

К вопросу о связи эллиптической кривой Фрея

с «Великой» теоремой Ферма

(элементарный аспект)

Reuven Tint

Number Theorist, Israel

Email: reuven.tint@gmail.com

www.ferm-tint.blogspot.co.il

Аннотация. Интерес к названной в заглавии проблеме вызван следующими соображениями:

- 1) Возьмем, к примеру, «пифагорово» уравнение, все взаимно простые решения которого определяются формулами $A = a^2 - b^2$ и $B = 2ab$. Но если мы выберем $A \neq a^2 - b^2$ и $B \neq 2ab$ как гипотетически «верные» решения этого уравнения, то, наверное, можно будет доказать, что, в этом случае, «пифагорово» уравнение не существует. Но оно действительно не существует для гипотетически выбранных «верных» решений.
- 2) Уравнение $A^N + B^N = C^N$ и уравнение эллиптической кривой Фрея (как будет показано ниже для предложенного варианта их решения) не совместны.
- 3) Поэтому, как представляется, выглядит не совсем убедительной связь между уравнением эллиптической кривой Фрея и соответствующим уравнением Ферма.
- 4) Приведено приложение.

§1

Рассмотрим следующие уравнения:

- 1) $A^N + B^N = C^N$ (2), где A^N, B^N - гипотетически «верные» решения уравнения (2) в натуральных числах ($A, B = 1, N$), соответствующие общему уравнению $x^N + y^N = z^N$ (1).
- 2) $y^2 + (x - A^N)(x + B^N) = y^2 + x^2 - (A^N - B^N)x - A^N \cdot B^N = 0$ (3). Отсюда, предложенный вариант решения уравнения (3) получается при $A^N > B^N, x = A^N - B^N, y^2 = A^N \cdot B^N$, т.е. при $N = 2k$ - четном (возможный вариант предположения) и $y = |A^k B^k|$. Если (3) – эллиптическая Фрея, то она существует.
- 3) $y^2 = x^3 - (A^N - B^N)x^2 + A^N B^N$ (4). Если (4) - эллиптическая кривая Фрея, то она существует при $x = A^N - B^N, y = A^k B^k$ и $N = 2k$ – четном. Уравнения (4) и (3) совместны.

4) $y^2 = x^3 + (A^N - B^N)x^2 - A^N B^N$ (5). Очевидно, что (5) и (3), (4) не совместны, а все они не совместны с (1).

5) Пусть $a = x^3$, $b = (A^N - B^N)x^2 - A^N B^N$. Тогда, $a^2 + b^2 \pm 2ab = (a \pm b)^2 =$

$= \{x^3 \pm [(A^N - B^N)x^2 - A^N B^N]\}^2$ (6). Уравнения (4) и (5) связаны между собой элементами

«пифагорова» уравнения при произвольных натуральных значениях входящих в них параметров.

6) Связь всех этих уравнений с уравнением (1) представляется не совсем убедительной.

§2

Приложение.

Получено тождество: $[x(x^3 \pm 2y^3)]^3 \mp [y(2x^3 \pm y^3)]^3 \equiv (x^3 \pm y^3)(x^3 \mp y^3)^3$ (7).

Если принять в уравнении $a^n + b^n = c^n$ для $n=3$ $x^3 + y^3 = z^3$ (8), то из (7) получим

рекуррентное уравнение, дающее бесчисленное множество гипотетически «верных» решений (такого не может быть, так как тождество остается верным для всех $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$), чего уравнение (8) решений в натуральных числах для $n=3$ иметь, как известно, не может. Выходит, что существует уравнение, которое как бы, с одной стороны, при гипотетически «верных» решениях существовать не может, с другой стороны, при тех же «х» и «у» существует. Следует отметить, что уравнения (7) и (8) совместны.

- Поскольку решение уравнения (8) находится среди натуральных $0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$. то проверка правильности решения будет занимать больше времени, чем само решение. Напоминает проблему Кука-Левина - одна из проблем тысячелетия.

Вообще, тождество (7) - тождество с несколькими интересными свойствами. [1]

Литература.

[1] Р. Тинт, "The identities of ordinary which is leading to the extraordinary consequences" (elementary aspect), p.2.6, pp 8/15-12/15. Asian Journal of mathematics and applications 2013, IDama0031, ISSN 2307-7743 <http://scienceasia.asia>