

Hipótesis de la materia: “Solo ondas”.

by Ernesto López González (Ingeniero Agrónomo),
c/ Pablo Neruda 78, Portal 9 4º A 28922 Alcorcón Madrid España.

ernesto@justwaves.es

Enero 2017, Revisado Enero 2020

Resumen Se propone una nueva hipótesis de la materia y la energía. El postulado principal es que toda la materia y la energía están compuestas por vibraciones del espacio-tiempo, que está formado por una única 5-brana extendida en las tres dimensiones espaciales y compactada en dos dimensiones adicionales hasta un orden de 10^{-6} m. Se postula también la existencia de un agujero central en el plano de las dimensiones compactadas. Se considera que la sustancia que forma esta 5-brana presenta propiedades similares a las de un cristal líquido. Se postula también que todas las interacciones provienen de la modificación del espacio-tiempo causada por las vibraciones que conforman la materia y la energía. En concreto se analizan tres mecanismos: el arrastre, la deformación y la modificación del índice de refracción del espacio-tiempo. Con estos postulados y planteando la ecuación de onda se puede deducir la longitud de onda de D'Broglie, el principio de incertidumbre, la carga y la masa del electrón únicamente a partir de su masa, el origen de la masa inercial y gravitatoria, la fuerza centrífuga, las fuerzas eléctricas, los orbitales del átomo de hidrógeno y la existencia de un sistema de partículas elementales formadas por los tres neutrinos conocidos, el electrón y cuatro partones formados por la combinación de los cuatro anteriores con ondas de superficie en el hipotético agujero central del plano de las dimensiones compactadas. Se estiman las masas de esas partículas así como la fuerza de sus interacciones. (Las masas de los neutrinos se estiman en 0.01983, 0.0283 y 0.07356 eV) Es posible de esta manera plantear un sistema para los hadrones que permite estimar sus masas, momentos magnéticos, distribución interna de cargas y el potencial para la fuerza nuclear residual. Se estima que todos los mesones deben ser inestables y que el barión más estable debe estar formado por 54 partones (protones y neutrones). Finalmente se proporciona una explicación intuitiva del espín de las partículas.

Hypothesis of matter: “Just waves”.

by Ernesto López González (Agronomist)
c/ Pablo Neruda 78, Portal 9 4º A 28922 Alcorcón Madrid España.

ernesto@justwaves.es

January 2017, revised January 2020

Abstract A new hypothesis of matter and energy is proposed. The main postulate is this, all matter and energy are composed of vibrations of space-time, which is formed by a single 5-brane extended in the three spatial dimensions and compacted in two additional dimensions up to an order of 10^{-6} m. It also postulates the existence of a central hole in the plane of compacted dimensions. The substance forming this 5-brane is considered to have properties similar to a liquid crystal. It is also postulated that all interactions are originated from the modification of space-time caused by the vibrations that forming matter and energy. In particular we analyze three mechanisms: the drag, deformation and the modification of the index of refraction of the space-time. With these postulates and by resolving the wave equation we can deduce the D'Broglie wavelength, the uncertainty principle, the charge and mass of the electron only from its mass, the origin of inertial and gravitational mass, the centrifugal force, the electric forces, hydrogen atom orbitals and the existence of a system of elementary particles formed by the three known neutrinos, the electron and four partons formed by the combination of the previous four with surface waves in the hypothetical central hole in the plane of the compacted dimensions. The masses and the strength of the interactions of these particles are estimated (Neutrino masses are estimated at 0.01983, 0.0283 and 0.07356 eV). Then it is possible to propose a system for hadrons that allows to estimate their masses, magnetic moments, internal distribution of charges and the potential for the residual nuclear force. It was estimated that all mesons must be unstable and that the most stable baryon must be composed of 54 partons (proton and neutron). Finally an intuitive explanation of the spin of the particles is provided.

Hipótesis de la materia “Solo ondas”.

0. Como leer este trabajo.

A pesar de los grandes éxitos alcanzados por la Física en el último siglo, lo cierto es que disponemos de dos grandes teorías para describir la realidad que son incompatibles entre si (Teoría de la Relatividad General y Mecánica cuántica). Estas incompatibilidades se han acrecentado con el paso del tiempo y han conducido al desarrollo de teorías e hipótesis que o bien se basan en la acumulación de parámetros libres sin fundamentación teórica (masas, cargas, espines,.. del modelo estándar) o bien presentan postulados imposibles de comprobar actualmente (Teorías de cuerdas,...). Todas estos intentos de conciliar lo más pequeño con lo más grande comparten la incapacidad de efectuar predicciones básicas. El hecho de que muchísimos profesionales muy inteligentes y muy formados no hayan conseguido avances significativos en la comprensión profunda de la materia y energía desde los años 30 obliga a efectuar una revisión profunda de los principios en los que basamos la Física a día de hoy. *Solo reinterpretando profundamente algunos de estos principios será posible avanzar en nuestro conocimiento de la Creación.* Esto significa que el lector encontrará afirmaciones que tenderá inmediatamente a rechazar. Yo le rogaría que tuviese la paciencia necesaria para visualizar la hipótesis aquí expuesta en su conjunto, la cual posee una coherencia interna muy elevada, pero que ha sido expuesta cronológicamente siguiendo los razonamientos que permitieron su desarrollo.

Por otro lado esta reinterpretación profunda es mucho más fácil que sea desarrollada por un no experto. Esto va a producir que el lenguaje utilizado puede resultar un poco chocante, por ejemplo cuando se afirma que la materia esta compuesta de ondas gravitacionales, cualquier persona con un mínimo conocimiento de las ciencia físicas tenderá inmediatamente a dejar de leer. Lo que pretendo destacar utilizando este lenguaje es que las partículas están conformadas por vibraciones del espacio-tiempo, ya que al plantear las ecuaciones en un número distinto de dimensiones las constantes varían. (En la hipótesis aquí expuesta por ejemplo la constante G se reduce a un número muy similar a la unidad). O bien cuando se afirma que el espacio-tiempo se comporta como un fluido similar a un cristal liquido no se está diciendo que el espacio-tiempo *sea* un cristal liquido, se está proporcionando al lector una visión intuitiva (En realidad intento explicar que el espacio-tiempo se comporta de manera anisotrópica en las dimensiones compactadas y que la velocidad de las ondas es linealmente dependiente de su frecuencia), y así con todo lo que pueda resultar extraño. Dentro de esta reinterpretación las interacciones se han reformulado totalmente, por ejemplo el significado de fuerza electrodébil es muy diferente al utilizado normalmente.

Las aplicaciones particulares de la hipótesis pueden estar equivocadas, por ejemplo, se postula que el muón está formado por tres ondas, incluyéndolo así entre los hadrones. Esto puede no ser cierto, pero no debería influir en los principios generales de la hipótesis.

Finalmente indicar que los cálculos realizados son relativamente simples y se basan en aproximaciones lineales, que no obstante consiguen resultados muy cercanos a los reales. Por tanto, este trabajo debe leerse como una exposición de ideas que permiten alcanzar los principios básicos de la teoría cuántica (que debe ser reinterpretada) a partir de razonamientos que tienen como base la relatividad general (que también debe ser reinterpretada, especialmente el origen de la curvatura del espacio-tiempo).

A. Indicios.

1.Introducción. La teoría de Kaluza-Klein.

La teoría de Kaluza-Klein pretende unificar las 2 fuerzas fundamentales de la gravedad y el electromagnetismo mediante la introducción de una cuarta dimensión espacial. Fue enunciada por primera vez por el matemático polaco Kaluza, el cual extendió la relatividad general a un espacio-tiempo de 5 dimensiones. Las ecuaciones resultantes pueden dividirse en varios grupos de ecuaciones, uno de ellos se corresponde con las ecuaciones de campo de Einstein (gravedad), otro con las ecuaciones de Maxwell (electromagnetismo) y finalmente un campo escalar de significado físico poco claro.

Es decir, el mero hecho de que cada partícula tenga libertad para moverse a través de una dimensión adicional permite la unificación de la gravedad con el electromagnetismo. A pesar de este resultado espectacular la teoría adolecía de un grave problema, y es que, ¿donde se encuentra esta 4º dimensión?. Si el mundo poseyese 4 dimensiones espaciales la gravedad disminuiría con el cubo de la distancia, circunstancia que contradice la experiencia diaria, ya que disminuye con el cuadrado de la distancia.

Con el fin de intentar explicar porque la dimensión extra no afecta a las leyes físicas Oscar Klein en 1926 propuso que la 4º dimensión espacial se encuentra curvada sobre sí misma en un círculo de radio extremadamente pequeño (por debajo de 10^{-18} m) de tal manera que una partícula que se mueva una pequeña distancia en la dirección de esta dimensión debería retornar al punto de inicio. La distancia que una partícula debe viajar antes de retornar a su punto de inicio se define como el tamaño de esa dimensión y esta dimensión extra se dice que esta compactada

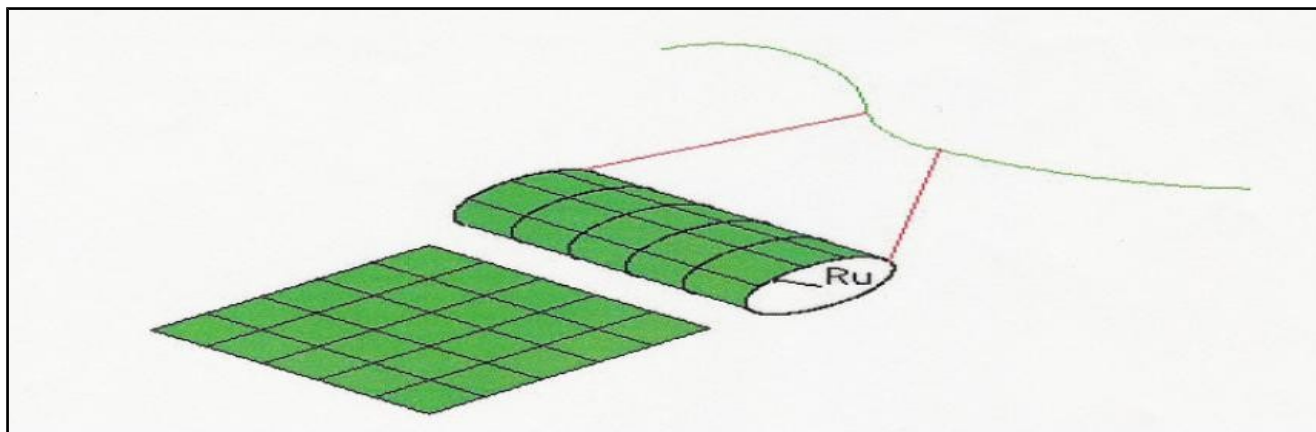


Figura 1. Proceso de compactación de una dimensión y ejemplo de como un cilindro tridimensional aparenta un hilo unidimensional cuando el radio de compactación es suficientemente pequeño.

Por tanto a partir de ahora deberíamos representamos el espacio-tiempo como si en cada punto existiese un pequeño círculo en el cual las partículas se pueden mover libremente. En la teoría de Kaluza-Klein la pura geometría de un espacio-tiempo de 5 dimensiones vacío (sin masa) conduce a las ecuaciones de un mundo tetradimensional con masa. Lamentablemente la aplicación de dicha teoría al estudio del electrón proporciona una relación masa-carga que difiere de la experimental unos 20 ordenes de magnitud, razón por la cual fue abandonada en gran parte durante varias décadas.

2.Consideraciones a la teoría de Kaluza-Klein

La curvatura de una dimensión exige la existencia de otra sobre la que curvarse, como puede comprobarse simplemente dibujando un círculo. Si nos centramos en la hipotética 4ª dimensión espacial de topología circular de la teoría de Kaluza-Klein tenemos 2 opciones:

1. La 4ª dimensión espacial se curva sobre alguna de las dimensiones espaciales conocidas, lo que provocaría que el espacio no fuese isótropo (las leyes de la Física cambiarían según las direcciones espaciales), circunstancia que contradice la experiencia.
2. La 4ª dimensión espacial se curva sobre otra dimensión espacial extra también compactada, como por ejemplo en el caso de un toroide. Es fácil ver que, independientemente de su número, podemos separar las dimensiones en 2 grandes grupos, las extendidas y las compactadas.

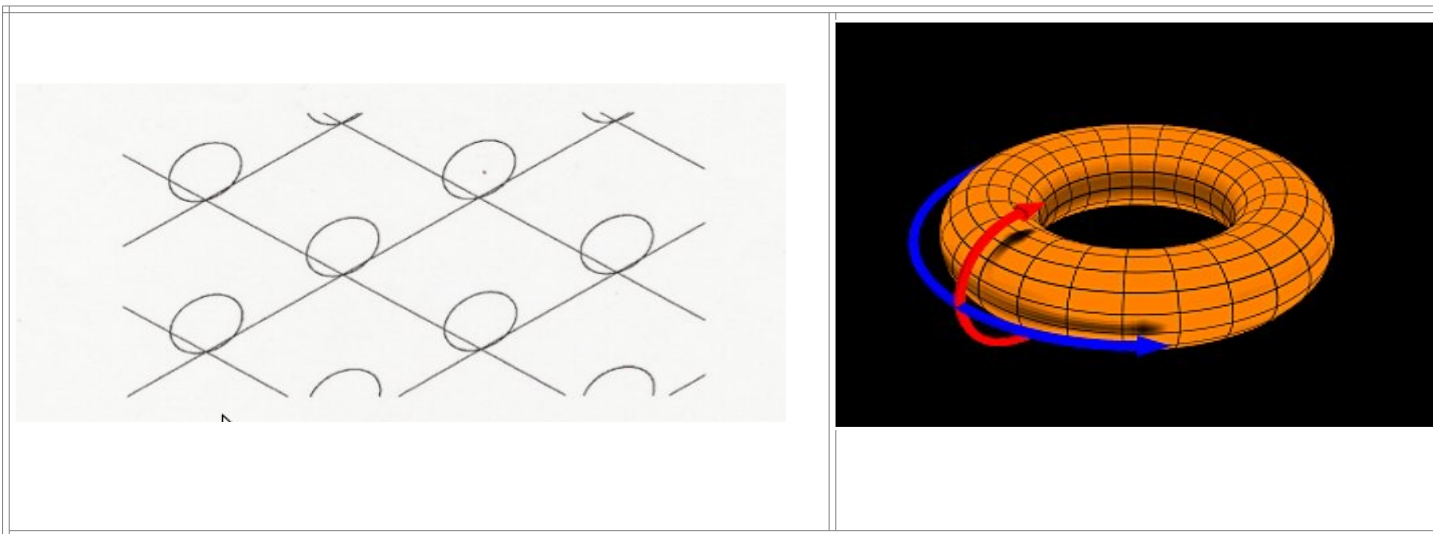


Figura 2. Representación de una hipotética cuarta dimensión espacial arrollada sobre una dimensión extendida o sobre otra dimensión compactada.

3.Significado físico de las 2 dimensiones espaciales adicionales

3.1 La fórmula relativista de la energía.

La fórmula relativista de la energía de un cuerpo en movimiento es:

$$E^2 = (m_0 c^2)^2 + (pc)^2 \quad \text{donde:}$$

- E = Energía de un cuerpo en movimiento
- m_0 = masa en reposo del cuerpo
- c = velocidad de la luz
- p = momento lineal del cuerpo, igual al producto de la masa por la velocidad.

Si escribimos la energía en función de las componentes de la velocidad V_x , V_y y V_z tendremos:

$$E^2 = (m_0 \cdot c \cdot c)^2 + (m_0 \cdot c \cdot V_x)^2 + (m_0 \cdot c \cdot V_y)^2 + (m_0 \cdot c \cdot V_z)^2$$

ecuación que sugiere que todos los cuerpos se mueven a la velocidad de la luz en una dirección perpendicular a V_x , V_y y V_z . "Euclidean Equivalent of Minkowski's Space-Time Theory and the

Corresponding Model of Elementary Particles (“Cuantex” Model)". Alcerro (2018).

Desde este punto de vista el término m_0c^2 se puede identificar con la energía debida a un movimiento en el plano de las dimensiones adicionales.

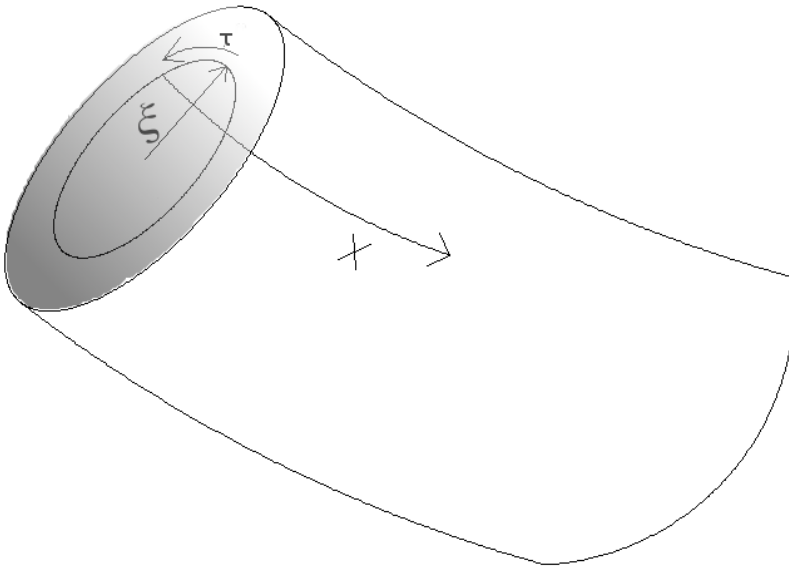


Fig. 3 Sistema de coordenadas compactadas.

Este movimiento a la velocidad de la luz de las partículas elementales sería en la dirección τ .

Ahora bien, debido a la topología circular de la dimensión adicional dicho movimiento visto perpendicularmente desde las otras dimensiones expandidas debería percibirse como una vibración.

Considerando la modificación propuesta en 1913 por Albert Einstein y Otto Stern de la formula deducida en 1900 por Max Plank para un radiador de energía aislada tenemos:

$$E = \frac{h \cdot \nu}{e^{K \cdot T} - 1} + \frac{h \cdot \nu}{2}$$

donde:

h = constante de Plank , K = constante de Boltzman , ν = frecuencia T = temperatura absoluta

se puede observar que incluso a la temperatura del cero absoluto cualquier partícula posee una energía residual de vibración igual a:

$$E_r = \frac{h \cdot \nu}{2}$$

Podemos igualar las 2 energías $E = m_0c^2$ y $E_r = \frac{h \cdot \nu}{2}$. Resultando entonces:

$$m_0c^2 = \frac{h \cdot \nu}{2} \text{ y por tanto } \nu = \frac{2 \cdot m_0c^2}{h} . \text{ Ligando la masa de las partículas elementales a una frecuencia.}$$

Si la trayectoria fuese circular y suponiendo que todas las partículas viajan a la velocidad de la luz se

puede deducir el radio de dicho movimiento circular:

$$v = \frac{c}{2\pi\xi_0} \quad \text{y} \quad v = \frac{2m_0c^2}{h}, \quad \text{por tanto:}$$

$$\xi_0 = \frac{h}{4\pi m_0 c} = \frac{\bar{h}}{2m_0 c}$$

Para el caso del electrón tendríamos $\xi_e = \frac{\bar{h}}{2m_e c} = 1,93079616 \cdot 10^{-13} \text{ m}$

donde h representa la constante reducida de Planck y ξ el radio de la trayectoria circular a través de las dos dimensiones compactadas. El perímetro sería:

$$p_e = \frac{h}{2m_0 c}$$

lo que representa una semilongitud de onda de D'Broglie para una partícula que se desplace a la velocidad de la luz.

3.2 Interpretación de la masa como la inversa de una longitud.

La relación anterior proporcionaría una interpretación física de la masa en reposo como la inversa de una longitud.

$$\xi_0 = \frac{\bar{h}}{2m_0 c} = \frac{1,7588 \cdot 10^{-43}}{m_0} \quad \text{en unidades del S.I.}$$

Esta interpretación permite un nuevo punto de vista de fenómenos ya conocidos, por ejemplo si analizamos dimensionalmente la energía tendremos:

$$\text{Energía} = \text{Fuerza} \cdot \text{desplazamiento} = [M L T^{-2} \cdot L] = [L^{-1} \cdot L^2 T^{-2}] = [L T^{-2}]$$

es decir, proporciona para la energía gravitatoria unidades de aceleración, que coincide con el fenómeno que se manifiesta físicamente.

Si analizamos dimensionalmente la densidad tenemos:

Densidad = Masa/Volumen = $[L^{-4}]$ es decir, unidades de curvatura, coincidiendo con la teoría de la relatividad general que relacionaba directamente la densidad de materia-energía con la curvatura del espacio-tiempo.

Por otro lado si consideramos la ecuación que relaciona la curvatura escalar R con el tensor de materia-impulso T tenemos: $-R = \frac{8\pi G}{c^4} \cdot T$ donde el factor $\frac{8\pi G}{c^4} = 2,0766 \cdot 10^{-43}$ es del mismo orden de magnitud que el factor $\frac{\bar{h}}{2c} = 1,7588 \cdot 10^{-43}$.

3.4 La longitud de onda de D'Broglie.

El siguiente razonamiento ha sido tomado de "Euclidean Equivalent of Minkowski's Space-Time Theory and the Corresponding Model of Elementary Particles ("Cuantex" Model)" Alcerro Mena, Juan Carlos. (2018). Puede consultar en el punto 7.2 la deducción de la longitud de onda de D'Broglie según "Solo ondas"

La composición del movimiento circular en el plano de las dimensiones compactadas con cualquier desplazamiento en el resto de dimensiones conformaría trayectorias helicoidales

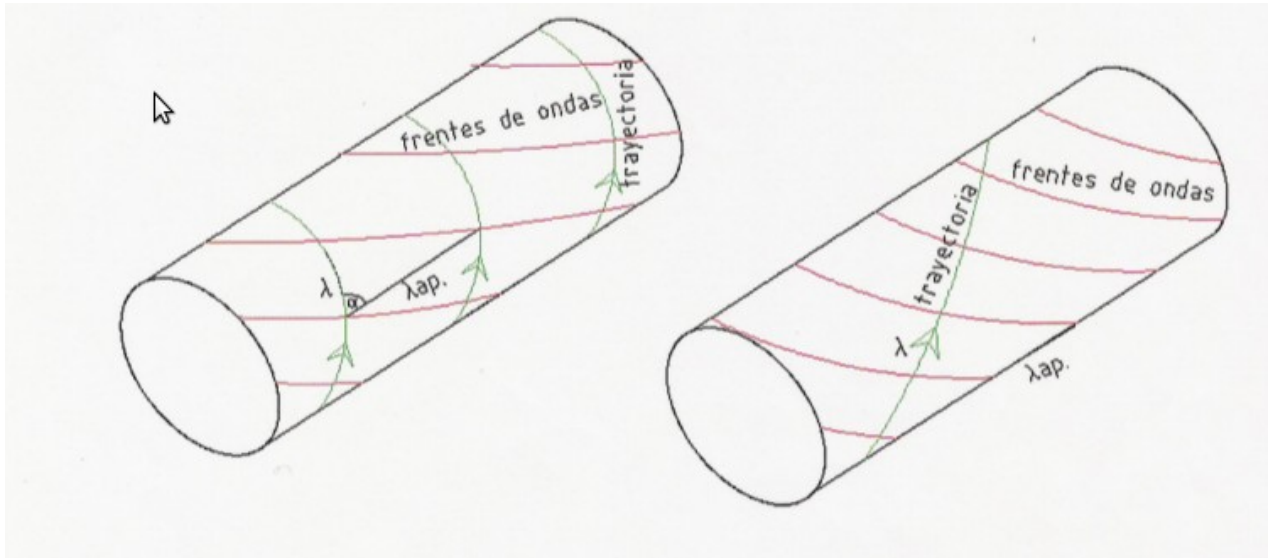


Fig 4. Trayectorias reales de las partículas en el espacio.

La onda transversal asociada a una partícula material que se moviese hipotéticamente a la velocidad de la luz tendría una longitud de onda igual a $\lambda_0 = \frac{h}{m_0 \cdot c}$:

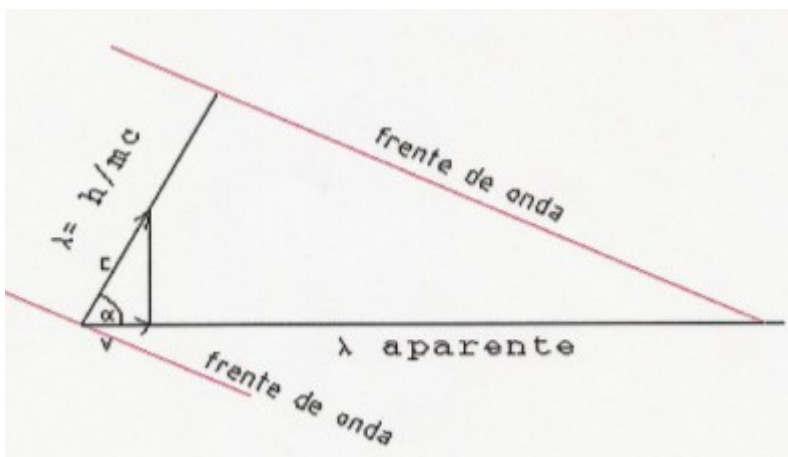


Fig 5. Triangulo de velocidades.

Sin embargo, para un observador tetradimensional que estudiase este fenómeno le parecería que a la partícula material tiene asociada una onda de longitud de onda λ aparente igual a la proyección sobre las dimensiones no compactadas.

De la figura 5: $\cos \alpha = \frac{v}{c}$ y $\cos \alpha = \frac{\lambda_0}{\lambda_{apa}} = \frac{m_0 \cdot c}{\lambda_{apa}}$, luego $\frac{v}{c} = \frac{m_0 \cdot c}{\lambda_{apa}}$ y finalmente:

$$\lambda_{apa} = \frac{h}{m_0 \cdot v}$$

Como la longitud de onda aparente es una dimensión en la dirección del movimiento aparecerá contraído por el efecto relativista $\lambda_{apa} = \frac{h}{m_0 \cdot v} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$, que coincide con la longitud de onda de D'Broglie para las partículas materiales.

3.4 Interpretación del principio de incertidumbre.

El principio de incertidumbre para la posición y el momento afirma que $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ por tanto la incertidumbre del momento debe satisfacer $\Delta p \geq \frac{\hbar}{2 \Delta x}$, si usamos la ecuación relativista que liga la energía con el momento $p = \gamma m_0 v$ cuando la incertidumbre del momento supera el valor de $m_0 c$ entonces la incertidumbre de la energía superaría el valor de $m_0 c^2$, suficiente para generar otra partícula del mismo tipo. Por tanto debe existir una limitación fundamental en la incertidumbre de la posición

$$\Delta x \geq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\hbar}{m_0 c} \right) \text{ o lo que es lo mismo } \Delta x \geq \xi_0.$$

Se infiere por tanto que el principio de incertidumbre deriva del hecho de estudiar fenómenos que suceden en 5 dimensiones espaciales como si se tratase de fenómenos con 3 dimensiones espaciales. No es de extrañar por tanto que la longitud de onda Compton represente la longitud que define el límite entre el comportamiento como partícula o como onda.

3.5 Influencia cualitativa de la curvatura del espacio en fenómenos que suceden a escalas muy superiores a la de las dimensiones compactadas.

En el análisis tradicional de la teorías del tipo Kaluza-Klein las constantes de las leyes físicas, ($\mu_0, G, \epsilon_0, \dots$) deben variar según el número de dimensiones en los que se expresen. Este convencimiento se ha basado en consideraciones similares a las que se exponen a continuación.

Si tomamos el equivalente a la ley de Gauss para el campo gravitatorio en su forma integral tenemos:

$$\oint_s E_g \cdot dS = 4\pi G \cdot m$$

"El flujo gravitatorio a través de una superficie cerrada es igual a la masa encerrada en dicha superficie multiplicada por $4\pi G$ ". Si suponemos una masa puntual y consideramos una esfera que la contiene tendremos:

$$4\pi r^2 \cdot E_{g5D} = 4\pi G \cdot m_0$$

Notese que la ecuación resultante es una ecuación tetradimensional, ya que $m_0 = \frac{\hbar}{2\xi_0 c}$, y por tanto

$$E = E(L_x, L_y, L_z, \xi_0)$$

Realizando un ejercicio de imaginación podemos suponer un mundo de 5D en el cual una de las

dimensiones espaciales extendidas se compactase linealmente hasta una extensión “a” tal y como se muestra en la figura 6. Veamos que ocurriría cuando los físicos de ese mundo analizaran la ley de Gauss en 4 D.

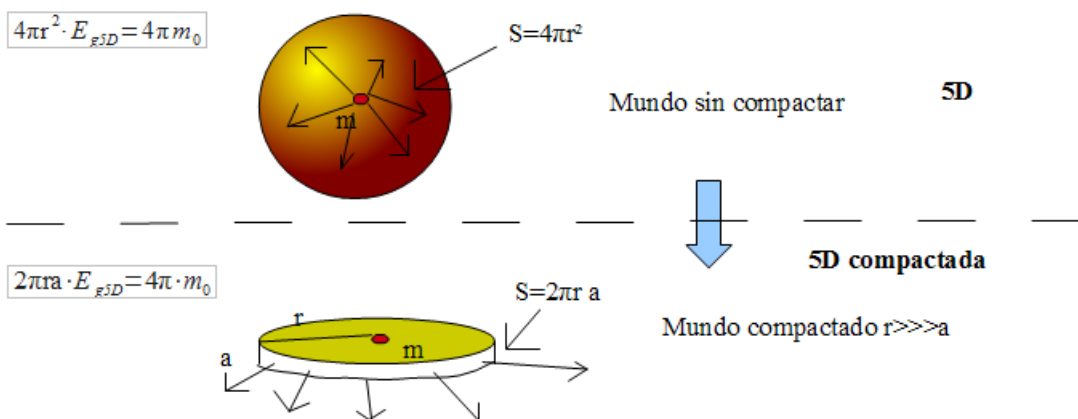
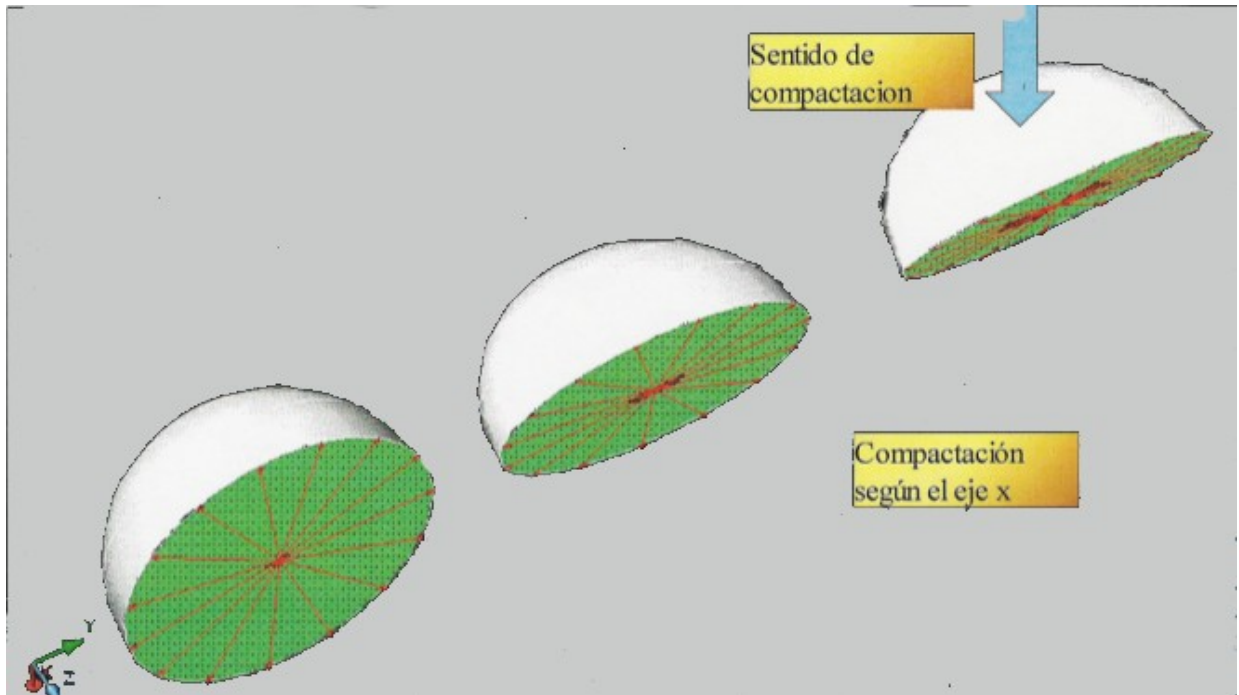


Fig 6. Efecto sobre la ley de Gauss al compactar linealmente una dimensión espacial.

Los científicos de este mundo plano de 4D medirían un campo E_g y le intentarían aplicar la ley de Gauss obteniendo el siguiente resultado:

$$2\pi r \cdot E_{g4D} = 4\pi \cdot m_0 \quad \mathbf{4D}$$

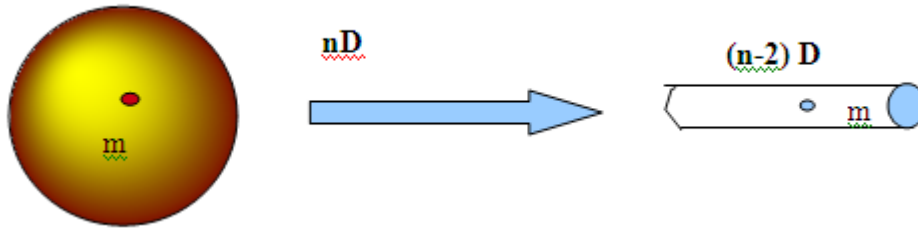
Igualando las ecuaciones en 5 y 4 dimensiones tendremos:

$$2\pi r \cdot E_{g4D} = 2\pi r a \cdot E_{g5D} \quad \text{luego} \quad E_{g4D} = a \cdot E_{g5D}$$

Como E_{g4D} tiene que ser igual a E_{g5D} habría que añadir una constante para que la formula en 4D proporcionase un resultado correcto:

$$2\pi r \cdot E_{g4D} = 4\pi a \cdot m_0, \text{ es decir aparece una constante de gravitación } G = a.$$

Como a es muy pequeño el campo medido al compactar una dimensión es mucho menor. En el caso de dos dimensiones que se compactan en un círculo de radio "a" tendríamos:



$$4\pi a^2 \cdot E_{g3D} = m_0 \text{ y } 2 E_{g1D} = m_0 \rightarrow E_{g1D} = 2\pi a^2 \cdot E_{g2D}$$

Nota: La superficie 0D de una esfera unidimensional es igual a 2.

Es decir al compactar circularmente una dimensión el campo quedaría alterado en un factor igual a $2\pi a^2$, lo que nos permitiría estimar el radio de las dimensiones compactadas de la relación:

$$G \approx 2\pi \cdot R_u^2 \rightarrow R_u \approx \sqrt{\frac{G}{2\pi}} \approx 3 \cdot 10^{-6} m$$

Resulta evidente que dado que se ha utilizado la aproximación para espacio plano del campo gravitatorio la estimación del radio de las dimensiones compactadas no puede ser muy exacta, pero permitiría conocer el orden de magnitud de éstas.

Por otro lado, los fenómenos que suceden a escalas inferiores siguen la ley de la inversa del cubo, por lo que aparentan tener mayor intensidad. En definitiva, la curvatura actuaría como una lente convergente, disminuyendo la intensidad de los fenómenos lejanos e incrementando la intensidad aparente de los que suceden a escalas muy pequeñas, lo que al menos de manera cualitativa podría justificar la diferencia de escalas entre las 4 fuerzas fundamentales de la Naturaleza.

Si tenemos en cuenta que según los postulados de este trabajo las dimensiones de la masa son los de la inversa de una longitud nos quedaría $[G] = L^3 M^{-1} T^{-2} = L^4 T^{-2}$ e interpretando el tiempo como una longitud: $[G] = L^2$.

En consecuencia la curvatura del espacio-tiempo hexadimensional justifica la relación entre la masa inercial y la masa gravitatoria cuando hablamos de fenómenos que suceden a escalas muy superiores al tamaño de las dimensiones espaciales compactadas. Por tanto la mayor parte de las constantes deberían desaparecer cuando efectuamos los cálculos en 6D. ($\hat{\mu}_{0g} = 1, \hat{G} = 1, \dots$).

4. Origen del campo eléctrico.

Nota: Aunque el verdadero origen del campo eléctrico no es este, los conceptos aquí mostrados son fundamentales para la comprensión de la hipótesis en su conjunto, por lo que se desarrollan aquí.

4.1 Sobre el gravitomagnetismo.

Si escribimos las ecuaciones del gravitomagnetismo comparándolas con las ecuaciones de Maxwell.

GRAVITOMAGNETISMO	ELECTROMAGNETISMO
$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_g = -4\pi G\rho$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_g = 0$	$\nabla \cdot B = 0$
$\vec{\nabla} \times \vec{E}_g = \frac{-1}{c} \frac{\partial \vec{B}_g}{\partial t}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\nabla \times B_g = \frac{-4\pi G}{c} \cdot \vec{j}_m + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}$	$\nabla \times B = \mu_0 \cdot \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

A pesar de las evidentes similitudes las ecuaciones del gravitomagnetismo se diferencian en dos signos de las ecuaciones de Maxwell, el primero indica que solo pueden existir fuerzas atractivas entre las masas, la segunda indica que *dos corrientes de masa que circulan en el mismo sentido se repelen* al contrario de lo que sucede en el electromagnetismo en el que se atraen.

4.2 Campo gravitomagnético producido por las partículas elementales.

Las partículas elementales girando en trayectorias muy pequeñas a la velocidad de la luz deben producir un campo de inducción B_g considerable provocando un campo de fuerzas que cualitativamente es similar al campo eléctrico, tal como se muestra en la figura n° 7.

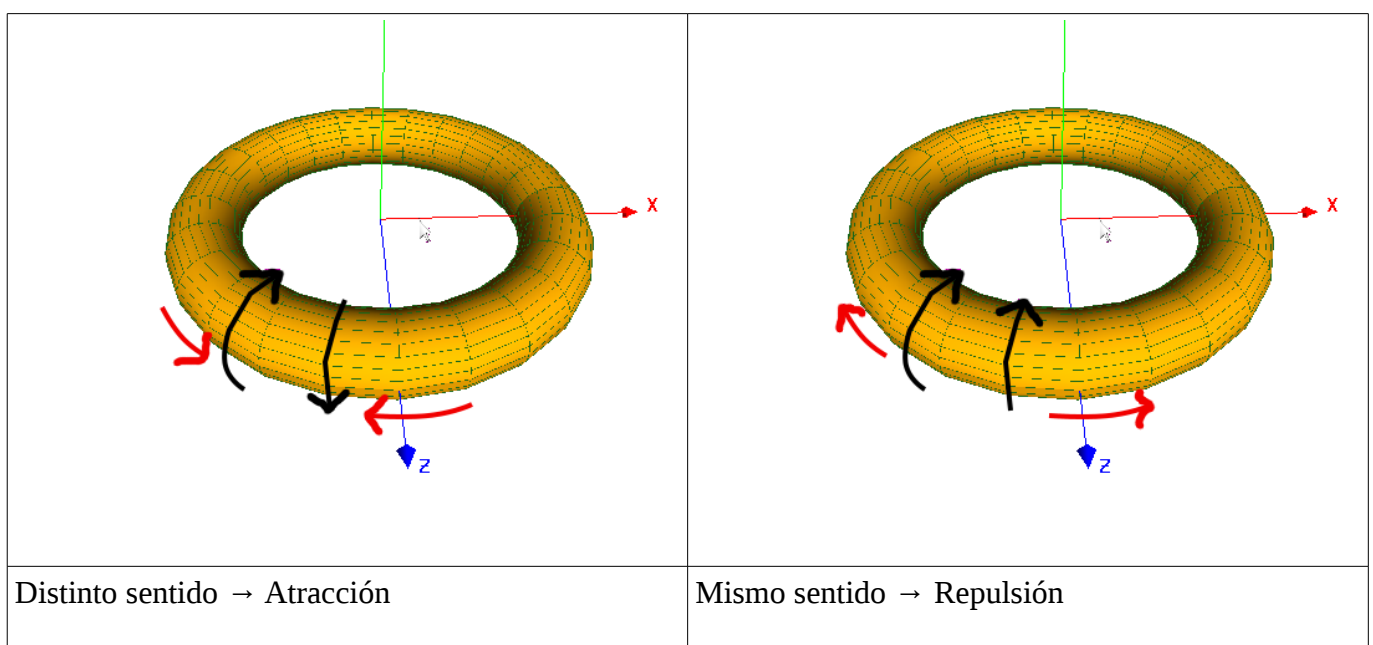


Fig 7. Ejemplo en 3 dimensiones de como un movimiento circular de una masa puede provocar la ilusión de la existencia de una carga eléctrica.

