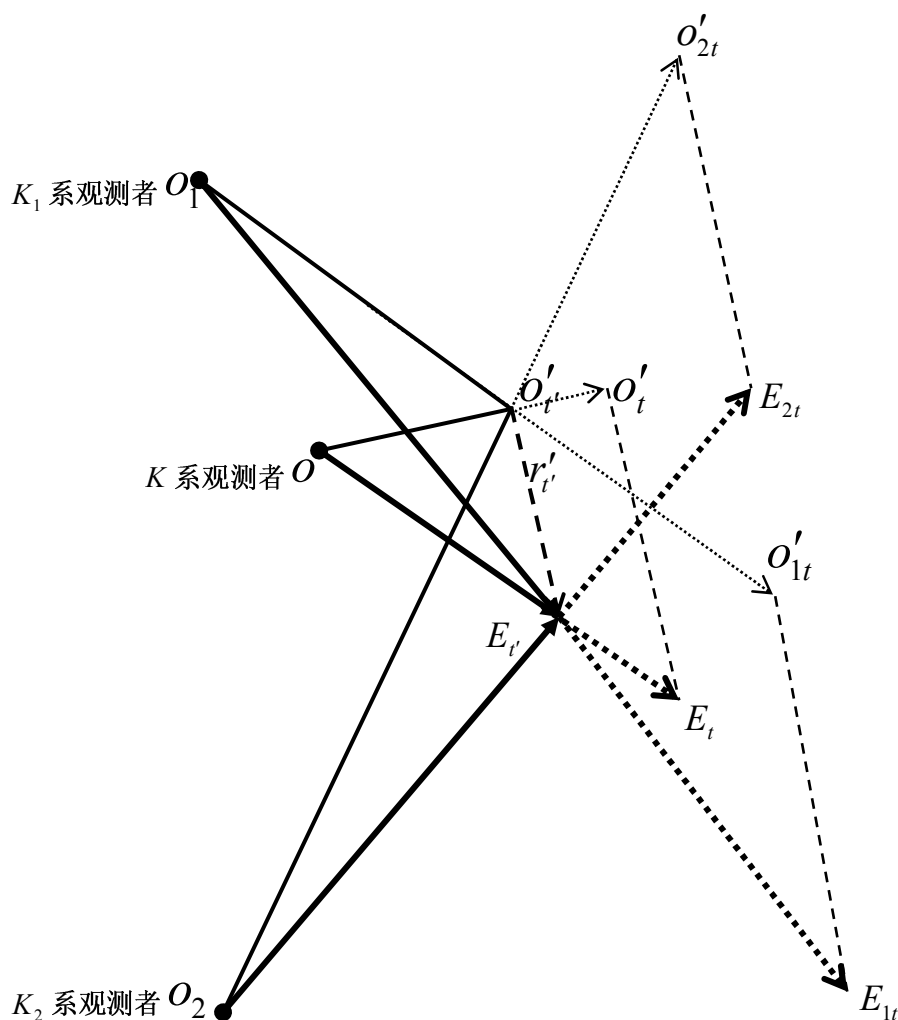


图 23 观测矢量合成图

以上所述称为“参考系平权”定律，是一条极重要的自然定律。

四. “哈勃定律” (Hubble's Law) 的理论表达式

1929 年, 美国天文物理学家哈勃 (E. P. Hubble) 发现河外星系视向退行速度与距离成正比, 即距离越远, 视向退行速度越大。“哈勃定律”的陈述是: 来自遥远星系光线的红移与他们的距离成正比。这条定律是哈勃在约十年的观测之后, 于 1929 年首先提出的。

“哈勃定律”中速度和距离都是间接观测得到的物理量。“速度 — 距离”关系和“速度 — 视星”关系, 是建立在观测“红移 — 视星”等关系及一些理论假设前提上的。“哈勃定律”原来由对正常星系观测而得, 现今已应用到类星体或其他特殊星系上。“哈勃定律”通常被用来推算遥远星系的距离。可是, “哈勃定律”至今从未得到理论上的解释。笔者十分简捷地首次给出了“哈勃定律”的理论表达式。

