

Theory of gravity with restricted general covariance

Alexander P. Sobolev

sapsolto@mail.ru

August 29, 2016

Abstract

The gravitational equations were derived in general relativity (GR) using the assumption of their covariance relative to arbitrary transformations of coordinates. It has been repeatedly expressed an opinion over the past century that such equality of all coordinate systems may not correspond to reality. The internal problems inherent in GR are indirectly confirming it. Nevertheless, no actual verification of the necessity of this assumption has been made to date. There must undoubtedly be weighty physical reasons for the introduction of the constraints on the group of coordinate transformations. The initial equations of a theory of gravity with general covariance restricted due to introduction of the constraints are formulated in the paper. The constraint can be interpreted from a physical point of view as a sufficient condition for adiabaticity of the process of evolution of the metric of space-time manifold. A basic model of evolution of the Universe is constructed on this basis which consistent with the observational astronomical data but without using of the hypotheses of the existence of a dark energy, dark matter and inflatons.

Keywords: Gravitation, restricted covariance, nonsingular theory, exact solutions, evolution of the Universe.

1. Introduction

Over a hundred years ago at the derivation of the gravitational equations from the variational principle D. Hilbert formulated an axiom of the general invariance of the action relative to arbitrary transformations of coordinates and chose the invariant of the Riemann tensor as Lagrangian of the gravitational field [1].

The success of the canonical theory of gravity ostensibly corroborated validity of such assumption and it has acquired the status of the fundamental principle eventually.

However, the presence of singular solutions of GR equations [2] is a sufficient cause to doubt a possibility to describe on its basis phenomena in the microcosm and in the scale of the Universe.

GR doesn't seem as unshakeable as before any more in the light of the new experimental data [3-5]. For an explanation of the derived results within the framework of this theory it was necessary to introduce certain hypothetical entities (Λ CDM-model [6]), the nature of which are still unclear.

In our opinion, just general covariance of the equations is a source of the troubles of GR. Detected on the stage of its formation, today these troubles have become the whole set of problems unresolved so far: the problem of energy, singularities, black holes, cosmological constant, cold dark matter, and finally the problem of description of the elementary particles which appears in the canonical theory of gravitation as "micro black holes".

An obvious way to construct the non-generally covariant theory of gravity without violating of the axiom of Hilbert (as we see it) is the introduction of a priori constraints that restrict the choice of coordinate system. Attempts of such kind had been being made previously, the example of it is the unimodular theory of gravity whose origins date back to Einstein.

Generally an appearance of the edges of space-time manifold is a consequence of the constraints introduction. In the presence of the differential constraint there is an opportunity to choose a position of the edge so that to single out nonsingular interior region of the manifold.

Under such an approach, the fundamental principle of the equivalence of all reference systems compatible with the pseudo-Riemannian metric, underlying GR, is not violated. In addition, we don't put in doubt a firmness of the principle of the action invariance relative to arbitrary transformations of coordinates. At the same time, the covariance of the equations of gravitation is limited by the constraint in contrast to GR. Thus, a priori only "medium-strong principle" of the equivalence is met in this case [7]. However, this cannot be ground for rejecting the proposed approach as contradicting the experiments on verifying the strong equivalence principle for bodies of cosmic scales [8].

The fact is that already in GR within the framework of Λ CDM model, space itself is endowed with energy. The same thing happens when an a priori constraint is introduced. Space becomes a self-gravitating object because of the nonlinearity of the gravitational equations. One can determine inertial and gravitational mass for such an object within the framework of a particular model (for example, static empty isotropic space), what was done below (Section 5). As a result, it turned out that the solution of the gravitational equations has enough free parameters in order to not only ensure the requirement of the equality of inertial mass of the gravitational field to gravitational mass, but also to determine inertial mass in accordance with Mach's principle (the latter problem have not been solved in GR). From this point of view, the results of experiments [8] should be considered as an indication that only such (quasi) stationary self-gravitating objects exists for which inertial mass is equal to gravitational mass.

Our basic assumption is that the components of the metric tensor $g_{\mu\nu}$ are constrained by the conservation law:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \Gamma_{\nu\rho}^\rho) = 0, \quad \Gamma_{\nu\rho}^\rho = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^\nu}, \quad g = \det(g_{\mu\nu}), \quad g^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu; \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3). \quad (1.1)$$

2. Gravitational field equations in the presence of the constraint

To obtain the rest of the gravitational field equations on the mass shell, proceeding from the Hilbert action and introducing the Lagrange multiplier – the scalar field Φ , write the action for the gravitational field in the presence of the constraint (1.1) as:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{-g} d^4x, \quad \Lambda = \Gamma_{\mu\rho}^\rho g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu}, \quad (2.1)$$

where R - scalar curvature, $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu}$ - Ricci tensor,

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\lambda\rho}^\rho - \Gamma_{\mu\rho}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\rho,$$

where $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ - Christoffel symbols,

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left(-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} \right)$$

Now *all the components of the metric tensor and the scalar Φ can be considered as independent quantities* at the action variation.

We derive the equation (1.1) from the principle of least action at the variation over the field Φ .

The scalar curvature is invariant relative to arbitrary transformations of coordinates, so the calculation of its variation and the contribution to the field equations has no differences from [7].

The presence in Lagrangian of the additional members besides the scalar curvature leads to an occurrence of a new object in the Hilbert-Einstein equations at the metric variation.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} (\mathcal{E}_{gr})_{\mu\nu} + \frac{8\pi G}{c^4} (\mathcal{E}_{mat})_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

$$\frac{16\pi G}{c^4} (\mathcal{E}_{gr})_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\rho} \left(g^{\rho\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\lambda} \right) - \Gamma_{\mu\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} - \Gamma_{\nu\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu}. \quad (2.3)$$

The object (2.3) behaves like a tensor only under a restricted group of coordinates transformations. It is covariant only relative to the local unimodular and global linear transformations of coordinates.

The constraint (1.1) does not include the fields of matter. Therefore, the action for matter remains invariant under general coordinate transformations as in GR, and the assertion that the covariant derivative of the symmetric energy-momentum density tensor of matter is equal to zero remains also valid in the presence of the constraint (1.1). The covariant derivative of the expression on the left-hand side of (2.2) is zero because of the reduced Bianchi identity (the validity of which is due only to the general covariance of the curvature tensor), therefore, taking into account the above, the covariant derivatives of the right sides of both (2.2) and (2.3) must be equal to zero. All this in aggregate allows us to call the object (2.3) as an energy-momentum density tensor of the gravitational field. The question of the positive definiteness of the energy density will be considered below in Section 3.

Since the remaining terms in (2.2) are generally covariant, on the whole the system of the equations of gravitation will be covariant only relative to the indicated restricted group of coordinate transformations in the presence of the constraint. This is sufficient that a number of statements proved in GR remain valid. In particular, in an infinitesimal neighborhood of any point, we can introduce the Galilean coordinate system and also turn all Christoffel symbols to zero not only at the point but also along a given world line [9].

The constraint (1.1) can be interpreted from a physical point of view as a sufficient condition for adiabaticity of evolution of the metric. We determine the vector of the entropy density flux of the gravitational field s by the relation

$$s_{gr} v^\mu = const \cdot g^{\mu\lambda} \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}, \quad s_{gr} = const \cdot v^\lambda \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}, \quad v^\mu v_\mu = 1. \quad (2.4)$$

Now the constraint (1.1) can be written in the form of the relativistic adiabaticity condition [10]

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{-g} s_{gr} v^\mu \right) = 0 \quad (2.5)$$

We note that under the definition (2.4), all the thermodynamic potentials will be scalars only relative to the restricted group of transformation.

For inclusion in the consideration of spinor matter, the system of equations (1.1, 2.2, 2.3) can be formulated in a nonholonomic orthogonal frame, since the group of local Lorentz transformations is unimodular.

3. Empty Space

Since the gravitational field has a certain density of energy-momentum and entropy now in contrast to GR, the metric is nontrivial even in the absence of any matter. Obviously, such an initially empty space is homogeneous. There are nine possible types of homogeneous spaces with a time-dependent metric (Bianchi classification) [11] in GR three-dimensional space. It is easy to show that in homogeneous nonstationary space the constraint (1.1) is solvable only under the condition that the determinant of reference vectors is a constant. Only homogeneous spaces of type I and II (according to Bianchi classification) satisfy over that condition. The metric tensor depends only on the time-like coordinate for the first of these. In this case, if the spatial

metric is non-degenerate then the most general expression for the space-time interval can be reduced to the form [11]:

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 + g_{mn}(x^0)dx^m dx^n, \gamma = -\det(g_{mn}) > 0, (m, n = 1, 2, 3). \quad (3.1)$$

An absence of the general invariance of the action (2.1) doesn't allow us to eliminate the metric component g_{00} , therefore the expressions for Christoffel symbols and nonzero components of Ricci tensor components are rather different from the expressions given in [11].

$$\Gamma_{00}^0 = \frac{1}{2} g^{00} \frac{dg_{00}}{dx^0}, \Gamma_{0l}^0 = 0, \Gamma_{nl}^0 = -\frac{1}{2} g^{00} \frac{dg_{nl}}{dx^0}, \Gamma_{00}^m = 0, \Gamma_{0l}^m = \frac{1}{2} g^{mk} \frac{dg_{kl}}{dx^0}, \Gamma_{nl}^m = 0, \quad (3.2)$$

$$R_0^0 = -\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0}, \quad (3.3)$$

$$R_k^p = -\frac{1}{2\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right). \quad (3.4)$$

Nonzero components of the energy-momentum density tensor:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[\frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{2}{g_{00}\sqrt{g_{00}\gamma}} \frac{d\sqrt{g_{00}\gamma}}{dx^0} \frac{d\Phi}{dx^0} \right], \quad (3.5)$$

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = -\frac{c^4}{16\pi G} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) \delta_k^p. \quad (3.6)$$

Taking these relations into account, the gravitational field equations (*in the presence of the constraint*) take the form:

$$\frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) = 0, \quad (3.7)$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{2} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right), \quad (3.8)$$

$$-\frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) = \delta_k^p \frac{d}{dx^0} \left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right). \quad (3.9)$$

Eq. (3.8) shows that:

$$g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} + \delta_k^p \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^p. \quad (3.10)$$

The constant matrix L_k^p is not arbitrary. Since eq. (3.10) shows that

$$\frac{dg_{kn}}{dx^0} + g_{kn} \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} g_{np} L_k^p, \quad (3.11)$$

the matrix must satisfy the conditions:

$$g_{np}(x^0)L_k^p \equiv g_{kp}(x^0)L_n^p. \quad (3.12)$$

For the metric tensor of the general form this condition will be accomplished only in case when the matrix L_k^p is proportional to the single matrix. Otherwise the matrix $L_k^p = \text{diag}(L_1, L_2, L_3)$ and the metric tensor must also be diagonal.

Simplifying eq. (3.10) on p and k indexes:

$$3 \frac{d\Phi}{dx^0} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^k, \quad (3.13)$$

and the system of equations (3.10) takes the form

$$g^{pm} \frac{dg_{km}}{dx^0} = \frac{1}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \delta_k^p + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} \left(L_k^p - \frac{1}{3} \delta_k^p L_n^n \right). \quad (3.14)$$

Eq. (3.14) shows that:

$$g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 + \frac{g_{00}}{\gamma} \left[L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2 \right]. \quad (3.15)$$

Using this expression and eq. (3.13) it is possible to eliminate Φ and all spatial metric components from the equation (3.8) and we can write it in the form:

$$3 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 + \frac{3c^2}{2\gamma} [L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2] = g_{00} \sqrt{\gamma} \frac{d}{dt} \frac{1}{\gamma g_{00}} \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{dt} - c L_n^n \right), \quad (3.16)$$

where the following notation is entered $cdt = \sqrt{g_{00}} dx^0$

Eq. (3.7) implies

$$\frac{1}{g_{00}} \frac{dg_{00}}{dt} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{T\sqrt{\gamma}}, T = const. \quad (3.17)$$

This equation allows to eliminate g_{00} from (3.16) and to write the equation for the function γ :

$$2 \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{\gamma\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{\sigma}{\gamma} = 0, \sigma = B_n^n - \frac{3}{2} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_n^n)^2], \quad (3.18)$$

where $\tau = t/T$ - dimensionless proper time, $B_k^p = cTL_k^p$ - matrix of the dimensionless constants. The order of the equation (3.18) can be lowered at the function $u(\gamma)$ introduction - dimensionless rate of change of the volume factor - $\sqrt{\gamma}$

$$u = \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}. \quad (3.19)$$

The equation takes the form:

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma, \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (3.20)$$

It is remarkable that when $\sigma > 1/4$ determinant of the spatial metrics isn't equal to zero anywhere. Therefore in this case there are no singularities.

Integrating the equation (3.20) we find that:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}} = f(u), \quad f(u) = \sqrt{\frac{4u^2 - 2u + \sigma}{\sigma}} \exp \left[\frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \left(\arctg \frac{4u - 1}{\sqrt{4\sigma - 1}} + \arctg \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \right) \right], \quad (3.21)$$

where $\sqrt{\gamma_{\min}}$ - the minimum value of $\sqrt{\gamma}$ at $u = 0$.

Differentiating (3.21) with respect to τ gives:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau} = \frac{df(u)}{du} \frac{du}{d\tau}, \quad \frac{df}{du} = \frac{4u}{4u^2 - 2u + \sigma} f(u). \quad (3.22)$$

Hence we find the solution of the equation (3.18) in the parametric form in consideration of (3.19), (3.21).

$$\tau - \tau_{st} = \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad \sqrt{\gamma} = \sqrt{\gamma_{\min}} f(u). \quad (3.23)$$

Evolution of space begins in the time point τ_{st} from a state of rest with the minimal volume factor.

From the equation (3.17), taking into account (3.23), it follows that

$$d \ln(\gamma g_{00}) = \frac{dt}{T\sqrt{\gamma}} = \sqrt{\frac{\gamma_{\min}}{\gamma}} \frac{4f(u)du}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{4du}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

$$\sqrt{\frac{g_{00}(u)}{g_{00}(0)}} = \frac{\sigma \cdot f(u)}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

Using this relation, proceeding from the determination (3.19), we can show that $du \propto dx^0$.

Consider the expression (3.5) for the energy density on the field equations. Using the relations (3.13) and (3.17), we can transform (3.5) as follows:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = \rho_{gr} = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[\frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{1}{2\gamma} B_k^k \right]. \quad (3.24)$$

Using the equation (3.18), we eliminate the second derivative, then

$$\rho_{gr} = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{3}{4\gamma} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] = \frac{c^2}{48\pi GT^2 \gamma} \left[2u^2 - \frac{3}{4} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] \quad (3.25)$$

The first term in the brackets vanishing at the small values of u , the second term characterizing the global anisotropy of space is constant, positive and enters into the expression for the energy density with a minus sign. *The energy density will be positive only in case when homogeneous space is isotropic* ($B_m^n \propto \delta_m^n$).

In this case the solution of the equations (3.14) can be presented in the form:

$$g_{kn} = -\gamma^{1/3} \delta_{kn}, \quad (3.26)$$

and the interval (3.1) -

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 - \gamma^{1/3}(x^0)dx^m dx^n \delta_{mn}. \quad (3.27)$$

We note that a metric of the type II has an unremovable anisotropy. Therefore, bearing in mind the connection between the positive definiteness of the energy density and the absence of the anisotropy, it can be assumed that there is no other uncontradictory theory besides the theory of homogeneous space of the type I.

Introduce the Hubble parameter H and the acceleration parameter q (instead of the deceleration parameter [7]) according to the modern representations:

$$H \equiv \frac{1}{6T\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau}, \quad q \equiv 1 + \frac{1}{6H^2 T^2} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right). \quad (3.28)$$

The substitution of these expressions in (3.18) allows us to derive the equation describing change of the acceleration-deceleration eras.

$$q = \frac{3}{4} \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{u(\gamma)} - \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \right)^2 + 1 - \frac{3}{4\sigma}. \quad (3.29)$$

This implies that two scenarios are possible. When $\sigma > 3/4$ only acceleration ($q > 0$) is possible. When $3/4 > \sigma > 1/4$ the change of the eras is possible: acceleration-deceleration-acceleration. The change of the eras happens at the values

$$u_1 = \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 - 4\sigma/3}} > \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \approx 0.1376, \quad u_2 = \frac{\sigma}{1 - \sqrt{1 - 4\sigma/3}} < \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \approx 1.3624. \quad (3.30)$$

Discovered recently [3-5] the change of the eras indicates that the second scenario takes place.

The maximum value of the deceleration is reached at $u = \sigma$

$$q_{\max} = 1 - \frac{3}{4\sigma} > -2. \quad (3.31)$$

After the onset of the second era of the acceleration, q asymptotically approaches unity according to (3.29).

The energy density of the gravitational field (3.25) is related with the Hubble parameter as:

$$\rho_{gr} = \frac{3c^2 H^2(\tau)}{8\pi G}. \quad (3.32)$$

Thus, *space is homogeneous and isotropic and has proper energy. And the density of energy is equal to the critical density at any moment of time.* The Hubble parameter reaches the maximum value during the era of the first acceleration at $u = \sigma/2 < u_1$

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma}}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{\operatorname{arctg} \sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right), \quad (3.33)$$

and then monotonously decreases, tending to the constant value

$$H_{\infty} = \frac{1}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}} + \frac{\pi}{2}\right)\right). \quad (3.34)$$

Determined by the relations (3.6) the spatial components of the energy-momentum density tensor are equal on the field equations to:

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[\frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{1}{2\gamma} B_n^n \right] \delta_k^p, \quad (3.35)$$

and differ from expression for the energy density in the sign of the last two members. These components can possess both the positive and negative values during evolution. Eliminating the second derivate again by means of the equation (3.18) and assuming $(\varepsilon_{gr})_m^n = -p_{gr} \delta_m^n$ as it is accepted for macroscopic mediums, write the gravitational field pressure as:

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma}. \quad (3.36)$$

This implies when $0.25 < \sigma < 0.5$ there is a change of the pressure sign at the following u values:

$$u_3 = \frac{1 - \sqrt{1-2\sigma}}{2} > \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} \approx 0.146, \quad u_4 = \frac{1 + \sqrt{1-2\sigma}}{2} < \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}} \approx 0.8536. \quad (3.37)$$

The gravitational field has a positive pressure in the interval $u_3 < u < u_4$, in other cases it has a negative pressure.