Como habíamos visto en el capítulo anterior las leyes del gravitomagnetismo expresados en seis dimensiones no deben necesitar de ninguna constante, o, lo que es lo mismo la constante gravitatoria en 6D debe ser $\hat{G}=1$.

Para calcular el campo de inducción generado por las partículas elementales se puede asimilar al campo generado por una espira circular.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad \text{ELECTROMAGNETISMO 5D} \quad B = B(L_x, L_y, L_z, M, T) \quad *$$

$$B_g = \frac{-4\pi \hat{G}}{c} \cdot \frac{i_g}{2R^2} \quad \text{GRAVITOMAGNETISMO 6D} \quad B = B(L_x, L_y, L_z, \xi, \eta, T)$$

* Nota: Si consideramos la masa como la inversa de una longitud cualquier ecuación que contenga la dimensión masa (ó carga eléctrica, ya que la relación carga/masa es constante para cada tipo de partículas elementales) se debe considerar como una ecuación en 5 dimensiones, 4 espaciales más una temporal.

Si el campo eléctrico es la expresión en 5D del campo gravitomagnético en 6D entonces $B=B_g$

$$\frac{B}{B_g} = \frac{\mu_0 2cR^2}{-4\pi \hat{G} \cdot 2R} \cdot \frac{i}{i_g} = 1$$

la relación entre la intensidad eléctrica y la intensidad gravitatoria es la misma que la relación entre la carga y la masa de una partícula elemental. Por tanto se puede escribir:

$$\frac{\mu_0 cR}{-4\pi \hat{G}} \cdot \frac{q}{m_0} = 1$$

Teniendo en cuenta que hemos postulado que $\hat{G}=1$ y que $R = \xi_e = \frac{\bar{h}}{2 m_e c} = 1,93079616 \cdot 10^{-13}$

$$\frac{\mu_0 c \xi_e}{-4\pi} \cdot \frac{q_e}{m_e} = 1$$

$$\frac{q_e}{m_e} = 1,72759870 \cdot 10^{11} \quad \text{en unidades del S.I.}$$

Si comprobamos la relación experimental carga-masa del electrón tendremos:

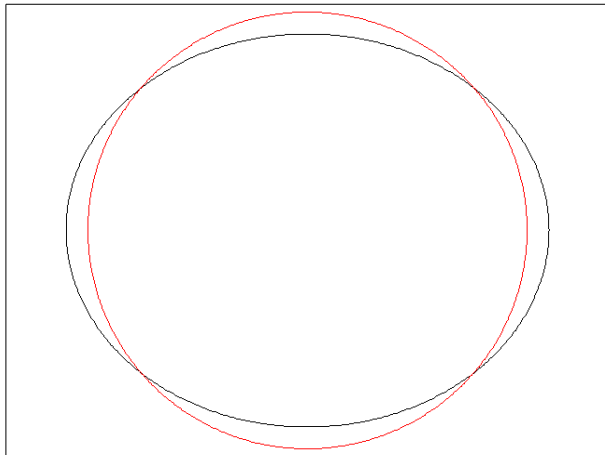
$$\frac{q}{m_0} = \frac{e}{m_{e0}} = \frac{1,602176 \cdot 10^{-19}}{9,10938291 \cdot 10^{-31}} = 1,75881946 \cdot 10^{11}$$

que difiere en un 1,8% del valor estimado.

Por tanto, al considerar la masa como la inversa de una longitud es posible salvar la principal dificultad que presentaba la teoría de Kaluza-Klein.

Es de observar que simplemente considerando un valor de $\hat{G} = 1,01807176$ se puede obtener un valor de la relación carga-masa del electrón correcta.

4.3 Topología elíptica de las dimensiones compactadas.



La forma más sencilla de incrementar la inducción magnética manteniendo el perímetro recorrido consiste en deformar la trayectoria circular a una elipse. En efecto, si observamos la expresión que permite calcular la inducción magnética en el centro de una espira de corriente elíptica tendremos:

$$B_z = \mu_0 I \frac{l}{4S}$$

donde l = perímetro, S = superficie, I = Intensidad eléctrica.

Para estimar la longitud se ha utilizado la siguiente formula aproximada:

$$L \approx \pi(3(a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)})$$

Si elegimos una espira circular de radio unidad y la deformamos manteniendo el perímetro constante basta con elegir una espira de semiejes $a=1,10576$ y $b=0,8883$ para incrementar la relación longitud-superficie y por tanto el campo de inducción magnética B por un factor de 1,018068, lo que proporcionaría el valor correcto de relación masa-carga para el electrón.

Se ha estimado la longitud de la elipse obtenida anteriormente mediante la relación:

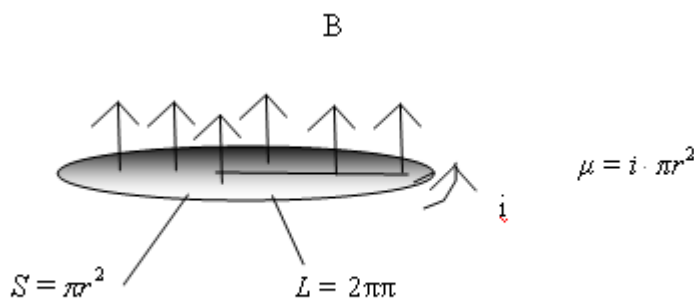
$$L = 4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

donde e representa la excentricidad de la la elipse. Se ha encontrado que el error cometido al utilizar la formula aproximada es de $3,42 \cdot 10^{-6}$ por uno.

No obstante es posible seguir utilizando la hipótesis circular en muchos casos simplemente manteniendo la constante $\hat{G} = 1,01807176$, que ahora se considera un factor de forma.

4.4 Ejemplo de aplicación. Momento magnético intrínseco del electrón.

Veamos como se pueden convertir las formulas electromagnéticas 5D a gravitomagneticas 6D.



La expresión del momento gravitomagnético debería ser análogamente el producto de la intensidad

másica por la superficie abrazada por la espira. Sin embargo como las distancias involucradas son inferiores a G debemos utilizar formulas referidas a 6 dimensiones.

Para convertir la formula a 6D partimos de la definición de momento magnético.

$$\mu = \frac{1}{2} \int r \times idl$$

Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Eliminar constantes(salvo aquellas que provengan de las leyes de Maxwell).

$$\mu = \int r \times idl$$

2. Dividir por r para pasar de 5D a 6D.

$$\mu = \frac{1}{r} \int r \times idl = i \int dl = i \cdot 2\pi R$$

3. Utilizar la intensidad másica en vez de la intensidad eléctrica.

$$\mu = i_m \cdot 2\pi R$$

4. Eliminar la constante electromagnética y sustituirla por la gravitomagnética, es decir, multiplicar

por el factor $\frac{-4\pi \hat{G}/c}{\mu_0}$.

$$\mu_g = \frac{-4\pi \hat{G}/c}{\mu_0} \cdot i_m \cdot 2\pi R$$

El flujo másico será $i_m = m_0 \cdot v$ donde $v = \frac{n^\circ \text{ vueltas}}{\text{segundo}} = \frac{c}{2\pi R}$ ya que habíamos postulado que el electrón viaja a la velocidad de la luz en las dimensiones compactadas.

Luego

$$\mu_g = \frac{-4\pi \hat{G}}{\mu_0 c} \cdot \frac{m_0 c}{2\pi R} \cdot 2\pi R = \frac{-4\pi \hat{G} m_0}{\mu_0}$$

sustituyendo para el caso del electrón y como $\hat{G} = 1,01807176$ tendremos

$$\mu_g = \frac{-4\pi \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 1,01807176}{4\pi \cdot 10^{-7}} = -9,2740055 \cdot 10^{-24} \text{ en unidades del SI.}$$

La estimación produce un valor muy similar al magnetón de Bohr , que es de $9,274 \cdot 10^{-24}$ en el mismo sistema de unidades.

Nota: La formula anterior puede también obtenerse fácilmente a partir de la expresión tradicional del momento magnético en función del espín $\mu = \frac{q}{2m} = \frac{q}{2m} S = \frac{q}{2m} \frac{\hbar}{2}$ y sustituyendo $\frac{q}{m} = \frac{-4\pi \hat{G}}{\mu_0 c} \cdot \frac{2mc}{\hbar}$

Sin embargo, de momento no puede explicarse el valor anómalo del momento magnético del electrón, lo que se hará más adelante en este trabajo.

5. Interpretación de los indicios.

Aunque es cierto que las interpretaciones de los indicios anteriores son discutibles, en conjunto parecen apuntar a un espacio-tiempo con tres dimensiones espaciales expandidas, dos dimensiones espaciales compactadas de topología elíptica relacionadas una de ellas con la inversa de las partículas realmente elementales (ξ) y la otra, a la que hemos llamado η , íntimamente relacionada con la coordenada imaginaria del espacio-tiempo de Minkowsky. Dichas dimensiones compactadas se encuentran en el orden de magnitud de micrómetros. Las constantes G , μ , ϵ , etc son debidas a la formulación en 3 dimensiones espaciales planas de un espacio de 5 dimensiones espaciales y por tanto, desaparecen o se simplifican enormemente cuando se efectúan los cálculos en 6 dimensiones (5 espaciales + tiempo) .

En este espacio las partículas elementales se mueven a la velocidad de la luz en trayectorias elípticas en el plano de las dimensiones compactadas con un perímetro igual al de media longitud de onda compton, lo que origina un campo gravitomagnético que es interpretado por nosotros como el campo electromagnético. Además, este giro en dimensiones extras permite explicar adecuadamente la longitud de onda de D'Broglie y el principio de incertidumbre.

Finalmente el hecho de que las partículas se desplacen a la velocidad de la luz nos llama a postular que lo que a nosotros nos parecen partículas en 3 dimensiones, no son sino ondas en un espacio de cinco dimensiones con una topología muy especial. Dichas ondas no pueden ser de otra naturaleza más que gravitatorias, ya que las corrientes de masa originan un campo de fuerzas similar al electromagnético.. Esta interpretación ha sido conocida como "Matter as gravitational waves" .

B. Matter as gravitational waves.

6.Las partículas como pulsaciones gravitomagnéticas.

6.1 Ecuación de ondas gravitomagneticas.

La ecuaciones del gravitomagnetismo son:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_g = -4\pi G\rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_g = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_g = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}_g}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_g = \frac{-4\pi G}{c} \cdot \vec{j}_m + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}$$

Si tenemos en cuenta que hemos postulado que $\hat{\mu}_{0g}$ tiene que ser igual a la unidad para 6D y por tanto $B=H$ podemos plantear las ecuaciones del gravitomagnetismo en ausencia de masas.

$$\vec{\nabla} \vec{E}_g = 0(a)$$

$$\vec{\nabla} \vec{H}_g = 0(b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_g = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_g}{\partial t} (c)$$

$$\nabla \times H_g = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t} (d)$$

Operando en (c) tenemos $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}_g) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_g}{\partial t} \right)$

por tanto $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_g = -\frac{1}{c} \frac{\partial (\nabla \vec{H}_g \times H_g)}{\partial t}$

y sustituyendo $\nabla \times H_g = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}$ y $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_g = \vec{\nabla}^2 \vec{E}_g$

nos queda $\boxed{\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g = \frac{-1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_g}{\partial t^2}}$

La velocidad de fase viene dada por $v_p = \frac{\omega}{k}$ lo que significa que $v_p = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}}} = c$ y por tanto:

$$\boxed{\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g + \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_g}{\partial t^2} = 0}$$

Análogamente podemos obtener:

$$\boxed{\vec{\nabla}^2 \vec{H}_g + \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \vec{H}_g}{\partial t^2} = 0}$$

Si suponemos que el campo tiene dependencia armónica con el tiempo de la forma

$$\boxed{\vec{\Psi} = |\vec{\Psi}_0 e^{-i\omega t}|}$$
 se llega a la conclusión:

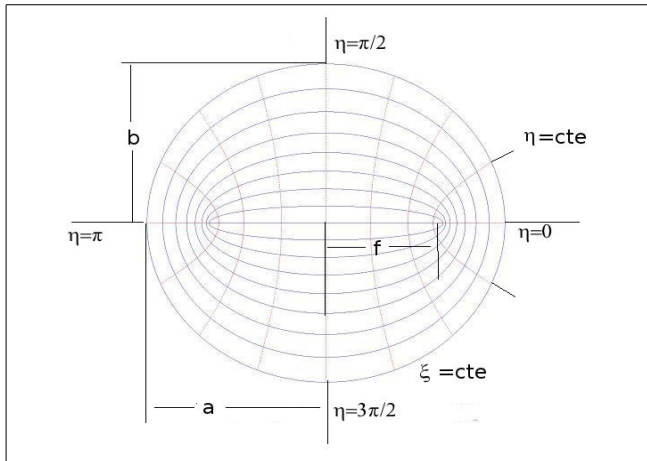
$$\boxed{\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g + \frac{\omega^2}{v_p^2} \vec{E}_g = 0}$$
 si llamamos número de onda k al cociente $\frac{\omega}{v_p}$ nos quedaría:

$\boxed{\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g + k^2 \vec{E}_g = 0}$ totalmente análoga a las ecuaciones de Helmholtz. y las soluciones son ondas senoidales.

6.2 Ecuación escalar de onda gravitomagnética en 6D.

Debido a la topología del espacio las ondas gravitomagnéticas no pueden desplazarse libremente, sino que deben ajustarse a unas condiciones de frontera muy estrictas. El fenómeno físico más parecido se encuentra en la transmisión de las ondas electromagnéticas a través de ondas guía circulares o elípticas, aunque en este caso el confinamiento se debe a la curvatura del espacio y no a unas paredes metálicas.

Se va a utilizar un sistema de coordenadas cilíndrico elíptico en 5D espaciales:



Dimensiones espaciales expandidas: Coordenadas cartesianas x, y, z .

Dimensiones espaciales compactadas: Coordenadas elípticas, las curvas con $\xi = cte$ representan elipses focales, mientras que las curvas $\eta = cte$ representan hipérbolas perpendiculares a las elipses anteriores. En el caso límite en que la distancia focal f se anula, es decir $f=0$, se reducen a coordenadas circulares, donde $radio(\xi), angulo(\eta)$

Fig 10. Coordenadas elípticas.

La relación entre coordenadas cartesianas y elípticas es la siguiente:

$$x = f \cosh \xi \cos \eta, \quad y = f \sinh \xi \sin \eta$$

La ecuación de onda hexadimensional sería:

$$(\nabla_{6D}^2 + k^2) \cdot H = 0$$

El laplaciano en coordenadas cilíndrico elípticas es separable, por lo que podemos asumir que:

$$H(\xi, \eta, x, y, z) = D(\xi, \eta) \cdot F(x, y, z)$$

Y como es habitual en los cálculos de ondas guía podemos descomponer el número de onda en 2:

$k^2 = \beta^2 + k_c^2$ donde β se denomina “constante de propagación” y k_c es el “número de ondas de corte” y representa la frecuencia mínima para que una onda pueda propagarse por la guía.

De tal forma que podemos obtener 2 ecuaciones:

$$\frac{\nabla_{\xi, \eta}^2 D(\xi, \eta)}{D(\xi, \eta)} + k_c^2 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\nabla_{3D}^2 F(x, y, z)}{F(x, y, z)} + \beta^2 = 0$$

La primera ecuación representa el problema en las dimensiones compactadas, mientras que la segunda representa el problema en las dimensiones extendidas.

6.3 Solución para las dimensiones compactadas. Neutrinos, electrón y hadrones.

En el sistema de coordenadas elípticas (3) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\frac{2}{f^2(\cosh(2\xi) - \cos(2\eta))} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right) D + k_c^2 \cdot D = 0$$

Y suponiendo que D puede escribirse como $D(\xi, \eta) = G(\xi) \cdot N(\eta)$ nos quedaría:

$$\frac{1}{G} \frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} + \frac{k_c^2}{2} f^2 \cosh(2\xi) = \frac{-1}{N} \frac{\partial^2 N}{\partial \eta^2} + \frac{k_c^2}{2} f^2 \cos(2\eta)$$

que puede ser separada mediante una constante que llamaremos a (No confundir con el semieje mayor de la elipse)

$$G'' - (a - 2q \cosh 2\xi) G = 0$$

$$N'' - (a - 2q \cos 2\eta) N = 0$$

donde se ha definido:

$$q = \frac{k_c^2 f^2}{4} \text{ y la constante de separación } a \text{ solo depende del parametro } q, \text{ es decir } a = a(q).$$

Es notable observar que para el caso límite en que $q=0$ todas las soluciones se reducen a las ya conocidas como funciones de Bessel.

Visión intuitiva de las posibles soluciones.

Existen infinitas soluciones a este sistema de ecuaciones diferenciales. De una manera rápida podemos clasificarlas según los siguientes criterios:

La segunda ecuación representa la dependencia “angular” de la ecuación anterior y es conocida como ecuación de Mathieu, mientras que la primera ecuación representa la dependencia “radial” y es conocida como ecuación modificada de Mathieu.

Según el orden de las funciones m.

Según el signo del parámetro q.

Según su paridad.

De primera o segunda especie atendiendo a su crecimiento.

Como ejemplo se dibujan más abajo funciones con valor absoluto del parámetro q igual a 10.

Angulares				
	Pares. ce		Impares. se	
	Orden 1	Orden 2	Orden 1	Orden 2
$q > 0$				
$q < 0$				

Radiales orden 1				
	Primera especie		Segunda especie	
	Pares	Impares	Pares	Impares
$q > 0$ Oscilantes	 Je	 Jo	 Ne	 No
$q < 0$ Evanescentes	 Ie	 Io	 Ke	 Ko

No solo existen infinitas soluciones independientes entre sí, sino que las combinaciones lineales de estas soluciones también son soluciones posibles. Ahora bien, ¿cuales de estas soluciones pueden corresponder a partículas? La solución vendrá de las condiciones de contorno.

En primer lugar hay que considerar que estamos intentando describir el movimiento de una partícula-pulsación que sigue trayectorias elípticas debido a la topología del espacio. Esto prohíbe las funciones radiales periódicas, que implicarían un desplazamiento radial de la onda, luego por fuerza **q debe ser negativa**.

En cuanto al orden de las funciones la exigencia de poseer la menor energía posible (al menos en las partículas estables) exige que el orden sea igual a $\frac{1}{2}$.

Nos quedan por tanto para las soluciones angulares las funciones se y ce con parámetro q negativo y orden $\frac{1}{2}$ y para las funciones radiales las funciones Io, Ie, Ko y Ke de orden $\frac{1}{2}$, así como sus combinaciones lineales.

Para que las soluciones tengan significado físico y atiendan a uno de los postulados principales de la hipótesis aquí expuesta la variable ξ debe ser escalada con respecto a ξ_0 .

Atendiendo a la forma de las posibles soluciones radiales vamos a clasificarlas en:

SOLUCIONES TIPO I:

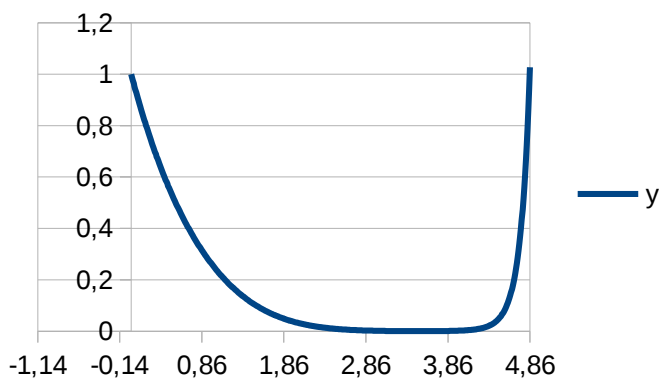
Formadas por funciones siempre crecientes, es decir Io, Ie .

SOLUCIONES TIPO II:

Formadas por soluciones siempre decrecientes, es decir Ko, Ke .

SOLUCIONES TIPO II BIS:

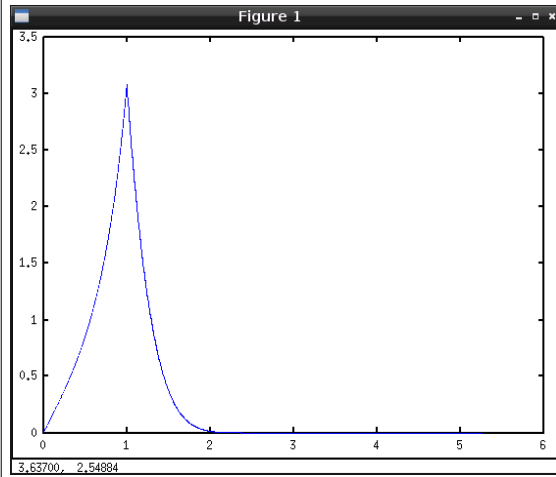
Formadas por soluciones decrecientes-crecientes, no descritas en la literatura, pero que se pueden conseguir numéricamente con las condiciones iniciales adecuadas. En la figura se muestra una de estas funciones con $q = -0,64$



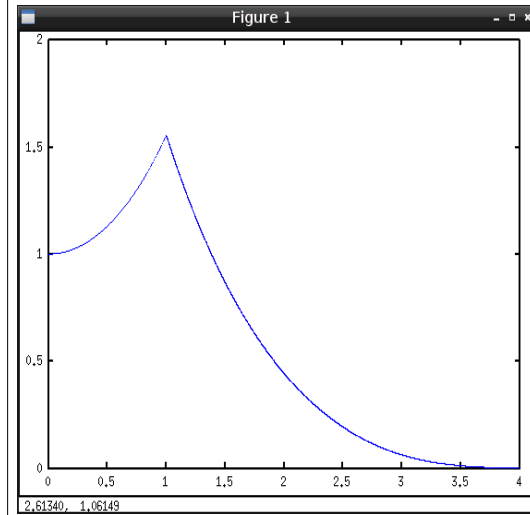
SOLUCIONES TIPO III

Es posible combinar las soluciones tipo I y II en la coordenada $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$ con el fin de obtener :

SOLUCIONES TIPO III

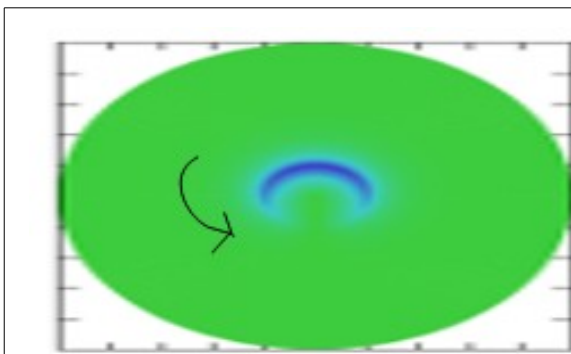


SOLUCIÓN IMPAR

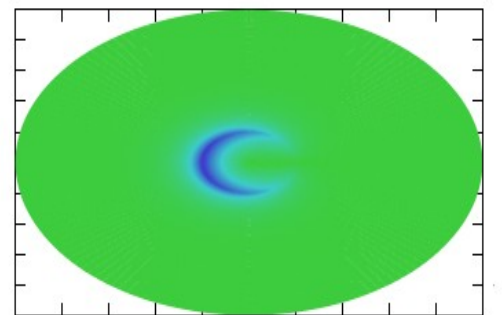


SOLUCIÓN PAR

Es posible dibujar las soluciones tipo III en el plano de las dimensiones compactadas



Solución IeKe



Solución IoKo

Nótese que dadas las condiciones de contorno existe la posibilidad de tener una única onda desplazándose en una dirección, como las representadas anteriormente, o tener dos ondas desplazándose en direcciones opuestas. Más adelante se verá que el primer caso corresponde a los fermiones y el segundo a los bosones.

Podemos utilizar la topología circular para calcular el momento angular de las partículas elementales atribuible a su giro en las dimensiones compactadas:

$$L = m \times r \cdot v = m_e \xi c = m_e \frac{\hbar}{2 m_e c} \cdot c = \frac{\hbar}{2}$$

En base al resultado anterior es prácticamente inevitable asignar la propiedad cuántica de espín a la onda estacionaria de las partículas elementales en las dimensiones compactadas, identificándolo con la constante m_s , el signo de esta constante representa la diferencia de fase y el diferente sentido de giro explicaría la diferencia entre electrones y positrones.

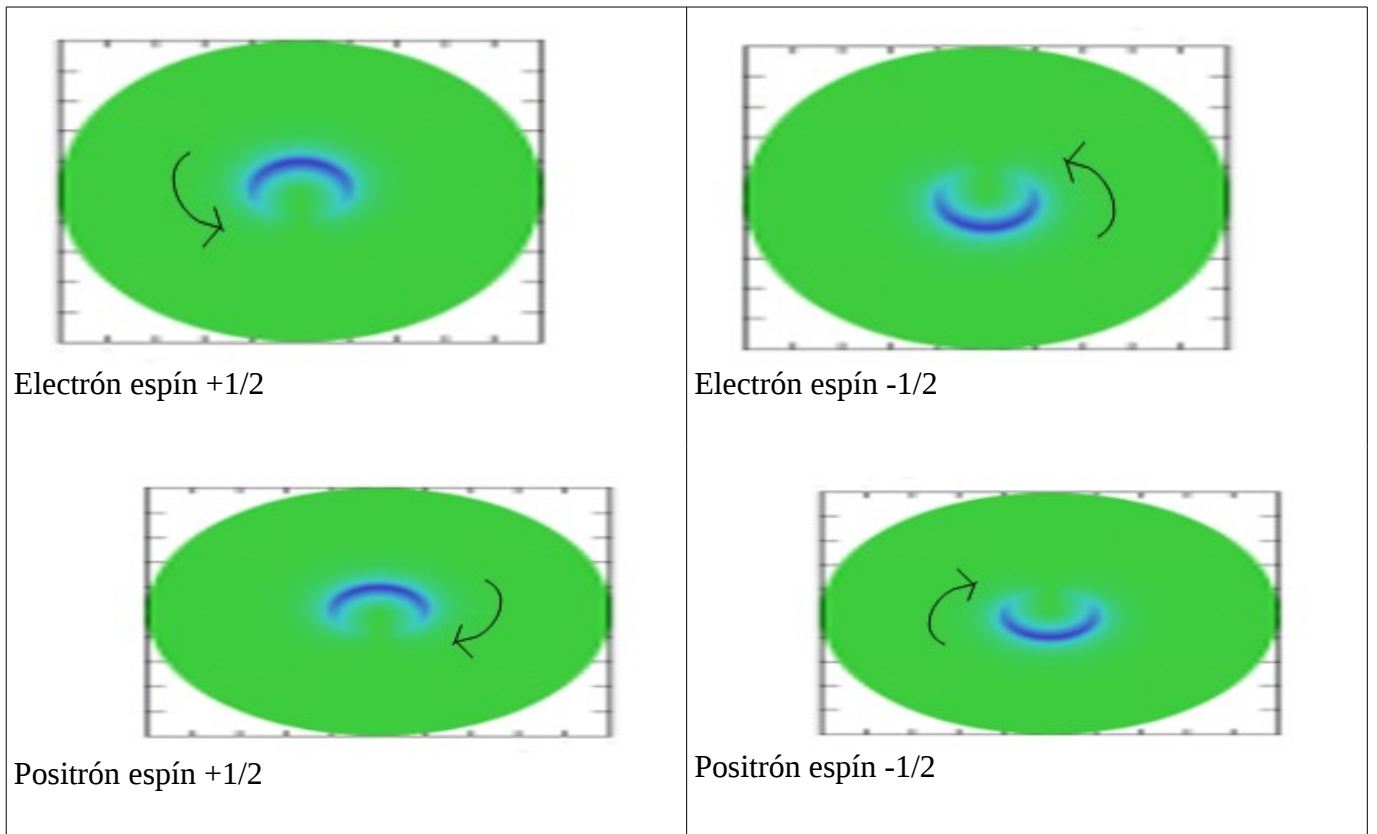


Fig 17. Representación intuitiva del espín del electrón en el caso de funciones impares.

Es fácil ver que se puede extrapolar el resultado para estimar el momento angular de giro a partículas con diferente espín, resultando:

$$L_s = m_s \cdot \hbar$$

Sin embargo esta definición del espín no puede explicar los experimentos de variación del espín mediante giros en las dimensiones extendidas. Más adelante (Punto 14) se proporcionará una solución satisfactoria a este problema.

Solución numérica

Si suponemos que los electrones son ondas gravitatorias para el caso de un electrón en reposo tendríamos que la constante de propagación $\beta=0$, en ese caso:

$$k^2 = 0^2 + k_c^2 = k_c^2$$

Si asociamos esta frecuencia de corte a la vibración que presentan todos los electrones y consideramos que la definición de número de onda debe ser diferente en las ondas gravitatorias (ya que no pueden ser negativas) entonces tendríamos:

$k = \frac{\pi}{\lambda}$ donde la longitud de onda debe ser igual al perímetro del movimiento circular de los electrones, es decir: $\lambda = \frac{h}{2m_0 c}$ lo que conlleva que:

$$k = k_c = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{2\pi m_0 c}{h} = \frac{m_0 c}{\hbar} \quad \text{y por tanto} \quad \xi_0 = \frac{1}{2k_c}$$

El confinamiento de las ondas no se produce por el choque contra unas paredes metálicas, sino que es debida a la curvatura de las dimensiones compactadas. En estas condiciones se postula que k_c sea imaginario.

$$k_c = \frac{m_0 c}{\hbar} i$$

Por tanto la solución de la ecuación de onda en el plano de las dimensiones compactadas es una onda estacionaria que se puede expresar mediante combinaciones de funciones evanescentes de Mathieu de orden semientero y parámetro $q = \frac{k_c^2 f^2}{4}$ negativo.

Si expresamos el foco en función del radio medio del plano de las dimensiones compactadas tendremos que:

$$f^2 = (a^2 - b^2) \cdot r_u^2 \quad \text{con } a = 1,10576 \text{ y } b = 0,8883$$

y asumiendo que $r_u = \xi_u$

nos queda entonces

$$f^2 = (a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2$$

sustituyendo tenemos

$$q = \frac{k_c^2 f^2}{4} = \frac{k_c^2 (a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{4} = \frac{1}{4 \xi_0^2} \frac{(a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{4}$$

y finalmente

$$q = \frac{(a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{16 \xi_0^2}$$

lo que nos permitirá establecer los límites de integración.

Las soluciones a las funciones de Mathieu se suelen expresar como series de funciones de Bessel o como series de productos de series de Bessel en el caso de funciones de orden entero, pero no existen publicadas soluciones análogas para el caso de funciones de orden semientero, por lo que tendremos que solucionar numéricamente las ecuaciones.

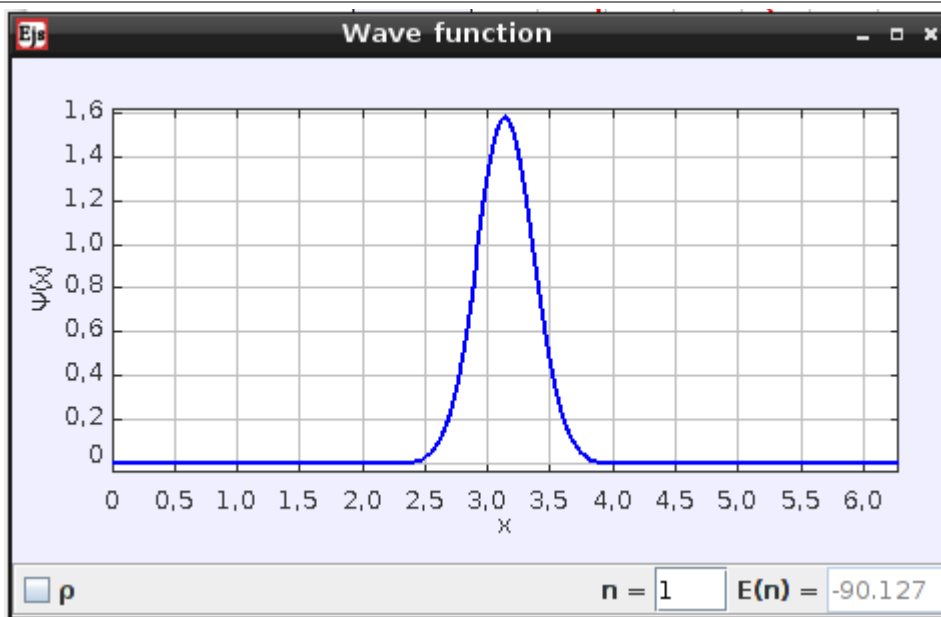
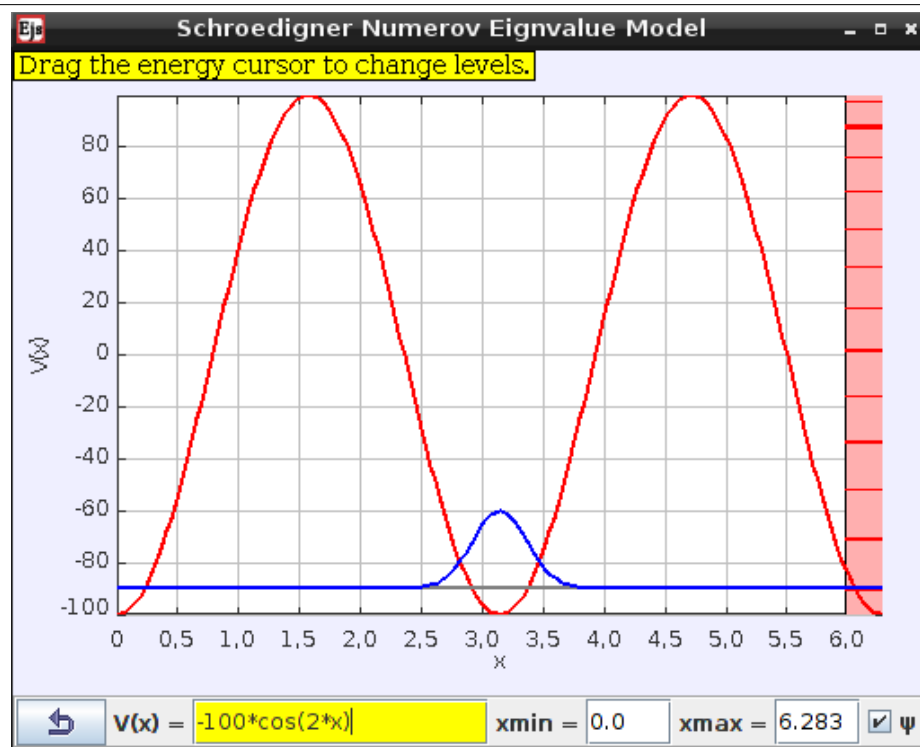
El procedimiento seguido ha sido el siguiente:

- Se han determinado los valores de los valores propios a para cada valor de q negativo utilizando el método de Numerov. En concreto se ha utilizado el programa escrito en Java " The Schrödinger Numerov Eigensystem Model " pensado para solucionar la ecuación de Schrodinger independiente del tiempo con un potencial arbitrario, pero que puede utilizarse para obtener los valores propios de la ecuación

$$N'' - (a - 2q \cos 2\eta) N = 0$$

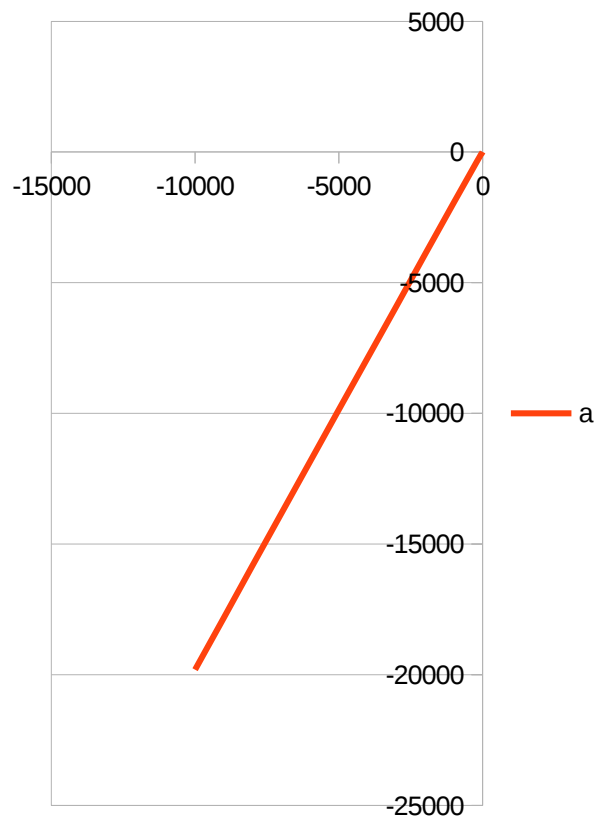
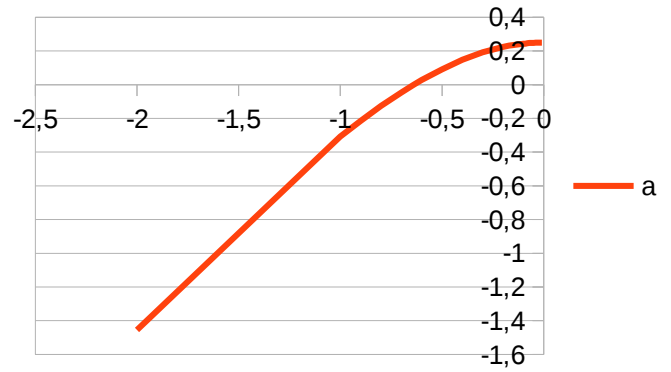
simplemente introduciendo como potencial $V(x) = q \cos 2\eta$ y límites de integración 0 y 2π , siendo el valor propio a igual al doble de la energía obtenida para $n=1$. Así por ejemplo para obtener $a(-100)$

tenemos



Por lo que a $(-100) = -180,254$. Los resultados para un amplio rango de valores de q se muestran a continuación

q	a
-0,01	0,25
-0,02	0,25
-0,03	0,25
-0,04	0,25
-0,05	0,248
-0,06	0,248
-0,07	0,248
-0,08	0,246
-0,09	0,244
-0,1	0,244
-0,17	0,232
-0,2	0,224
-0,3	0,192
-0,4	0,148
-0,5	0,092
-0,6	0,028
-0,64	0
-0,65	-0,008
-0,7	-0,046
-0,8	-0,126
-0,9	-0,214
-1	-0,308
-2	-1,454
-3	-2,81
-4	-4,27
-5	-5,796
-10	-13,936
-20	-31,314
-30	-49,302
-40	-67,606
-50	-86,112
-100	-180,254
-200	-371,968
-500	-955,532
-1000	-1937,008
-2000	-3910,814
-3000	-5890,716
-4000	-7873,774
-5000	-9858,85
-6000	-11845,36
-7000	-13832,954
-8000	-15821,408
-9000	-17810,566
-10000	-19800,312



Nótese que cuando $q \rightarrow \infty$ entonces $a \rightarrow 2q$.

- Utilizando los valores de a obtenidos previamente se ha resuelto numéricamente la ecuación modificada de Mathieu para cada valor del parámetro q mediante el software gratuito wzgrapher.

- Se ha calculado el centro de gravedad del cuadrado de la función de onda, si este se encuentra en la coordenada $\int_0^{\pi} |y|^2 dx = 1$ se considera que se ha encontrado una solución. Los límites de integración se han obtenido de la relación

$$q = \frac{(a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{16 \xi_0^2}$$

Las condiciones para obtener cada solución han sido.