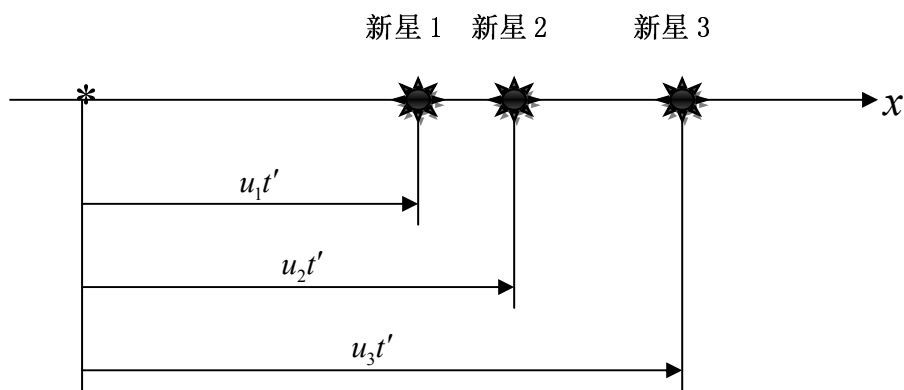
“哈勃定律”:

“在任何一个星系上, 都能观测到其他星系在作远离该星系的退行运动, 而且距离越远的星系退行速度越大。”

“对宇宙中的任何两个星系来说, 它们都在彼此互相远离, 而且星系间的距离越远, 相互远离的速度也越大。”

“遥远天体的红移 (即退行运动) 的大小与天体的距离成正比。”

设: 在某时刻 t' , 三颗新星相对于地面观测者 * 分别以匀速 u_1 、 u_2 、 u_3 远离而去, 示于图 24。



(* 为地面观测者; u_1 、 u_2 、 u_3 为新星退行速度; $u_1 < u_2 < u_3$)

图 24 在时刻 t' 三颗新星分别以匀速 u_1 、 u_2 、 u_3 离观测者 * 而远去

在时刻 t' , 三新星离地面观测者 * 的视向距离分别为 $u_1 t'$ 、 $u_2 t'$ 、 $u_3 t'$ (见图 24)。由于光的传播速度为有限值 (c), 故地面观测者 * 在时刻 t' 尚看不到新星。直到时刻

$t_1 = \left(1 + \frac{u_1}{c}\right)t'$ 、时刻 $t_2 = \left(1 + \frac{u_2}{c}\right)t'$ 及时刻 $t_3 = \left(1 + \frac{u_3}{c}\right)t'$ ，地面观测者 * 才先后见到新星，