Let us consider the curvature tensor. Substituting the relations (3.14), (3.15) in (3.3), (3.4) we will find the expressions for the curvature tensor on the field equations:

$$R_0^0 = -\frac{1}{2c^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) - \frac{1}{12c^2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2,$$

$$R_k^k = -\frac{1}{2c^2 \sqrt{\gamma}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right).$$

Excepting the second derivatives, write the expressions for the scalar curvature of space-time 4R and space 3R .

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2 T^2 \gamma} (4u^2 - 2u + \sigma) = -\frac{(4u-1)^2 + 4\sigma - 1}{16c^2 T^2 \gamma} < 0. \quad (3.38)$$

$${}^4R = R_0^0 + R_k^k = -\frac{1}{2c^2 T^2 \gamma} \left(\frac{8}{3} u^2 - 2u + \sigma \right). \quad (3.39)$$

(3.38) implies *the space curvature is always negative.* But the space-time curvature changes during evolution and possesses at first negative, then positive and at last again negative values.

According (3.32), (3.33) the maximum density of the gravitational field energy is equal

$$\rho_{gr \max} = \frac{c^2 \sigma}{96\pi GT^2 \gamma_{\min}} \exp\left(-\frac{2\operatorname{arctg} \sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right). \quad (3.40)$$

Assumed that $\sigma=1/4$ for definiteness, connect the constant value

$$T\sqrt{\gamma_{\min}} \approx \frac{1}{8e} \left(\frac{c^2}{6\pi \cdot G \cdot \rho_{gr\max}} \right)^{1/2} \quad (3.41)$$

with the maximum energy density.

Now (3.23) can be written as:

$$t - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H(u) = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u}{f(u)}. \quad (3.42)$$

According (3.21) $f(u)$ depends on the constant σ only. Substituting in these relations the current values [12] of the time from the beginning of evolution till now ($t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17}$ sec) and Hubble parameter ($H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{sec}^{-1}$) gives, taking into account (3.41), couple of equations for two unknown – σ and the value of parameter u^0 at the current time

$$t^0 - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H^0 = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{f(u^0)}.$$

It is considered to be the maximum energy density equal to the Planck's energy density in the standard cosmological model. Providing that $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}$ the solution of this system of equations is:

$$\sigma = 0.250119943, \quad u^0 = 6.119898285. \quad (3.43)$$

The results of the calculations of other parameters for this case are presented in Table 1.

$\rho_{gr \max} = \varepsilon_{pl}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 5.798185056 \cdot 10^{-46} \text{ sec}; \sigma = 0.250119943; u^0 = 6.119898285$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t _{st} , sec	H, sec ⁻¹
6.119898285	0.7599	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362298981	0	0.850004	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853468568	-0.5	1.416151	$-9.216 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.290 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58189	1.525709	$-9.989 \cdot 10^{-56}$	$1.029 \cdot 10^{17}$	$4.593 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.76002	1.792870	$-1.223 \cdot 10^{-55}$	$8.275 \cdot 10^{16}$	$5.435 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97891	2.201837	$-1.679 \cdot 10^{-55}$	$6.051 \cdot 10^{16}$	$7.019 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.24964	2.939474	$-2.973 \cdot 10^{-55}$	$3.650 \cdot 10^{16}$	$1.089 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5776	4.831122	$-1.126 \cdot 10^{-54}$	$1.305 \cdot 10^{16}$	$2.826 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7544	7.804654	$-5.944 \cdot 10^{-54}$	$4.160 \cdot 10^{15}$	$8.514 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9157	24.3401	$-8.520 \cdot 10^{-52}$	$1.959 \cdot 10^{14}$	$1.739 \cdot 10^{-15}$
0.250119943	-1,9986	$1.740781 \cdot 10^{11}$	$-1.062 \cdot 10^6$	$7.092 \cdot 10^{16}$	$4.702 \cdot 10^{14}$
0.146531432	-0.5	$9.818436 \cdot 10^{20}$	$-1.223 \cdot 10^{67}$	$4.071 \cdot 10^{45}$	$4.943 \cdot 10^{43}$
0.137701018	0	$1.017771 \cdot 10^{21}$	$-1.787 \cdot 10^{67}$	$3.361 \cdot 10^{45}$	$5.174 \cdot 10^{43}$
0.125059971	1	$1.058713 \cdot 10^{21}$	$-2.801 \cdot 10^{67}$	$2.610 \cdot 10^{45}$	$5.289 \cdot 10^{43}$
0	∞	$1.172766 \cdot 10^{21}$	$-2.069 \cdot 10^{68}$	0	0
$\rho_{gr \max} = 10^{46} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \text{sec}^{-2}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ sec}; \sigma = 0.2505961314; u^0 = 6.117403956$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t _{st} , sec	H, sec ⁻¹
6.117403956	0.75982	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362007273	0	0.849896	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853131610	-0.5	1.416264	$-9.219 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.291 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58133	1.525121	$-9.987 \cdot 10^{-56}$	$1.030 \cdot 10^{17}$	$4.592 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.75929	1.792084	$-1.222 \cdot 10^{-55}$	$8.282 \cdot 10^{16}$	$5.432 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97792	2.200602	$-1.678 \cdot 10^{-55}$	$6.058 \cdot 10^{16}$	$7.014 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.2482	2.936815	$-2.969 \cdot 10^{-55}$	$3.656 \cdot 10^{16}$	$1.088 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5753	4.819468	$-1.120 \cdot 10^{-54}$	$1.313 \cdot 10^{16}$	$2.810 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7514	7.757364	$-5.828 \cdot 10^{-54}$	$4.230 \cdot 10^{15}$	$8.381 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9117	23.5132	$-7.317 \cdot 10^{-52}$	$2.166 \cdot 10^{14}$	$1.575 \cdot 10^{-15}$
0.250596131	-1,9929	$2.510051 \cdot 10^5$	$-4.756 \cdot 10^{-29}$	236.74	0.001413
0.146868390	-0.5	$3.483573 \cdot 10^9$	-0.0245	$9.1035 \cdot 10^{-11}$	$2.214 \cdot 10^9$
0.137992728	0	$3.611425 \cdot 10^9$	-0.0358	$7.5143 \cdot 10^{-11}$	$2.317 \cdot 10^9$
0.125298066	1	$3.757034 \cdot 10^9$	-0.0562	$5.8328 \cdot 10^{-11}$	$2.369 \cdot 10^9$
0	∞	$4.162766 \cdot 10^9$	-0.4146	0	0

TABLE 1. Space kinematics at two different values of the maximum energy density.

The results of similar calculation, but with the maximum energy density equal to that at which the electroweak phase transition occurs, are shown in the same table. The comparison of these data shows that the results of the calculation are in good agreement up to red shift at least

$$z(u) = \left(\sqrt{\frac{\gamma(u^0)}{\gamma(u)}} \right)^{1/3} - 1, \quad z(0.3) \approx 24, \quad (3.44)$$

despite the difference in the value of the maximum energy density on more than sixty orders. This circumstance excludes doubts in a possibility of the unambiguous description of space evolution in this range of the red shift variation.

Metric (3.27) differs from Robertson-Walker metric. Nevertheless, the lines $x^1=x^2=x^3=const$ are geodesic as in GR and in each point it is possible to introduce the concomitant coordinate system where the variable t defined above will be a proper time.

Substituting Christoffel symbols (3.2) for the metric (3.27) in the equations of the geodesic $x^\mu(\xi)$ with the natural parameter ξ

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\xi^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu \frac{dx^\nu}{d\xi} \frac{dx^\lambda}{d\xi} = 0 \quad (3.45)$$

and integrating the obtained equations, we find:

$$\frac{dx^m}{d\xi} = A^m \gamma^{-1/3}(x^0), \sqrt{g_{00}(x^0)} \frac{dx^0}{d\xi} = \pm \sqrt{A^2 \gamma^{-1/3}(x^0) + B}, A^2 = A^m \delta_{mm} A^m, A^m, B = const. \quad (3.46)$$

The hypersurface $t = t_{st}$ is the edge of found space-time manifold. On the edge $u(t_{st}) = 0$ and the cosmic acceleration (3.29), which is an invariant observable quantity, turns to infinite. In regard this any geodesic coming onto the edge will confront with an unremovable singularity at the final value ξ . Consequently, found space-time manifold is geodesically complete and cannot be extended beyond the edge. The symmetry between particles and antiparticles is violated near the edge.

In view of (3.46), for an observer resting at the origin of coordinates and connected by 0-geodesic ($B = 0$) with a concomitant point, the physical distance (as in GR) is determined by the relation [6]:

$$d(t) = c \cdot a(t^0) \cdot \int_t^{t^0} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.47)$$

where $a(t)$ - scale factor, t - proper time. The factor $a(t) = \gamma^{1/6}(t)$ is determined in the case under consideration by the relations given above, after discovering of cosmic acceleration it is determined in GR within the frameworks of Λ CDM model [6]. The parameters of this model are selected proceeding from a condition of providing the best consent with all set of the experimental data which are available at the present time, their numerical values as at 2013 year are given in [12].

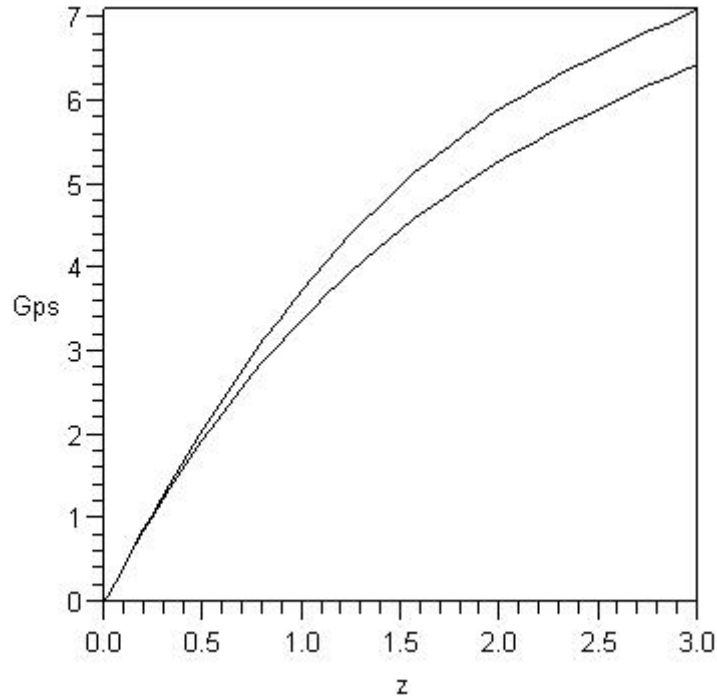


Figure 1. Distance to an object (Gps) depending on its red shift, calculated by (3.44) for this theory and Λ CDM – models. The upper curve - this theory, the lower curve - Λ CDM-model.

In [12] all data set of the dependence of a distance on red shift which was available at the moment of the publication is given in a graphic form (Fig. 24.2, Fig. 26.1). Comparison with the data [12] shows that both dependences presented in Fig. 1 lie in the range of an error of the experimental data. Moreover, as follows from the data in Fig. 2, even future experiments of this kind unlikely will allow to make a choice between these two dependencies. When the above dependence is continued to the region of large values of z , its course will be defined by the maximum energy density of the gravitational field, which is unknown at the present time.

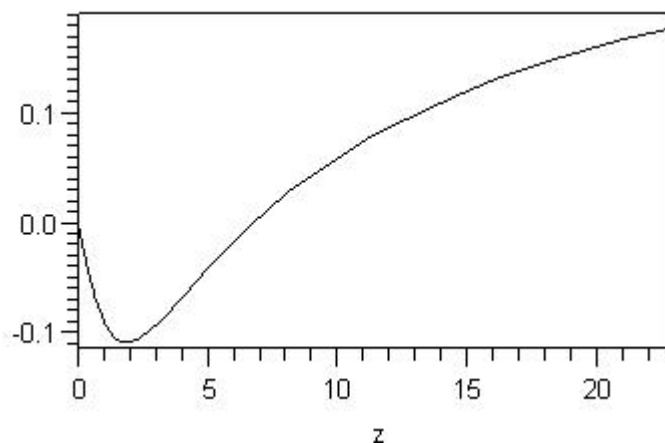


Figure 2. Deviation of the ratio of distances from unity depending on the value of red shift calculated according to GR and this theory.

A small value of the deviation is associated with the integral nature of the dependence of a distance on redshift. For a local parameter, such as the Hubble parameter, the situation is different.

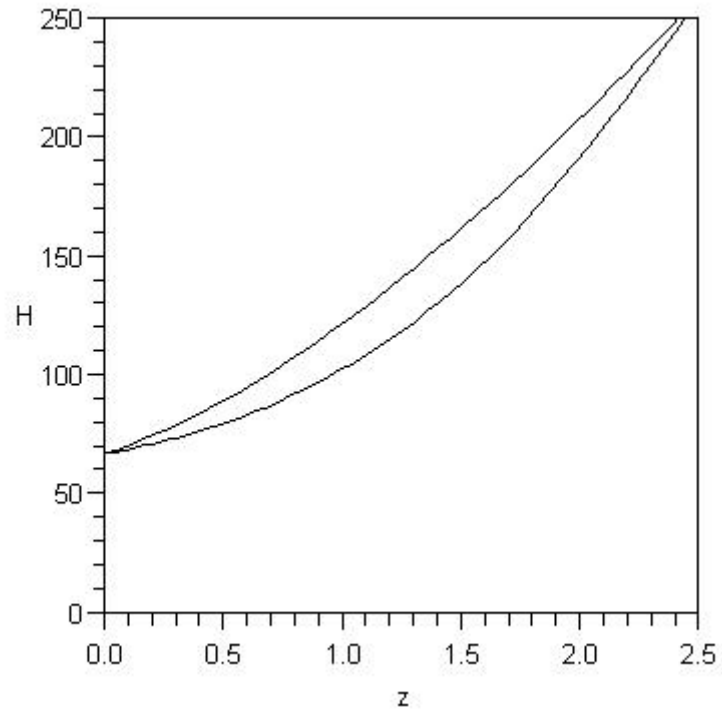


Figure 3. Dependence of the Hubble parameter ($\text{km}\cdot\text{sec}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$) on red shift. The upper curve - Λ CDM-model, the lower curve – this theory.

In this case, as the comparison of the calculation results with the experimental data shows ([13] Fig.4), both dependences also is within the limits of the experiments error at $z < 2.5$. However, the discrepancy between them increases iteratively at large red shifts as it shown in Fig. 4. Thus, only one of the two theories can be valid.

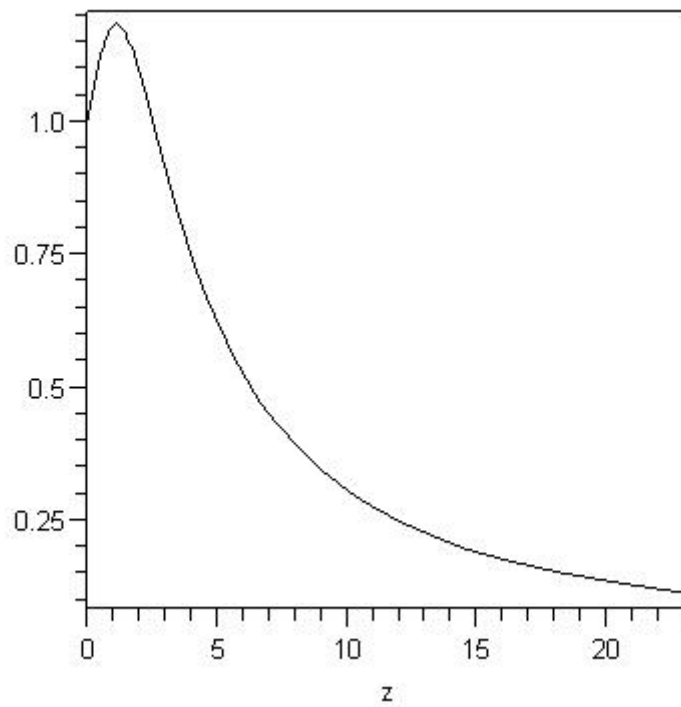


Figure 4. Dependence of the ratio of the Hubble parameter in Λ CDM-model to its value in this theory.

It is essential that, the dependence does not have free parameters in this region of red shifts, is determined only by the initial values at $z = 0$ and is valid up to the initial instant of time as it can be seen from Table 1. The hypotheses about the existence of dark energy and dark matter are introduced in GR within the frameworks of Λ CDM-model in order to ensure agreement with the experiment. A hypothesis about the existence of inflatons is introduced for description the dependence in the region of large z , which, however.

Empty space possesses characteristics inherent in the material medium. If space is considered as an ideal medium from the point of view of the relativistic hydrodynamics, then the equations must be satisfied for it [10]:

$$(\varepsilon + p)v^\mu \left(\frac{\partial v_\lambda}{\partial x^\mu} - \frac{1}{2} v^\rho \frac{\partial g_{\mu\rho}}{\partial x^\lambda} \right) = \frac{\partial p}{\partial x^\lambda} - v_\lambda v^\mu \frac{\partial p}{\partial x^\mu}; \quad \frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} s v^\mu) = 0 \quad , \quad (3.48)$$

where v_μ is 4-velocity, ε - energy density, s - entropy density, p - pressure of the gravitational field.

Because of homogeneity and isotropy of the considering metric, all spatial derivatives are equal to zero, and from the equations of motion we find $v^\mu = (g_{00}^{-1/2}, 0, 0, 0)$. In this case, both the equations of a motion and the adiabatic equation are satisfied identically.