Soluciones tipo I:

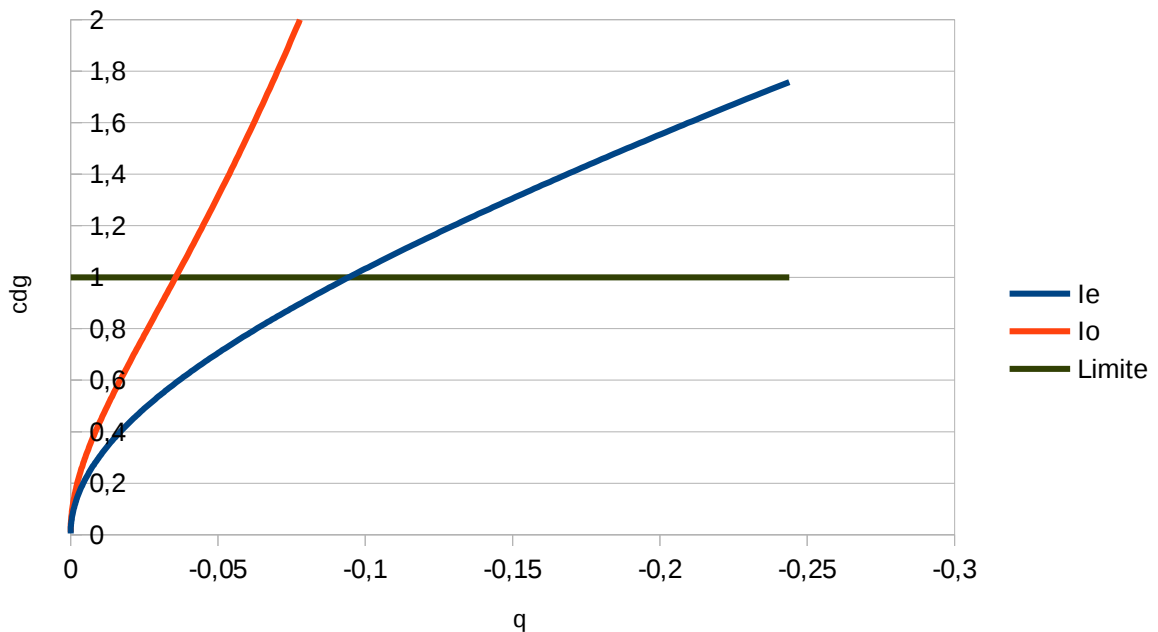
Dado que las posibles soluciones tendrían un valor muy bajo I_0 se ha aproximado mediante la función de Bessel equivalente

$$I_{1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sinh(x)}{x^{1/2}}$$

e I_e se ha obtenido resolviendo la ecuación

$$y' = -(-0,125 - 2 \cdot 0 \cdot \cosh(2x))y$$

con los valores iniciales $x_0=0$, $y(x_0)=1$, $y'(x_0)=0$.



Los valores de q que cumplen con las condiciones de contorno son -0,0465 y -0,09477

Soluciones tipo II:

No se ha encontrado ninguna solución que cumpla las condiciones de contorno.

Soluciones tipo II (bis):

Se ha obtenido resolviendo la ecuación

$$y' = -(-a(q) - 2 \cdot q \cdot \cosh(2x))y$$

con los valores iniciales $x_0=0$, $y(x_0)=1$, $y'(x_0)<0$ tal que $y(\xi_u/\xi_0)=1$.

Solo se ha encontrado un valor que cumpla estas condiciones, coincidiendo que el parámetro $a=0$, y es $q=-0,64$.

Soluciones tipo III:

Se han resuelto por separado la parte creciente y decreciente. Como ejemplo se expone el cálculo para $q=-20$.

$$y'' = -(31.314 - 2 \cdot 20 \cdot \cosh(2 \cdot x)) \cdot y$$

$$y'' = -(31.314 - 2 \cdot 20 \cdot \cosh(2 \cdot x)) \cdot y$$

$$x_0 = 0$$

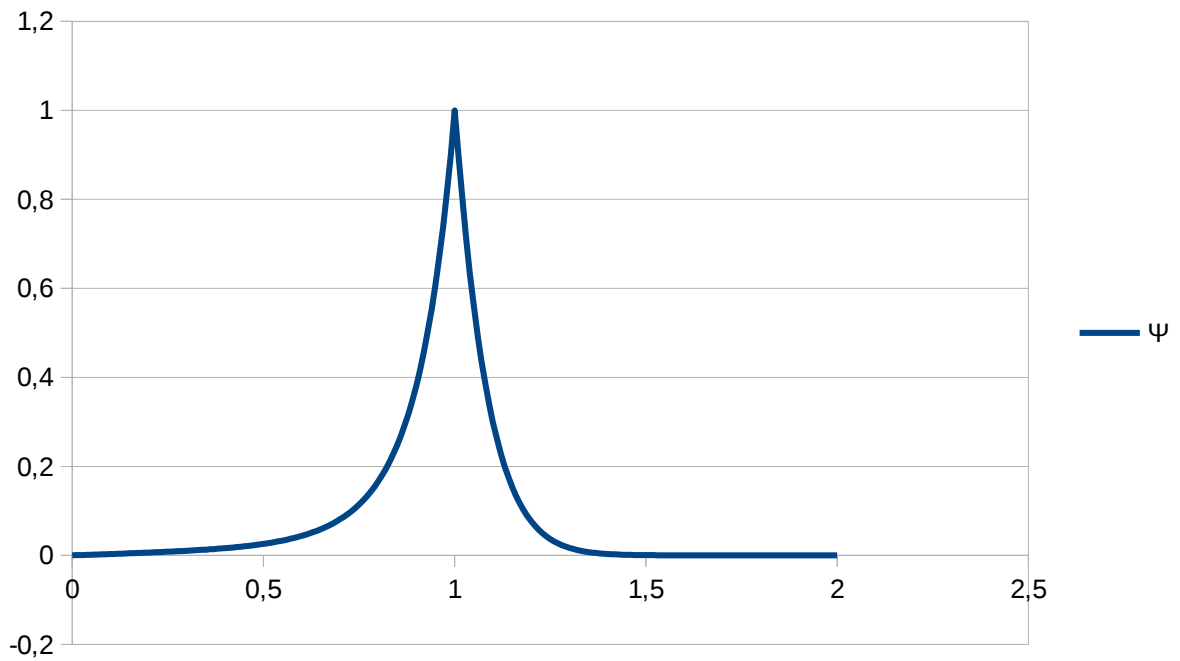
$$y(x_0) = 0$$

$$y'(x_0) = 0.0294499$$

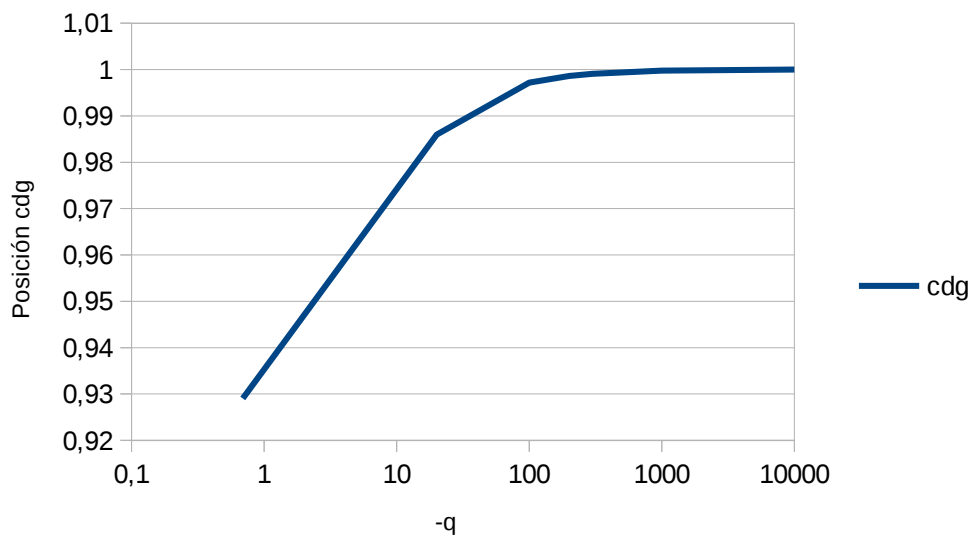
$$x_0 = 1.99$$

$$y(x_0) = 0$$

$$y'(x_0) = -0.0000001$$



La posición del cdg se acerca asintóticamente a 1 cuando $q \rightarrow -\infty$.



En resumen los valores de q que se ha encontrado cumplen con las condiciones de contorno han sido los siguientes:

Tipo	q
Tipo I: I_o	-0,0465
Tipo I: I_e	-0,09477
Tipo II	No existe
Tipo II bis:	-0,64
Tipo III: I_oK_o y I_eK_e	Asintótico a 1 cuando $q \rightarrow \infty$

Interpretación de los resultados.

Vamos a estimar el valor del parámetro q del electrón.

$$k_c = \frac{2m_0 c}{\hbar} i = \frac{2 \cdot 9,10938291 \cdot 10^{-31} \cdot 299792458}{1,054571628 \cdot 10^{-34}} i = 5,17921064 \cdot 10^{12} i$$

como el radio de las dimensiones compactadas se había estimado en:

$$r_u = \sqrt{\frac{G}{2\pi}} = 3,259 \cdot 10^{-6} m \text{ y supuesta una topología elíptica de parámetros}$$

$$a = 1,10576 \cdot r_u$$

$$b = 0,8883 \cdot r_u$$

Se puede calcular el foco de la elipse mediante la expresión:

$$f = \sqrt{a^2 - b^2} = r_u \sqrt{1,10576^2 - 0,8883^2} = 2,146 \cdot 10^{-6} m \text{ y por tanto el parámetro } q \text{ valdrá:}$$

$$q = \frac{k_c^2 f^2}{4} = \frac{(5,17921064 \cdot 10^{12})^2 (2,146 \cdot 10^{-6})^2}{4} = -3,08832 \cdot 10^{13}$$

Dicha solución quedaría por tanto fuera de las capacidades de los programas utilizados, pero nos permite identificar las anteriores soluciones como neutrinos y estimar sus masas.

Partícula	Tipo	q	m/me	m estimada
ν_e	Io	-0,0465	$3,88 \cdot 10^{-8}$	0,01983 eV
ν_η	Ie	-0,09477	$5,539 \cdot 10^{-8}$	0,0283 eV
ν_τ	KoIo	-0,64	$1,439 \cdot 10^{-6}$	0,07356 eV
$e^{+,-}$	IoKo	$-3,08 \cdot 10^{13}$	1	0,5109989 MeV

Aunque no conocemos experimentalmente la masa de los neutrinos, si que conocemos en cambio con bastante precisión la diferencia de masas.

eV	Teórica	Experimental
$m_{\nu_2} - m_{\nu_1}$	0,008477	0,008677
$m_{\nu_3} - m_{\nu_2}$	0,045253	0,048374

Dado que las soluciones tipo III cuando $q \rightarrow -\infty$ tienden asintóticamente a la unidad por debajo, es decir, su valor es de 0,9999..... es posible postular que puedan existir soluciones como combinación lineal de una solución tipo III con q muy elevados con alguno de los neutrinos anteriormente identificados, lo que permitiría que el centro de masas de la combinación lineal se sitúe en la coordenada $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$. Dichas

soluciones tendrían una masa muy similar, aunque predominaría la más ligera. Lo más probable es que la combinación lineal con un antineutrino electrónico de como resultado al electrón.

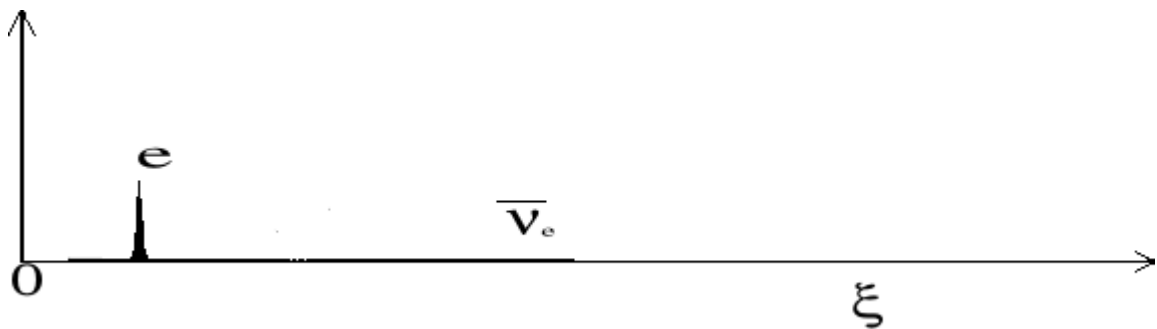
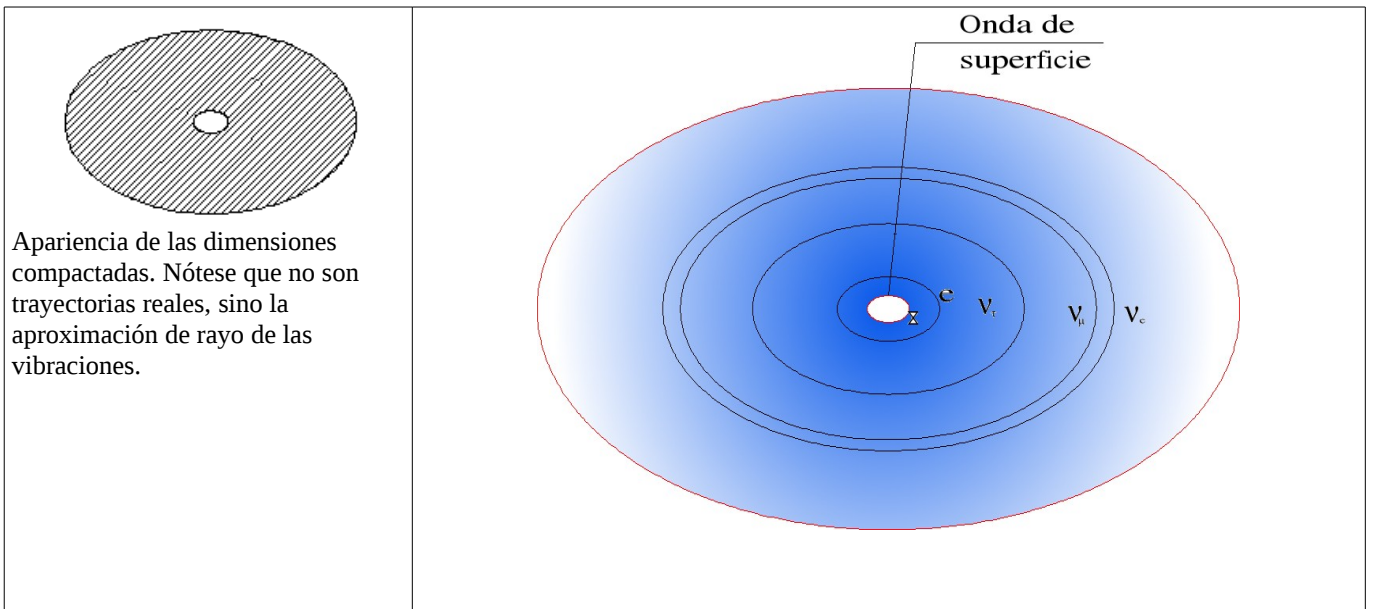
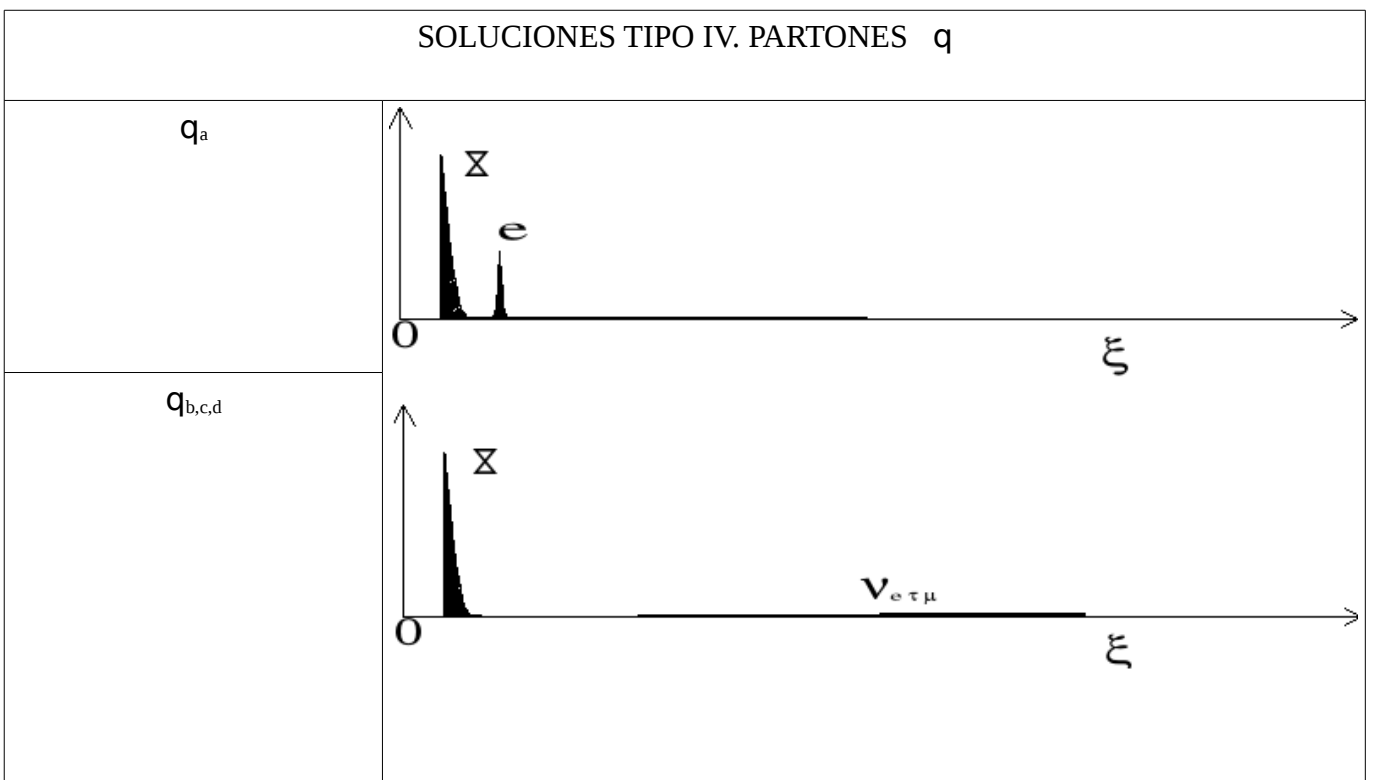


Figura. Las combinaciones lineales de las soluciones tipo III conformarían al electrón.

De cualquier forma la existencia de los hadrones no puede ser justificada mediante estas soluciones. Con el fin de permitir la existencia de los hadrones se postula que el universo presenta un agujero central, de tal forma que las soluciones tipo II pueden existir como ondas de superficie en el límite interno del Universo.

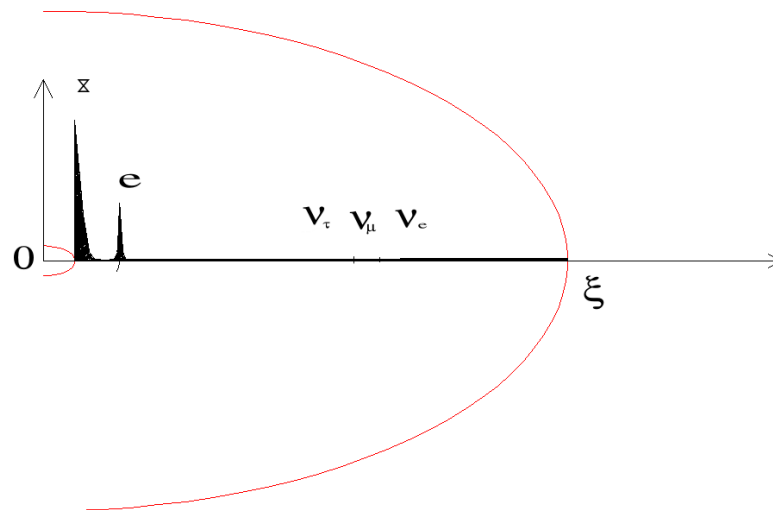


Por si solas, la soluciones tipo II no pueden satisfacer las condiciones de contorno impuestas (el centro de masas del cuadrado de la función de onda debe encontrarse en la coordenada $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$) y por tanto deben aparecer en combinación lineal con alguna de la soluciones estables anteriores.



Se ha asignado la letra del alfabeto íbero q a las ondas de superficie tipo II, pronunciada como ko, y como nombre partones. Dado que la masa de una combinación lineal debería encontrarse entre la masa de las ondas constituyentes y debido a la gran diferencia de masa existente entre los electrones y los neutrinos parece evidente que los partones deberían clasificarse en partones pesados q_a y partones ligeros. ($q_{b \rightarrow d}$). Además la masa de los partones dependerá fundamentalmente del valor del radio interior del Universo.

Por tanto, todas las partículas deberían ser obtenidas mediante combinaciones lineales de alguna de estas soluciones. Más adelante se justificará el porque no pueden existir los partones por separado, sino que deben existir en combinaciones que asimilaremos a los hadrones.



Finalmente, el fenómeno de el acoplamiento de ondas permitiría explicar las oscilaciones entre los diferentes tipos de neutrinos y aún entre los diferentes tipos de partones.

6.2.3 Solución para las dimensiones extendidas.

Seguimos solucionando el resto de variables, si recordamos (2)

$$\boxed{\frac{\nabla_{3D}^2 F}{F} + \beta^2 = 0} \text{ entonces podemos considerar 2 casos:}$$

CASO A. PARTICULA-PULSACIÓN INMOVIL. $\beta=0$

Tenemos entonces:

$$\boxed{\frac{\nabla_{3D}^2 F}{F} = 0} \text{ (8) de soluciones:}$$

$$\boxed{F = \text{constante} = C_1} \text{ (9)}$$

$$\boxed{F = \frac{C_2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}} \text{ (10)}$$

Es notable observar que (10) es totalmente análogo a los *potenciales gravitatorio y eléctrico*. Sin embargo la solución no es valida si $x=y=z=0$, ya que proporciona valores infinitos . Por otro lado, al afirmar que las partículas son las vibraciones del espacio-tiempo la solución de (10) no puede extenderse hasta el infinito, ya que su integral nos proporcionaría valores infinitos. Se propone por tanto la siguiente forma para la solución:

$$\text{Si } r \leq \lambda_c \text{ -----} \rightarrow F = C_1$$

$$\text{Si } \lambda_c > r < r_f \text{ ---} \rightarrow F = \frac{C_2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + C_3$$

$$\text{Si } r > r_f \text{ ---} \rightarrow F = 0$$

donde λ_c es la longitud de onda Compton del electrón y r_f el tamaño máximo de la pulsación. Mas adelante veremos que r_f representa la distancia máxima en las cuales la partícula puede influir en las demás. (Si, otra herejía) . Esta distancia es muy grande, pero no infinita. La solución puede ser representada de la siguiente manera:

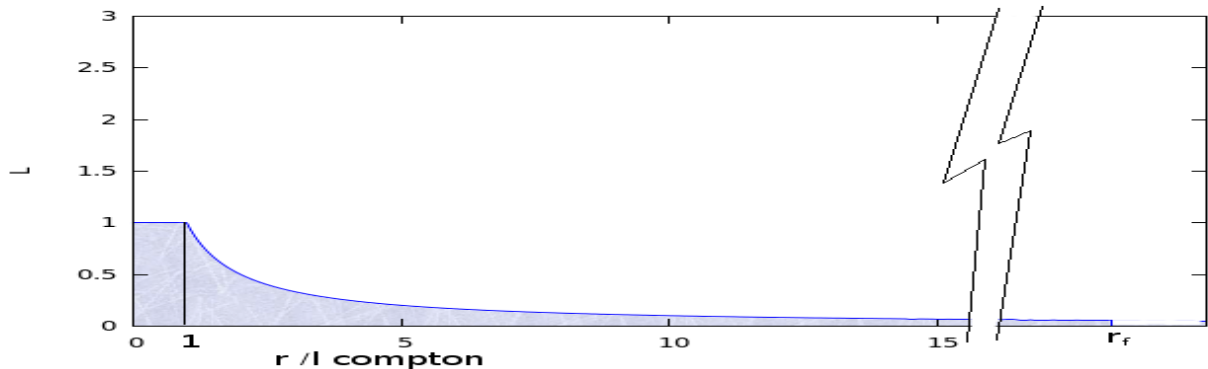


Fig 14. Solución en función de r para una partícula-pulsación inmóvil.

Es de observar que una pulsación gravitomagnética hexadimensional debido a las restricciones que impone la topología del espacio aparece como una fuente hueca de campo gravitatorio y eléctrico en un espacio tetradimensional.

Una vez conocida la solución para las dimensiones extendidas del potencial gravitatorio o eléctrico de una partícula en reposo podemos calcular la energía del campo eléctrico del electrón. La energía será igual al producto del potencial por la carga eléctrica, teniendo en cuenta que para distancias inferiores a la longitud de Compton el potencial es constante y por tanto no aporta nada a la integral y suponiendo que el potencial es cero en el infinito la energía total será:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} e \cdot e$$

como $r = \lambda_c = \frac{h}{mc}$ entonces $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 \frac{m_e c}{h}$

Este resultado se puede expresar en función de la constante de estructura fina α . Si multiplicamos y dividimos por $2\pi c^2$ nos queda:

$$E = \frac{\alpha}{2\pi} c^2 m_e \rightarrow \frac{E}{c^2} = \frac{\alpha}{2\pi} m_e$$

Luego la masa asignable al campo eléctrico será igual a $\frac{\alpha}{2\pi} m_e$

Como esta masa no aporta nada a la carga eléctrica deberemos modificar la constante \hat{G}

Llamando m' a la masa del electrón una vez descontada la que pertenece a su campo eléctrico y \hat{G}' a la nueva estimación de la constante gravitatoria en 6 D podemos escribir análogamente a lo que habíamos propuesto en el punto 4.2:

$$\frac{q}{m'_0} = \frac{-4\pi \hat{G}}{\mu_0 \cdot \frac{\hbar}{2m'_0 c}} \text{ y teniendo en cuenta que } m' = \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) m \text{ tendremos que:}$$

$$\hat{G}' = \frac{\hat{G}}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)^2}$$

Podemos ahora estimar el momento magnético con la nueva masa y el nuevo valor de \hat{G}'

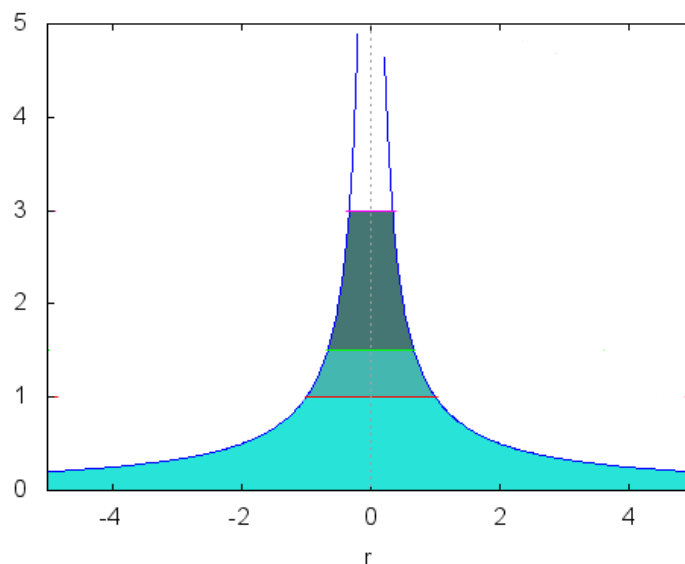
$$\mu_g = \frac{-4\pi \hat{G}' m'_0}{\mu_0} \rightarrow \mu_g = -4\pi \frac{\hat{G}}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)^2} \cdot m \frac{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)_0}{\mu_0} \rightarrow \mu_g = \frac{-4\pi \hat{G} m_0}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)}$$

es decir $\mu_g = \mu_b \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)}$

lo que coincide con la corrección del loop del primer orden que se obtiene en la electrodinámica cuántica para el momento magnético anómalo.

Sin embargo, los experimentos de scattering contradicen esta solución, pues confirman que los electrones se comportan como cargas puntuales, ¿como es posible esto?. Si se tratase de partículas en el sentido clásico de la palabra, la hipótesis debería ser descartada, pero al considerar a los electrones como vibraciones es posible solucionar el enigma.

Si consideramos un electrón sometido a choque, la aceleración no puede ser instantánea, la energía debe por tanto ser almacenada, ¿pero donde?. No existe más posibilidad que en la misma vibración que conforma la partícula, incrementando su masa, o lo que es lo mismo, reduciendo la distancia en la que se presenta un potencial constante.



Los diferentes tonos de azul representan la variación en la pulsación conforme es excitada. Dado que para incrementar la resolución del scattering es necesario incrementar la energía de las partículas el agujero central será más pequeño cuanto más energéticos sean los fotones incidentes, impidiendo por tanto su detección por este método.

CASO B. PARTICULA-PULSACIÓN EN MOVIMIENTO UNIFORME

$$\frac{\nabla_{3D}^2 F}{F} + \beta^2 = 0$$

Si consideramos un movimiento uniforme a lo largo del eje Z se propone la siguiente solución:

$$\text{Si } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq \lambda_c \text{ -----} \rightarrow F = C_4 \text{Sen}(\beta z)$$

$$\text{Si } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} > \lambda_c \text{ -----} \rightarrow F = C_5 \text{Sen}(\beta z) \cdot \log C_6 \sqrt{x^2 + y^2}$$

Es decir, el producto de una onda plana por un potencial bidimensional en el plano perpendicular al movimiento.

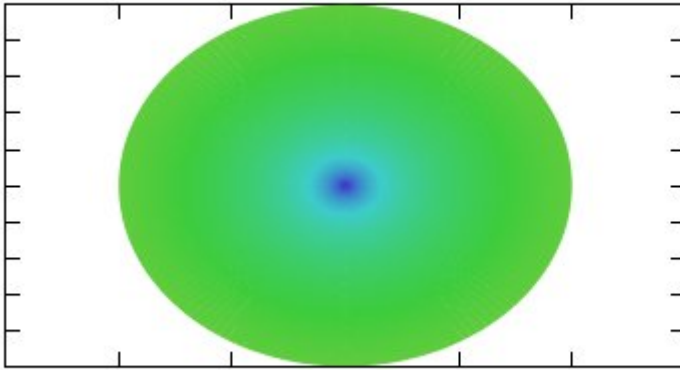


Fig 15 Solución frontal para una partícula-pulsación libre con movimiento uniforme.

Si observamos un electrón de frente nos vuelve a aparecer como una fuente de campo gravitatorio y eléctrico. Pero visto transversalmente al movimiento aparece como una onda.

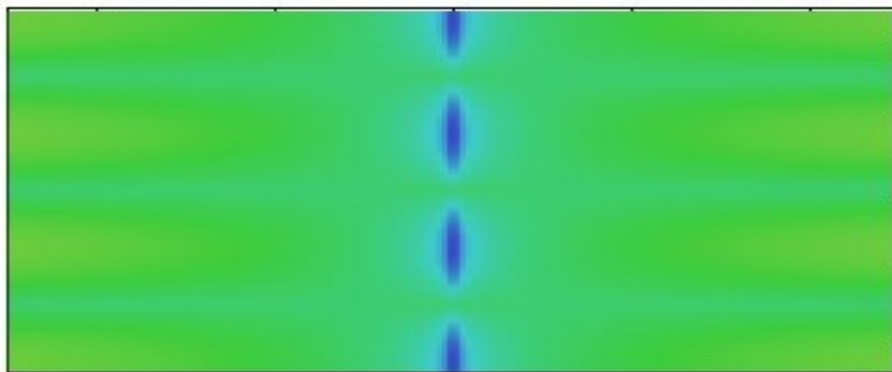
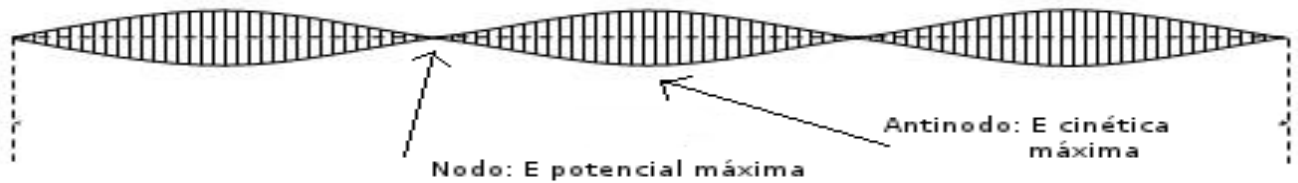


Fig 16. Solución transversal para una partícula-pulsación libre con movimiento uniforme.

Como podemos ver, las partículas se comprimen por efecto del movimiento en el eje Z.

7. Mecanismos de interacción entre ondas.

Aunque normalmente se considera que las ondas no interactúan entre sí en el mismo sentido en el que interactúan 2 partículas, por ejemplo, la realidad es que la existencia de efectos no lineales puede modificar el medio en el que se transmiten las ondas, especialmente en el caso de ondas estacionarias. Para poder profundizar más en estos conceptos acudiremos a analogías mecánicas. Observemos las ondas estacionarias que se producen en una cuerda tensa.



La expresión de la Energía cinética es:

$$E_c = 1/2 \mu \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = 1/2 \mu (\omega A \cos(kx) \cos(\omega t))^2$$

mientras que la energía potencial es:

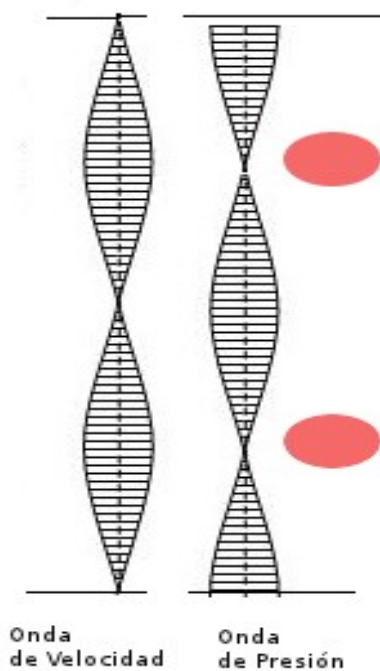
$$E_p = 1/2 T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 = 1/2 T (K A \sin(kx) \sin(\omega t))^2$$

Es fácil ver que se encuentran desfasados $\pi/2$. En los antinodos la energía cinética es máxima, pero su energía potencial es cero, es decir la cuerda no se deforma, sin embargo en los nodos la energía cinética se anula, mientras que la energía potencial se hace máxima. Esto producirá en la cuerda dos efectos:

- Variación de la longitud media (Se estira) → **Curvatura del espacio.**
- Variación de la tensión media (Aumenta) → **Variación velocidad de transmisión de las ondas.**

Otra analogía que puede considerarse es el sonido (onda longitudinal) donde también es posible observar dos ondas desfasadas entre sí $\pi/2$, la de presión y la de velocidad. En los nodos de la onda de velocidad la presión media es máxima, mientras que en los antinodos de la onda de velocidad la presión media es mínima. Este efecto permite la levitación acústica.

En la figura están representados la onda de velocidad, la onda de presión y las zonas de estabilidad para la levitación de pequeños objetos.



Al existir un gradiente de presión existe un gradiente de índice de refracción (la velocidad del sonido aumenta en los nodos de velocidad) y una curvatura del espacio (dilatación en los nodos de velocidad). Esto supone que cualquier onda viajera que atraviese la onda estacionaria quedará desviada ligeramente.

En el caso de las ondas gravitatorias y debido a que la solución presenta energía negativa los efectos serán contrarios, es decir:

- Disminución de la velocidad de propagación de las ondas.
- Contracción del espacio.

La solución de Schwarzschild para las ecuaciones de campo de Einstein nos proporciona los 2 efectos:

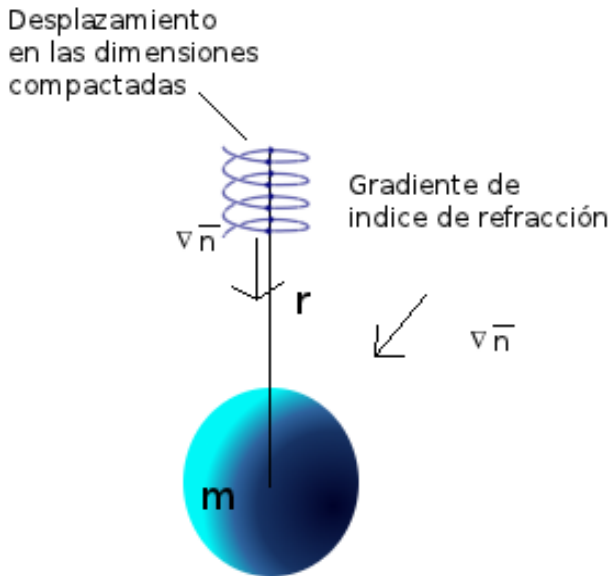
- Contracción del espacio: $r' = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{\frac{1}{2}} r$
- Ralentización del tiempo $t' = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{\frac{1}{2}} t$

donde $r_0 = \frac{2Gm}{c^2}$

La ralentización del tiempo supone de hecho la creación de un gradiente de índice de refracción, ya que cuanto más lento avanza el tiempo menos velocidad efectiva presenta la luz en relación a un punto situado en el infinito. *En realidad si se acepta que todo está formado por ondas no podemos distinguir entre una ralentización del tiempo o una disminución de la velocidad de propagación de las perturbaciones.* (Si, otra herejía más)

Es de observar que este efecto no implicaría una variación de la velocidad de luz en el vacío absoluto, sino una disminución de la velocidad de la luz al atravesar una partícula-pulsación, al igual que la velocidad de la luz disminuye al atravesar diferentes medios.

Supongamos una partícula-pulsación inmóvil en un campo gravitatorio. Si utilizamos la aproximación de rayo podemos calcular su trayectoria con relativa facilidad; Si consideramos que debido a su inmovilidad la curvatura del espacio no debe ser tenida en cuenta podemos estimar ahora el índice de refracción aparente debido a la dilatación gravitatoria del tiempo, que será igual al cociente entre la velocidad del tiempo en el infinito y la velocidad del tiempo en el punto a estudiar:



$$n(r) = \frac{c}{v} = \frac{t}{t'} = \frac{t}{t \sqrt{1 - \frac{r_0}{r}}} = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1/2}$$

Una vez conocida la ley que rige n en función de r resulta sencillo calcular el radio de curvatura que presentará cualquier tipo de radiación al transmitirse en dicho medio.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d}{dR} \ln(n) = \frac{1}{n} \frac{dn}{dN} = \frac{1}{n} \nabla \vec{n} \cdot \vec{N} \quad \text{donde}$$

$\rho \equiv$ radio de curvatura, $N \equiv$ Normal al rayo.

Debido a la simetría esférica del problema el gradiente de n será:

$$\nabla \vec{n} = \frac{d}{dr} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1/2} = \frac{-1}{2} \frac{r_0}{r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-3/2}$$

Sustituyendo nos queda:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1/2}} \left[\frac{-1}{2} \frac{r_0}{r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-3/2} \right] \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \vec{N}$$

simplificando y teniendo en cuenta que por definición $\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 r}{ds^2}$ podemos escribir:

$$\frac{d^2 r}{ds^2} = \frac{-1}{2} \frac{r_0}{r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \vec{N}$$

Para el caso de una partícula inmóvil en la superficie de la Tierra se pueden hacer las siguientes simplificaciones:

$$\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} \simeq 1, \quad \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \vec{N} \simeq 1$$

Luego nos queda:

$$\frac{d^2 r}{ds^2} = \frac{-1}{2} \frac{r_0}{r^2}$$

Si tenemos en cuenta que el rayo avanza a la velocidad de la luz es posible escribir:

$$s = ct; \frac{ds}{dt} = c; \frac{d^2 s}{dt^2} = 0$$

y aplicando la regla de la cadena para convertir la derivada con respecto al arco en derivada con respecto al tiempo

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{dr}{ds} \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \cdot c^2$$

Sustituyendo:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} \frac{1}{c^2} = \frac{-1}{2} \frac{2GM}{c^2 r^2} \rightarrow \boxed{\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{GM}{r^2} = g} \text{ obteniéndose la ecuación de Newton.}$$

Es destacable que en el caso de partículas no estáticas sería necesario tener en cuenta la contracción del espacio.