三新星离地面观测者 * 的视向距离分别为 x_1 、 x_2 及 x_3 ，示于图 25。

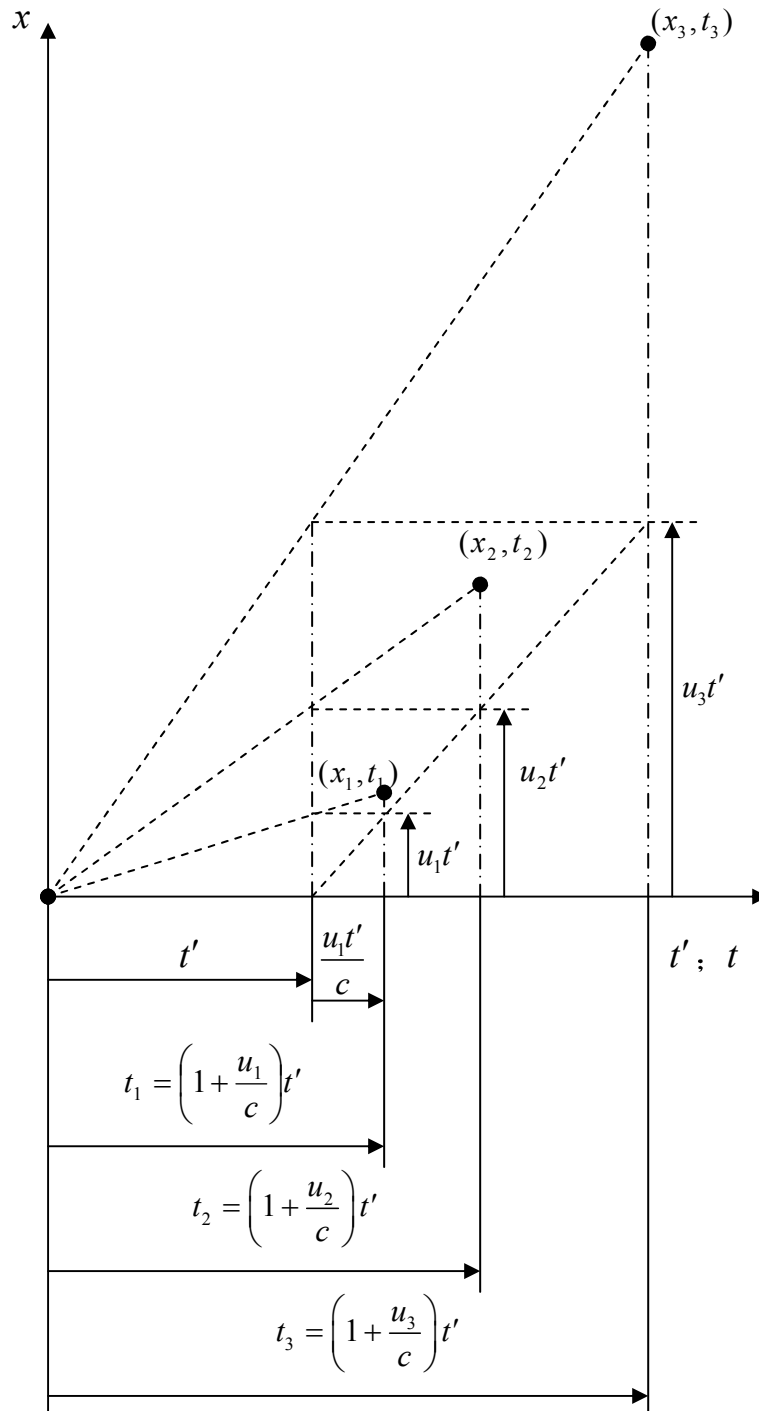
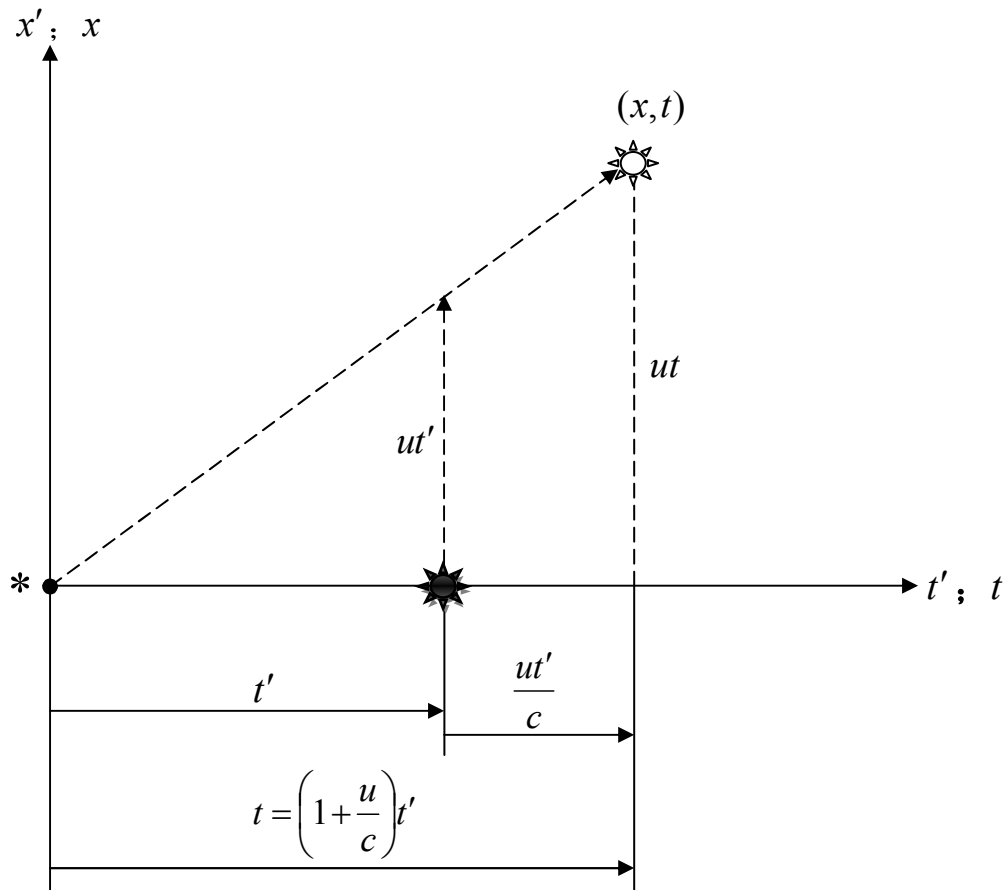