The chemical potential is equal to zero in empty space, so pressure, entropy density and temperature - θ will be related by the relation [14]:

$$dp = sd\theta \quad . \quad (3.49)$$

This equation allows us to determine the temperature of empty space from the found dependences of the pressure (3.36) and entropy density of the gravitational field on u .

Substituting the corresponding relationships in (3.49), we have:

$$\sqrt{\gamma} d \left(\frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma} \right) = Const \cdot d\theta \quad . \quad (3.50)$$

Integrating this equation taking into account the dependence $\gamma(u)$ (3.21), we find:

$$\theta = const \cdot \int_0^u \frac{1}{f(u)} \cdot \frac{\sigma - 2u(1 - \sigma)}{\sigma - 2u + 4u^2} du \quad . \quad (3.51)$$

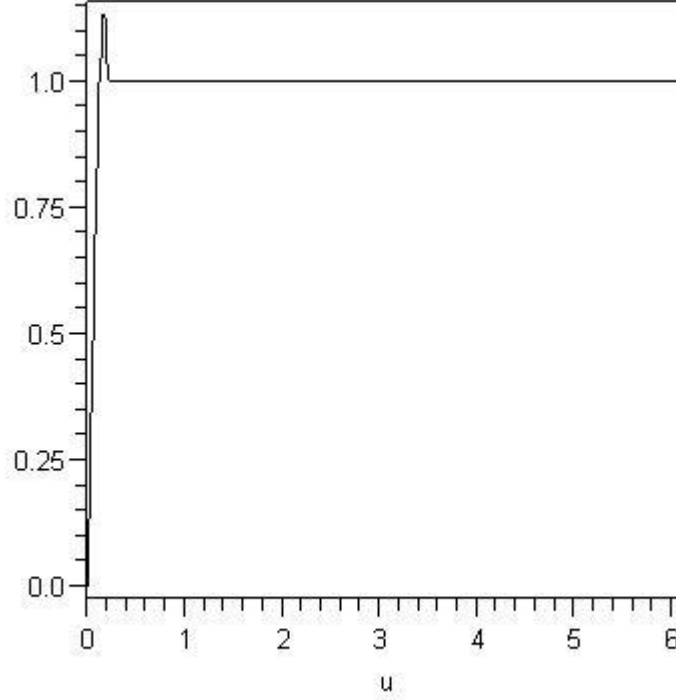


Figure 5. Dependence of the ratio of the current space temperature to its value at present on the dimensionless velocity of bulk factor change.

The relationship between the dimensionless velocity of bulk factor change and the proper time is seen in Table 1.

4. Basic model of the Universe evolution.

So there is *space*, unique material space, which is the primary source of all the energy of the Universe.

Space is the main, but not the only form of existence of matter structures in the Universe. The gravitational field intensity increase will lead inevitably to appearance of new matter structures in process of evolution what in turn can significantly influence on its kinematics eventually.

Consider phenomenologically influences of matter on process of evolution of the Universe.

Let matter be born in some time point in Space described above. Owing to the homogeneity and isotropy of space the energy-momentum tensor of matter can be written as $(\varepsilon_{mat})_{\mu}^{\nu} = diag(\rho_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat})$.

In the presence of matter the gravitational field equations (3.7-3.9) will take a form:

$$\frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) = 0,$$

$$-\frac{1}{\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{\gamma \sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{6g_{00}} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 = \sqrt{\gamma g_{00}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00} \sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{8\pi G}{c^4} (\rho + 3p)_{mat},$$

$$-\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) = \delta_k^p \frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) - \frac{8\pi G}{c^4} (\rho - p)_{mat} \delta_k^p.$$

Repeating all the computation taking into account these additional members, we have the following integro-differential equation instead (3.20)

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.1)$$

where

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) = \frac{48\pi GT^2}{c^2} \left(-\gamma(\rho + p)_{mat} + \frac{1}{4} \int_0^u (\rho - p)_{mat} \left(\frac{d\gamma}{du} \right) \frac{du}{u} \right),$$

and it's supposed that the pressure and density of matter are equal to zero in the initial time.

The equations for cosmic acceleration, energy density, pressure and scalar curvature of space are also modified in this case; instead of (3.29), (3.32), (3.36) and (3.38) we have

$$q = 1 - \frac{3}{2u} + \frac{3\sigma}{4u^2} + \frac{3}{4u^2} M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.2)$$

$$\rho_{gr} + \rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi GT^2} \frac{u^2}{\gamma} = \frac{3c^2 H^2(u)}{8\pi G} \equiv \rho_{cr}(u), \quad (4.3)$$

$$p_{gr} = -p_{mat} - \frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{1}{\gamma} \left[2u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \right]. \quad (4.4)$$

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2 T^2 \gamma} [(4u^2 - 2u + \sigma) + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du})]. \quad (4.5)$$

Hilbert's axiom suggests that the action of all kinds of matter is invariant relative to arbitrary transformations of coordinates. According to the observation data there is macroscopic matter, electromagnetic radiation, and neutrino in the Universe at the present time. These components weakly interact among themselves. In this case, owing to Hilbert's axiom the «conservation» laws for each type of matter are satisfied separately [7,11]

$$d\rho = -(\rho + p) \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (4.6)$$

The pressure can be considered equal to zero for baryon matter, $p=\rho/3$ for an electromagnetic radiation, for neutrinos the similar relation will be valid until it is possible to neglect their mass. Eq. (4.6) shows that:

$$\rho_b = \rho_b^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}, \quad \rho_r = \rho_r^0 \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \quad \rho_\nu = \rho_\nu^0 \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}. \quad (4.7)$$

The values relating to the current time are marked by upper index. It is authentically known that the energy density of the two first components is respectively equal $\Omega_b = 0.0499$ and $\Omega_r = 5.46 \cdot 10^{-5}$ of the critical energy density at the present time [12]. Data are less defined for neutrinos $\Omega_\nu < 5.52 \cdot 10^{-3}$. Then, to estimate the maximum degree of matter influence on the evolution process, it will be used exactly that value of the relative density of neutrinos. Thus, at times not too far from the present we have the following dependence of the energy density and pressure of matter from the bulk factor:

$$\rho_{mat} = \rho_{cr}^0 \left[\Omega_b \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} + \Omega \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3} \right], \quad p_{mat} = \frac{\rho_{cr}^0}{3} \Omega \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \quad \Omega = \Omega_\gamma + \Omega_\nu. \quad (4.8)$$

Further when using the expressions which include ρ_{mat} , p_{mat} , taking into account the approximate character of the dependencies (4.7), we will consider that variation of the bulk factor and it's derivative is described by the relations (3.20), (3.21) in a first approximation, and the critical density is described by relation (4.3). In this approximation

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \cong w(u),$$

$$w(u) = -2u^{02} \left[\Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{4}{3} \Omega \left(\frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] + \int_0^u \left[\Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{2}{3} \Omega \left(\frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] \frac{4u^{02} du}{4u^2 - 2u + \sigma} \quad (4.9)$$

Substituting (4.9) in (4.1) we derive the equation describing the Universe evolution in consideration of the presence of matter. The solution of this equation can be written by a quadrature.

$$\sqrt{\frac{\gamma(u)}{\gamma_{\min}}} = \psi(u) = \exp \left(\int_0^u \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} \right). \quad (4.10)$$

$$t - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4\psi(u)du}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)}. \quad (4.11)$$

The constant σ in these relations, in the same way as it was done in the previous section, has to be defined together with the value of u^0 from a condition of the equality of the evaluated time of the Universe existence and Hubble parameter to their values observed now.

$$t^0 - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4\psi(u)}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} du, \quad H^0 = \frac{1}{3T \sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{\psi(u^0)}. \quad (4.12)$$

$\rho_{gr \max} = \varepsilon_{pl}; T \sqrt{\gamma_{\min}} = 5.79885056 \cdot 10^{-46} \text{ sec}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_V = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.027..; \quad \sigma = 0.25011930..$
$\rho_{gr \max} = 10^{46} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}; T \sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ sec}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_V = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.024..; \quad \sigma = 0.25058907..$

TABLE2. Solutions of the equations (4.12) ($t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17} \text{ sec}$, $H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{ sec}^{-1}$) at two values of the maximum energy density.

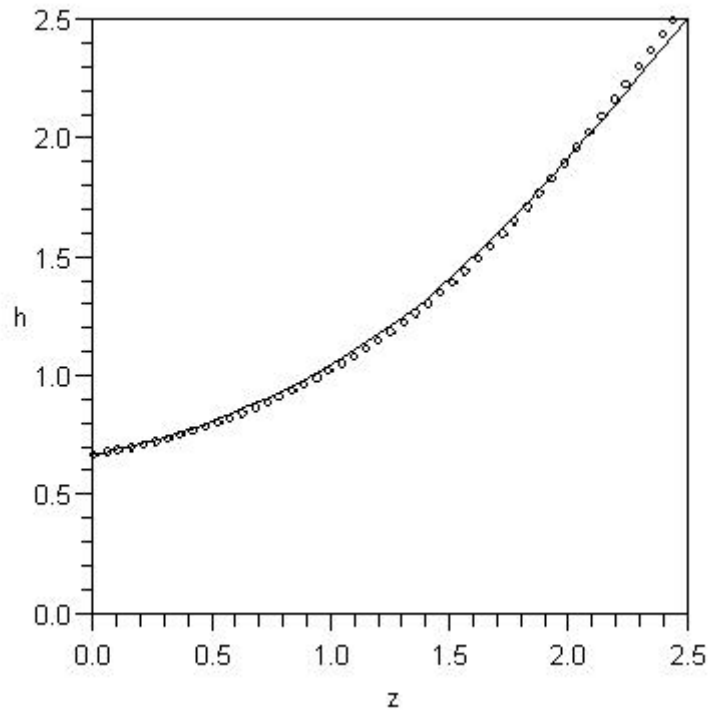


Figure 6. Results of calculation of the dependence of the Hubble parameter ($H=100 \cdot h \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$) on red shift taking into account (full line) and without taking into account (points) the presence of matter.

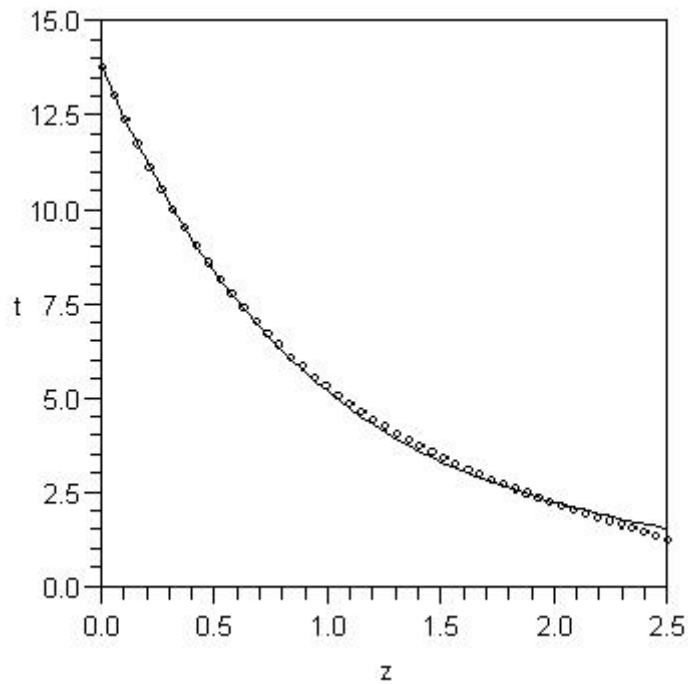


Figure 7. Results of calculation of the object age (in billions of years) depending on its observed redshift taking into account (full line) and without taking into account (points) the presence of matter.

In view of the data provided in the previous section, it is possible to conclude that prehistory effect on the further course of the given dependences is insignificant in the range of red shifts less than 2.3. Within this range, the course of the dependence can be reconstructed using one reliable value.

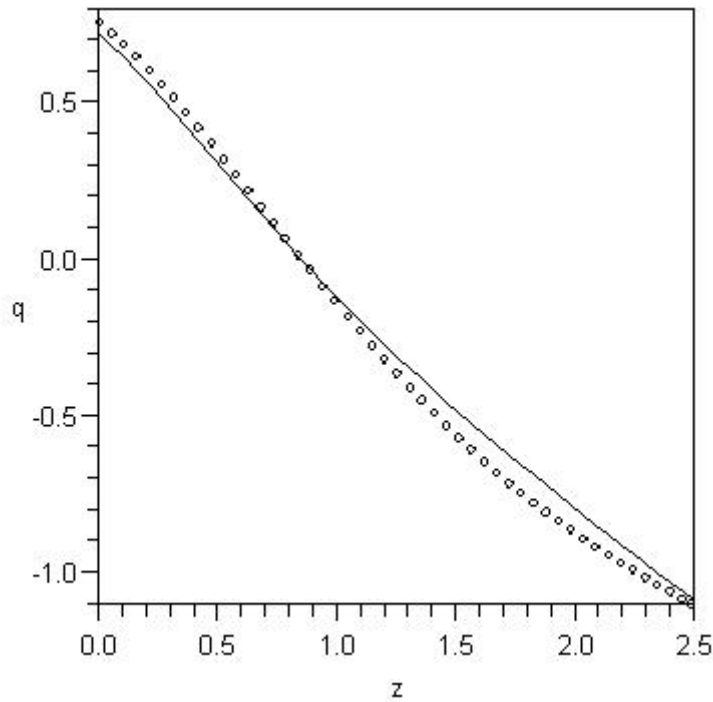


Figure 8. Results of calculation of the dependence of cosmic acceleration on red shift taking into account (full line) and without taking into account (points) the presence of matter.

The birth of matter does not lead to a noticeable time shift of change of the deceleration-acceleration eras. Such behavior of the mentioned dependences is related to a small fraction of the energy of matter in its general quantity.

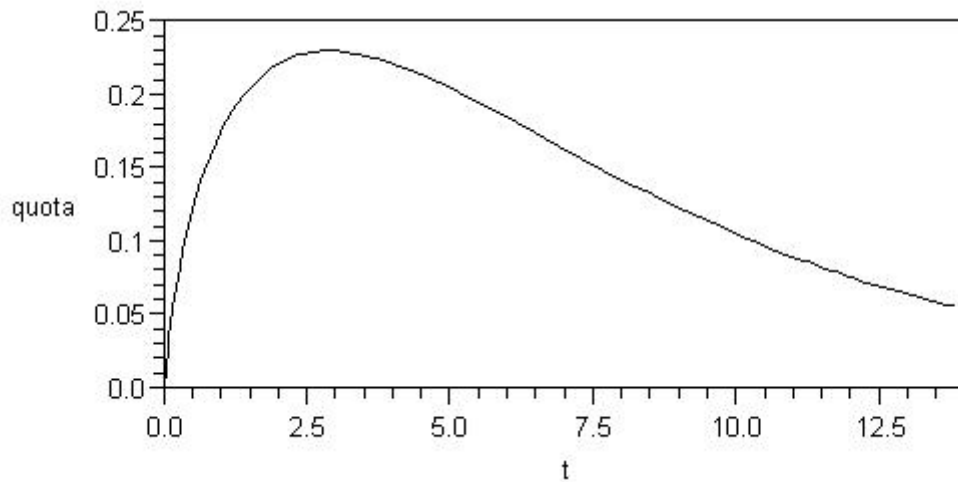


Figure 9. Time dependence of a ratio of the average energy density of matter to the energy density in the Universe (in billions of years).

The maximum fraction of the energy of matter does not exceed 0.2324, at the present time this value is less than 0.055, and continues to decrease with time. In contrast to GR, where the energy density of matter increases indefinitely at time decrease, in NTG, it reaches a maximum and then decreases, tending to zero at the approach to the initial moment of time.

The rest and the main part of the energy is the energy of the gravitational field. It is this energy, evenly distributed in space, but not dark matter, is reflected in the character of dependences of the rotation curves of gravitation-coupled objects.

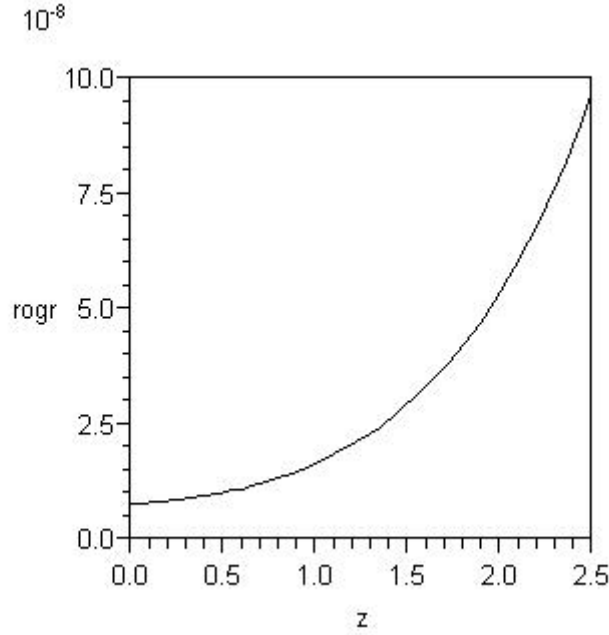


Figure 10. Dependence of the energy density of the gravitational field ρ_{gr} ($\text{erg}\cdot\text{cm}^{-3}$) on red shift in the location of the observed gravitation-coupled objects.

Thus, it is not required to enter any new forms of matter besides the already known forms to describe features of evolution of the Universe in contrast to GR.

5. Static isotropic metrics

Consider static spherically-symmetric metrics. The most general expression for space-time interval can be reduced to the form by the unimodular coordinates transformation [7]:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - \frac{G(r)}{r^2}(\bar{x} \cdot d\bar{x})^2 - C(r)(d\bar{x} \cdot d\bar{x})$$

The constraint (2.1) is invariant relative to such transformations, but now in contrast to GR its existence doesn't allow to reduce quantity of the required metrics components till two.