Veamos en esta ocasión un caso en el que el gradiente de velocidad del tiempo se produce por velocidad. Si suponemos un disco que gira con velocidad angular ω tendremos que la velocidad del tiempo será distinta según la distancia a su centro. En efecto:

$$\Delta t = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \Delta t, \text{ y recordando que } v = \omega r \rightarrow n(r) = \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

El gradiente de n será entonces:

$$\nabla n = \frac{d}{dr} \left[\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] = \frac{-1}{2} \frac{2\omega^2}{c^2} r \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-\frac{3}{2}}$$

Como $\frac{1}{\rho} = \frac{d}{dR} \ln(n) = \frac{1}{n} \frac{dn}{dN} = \frac{1}{n} \nabla \vec{n} \cdot \vec{N}$ tendremos que:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{-1}{2} \frac{2\omega^2 r}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1} \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{-\omega^2 r}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1}$$

Para el caso no relativista $\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1} \simeq 1$

y por tanto:

$$\frac{1}{\rho} \simeq \frac{-\omega^2 r}{c^2} \rightarrow \frac{dr^2}{ds^2} = \frac{-\omega^2 r}{c^2}$$

Si tenemos en cuenta que la partícula a la velocidad de la luz en las dimensiones compactadas es posible escribir:

$$s = ct ; \frac{ds}{dt} = c ; \frac{d^2s}{dt^2} = 0$$

y aplicando la regla de la cadena para convertir la derivada con respecto al arco en derivada con respecto al tiempo

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d^2r}{ds^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{dr}{ds} \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2r}{ds^2} \cdot c^2$$

Sustituyendo:

$$\frac{dr^2}{dt^2} \frac{1}{c^2} = \frac{-\omega^2 r}{c^2} \rightarrow a = -\omega^2 r$$

Es decir, la formula tradicional de la aceleración centrípeta. Para el caso relativista tendríamos que:

$$\frac{dr^2}{dt^2} \frac{1}{c^2} = \frac{-\omega^2 r}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1} \rightarrow a = -\omega^2 r \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1} ,$$

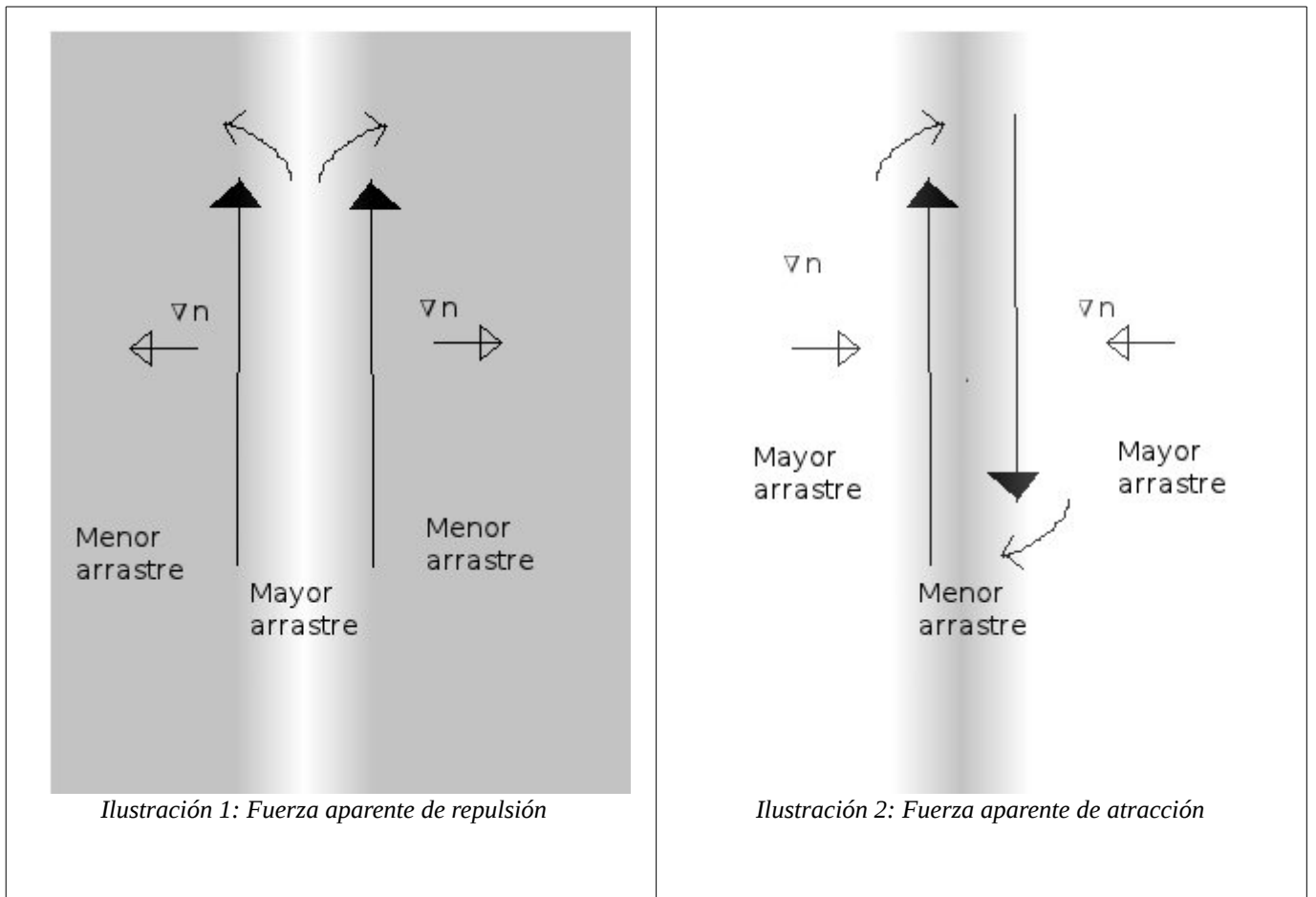
Esta aceleración se observaría localmente, desde nuestra posición estática y debido a la dilatación temporal lo que mediríamos sería:

$$a = -\omega^2 r \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Por tanto *la dilatación temporal y la contracción del espacio provocadas por las ondas estacionarias en las dimensiones compactadas son el origen de la gravedad* y de otros fenómenos, como la fuerza centrífuga.

En “Matter as gravitational waves. Dark Energy. (E. López) 2014.” se muestra que la expansión del Universo que se refleja en la ley de Hubble provoca un gradiente de velocidad del tiempo, lo que origina una fuerza de repulsión entre las partículas independiente de la masa. La existencia de esta fuerza proporciona un valor para la constante cosmológica de $1.178 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$ compatible con los últimos datos experimentales.

Otro posible efecto no lineal consiste en el arrastre del fluido en la dirección de propagación de la onda (p.e. streaming acústico). Este arrastre proporciona una explicación intuitiva de las fuerzas que aparecen entre corrientes de masa paralelas.



La solución de Kerr a las ecuaciones de campo de Einstein proporciona una expresión analítica para este efecto, el cual es conocido en relatividad como “frame-dragging” o arrastre de marco. La velocidad angular de arrastre del espacio-tiempo en el plano ecuatorial de una masa en rotación es:

$$\omega = \frac{\Phi}{t} = \frac{2mra}{(r^2 + a^2)^2} \quad \text{donde } m \equiv \text{masa}, r \equiv \text{radio}, a \equiv \frac{J}{mc}$$

Si estudiamos el caso en que $r \gg a$ podemos escribir la velocidad lineal de arrastre como

$$v = \omega \cdot r = \frac{2mr^2 a}{(r^2 + a^2)^2} \approx \frac{\text{Constante}}{r^2},$$

es decir la fuerza de atracción-repulsión disminuye con el cuadrado de la distancia.

.De hecho en la métrica de Kerr viene implícito uno de los postulados de esta hipótesis, en efecto si consideramos la solución de luz estacionaria para un electrón nos quedaría:

$$r_e = \frac{Gm}{c^2} + \sqrt{\left(\frac{Gm}{c^2}\right)^2 - a^2}$$

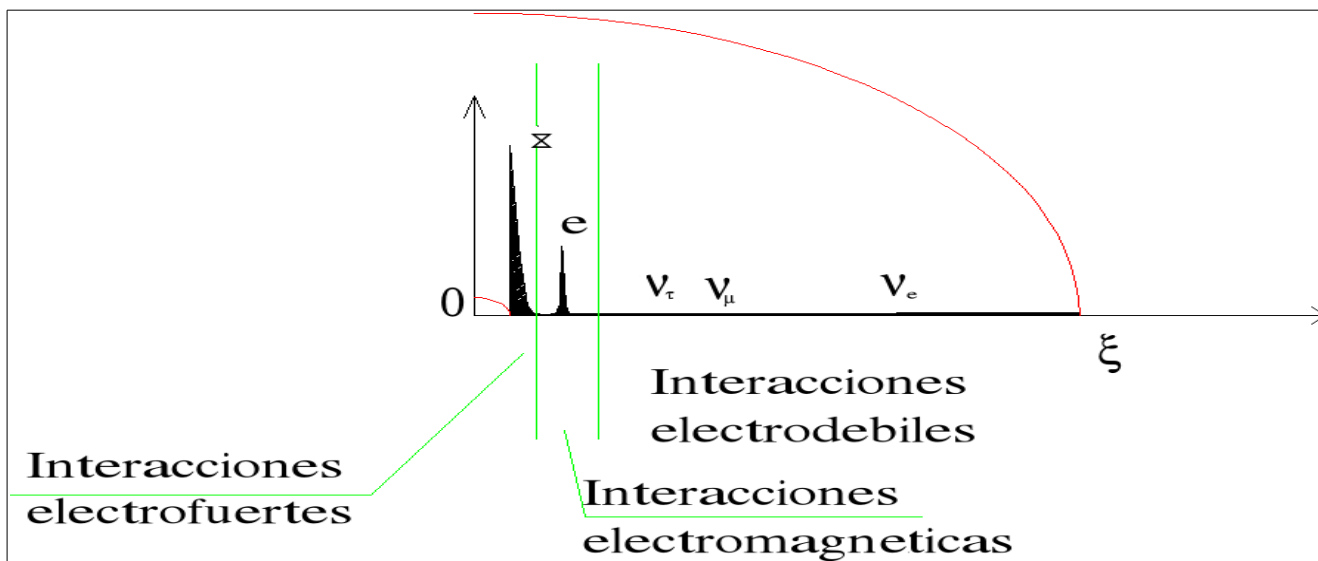
Como $a \gg Gm$ entonces podemos escribir:

$$r_e = ai = \frac{J}{mc} i = \frac{\hbar/2}{mc} i = \frac{\hbar}{2mc} i = \xi_0 i$$

Es de observar que el carácter imaginario del radio puede interpretarse como una dirección perpendicular a todas las demás.

Luego el arrastre del fluido justifica fuerzas de atracción-repulsión que disminuyen con el cuadrado de la distancia, y en el que el sentido de desplazamiento de la onda provoca la aparición de dos cargas que se atraen si son de diferente signo y que se repelen si son del mismo signo. *Por tanto, el arrastre de fluido provoca fuerzas análogas a la eléctrica.*

Recordemos la forma de las soluciones a la ecuación de onda gravitomagnética para las dimensiones compactadas.



El arrastre se producirá a diferentes valores de la coordenada ξ , es fácil ver que los neutrinos interactuarán muy débilmente con el resto de partículas, mientras que los electrones interactuarán fuertemente consigo mismos y con los partones cargados, pero muy débilmente con los neutrinos y con los partones neutros. La intensidad relativa de estas interacciones también puede ser observada. Es importante recalcar que los partones solo existen como combinaciones lineales con el resto de partículas, por lo que las diferentes combinaciones tendrán diferentes interacciones. Por ejemplo el partón Q_a se verá afectado por la gravedad (cambios en el índice de refracción y deformaciones del medio de propagación), por fuerzas electromagnéticas y por arrastre de la onda de superficie (fuerzas electrofuertes).

Análogamente el partón Q_c debería ser afectado por la gravedad y por fuerzas electrodébiles y electrofuertes, pero no por fuerzas electromagnéticas.

Anteriormente habíamos determinado la relación entre la masa y la carga de las partículas elementales basándonos en consideraciones gravitomagnéticas.

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}^2} = \frac{e}{m_e^2} = \frac{q_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\tau}^2} = \frac{q_{\nu_\mu}}{m_{\nu_\mu}^2} = \frac{q_{\nu_e}}{m_{\nu_e}^2}$$

Sin embargo, si suponemos que las fuerzas eléctricas provienen del arrastre del espacio-tiempo esta relación *no puede ser cierta*. Debido al mecanismo de interacción la longitud del movimiento cerrado de las partículas no debe influir, sino únicamente debe influir la velocidad de arrastre. En el análogo del "streaming acústico" la velocidad de arrastre es directamente proporcional a la intensidad de la onda en el caso de un predominio de los términos viscosos o directamente proporcional a la raíz cuadrada de la intensidad de la onda en caso de un predominio de los términos inerciales. (Scaling and dimensional analysis of acoustic streaming jets. Valery Botton, Brahim Moudjed, Daniel Henry, Hamda Ben-Hadid, Jean-Paul Garandet)2014. Si suponemos que la intensidad de la onda es directamente proporcional a la masa de la partícula tendremos un rango de cargas posibles para las diferentes partículas en función de su masa.

Si predominan las fuerzas inerciales

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}^{0,5}} = \frac{e}{m_e^{0,5}} = \frac{q_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\tau}^{0,5}} = \frac{q_{\nu_\mu}}{m_{\nu_\mu}^{0,5}} = \frac{q_{\nu_e}}{m_{\nu_e}^{0,5}}$$

si predominan las fuerzas viscosas

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}} = \frac{e}{m_e} = \frac{q_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\tau}} = \frac{q_{\nu_\mu}}{m_{\nu_\mu}} = \frac{q_{\nu_e}}{m_{\nu_e}}$$

o si existe un equilibrio entre fuerzas viscosas e inerciales, que es quizás el más probable porque proporciona para los partones un carga muy similar a la carga de Planck. (Nota: El comportarse como si existiese viscosidad no implica la existencia de pérdidas de energía por rozamientos en el espacio-tiempo)

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}^{0,75}} = \frac{e}{m_e^{0,75}} = \frac{q_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\tau}^{0,75}} = \frac{q_{\nu_\mu}}{m_{\nu_\mu}^{0,75}} = \frac{q_{\nu_e}}{m_{\nu_e}^{0,75}}$$

Deberíamos hablar de culombios electro débiles, culombios eléctricos o culombios electro fuertes, según el caso.

A causa de consideraciones que se desarrollaran más adelante en este artículo se ha asignando una masa de 11,87 MeV/c² a los partones ligeros y de 12,91 MeV/c² a los partones pesados.

Partícula-pulsación	masa	Tipo de interacción	Rango de carga (En culombios equivalentes)	Carga más probable (En culombios equivalentes)
ν_e	0,01983 eV	ELECTRODÉBIL	6,22 10 ⁻²⁷ → 3,16 10 ⁻²³	4,429 10 ⁻²⁵
ν_μ	0,0283 eV	ELECTRODÉBIL	8,87 10 ⁻²⁷ → 3,7710 ⁻²³	5,78 10 ⁻²⁵
ν_τ	0,07356eV	ELECTRODÉBIL	2,31 10 ⁻²⁶ → 6,08 10 ⁻²³	1,18 10 ⁻²⁶
$e^{+,-}$	0,511MeV	ELECTROMAGNÉTICA	1,602 10 ⁻¹⁹	1,602 10 ⁻¹⁹
q^0 ligero	11,87 MeV	ELECTROFUERTE	7,75 10 ⁻¹⁹ → 3,73 10 ⁻¹⁸	1,70 10 ⁻¹⁸
$q^{+,-}$ pesado	12,91 MeV	ELECTROMAGNÉTICA ELECTROFUERTE	1,602 10 ⁻¹⁹ 7,75 10 ⁻¹⁹ → 3,73 10 ⁻¹⁸	1,602 10 ⁻¹⁹ 1,70 10 ⁻¹⁸

8. Discusión. Significado físico de la mecánica cuántica

8.1 Concepto de partícula. Origen de la inercia.

Es notable observar que la solución de la ecuación de onda gravitomagnética para una pulsación libre aparenta ser una partícula frontalmente, ya que aparece como una fuente de campo gravitatorio y eléctrico, pero visto transversalmente justifica plenamente su comportamiento ondulatorio. (hipótesis de D'Broglie).

De esta forma, si consideramos a las partículas elementales como pulsaciones gravitomagnéticas podemos explicar:

- El experimento de la doble rendija, en el que cada electrón efectivamente interfiere consigo mismo.
- El efecto Aharonov-Bohm, en el cual un electrón se ve influido por un campo magnético confinado en un solenoide tiene explicación simplemente considerando que parte de la pulsación que representa el electrón atraviesa el solenoide, quedando por tanto afectado.
- El que se considere al electrón como un objeto sin dimensión (puntual), sin ninguna estructura interna.

Por otro lado, esto conlleva a la *ausencia de la acción a distancia*. El campo de fuerza de las partículas se percibe porque efectivamente estamos atravesando las pulsaciones que conforman las partículas.

Para determinar el origen de la inercia resulta muy interesante observar la propagación de las ondas electromagnéticas en una guía de ondas como las que se utilizan para transmitir señales electromagnéticas. Las ondas cuya frecuencia es inferior a una frecuencia mínima, denominada de corte, no se transmiten, mientras que las de frecuencia superior se transmiten a una velocidad mayor cuanto más alta es su frecuencia, es decir, las pulsaciones más energéticas presentan una velocidad de grupo mayor.

El modo de propagación de una onda cuya frecuencia sea ω en una guía de onda con una frecuencia de corte ω_0 viene dada por la siguiente relación:

$$\beta = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}$$

La velocidad con la que efectivamente se transmiten la información y la energía dentro de una guía de onda viene representada por la velocidad de grupo, que se define como la derivada de la frecuencia con respecto al modo de propagación $d\omega/dk$.

Derivando la expresión anterior con respecto a ω tenemos:

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{\omega}{c\sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}}$$

así que la velocidad de grupo de una onda de frecuencia ω en una guía de onda con una frecuencia de

corte ω_0 es:
$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{c\sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}}{\omega} = c\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

y reordenando tenemos:

$$\left(\frac{v_g}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \rightarrow \frac{\omega_0}{\omega} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2} \rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}} \text{ y por tanto:}$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}}$$

Si multiplicamos por la constante de Planck h tenemos:

$$\omega h = \frac{\omega_0 h}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}} \text{ y recordando que la energía de una onda viene dada por la expresión } E = h \omega$$

nos queda:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}}$$

Es decir, de una manera bastante sorprendente una onda electromagnética adquiere las mismas propiedades que una partícula material cuando es guiada por una estructura metálica o por otras condiciones de contorno, como es el caso de la fibra de vidrio. *Este es el origen de la masa inercial.*

Como además las ondas estacionarias pueden interactuar entre ellas mediante tres mecanismos, la alteración del índice de refracción aparente (dilatación del tiempo), la contracción del espacio (curvatura del espacio) y el arrastre del medio de propagación (arrastre de marco) se va a aceptar que *las partículas elementales están conformadas únicamente por ondas*, que aparentan ser partículas únicamente cuando se las observa a gran distancia en relación al tamaño de las dimensiones compactadas, *debe abandonarse por tanto la concepción dual de la materia.*

8.2 Ecuación de Klein-Gordon. Longitud de onda de D'Broglie.

Si partimos de la ecuación de onda gravitomagnética en 6D tenemos:

$$(\nabla_{6D}^2 + k^2) \cdot H = 0$$

Como $k^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \beta^2$ podemos escribir: $\rightarrow \left[\nabla_{6D}^2 + \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \beta^2 \right] \cdot H = 0$ (a)

La velocidad de grupo se define como: $v_g = \frac{c^2 \beta}{2\pi f_0} \rightarrow \beta = \frac{v_g \cdot 2\pi f_0}{c^2}$

Si tenemos en cuenta que $\omega = 2\pi f_0$ podemos escribir:

$$\beta = \frac{v_g \cdot \omega}{c^2} = \left(\frac{v_g}{c}\right) \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)$$

Considerando que $k = \frac{\omega}{c}$ y sustituyendo en (a)

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \left(\frac{v_g}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2\right] = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2, \text{ como } \frac{v_g}{c} = \varepsilon \text{ tenemos}$$

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 [1 - \varepsilon^2] = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2$$

y recordando que hemos postulado que k era imaginario tenemos :

$$k = \frac{m_0 c}{\hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot i, \text{ si tenemos en cuenta que } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$$

y sustituimos en la ecuación de onda tendríamos entonces:

$$\left(\nabla_{6D}^2 + \left(\frac{m c}{\hbar} i \right)^2 \right) \cdot H = 0 \text{ similar a la ecuación de Klein-Gordon independiente del tiempo.}$$

Esta ecuación debe resolverse para seis dimensiones, no para cuatro, por eso esta ecuación fracasó cuando se aplicó al átomo de hidrógeno.

Si multiplicamos y dividimos por c nos queda: $k = \frac{1}{\hbar c} \cdot \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot i = \frac{\text{Energía}_{onda}}{\hbar c} \cdot i$

Esta ultima relación nos va a permitir resolver la ecuación de onda de los electrones cuando están sometidos a un campo de fuerzas.

Por otro lado si volvemos a la ecuación:

$$k = \frac{m_0 c}{\hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot i \text{ y teniendo en cuenta que } k^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \beta^2$$

Podemos escribir $\left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \varepsilon^2} = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \beta^2$

$$\left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{1 - \varepsilon^2}\right) - 1 \right] = \beta^2 \text{ Por tanto } \beta^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 \cdot \left[\frac{1 - 1 + \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \right] = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 \cdot \left[\frac{\varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \right]$$

Luego:

$$\beta = \frac{m_0 c}{\hbar} \cdot \left[\frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \right] i \text{ y como } \frac{v_g}{c} = \varepsilon \text{ nos queda finalmente:}$$

$$\beta = \frac{m_0 v_g}{\hbar} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \right] i$$

La longitud de onda asociada al modo de propagación será:

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi \hbar \cdot \sqrt{1-\epsilon^2}}{m_0 v_g} i = \frac{\pi h \cdot \sqrt{1-\epsilon^2}}{2 \pi m_0 v_g} i$$

Finalmente tendremos:

$$\boxed{\lambda = \frac{h \cdot \sqrt{1-\epsilon^2}}{2 m_0 v_g} i} \text{ lo que representa una semilongitud de onda de D'Broglie.}$$

9. Aplicación de la ecuación de onda gravitomagnética al átomo de hidrógeno.

9.1 Ecuación de onda para el átomo de hidrógeno.

Si utilizamos un sistema de coordenadas esféricas para las dimensiones extendidas y circular para las compactadas y consideramos un potencial eléctrico tridimensional la ecuación de onda sería:

$$(\nabla_{6D}^2 + k^2) \cdot H = 0 \quad \text{donde} \quad k = \frac{E_{\text{onda}}}{\hbar c} i$$

La energía total de la pulsación tendrá los siguientes términos:

- Energía de la pulsación en reposo: $E_0 = mc^2$
- Energía cinética: E_c

Como la energía cinética no es conocida a priori y el electrón se va a mover en un campo potencial eléctrico podemos expresarla como la diferencia entre:

- Energía mecánica: E_m
- Energía potencial eléctrica. Si consideramos que debido a su gran masa con respecto al electrón el protón se mantiene inmóvil podemos expresar la energía debida al campo eléctrico como

$$E_{\text{ELEC}} = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r} = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

Por tanto tendremos que:

$$k = \frac{E_{\text{onda}}}{\hbar c} i = \frac{mc^2 + E_m - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}}{\hbar c} i = \left(\frac{mc^2 + E_m}{\hbar c} - \frac{e^2}{\hbar c 4\pi\epsilon_0 r} \right) i \quad \text{y si llamamos a} \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c 4\pi\epsilon_0}$$

podemos escribir:

$$\nabla_{6D}^2 H - \left(\frac{mc^2 + E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right)^2 H = 0$$

Desarrollando tenemos:

$$\nabla^2 H - \left(\frac{m^2 c^4}{\hbar^2 c^2} + \frac{E_m^2}{\hbar^2 c^2} + \frac{2 E_m mc^2}{\hbar^2 c^2} + \frac{\alpha^2}{r^2} - \frac{2 mc^2 \alpha}{\hbar c r} - \frac{2 E_m \alpha}{\hbar c r} \right) H = 0$$

agrupando nos queda:

$$\nabla^2 H - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 H - \left(\frac{E_m}{\hbar c} \right)^2 H - \frac{2 mc^2}{\hbar c} \left(\frac{E_c}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) H - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} - \frac{2 E_m \alpha}{\hbar c r} \right) H = 0$$

Se puede solucionar mediante separación de variables

$$H(\xi, \eta, x, y, z) = \Phi(\xi, \eta) \cdot \Psi(r, \theta, \varphi)$$

que permite separar los laplacianos utilizando el mismo postulado que en el punto 5.2.

$$\nabla_{\xi, \eta}^2 \Phi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \Phi = 0 \quad \text{De solución análoga a la de la partícula libre. (I)}$$

$$\nabla_{r, \theta, \varphi}^2 \Psi - \left[\left(\frac{E_m}{\hbar c}\right)^2 - \frac{2E_m \alpha}{\hbar c r} \right] \Psi - \frac{2mc^2}{\hbar c} \left(\frac{E_m - \alpha}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r}\right) \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2}\right) \Psi = 0 \quad \text{(II)}$$

Sacando factor común en (II)

$$\nabla^2 \Psi - \frac{E_m}{\hbar c} \left[\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{2\alpha}{r} \right] \Psi - \frac{2mc^2}{\hbar c} \left(\frac{E_m - \alpha}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r}\right) \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2}\right) \Psi = 0$$

En el caso no relativista $mc^2 \gg E_m$ y el término $\frac{E_m}{\hbar c} \left[\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{2\alpha}{r} \right] \Psi$ es despreciable frente a

$\frac{2mc^2}{\hbar c} \left(\frac{E_m - \alpha}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r}\right) \Psi$ y por tanto podemos escribir:

$$\nabla^2 \Psi - \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m - \alpha}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r}\right) \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2}\right) \Psi = 0$$

9.2 Ecuación de Schrodinger.

Si escribimos la ecuación de Schrodinger tenemos:

$$\frac{i}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Psi = -\frac{1}{2} \frac{\hbar}{m_0 c} \nabla^2 \Psi - \frac{\alpha}{r} \Psi$$

Si tenemos en cuenta que $\frac{i}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \frac{E}{\hbar c} \Psi$ nos queda:

$$\left(\frac{E}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) \Psi = -\left(\frac{1}{2} \frac{\hbar}{m_0 c} \right) \nabla^2 \Psi \text{ y despejando y reordenando tendríamos:}$$

$$\boxed{\nabla^2 \Psi + \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) \Psi = 0} \text{ que presenta evidentes analogías con la ecuación anterior.}$$

9.3 Resolución de la ecuación para las dimensiones extendidas. Caso no relativista.

Si partimos de la ecuación:

$$\boxed{\nabla^2 \Psi - \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) \Psi = 0} \text{ , aplicando el laplaciano en esféricas tenemos:}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{Sen} \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} - \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) \Psi = 0$$

Si descomponemos $\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r)P(\theta)T(\varphi)$ tenemos entonces:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 R' P T) + \frac{1}{r^2 \text{Sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{Sen} \theta R P' T) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}^2 \theta} R P T'' - \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) R P T - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) R P T = 0$$

Si multiplicamos por $\frac{r^2 \text{Sen}^2 \theta}{R P T}$

$$\frac{\text{Sen}^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') + \frac{\text{Sen} \theta}{P} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') + \frac{T''}{T} - r^2 \text{Sen}^2 \theta \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) - r^2 \text{Sen}^2 \theta \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) = 0$$

Como tenemos un término que solo depende de φ y la suma debe ser constante por fuerza tenemos que:

$$\frac{T''}{T} = \text{cte} = -m_l^2$$

y cuya solución es: $T(\varphi) = C_4 e^{-im_l \varphi}$ con m_l semientero.

Sustituyendo entonces y dividiendo por $\text{Sen}^2 \theta$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') + \frac{1}{P \text{Sen} \theta} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') - \frac{m_l^2}{\text{Sen}^2 \theta} - r^2 \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) - \alpha^2 = 0$$

Ya tenemos separadas las variables.

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') - r^2 \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) - \alpha^2 = l(l+1)$$

$$\frac{1}{P \text{Sen} \theta} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') - \frac{m_l^2}{\text{Sen}^2 \theta} = -l(l+1)$$

Como $\alpha^2 \ll l(l+1)$ podemos escribir:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') - r^2 \frac{2m_0 c}{\hbar} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) = l(l+1) \quad (\text{a})$$

$$\frac{1}{P \text{Sen} \theta} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') - \frac{m_l^2}{\text{Sen}^2 \theta} = -l(l+1) \quad (\text{b})$$

$$\frac{T''}{T} = -m_l^2 \quad (\text{c})$$

La ecuación (b) se trata de la función asociada de Legendre, que junto con la ecuación (c) proporciona la solución de los armónicos esféricos. Las condiciones de contorno restringen la solución a $l=0,1,2,\dots$ junto con la condición $0 \leq |m_l| \leq l$

En principio m_l puede adoptar valores semienteros, pero los polinomios de Legendre de orden semientero presentan valores infinitos para $\theta=1$, por lo que no pueden tener significado físico.

Vamos a analizar la ecuación (a) para determinar los niveles de energía:

Si aplicamos la regla de la cadena y reagrupamos

$$2rR' + r^2 R'' - r^2 \left(\frac{2m_0 c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{2m_0 c^2 \alpha}{\hbar c r} \right) R = l(l+1) R$$

Definimos la función

$$u(r) = rR$$

$$u'(r) = rR' + R$$

$$u''(r) = R' + rR'' + R' = 2R' + rR''$$

lo que nos permite escribir los dos primeros términos de forma simplificada:

$$2rR' + r^2 R'' = r(2R' + rR'') = ru''$$

y por tanto:

$$u'' - \left(\frac{2m_0 c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{2m_0 c^2 \alpha}{\hbar c r} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u = 0$$

Si realizamos un estudio asintótico de la función anterior cuando $r \rightarrow \infty$ se puede escribir:

$$u'' - \left(\frac{2m_0 c^2 E_m}{(\hbar c)^2} \right) u = 0$$

si llamamos

$$\beta^2 = \frac{2m_0 c^2 E_m}{(\hbar c)^2}$$

podemos escribir:

$$u'' - \left(\beta^2 - \frac{2m_0 c \alpha}{\hbar r} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u = 0$$

Dividiendo por β^2 :

$$\frac{u''}{\beta^2} - \left(1 - \frac{2m_0 c \alpha}{\beta^2 \hbar r} + \frac{l(l+1)}{\beta^2 r^2} \right) u = 0$$

Como r aparece siempre multiplicado por β podemos realizar el siguiente cambio de variable $\rho = \beta r$ definiendo la función $U(\rho)$:

$$U'' - \left(1 - \frac{2m_0 c \alpha}{\beta \hbar \rho} + \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right) U = 0$$

Si llamamos $\rho_0 = \frac{2m_0 c \alpha}{\beta \hbar}$

tenemos

$$U'' - \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right) U = 0 \quad (d)$$

La ecuación (d) aparece en forma muy similar en la resolución de la ecuación de Schrodinger radial del átomo de hidrógeno y puede encontrarse su resolución en la literatura mediante su estudio asintótico y posterior desarrollo en serie. La condición para que la serie de términos no sea infinita es que para algún valor de j se cumpla la igualdad siguiente:

$$\boxed{2(j+l+1) = \rho_0} \quad \text{donde } j \text{ es un número entero.}$$

si llamamos $n = j + l + 1$ nos queda:

$$\boxed{2n = \rho_0}$$

Si recordamos las definiciones:

$$\beta^2 = \frac{2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} \quad \text{y} \quad \rho_0 = \frac{2m_0 c \alpha}{\beta \hbar}$$

podemos obtener la relación que cuantifica los niveles energéticos del electrón en el átomo de hidrógeno:

$$\frac{2mc\alpha}{\hbar \sqrt{2mE_m}} = 2n \quad \rightarrow \quad \frac{mc\alpha}{\sqrt{2mE_m}} = n$$

Elevando al cuadrado

$$\frac{mc^2 \alpha^2}{2E_m} = n^2 \quad \text{Y eligiendo la solución negativa} \rightarrow \quad \boxed{E_m = \frac{-mc^2 \alpha^2}{2n^2}}$$

que proporciona los mismos niveles energéticos que la ecuación de Schrodinger.

En realidad la ecuación (a) se trata de una variación de la función asociada de Lagerre y por tanto proporciona las mismas soluciones. Finalmente recalcar que la solución final vendrá dada por el producto de las 3 soluciones, es decir:

$H(\xi, \eta, x, y, z, t) = \Phi(\xi, \eta) \cdot \Psi(r, \theta, \varphi) \cdot e^{-\omega t}$, y que de dichas soluciones se pueden obtener los momentos angulares, que serían:

- Momento angular orbital $L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar$
- Proyección sobre el eje z del momento angular orbital $L_z = m_l \hbar$
- Momento angular de espín $L_s = m_s \hbar = \frac{\pm 1}{2} \hbar$

9.4 Resolución de la ecuación para las dimensiones extendidas. Caso relativista.

Si partimos de la ecuación de onda para las dimensiones extendidas:

$$\boxed{\nabla^2 \Psi - \frac{E_m}{\hbar c} \left[\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{2\alpha}{r} \right] \Psi - \frac{2mc^2}{\hbar c} \left(\frac{E_m}{\hbar c} - \frac{\alpha}{r} \right) \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) \Psi = 0}$$

sacando factor común y reordenando tenemos:

$$\boxed{\nabla^2 \Psi - \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} \right] \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) \Psi = 0}$$

aplicando el laplaciano en esféricas tenemos:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{Sen}\theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} - \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} \right] \Psi - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) \Psi = 0$$

Si descomponemos $\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r)P(\theta)T(\varphi)$ tenemos entonces:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 R' P T) + \frac{1}{r^2 \text{Sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{Sen} \theta R P' T) + \frac{1}{r^2 \text{Sen}^2 \theta} R P T'' - \left[\frac{E_m^2 + 2 m c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2 E_m + 2 m c^2) \alpha}{\hbar c r} \right] R P T - \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) R P T = 0$$

Si multiplicamos por $\frac{r^2 \text{Sen}^2 \theta}{R P T}$

$$\frac{\text{Sen}^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') + \frac{\text{Sen} \theta}{P} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') + \frac{T''}{T} - r^2 \text{Sen}^2 \theta \left[\frac{E_m^2 + 2 m c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2 E_m + 2 m c^2) \alpha}{\hbar c r} \right] - r^2 \text{Sen}^2 \theta \left(\frac{\alpha^2}{r^2} \right) = 0$$

Como tenemos un término que solo depende de φ y la suma debe ser constante por fuerza tenemos que:

$$\frac{T''}{T} = \text{cte} = -m_l^2$$

y cuya solución es: $T(\varphi) = C_4 e^{-i m_l \varphi}$ con m_l semientero.

Sustituyendo entonces y dividiendo por $\text{Sen}^2 \theta$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') + \frac{1}{P \text{Sen} \theta} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') - \frac{m_l^2}{\text{Sen}^2 \theta} - r^2 \left[\frac{E_m^2 + 2 m c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2 E_m + 2 m c^2) \alpha}{\hbar c r} \right] - \alpha^2 = 0$$

Ya tenemos separadas las variables.

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') - r^2 \left[\frac{E_m^2 + 2 m c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2 E_m + 2 m c^2) \alpha}{\hbar c r} \right] = l'(l' + 1)$$

$$\frac{1}{P \text{Sen} \theta} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') - \frac{m_l^2}{\text{Sen}^2 \theta} - \alpha^2 = -l'(l' + 1)$$

Si llamamos $\alpha^2 - l'(l' + 1) = -l(l + 1)$ nos quedaría:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') - r^2 \left[\frac{E_m^2 + 2 m c^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2 E_m + 2 m c^2) \alpha}{\hbar c r} \right] = l'(l' + 1) \quad (\text{a'})$$

$$\frac{1}{P \text{Sen} \theta} \frac{d}{d\theta} (\text{Sen} \theta P') - \frac{m_l^2}{\text{Sen}^2 \theta} = -l(l + 1) \quad (\text{b'})$$

$$\frac{T''}{T} = \text{cte} = -m_l^2 \quad (\text{c'})$$

La segunda ecuación solo tiene solución para l entero positivo, por tanto podemos obtener los valores de l' en función de los posibles valores de l .

$$\alpha^2 - l' - l'^2 = -l(l + 1) \rightarrow l'^2 + l' - \alpha^2 - l(l + 1) = 0$$

Ecuación de segundo grado cuyas soluciones para los primeros valores de l son:

l	l'
0	$-5,3254190509 \times 10^{-5}$
	-0,9999467485
1	0,9999822494
	-1,9999822494
2	1,9999893497
	-2,9999893497
3	2,9999923927
	-3,99.....