图 25 在时刻 t' 爆发的三颗新星

设：在某时刻 t' ，一颗新星 \star 相对于地面观测者 * 以匀速 u 远离而去，示于图 26。在时刻 t' ，新星离地面观测者 * 的视向距离为 ut' 。由于光的传播速度为有限值 (c)，故地面

观测者*在此时刻 t' 尚看不到新星。直到时刻 $t = t' + \frac{ut'}{c} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ ，地面观测者*才能够

见到新星 \star ，这时新星离地面观测者*的视向距离为 $x = ut$ ，参看图26。



(* 为地面观测者； u 为新星退行速度； c 为光速)

图 26 在时刻 t' 一颗新星以匀速 u 离观测者* 而远去

参看图 26：地面观测者*在时刻 t 才见到新星 \star ，这时新星离地面观测者*的视向距离为 $x = ut$ 。图 26 中的关系式 $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 就是周方变换（Z 变换）的时间变换式。将时

间变换式 $t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$ 代入 $x = ut$ ，得 $x = ut = \left(1 + \frac{u}{c}\right)ut'$ 。这个公式 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)ut'$ 恰好

就是周方变换（Z 变换）的空间变换式 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)(x' + ut')$ 在 $x' = 0$ （即将新星 \star 设在新

星坐标系的原点）条件下的公式： $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)ut'$ 。将此式写成 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right)ut' = \frac{t'}{c}u^2 + t'u$ ，

继而写成：

$$x = ct' \frac{u^2}{c^2} + ct' \frac{u}{c} = ct' \left[\left(\frac{u}{c} \right)^2 + \left(\frac{u}{c} \right) \right]$$