Using the Kronecker symbols δ_{mn} , write the metric tensor $g_{\mu\nu}$ as:

$$g_{00} = F(r), \quad g_{0m} = 0, \quad g_{mn} = -C(r) \cdot \delta_{mn} - G(r) \frac{x_m x_n}{r^2}, \quad x_m = x^m, \quad (5.1)$$

$$g(r) = \det g_{\mu\nu} = -FC^2(C + G).$$

The tensor $g^{\mu\nu}$ (inverse to the metric tensor):

$$g^{00} = \frac{1}{F(r)}, \quad g^{0m} = 0, \quad g^{mn} = -\frac{1}{C(r)} \delta^{mn} + \frac{G(r)}{C(C + G)} \frac{x^m x^n}{r^2}. \quad (5.2)$$

$$g_{mn} g^{nk} = \delta_m^k.$$

In the presence of the constraint (2.1) it is more convenient to proceed not from the equations derived at the action variation on the metrics components, but to choose as one of the varied functions $\Delta(r) = \sqrt{-g(r)}$.

The constraint gives the following contribution to the action:

$$\Lambda = \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} g^{\mu\nu} \frac{1}{2g} \frac{\partial g}{\partial x^\nu} = -\frac{\Phi'(r)g'(r)}{2(C + G)g} = -\frac{\Phi'(r)\Delta'(r)}{\Delta^3} FC^2 \quad (5.3)$$

(The stroke hereinafter denotes differentiating with respect to r)

Other terms can be found using the known results of calculations [7,11]. The scalar curvature and volume element are generally covariant, therefore they can be found using “spherical” coordinates.

In “spherical” coordinates space-time interval is:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - G(r)dr^2 - C(r)(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2).$$

By analogy to the “standard” form [6] write it as follows:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - A(r)dr^2 - r^{*2}(r)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (5.4)$$

where $A(r)=G(r)+C(r)$, $r^*(r)=rC^{1/2}(r)$.

For this metrics the nonvanishing components of the connection differ slightly from the corresponding components of the “standard” form [7]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{tr}^t = \Gamma_{rt}^t &= \frac{F'}{2F}, & \Gamma_{rr}^r &= \frac{A'}{2A}, & \Gamma_{\theta\theta}^r &= -\frac{r^* r'^*}{A}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^r &= -\frac{r^* r'^* \sin^2 \theta}{A}, & \Gamma_{tt}^r &= \frac{F'}{2A}, \\ \Gamma_{r\theta}^\theta = \Gamma_{\theta r}^\theta &= \frac{r'^*}{r^*}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta &= -\sin \theta \cos \theta, & \Gamma_{\varphi r}^\varphi = \Gamma_{r\varphi}^\varphi &= \frac{r'^*}{r^*}, & \Gamma_{\theta\varphi}^\varphi &= \Gamma_{\varphi\theta}^\varphi = \text{ctg} \theta. \end{aligned}$$

The curvature tensor changes according to this.

Using the expressions for the components of the connection, find the scalar curvature:

$$R = \frac{1}{2F} \left(\frac{F'}{A} \right)' + \frac{1}{2A} \left(\frac{F'}{F} \right)' + \frac{2}{r^{*2}} \left(\frac{r^* r'^*}{A} \right)' + \frac{2}{A} \left(\frac{r'^*}{r^*} \right)' - \frac{2}{r^{*2}} + \frac{2}{A} \left[\left(\frac{r'^*}{r^*} \right)^2 + \frac{r'^* F'}{r^* F} \right].$$

Singling out the divergent term, it can be written in the form:

$$R = \frac{1}{r^{*2} \sqrt{AF}} \frac{d}{dr} \left[r^{*2} \sqrt{AF} \left(\frac{F'}{AF} + \frac{4r'^*}{r^* A} \right) \right] - 2 \left[\frac{r'^* F'}{r^* AF} + \frac{1}{A} \left(\frac{r'^*}{r^*} \right)^2 + \frac{1}{r^{*2}} \right]. \quad (5.5)$$

The action for the gravitational field:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{AF} r^{*2} \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Substituting here the expression (5.5) for R and (5.3) for Λ , omitting the divergent term and taking into account that $A = \Delta^2 / FC^2$ we have:

$$S_{gr} = \frac{c^3}{8\pi G} \int \left(\frac{\Delta}{r^{*2}} + \frac{r^{*2} F}{\Delta r^4} (r'^*)^2 + \frac{1}{\Delta r^4} r^{*3} r'^* F' + \frac{\Phi' \Delta' r^{*4} F}{2\Delta^2 r^4} \right) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Introduce a variable $\xi = r^3$ instead of r , then the action takes the form:

$$S_{gr} = \frac{3c^3}{8\pi G} \int \left(\frac{\Delta}{9r^{*2}} + \frac{Fr^{*2}}{\Delta} \left(\frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{\Delta} r^{*3} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} + \frac{Fr^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Phi}{d\xi} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) d\xi \sin \theta d\theta d\varphi dx^0.$$

From a principle of least action find the gravitational field equations in space free from matter:

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.6)$$

$$\frac{1}{9r^{*2}} - \frac{r^{*2}}{\Delta^2} \left(\frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 F - \frac{r^{*3}}{\Delta^2} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} - \frac{1}{2\Delta^2} \frac{d}{d\xi} \left(r^{*4} F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.7)$$

$$\frac{r^{*2}}{\Delta} \left(\frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 - \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^{*3}}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) + \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0, \quad (5.8)$$

$$-\frac{2\Delta}{9r^{*3}} - 2r^* \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^* F}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - r^{*3} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2 \frac{r^{*3} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0. \quad (5.9)$$

Equation (5.6) implies:

$$\frac{r^{*4} F d\Delta}{\Delta^2 d\xi} = \alpha, \quad (5.6')$$

where α is a constant with the dimension of length.

Multiply the equation (5.7) by 2Δ , subtract from result - (5.8), multiplied by $2F$, and add the result to the equation (5.9), multiplied by r^* , after simple transformations reduce the equation to the form:

$$\frac{d}{d\xi} \left[\frac{r^{*4}}{\Delta} \left(\frac{dF}{d\xi} + F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) \right] = 0.$$

This implies:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta} \left(\frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = \beta,$$

where β is one more constant with the dimension of length. Using (5.6') this equation can be written in the form:

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} = \sigma \frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\xi}, \quad \sigma = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Taking into account that the function $\Phi(r)$ is defined accurate within a constant, find:

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}). \quad (5.7')$$

Rewrite the equation (5.8) as follows:

$$\frac{1}{\Delta} \left(\frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi} \right) = \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi}.$$

After the substitution of this expression in the equation (5.9) it takes the form:

$$r^{*4} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{Fr^*}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - 4 \left[\frac{1}{\Delta} \left(\frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi} \right) \right] F + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0$$

This equation is equivalent to the following:

$$\frac{d}{d\xi} \left[\frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) \right] + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0.$$

Integrating this equation over ξ we have:

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) - \beta_1 \frac{\Delta}{r^{*6}} + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0,$$

where $\beta_1 = \left[\frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) \right]_{\xi=0}$ is one more constant with the dimension of length. This constant

is equal to zero for the Minkowski metric. Let us assume further $\beta_1=0$ in order that the Minkowski metric could be the solution of this system of equations (in case when the constant α is equal to zero).

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0. \quad (5.9')$$

Integrating one more time, represent the function $F(r)$ in the form:

$$F = \frac{2}{9} r^{*2} \int_{\xi}^{\infty} \left(\int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi \right) \frac{\Delta}{r^{*6}} d\xi.$$

Transform the equation (5.8). Introduce a notation

$$U = \frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi},$$

and substitute the expressions for derivatives of Δ and Φ from the equations (5.6') and (5.7'), then the equation (5.8) can be put in the form:

$$U^2 + r^* U \frac{dU}{dr^*} = \frac{\alpha U}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*},$$

$$V = \frac{1}{3r^* U}, \quad \frac{d}{dr^*} \frac{1}{V} = \frac{3\alpha}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*}. \quad (5.8')$$

Passing from the derivatives with respect to $\xi=r^3$ to the derivatives with respect to r^* in all relations and introducing the dimensionless coordinate's r/a and r^*/a (keeping the previous notation r and r^* for them), we can write the initial system of equations as follows:

$$\frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{dr^*} = \frac{3V(r^*)}{Fr^{*2}}, \quad (5.10)$$

$$V(r^*) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2} \int_{r^*}^{\infty} \frac{1}{r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*} dr^*}, \quad \Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad (5.11)$$

$$F(r^*) = 2r^{*2} \int_{r^*}^{\infty} \left(\int_{r^*_{\min}}^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{1}{r^{*4}} V(r^*) dr^*. \quad (5.12)$$

$$\frac{\Delta(r^*) r^2}{r^{*2}} \frac{dr}{dr^*} = V(r^*). \quad (5.13)$$

Generally speaking, the nonzero value $r^*_{\min} = r^*(0)$ means a presence of *an edge* of space-time manifold.

Consider behavior of the metrics at $r^*_{\min} = 0$ and the small values r^* . If the integral

$$2 \int_0^{\infty} \left(\int_0^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{V(r^*)}{r^{*4}} dr^* = b > 0 \quad (5.14)$$

exists, eq.(5.12) implies that the function $F(r^*) \approx b \cdot r^{*2}$ at the small r^* . Then assumed that $V(r^*) \approx b_1 \cdot r^{*\nu} \geq 0$, $\Delta(r^*) \approx b_2 \cdot r^{*\delta} \geq 0$ and substituting these expressions in (5.8', 5.10) we have:

$$\nu = 3, \quad b_1 = \frac{2b}{2 - \sigma\delta}, \quad \delta = \frac{6}{2 - \sigma\delta}. \quad (5.15)$$

From the last relation follows:

$$\delta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}.$$

therefore $\sigma \leq 1/6$.

Integrating the equation (5.13) find at the small values r, r^* :

$$r^3(r^*) = 3 \int_0^{r^*} \frac{V(r^*)}{\Delta(r^*)} r^{*2} dr^* \approx 3 \frac{b_1}{b_2} \int_0^{r^*} r^{*(5-\delta)} dr^*. \quad (5.16)$$

The last integral exists only at $\delta < 6$. In this case

$$\delta = \frac{1 - \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}, \quad \sigma < \frac{1}{6}. \quad (5.17)$$

Consider now the expression for the energy of the static isotropic gravitational field (Appendix I). In this case

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[\frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d \ln(F\Delta^{-\sigma})}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F\Delta^{-\sigma}(r^*_{\min}) \right]. \quad (A.8)$$

The last term in this relation has a logarithmic singularity at $r^*_{\min} = 0$.

The energy will have the finite value only at $r^*_{\min} \neq 0$, that is *in the presence of the edge*. It is possible only at the value $\sigma \geq 1/6$.

The quantity r^*_{min} is an independent parameter and for its definition the additive considerations are necessary. First, suppose that according to Mach's principle inertial mass M_{in} is related to the total gravitational field energy E out of the edge by Einstein's formula $E=M_{in}c^2$. Secondly, in accordance with Etvesh's experiment, we assume the equality of the quantity of this inertial and gravitational mass $M_{in}=M_{gr}$. And at last, based on correspondence principle with GR we assume that at the large values of r^* the first term coefficient of the function $F(r^*)$ expansion in powers of $1/r^*$ is equal to the gravitational radius-to- α ratio.

$$F(r^*) = 1 - \frac{r_{gr}}{\alpha} \frac{1}{r^*} + \dots = 1 - \frac{2M_{gr}G}{c^2\alpha} \frac{1}{r^*} + \dots \quad (5.18)$$

In this case the relation (A.8) passes into the equation defining a quantity r^*_{min} .

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2r^*_{min} F(r^*_{min})}{3V(r^*_{min})} - \ln \frac{F(r^*_{min})}{\Delta^{1/6}(r^*_{min})}. \quad (5.19)$$

The solution of the system of equations (5.10) - (5.13), (5.19) can be found by a successive approximation method. Starting from the trial function $V^{(0)}(r^*)$ at the chosen initial value r^*_{min} it is possible to find the function $F^{(0)}(r^*)$ as a first approximation from (5.12), and then to find $\Delta^{(0)}(r^*)$ from (5.10) and - new value $V^{(1)}(r^*)$ from (5.11). Continue this process before deriving on N step the values of the desired functions with the required accuracy. Find the value of r^*_{min} from the equation (5.19). And then find the function $r(r^*)$ from the equation (5.13).

Construct a trial function. If eq. (5.18) is valid at large values of r^* , then eq. (5.10, 5.11) implies that $V(r^*) \approx 1 - \nu/r^{*2} + \dots$. As in the presence of the edge the behavior of the desired functions is not determined at small values of r^* , it is natural to assume that the relative size of r^*_{min} is more than unit. Providing that $r^*_{min} \geq 1$, specify a trial function as follows:

$$V^{(0)}(r^*) = 1 - \nu/r^{*2}. \quad (5.20)$$

Substituting this expression in eq. (5.12) we find

$$F^{(0)}(r^*) = 1 - \frac{2}{3} \left(r^*_{min} + \frac{\nu}{r^*_{min}} \right) \frac{1}{r^*} + \frac{2}{5} \left(r^*_{min} + \frac{\nu}{r^*_{min}} \right) \frac{\nu}{r^{*3}} - \frac{\nu^2}{3} \frac{1}{r^{*4}}. \quad (5.21)$$

Based on correspondence principle, in this approximation we have

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2}{3} \left(r^*_{min} + \frac{\nu}{r^*_{min}} \right). \quad (5.22)$$

A constant ν can be chosen so that the values of a trial function and first approximation coincide $V^{(0)}(r^*_{min}) = V^{(1)}(r^*_{min})$ in the point $r^* = r^*_{min}$. Substituting (5.20), (5.21) in (5.10) we find

$$\ln \Delta^{(0)}(r^*) = -3 \int_{r^*}^{\infty} \frac{V^{(0)}(r^*)}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} dr^*, \quad (5.23)$$

and then from (5.11) we have

$$V^{(1)}(r^*) = \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1}{r^* F^{(0)}(r^*)} - \frac{3}{2} \int_{r^*}^{\infty} \left(1 + \frac{V^{(0)}(r^*)}{2r^* F^{(0)}(r^*)} \right) \frac{dr^*}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} \right)^{-1}. \quad (5.24)$$

In this case

$$\nu = (1 - V^{(1)}(r^*_{min})) r^{*2}_{min}. \quad (5.25)$$

This equation defines ν as a function of r^*_{min} .

Spline approximations were used for the calculations in the higher approximations. After five successive approximations, solving the equation (5.19), we find (using six intervals in the calculations) with an error equal to fractions of a percent

$$r^*_{min} \approx 1.74.$$

This value is more than unit, as it was supposed. In a dimensional form

$$r^*_{min} \approx 0.935 r_{gr}.$$

The results of the calculations are presented in Table 3.

$\sigma=1/6; x_{\max}=0.575; r_{gr}/\alpha=1.859$				
$x=\alpha/r^*$	$V(x)$	$F(x)$	$\Delta(x)$	$C^{-1/2}(x)=r(x)/r^*$
0	1	1	1	1
0.1	0.9875	0.8160	0.7184	1.1792
0.2	0.9346	0.6381	0.4814	1.3523
0.3	0.8202	0.4746	0.2980	1.4556
0.4	0.6471	0.3386	0.1721	1.4378
0.5	0.4596	0.2366	0.0962	1.2288
0.575	0.3413	0.1813	0.0543	0

TABLE 3. Solution of the system of equations (5.10..5.13) at the value $\sigma=1/6$.

The value of one of the metric functions - $C(r)$ increases indefinitely at approaching to the edge, however the determinant of the metric tensor and all invariants of the Riemann tensor are limited at the same time. Indeed the Riemann tensor is generally covariant and the metrics has no singularities in the spherical coordinate system (5.4).

The calculations were carried out at $\sigma=1/6$. Generally the solution will exist also at the values σ lying in some interval adjacent to this value. The parameter σ can be chosen arbitrarily in the range of the acceptable values, therefore the distribution of fields in the region of about the gravitational radius will differ among themselves at the identical values of the total energy.

Thus, at the presence of the constraint (1.1) there is a nonsingular stationary particle-like distribution of the centrosymmetrical gravitational field for which the equality of inertial (defined according to Mach's principle) and gravitational mass is satisfied. A horizon (existed in the solution of GR equations for centrosymmetrical empty space) is absent in this case.

6. Conclusion

It has historically developed so the principle of general covariance of the gravitational field equations served as a basis for the canonical theory of gravitation. The paper contains the foundations of the classical theory of gravitation where this principle is replaced by its antithesis (as it was with the fifth postulate in Lobachevsky's "Imaginary Geometry"). The restriction of general covariance occurs due to the introduction of the constraint, which from a physical point of view is interpreted as the principle of adiabaticity of the process of evolution of the metric of space-time manifold.

A distinguishing characteristic of the theory is that space-time manifold is endowed with all the properties of a material medium in addition to the metric and connectivity. And the gravitational field is the main source of energy of the Universe. A consequence of this is the observed high degree of homogeneity and isotropy of the Universe.

Another feature of the theory is the possibility of constructing of manifolds free from singularities. Preliminary analysis shows that at a nonperturbative approach, the singularities connected with the gauge interaction are also eliminated.

However, there is singularity on the edge of manifold (the moment of the beginning of evolution of the Universe or the surface near the gravitational radius), where some observable invariant quantities take infinite values. This fact should be considered as the sign of a necessity of quantum effects accounting near the edge. First of all, it is a symmetry violation between particles and antiparticles in the initial moment of time. Note that the restriction of covariance leads to a decrease in the number of primary constraints, in this regard the problem of "frozen formalism" is eliminated at quantization.

The accuracy of the available astronomical observations is still insufficient to make a choice on their basis between the predictions of GR and proposed theory of gravitation. However, over the past twenty years the physical nature of a dark energy, dark matter and inflatonons has not been established (all of them are only manifestations of the material essence of the gravitational field from the point of view of the theory presented in the paper), and this fact is an essential argument in favor of adopting of the latter theory.