Parece evidente que la solución con significado físico es la primera, por tanto podemos escribir:

l	l'	$\delta=l-l'$
0	$-5,3254190509 \times 10^{-5}$	$5,325419051 \times 10^{-5}$
1	0,9999822494	$1,775055653 \times 10^{-5}$
2	1,9999893497	$1,065029359 \times 10^{-5}$
3	2,9999923927	$7,607344624 \times 10^{-6}$
4	3,9999940832	$5,916821056 \times 10^{-6}$
5	4,999995159	$4,841 \times 10^{-6}$
6	5,9999959037	$4,096259329 \times 10^{-6}$
7	6,9999964499	$3,55009114 \times 10^{-6}$

Ya estamos en condiciones por tanto de resolver la ecuación (a'):

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} (r^2 R') - r^2 \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} \right] = l'(l' + 1)$$

aplicando la regla de la cadena y multiplicando por R tenemos:

$$2rR' + r^2 R'' - r^2 \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} \right] R = l'(l' + 1)R$$

Realizamos la siguiente sustitución:

$$u(r) = rR$$

$$u'(r) = rR' + R$$

$$u''(r) = R' + rR'' + R' = 2R' + rR''$$

lo que nos permite escribir los dos primeros términos de forma simplificada:

$$2rR' + r^2 R'' = r(2R' + rR'') = ru''$$

y por tanto:

$$ru'' - r^2 \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} \right] \frac{u}{r} = l'(l' + 1) \frac{u}{r}$$

operando tenemos:

$$u'' - r \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} \right] u = l'(l' + 1) \frac{u}{r}$$

Dividiendo por r y reordenando:

$$u'' - \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} + \frac{l'(l' + 1)}{r^2} \right] u = 0$$

Si realizamos un estudio asintótico de la función anterior cuando $r \rightarrow \infty$ se puede escribir:

$$u'' - \left[\frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} \right] u = 0$$

si llamamos

$$\beta^2 = \frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2}$$

podemos escribir:

$$u'' - \left[\beta^2 - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\hbar c r} + \frac{l'(l'+1)}{r^2} \right] u = 0$$

Dividiendo por β^2 :

$$\frac{u''}{\beta^2} - \left[1 - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\beta^2 \hbar c r} + \frac{l'(l'+1)}{\beta^2 r^2} \right] u = 0$$

Como r aparece siempre multiplicado por β podemos realizar el siguiente cambio de variable $\rho = \beta r$ definiendo la función $U(\rho)$:

$$U'' - \left[1 - \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\beta \hbar c \rho} + \frac{l'(l'+1)}{\rho^2} \right] U = 0$$

Si llamamos

$$\rho_0 = \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\beta \hbar c} \quad \text{podemos escribir:}$$

$$\boxed{U'' - \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{l'(l'+1)}{\rho^2} \right] U = 0} \quad (d')$$

La ecuación (d') aparece en la resolución de la ecuación de Schrodinger radial del átomo de hidrógeno y puede encontrarse su resolución en la literatura mediante su estudio asintótico y posterior desarrollo en serie. La condición para que la serie de términos no sea infinita es que para algún valor de j se cumpla la igualdad siguiente:

$$\boxed{2(j + l' + 1) = \rho_0} \quad \text{donde } j \text{ es un número entero. Si escribimos } l' \text{ en función de } l \text{ tendremos:}$$

$$2(j + l - \delta(l) + 1) = \rho_0 \quad \text{si llamamos } n = j + l + 1 \text{ nos queda:}$$

$$2(n - \delta(l)) = \rho_0 \quad \text{y llamando } n'(l) = n - \delta(l) \text{ la condición resulta en :}$$

$$\boxed{2n'(l) = \rho_0}$$

Si recordamos las definiciones:

$$\beta^2 = \frac{E_m^2 + 2mc^2 E_m}{(\hbar c)^2} \quad \text{y} \quad \rho_0 = \frac{(2E_m + 2mc^2)\alpha}{\beta \hbar c}$$

podemos obtener la relación que cuantifica los niveles energéticos del electrón en el átomo de hidrógeno si consideramos que la energía mecánica es negativa y por tanto su raíz cuadrada imaginaria:

$$n'(l) = \frac{(E_m + mc^2)\alpha}{i\sqrt{E_m^2 + 2mc^2 E_m}}$$

Si elevamos al cuadrado (apareciendo por supuesto soluciones extras) tenemos:

$$n'^2 = \frac{-(E_m + mc^2)^2 \alpha^2}{E_m^2 + 2mc^2 E_m}$$

operando

$$n'^2 E_m^2 + 2n' mc^2 E_m = -(E_m \alpha + \alpha mc^2)^2$$

desarrollando el cuadrado del binomio y operando:

$$n'^2 E_m^2 + 2n' mc^2 E_m + E_m^2 \alpha^2 + \alpha^2 (mc^2)^2 + 2E_m \alpha^2 mc^2 = 0$$

reordenando nos quedaría:

$$(n'^2 + \alpha^2) E_m^2 + 2mc^2 (n' + \alpha^2) E_m + \alpha^2 (mc^2)^2 = 0$$

ecuación de segundo grado en E_m del tipo $ax^2 + bx + c = 0$

donde

$$a = n'^2 + \alpha^2$$

$$b = 2mc^2 (n' + \alpha^2)$$

$$c = \alpha^2 (mc^2)^2$$

Y la solución será:

$$E_m = -mc^2 \left[1 \pm \sqrt{\frac{\alpha^2}{n'^2 + \alpha^2}} \right]$$

La segunda solución coincide numéricamente con la corrección relativista de primer orden a la ecuación de Schrodinger que aparece en la literatura.

$$E = -\frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{3}{4n} - \frac{1}{l + \frac{1}{2}} \right)$$

Los resultados numéricos se muestran en la página siguiente:

Las soluciones anteriores no reproducen cuantitativamente la estructura fina ni cualitativamente la estructura hiperfina porque en la expresión de la energía no se han introducido los términos magnéticos ni el momento magnético nuclear, pero basta para demostrar que las dos formulaciones son equivalentes.

n	l	l'	n'(l)	E (n') eV	E(n,l) eV
1	0	-5,328E-005	0,999946746	-13,5991928	-13,5991927
2	0	-5,328E-005	1,999946746	-3,39971899	-3,39971897
2	1	0,99998224	1,999982249	-3,39959828	-3,39959828
3	0	-5,328E-005	2,999946746	-1,51096778	-1,51096777
3	1	0,99998224	2,999982249	-1,51093201	-1,51093201
3	2	1,999989344	2,99998935	-1,51092486	-1,51092486
4	0	-5,328E-005	3,999946746	-0,84991348	-0,84991348
4	1	0,99998224	3,999982249	-0,84989839	-0,84989839
4	2	1,999989344	3,99998935	-0,84989538	-0,84989538
4	3	2,999992389	3,999992393	-0,84989408	-0,84989408
5	0	-5,328E-005	4,999946746	-0,54394222	-0,54394222
5	1	0,99998224	4,999982249	-0,54393449	-0,54393449
5	2	1,999989344	4,99998935	-0,54393295	-0,54393295
5	3	2,999992389	4,999992393	-0,54393229	-0,54393229
5	4	3,99999408	4,999994083	-0,54393192	-0,54393192

La solución radial a la ecuación de onda es muy similar a la tradicional en Mecánica Cuántica, pero con las siguientes diferencias:

- Ψ representa (es proporcional a) el potencial de las fuerzas electrofuertes, electromagnéticas o electrodébiles, y *pierde su interpretación probabilista*.

- La longitud característica a debe ser igual a la mitad del radio de Bohr. ($a_0/2$).

10. Aplicación de la ecuación de onda gravitomagnética a los partones. Hadrones.

Dado que los partones poseen cargas electrofuertes muy grandes deberían ser capaces de formar estructuras similares a los átomos, pero unidas por las cargas electrofuertes en vez de por las cargas eléctricas, y por tanto con energías de enlace mucho mayores. La ecuación de onda gravitomagnética para un potencial que decrece con la inversa del radio nos proporciona los siguientes niveles energéticos:

$$E = -mc^2 \left[1 \pm \sqrt{\frac{\alpha'^2}{n'^2 + \alpha'^2}} \right]$$

con $\alpha' = \frac{q_1 q_2}{\hbar c 4 \pi \epsilon_0}$, $m \rightarrow$ masa reducida, $n' = n - \delta(l)$, $\delta(l) = l - l'$, y $l =$ entero positivo, y l' la solución a la siguiente ecuación $l'^2 + l' - \alpha'^2 - l(l+1) = 0$.

Si $l=0$ (orbitales esféricos) entonces $l' = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha'^2}}{2}$

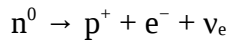
Como en el caso de los hadrones $\alpha' \gg 1$ podemos hacer la siguiente aproximación:

$l' \approx \frac{-1 \pm 2\alpha'^2}{2} \approx \alpha'^2$, lo que nos proporciona los siguientes posibles valores de la energía:

$$E = -mc^2 \left[1 \pm \sqrt{\frac{\alpha'^2}{\alpha'^2 + \alpha'^2}} \right] = -mc^2 \left[1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \right], \text{ y por tanto:}$$

$$E_{ENLACE} = -0,2928 mc^2 \quad \text{o} \quad E_{ENLACE} = -1,7072 mc^2$$

La primera solución se corresponde con la experimental de los orbitales electrónicos, veamos pues alguna reacción nuclear, por ejemplo, el decaimiento de un neutrón libre según la siguiente reacción:



La primera solución nos proporcionaría una energía de enlace igual a:

$$E_{ENLACE} = 0,2928 \cdot m(e) = 0,15 \text{ MeV}$$

Y la segunda solución nos proporcionaría una energía de enlace igual a:

$$E_{ENLACE} = 1,7072 \cdot m(e) = 0,87 \text{ MeV}$$

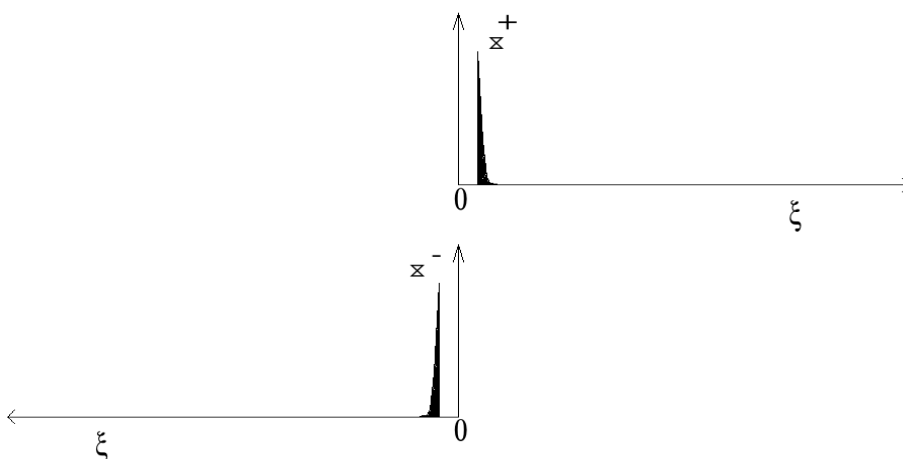
como la máxima energía cinética del electrón medida ha sido de $0,782 \pm 0,13 \text{ MeV}$ se escoge la segunda solución.

Esto va a tener dos consecuencias muy importantes, la primera es que explica que no se hayan detectado los partones por separado hasta ahora, la segunda es que no se va a cumplir el principio de exclusión de Pauli en los partones.

La formula anterior justifica un *sistema de masas lineal* para los hadrones. Ya en 1952 Nambu había propuesto que las masa de los hadrones estaban cuantizadas con un quantum de aproximadamente 70 MeV, en realidad 35 MeV correspondiendo los múltiplos impares con los bariones, mientras que los mesones serían los múltiplos pares.

Analicemos entonces las diferentes combinaciones que pueden darse.

Tipo POSITRONIO (Mesones) Formados por dos ondas iguales, por tanto espín total cero. Nótese que + y - se refieren a cargas electrofuertes.



La masa reducida será entonces $m' = \frac{m^2}{2m} = \frac{m}{2}$ y por tanto la energía de enlace será igual a

$$E_{ENLACE} = 1,7072 m' = 1,7072 \frac{m}{2} = 0,8536 m$$

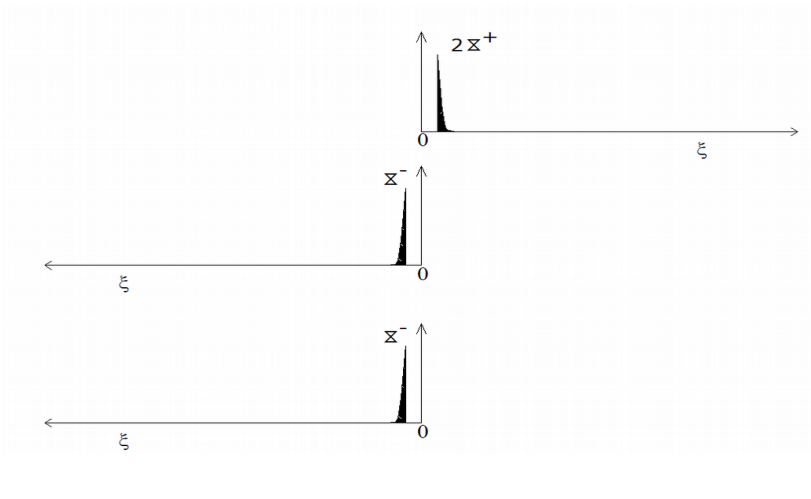
La masa total será entonces $M = 2m + 0,8536 m = 2,8536 m$.

De donde podemos obtener aproximadamente la masa del partón

$$m_{partón} \approx \frac{35}{2,8536} = 12,27 \text{ MeV} / c^2$$

Tipo HELIO (Bariones)3 ondas. Espín total $\frac{1}{2}$

A.1 Número de partones divisible por 4.



La masa reducida será entonces $m' = \frac{2m \cdot m}{2m + m} = \frac{2}{3} m$ y por tanto la energía de atracción será

$$E_{Attraction} = 1,7073 \frac{2}{3} m \text{ .}$$

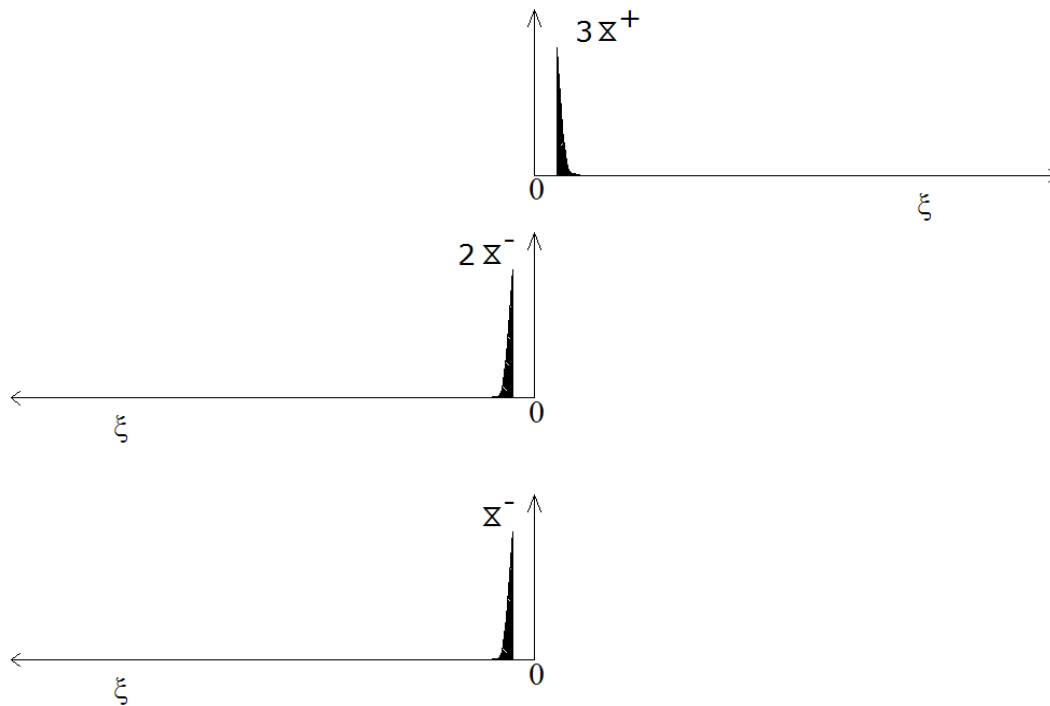
esta energía de enlace se ve reducida debido a la repulsión entre los dos partones más ligeros, ya que tienen la misma carga electrofuerte. Esta repulsión se puede estimar como el producto de los dos partones más ligeros multiplicados por 1,7072, pero considerando que ambos ya están fijados por el partón de mayor masa se utilizarán como masas de partida las masas previamente reducidas, es decir $\frac{2}{3}m$.

$$REPULSION = 1,7073 \cdot \left[\frac{2/3m \cdot 2/3m}{(2/3m + 2/3m)} \right] = 1,7073 \frac{m}{3}$$

Por tanto, la energía de enlace será: $E_{enlace} = 2 \cdot ATRACCIÓN - REPULSION = 1,7073 \left(\frac{4}{3} m - \frac{1}{3} m \right) = 1,7073 m$

Esto es, la misma que en el tipo positronio. Dado que el tipo positronio es más simétrico y simple (dos ondas frente a tres) el tipo helio debe estar gravemente penalizado. *Esto explica porqué los múltiples pares de 35 MeV son preferiblemente mesones.*

A.2 Número de partones par, pero no divisible por 4.



Siguiendo el mismo método de cálculo:

$$m'_1 = \frac{3m \cdot 2m}{3m + 2m} = \frac{6}{5}m \quad ; \quad m'_2 = \frac{3m \cdot m}{3m + m} = \frac{3}{4}m \quad ; \text{Repulsión} \quad m'_3 = \frac{6/5m \cdot 3/4m}{6/5m + 3/4m} = 0,46153m$$

Por tanto, la masa total será: $M = 3m + 2m + m + 1,7072[6/5m + 3/4m - 0,46453m] = 8,5411m$

Si fuese un mesón $M = 3m + 3m + 1,7072m/2 = 8,5608m$

La solución bariónica es ahora más ligera, y por tanto prevalece. Esto explica porqué los múltiplos impares de 35 MeV son preferiblemente bariones.

El barión más ligero posible debería tener una masa igual a $m_\mu = 8,5411 \cdot 12,27 = 104,79 \text{ MeV}$

Esta estimación es un 0,82% más ligera que la masa experimental del muón $m_\mu = 105,65 \text{ MeV}$

Previamente habíamos postulado la existencia de partones ligeros y pesados, pero no existía previamente ninguna referencia a la existencia de un sistema multilinear de masas para las partículas subatómicas.

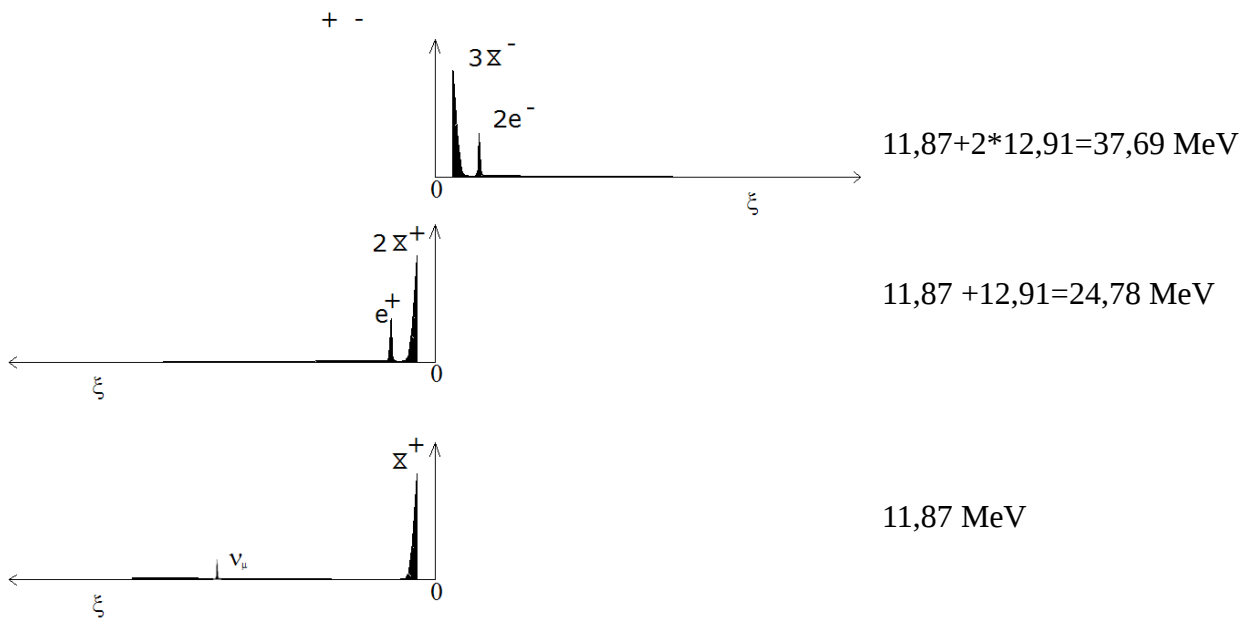
Gracias al gran trabajo del Dr Palazzi ha sido posible superar esta dificultad. Sus trabajos no han recibido la atención que merecen, pero afortunadamente se encuentran disponibles en su página web www.particlez.org. Palazzi, aplicando apropiadas técnicas estadísticas, es capaz de sistematizar las masas de virtualmente todos los mesones y bariones mediante un sistema lineal basado en dos partículas, una ligera sin carga (33.88 MeV/c²) que podemos identificar con los partones ligeros y otra ligeramente más pesada y con carga eléctrica (36.84 MeV/c²) que podemos asimilar con el partón pesado.

Ahora podemos conocer las masas de los partones:

$$m_{\text{partón ligero}} \approx \frac{33,88}{2,8536} = 11,87 \text{ MeV}/c^2 \quad m_{\text{partón pesado}} \approx \frac{36,84}{2,8536} = 12,91 \text{ MeV}/c^2$$

Intentaremos aplicar lo anterior a las partículas más simples. En los bariones la menor energía de repulsión se obtiene cuando la distancia entre ellos es maximizada, por lo que las dos ondas más pequeñas deben ser lo más desiguales posible. La carga eléctrica debe acumularse en las dos ondas más interiores, ya que las cargas de diferente signo tienden a estar lo más cerca posible. Esto no significa que el resto de combinaciones no puedan existir, al menos temporalmente como estados excitados.

PROPUESTA PARA EL MUÓN



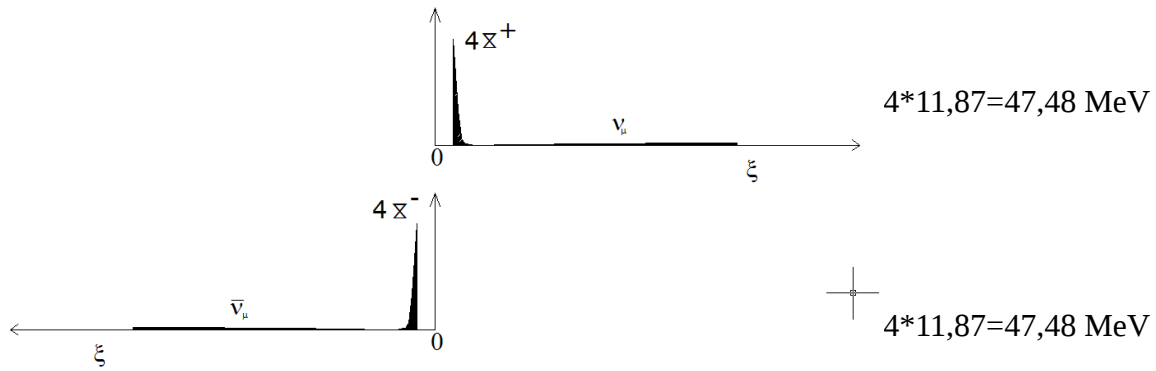
$$m'_1 = \frac{37,69 \cdot 24,78}{37,69 + 24,78} = 14,95 \text{ MeV} \quad m'_2 = \frac{37,69 \cdot 11,87}{37,69 + 11,87} = 9,027 \text{ MeV} \quad m'_{rep} = \frac{-14,95 \cdot 9,027}{14,95 + 9,027} = -5,6285 \text{ MeV}$$

Por tanto:

$$m_\mu = 37,69 + 24,78 + 11,87 + 1,7072 \cdot (14,95 + 9,027 - 5,6285) = 105,6641 \text{ MeV}$$

Como la masa experimental del muón es $m_\mu = 105,6583 \text{ MeV}$ el error disminuye hasta el 0,006%.

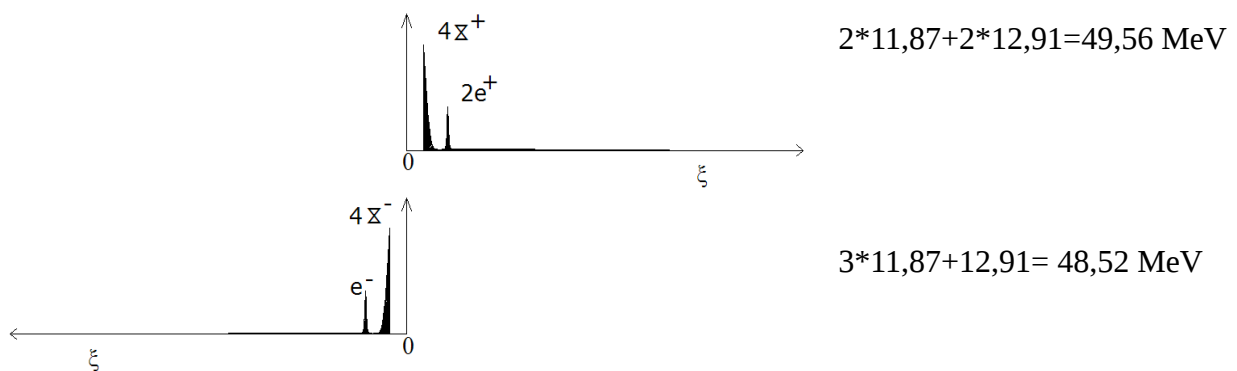
PROPUESTA PARA EL π^0



$$m'_1 = \frac{47,48 \cdot 47,48}{47,48 + 47,48} = 23,74 \text{ MeV} \quad m_{\pi^0} = 47,48 + 47,48 + 1,7078 \cdot 23,74 = 135,49 \text{ MeV}$$

Como la masa experimental es: $m_{\pi^0} = 135,0 \text{ MeV}$ el error es igual a 0,35%.

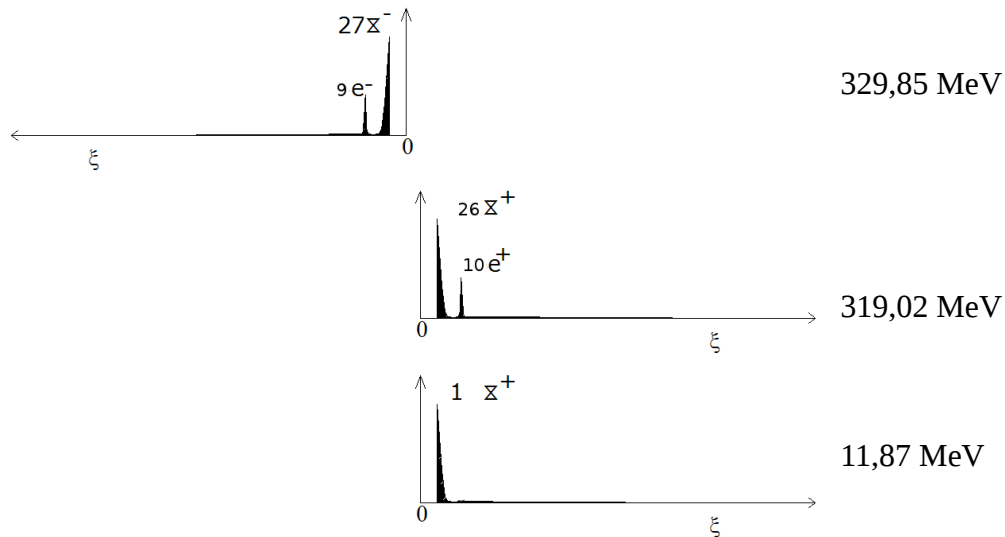
PROPUESTA PARA π^+



$$m'_1 = \frac{49,56 \cdot 48,52}{49,56 + 48,52} = 24,5172 \text{ MeV} \quad \rightarrow \quad m_{\pi^+} = 49,56 + 48,52 + 1,7078 \cdot 24,5172 = 139,93 \text{ MeV}$$

Como la masa experimental es $m_{\pi^+} = 139,57 \text{ MeV}$ el error es igual a 0,26%.

PROPUESTA PARA EL PROTÓN



$$m'_1 = \frac{329,85 \cdot 319,02}{329,85 + 319,02} = 162,17 \text{ MeV} \quad m'_2 = \frac{329,85 \cdot 11,87}{329,85 + 11,87} = 11,46 \text{ MeV}$$

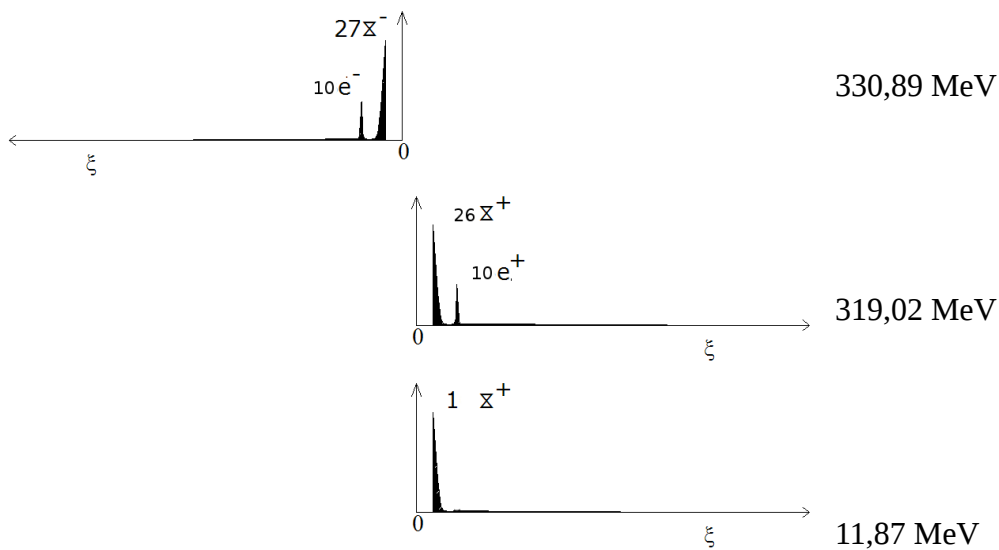
$$m'_{rep} = \frac{-162,17 \cdot 11,46}{162,17 + 11,46} = -10,70 \text{ MeV}$$

Por tanto:

$$m_{PROTON} = 329,85 + 319,02 + 11,87 - 1,7072 \cdot (162,17 + 11,46 - 10,70) = 938,88 \text{ MeV}$$

Como la masa experimental del protón es: $m_{PROTON} = 938,272 \text{ MeV}$ el error es igual a 0,07%.

PROPUESTA PARA EL NEUTRON



$$m'_1 = \frac{330,89 \cdot 319,02}{330,89 + 319,02} = 162,42 \text{ MeV} \quad m'_2 = \frac{330,89 \cdot 11,87}{330,89 + 11,87} = 11,46 \text{ MeV}$$

$$m'_{rep} = \frac{-162,42 \cdot 11,46}{162,42 + 11,46} = -10,70 \text{ MeV}$$

Por tanto: $m_{NEUTRÓN} = 330,89 + 319,02 + 11,87 + 1,7072 \cdot (162,42 + 11,46 - 10,70) = 940,35 \text{ MeV}$

Como la masa experimental del neutrón es: $m_{NEUTRÓN} = 939,56 \text{ MeV}$ el error es igual a 0,08%.

Por supuesto, existen otras posibilidades para el protón, por ejemplo (27,+10;26,-9 ;1,0) en vez de (27,-9;26,+10; 1,0) con una masa de 938,84 MeV y para el neutrón, por ejemplo (27,-10; 26,+10;1,0) en vez de (27,+10 ;26,-10 ;1,0) con igual masa. De hecho, como las masas de los dos tipos de partones son de aproximadamente 11-12 MeV siempre podremos encontrar una combinación que se ajuste a las masas experimentales, especialmente en las partículas pesadas.

Es importante destacar que existen múltiples combinaciones de ondas posibles, algunas de las cuales serán más estables que otras y posiblemente muchas de ellas coexistan en diferentes porcentajes y en diferentes estados de excitación, particularmente cuando las golpeamos para estudiarlas. Es decir, no solo varía el número total de partones, sino la proporción de partones neutros frente a partones cargados y la distribución de estos partones entre las diferentes ondas, aparte de los posibles estados orbitales (s,p,d,...) esto ocasiona que muchas de estas combinaciones tengan masas muy similares, especialmente si estas son elevadas. No es de extrañar por tanto las graves dificultades que encuentran los físicos de partículas al intentar analizar las colisiones y extraer conclusiones, *especialmente a altas energías*, ya que se multiplican casi exponencialmente el número de partículas posibles y los choques modifican aún más las partículas estudiadas.

Además, como hemos usado una aproximación clásica para determinar la energía de repulsión existe un error sistemático. Por tanto, necesitamos otras propiedades de las partículas con el fin de obtener la estructura de partones de los mesones y bariones. A lo largo de este trabajo se utilizará el momento magnético intrínseco y la distribución interna de cargas eléctricas y electrofuertes.

11. Estructura de los Hadrones. Orbitales y distribución interna de carga.

Como vimos en la resolución de la ecuación de onda gravitomagnética para un potencial central que decrece con la inversa del radio la ecuación angular quedaba inalterada en el caso relativista, es decir, la forma de los orbitales no varia. Por tanto, podemos considerar que los hadrones están compuestos por capas esféricas, al menos cuando no están excitados. Para el caso no relativista el radio de Bohr a_0 es calculado mediante la siguiente expresión:

$$a_0 = \frac{\bar{h}}{mc\alpha}$$

si operamos $a_0 = \frac{\bar{h}}{mc\alpha} = \frac{\bar{h}}{mc\alpha} \frac{c}{c} \frac{\alpha}{\alpha} \frac{2}{2}$ y teniendo en cuenta que la energía de los orbitales es

$$E_0 = \frac{mc^2\alpha^2}{2} \text{ podemos expresar el radio de Bohr en función de la energía del primer orbital}$$

$$a_0 = \frac{\hbar c \alpha}{2 E_0} = \frac{\hbar c}{2 E_0 / \alpha}$$

Si extrapolamos esta relación al caso relativista podemos escribir:

$$\frac{E_0}{\alpha} = \frac{-mc^2}{\alpha} \left[1 \pm \sqrt{\frac{\alpha'^2}{n'^2 + \alpha'^2}} \right] = -mc^2 \left[\frac{1}{\alpha} \pm \sqrt{\frac{1}{\frac{n'^2}{\alpha'^2} + 1}} \right]$$

Para el caso en que el potencial central provenga de fuerzas electrofuertes $\alpha' \gg \gg \gg 1$ y $n' \rightarrow \alpha'$ y por tanto:

$$\frac{E_0}{\alpha} = -mc^2 \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ y operando:}$$

$$a_0 = \frac{\hbar c}{2 \sqrt{\frac{1}{2}} m c^2} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2} m c^2}$$

En esta expresión debemos tener en cuenta dos condiciones:

- Debemos usar las masas reducidas
- La masa de la partícula-pulsación se ha incrementado por la energía de enlace

$$m = m_0 + 1,7072 m_0 = 2,7072 m_0$$

Y por tanto:

$$a_0 = \frac{\hbar c}{3,8285 (m' c^2 \text{ MeV}) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ J / MeV}}$$

Para el caso del protón las longitudes características serían:

$a_0 = \frac{\hbar c}{3,8285 (162.17 + 11.46 - 10.70) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 3.1522 \cdot 10^{-16} = 0.31522 \text{ fm}$
$a_1 = \frac{\hbar c}{3,8285 (162.17 - 10.7/2) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 3.275 \cdot 10^{-16} = 0.3275 \text{ fm}$
$a_2 = \frac{\hbar c}{3,8285 (11.46 - 10.7/2) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 8.4099 \cdot 10^{-15} = 8.4099 \text{ fm}$

Por tanto y teniendo en cuenta que los orbitales son degenerados tenemos que los hadrones están formados por dos o tres capas esféricas que se superponen entre sí, con una función de onda

$$\Psi_{1s} = K e^{-r/a}$$

donde a es una longitud característica y K varía de acuerdo a la normalización utilizada. De acuerdo a la hipótesis "Solo ondas" esta función de onda es una *densidad real* (masa, carga, etc.).

La longitud característica se postula que es igual a la mitad del radio de Borh de cada onda.

Si normalizamos a la unidad el volumen de una esfera nos quedaría entonces

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0}$$

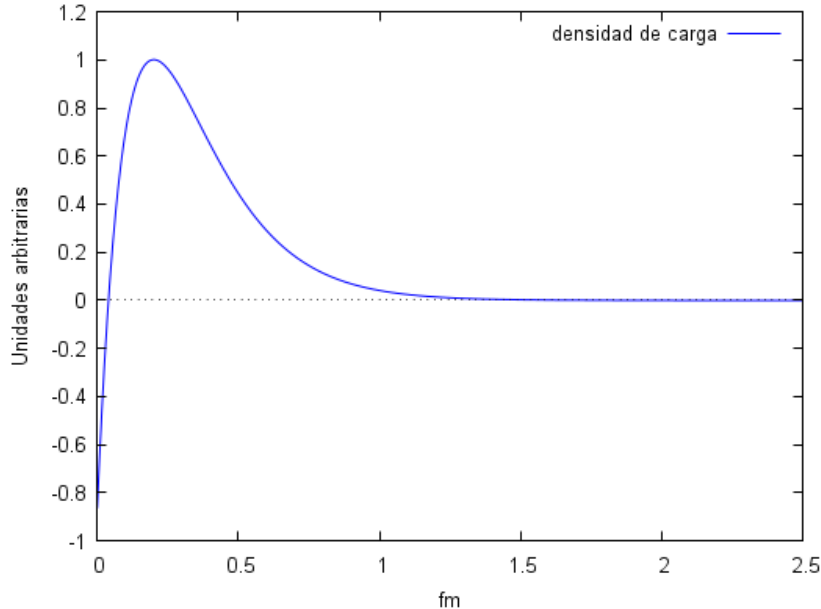
o normalizando a dos dimensiones

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{a_0} \right)^2 e^{-2r/a_0}$$

Es posible la existencia de estados excitados, que representan múltiplos de la masa de estas partículas. Aparentemente es más frecuente la aparición de estos estados en series geométricas de factor 2, es decir 2,4,8,16,32,.... veces su masa.

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

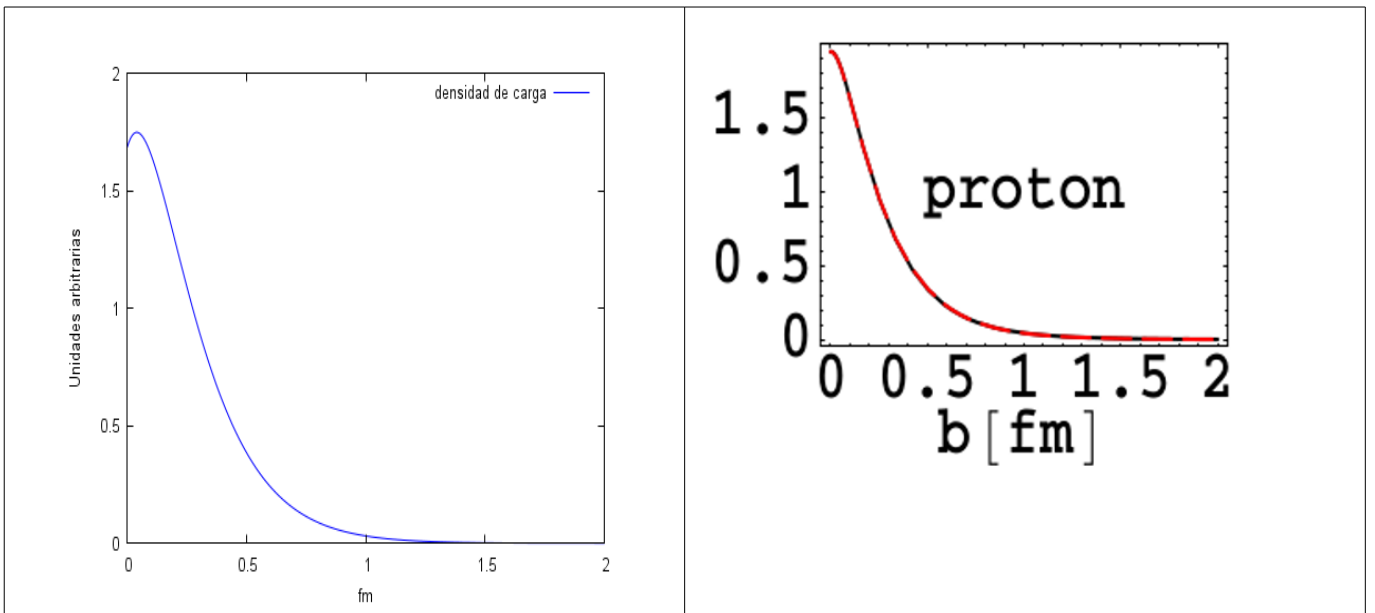
$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-9 \left(\frac{1}{0.31522} \right)^3 e^{-2r/0.31522} + 10 \left(\frac{1}{0.3275} \right)^3 e^{-2r/0.3275} \right]$$



si lo normalizamos tres dimensiones, o bien

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi} \left[-9 \left(\frac{1}{0.31522} \right)^2 e^{-2r/0.31522} + 10 \left(\frac{1}{0.3275} \right)^2 e^{-2r/0.3275} \right]$$

si la normalizamos a 2 dimensiones, lo que permitiría compararlo con las densidades transversales experimentales obtenidas por Miller en "Charge densities of the neutron and proton" Miller 2007 (a la derecha en la ilustración).