$$\bar{x}_H = \bar{u}^2 + \bar{u}$$

式中 $\bar{x}_H = \frac{x}{ct'}$ 称为“哈勃距离”； $\bar{u} = \frac{u}{c}$ ， c 为光速。

这就是“哈勃定律”的理论表达式：

$$\bar{x}_H = \bar{u}^2 + \bar{u}$$

$$(\bar{u} > 0)$$

“哈勃定律”理论表达式曲线示于图 27。

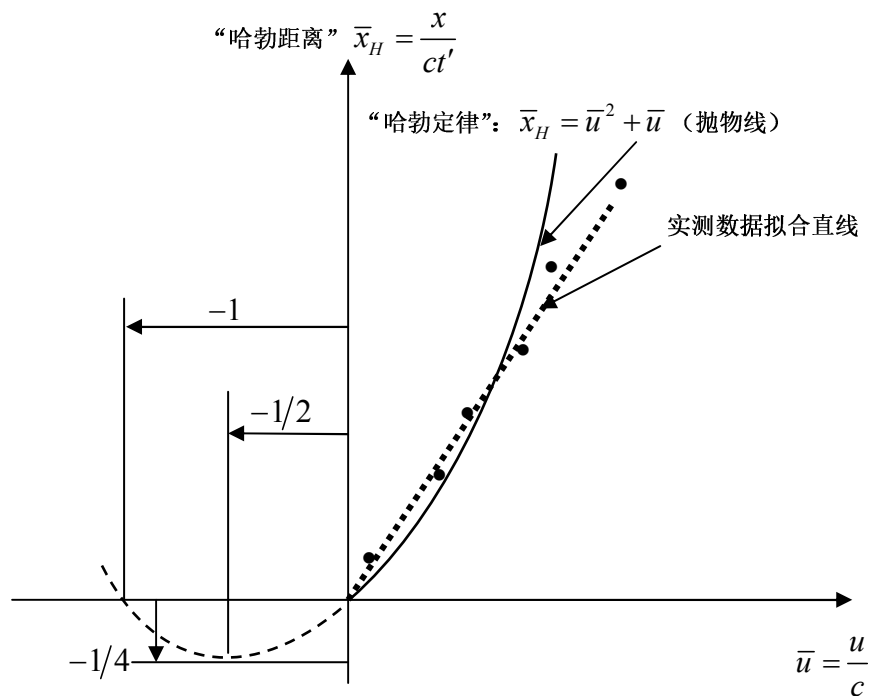


图 27 “哈勃定律”

或者将与 $\bar{x}_H = \bar{u}^2 + \bar{u}$ 等价的 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right) ut' = \frac{t'}{c} u^2 + t'u$ 即：