Appendix I. Energy of the static isotropic gravitational field

By the Bianchi identity the energy density of the gravitational field T_{μ}^{ν} must satisfy to the relation:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} (\sqrt{-g} T_{\mu}^{\nu}) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^{\mu}} T^{\lambda\rho} = 0.$$

In case of a static field the energy of the gravitational field is conserved:

$$E = \int \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} (\sqrt{-g} T_0^{\nu}) d^4x = \int T_0^{\nu} \sqrt{-g} dS_{\nu}, \quad (\text{A.1})$$

where according to (2.4)

$$T_0^{\lambda} = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[\delta_0^{\lambda} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left(g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\nu}} \right) - g^{\lambda\eta} \Gamma_{0\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\eta}} - g^{\lambda\eta} \Gamma_{\eta\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^0} \right], \Gamma_{\lambda\rho}^{\rho} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^{\lambda}}. \quad (\text{A.2})$$

In a static field the last two terms in this relation are equal to zero and (A.1) (taking into account (A.2)) takes the form:

$$E = -\frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left(g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\nu}} \right) dV. \quad (\text{A.3})$$

Substituting here the expressions for the components of the metric tensor we derive from (5.2):

$$E = \frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{C+G} \frac{d\Phi}{dr} \right) dV = \frac{c^4}{4G} \left[\int_0^{\infty} \sqrt{-g} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{(C+G)} \frac{d\Phi}{dr} \right) dr \right]. \quad (\text{A.4})$$

Let's consider now that by definition and by the relation (5.13) also:

$$C(r^*) + G(r^*) = \frac{r^4 (\sqrt{-g})^2}{r^{*4} F(r^*)}, \quad r^2 dr = \frac{V(r^*)}{\sqrt{-g}} r^{*2} dr^*. \quad (\text{A.5})$$

Substituting these expressions in (A.4) and passing to the dimensionless coordinate r^*/α , we have:

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[\frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d\Phi}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^*_{\rightarrow\infty}} - \int_{r^*_{\min}}^{\infty} \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*) \sqrt{-g}} \frac{d\Phi}{dr^*} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} dr^* \right]. \quad (\text{A.6})$$

By the relations (5.7), (5.10)

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} = \frac{3V}{r^{*2} F}, \quad \Delta = \sqrt{-g}. \quad (\text{A.7})$$

Taking into account these relations

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[-\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^*_{\rightarrow\infty}} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma} (r^*_{\min}) \right]. \quad (\text{A.8})$$

Boundary values of the derivative of the function $F(r^*)$ appear in the relation.

Considering fields behavior at infinity and fact that $dF/dr^* = 2F/r^*_{\min}$ by the relation (5.12) at $r^* = r^*_{\min}$ we find:

$$-\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^*_{\rightarrow\infty}} = -\frac{r_{gr}}{\alpha} + \frac{2F(r^*_{\min}) r^*_{\min}}{V(r^*_{\min})}. \quad (\text{A.9})$$

Bibliography

1. D. Hilbert, *Göttingen Nachrichte*, 3, 395 (1915).
2. Р. Пенроуз, *Структура пространства-времени*, Бибфизмат, Могилев (1972); R. Penrose, *Structure of space-time*, W.A. Benjamin Inc., New York-Amsterdam (1968).
3. A. G. Riess et al., *Astron. J.* 116, 1009 (1998).
4. B. P. Schmidt et al., *Astrophys. J.* 507, 46 (1998).
5. S. Perlmutter et al., *Astrophys. J.* 517, 565 (1999).
6. С.Вайнберг, *Космология*, УРСС Либроком, Москва (2013); S. Weinberg *Cosmology*, Oxford, New York (2008).
7. С. Вайнберг, *Гравитация и космология*, Мир, Москва (1975); S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons Inc., New York (1972).
8. Ю. Л. Кокурин, *Квантовая электроника* 33, №1 (2003), с. 45-47.
9. П. К. Рашевский *Риманова геометрия и тензорный анализ*, Наука, Москва (1967).
10. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
11. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1973); L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *The classical theory of fields*, Vol.2, Oxford Pergamon Press (1971).
12. J. Beringer et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev.*, D86, 010001 (2012).
13. D. N. Spergel et al., *Astrophys. J.* 5 (2007); arXiv:astro-ph/0603449v.2 (2007).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1964).

Теория тяготения с ограниченной общей ковариантностью

Соболев Александр Павлович
sapsolto@mail.ru

Аннотация

В общей теории относительности (ОТО) при выводе уравнений гравитационного поля использовалось предположение о ковариантности их относительно произвольных преобразований координат. За истекшее столетие неоднократно высказывалось мнение, что такое равноправие всех систем координат, может не соответствовать реальности. Косвенно об этом свидетельствуют внутренние присущие ОТО проблемы. Тем не менее, до настоящего времени статус этого предположения как фундаментального физического принципа не подвергается сомнению. Для введения ограничений на группу преобразований координат, безусловно, должны иметься достаточно весомые физические основания. В статье сформулированы исходные уравнения теории тяготения с ограниченной за счет введения связи общей ковариантностью. С физической точки зрения связь интерпретируется как достаточное условие адиабатичности процесса эволюции метрики пространственно-временного многообразия. На этой основе построена базовая модель эволюции Вселенной, согласующаяся с наблюдательными астрономическими данными без привлечения гипотез о существовании темной энергии, темной материи и инфлатонов.

Ключевые слова: гравитация, ограниченная ковариантность, несингулярная теория, точные решения, эволюция Вселенной.

1. Введение

Более ста лет назад при выводе уравнений гравитации из вариационного принципа Д. Гильберт сформулировал аксиому общей инвариантности действия относительно произвольных преобразований координат и выбрал инвариант тензора Римана в качестве лагранжиана гравитационного поля [1].

Успех канонической теории тяготения как будто бы подтвердил правильность такого допущения, а само оно со временем обрело статус фундаментального принципа.

Однако наличие сингулярных решений уравнений ОТО [2] является достаточным основанием для того, чтобы поставить под сомнение саму возможность описания на ее основе явлений в микромире и в масштабах Вселенной.

В свете новых экспериментальных данных [3-5] ОТО уже не кажется столь незыблемой как прежде. Для объяснения полученных результатов в рамках этой теории пришлось ввести некие гипотетические сущности (Λ CDM – модель [6]), природа которых до настоящего времени неясна.

По нашему мнению, именно *общая ковариантность уравнений является источником трудностей ОТО*. Обнаруженные уже на стадии ее формирования, сегодня эти трудности стали совокупностью нерешенных до настоящего времени проблем: проблемы энергии, сингулярностей, космологической постоянной, холодной темной материи, и, наконец, проблемы описания элементарных частиц, представляющих в канонической теории гравитации в облике «микроскопических черных дыр».

Очевидный путь построения *не обще ковариантной теории тяготения без нарушения аксиом Гильберта* видится во введении априорных связей, ограничивающих выбор системы координат. Ранее предпринимались попытки такого рода, пример тому унимодулярная теория тяготения, истоки которой восходят к А. Эйнштейну. В общем случае следствием введения связей является возникновение краев у пространственно -

временного многообразия. При наличии дифференциальной связи появляется возможность выбрать положение края таким образом, чтобы выделить не сингулярную внутреннюю область многообразия.

При таком подходе лежащий в основании *ОТО* общий принцип относительности, как принцип эквивалентности всех систем отсчета, совместимых с псевдоримановой метрикой, не нарушается. Кроме того не ставится под сомнение и неизбежность принципа инвариантности действия относительно произвольных преобразований координат. В то же время в отличие от *ОТО* связь ограничивает общую ковариантность уравнений гравитации. Таким образом, априори в этом случае выполняется лишь «среднесильный принцип» эквивалентности [7]. Это, однако, не может являться основанием для того, чтобы отвергнуть предлагаемый подход как противоречащий экспериментам по проверке сильного принципа эквивалентности для тел космических масштабов [8].

Дело в том, что уже в *ОТО* в рамках Λ CDM – модели само пространство наделяется энергией. То же самое происходит и при введении априорной связи. В силу нелинейности уравнений гравитации пространство становится самогравитирующим объектом. Для такого объекта в рамках конкретной модели (например, статического пустого изотропного пространства) можно определить инертную массу и гравитационную массу, что и было проделано ниже (раздел 5). В результате оказалось, что решение уравнений гравитации имеет достаточно свободных параметров для того, чтобы не только обеспечить требование равенства инертной массы гравитационного поля массе тяготеющей, но и определить инертную массу в соответствии с принципом Маха (последняя задача так и не была решена в *ОТО*). С этой точки зрения результаты экспериментов [8] следует рассматривать как указание на то, что существуют только такие (квази)стационарные самогравитирующие объекты, для которых инертная масса равна массе гравитационной.

Наше основное предположение состоит в том, что компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ связаны законом сохранения

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \Gamma_{\nu\rho}^\rho) = 0, \quad \Gamma_{\nu\rho}^\rho = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^\nu}, \quad g = \det(g_{\mu\nu}), \quad g^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu; \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3). \quad (1.1)$$

2. Уравнения гравитационного поля при наличии связи

Чтобы получить остальные уравнения гравитационного поля на массовой поверхности, исходя из действия Гильберта и вводя множитель Лагранжа – скалярное поле Φ , запишем действие при наличии связи (1.1) в виде:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{-g} d^4x, \quad \Lambda = \Gamma_{\mu\rho}^\rho g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu}, \quad (2.1)$$

R - скалярная кривизна, $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu}$ – тензор Риччи,

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\lambda\rho}^\rho - \Gamma_{\mu\rho}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\rho,$$

$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ – символы Кристоффеля,

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left(-\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} \right).$$

Теперь при варьировании действия все компоненты метрического тензора и скаляр Φ могут рассматриваться как независимые величины.

При варьировании по полю Φ из принципа наименьшего действия получим уравнение (1.1).

Скалярная кривизна инвариантна относительно произвольных преобразований координат, поэтому вычисление ее вариации и соответственно вклада в уравнения поля не имеет никаких отличий от [7].

Наличие в лагранжиане дополнительных членов помимо скалярной кривизны приводит при варьировании по метрике к появлению в уравнениях Гильберта-Эйнштейна нового объекта:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} (\varepsilon_{gr})_{\mu\nu} + \frac{8\pi G}{c^4} (\varepsilon_{mat})_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

$$\frac{16\pi G}{c^4} (\varepsilon_{gr})_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\rho} \left(g^{\rho\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\lambda} \right) - \Gamma_{\mu\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} - \Gamma_{\nu\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu}. \quad (2.3)$$

Объект (2.3) ведет себя как тензор только при ограниченной группе преобразований координат. Он ковариантен относительно локальных унимодулярных и глобальных линейных преобразований координат.

Связь (1.1) не включает поля материи. Поэтому как и в ОТО действие для материи остается инвариантным при общих преобразованиях координат, а утверждение о равенстве нулю ковариантной производной симметричного тензора плотности энергии-импульса материи остается в силе и при наличии связи (1.1). Ковариантная производная выражения в левой стороне (2.2) равна нулю в силу свернутого тождества Бианки (справедливость которого обусловлена лишь общей ковариантностью тензора кривизны), поэтому с учетом выше сказанного должны равняться нулю и ковариантные производные правых сторон как (2.2), так и (2.3). Все это в совокупности позволяет назвать объект (2.3) тензором плотности энергии - импульса гравитационного поля. Вопрос о положительной определенности плотности энергии будет рассмотрен в разделе 3.

Поскольку остальные члены в (2.2) общековариантны, то в целом система уравнений гравитации при наличии связи будет ковариантна лишь относительно указанной ограниченной группы преобразований координат. Этого достаточно, чтобы оставался справедливым ряд утверждений, доказанных в ОТО. В частности в бесконечно малой окрестности любой точки можно ввести галилееву систему координат, а также обратить в ноль все символы Кристоффеля не только в точке, но и вдоль заданной мировой линии [9].

С физической точки зрения связь (1.1) может быть интерпретирована как достаточное условие адиабатичности процесса эволюции метрики. Определим вектор потока плотности энтропии s гравитационного поля соотношением

$$s_{gr} v^\mu = const \cdot g^{\mu\lambda} \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}, \quad s_{gr} = const \cdot v^\lambda \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}, \quad v^\mu v_\mu = 1. \quad (2.4)$$

Теперь связь (1.1) можно записать в виде релятивистского условия адиабатичности [10]

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} s_{gr} v^\mu) = 0. \quad (2.5)$$

Отметим, что в силу определения (2.4) все термодинамические потенциалы будут скалярами только относительно ограниченной выше группы преобразований.

Для включения в рассмотрение спинорной материи система уравнений (1.1, 2.2, 2.3) может быть сформулирована в неголономном ортогональном репере, поскольку группа локальных лоренцевых преобразований унимодулярна.

3. Пустое космическое Пространство

Поскольку в отличие от ОТО теперь гравитационное поле обладает определенной плотностью энергии – импульса и энтропии, то метрика будет нетривиальной, даже при отсутствии какой либо материи. Очевидно, что такое изначально пустое пространство является однородным. В трехмерном пространстве ОТО имеется девять возможных типов

однородных пространств с зависящей от времени метрикой (классификация Бианки) [11]. Легко показать, что в однородном нестационарном пространстве связь (1.1) разрешима только при условии постоянства детерминанта реперных векторов. Этому условию удовлетворяет лишь однородные пространства типа I и II по классификации Бианки. Для первого из них метрический тензор зависит только от времени-подобной координаты. В этом случае, если пространственная метрика не вырождена, то наиболее общее выражение для пространственно-временного интервала унимодулярным преобразованием координат может быть приведено к виду [11]:

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 + g_{mn}(x^0)dx^m dx^n, \gamma = -\det(g_{mn}) > 0, (m, n = 1, 2, 3). \quad (3.1)$$

Отсутствие общей инвариантности действия (2.1) не позволяет исключить g_{00} компоненту метрики, поэтому выражения, для символов Кристоффеля и отличных от нуля компонент тензора Риччи, несколько отличаются от выражений, приведенных в [11].

$$\Gamma_{00}^0 = \frac{1}{2} g^{00} \frac{dg_{00}}{dx^0}, \Gamma_{0l}^0 = 0, \Gamma_{nl}^0 = -\frac{1}{2} g^{00} \frac{dg_{nl}}{dx^0}, \Gamma_{00}^m = 0, \Gamma_{0l}^m = \frac{1}{2} g^{mk} \frac{dg_{kl}}{dx^0}, \Gamma_{nl}^m = 0, \quad (3.2)$$

$$R_0^0 = -\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0}, \quad (3.3)$$

$$R_k^p = -\frac{1}{2\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right). \quad (3.4)$$

Отличные от нуля компоненты тензора плотности энергии-импульса:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[\frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{2}{g_{00}\sqrt{g_{00}\gamma}} \frac{d\sqrt{g_{00}\gamma}}{dx^0} \frac{d\Phi}{dx^0} \right], \quad (3.5)$$

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = -\frac{c^4}{16\pi G} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) \delta_k^p. \quad (3.6)$$

С учетом этих соотношений уравнения гравитационного поля *при наличии связи* примут вид:

$$\frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) = 0, \quad (3.7)$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{2} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right), \quad (3.8)$$

$$-\frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) = \delta_k^p \frac{d}{dx^0} \left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right). \quad (3.9)$$

Из (3.9) следует:

$$g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} + \delta_k^p \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^p. \quad (3.10)$$

Постоянная матрица L_k^p не является произвольной. Поскольку из (3.10) следует

$$\frac{dg_{kn}}{dx^0} + g_{kn} \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} g_{np} L_k^p, \quad (3.11)$$

матрица должна удовлетворять условию:

$$g_{mp}(x^0) L_k^p \equiv g_{kp}(x^0) L_n^p. \quad (3.12)$$

Для метрического тензора общего вида это условие будет выполняться только в случае, когда матрица L_k^p пропорциональна единичной матрице. В противном случае матрица $L_k^p = \text{diag}(L_1, L_2, L_3)$ и метрический тензор также должен быть диагональным.

Упрощая (3.10) по индексам p и k , получим:

$$3 \frac{d\Phi}{dx^0} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^k, \quad (3.13)$$

и система уравнений (3.10) принимает вид

$$g^{pm} \frac{dg_{km}}{dx^0} = \frac{1}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \delta_k^p + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} \left(L_k^p - \frac{1}{3} \delta_k^p L_n^n \right). \quad (3.14)$$

Из (3.14) следует

$$g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 + \frac{g_{00}}{\gamma} \left[L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2 \right]. \quad (3.15)$$

Используя это выражение и (3.13), можно исключить Φ и все пространственные компоненты метрики из уравнения (3.8) и записать его в виде:

$$3 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 + \frac{3c^2}{2\gamma} [L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2] = g_{00} \sqrt{\gamma} \frac{d}{dt} \frac{1}{\gamma g_{00}} \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{dt} - c L_n^n \right), \quad (3.16)$$

где введено обозначение $cdt = \sqrt{g_{00}} dx^0$.

Из уравнения (3.7) следует

$$\frac{1}{g_{00}} \frac{dg_{00}}{dt} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{T\sqrt{\gamma}}, T = \text{const}. \quad (3.17)$$

Это уравнение позволяет исключить g_{00} из (3.16) и записать уравнение для функции γ :

$$2 \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{\gamma\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{\sigma}{\gamma} = 0, \sigma = B_n^n - \frac{3}{2} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_n^n)^2], \quad (3.18)$$

где $\tau = t/T$ безразмерное время, $B_k^p = cTL_k^p$ - матрица безразмерных постоянных. Порядок уравнения (3.18) можно понизить при введении функции $u(\gamma)$ - безразмерной скорости изменения *объемного фактора* - $\sqrt{\gamma}$

$$u = \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}. \quad (3.19)$$

Уравнение примет вид:

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma, \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (3.20)$$

Замечательно, что при $\sigma > 1/4$ определитель пространственной метрики нигде не равен нулю. Следовательно, в этом случае нет сингулярностей.