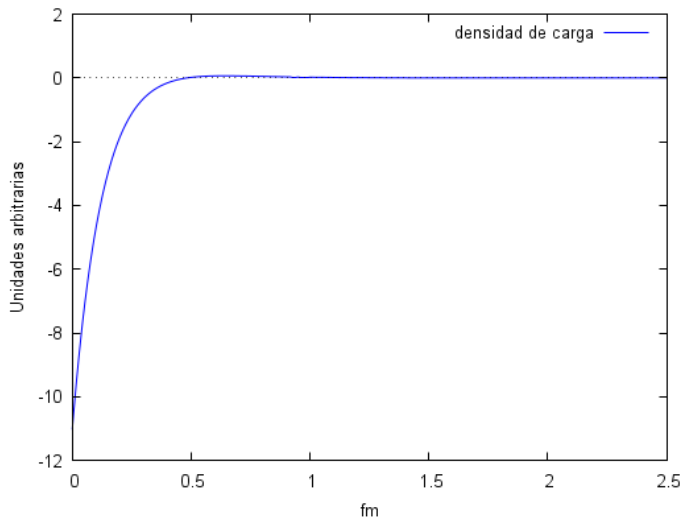
La modificación de la solución de onda gravitomagnética provocada por el impacto de las partículas utilizadas para el experimento (fotones, electrones,..) es un concepto fundamental para la comprensión del mundo subatómico. *Conforme aumentamos la energía de impacto la modificación es mayor, hasta que todas las ondas aparentan ser objetos puntuales.* La energía a la que esto sucede es dependiente de la energía de enlace, por eso los muones aparentan ser partículas puntuales, mientras que en los nucleones tenemos acceso a un rango de energías que nos permiten conocer su estructura interna, una vez sobrepasado este rango, se comportan como conformados por tres partículas puntuales. (los famosos e inexistentes quarks).

Para el caso del neutrón será muy similar:

$a_0 = \frac{\hbar c}{3,8285(162,42 + 11,46 - 10,70) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 3,147 \cdot 10^{-16} = 0,3147 \text{ fm}$
$a_1 = \frac{\hbar c}{3,8285(162,42 - 11,46/2) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 3,269 \cdot 10^{-16} = 0,3269 \text{ fm}$
$a_2 = \frac{\hbar c}{3,8285(11,46 - 10,70/2) \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 8,409 \cdot 10^{-15} = 8,409 \text{ fm}$

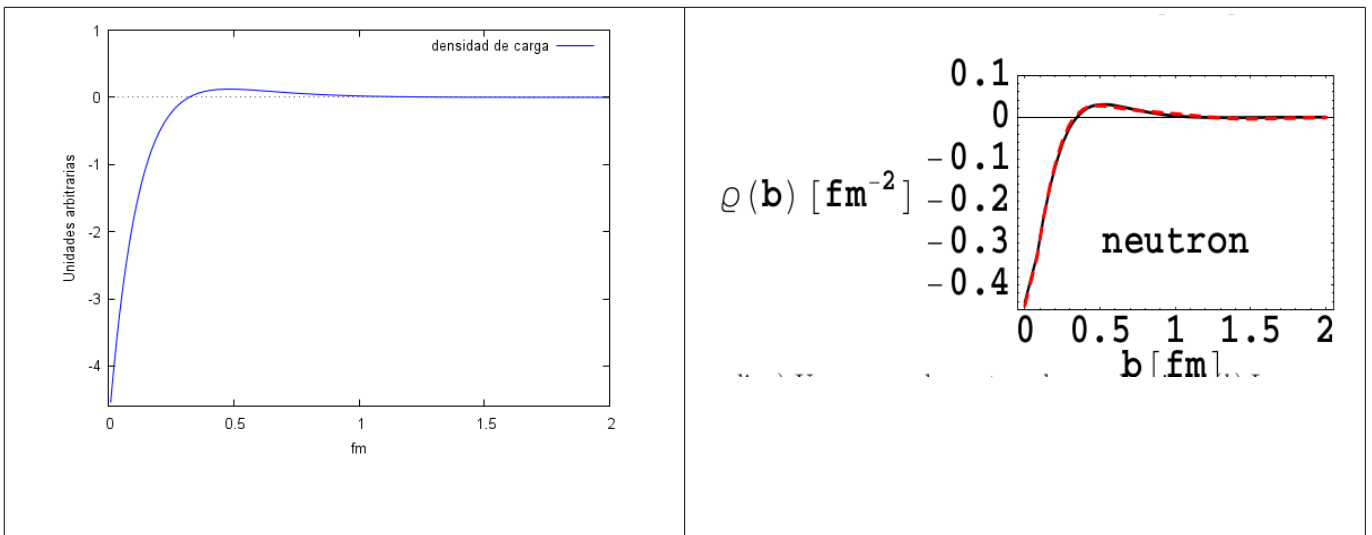
La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-10 \left(\frac{1}{0,3147} \right)^3 e^{-2r/0,3147} + 10 \left(\frac{1}{0,3275} \right)^3 e^{-2r/0,3275} \right]$$



o bien normalizando a 2D para poder comparar con la densidad transversal de carga obtenida por Miller en [8]

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi} \left[-10 \left(\frac{1}{0.3147} \right)^2 e^{-2r/0.3147} + 10 \left(\frac{1}{0.3275} \right)^2 e^{-2r/0.3275} \right]$$






Notese el factor de diez de diferencia debido a la arbitraria (como cualquier otra) normalización de Miller a la carga unidad.

12. Estabilidad de las soluciones hadrónicas.

La multiplicidad de las posibles soluciones hadronicas se enfrenta a la realidad de las escasas soluciones estables (protón) y cuasiestables (neutrón). Resumiendo ningún mesón es estable, y de todos los bariones solo uno lo es completamente. Veamos las posibles razones:

Hemos visto que todas las soluciones de la ecuación de onda que hemos asignado a la materia son fundamentalmente asimétricas, especialmente el sentido de la onda, aunque también geométricamente. Si exponemos estas ideas gráficamente vemos como la estabilidad está directamente relacionada con la asimetría de la solución. Especialmente el par partícula antipartícula que se convierte rápidamente en fotones.

		
Fermión	Bosón con masa	Par partícula-antipartícula

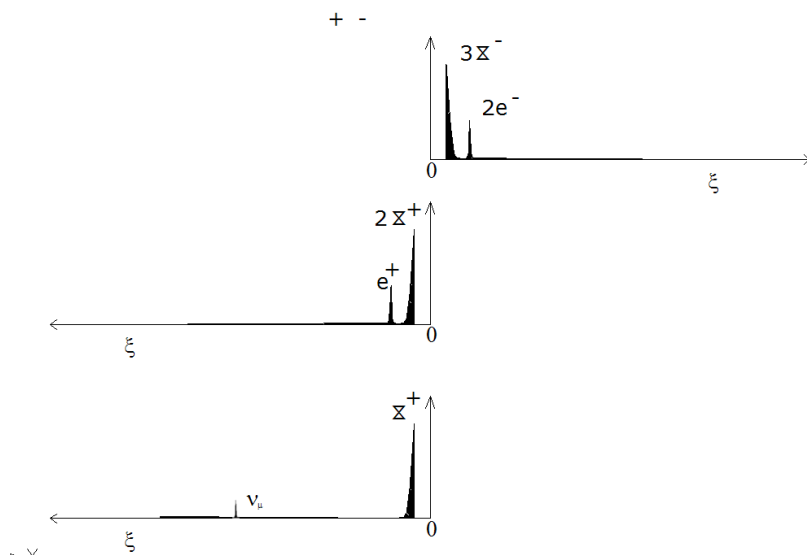
Dada la simetría de los mesones (2 ondas iguales, al menos en carga electrofuerte) se puede deducir su inestabilidad, siendo esta mayor cuanto más iguales sean las ondas, es decir, se supone a los mesones cargados una mayor estabilidad.

Por tanto, como ya habíamos visto que en el caso de un número total de partones par, pero divisible entre cuatro, prevalecía por ser de menor masa la solución mesónica podemos descartar como estables la mitad de todas las partículas posibles. Hay que buscar en la asimetría de la solución bariónica las partículas estables.

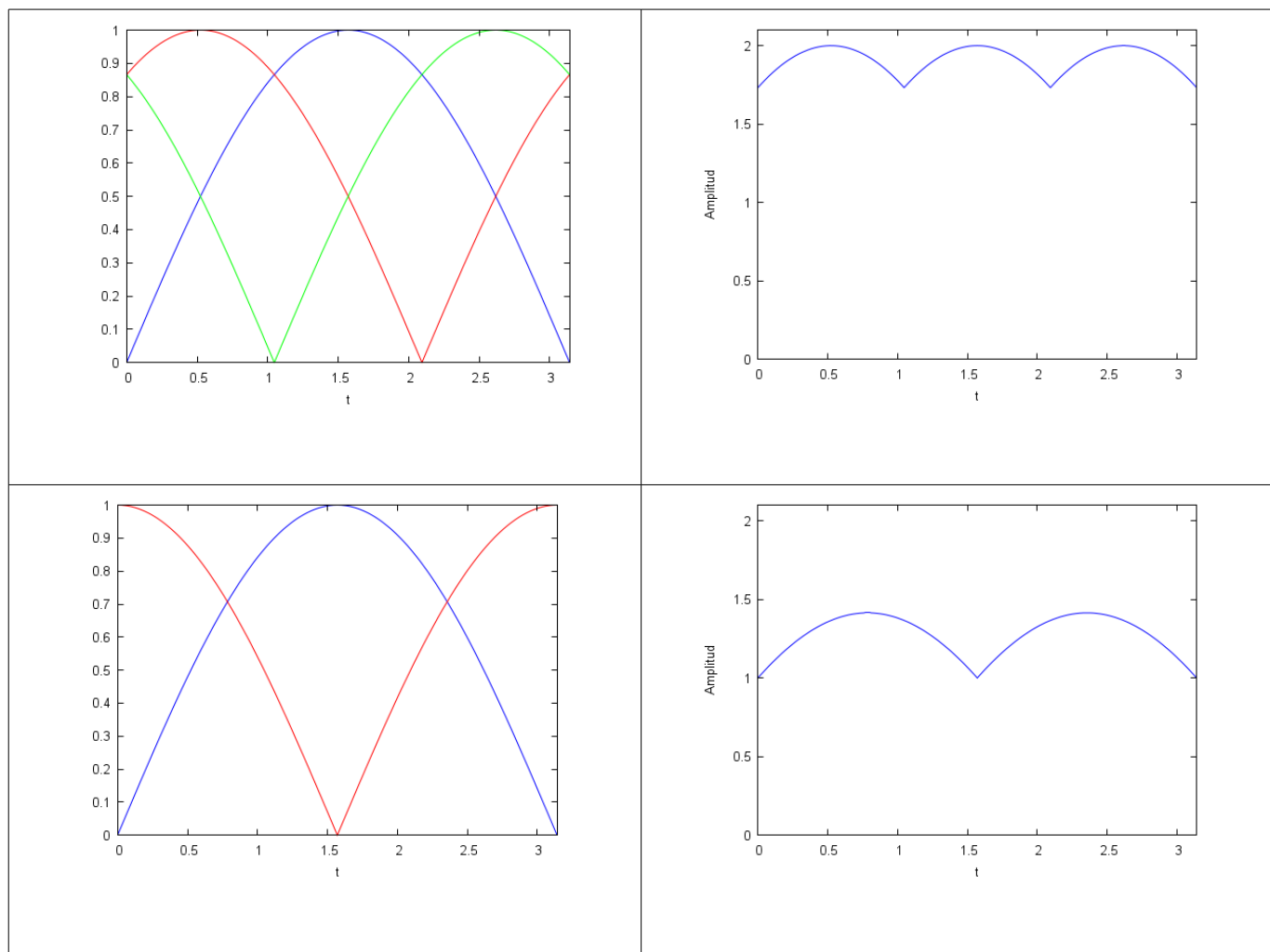
De entre los bariones la mayor asimetría en la solución se produce cuando la diferencia entre las dos ondas menores es máxima, circunstancia que se ve favorecida energéticamente porque la energía de repulsión entre ellas se hace mínima, ya que al ser el radio de Bohr inversamente proporcional a la masa de la onda se maximiza de esta manera la distancia entre las dos ondas con la misma carga electrofuerte. Por tanto y para fijar ideas si suponemos que la onda mayor está formada por 15 partones (número impar, si no, la solución mesónica prevalecería) se supone que la solución más estable estará formada por una segunda onda de 14 partones y una tercera de 1 solo partón.

Se propone también que de existir partones cargados estos se concentren únicamente en las dos ondas interiores, lo que maximizaría la atracción electromagnética.

Para seguir avanzando debemos considerar la naturaleza de las tres ondas que conforman los bariones. Si por ejemplo decimos que la onda más interna está formada por 7 partones, ¿ que queremos decir, que tenemos una sola onda con la amplitud de 7 partones, o que tenemos 7 partones vibrando simultáneamente, pero con una diferencia de fase entre ellos? Es considerando la naturaleza ondulatoria de los hadrones la que nos puede ayudar. Si tenemos una única onda vibrando significa que en algunos momentos la onda desaparece. Es fácil ver la inestabilidad que esto provoca. No sabemos si existe o no la onda única, lo que si podemos ver es que será más estable la suma de ondas desfasadas entre sí regularmente. Por otro lado, al tratarse de ondas con la misma carga (electrofuerte, eléctrica o electrodébil), se minimiza la repulsión entre ellas si presentan una diferencia de fase. Veamos el ejemplo del muón.



Consideremos solo las cargas electrofuertes. La onda mayor estará formada por 3 ondas desfasadas regularmente, mientras que la onda intermedia estará formada por 2 ondas.



Ahora bien, ¿como medir la fuerza relativa de su interacción en base al desfase relativo? Se propone integrar en un ciclo el valor del producto de las amplitudes de la onda mayor con la intermedia normalizadas con el número de partones que las conforman. Por si mismo el producto de esta integral no significa nada, pero permite comparar entre las distintas combinaciones posibles. A este número se le ha llamado factor temporal y cuanto mayor es su valor, mayor estabilidad se le supone a la partícula. Se ha calculado numericamente esta integral mediante el método de romberg en el programa wxmaxima. En el caso del muón sería:

$$\text{romberg}((\text{abs}(\sin(x))+\text{abs}(\sin(x+3.14159/3))+\text{abs}(\sin(x+2*3.14159/3)))/3* \\ (\text{abs}(\sin(x))+\text{abs}(\sin(x+3.14159/2)))/2, x, 0, 3.14159)$$

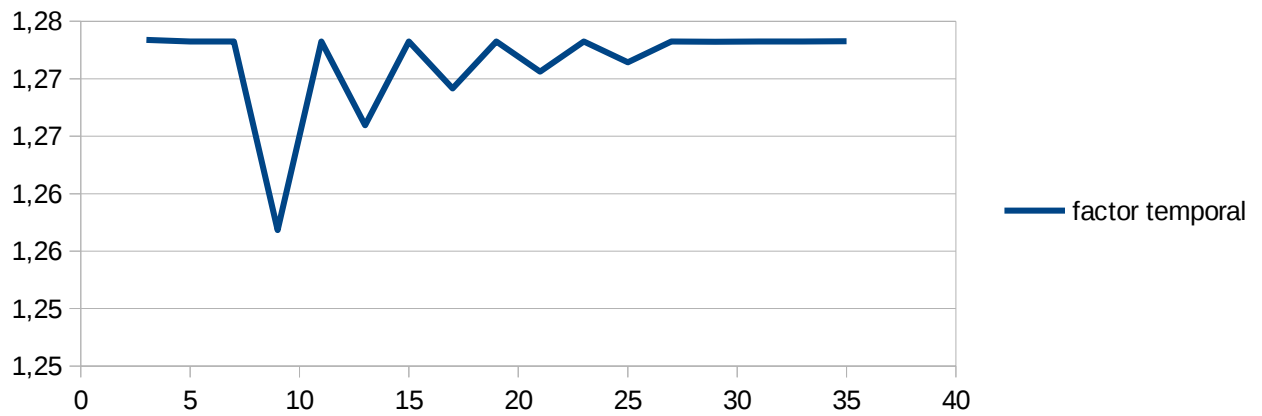
Para una estructura con una onda más interna formada por 33 partones sería:

$$\text{romberg}((\text{abs}(\sin(x))+\text{abs}(\sin(x+3.14159/33))+\text{abs}(\sin(x+2*3.14159/33))+\text{abs}(\sin(x+3*3.14159/33)) \\ +\text{abs}(\sin(x+4*3.14159/33))+\text{abs}(\sin(x+5*3.14159/33))+\text{abs}(\sin(x+6*3.14159/33)) \\ +\text{abs}(\sin(x+7*3.14159/33))+\dots +\text{abs}(\sin(x+31*3.14159/33)) \\ +\text{abs}(\sin(x+32*3.14159/33)))/33* \\ (\text{abs}(\sin(x))+\text{abs}(\sin(x+3.14159/32))+\text{abs}(\sin(x+2*3.14159/32))+\text{abs}(\sin(x+3*3.14159/32)) \\ +\text{abs}(\sin(x+4*3.14159/32))+\dots +\text{abs}(\sin(x+30*3.14159/32)) \\ +\text{abs}(\sin(x+31*3.14159/32)))/32, x, 0, 3.14159)$$

Los resultados son:

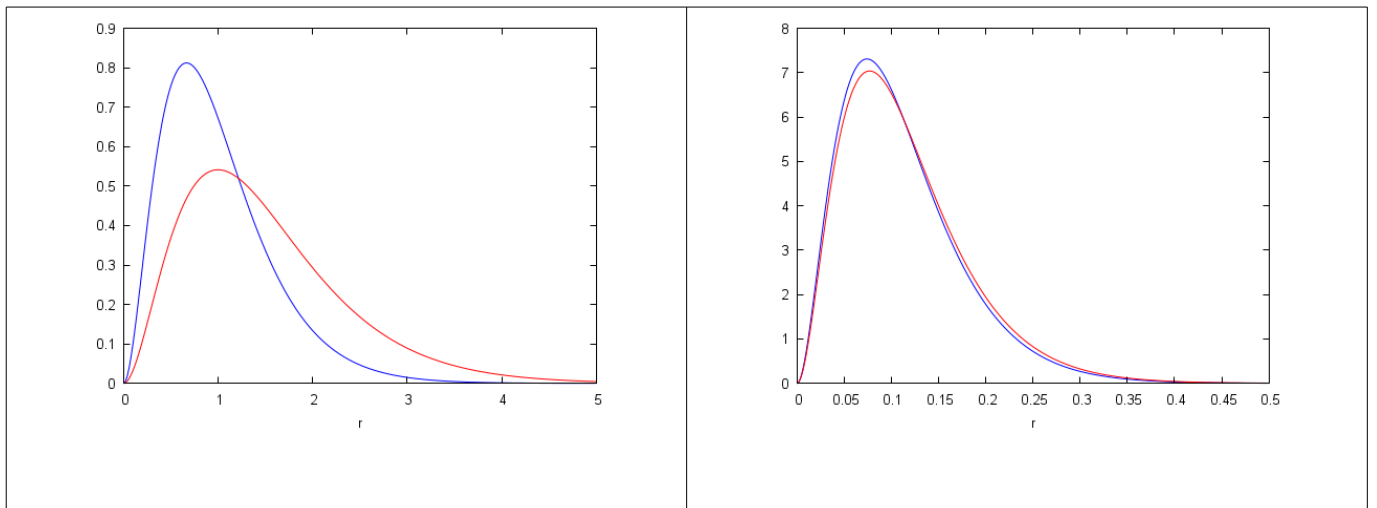
Ondas	factor temporal
3	1,27337075459704
5	1,27324208473296
7	1,2732381175947
9	1,25683480204061
11	1,27324207477933
13	1,26595842361405
15	1,27323946914797
17	1,26914553955049
19	1,27323847965369
21	1,27061963648021
23	1,27323847942341
25	1,27142009057235
27	1,27323856699641
29	1,27322978974421
31	1,27324377480297
33	1,27323798547965
35	1,27325711660291

que representado gráficamente



Vemos que de acuerdo a este parámetro las partículas cuya onda más interior está formada por 9,13,17,21 y 25 partones son más inestables, resultando que las partículas más ligeras y aquellas con 27 o más partones son todas igualmente estables.

Pero no hay que considerar solo la coincidencia temporal, sino la coincidencia en el espacio. Si representamos la onda interior y la intermedia para un número de ondas de 3 y de 27 por ejemplo se puede observar claramente.



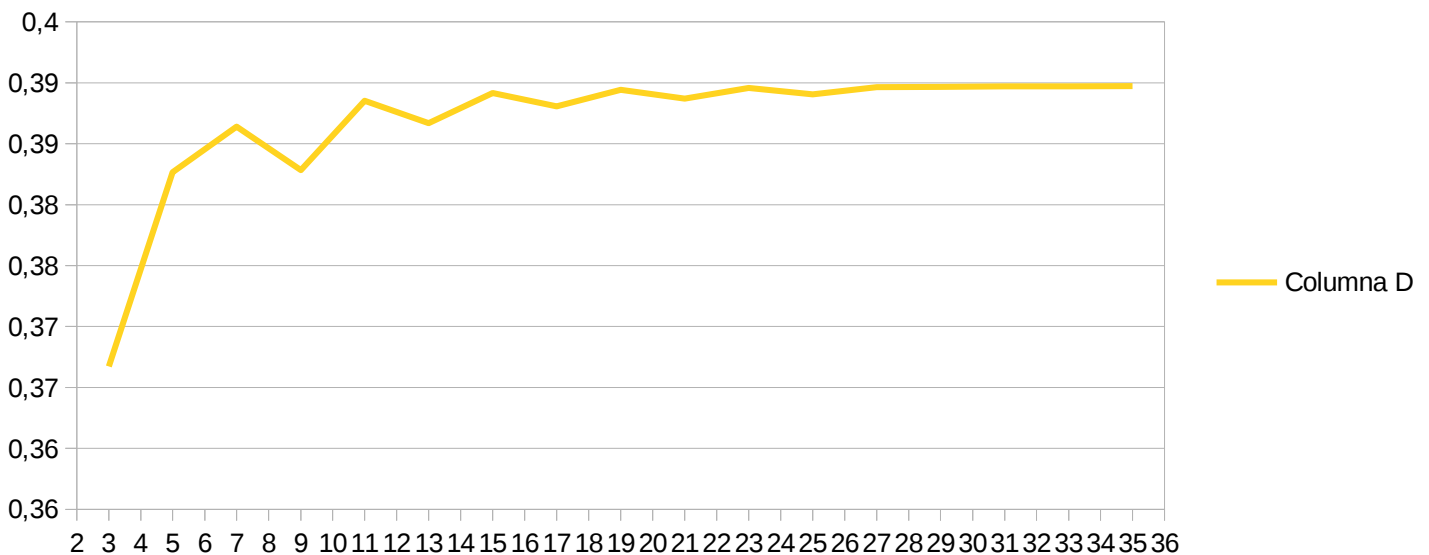
Para estudiar su influencia se ha utilizado la raíz cuadrada de la integral del producto de las amplitudes normalizadas al número de partones. (Recordemos que el radio de Bohr es inversamente proporcional a la masa, o sea al número de partones). La he llamado factor de forma y se ha calculado numéricamente por el método de Romberg en wxmaxima. Se pone como ejemplo para un barión con 5 partones en su onda más pesada

$$(\text{romberg}(0.5 \cdot 5^3 \cdot x^2 \cdot \exp(-5 \cdot x)) \cdot 0.5 \cdot 4^3 \cdot x^2 \cdot \exp(-4 \cdot x) / (5+4), x, 0, 5))^{0.5}$$

Se muestran los resultados junto al factor temporal y el producto de ambas:

Ondas	factor temporal	factor forma	producto
3	1,27337075459704	0,2879999729	0,3667307428
5	1,27324208473296	0,3005336435	0,3826520827
7	1,2732381175947	0,303472613	0,3863928985
9	1,25683480204061	0,304598394	0,3828298622
11	1,27324207477933	0,3051453773	0,3885239332
13	1,26595842361405	0,305451665	0,3866891084
15	1,27323946914797	0,3056402697	0,3891532548
17	1,26914553955049	0,3057645724	0,3880597432
19	1,27323847965369	0,3058507994	0,3894210069
21	1,27061963648021	0,3059130554	0,3886991352
23	1,27323847942341	0,3059660594	0,3895677603
25	1,27142009057235	0,3059949512	0,3890481285
27	1,27323856699641	0,3060227298	0,389639942
29	1,27322978974421	0,3060448689	0,3896654441
31	1,27324377480297	0,3060627979	0,3896925522
33	1,27323798547965	0,3060775207	0,3897095258
35	1,27325711660291	0,3060897587	0,3897309636

que representado gráficamente:



Vemos que existe una estabilidad creciente hasta un número de partones en la onda más pesada igual a 27 a partir del cual es indiferente. *Luego el barión de menor masa estable será el de 27 partones en la onda inferior. O sea protones y neutrones.* En cuanto al porcentaje de partones cargados y neutros no he encontrado ninguna razón para que la relación más estable sea $\frac{1}{3}$ cargados, $\frac{2}{3}$ neutros. La asimetría relativa del protón frente al neutrón le beneficia en cuanto a estabilidad.

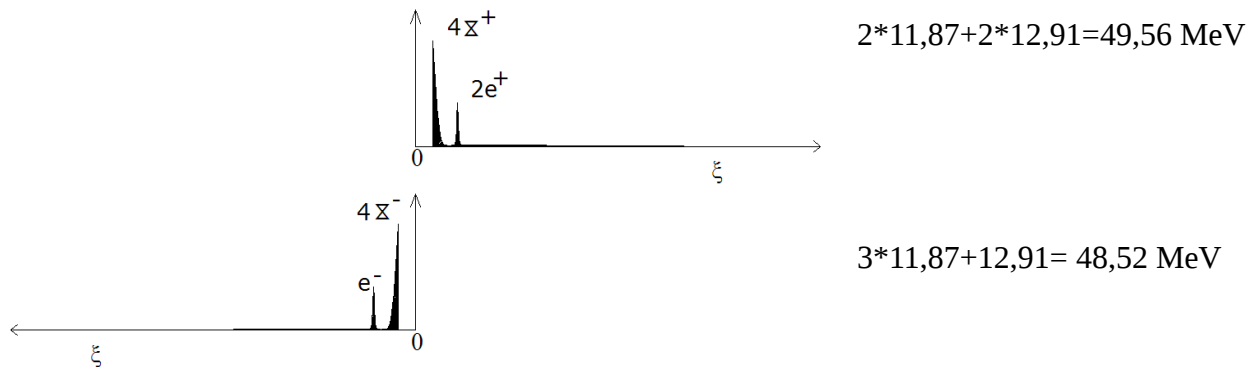
13. Momento magnético intrínseco.

Es posible aproximar el momento magnético de un hadrón simplemente sumando los momentos magnéticos de todas y cada una de las ondas que componen los hadrones. Intentaremos primero el caso de los mesones porque son más simples que los bariones.

13.1 Mesón π .

π^0 Ambas ondas son iguales, por lo que el momento magnético es nulo.

π^+



$$m'_1 = \frac{49,56 \cdot 48,52}{49,56 + 48,52} = 24,5172 \text{ MeV} \rightarrow m_{\pi^0} = 49,56 + 48,52 + 1,7078 \cdot 24,5172 = 139,93 \text{ MeV}$$

Podemos asignar la energía de enlace de manera proporcional, así que tendremos dos ondas con las siguientes propiedades.

Onda 1: Masa 70,7090 MeV Carga $2e^+$

Onda 2: Masa 69,2252 MeV Carga e^-

El momento magnético sera:

$$\mu_1 = \frac{2e \cdot \hbar}{2m_1} = \frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 70,7090 \cdot 1,78 \cdot 10^{-30}} = 1,3424 \cdot 10^{-25} \quad \mu_2 = \frac{e \cdot \hbar}{2m_1} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 69,2252 \cdot 1,78 \cdot 10^{-30}} = -6,8560 \cdot 10^{-26}$$

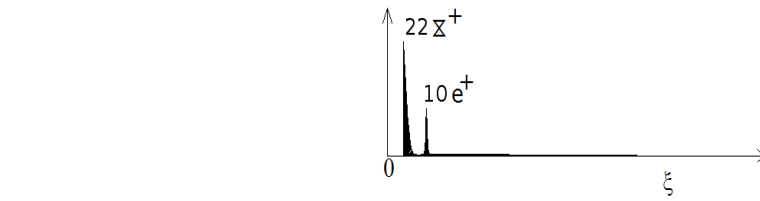
$$\mu = \mu_1 + \mu_2 = 1,3424 \cdot 10^{-25} - 6,8560 \cdot 10^{-26} = 6,57 \cdot 10^{-26} \text{ en unidades del SI.}$$

Dado que en el modelo estándar una partícula con espín cero no puede tener momento magnético intrínseco no nulo, esta podría ser una buena prueba para la hipótesis aquí desarrollada.

13.2 Mesón ρ^+

De acuerdo al sistema multilinear de Palazzi los mesones rho están compuestos de igual número de partones cargados y neutros, luego debería tener esta composición:

$$11 \cdot 11,87 + 11 \cdot 12,91 = 272,58 \text{ MeV}$$



$$12 \cdot 11,87 + 10 \cdot 12,91 = 271,54 \text{ MeV}$$



$$m'_1 = \frac{272,58 \cdot 271,54}{272,58 + 271,54} = 136,03 \text{ MeV} \rightarrow m_\rho = 272,58 + 271,54 + 1,7078 \cdot 136,03 = 776,34 \text{ MeV}$$

La masa experimental es de 775,4 MeV, lo que supone un error de 0,12 %. Podemos asignar la energía de enlace de una manera proporcional a su masa, luego tendremos dos ondas con las siguientes propiedades:

Onda 1: Masa 388,9119 MeV Carga 11e-

Onda 2: Masa 387,4281 MeV Carga 10e+

El momento magnético será:

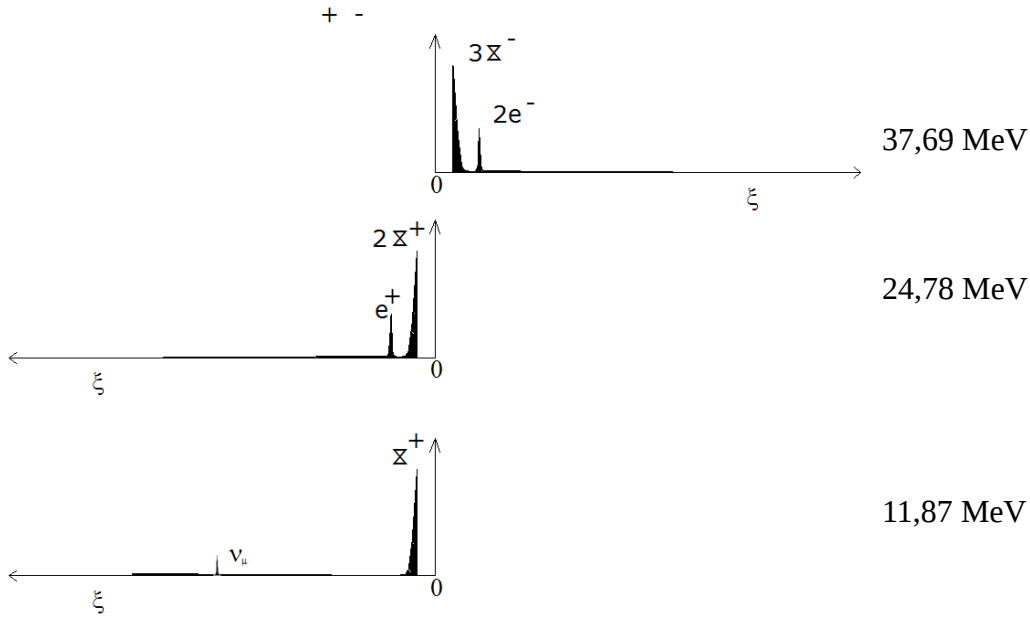
$$\mu_1 = \frac{11 e \cdot \hbar}{2 m_1} = \frac{11 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 388,9119 \cdot 1,78 \cdot 10^{-30}} = -1,3424 \cdot 10^{-25}$$

$$\mu_2 = \frac{10 e \cdot \hbar}{2 m_2} = \frac{10 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 387,4281 \cdot 1,78 \cdot 10^{-30}} = 1,225 \cdot 10^{-25}$$

$$\mu_\rho = \mu_1 + \mu_2 = 1,3424 \cdot 10^{-25} - 1,225 \cdot 10^{-25} = -1,17 \cdot 10^{-26} \text{ en unidades del SI.}$$

En “Determination of the magnetic dipole moment of the rho meson using 4 pion electroproduction data” Garcia Gudiño y Toledo Sanchez obtuvieron un valor experimental de $-1,29 \cdot 10^{-26}$ en unidades del SI, lo que supone un error del 8%. Ahora, intentemos el caso de los bariones.

13.3 MUÓN μ^-



$$m'_1 = \frac{37,69 \cdot 24,78}{37,69 + 24,78} = 14,95 \text{ MeV} \quad m'_2 = \frac{37,69 \cdot 11,87}{37,69 + 11,87} = 9,027 \text{ MeV} \quad m'_{rep} = \frac{-14,95 \cdot 9,027}{14,95 + 9,027} = -5,6285 \text{ MeV}$$

Por tanto:

$$m_\mu = 37,69 + 24,78 + 11,87 + 1,7072 \cdot (14,95 + 9,027 - 5,6285) = 105,6641 \text{ MeV}$$

Podemos asignar la energía de enlace de una manera proporcional a su masa, luego tendremos tres ondas con las siguientes propiedades:

Onda 1: Masa 33,3452 MeV Carga 1e+

Onda 2: Masa 50,7175 MeV Carga 2e-

Onda 3: Masa 15,8096 MeV Carga 0

El momento magnético será:

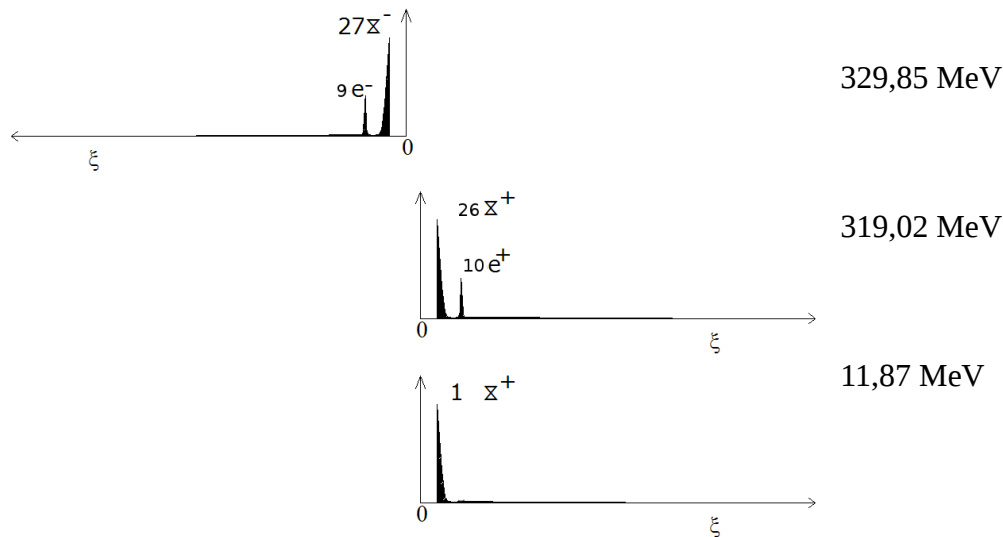
$$\mu_1 = \frac{2e \cdot \hbar}{2m_1} = \frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 50,7175 \cdot 1,78 \cdot 10^{-30}} = -1,871610^{-25}$$

$$\mu_2 = \frac{e \cdot \hbar}{2m_2} = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 33,3452 \cdot 1,78 \cdot 10^{-30}} = 1,4233^{-25}$$

$$\mu_p = \mu_1 + \mu_2 = -1,8716 \cdot 10^{-25} + 1,4233 \cdot 10^{-25} = -4,48 \cdot 10^{-26} \text{ en unidades del SI.}$$

Como el valor experimental es de $-4,49 \cdot 10^{-26}$ en unidades del SI el error es del 0,16%.

13.4 PROTÓN



$$m'_1 = \frac{329,85 \cdot 319,02}{329,85 + 319,02} = 162,17 \text{ MeV} \quad m'_2 = \frac{329,85 \cdot 11,87}{329,85 + 11,87} = 11,46 \text{ MeV}$$

$$m'_{rep} = \frac{-162,17 \cdot 11,46}{162,17 + 11,46} = -10,70 \text{ MeV}$$

Por tanto:

$$m_{PROTON} = 329,85 + 319,02 + 11,87 - 1,7072 \cdot (162,17 + 11,46 - 10,70) = 938,88 \text{ MeV}$$

Si asignamos la energía de enlace proporcionalmente a la masa, tendremos tres ondas con las siguientes propiedades:

Onda 1: Masa 463,3587 MeV Carga 9e-

Onda 2: Masa 448,1452 MeV Carga 10e+

Onda 3: Masa 15,7841 MeV Carga 0 e.

El momento magnético será:

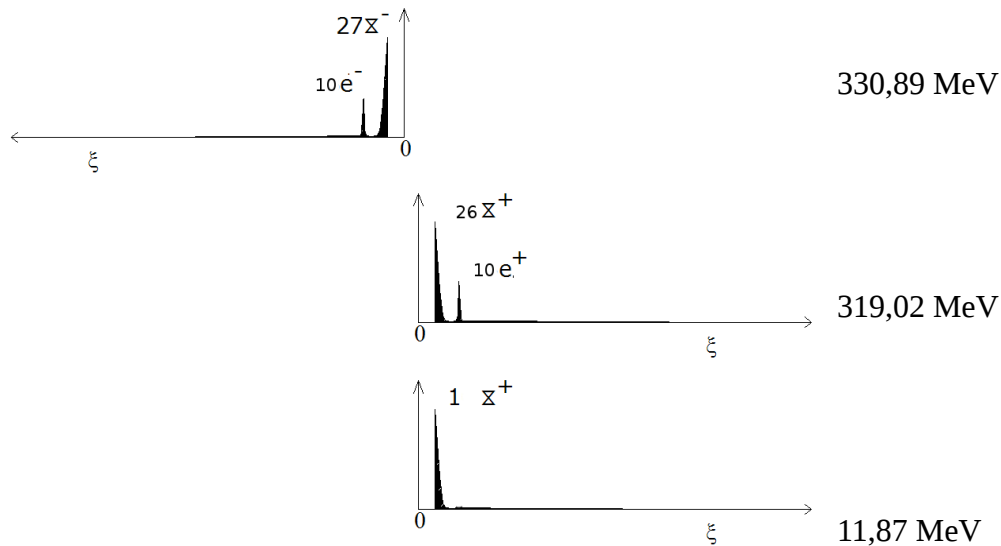
$$\mu_1 = \frac{9e \cdot \bar{h}}{2m_1} = \frac{9 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 463,3587 \cdot 1.78 \cdot 10^{-30}} = -9.2185 \cdot 10^{-26}$$

$$\mu_2 = \frac{10e \cdot \bar{h}}{2m_2} = \frac{10 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 448,1452 \cdot 1.78 \cdot 10^{-30}} = 1.0591 \cdot 10^{-25}$$

$$\mu_p = \mu_1 + \mu_2 = -9.2185 \cdot 10^{-26} + 1.0591 \cdot 10^{-25} = 1.37 \cdot 10^{-26} \text{ en unidades del SI.}$$

El valor experimental es $1,41 \cdot 10^{-26}$, lo que supone un error del 2,69%

13.5 NEUTRÓN.



$$m'_1 = \frac{330,89 \cdot 319,02}{330,89 + 319,02} = 162,42 \text{ MeV} \quad m'_2 = \frac{330,89 \cdot 11,87}{330,89 + 11,87} = 11,46 \text{ MeV}$$

$$m'_{rep} = \frac{-162,42 \cdot 11,46}{162,42 + 11,46} = -10,70 \text{ MeV}$$

Por tanto: $m_{NEUTRÓN} = 330,89 + 319,02 + 11,87 + 1,7072 \cdot (162,42 + 11,46 - 10,70) = 940,35 \text{ MeV}$

Si asignamos la energía de enlace proporcionalmente a las masa, tendremos tres ondas con las siguientes propiedades:

Onda 1: Masa 464,8215 MeV Carga 10e+

Onda 2: Masa 448,1470 MeV Carga 10e-

Onda 3: Masa 15,7841 MeV Carga 0 e.

El momento magnético será:

$$\mu_1 = \frac{-10 e \cdot \bar{h}}{2 m_1} = \frac{10 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 464,8215 \cdot 1.78 \cdot 10^{-30}} = -1,0211 \cdot 10^{-25}$$

$$\mu_2 = \frac{10 e \cdot \bar{h}}{2 m_2} = \frac{10 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.054 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 448,1470 \cdot 1.78 \cdot 10^{-30}} = 1,059 \cdot 10^{-25}$$

$$\mu_p = \mu_1 + \mu_2 = -1,0211 \cdot 10^{-25} + 1,059 \cdot 10^{-25} = 3,8010 \cdot 10^{-27} \text{ en unidades del SI.}$$

El valor experimental es de $-9.6 \cdot 10^{-27}$, como vemos, completamente erróneo.