$$x = \frac{t'}{c} u^2 + t'u$$

$$(u > 0)$$

示于图 28。

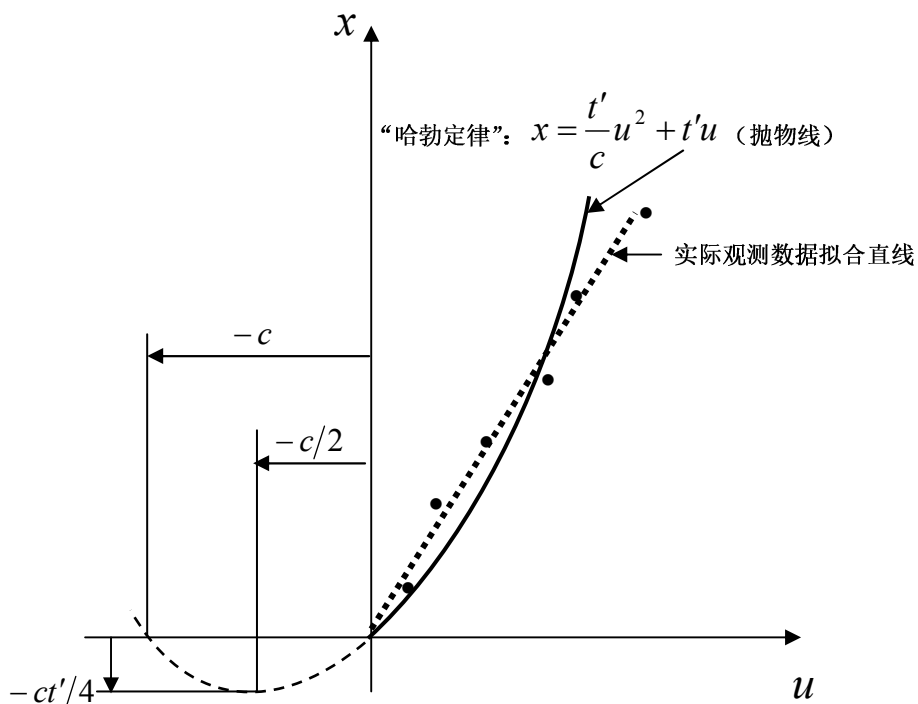
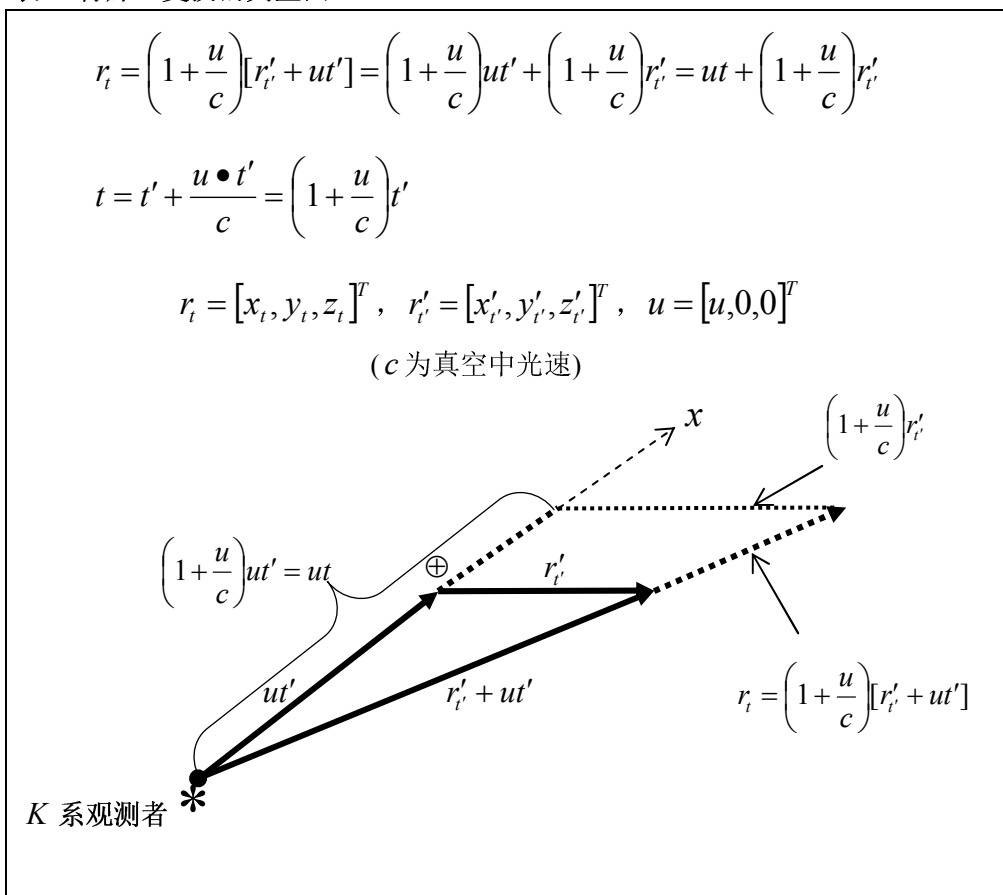


图 28 “哈勃定律”