Интегрируя уравнение (3.20), найдем:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}} = f(u), \quad f(u) = \sqrt{\frac{4u^2 - 2u + \sigma}{\sigma}} \exp \left[\frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \left(\text{arctg} \frac{4u - 1}{\sqrt{4\sigma - 1}} + \text{arctg} \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \right) \right], \quad (3.21)$$

где $\sqrt{\gamma_{\min}}$ - минимальное значение $\sqrt{\gamma(u)}$ при $u = 0$.

Дифференцируя (3.21) по τ , получим:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau} = \frac{df(u)}{du} \frac{du}{d\tau}, \quad \frac{df}{du} = \frac{4u}{4u^2 - 2u + \sigma} f(u). \quad (3.22)$$

Отсюда с учетом (3.19), (3.21) найдем в параметрическом виде решение уравнения (3.18)

$$\tau - \tau_{st} = \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad \sqrt{\gamma} = \sqrt{\gamma_{\min}} f(u). \quad (3.23)$$

Эволюция пространства начинается в момент времени τ_{st} из состояния покоя с минимальным объемным фактором.

Из уравнения (3.17) с учетом (3.23) следует

$$d \ln(\gamma g_{00}) = \frac{dt}{T\sqrt{\gamma}} = \sqrt{\frac{\gamma_{\min}}{\gamma}} \frac{4f(u)du}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{4du}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

$$\sqrt{\frac{g_{00}(u)}{g_{00}(0)}} = \frac{\sigma \cdot f(u)}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

Используя это соотношение, исходя из определения (3.19) можно показать, что $du \propto dx^0$.

Рассмотрим выражение (3.5) для плотности энергии на уравнениях поля. Используя соотношения (3.13) и (3.17), преобразуем (3.5) следующим образом:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = \rho_{gr} = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[\frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{1}{2\gamma} B_k^k \right]. \quad (3.24)$$

Используя уравнение (3.18) исключим вторую производную, тогда

$$\rho_{gr} = \frac{c^2}{96\pi GT^2} \left[\left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{3}{2\gamma} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] = \frac{c^2}{48\pi GT^2 \gamma} \left[2u^2 - \frac{3}{4} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] \quad (3.25)$$

Первый член в скобках при малых значениях u стремится к нулю, второй член, характеризующий глобальную анизотропию пространства, постоянен, положителен и входит в выражение для плотности энергии со знаком минус. Плотность энергии будет положительной только в том случае, когда однородное пространство изотропно ($B_m^n \propto \delta_m^n$).

В этом случае решение уравнений (3.14) можно представить в виде:

$$g_{kn} = -\gamma^{1/3} \delta_{kn}, \quad (3.26)$$

а интервал (3.1) -

$$ds^2 = g_{00} (x^0)^2 - \gamma^{1/3} (x^0) dx^m dx^n \delta_{mn}. \quad (3.27)$$

Заметим, что метрика типа II имеет неустранимую анизотропию. Поэтому имея в виду связь положительной определенности плотности энергии с отсутствием анизотропии, можно предположить, что не существует другой непротиворечивой теории кроме теории однородного пространства типа I.

Введем параметр Хаббла H и в соответствии с современными представлениями параметр ускорения q (вместо параметра замедления [7]):

$$H \equiv \frac{1}{6T\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau}, \quad q \equiv 1 + \frac{1}{6H^2 T^2} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right). \quad (3.28)$$

Подстановка этих выражений в (3.18) позволяет получить уравнение, описывающее смену эпох ускорения-замедления.

$$q = \frac{3}{4} \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{u(\gamma)} - \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \right)^2 + 1 - \frac{3}{4\sigma}. \quad (3.29)$$

Отсюда следует, что возможны два сценария. При $\sigma > 3/4$ возможно только ускорение ($q > 0$). При $3/4 > \sigma > 1/4$ возможна смена эпох: ускорение-замедление-ускорение. Смена эпох происходит при значениях

$$u_1 = \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 - 4\sigma/3}} > \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \approx 0.1376, \quad u_2 = \frac{\sigma}{1 - \sqrt{1 - 4\sigma/3}} < \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \approx 1.3624. \quad (3.30)$$

Обнаруженная недавно смена эпох [3-5] указывает на то, что имеет место второй сценарий.

Максимальная величина замедления достигается при $u=\sigma$

$$q_{\max} = 1 - \frac{3}{4\sigma} > -2. \quad (3.31)$$

После наступления второй эпохи ускорения в соответствии с (3.29) q асимптотически стремится к единице.

Плотность энергии гравитационного поля (3.25) связана с параметром Хаббла соотношением:

$$\rho_{gr} = \frac{3c^2 H^2(\tau)}{8\pi G}. \quad (3.32)$$

Таким образом, пространство однородно и изотропно и обладает собственной энергией. Причем в любой момент времени плотность энергии равна критической плотности. Параметр Хаббла достигает максимального значения в эпоху первого ускорения при $u = \sigma/2 < u_1$

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma}}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{\operatorname{arctg}\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right), \quad (3.33)$$

а затем монотонно убывает, стремясь к постоянному значению

$$H_{\infty} = \frac{1}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}} + \frac{\pi}{2}\right)\right). \quad (3.34)$$

Пространственные компоненты тензора плотности энергии-импульса, определенные соотношениями (3.6), на уравнениях поля равны:

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[\frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{1}{2\gamma} B_n^n \right] \delta_k^p, \quad (3.35)$$

и отличаются от выражения для плотности энергии знаком последних двух членов. Эти компоненты могут принимать в процессе эволюции как положительные, так и отрицательные значения. Исключая снова вторую производную с помощью уравнение (3.18), и полагая, как это принято для макроскопических сред $(\varepsilon_{gr})_m^n = -p_{gr}\delta_m^n$, запишем давление гравитационного поля в виде:

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma}. \quad (3.36)$$

Отсюда следует, что при $0.25 < \sigma < 0.5$ происходит изменение знака давления при следующих значениях u :

$$u_3 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\sigma}}{2} > \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} \approx 0.146, \quad u_4 = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\sigma}}{2} < \frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}} \approx 0.8536 \quad (3.37)$$

Гравитационное поле имеет положительное давление в промежутке $u_3 < u < u_4$, в остальных случаях его давление отрицательное.

Рассмотрим тензор Риччи. Подставляя соотношения (3.14), (3.15) в (3.3), (3.4) найдем выражения для его отличных от нуля компонент на уравнениях поля:

$$R_0^0 = -\frac{1}{2c^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) - \frac{1}{12c^2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2,$$

$$R_k^k = -\frac{1}{2c^2 \sqrt{\gamma}} \frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right).$$

Исключая вторые производные, запишем выражения для скалярной кривизны пространства-времени 4R и скалярной кривизны пространства 3R .

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2T^2\gamma}(4u^2 - 2u + \sigma) = -\frac{(4u-1)^2 + 4\sigma - 1}{16c^2T^2\gamma} < 0. \quad (3.38)$$

$${}^4R = R_0^0 + R_k^k = -\frac{1}{2c^2T^2\gamma}\left(\frac{8}{3}u^2 - 2u + \sigma\right). \quad (3.39)$$

Из (3.38) следует, что *скалярная кривизна пространства всегда отрицательна*. Кривизна же пространства - времени изменяется в процессе эволюции и принимает сначала отрицательные затем положительные и, наконец, снова отрицательные значения.

В силу (3.32), (3.33) максимальная плотность энергии гравитационного поля равна

$$\rho_{gr\max} = \frac{c^2\sigma}{96\pi GT^2\gamma_{\min}} \exp\left(-\frac{2\arctg\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right). \quad (3.40)$$

Полагая для определенности $\sigma=1/4$, свяжем значение постоянной

$$T\sqrt{\gamma_{\min}} \approx \frac{1}{8e}\left(\frac{c^2}{6\pi \cdot G \cdot \rho_{gr\max}}\right)^{1/2} \quad (3.41)$$

с максимальной плотностью энергии.

Теперь (3.23) можно записать в виде:

$$t - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H(u) = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u}{f(u)}. \quad (3.42)$$

Согласно (3.21) $f(u)$ зависит только от постоянной σ . При подстановке в эти соотношения современных значений [12]: времени от начала эволюции до текущего момента ($t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17}$ с) и параметра Хаббла ($H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18}$ с $^{-1}$) получим с учетом (3.41) пару уравнений для двух неизвестных – σ и значения параметра u^0 на текущий момент времени

$$t^0 - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H^0 = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{f(u^0)}.$$

В стандартной космологической модели принято считать максимальную плотность энергии равной планковской. При условии $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ решение этой системы уравнений:

$$\sigma = 0.250119943, \quad u^0 = 6.119898285. \quad (3.43)$$

Результаты расчетов остальных параметров для этого случая представлены в Таблице 1.

$\rho_{gr \max} = \varepsilon_{pl}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 5.798185056 \cdot 10^{-46} \text{ c}; \sigma = 0.250119943; u^0 = 6.119898285$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t _{st} , c	H, c ⁻¹
6.119898285	0.7599	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362298981	0	0.850004	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853468568	-0.5	1.416151	$-9.216 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.290 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58189	1.525709	$-9.989 \cdot 10^{-56}$	$1.029 \cdot 10^{17}$	$4.593 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.76002	1.792870	$-1.223 \cdot 10^{-55}$	$8.275 \cdot 10^{16}$	$5.435 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97891	2.201837	$-1.679 \cdot 10^{-55}$	$6.051 \cdot 10^{16}$	$7.019 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.24964	2.939474	$-2.973 \cdot 10^{-55}$	$3.650 \cdot 10^{16}$	$1.089 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5776	4.831122	$-1.126 \cdot 10^{-54}$	$1.305 \cdot 10^{16}$	$2.826 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7544	7.804654	$-5.944 \cdot 10^{-54}$	$4.160 \cdot 10^{15}$	$8.514 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9157	24.3401	$-8.520 \cdot 10^{-52}$	$1.959 \cdot 10^{14}$	$1.739 \cdot 10^{-15}$
0.250119943	-1,9986	$1.740781 \cdot 10^{11}$	$-1.062 \cdot 10^6$	$7.092 \cdot 10^{-16}$	$4.702 \cdot 10^{14}$
0.146531432	-0.5	$9.818436 \cdot 10^{20}$	$-1.223 \cdot 10^{67}$	$4.071 \cdot 10^{-45}$	$4.943 \cdot 10^{43}$
0.137701018	0	$1.017771 \cdot 10^{21}$	$-1.787 \cdot 10^{67}$	$3.361 \cdot 10^{-45}$	$5.174 \cdot 10^{43}$
0.125059971	1	$1.058713 \cdot 10^{21}$	$-2.801 \cdot 10^{67}$	$2.610 \cdot 10^{-45}$	$5.289 \cdot 10^{43}$
0	∞	$1.172766 \cdot 10^{21}$	$-2.069 \cdot 10^{68}$	0	0
$\rho_{gr \max} = 10^{46} \text{ Г} \cdot \text{см}^{-1} \text{ c}^{-2}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ c}; \sigma = 0.2505961314; u^0 = 6.117403956$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t _{st} , c	H, c ⁻¹
6.117403956	0.75982	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362007273	0	0.849896	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853131610	-0.5	1.416264	$-9.219 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.291 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58133	1.525121	$-9.987 \cdot 10^{-56}$	$1.030 \cdot 10^{17}$	$4.592 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.75929	1.792084	$-1.222 \cdot 10^{-55}$	$8.282 \cdot 10^{16}$	$5.432 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97792	2.200602	$-1.678 \cdot 10^{-55}$	$6.058 \cdot 10^{16}$	$7.014 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.2482	2.936815	$-2.969 \cdot 10^{-55}$	$3.656 \cdot 10^{16}$	$1.088 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5753	4.819468	$-1.120 \cdot 10^{-54}$	$1.313 \cdot 10^{16}$	$2.810 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7514	7.757364	$-5.828 \cdot 10^{-54}$	$4.230 \cdot 10^{15}$	$8.381 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9117	23.5132	$-7.317 \cdot 10^{-52}$	$2.166 \cdot 10^{14}$	$1.575 \cdot 10^{-15}$
0.250596131	-1,9929	$2.510051 \cdot 10^5$	$-4.756 \cdot 10^{-29}$	236.74	0.001413
0.146868390	-0.5	$3.483573 \cdot 10^9$	-0.0245	$9.1035 \cdot 10^{-11}$	$2.214 \cdot 10^9$
0.137992728	0	$3.611425 \cdot 10^9$	-0.0358	$7.5143 \cdot 10^{-11}$	$2.317 \cdot 10^9$
0.125298066	1	$3.757034 \cdot 10^9$	-0.0562	$5.8328 \cdot 10^{-11}$	$2.369 \cdot 10^9$
0	∞	$4.162766 \cdot 10^9$	-0.4146	0	0

Таблица 1. Кинематика Пространства при двух различных значениях максимальной плотности энергии.

Там же приведены результаты аналогичного расчета, но с максимальной плотностью энергии равной той, при которой происходит электро - слабый фазовый переход. Из сравнения эти данных следует, что, по крайней мере, до космологического красного смещения

$$z(u) = \left(\frac{\sqrt{\gamma(u^0)}}{\sqrt{\gamma(u)}} \right)^{1/3} - 1, \quad z(0.3) \approx 24, \quad (3.44)$$

результаты расчетов хорошо согласуются между собой, несмотря на отличие в величине максимальной плотности энергии более чем на шестьдесят порядков. Это обстоятельство исключает сомнения в возможности однозначного описания эволюции пространства в этом диапазоне изменения красного смещения.

Метрика (3.27) отличается от метрики Робертсона-Уокера. Тем не менее, как и в *ОТО*, линии $x^1 = x^2 = x^3 = const$ являются геодезическими, и в каждой точке можно ввести сопутствующую систему координат, в которой определенная выше переменная t будет являться собственным временем.

Подставляя в уравнения геодезической $x^\mu(\xi)$ с натуральным параметром ξ

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\xi^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu \frac{dx^\nu}{d\xi} \frac{dx^\lambda}{d\xi} = 0 \quad (3.45)$$

символы Кристоффеля (3.2) для метрики (3.27) и интегрируя полученные уравнения, найдем:

$$\frac{dx^m}{d\xi} = A^m \gamma^{-1/3}(x^0), \quad \sqrt{g_{00}(x^0)} \frac{dx^0}{d\xi} = \pm \sqrt{A^2 \gamma^{-1/3}(x^0) + B}, \quad A^2 = A^m \delta_{mn} A^n, \quad A^m, B = const. \quad (3.46)$$

Гиперповерхность $t = t_{st}$ является краем найденного пространственно – временного многообразия. На краю $u(t_{st}) = 0$ и космическое ускорение (3.29), являющееся инвариантной наблюдаемой величиной, обращается в бесконечность. В связи с этим любая, выходящая на край геодезическая, при конечном значении ξ столкнется с неустранимой особенностью. Следовательно, *найденное многообразие является геодезически полным* и не может быть продолжено за край.

В силу (3.46) для наблюдателя, покоящегося в начале координат и связанного 0 – геодезической ($B=0$) с сопутствующей точкой, физическое расстояние, как и в *ОТО*, определяется соотношением [6]:

$$d(t) = c \cdot a(t^0) \cdot \int_t^{t^0} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.47)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор, t - собственное время. В рассматриваемом случае фактор $a(t) = \gamma^{1/6}(t)$ определен приведенными выше соотношениями, в *ОТО* после открытия космического ускорения он определяется в рамках Λ CDM – модели [6]. Параметры этой модели подбираются исходя из условия обеспечения наилучшего согласия со всей совокупностью имеющихся в настоящее время экспериментальных данных, их численные значения по состоянию на 2013 год приведены в [12].

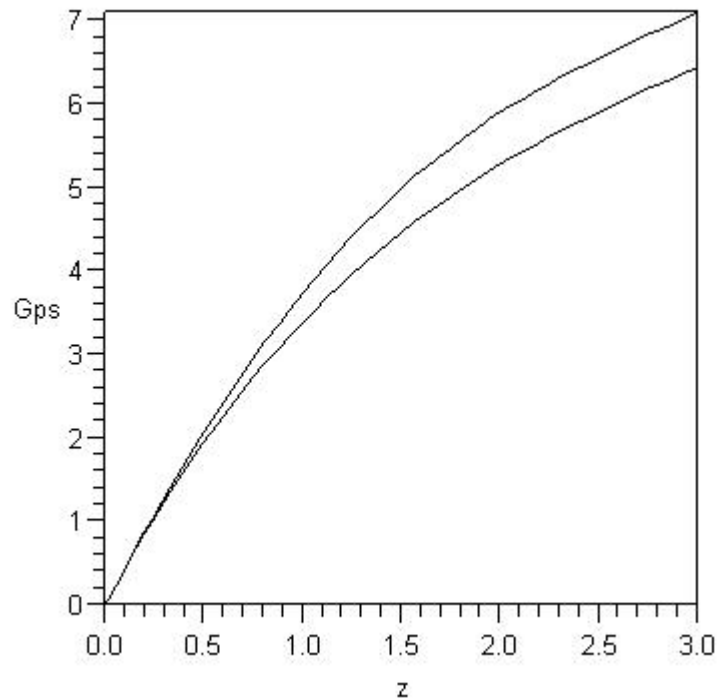


Рисунок 1. Расстояние до объекта в зависимости от его красного смещения, верхняя кривая - расчет по (3.47), нижняя – расчет по Λ CDM – модели.

В работе [12] приведена в графической форме вся имевшаяся на момент публикации совокупность данных по зависимости расстояния от красного смещения (Fig. 24.2, Fig. 26.1). Сравнение с данными [12] показывает, что обе представленные на рис. 1 зависимости лежат в пределах погрешности экспериментальных данных. Более того, как следует из приведенных на рис. 2 данных, даже будущие эксперименты такого рода вряд ли позволят сделать выбор между этими двумя зависимостями. При продолжении приведенной зависимости в область больших значений z ее ход будет определяться неизвестной в настоящее время максимальной плотностью энергии гравитационного поля.