13.5 MÉTODO ALTERNATIVO DE ESTIMACIÓN DEL MOMENTO MAGNÉTICO.

A continuación se va a desarrollar un método más preciso para la estimación del momento magnético.

El momento magnético intrínseco de un partón cargado será:

$$\mu_h = \frac{q}{m} \cdot \frac{\hbar}{2} = \frac{-1,6026 \cdot 10^{-19}}{1,78 \cdot 10^{-30} \cdot 2,8536 \cdot 12,91} \frac{1,05457 \cdot 10^{-34}}{2} = 1,288 \cdot 10^{-25}$$

al que llamaremos magnetón hadrónico.

Analicemos la expresión del momento magnético intrínseco.

$$\mu = \frac{q}{m} L \quad \text{Como } L \propto (r, m) \text{ entonces } \mu \propto (r, q) .$$

Entonces podemos proponer como expresión del momento magnético de un hadrón

$$\mu = \mu_h \cdot \int r \Psi dr$$

Veamos algunos ejemplos,

Muón.

$$\mu = \mu_h \cdot \int r \Psi dr = 1,288 \cdot 10^{-25} \int_0^\infty r \cdot \left(-2 \frac{1}{2,799} e^{\frac{-2r}{2,799}} + 1 \frac{1}{4,2318} e^{\frac{-2r}{4,2318}} \right) dr = 1,288 \cdot 10^{-25} \cdot 0,3415 = -4,4007 \cdot 10^{-26}$$

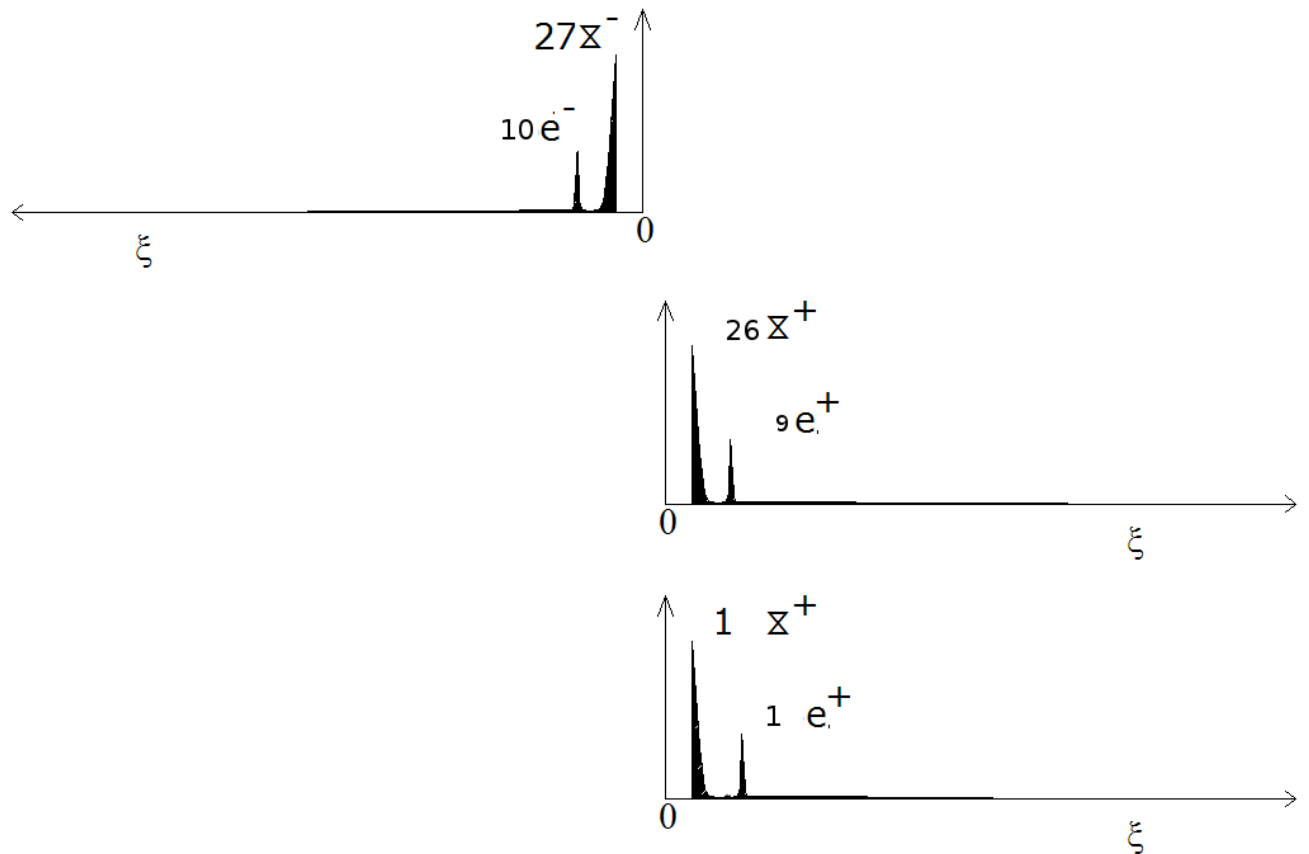
Protón

$$\mu = \mu_h \cdot \int r \Psi dr = 1,288 \cdot 10^{-25} \int_0^\infty r \cdot \left(-9 \frac{1}{0,3152} e^{\frac{-2r}{0,3152}} + 10 \frac{1}{3,275} e^{\frac{-2r}{3,275}} \right) dr = 1,288 \cdot 10^{-25} \cdot 0,10954 = 1,41157 \cdot 10^{-26}$$

Neutrón

$$\mu = \mu_h \cdot \int r \Psi dr = 1,288 \cdot 10^{-25} \int_0^\infty r \cdot \left(-10 \frac{1}{0,3152} e^{\frac{-2r}{0,3152}} + 10 \frac{1}{0,3275} e^{\frac{-2r}{0,3275}} \right) dr = 1,288 \cdot 10^{-25} \cdot 0,0307 = 3,956 \cdot 10^{-27}$$

El momento magnético del neutrón representa un problema. Una posible solución es que junto a la combinación anterior coexista la forma



la cual tiene un momento magnético negativo muy elevado ($-3,74 \cdot 10^{-25}$), lo que permite alcanzar el valor experimental con solo un 3,55% de prevalencia. Este porcentaje tan pequeño no afecta sensiblemente a la distribución interna de carga ni a la fuerza fuerte residual.

14. Fuerza nuclear residual.

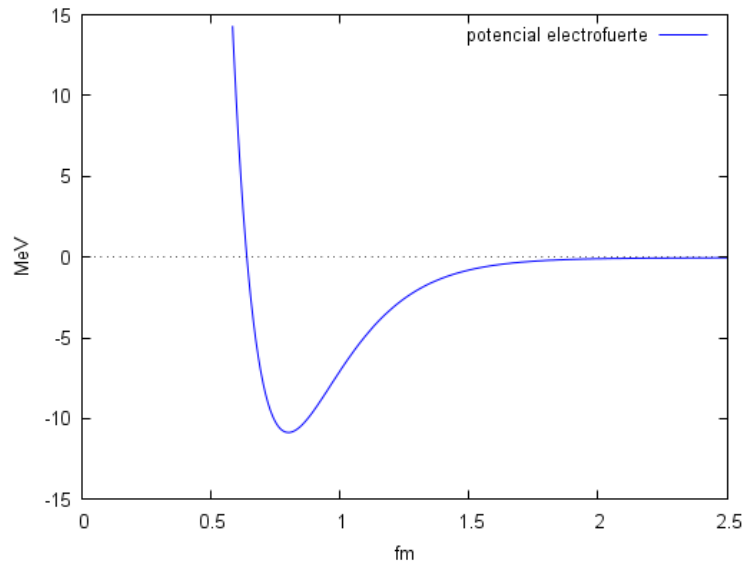
El potencial electrofuerte de un protón o un neutrón (ambos son casi iguales) puede ser expresado mediante:

$$\Psi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (Q)^2 \frac{1}{\pi} \left[27 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0} - 26 \left(\frac{1}{a_1} \right)^3 e^{-2r/a_1} - \left(\frac{1}{a_2} \right)^3 e^{-2r/a_2} \right]$$

Con $a_0=0.31522$ fm, $a_1=0.3275$ fm y $a_2=8,4099$ fm y Q la carga electrofuerte del partón ($1,7 \cdot 10^{-18}$ Culombios equivalentes). Si expresamos el potencial electrofuerte en MeV y usamos fm la expresión sería:

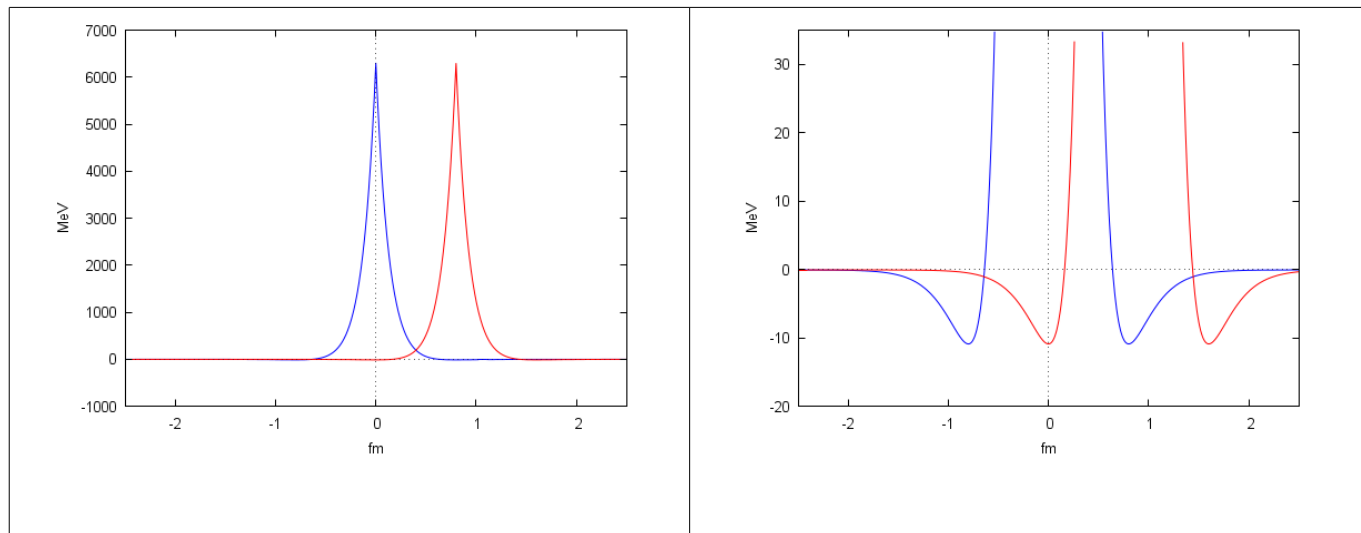
$$\Psi(r) = 9 \cdot 10^9 (1.7 \cdot 10^{-18} C)^2 \cdot \frac{1}{\pi} \frac{10^{15}}{1.609 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6} \left[27 \left(\frac{1}{0,31522} \right)^3 e^{-2r/0,31522} - 26 \left(\frac{1}{0,3275} \right)^3 e^{-2r/0,3275} - \left(\frac{1}{8,4} \right)^3 e^{-2r/8,4} \right]$$

que podemos representar.

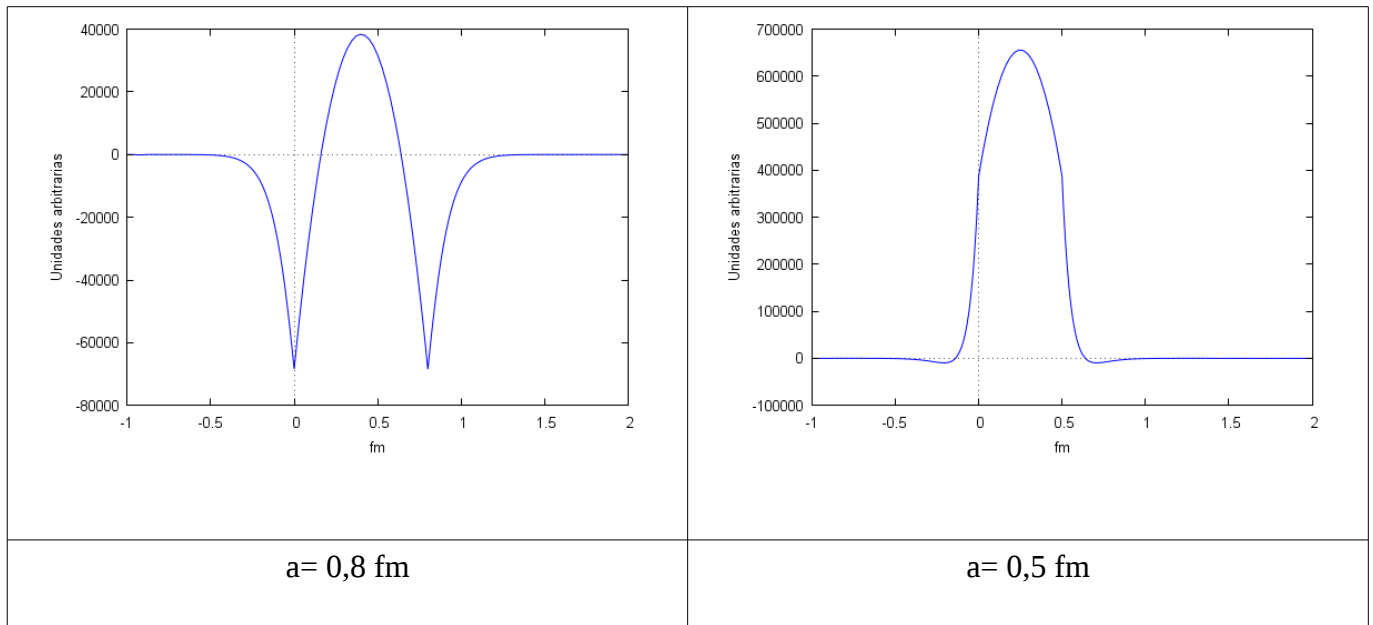


Este potencial es acorde con las máximas energías de enlace observadas en la naturaleza, que presentan valores máximos de aproximadamente 8.8 MeV por nucleón.

Ahora bien, este potencial se ha descrito utilizando una imaginaria carga electrofuerte **puntual**, lo cual es perfectamente valido a escalas mayores, pero que no describe correctamente los fenómenos a la escala del fentometro. El potencial entre nucleones **debe tener en cuenta la interacción en todos los puntos que forman parte del nucleón**. Podemos representar el potencial electrofuerte de dos nucleones separados una distancia $a = 0,8$ fm.



En el segundo gráfico se ha alterado la escala vertical para apreciar con más detalle la interacción. Una forma de estimar la interacción sería multiplicar los potenciales y posteriormente integrar este producto a lo largo de todo el volumen.



Se ha integrado solo la parte dependiente de r, es decir:

$$F(r) = \iiint_V 27 \left(\frac{1}{a_0}\right)^3 e^{-2r/a_0} - 26 \left(\frac{1}{a_1}\right)^3 e^{-2r/a_1} - \left(\frac{1}{a_2}\right)^3 e^{-2r/a_2} dV$$

Con $a_0 = 0.31522 \text{ fm}$, $a_1 = 0.3275 \text{ fm}$ y $a_2 = 8.4099 \text{ fm}$ y luego se ha utilizado un factor de escala tal que

$$F(0) = \Psi(0)$$

La integral se ha realizado numéricamente en wxmáxima.

```
eIntegralx2PN_vol(a,dy,dz) := block([f:0, y,z],
```

```
for z from -10 thru 10 step dz do
```

```
{
```

```
for y from -10 thru 10 step dy do
```

```
{f:f+ quad_qags((-27*(2/(0.3152)^3*exp(-2*abs((x^2+y^2+z^2)^0.5)/(0.3152))))
+26*(2/(0.3275)^3*exp(-2*abs((x^2+y^2+z^2)^0.5)/(0.3275)))
+1*(2/(8.4)^3*exp(-2*abs((x^2+y^2+z^2)^0.5)/(8.4)))
```

```
)*
```

```
(-27*(2/(0.3152)^3*exp(-2*abs(((x-a)^2+y^2+z^2)^0.5)/(0.3152)))
+26*(2/(0.3275)^3*exp(-2*abs(((x-a)^2+y^2+z^2)^0.5)/(0.3275)))
+1*(2/(8.4)^3*exp(-2*abs(((x-a)^2+y^2+z^2)^0.5)/(8.4)))
```

```
), x, -10, 10)*dy
```

}
 },

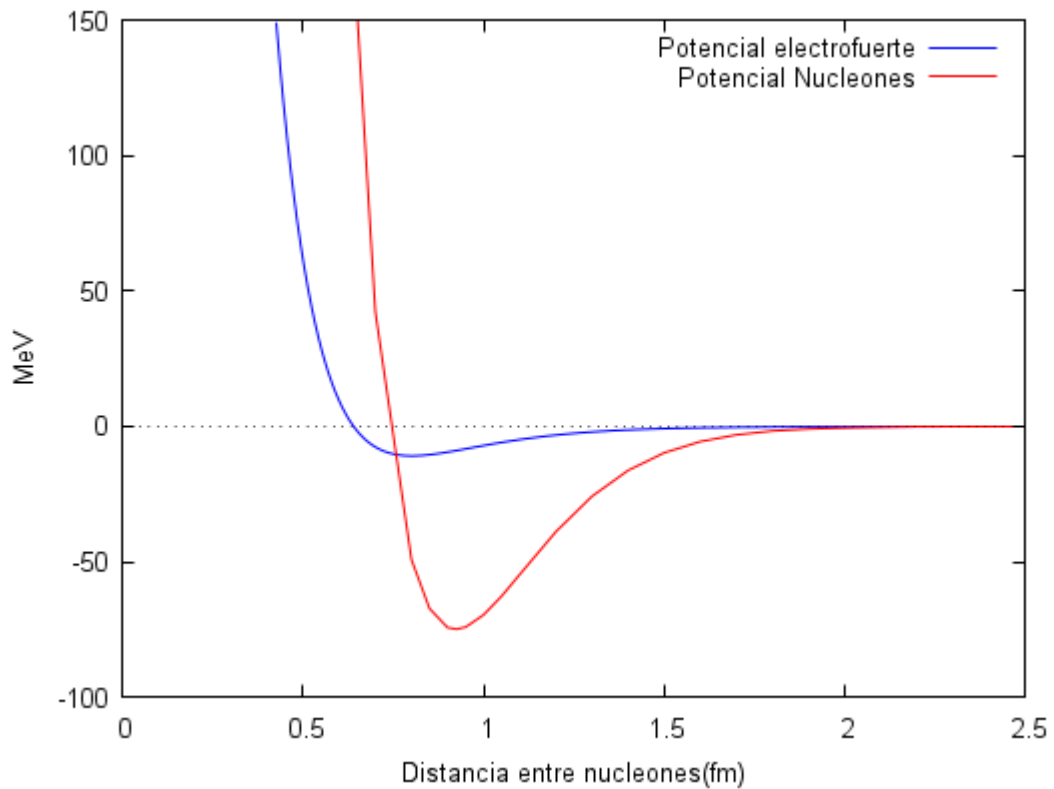
f)

Se han escogido como volumen a integrar un cubo de 10 fm de lado con una resolución de $dx=dy=0,1$ fm. Los resultados han sido:

r	0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85
F(r)	3460,6171023	3060,2213222	1421,8269124	791,5813051	379,36402818	142,40054631	23,07227235	-26,8746087	-36,74281117
r	0,9	0,925	0,95	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4
F(r)	-40,57160102	-40,90466787	-40,47177507	-37,9823238	-34,1917394	-29,84330055	-21,2281976	-14,09	-8,861228062
r	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,2	2,5	
F(r)	-5,319266394	-3,063424692	-1,701426917	-0,921087897	-0,499151669	-0,287055318	-0,156205598	-0,163121375	

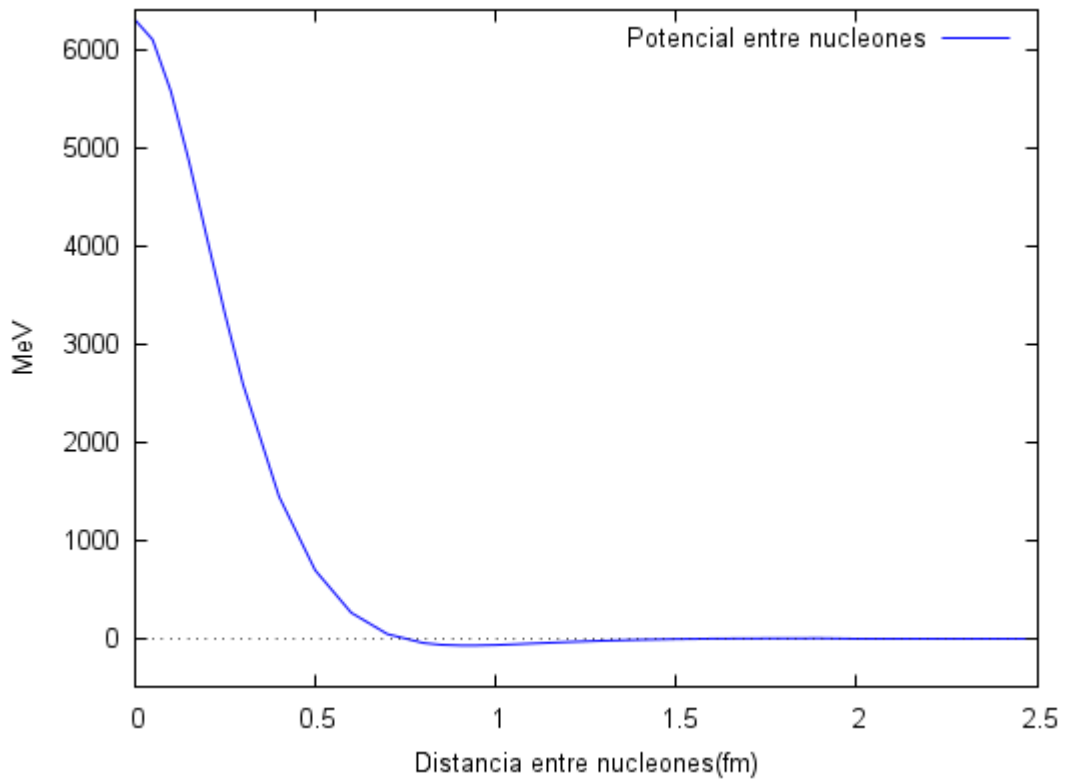
Ya que $\psi(0)=6305.51$ el factor de escala será $6305,51/3460,62=1,82$.

Ya podemos representar por tanto el potencial entre dos nucleones aislados.



Notese que la distancia de equilibrio se ha desplazado hacia la derecha y es aproximadamente igual a 1 fm (0,925 fm.). El potencial mínimo a esta separación es igual a -74,44 MeV.

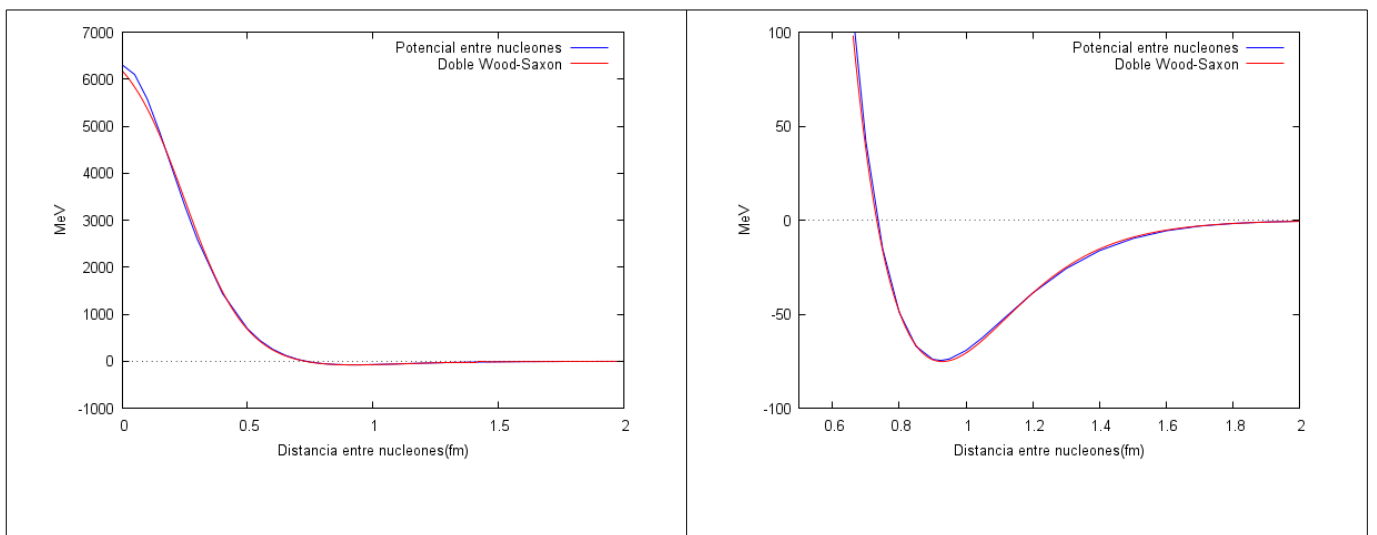
O bien con menos detalle:



El potencial de interacción entre dos nucleones puede ser parametrizado mediante la suma de dos potenciales de Wood-Saxon.

$$\Psi_x(\text{MeV}) = \frac{7200}{1 + e^{\frac{x-0.25}{0.124}}} - \frac{160}{1 + e^{\frac{(x-1)}{0.174}}}$$

que podemos representar



14.1 El Deuterón

Vamos a resolverlo como un problema unidimensional en las dimensiones extendidas. Si utilizamos un sistema de coordenadas circular para las dimensiones compactadas y considerando la parametrización del potencial obtenido anteriormente $V(x)$ la ecuación de onda sería:

$$(\nabla_{6D}^2 + k^2) \cdot H = 0 \quad \text{donde} \quad k = \frac{E_{\text{onda}}}{\hbar c} i$$

La energía total de la pulsación tendrá los siguientes términos:

- Energía de la pulsación en reposo: $E_0 = mc^2$
- Energía cinética: E_c

Como la energía cinética no es conocida a priori y el electrón se va a mover en un campo potencial podemos expresarla como la diferencia entre:

- Energía mecánica: E_m
- Energía potencial. (MeV y fm)

$$\Psi_x(\text{MeV}) = \frac{7200}{1 + e^{0.124x}} - \frac{160}{1 + e^{0.174(x-1)}}$$

Por tanto tendremos que:

$$k = \frac{E_{\text{onda}}}{\hbar c} i = \frac{mc^2 + E_m - V_x}{\hbar c} i$$

podemos escribir:

$$\nabla_{6D}^2 H - \left(\frac{mc^2 + (E_m - V_x)}{\hbar c} \right)^2 H = 0$$

Desarrollando tenemos:

$$\nabla^2 H - \left(\frac{m^2 c^4}{\hbar^2 c^2} + \frac{(E_m - V_x)^2}{\hbar^2 c^2} + \frac{2mc^2(E_m - V_x)}{\hbar^2 c^2} \right) H = 0$$

y por tanto:

$$\nabla^2 H - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 H - \left(\frac{E_m - V_x}{\hbar c} \right)^2 H + \frac{2mc^2(E_m - V_x)}{\hbar^2 c^2} H = 0$$

para caso no relativista

$$\frac{2mc^2(E_m - V_x)}{\hbar^2 c^2} \gg \left(\frac{E_m - V_x}{\hbar c} \right)^2$$

quedando entonces:

$$\nabla^2 H - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 H + \frac{2m c^2 (E_m - V_x)}{\hbar^2 c^2} H = 0$$

Se puede solucionar mediante separación de variables

$$H(\xi, \eta, x, y, z) = \Phi(\xi, \eta) \cdot \Psi(r)$$

que permite separar los laplacianos utilizando el mismo postulado que en el punto 5.2.

$$\nabla_{\xi, \eta}^2 \Phi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \Phi = 0 \quad \text{De solución análoga a la de la partícula libre. (I)}$$

$$\nabla_r^2 \Psi + \frac{2m(E_m - V_x)}{\hbar^2} \Psi = 0 \quad \text{(II) Que es la ecuación a resolver}$$

Dada la complejidad del potencial es obligatorio solucionarlo numéricamente. Con el fin de no lidiar con potencias de \hbar se utilizará un sistema de unidades similar al atómico, que llamaremos sistema de unidades nucleares y que definiremos de esta forma

Constante de planck reducida $\hbar = 1$

Unidad de longitud nuclear u.l.n = 1 fm

Unidad de masa nuclear u.m.n = 2 * masa nucleón = $3,34 \cdot 10^{-27}$ kg

Unidad de energía nuclear $u.e.n = \frac{\hbar^2}{u.m.n \cdot u.l.n^2} = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{3,34 \cdot 10^{-27} \cdot (10^{-15})^2} = 3,201 \cdot 10^{-12} J$, lo que implica que

$$1 MeV = 0,05 uen$$

Recuérdese que son dos partículas vibrando. En este caso la masa reducida no es representativa del sistema, al contrario que si lo es la masa total.

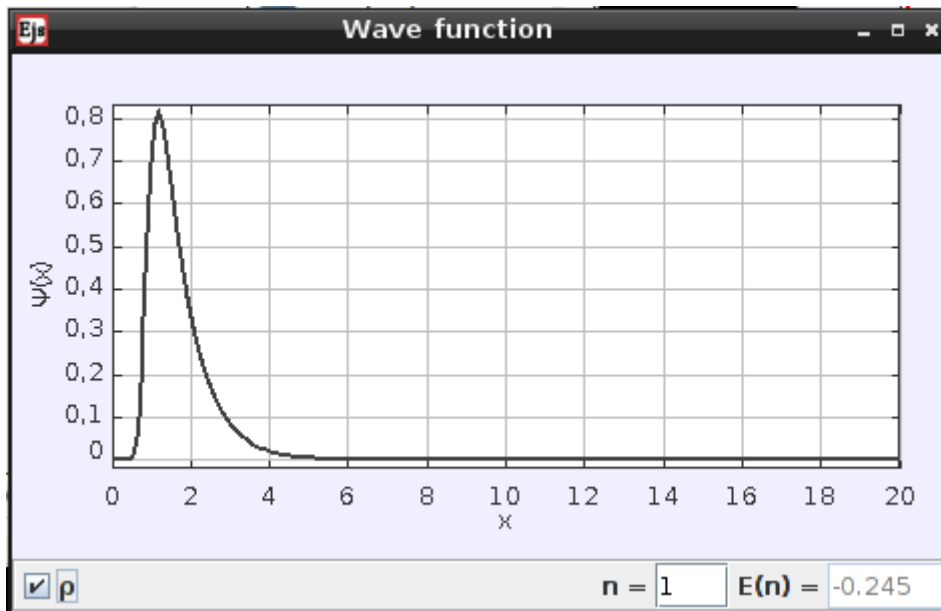
No hace falta definir más unidades para que la ecuación de onda pueda escribirse de la misma forma simplificada que en las unidades atómicas.

$$\frac{1}{2} \nabla^2 \Psi + (E_m - V_x) \cdot \Psi = 0$$

Podemos entonces utilizar cualquier software de los que están programados para aceptar unidades atómicas. Yo he elegido `ejs_qm_SchroedingerNumerovEigensystem.jar` por ser de código libre y fácilmente modificable. Si se introduce el potencial

$$V(x) = 0,05 \cdot \left[\frac{7200}{1 + e^{\frac{x-0,25}{0,124}}} - \frac{175}{1 + e^{\frac{(x-1)}{0,174}}} \right] (uen)$$

el programa utiliza el método de Numerov para conseguir una energía de enlace de 0.245 uen, que se corresponden con $0,245 / 0,05 = 4,89$ MeV.



Es muy importante destacar que dado la enorme diferencia entre la energía de enlace que liga los partones entre sí y la energía de enlace de los nucleones, estos no pierden su forma con simetría esférica, sino que podemos asimilarlo a dos partículas esféricas en vibrando, resultando en este caso la interpretación de la función de onda como la probabilidad de encontrar los nucleones a esa distancia determinada.

Ahora bien, como la energía obtenida no se corresponde con la experimental, se postula que los nucleones que forman el deuterón no presentan una vibración pura, sino que también giran entre sí. (El modelo estándar diría que un porcentaje se encuentra en estado d). Esto obliga a modificar el potencial el potencial nuclear añadiendo un término centrífugo de la forma:

$$\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m r^2}$$

Por simple tanteo se encuentra que el potencial

$$\Psi_{\text{efectivo}}(\text{MeV}) = \frac{7200}{1 + e^{\frac{x-0.25}{0.124}}} - \frac{160}{1 + e^{\frac{(x-1)}{0.174}}} + \frac{5,05}{x^2}$$

proporciona la energía correcta, es decir, 0.111 uen o 2,22 MeV.

Comparémoslo con los resultados experimentales, el término centrífugo para un orbital d puro ($l=2$) expresado en MeV y fm sería:

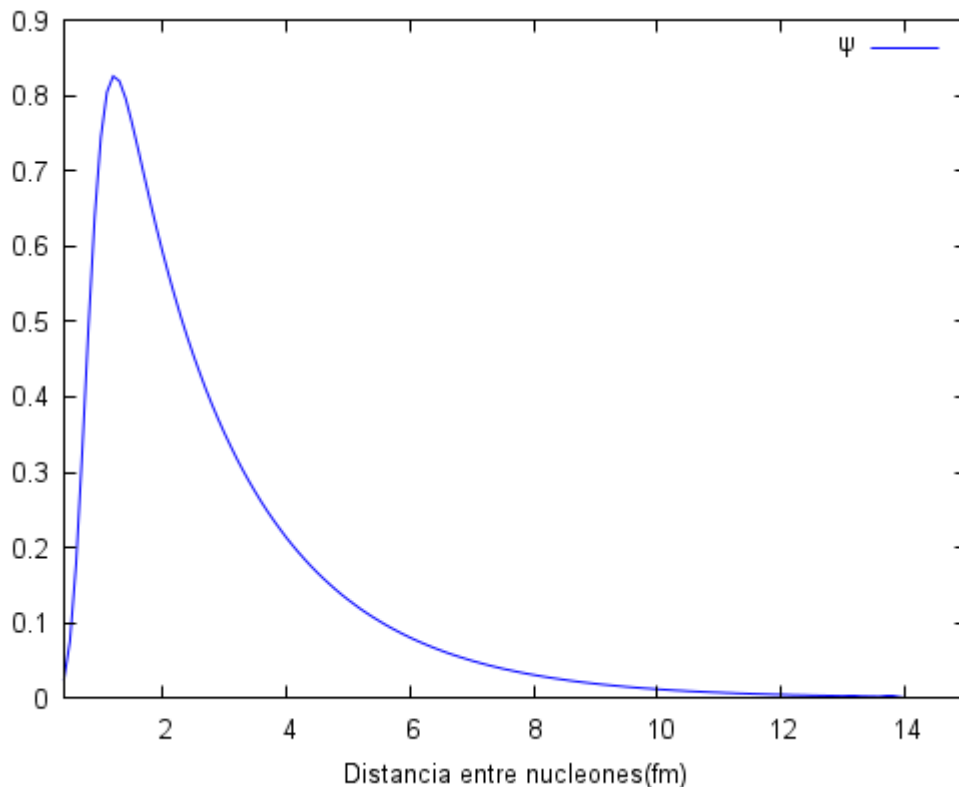
$$\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m r^2} = \frac{(1.034 \cdot 10^{-34})^2}{21.67 \cdot 10^{-27}} \frac{(10^{15})^2}{1,609 \cdot 10^{-19} 10^6} \frac{2(2+1)}{x^2} = \frac{119.3685}{x^2}$$

Luego el %d estimado sería $5,05/119,3685 = 4,23\%$, compatible con las medidas experimentales.

Podemos por tanto considerar que la función de onda obtenida con el potencial anterior se corresponde con la del deuterón.

x	Ψ	x	Ψ	x	Ψ	x	Ψ
0	1,875139E-15	3	0,3517664905	6	0,0805464126	9	0,0191425813
0,1	6,125843E-05	3,1	0,3343807149	6,1	0,0767537112	9,1	0,0182514141
0,2	0,0006609632	3,2	0,317912639	6,2	0,0731419498	9,2	0,017402052
0,3	0,0047367746	3,3	0,3023069448	6,3	0,0697018458	9,3	0,0165924448
0,4	0,0228776845	3,4	0,2875125179	6,4	0,0664256012	9,4	0,0158208367
0,5	0,0754818038	3,5	0,2734827393	6,5	0,0633052712	9,5	0,0150851629
0,6	0,1790940234	3,6	0,2601724004	6,6	0,0603322729	9,6	0,0143837226
0,7	0,3274860286	3,7	0,2475418761	6,7	0,0575014746	9,7	0,0137149117
0,8	0,4918913184	3,8	0,2355529366	6,8	0,0548046528	9,8	0,0130773932
0,9	0,6384047167	3,9	0,2241688319	6,9	0,0522352771	9,9	0,0124695533
1	0,7444995575	4	0,2133565553	7	0,0497882139	10	0,0118901395
1,1	0,8045627923	4,1	0,2030855113	7,1	0,0474567291	10,1	0,0113377114
1,2	0,8255453444	4,2	0,1933264435	7,2	0,0452348975	10,2	0,0108108077
1,3	0,8191950423	4,3	0,1840517013	7,3	0,0431178084	10,3	0,0103085841
1,4	0,7963875286	4,4	0,1752366057	7,4	0,041101251	10,4	0,0098299476
1,5	0,7649758875	4,5	0,1668569267	7,5	0,0391797872	10,5	0,0093733942
1,6	0,7298759076	4,6	0,1588891336	7,6	0,0373488672	10,6	0,0089380336
1,7	0,6938894429	4,7	0,151312418	7,7	0,0356041439	10,7	0,0085234166
1,8	0,6584995598	4,8	0,1441067806	7,8	0,0339415451	10,8	0,0081276836
1,9	0,6244305063	4,9	0,137251967	7,9	0,0323575184	10,9	0,0077505645
2	0,5919928934	5	0,1307298087	8	0,0308479258	11	0,0073909051
2,1	0,5612812088	5,1	0,1245242476	8,1	0,0294091584	11,1	0,0070480297
2,2	0,5322797656	5,2	0,11861992	8,2	0,0280379637	11,2	0,0067211851
2,3	0,5049193052	5,3	0,1130013074	8,3	0,0267304682	11,3	0,0064092753
2,4	0,4791108679	5,4	0,1076535233	8,4	0,0254852616	11,4	0,0061121915
2,5	0,4547606109	5,5	0,1025628306	8,5	0,0242977313	11,5	0,0058288368
2,6	0,4317740794	5,6	0,0977165854	8,6	0,0231653387	11,6	0,005558408
2,7	0,410060937	5,7	0,093103376	8,7	0,0220863437	11,7	0,0053008047
2,8	0,3895384529	5,8	0,0887114018	8,8	0,0210576149	11,8	0,005054868
2,9	0,37013018	5,9	0,084529425	8,9	0,0200772757	11,9	0,0048206295

que podemos representar



El centro de masas de Ψ^2 se encuentra en la coordenada $x = 1,9205$ fm, siendo que el radio de masas experimental es de 1,95 fm, lo que supone un error del 1,51%.

C. Propiedades del espacio-tiempo.

15. Sobre la naturaleza del espacio-tiempo.

Anteriormente se ha mostrado que las ondas estacionarias que conforman las partículas pueden interactuar entre sí únicamente mediante tres mecanismos.

1º Mediante arrastre del espacio-tiempo: Aparentemente las perturbaciones al desplazarse arrastran el espacio-tiempo en las dimensiones compactadas. Este arrastre del medio de propagación también debería suceder en las dimensiones extendidas, como confirma la solución de Kerr de la ecuaciones de la relatividad general. *2º Mediante modificación del índice refractivo (curvatura del tiempo)*, lo que equivale a decir que la velocidad del tiempo no es constante, ¿o es la velocidad de las perturbaciones la que no es constante?. ¿ Como distinguir entre ambas opciones si tanto la luz como la materia son vibraciones del éter?. y *3º deformando el espacio-tiempo* Esta es la famosa curvatura del espacio de la relatividad general.