另外，我们也可以通过特殊 Z 变换的矢量图直接导出哈勃定律的理论表达式。特殊 Z 变换的矢量图列于表 7。

表 7 特殊 Z 变换的矢量图



在表 9 中，令 $r'_i = 0$ ，就得到一维的特殊 Z 变换，列于表 8。

表 8 $r'_i = 0$ 时的一维特殊 Z 变换的矢量图

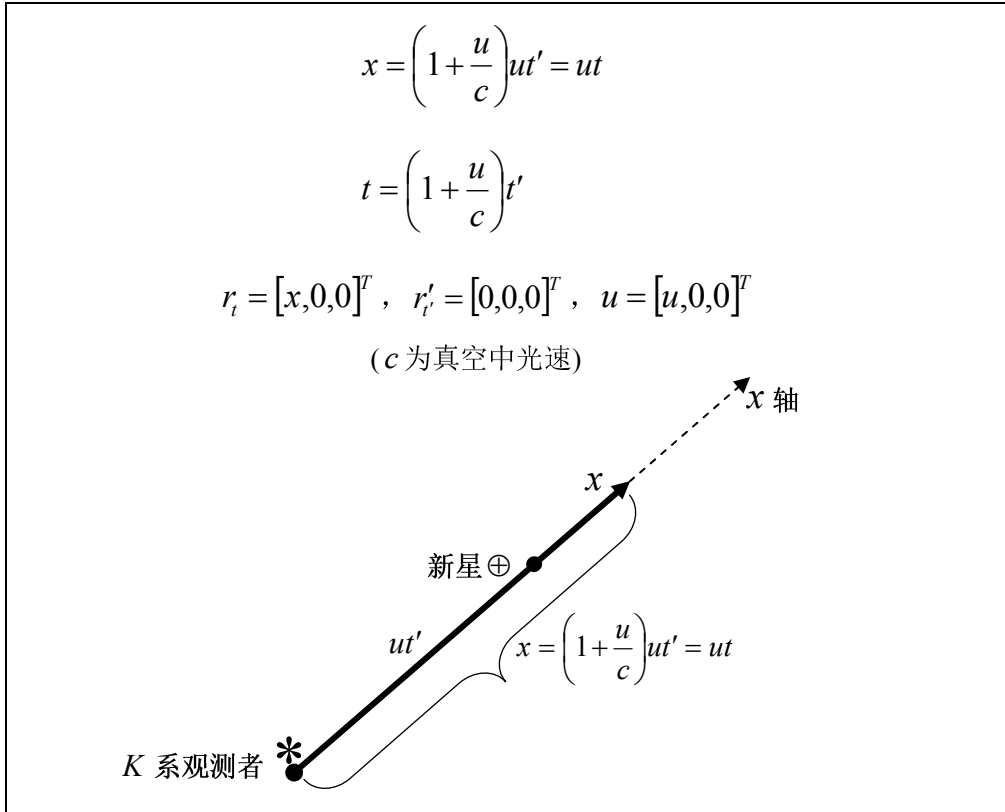


表 8 中公式 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right) ut' = ut$ 的 $x = \left(1 + \frac{u}{c}\right) ut'$ 部分就是哈勃定律的理论表达式：

$$x = \left(1 + \frac{u}{c}\right) ut' = \frac{t'}{c} u^2 + t' u$$

由此式可以求得爆发新星 \oplus 的 ‘(宇宙) 时刻’ t' ：

$$t' = \frac{x}{\left(1 + \frac{u}{c}\right) u}$$

或者是：将哈勃定律的理论表达式 $f(x, u, t') = \frac{x}{\left(1 + \frac{u}{c}\right) u} - t' = 0$ 绘制成诺模图 (nomograph)，

便可在该诺模图上根据观测到的 x 及 u 确定爆发新星 \oplus 的时刻 t' ，从而计算出观测到新星 \oplus 的时刻 t ：

$$t = \left(1 + \frac{u}{c}\right) t' = \frac{x}{u}$$

参 考 文 献

- [1] 《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，周方/著 经济科学出版社 2014年版
- [2] 《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，(第二版)，周方/著 经济科学出版社 2016年版
- [3] 周方：《新牛顿力学时空变换—周方变换（广义的伽利略变换）》
(The Transformation of Space-time for the Neo-Newtonian Mechanics)
<http://www.vixra.org/pdf/1209.0089v1.pdf>

Two Methods of Physical-Mathematical Derivation for Zhoufang Transformation (Z-Transformation)

Zhoufang

(Chinese Academy of Social Sciences)

Abstract Zhoufang Transformation (Z-Transformation) is the only objectively existing in nature transformation of space (the co-ordinates of material points) and time (the parameter of events) for the case of observers' mutual uniform translatory motion and limited light velocity, and actually underlies the theoretical and methodological basis for the motion observation theory. The article presents two methods of physical-mathematical derivation for Zhoufang Transformation (Z-Transformation). One method relies on algebra means, and the other on vector analysis as well.