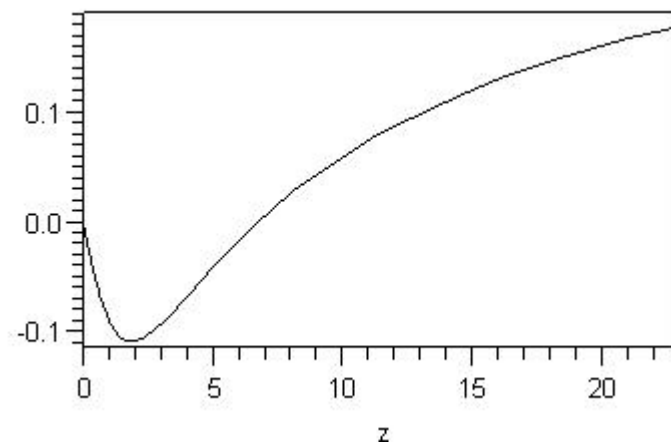


Рисунок 2. Отклонение от единицы отношения расстояний, вычисленных по *ОТО* и данной теории, в зависимости от величины красного смещения.

Малая величина отклонения связана с интегральным характером зависимости расстояния от красного смещения. Для локального параметра, такого как параметр Хаббла, ситуация иная.

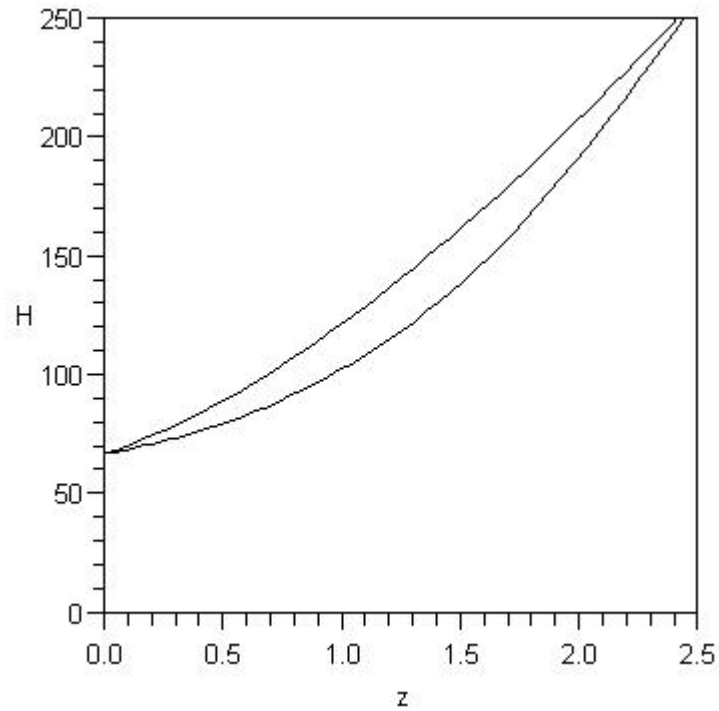


Рисунок 3. Зависимость параметра Хаббла ($\text{км}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{Мпс}^{-1}$) от красного смещения. Верхняя кривая – Λ CDM-модель, нижняя кривая – данная теория.

В этом случае, как показывает сравнение результатов расчета с экспериментальными данными ([13] Fig.4) при $z < 2.5$ обе зависимости так же укладываются в пределы погрешности экспериментов. Однако как видно из рис. 4 при больших красных смещениях расхождение между ними увеличивается многократно. Таким образом, только одна из двух теорий может быть справедлива.

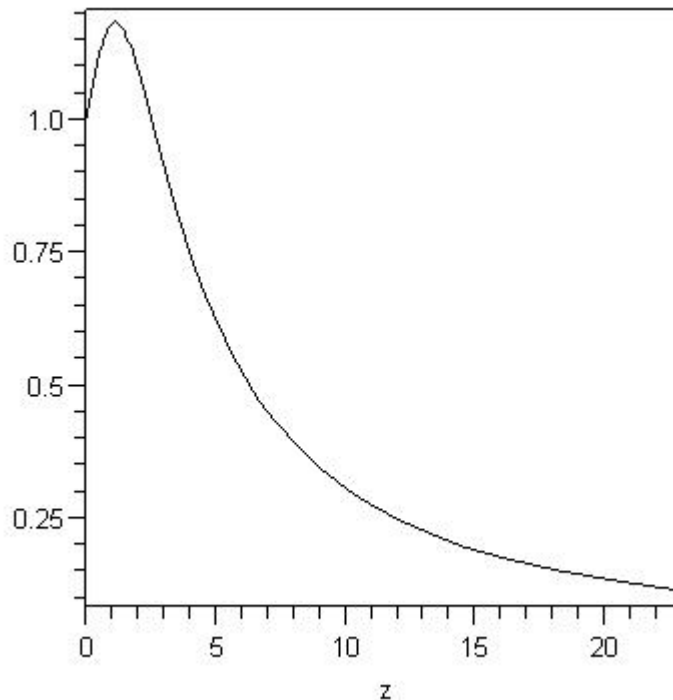


Рисунок 4. Зависимость отношения параметра Хаббла в Λ CDM-модели к его значению в данной теории.

Существенно то, что в этой области красных смещений зависимость не имеет свободных параметров, определяется только начальными значениями при $z = 0$ и, как

видно из Таблицы 1, справедлива вплоть до начального момента времени. В *ОТО*, чтобы обеспечить согласие с экспериментом, в рамках Λ CDM-модели введены гипотезы о существовании темной энергии и темной материи. Для описания же зависимости в области больших z вводится гипотеза о существовании инфлатонов.

Пустое пространство обладает характеристиками присущими материальной среде. Если пространство рассматривать с точки зрения релятивистской гидродинамики как некую идеальную среду, то для нее должны выполняться уравнения [10]:

$$(\varepsilon + p)v^\mu \left(\frac{\partial v_\lambda}{\partial x^\mu} - \frac{1}{2} v^\rho \frac{\partial g_{\mu\rho}}{\partial x^\lambda} \right) = \frac{\partial p}{\partial x^\lambda} - v_\lambda v^\mu \frac{\partial p}{\partial x^\mu}; \quad \frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} s v^\mu) = 0 \quad , \quad (3.48)$$

где v^μ – 4-скорость, ε , s , p – плотность энергии, плотность энтропии и давление гравитационного поля соответственно. В силу однородности и изотропии рассматриваемой метрики все пространственные производные равны нулю, и из уравнений движения найдем $v^\mu = (g_{00}^{-1/2}, 0, 0, 0)$. В этом случае, как уравнения движения, так и уравнение адиабатичности выполняются тождественно.

В пустом пространстве химический потенциал равен нулю, поэтому давление, плотность энтропии и температура - θ будут связаны соотношением [14]:

$$dp = s d\theta . \quad (3.49)$$

Это уравнение позволяет по найденным зависимостям давления (3.36) и плотности энтропии гравитационного поля от u определить температуру пустого космического пространства.

Подставляя в (3.49) соответствующие зависимости, получим:

$$\sqrt{\gamma} d \left(\frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma} \right) = \text{Const} \cdot d\theta \quad . \quad (3.50)$$

Интегрируя это уравнения с учетом зависимости $\gamma(u)$ (3.21), найдем:

$$\theta = \text{const} \cdot \int_0^u \frac{1}{f(u)} \cdot \frac{\sigma - 2u(1 - \sigma)}{\sigma - 2u + 4u^2} du \quad . \quad (3.51)$$

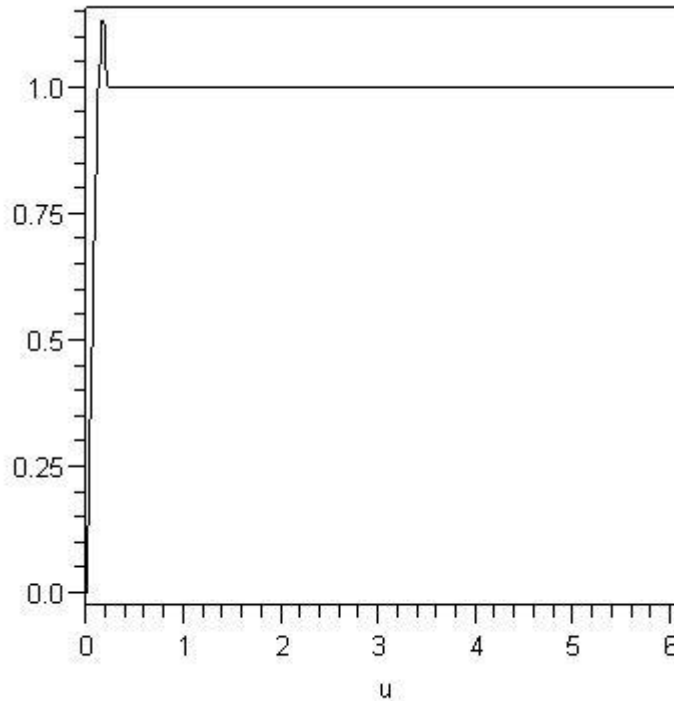


Рисунок 5. Зависимость отношения текущей температуры пространства к ее значению в настоящее время от безразмерной скорости изменения объемного фактора.

Связь безразмерной скорости изменения объемного фактора с собственным временем видна из Таблицы 1.

4. Базовая модель эволюции Вселенной

Итак, существует *Пространство*, единственное в своем роде материальное пространство, являющееся первоисточником всей энергии Вселенной.

Пространство представляет собой основную, но не единственную форму существования структур материи во Вселенной. Рост интенсивности гравитационного поля в процессе эволюции неизбежно приведет к появлению новых структур материи.

Рассмотрим феноменологически влияния материи на процесс эволюции Вселенной.

Пусть в некоторый момент времени в описанном выше Пространстве рождается материя. В силу однородности и изотропности Пространства тензор энергии-импульса материи можно записать в виде $(\varepsilon_{mat})^{\nu}_{\mu} = \text{diag}(\rho_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat})$.

При наличии материи уравнения гравитационного поля (3.7-3.9) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) &= 0, \\ -\frac{1}{\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{\gamma \sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{6g_{00}} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 &= \sqrt{\gamma g_{00}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{1}{g_{00} \sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{8\pi G}{c^4} (\rho + 3p)_{mat}, \\ -\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) &= \delta_k^p \frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) - \frac{8\pi G}{c^4} (\rho - p)_{mat} \delta_k^p. \end{aligned}$$

Повторяя все выкладки с учетом этих добавочных членов, вместо (3.20) получим следующее интегро-дифференциальное уравнение

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.1)$$

где введен функционал

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) = \frac{48\pi GT^2}{c^2} \left(-\gamma(\rho + p)_{mat} + \frac{1}{4} \int_0^u (\rho - p)_{mat} \left(\frac{d\gamma}{du} \right) \frac{du}{u} \right),$$

причем предполагается, что давление и плотность энергии материи равны нулю в начальный момент времени.

Уравнения для космического ускорения, плотности энергии, давления и скалярной кривизны Пространства в этом случае также видоизменяются, вместо (3.29), (3.32), (3.36) и (3.38) получим:

$$q = 1 - \frac{3}{2u} + \frac{3\sigma}{4u^2} + \frac{3}{4u^2} M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.2)$$

$$\rho_{gr} + \rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi GT^2} \frac{u^2}{\gamma} = \frac{3c^2 H^2(u)}{8\pi G} \equiv \rho_{cr}(u), \quad (4.3)$$

$$p_{gr} = -p_{mat} - \frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{1}{\gamma} \left[2u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \right]. \quad (4.4)$$

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2 T^2 \gamma} \left[(4u^2 - 2u + \sigma) + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \right]. \quad (4.5)$$

Согласно наблюдательным данным во Вселенной в настоящее время имеется: барионная материя, электромагнитное излучение и нейтрино. Эти компоненты слабо взаимодействуют между собой. В этом случае в силу аксиомы Гильберта законы «сохранения» для каждого вида материи выполняются в отдельности [7,11]

$$d\rho = -(\rho + p) \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (4.6)$$

Для барионной материи давление можно считать равным нулю, для электромагнитного излучения $p = \rho/3$, для нейтрино аналогичное соотношение будет справедливо до тех пор, пока можно пренебречь наличием у них массы. Из (4.6) следует:

$$\rho_b = \rho_b^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}, \rho_r = \rho_r^0 \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \rho_\nu = \rho_\nu^0 \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}. \quad (4.7)$$

Верхним индексом отмечены значения, относящиеся к настоящему моменту времени. Достоверно известно, что плотность энергии двух первых компонентов составляет соответственно $\Omega_b = 0.0499$ и $\Omega_r = 5.46 \cdot 10^{-5}$ от критической плотности энергии в настоящее время [12]. Для нейтрино данные менее определенные $\Omega_\nu < 5.52 \cdot 10^{-3}$. Далее, чтобы оценить максимальную степень влияния материи на процесс эволюции, будет использовано именно это значение относительной плотности нейтрино.

Таким образом, на временах не слишком далеких от настоящего времени имеем следующие зависимости плотности энергии и давления материи от объемного фактора:

$$\rho_{mat} = \rho_{cr}^0 \left[\Omega_b \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} + \Omega \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3} \right], p_{mat} = \frac{\rho_{cr}^0}{3} \Omega \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \Omega = \Omega_\gamma + \Omega_\nu. \quad (4.8)$$

Учитывая приближенный характер зависимостей (4.7) далее при использовании выражений включающих ρ_{mat} , p_{mat} будем считать, что изменение объемного фактора и его производной описывается в первом приближении соотношениями (3.20), (3.21), а критическая плотность - соотношением (4.3). В этом приближении

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \cong w(u),$$

$$w(u) = -2u^{02} \left[\Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{4}{3} \Omega \left(\frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] + \int_0^u \left[\Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{2}{3} \Omega \left(\frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] \frac{4u^{02} du}{4u^2 - 2u + \sigma} \quad (4.9)$$

Подставляя (4.9) в (4.1), получим уравнение, описывающее эволюцию Вселенной с учетом наличия материи. Решение этого уравнения может быть записано в квадратурах.

$$\sqrt{\frac{\gamma(u)}{\gamma_{\min}}} = \psi(u) = \exp \left(\int_0^u \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} \right). \quad (4.10)$$

$$t - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4\psi(u) du}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)}. \quad (4.11)$$

Фигурирующая в этих соотношениях постоянная σ подобно тому, как это было сделано в предыдущем разделе, должна определяться вместе со значением u^0 из условия равенства вычисленного времени существования Вселенной и параметра Хаббла их наблюдаемым в настоящий момент значениям.

$$t^0 - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4\psi(u)}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} du, H^0 = \frac{1}{3T \sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{\psi(u^0)}. \quad (4.12)$$

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 5.798185056 \cdot 10^{-46} \text{ c}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_v = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.027; \sigma = 0.25011930$
$\rho_{gr\max} = 10^{46} \text{ г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ с}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_v = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.024; \sigma = 0.25058907$

Таблица 2. Решения уравнений (4.12) ($t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17} \text{ с}$, $H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$) при двух значениях максимальной плотности энергии.

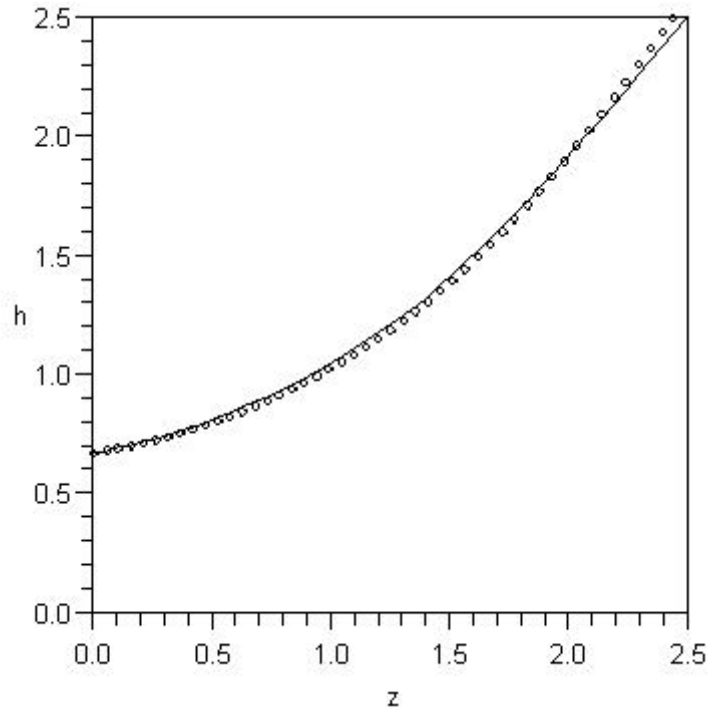


Рисунок 6. Результаты расчета зависимости параметра Хаббла ($H=100h \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпс}^{-1}$) от красного смещения с учетом (сплошная линия) и без учета (точки) наличия материи.

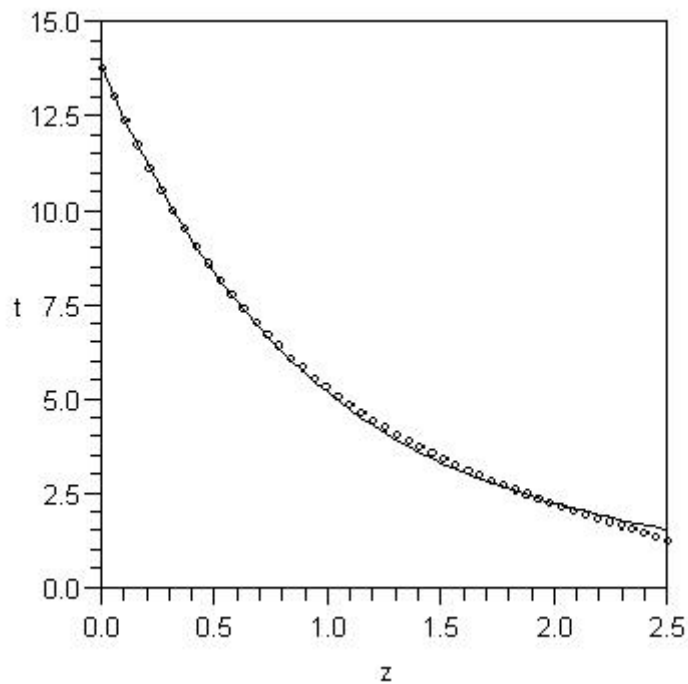


Рисунок 7. Рассчитанный возраст объекта (в миллиардах лет) в зависимости от его наблюдаемого красного смещения с учетом (сплошная линия) и без учета (точки) наличия материи.