Pero si el espacio-tiempo es algo que puede vibrar, ser deformado, arrastrado, se puede expandir etc.. ¿ No deberíamos llamarlo fluido? Sin embargo tenemos el gran experimento de Michelson- Morley que *prueba la inexistencia del éter, ¿verdad?*. En realidad, no. Lo único que prueba el experimento de Michelson- Morley es que al medir la velocidad de la luz desde un objeto material se obtiene un resultado constante e independiente del estado de movimiento del objeto. (Siempre y cuando no existan aceleraciones). Esto prácticamente elimina la posibilidad de un éter *independiente de la materia*, pero en el caso de “matter as gravitational waves”, en el que todo (materia y energía) se reduce a vibraciones del espacio-tiempo, el experimento no puede contradecir la existencia de un éter. *Lo único que prueba, es que la velocidad a la que pueden transmitirse las perturbaciones dentro del éter es constante e igual a c.* Nada más.

La interpretación posterior acerca de la inexistencia de un medio de transmisión se origina en varias asunciones que están tan incrustadas en nuestro pensamiento que suelen permanecer ocultas, una de ellas es que el número de dimensiones espaciales es igual a tres, otra es que podemos representar las partículas como puntos sin dimensión. Si asumimos esto se elimina la posibilidad de la existencia del éter. Sin embargo hemos visto que postulando que todo (materia y energía) se reduce a vibraciones de un espacio-tiempo con cinco dimensiones (dos de ellas compactadas) el experimento se ajusta a lo esperado.

El problema es intentar asimilar este espacio-tiempo, éter o simplemente medio de propagación a algún tipo de sustancia conocida e intentar aplicarle las leyes de la Naturaleza tal y como las podemos medir nosotros, que seríamos ondas confinadas. Si todas las sustancias que conocemos están formadas por agrupaciones de vibraciones de otra sustancia(éter, espacio-tiempo,...), ¿ por qué habrían de mantener una similitud absoluta con la sustancia primitiva? No podemos pensar en el éter como un solido muy rígido, ni como un liquido o un gas,... tendrá propiedades que le harán similar a un liquido, o a un gas, o a un cristal, etc... , pero con casi total probabilidad tendrá otras propiedades que le harán diferente de cualquier otra sustancia conocida, o propiedades que en unos aspectos sean similares y en otros no, por ejemplo, puede tener una propiedad muy similar a la viscosidad, pero que no provoque pérdidas energéticas en las vibraciones (que así pueden mantenerse indefinidamente).

Nos hemos centrado en la naturaleza de la materia y la energía debido a que es más fácil diseñar experimentos sobre ellas, pero es que el universo es espacio vacío en casi su totalidad. De hecho Rutherford demostró que la materia ordinaria estaba casi completamente vacía. No, es la naturaleza del vacío la verdaderamente importante.

16. Sobre la curvatura de las dimensiones compactadas y el espín.

En el punto 6 hemos visto como *la modificación del medio de propagación provocada por las ondas estacionarias que conforman la materia producía la impresión de la existencia de un espacio curvado*. Ya que hemos postulado que el plano de las dimensiones compactadas era curvo y de topología elíptica, podemos explorar la hipótesis de que esta de curvatura se debe a la existencia de un gradiente de la velocidad de propagación de las ondas a lo largo de las dimensiones compactadas.

La curvatura de las ondas vendrá determinada por la siguiente relación:

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{\nabla \vec{n}}{n} \quad \text{donde } n \text{ (índice de refracción) } \rho \text{ (radio de curvatura) y } k \text{ (curvatura)}$$

Una vez conocida la curvatura se puede determinar la trayectoria de las ondas mediante la siguiente expresión en coordenadas cartesianas.

$$k = \frac{-y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Por simple tanteo se ha encontrado una ley de variación del índice de refracción en función del radio que proporciona elipses de parámetros $a=1.09$ y $b=0.883$. En efecto, si:

$$\vec{n} = (4 - 3\vec{r})^{\frac{1}{3}}$$

la curvatura será igual a

$$k = \frac{\nabla \vec{n}}{\vec{n}} = \frac{1}{4 - 3\vec{r}}$$

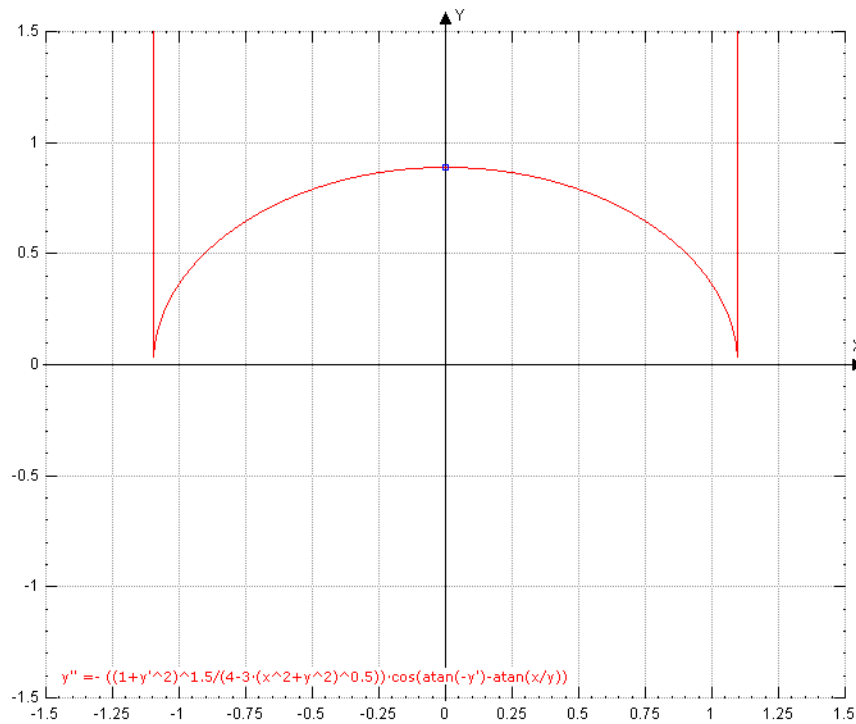
que expresada en coordenadas cartesianas será:

$$k = \frac{\nabla \vec{n}}{\vec{n}} = \frac{1}{4 - 3(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} \cos(\arctan(-y') - \arctan(x/y))$$

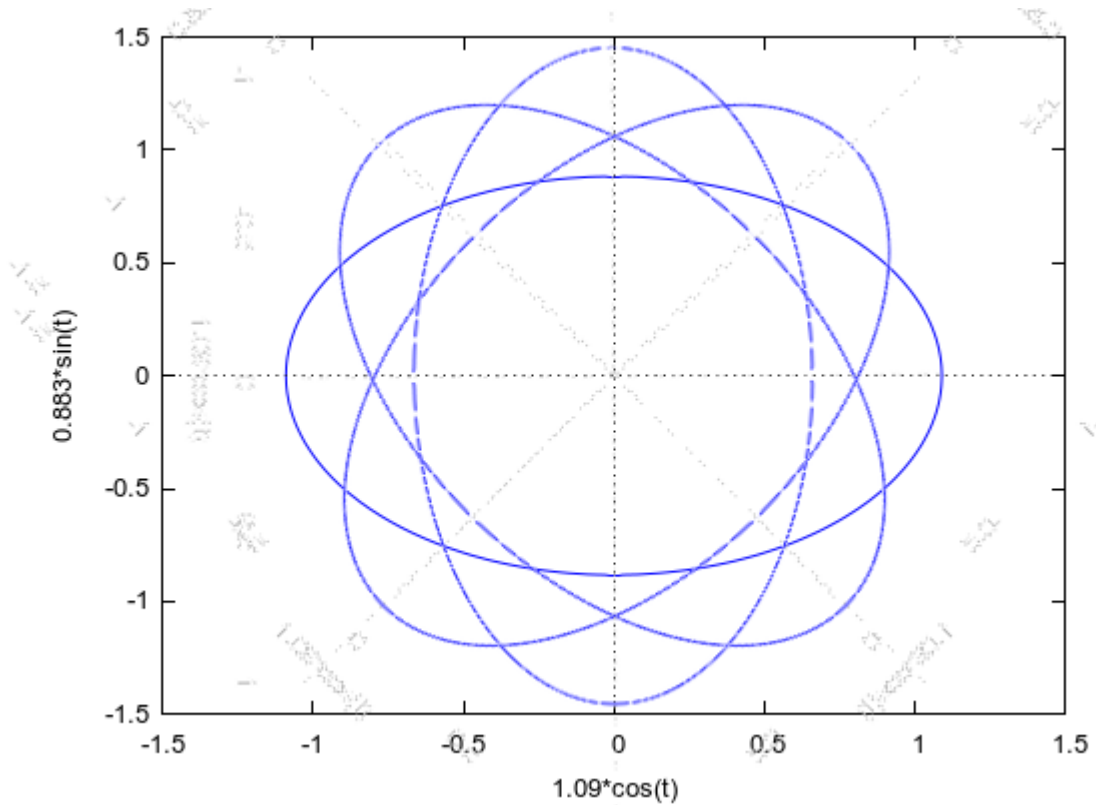
La ecuación diferencial será entonces:

$$y'' = \frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{4 - 3(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} \cos[\arctan(-y') - \arctan(x/y)]$$

Dado que no se ha encontrado una solución analítica a esta ecuación se ha resuelto numéricamente mediante el programa wzgrapher. Introduciendo las condiciones iniciales adecuadas se ha encontrado como soluciones la familia de las elipses con centro 0,0 y parámetros $a=1.09$ y $b=0.883$.



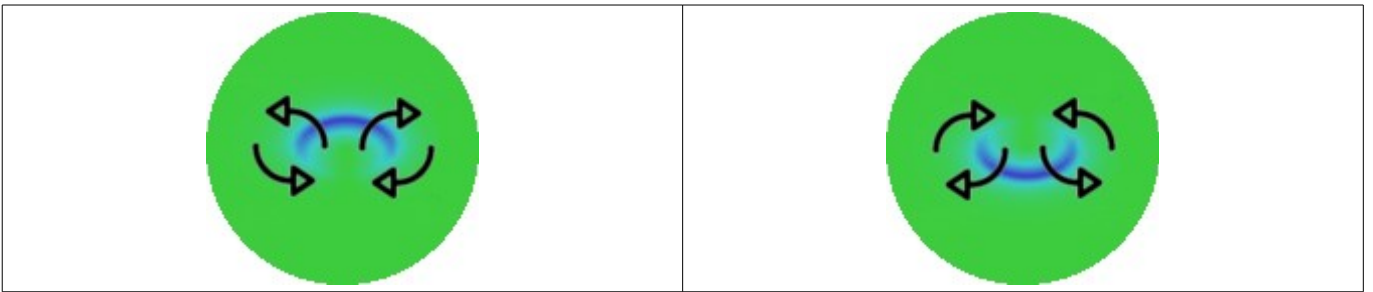
Ejemplo de solución con condiciones iniciales $y(0)=0,883$ e $y'(0)=0$.



Es destacable que la solución son todas las elipses con centro en el punto 0,0 y parámetros $a=1.09$ y $b=0.883$. Es decir, hemos introducido un nuevo grado de libertad que permite explicar mucho más satisfactoriamente el fenómeno del espín. (el giro del eje de las trayectorias elípticas).

Un giro en las dimensiones extendidas puede provocar giros en la orientación de la trayectoria elíptica en las dimensiones compactadas, ya sea por un efecto giroscópico o una autoinducción, lo que basta para explicar de forma intuitiva los experimentos del tipo Stern-Gerlach.

En cuanto a las débiles fuerzas entre las partículas debidas al espín, puede explicarse por una circulación secundaria provocada por la asimetría de la solución.



Por otro lado, solo se permiten elipses de un único tamaño. Esto nos obliga a postular que la velocidad de las ondas varía linealmente con la frecuencia. Esta variación debe ser tal que el radio medio sea igual a $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$ y la velocidad de la trayectoria cerrada sea igual a c .

Es decir, sorprendentemente un espacio anisotrópico en el que la velocidad de las vibraciones es dependiente de su frecuencia y de su distancia a una posición central, solo permite soluciones cuya velocidad sea igual a c . Buscando una visión intuitiva podemos decir que *el espacio-tiempo se comporta como un cristal líquido en algunos aspectos*. Desde este punto de vista el agujero central puede ser interpretado como un cambio de estado del espacio-tiempo, éter, fluido primordial, o como queramos llamarlo. Los agujeros negros se explican de manera muy intuitiva suponiendo que la energía de las pulsaciones provoca un cambio de estado en el espacio-tiempo. Esta hipótesis de que el espacio-tiempo tiene propiedades similares en algunos aspectos al cristal líquido para explicar la curvatura de las dimensiones compactadas puede ser falsa, pero no afecta al núcleo de las ideas expuestas, es decir que las dimensiones compactadas están curvadas elípticamente, que el eje de esta elipse puede girar y que el espín y las fuerzas eléctricas se deben a las trayectorias cerradas de las partículas en las dimensiones adicionales.

17. Resumen y Conclusiones

Buscando interpretaciones alternativas a la teoría de la Relatividad Especial y más concretamente a la ecuación que liga la energía de un cuerpo en movimiento con su velocidad se encontró que tal vez esta teoría conlleva implícitamente el desplazamiento a la velocidad de la luz en al menos una dimensión adicional. Desde este punto de vista la geometrización del tiempo postulada por Minkowski sería un error de interpretación y podría ser sustituida con ventaja por la asunción del desplazamiento a la velocidad de la luz de todas las partículas en una nueva dimensión al estilo de la postulada por Kaluza. Los mecanismos de adquisición de la masa inercial y gravitatoria se exponen más adelante. La adopción posterior de los postulados de Klein acerca del tamaño y topología de la dimensión de Kaluza junto con la isotropía experimental del Universo obligarían a postular la existencia de al menos otra dimensión adicional, lo que nos llevaría a la existencia de un plano de dimensiones compactadas en el que las partículas en aparente reposo se moverían en trayectorias cerradas a la velocidad de la luz.

Cualquier partícula en reposo absoluto es poseedora de cierta energía, y las dos teorías nos proporcionan diferentes formulaciones. Por un lado la TRG nos dice que ésta toma el valor $E=mc^2$, mientras que la expresión de la energía residual de vibración de un oscilador cuántico es $E_r = \frac{h \cdot \nu}{2}$. Dado que ambas teorías han tenido un gran éxito en su respectivo campo de aplicación, ¿por qué no asumir que ambas son correctas? Si consideramos que ambas energías deben ser la misma y suponiendo movimientos circulares es posible estimar el radio de las trayectorias en el plano de las dimensiones adicionales. Esto permite interpretar la masa de las partículas realmente elementales como la inversa de la dimensión compactada radial y de valor $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$, que para el caso del electrón sería de $1,93079616 \cdot 10^{-13} \text{ m}$.

La combinación de este movimiento circular en las dimensiones compactadas con un movimiento en las dimensiones extendidas produciría trayectorias helicoidales y lo que ahora se interpreta como velocidad del tiempo debería considerarse como la velocidad de las partículas en el plano de las dimensiones compactadas. Un estudio más detallado de estos movimientos helicoidales proporciona una explicación coherente a la longitud de onda de D'Broglie y permite inferir que el principio de incertidumbre proviene del hecho de intentar analizar fenómenos que suceden en 5 dimensiones espaciales como si tuviesen solo 3 dimensiones espaciales.

Las ecuaciones de Einstein en su aproximación de campo débil se pueden linearizar, lo que permite escribirlas de una manera muy similar al electromagnetismo. Esta formulación es conocida como gravitomagnetismo. Dado que en el gravitomagnetismo dos corrientes de masa paralelas que circulan en el mismo sentido se repelen es posible encontrar una explicación intuitiva a la carga eléctrica como fuerzas entre corrientes de masa paralelas.

Al analizar cualitativamente el efecto que la curvatura del espacio tiene sobre las leyes físicas se observó que ésta actuaba de un modo similar a como actúa una lente convergente sobre una imagen, es decir, incrementa los efectos a distancias cortas, mientras que los disminuye a largas distancias. Por tanto muchas constantes físicas ($\mu_0, G, \epsilon_0, \dots$) deben aproximarse a la unidad cuando expresemos las leyes de la naturaleza en las 6 dimensiones postuladas. Es decir, las constantes son consecuencia de intentar analizar fenómenos que suceden en 5 dimensiones espaciales como si tuviesen solo 3 dimensiones espaciales.

Por otro lado este análisis permite interpretar la constante gravitatoria G como la superficie de las dimensiones compactadas, y se puede estimar el radio de las dimensiones compactadas en

$$\xi_u \approx \sqrt{\frac{G}{2\pi}} \simeq 3 \cdot 10^{-6} m \quad .$$

Siguiendo estas directrices e interpretando el vector inducción eléctrica como la formulación en 5 dimensiones del vector inducción gravitomagnética en 6 dimensiones se obtiene que la relación masa-carga del electrón debería ser igual a

$$\frac{q}{m_e^2} = \frac{-8\pi \hat{G}}{\mu_0 \hbar} = 1,89650465 \cdot 10^{41} \quad .$$

El valor experimental difiere ligeramente, ya que es de $\frac{e}{m_e^2} = 1,93077784 \cdot 10^{41} \quad .$

Para obtener un valor correcto basta tomar un valor de $\hat{G} = 1,01807176$. Para explicar este valor de postula una forma elíptica en vez de circular para las dimensiones compactadas. Se obtiene que el momento magnético debería ser

$$\mu_g = \frac{-4\pi \hat{G} m_0}{\mu_0} \quad , \text{ cuyo valor coincide con el magnetón de Bohr. Es decir, es posible estimar la carga y el}$$

momento magnético del electrón únicamente a partir de su masa.




Una vez explicado el origen del campo eléctrico el magnetismo se puede obtener del potencial eléctrico a través de los postulados de la electrodinámica relativista.

Si se aplican las ecuaciones de Einstein en su aproximación de campo débil a un espacio como el postulado en este trabajo se obtienen soluciones en forma de ondas. Dichas ondas se desplazan en trayectorias helicoidales debido al confinamiento producido por la curvatura de las dos dimensiones compactadas. Al utilizar un sistema de coordenadas cilindrico-elíptico el laplaciano es separable, por lo que la solución estará compuesta por el producto de dos funciones, una dependiente de las dimensiones compactadas y otra de las dimensiones extendidas

$$H(\xi, \eta, x, y, z) = \Phi(\xi, \eta) \cdot \Psi(r, \theta, \varphi) .$$

La solución para las dimensiones compactadas es una onda estacionaria expresada como funciones de Mathieu de orden semientero y parámetro q negativo. Se interpreta el orden de la solución como el espín de las partículas- pulsaciones

Estas ondas estacionarias son asimétricas en su sentido de giro, lo que provoca la aparición del campo electromagnético por fuerzas entre corrientes de masa paralelas y es el sentido de giro el que marca el signo de la carga (y diferencia las partículas de las antipartículas) . Las partículas-pulsación con espín impar presentan además asimetría geométrica (fermiones), mientras que las partículas con espín par son simétricas geoméricamente (bosones con masa). La asociación de 2 electrones con espines opuestos (par de Cooper) y su comportamiento similar al de los bosones demuestra gráficamente esta idea.

		
Par partícula-antipartícula	Bosón con masa	Fermión

La aplicación de los postulados de la hipótesis inicial lleva a que el número de ondas circular de corte sea $k_c = m_0 c / \hbar i$. Se ha mostrado que esto permite relacionar la velocidad de grupo de la onda con su frecuencia, de tal forma que se obtiene la ecuación relativista de la energía de un cuerpo. Es decir, el confinamiento de la onda gravitatoria provoca la aparición de la masa inercial.

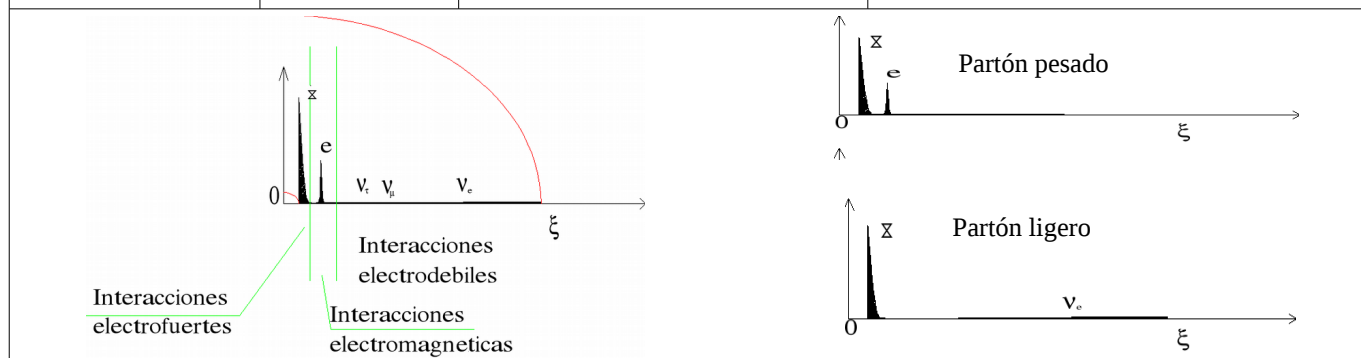
También se ha mostrado que se debería utilizar la ecuación de Klein-Gordon en 6 dimensiones para modelizar el comportamiento de la partícula-pulsación. Para el caso de las dimensiones extendidas se ha estudiado los siguientes casos:

- Partícula en reposo: La onda aparenta ser una fuente puntual de campo gravitatorio y eléctrico.
- Partícula en estado de movimiento uniforme: La onda vista frontalmente aparenta ser una fuente puntual de campo gravitatorio y eléctrico, pero vista transversalmente aparenta ser una onda plana con una longitud de onda equivalente a la que postuló D'Broglie. Esta solución justifica la concepción dual onda-partícula.
- Átomo de hidrógeno. Se obtienen las mismas soluciones que la ecuación de Schrodinger, tanto para el caso relativista, como el no relativista.

Todo lo anterior lleva a postular que los electrones (y posiblemente el resto de partículas elementales) están constituidos por pulsaciones gravitatorias (solitones) guiadas por la curvatura de las dimensiones compactadas. Por tanto no pueden considerarse como partículas puntuales y se debe interpretar el cuadrado de la función de onda como el flujo de energía de la onda gravitatoria, rechazando la interpretación de Copenhague de la Mecánica cuántica. Esto soluciona la mayor parte de los experimentos paradójicos, como el de la doble rendija, por ejemplo. Al resolver la ecuación de onda para las dimensiones compactadas se han encontrado cinco soluciones , dos de ellas con una masa tan similar que se pueden identificar con una sola partícula. Como se ha asignado la solución de mayor masa al electrón, las otra soluciones de mucha menor masa deben asignarse a los neutrinos. Por otro lado, como no se ha encontrado una solución de mayor masa que pudiese explicar la existencia de los hadrones se ha

postulado la existencia de un agujero central en el plano de las dimensiones compactadas. Este postulado permite nuevas soluciones en forma de ondas de superficie combinadas con alguna de las otras cinco anteriormente encontradas. Estas combinaciones se han asimilado a los partones y se ha escogido como su símbolo la letra ibera q . Por tanto se ha establecido un nuevo sistema de partículas consistente en los siguientes componentes y sus combinaciones lineales.

Partícula-pulsación	masa	Tipo de interacción	Carga (En culombios equivalentes)
ν_e	0,01983 eV	ELECTRODÉBIL	$4,9 \cdot 10^{-25}$
ν_μ	0,0283 eV	ELECTRODÉBIL	$1,12 \cdot 10^{-23}$
ν_τ	0,07356 eV	ELECTRODÉBIL	$1,37 \cdot 10^{-23}$
$e^{+,-}$	0,511MeV	ELECTROMAGNETIC A	$1,602 \cdot 10^{-19}$
q^0_{ligero}	11,87 MeV	ELECTROFUERTE	$1,70 \cdot 10^{-18}$
$q^{+,-}_{\text{pesado}}$	12,91 MeV	ELECTROMAGNETIC A ELECTROFUERTE	$1,602 \cdot 10^{-19}$ $1,70 \cdot 10^{-18}$



Es importante destacar que las combinaciones lineales de estas ondas son prácticamente infinitas y se amplían enormemente al incrementar la energía utilizada. Se recomienda por tanto un nuevo análisis de los datos de los aceleradores en base a los principios anteriores, *dando prioridad a los experimentos a bajas energías*, frente a los costosísimos experimentos a energías enormes, que poca información pueden proporcionar, excepto como demostración tecnológica.

Se ha mostrado que las ondas estacionarias que conforman las partículas pueden interactuar entre sí únicamente mediante tres mecanismos.

1º Mediante arrastre del espacio-tiempo:

Aparentemente las perturbaciones al desplazarse arrastran el medio de propagación. Se producen fuerzas entre flujos paralelos de masa (repulsivas si tienen el mismo sentido y atractivas si circulan en sentidos contrarios) y son el origen de las fuerzas tipo electromagnéticas, difiriendo de estas por el orden de magnitud. Estas son las interacciones electrofuertes, electromagnéticas y electrodébiles. Estas interacciones son independientes unas de otras porque suceden a diferentes niveles de las dimensiones compactadas. Únicamente las soluciones que se asimilan a los neutrinos pueden interactuar con todas las demás porque sus ondas ocupan completamente las dimensiones compactadas.

2º y 3º Mediante modificación del índice refractivo y deformando el medio de propagación:

Se produce así la adquisición de la masa gravitatoria.

Estas interacciones se expresan como fuerzas gravitatoria, electrofuertes, electromagnéticas o electrodébiles, que no significan exactamente lo mismo que el concepto actual.

Por el hecho de poseer carga electrofuerte los partones pueden formar estructuras similares a los orbitales electrónicos, pero con mucha más energía de enlace. De hecho, al resolver la ecuación de Klein-Gordon en seis dimensiones se obtienen energías de enlace superiores a la masa de los partones, lo que explica que no se hayan detectado los partones por separado hasta ahora. Se ha postulado que los mesones están formados por soluciones de dos ondas (espín entero), mientras que los bariones estarían formados por soluciones de tres ondas (espín semientero)

Las soluciones de la ecuación de onda en estas condiciones justifican un sistema multilínea de masas como el postulado por Palazzi en "Linear Mass Rules an hadronic shells: The Baryons".

Específicamente se proponen soluciones para los piones, el muón, el protón y el neutrón. En todos los casos es posible estimar sus masas con un error máximo de un 0.3%. La hipótesis también es capaz de determinar el momento magnético intrínseco, el tamaño de los hadrones y la distribución interna de cargas. Estas propiedades se han comparado con éxito con los datos experimentales del muón, el protón y el neutrón. La hipótesis es capaz de explicar en base a la asimetría de las soluciones porqué todos los mesones son inestables y establecer que los bariones solo son estables cuando están compuestos de 54 partones o más, correspondiendo los más ligeros estables a protones y neutrones.

Es posible estimar el potencial de la fuerza nuclear fuerte residual entre dos nucleones, dicho potencial puede ser parametrizado mediante la suma de dos potenciales de Wood-Saxon. Aplicándola al deuterón se puede obtener fácilmente la solución a la ecuación de onda, lo que permite estimar una energía de enlace igual a 2,22 MeV.

Finalmente se postula que la curvatura del plano de las dimensiones compactadas se origina debido a un gradiente de índice de refracción en el plano de las dimensiones compactadas. Esto permite el giro de los ejes de las trayectorias elípticas de las ondas estacionarias que conforman la materia, lo que permite un nuevo grado de libertad que explica todos los experimentos sobre giros en el espacio y modificación del espín, pero obliga a que el espacio-tiempo se comporte de manera anisotrópica y a que la velocidad de las ondas sea linealmente dependiente de su frecuencia. Es decir, que el espacio-tiempo se comporta de forma similar a un cristal líquido.

Para establecer una analogía con la teoría de cuerdas la hipótesis aquí expuesta propone que el Universo está formado por una única 5-brana, cuyas múltiples vibraciones conforman toda la materia y la energía. Los parámetros libres del modelo se reducen a las propiedades del fluido que conforma el espacio-tiempo y a la geometría de este.

En el año de nuestro Señor Jesucristo de 2017.

Apéndice I : Postulados.

- 1) Todo lo que existe en el universo está formado por vibraciones del espacio-tiempo.
 - 2) Existen cinco dimensiones espaciales y una temporal.
 - 3) El espacio-tiempo es una 5-brana expandida en nuestras tres dimensiones espaciales conocidas y de un tamaño mucho menor en las dos dimensiones espaciales adicionales (del orden del micrómetro).
 - 1) Una de las dimensiones adicionales es la misma que postulaba Kaluza en 1919 y está relacionada con la inversa de la masa de las partículas realmente elementales. (Que no son las que consideramos habitualmente, sino los tres neutrinos, el electrón y los partones). A esta dimensión la llamaremos ξ $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$
 - 2) La 5ª dimensión espacial, a la que llamaremos τ está íntimamente relacionada con la coordenada imaginaria del espacio-tiempo de Minkowsky.
 - 3) El espacio-tiempo se comporta como si estuviese conformado por una sustancia con las siguientes propiedades.
 - La velocidad de las vibraciones en las tres dimensiones espaciales ya conocidas es constante e igual a la velocidad de la luz c .
 - la velocidad de las vibraciones en las dos dimensiones espaciales adicionales es variable y dependiente de dos factores.
 - Varía de forma lineal con la frecuencia de las vibraciones.
 - Varía dentro de las dimensiones adicionales.
 - La variación de la velocidad de las vibraciones en el plano de las dimensiones adicionales es tal que provoca que dichas vibraciones viajen siempre a la velocidad de la luz en trayectorias elípticas muy pequeñas.
- Esto hace que el espacio-tiempo se comporte en algunos aspectos como un cristal liquido.
- 4) En el centro del plano de las dimensiones compactadas existe una zona donde no pueden transmitirse estas vibraciones (Seguramente por un cambio de estado del medio de propagación).
 - 5) Las constantes G , μ , ϵ , etc son debidas a la formulación en 3 dimensiones espaciales de un espacio de 5 dimensiones espaciales y por tanto, desaparecen o se simplifican enormemente cuando se efectúan los cálculos en 6 dimensiones (5 espaciales + tiempo) .
 - 6) Las vibraciones forman ondas estacionarias en el plano de las dimensiones adicionales, lo que modifica el medio de propagación, permitiendo todas las interacciones conocidas.

Apéndice II. Modificación de la ecuación de Navier-Stokes

Las fuerzas provocadas por el gradiente aparente del índice de refracción deberían modificar las ecuaciones de Navier-Stokes. Veamos:

$$n(x, y, z) = \left(1 - \frac{u(x, y, z, t)^2}{c^2}\right)^{\frac{-1}{2}} \rightarrow \nabla n = \nabla \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\nabla n = \frac{-1}{2c^2} 2u \frac{\partial u}{\partial x} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{-3}{2}} - \frac{1}{2c^2} 2u \frac{\partial u}{\partial y} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{-3}{2}} - \frac{1}{2c^2} 2u \frac{\partial u}{\partial z} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{-3}{2}} \rightarrow$$

$$\nabla n = \frac{-1}{2c^2} 2u \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{-3}{2}}$$

y por tanto

$$\frac{\nabla n}{n} = \frac{-1}{2c^2} 2u \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$$

Para el caso no relativista

$$\frac{\nabla n}{n} = \frac{-1}{2c^2} 2u \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \frac{-1}{c^2} u \nabla u \rightarrow \frac{dr^2}{dt^2} \frac{1}{c^2} = \frac{-1}{c^2} u \nabla u$$

$$a(x, y, z) = -u \nabla u$$

Esta relación es muy similar al término independiente del tiempo de la derivada material, pero no debe ser confundido con el. Matemáticamente se refiere al modulo de la velocidad, no al vector velocidad. Se trata de una **fuerza aparente debida al gradiente de velocidad del tiempo** y debería ser añadida a la ecuación de Navier Stokes, que por ejemplo en su forma convectiva quedaría:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} - \nu \nabla^2 \vec{u} = -\nabla \omega + \vec{g} + u \nabla u$$

Para comprobar la relación anterior se ha utilizado el programa de software Nast2d, del Institut für Numerische Simulation de la universidad de Bohn, ya que su descarga está disponible junto con el código fuente, y además está diseñado para la docencia, lo que permite una fácil modificación.

Aparte de algunos cambios en el archivo visual.c para modificar el formato de salida de los datos y así poder utilizar el programa de visualización Paraview la única modificación relevante se ha producido en el archivo uvp.c y han sido las siguientes:

- Se ha definido y calculado las derivadas parciales de las dos componentes de la velocidad, (u,v):

```
DUDX = (U[i+1][j]-U[i-1][j])/delx/2;
DVDX = (V[i+1][j]-V[i-1][j])/delx/2;
DUDY = (U[i][j+1]-U[i][j-1])/deley/2;
```

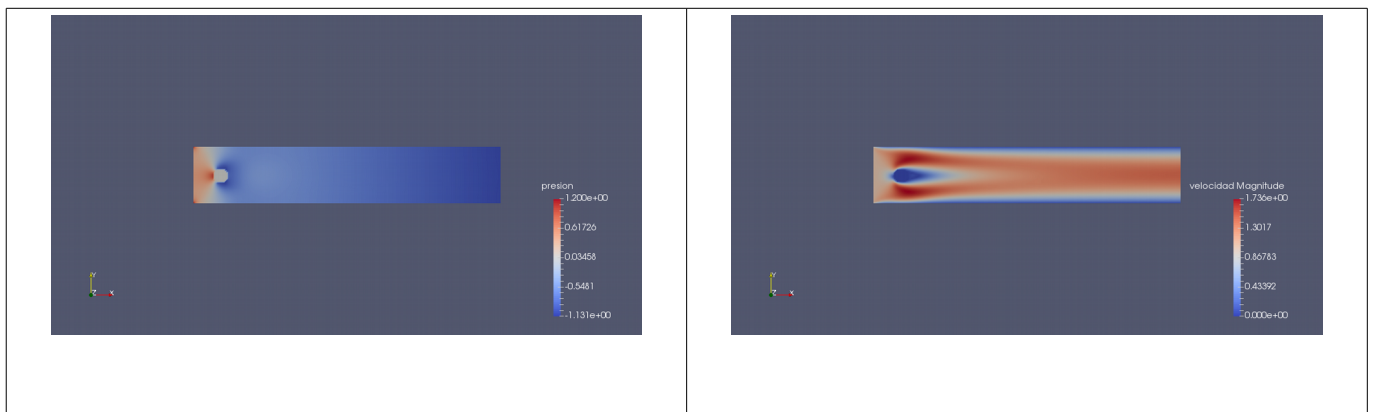
$$DVDY = (V[i][j+1]-V[i][j-1])/dely/2;$$

y se han modificado los factores F y G añadiendo los nuevos términos

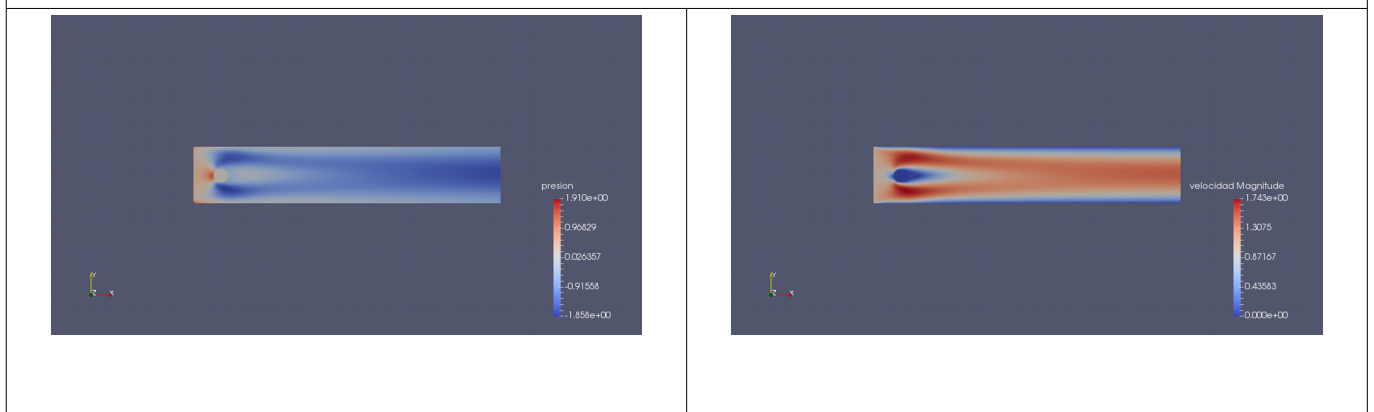
$$F[i][j] = U[i][j]+delt*(LAPLU/Re-U[i][j]*DUDX-V[i][j]*DVDX-DU2DX-DUVDY+GX -delt*beta*GX*(TEMP[i][j]+TEMP[i+1][j])/2;$$

$$G[i][j] = V[i][j]+delt*(LAPLV/Re-U[i][j]*DUDY-V[i][j]*DVDY-DUVDX-DV2DY+GY) -delt*beta*GY*(TEMP[i][j]+TEMP[i][j+1])/2;$$

Se ha aplicado a algunos casos sencillos, por ejemplo un obstáculo con forma circular a diferentes números de Reynolds. En las páginas siguientes se representan los resultados obtenidos con la formula tradicional y la ampliada a Reynolds 30 de un obstáculo circular, condición de contorno de las paredes Norte y Sur no-slip, condición de contorno IN/OUT en las paredes Este y Oeste y resolución de 220 x 40 celdas.



Solución con ecuación Navier – Stokes sin modificar. R=30.



Solución con la ecuación de Navier-Stokes modificada. R=30.

Obsérvese la relación inversa entre velocidad y presión, solución mucho más parecida a la que se desprende del estudio unidimensional de las líneas de corriente.

En general a régimen laminar funciona perfectamente, de hecho incluso produce sin problemas los torbellinos de Von Karman, *pero en cuanto existe cierta turbulencia, los resultados difieren bastante de los experimentales.*

Sin embargo, la presencia de turbulencia no implica que estas fuerzas desaparezcan, sino que impide que podamos estimar adecuadamente estas fuerzas, veamos porque.

La escala de Kolmogorov es aquella en la cual se disipa toda la energía y cuyo Reynolds asociado vale la unidad. La relación entre las longitudes características de la macroescala y la microescala es la siguiente

$$\frac{\lambda_0}{L} \approx \mathfrak{R}_L^{-3/4} .$$

La microescala nos va a indicar la resolución mínima que debemos alcanzar para poder resolver directamente las ecuaciones de Navier Stokes en cualquier problema. Como numéricamente esto es imposible lo habitual es desarrollar modelos que utilizan el valor medio de las variables, por ejemplo en las escalas de velocidades tendremos

$$\frac{u_0}{U} \approx \mathfrak{R}_L^{-1/4}$$

, lo que supone que por ejemplo en régimen turbulento para un Reynolds de 10000 por ejemplo

tendremos que $\frac{u_0}{U} \approx \mathfrak{R}_L^{-1/4} = 0.1$, por tanto la velocidad variará un 10% con respecto a su valor medio, lo cual todavía es aceptable.

Sin embargo, los gradientes de velocidad serán muy elevados. En concreto la fuerzas debidas a los gradientes de velocidad del tiempo serán en el caso de régimen turbulento.

$$\frac{\frac{u_0^2}{\lambda_0}}{\frac{U^2}{L}} \approx \frac{(\mathfrak{R}_L^{-1/4})^2}{\mathfrak{R}_L^{-3/4}} = \mathfrak{R}_L^{1/4}$$

, lo que supone que por ejemplo en régimen turbulento para un Reynolds de 10000 por ejemplo

tendremos que $\frac{\frac{u_0^2}{\lambda_0}}{\frac{U^2}{L}} \approx \mathfrak{R}_L^{1/4} = 10$, por tanto, estas fuerzas variaran un 1000% con respecto a su valor

medio, lo que resulta inaceptable y explica que el modelo anterior sea inaplicable en regímenes turbulentos.