Принимая во внимание приведенные в предыдущем разделе данные, можно сделать вывод о том, что в диапазоне красных смещений менее 2.3 влияние предыстории на дальнейший ход приведенных зависимостей незначительно. Внутри этого диапазона ход зависимости может быть восстановлен по одному достоверному значению.

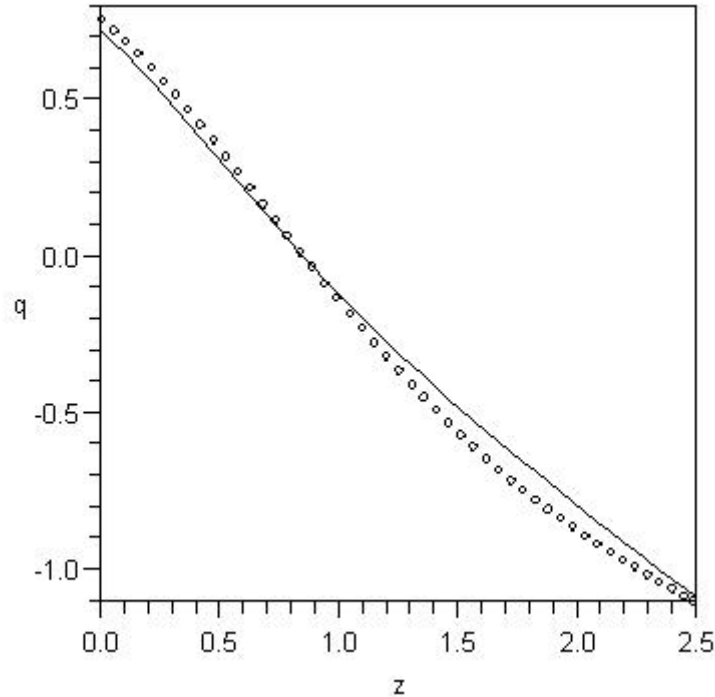


Рисунок 8. Результаты расчета зависимости космического ускорения от красного смещения с учетом (сплошная линия) и без учета (точки) наличия материи.

Рождение материи не приводит к заметному изменению времени смены эпох замедления – ускорения. Такое поведение приведенных зависимостей связано с малой долей энергии материи в ее общем количестве.

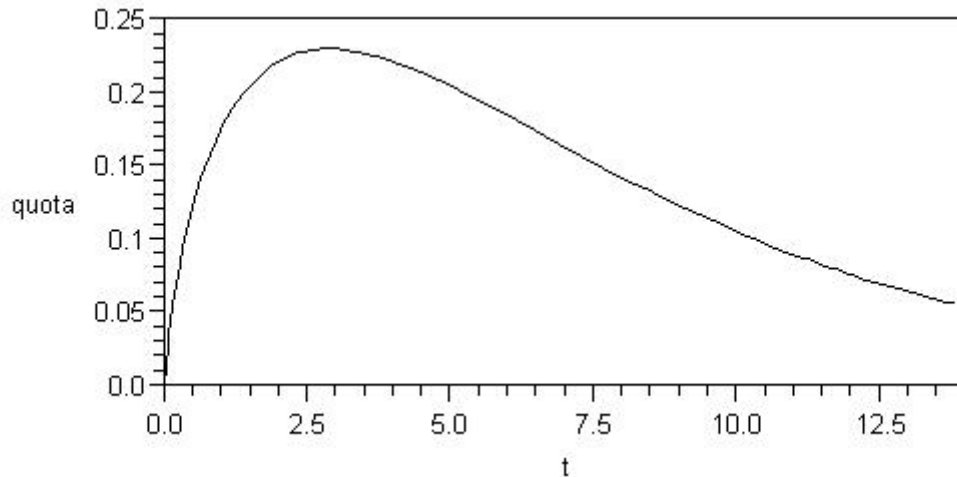


Рисунок 9. Зависимость отношения средней плотности энергии материи к плотности энергии во Вселенной в зависимости от времени (в миллиардах лет).

Максимальная доля энергии материи не превышает 0.2324, в настоящее время эта величина составляет менее 0.055 и продолжает уменьшаться со временем. В отличие от *ОТО*, где плотность энергии материи неограниченно возрастает при уменьшении времени, здесь она достигает максимума, а затем уменьшается, стремясь к нулю при приближении к начальному моменту времени.

Остальная и основная часть энергии это энергия гравитационного поля. Именно эта энергия, равномерно распределенная в пространстве, а не темная материя проявляется в характере зависимостей кривых вращения гравитационно-связанных объектов.

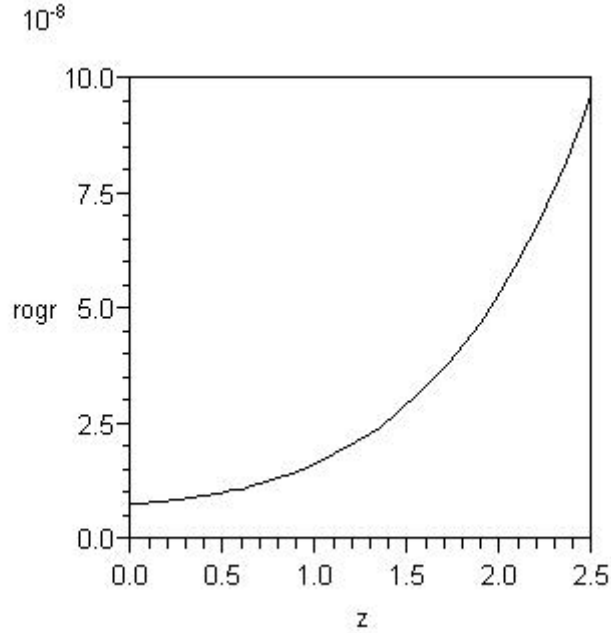


Рисунок 10. Зависимость плотности энергии гравитационного поля ρ_{gr} (эрг·см⁻³) от красного смещения в месте нахождения наблюдаемых гравитационно-связанных объектов.

Таким образом, в отличие от *ОТО* для описания особенностей эволюции Вселенной не требуется вводить какие либо новые формы материи помимо уже известных форм.

5. Статическая изотропная метрика

Рассмотрим статическую сферически-симметричную метрику. Наиболее общее выражение для пространственно-временного интервала унимодулярным преобразованием координат может быть приведено к виду [7]:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - \frac{G(r)}{r^2}(\bar{x} \cdot d\bar{x})^2 - C(r)(d\bar{x} \cdot d\bar{x})$$

Связь (1.1) инвариантна относительно таких преобразований, но теперь, в отличие от *ОТО*, ее наличие не позволяет уменьшить количество искомым компонент метрики до двух.

Используя символы Кронекера δ_{mn} , запишем метрический тензор $g_{\mu\nu}$ в виде:

$$g_{00} = F(r), \quad g_{0m} = 0, \quad g_{mn} = -C(r) \cdot \delta_{mn} - G(r) \frac{x_m x_n}{r^2}, \quad x_m = x^m, \quad (5.1)$$

$$g(r) = \det g_{\mu\nu} = -FC^2(C + G).$$

Тензор $g^{\mu\nu}$ обратный метрическому тензору:

$$g^{00} = \frac{1}{F(r)}, \quad g^{0m} = 0, \quad g^{mn} = -\frac{1}{C(r)} \delta^{mn} + \frac{G(r)}{C(C + G)} \frac{x^m x^n}{r^2}. \quad (5.2)$$

$$g_{mn} g^{nk} = \delta_m^k.$$

При наличии связи (1.1) удобнее исходить не из уравнений, получаемых при варьировании действия по компонентам метрики, а выбрать в качестве одной из варьируемых функций $\Delta(r) = \sqrt{-g(r)}$.

Связь дает следующий вклад в действие:

$$\Lambda = \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} g^{\mu\nu} \frac{1}{2g} \frac{\partial g}{\partial x^\nu} = -\frac{\Phi'(r)g'(r)}{2(C+G)g} = -\frac{\Phi'(r)\Delta'(r)}{\Delta^3} FC^2 \quad (5.3)$$

(Штрих здесь и далее обозначает дифференцирование по r).

Остальные члены можно найти, используя известные результаты расчетов [7,11].

Скалярная кривизна и элемент объема общековариантны, поэтому их можно вычислить, используя «сферические» координаты.

В «сферических» координатах пространственно-временной интервал:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - G(r)dr^2 - C(r)(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2).$$

По аналогии со «стандартной» формой [7] запишем его следующим образом:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - A(r)dr^2 - r^{*2}(r)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (5.4)$$

где $A(r)=G(r)+C(r)$, $r^*(r)=rC^{1/2}(r)$.

Для данной метрики неисчезающие компоненты связности несколько отличаются от соответствующих компонент «стандартной» формы [7]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{tr}^t &= \Gamma_{rt}^t = \frac{F'}{2F}, & \Gamma_{rr}^r &= \frac{A'}{2A}, & \Gamma_{\theta\theta}^r &= -\frac{r^* r^{*'}}{A}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^r &= -\frac{r^* r^{*'} \sin^2 \theta}{A}, & \Gamma_{tt}^r &= \frac{F'}{2A}, \\ \Gamma_{r\theta}^\theta &= \Gamma_{\theta r}^\theta = \frac{r^{*'}}{r^*}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta &= -\sin \theta \cos \theta, & \Gamma_{\varphi r}^\varphi &= \Gamma_{r\varphi}^\varphi = \frac{r^{*'}}{r^*}, & \Gamma_{\theta\theta}^\varphi &= \Gamma_{\varphi\theta}^\varphi = \text{ctg} \theta. \end{aligned}$$

Соответственно этому изменяется выражение для тензора кривизны.

Используя выражения для компонент связности, найдем скалярную кривизну:

$$R = \frac{1}{2F} \left(\frac{F'}{A} \right)' + \frac{1}{2A} \left(\frac{F'}{F} \right)' + \frac{2}{r^{*2}} \left(\frac{r^* r^{*'}}{A} \right)' + \frac{2}{A} \left(\frac{r^{*'}}{r^*} \right)' - \frac{2}{r^{*2}} + \frac{2}{A} \left[\left(\frac{r^{*'}}{r^*} \right)^2 + \frac{r^{*'} F'}{r^* F} \right].$$

Выделяя дивергентный член, можно записать ее в виде:

$$R = \frac{1}{r^{*2} \sqrt{AF}} \frac{d}{dr} \left[r^{*2} \sqrt{AF} \left(\frac{F'}{AF} + \frac{4r^{*'}}{r^* A} \right) \right] - 2 \left[\frac{r^{*'} F'}{r^* AF} + \frac{1}{A} \left(\frac{r^{*'}}{r^*} \right)^2 + \frac{1}{r^{*2}} \right]. \quad (5.5)$$

Действие для гравитационного поля:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{AF} r^{*2} \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Подставляя сюда выражение (5.5) для R и (5.3) для Λ , опуская дивергентный член и учитывая, что $A = \Delta^2 / FC^2$, получим:

$$S_{gr} = \frac{c^3}{8\pi G} \int \left(\frac{\Delta}{r^{*2}} + \frac{r^{*2} F}{\Delta r^4} (r^{*'})^2 + \frac{1}{\Delta r^4} r^{*3} r^{*'} F' + \frac{\Phi' \Delta' r^{*4} F}{2\Delta^2 r^4} \right) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Вместо r введем переменную $\xi = r^3$, тогда действие примет вид:

$$S_{gr} = \frac{3c^3}{8\pi G} \int \left(\frac{\Delta}{9r^{*2}} + \frac{Fr^{*2}}{\Delta} \left(\frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{\Delta} r^{*3} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} + \frac{Fr^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Phi}{d\xi} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) d\xi \sin \theta d\theta d\varphi dx^0.$$

Из принципа наименьшего действия найдем уравнения гравитационного поля в свободном от материи пространстве:

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.6)$$

$$\frac{1}{9r^{*2}} - \frac{r^{*2}}{\Delta^2} \left(\frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 F - \frac{r^{*3}}{\Delta^2} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} - \frac{1}{2\Delta^2} \frac{d}{d\xi} \left(r^{*4} F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.7)$$

$$\frac{r^{*2}}{\Delta} \left(\frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 - \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^{*3}}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) + \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0, \quad (5.8)$$

$$-\frac{2\Delta}{9r^{*3}} - 2r^* \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^* F}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - r^{*3} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2 \frac{r^{*3} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0. \quad (5.9)$$

Из уравнения (5.6) следует:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} = \alpha, \quad (5.6')$$

где α – постоянная с размерностью длины.

Умножим уравнение (5.7) на 2Δ , вычтем из результата - (5.8), умноженное на $2F$, и сложим результат с уравнением (5.9), умноженным на r^* , после несложных преобразований приведем уравнение к виду:

$$\frac{d}{d\xi} \left[\frac{r^{*4}}{\Delta} \left(\frac{dF}{d\xi} + F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) \right] = 0.$$

Отсюда следует:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta} \left(\frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = \beta,$$

где β – еще одна постоянная с размерностью длины. Используя (5.6') это уравнение можно записать в виде:

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} = \sigma \frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\xi}, \quad \sigma = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Учитывая, что функция $\Phi(r)$ определена с точностью до постоянной, найдем:

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}). \quad (5.7')$$

Уравнение (5.8) перепишем следующим образом:

$$\frac{1}{\Delta} \left(\frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi} \right) = \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi}.$$

После подстановки этого выражения в уравнение (5.9) оно примет вид:

$$r^{*4} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{Fr^*}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - 4 \left[\frac{1}{\Delta} \left(\frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi} \right) \right] F + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0$$

Это уравнение эквивалентно следующему:

$$\frac{d}{d\xi} \left[\frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) \right] + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0.$$

Интегрируя это уравнение по ξ , получим:

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) - \beta_1 \frac{\Delta}{r^{*6}} + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0,$$

где $\beta_1 = \left[\frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) \right]_{\xi=0}$ – еще одна постоянная с размерностью длины. Для метрики

Минковского эта постоянная равна нулю. Положим далее $\beta_1=0$ для того, чтобы метрика Минковского могла быть решением данной системы уравнений (в случае, когда константа α равна нулю).

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{F}{r^{*2}} \right) + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0. \quad (5.9')$$

Интегрируя еще раз, представим функцию $F(r)$ в виде:

$$F = \frac{2}{9} r^{*2} \int_\xi^\infty \left(\int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi \right) \frac{\Delta}{r^{*6}} d\xi.$$

Преобразуем уравнение (5.8). Введем обозначение

$$U = \frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi},$$

и подставим выражения для производных Δ и Φ из уравнений (5.6') и (5.7'), тогда уравнение (5.8) можно записать в виде:

$$U^2 + r^* U \frac{dU}{dr^*} = \frac{\alpha U}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*},$$

$$V = \frac{1}{3r^* U}, \quad \frac{d}{dr^*} \frac{1}{V} = \frac{3\alpha}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*}. \quad (5.8')$$

Переходя во всех соотношениях от производных по $\xi=r^3$ к производным по r^* и вводя безразмерные координаты r/α и r^*/α (сохраняя для них прежние обозначения r и r^*) исходную систему уравнений можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{dr^*} = \frac{3V(r^*)}{Fr^{*2}}, \quad (5.10)$$

$$V(r^*) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2} \int_{r^*_{min}}^{\infty} \frac{1}{r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*} dr^*}, \quad \Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad (5.11)$$

$$F(r^*) = 2r^{*2} \int_{r^*_{min}}^{\infty} \left(\int_{r^*_{min}}^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{1}{r^{*4}} V(r^*) dr^*. \quad (5.12)$$

$$\frac{\Delta(r^*) r^2}{r^{*2}} \frac{dr}{dr^*} = V(r^*). \quad (5.13)$$

Отличное от нуля значение $r^*_{min} = r^*(0)$ означает, вообще говоря, наличие *края* у пространственно-временного многообразия.

Рассмотрим поведение метрики при $r^*_{min} = 0$ и малых значениях r^* . Из (5.12) следует, что если существует интеграл

$$2 \int_0^{\infty} \left(\int_0^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{V(r^*)}{r^{*4}} dr^* = b > 0, \quad (5.14)$$

то при малых r^* функция $F(r^*) \approx b \cdot r^{*2}$. Тогда полагая $V(r^*) \approx b_1 \cdot r^{*\nu} \geq 0$, $\Delta(r^*) \approx b_2 \cdot r^{*\delta} \geq 0$ и подставляя эти выражения в (5.8', 5.10), получим:

$$\nu = 3, \quad b_1 = \frac{2b}{2 - \sigma\delta}, \quad \delta = \frac{6}{2 - \sigma\delta} > 0. \quad (5.15)$$

Из последнего соотношения следует:

$$\delta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}.$$

поэтому $\sigma \leq 1/6$.

Интегрируя уравнение (5.13) найдем при малых значениях r, r^* :

$$r^3(r^*) = 3 \int_0^{r^*} \frac{V(r^*)}{\Delta(r^*)} r^{*2} dr^* \approx 3 \frac{b_1}{b_2} \int_0^{r^*} r^{*(5-\delta)} dr^*. \quad (5.16)$$

Последний интеграл существует только при $\delta < 6$. В этом случае

$$\delta = \frac{1 - \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}, \quad \sigma < \frac{1}{6}. \quad (5.17)$$

Рассмотрим теперь выражение для энергии статического изотропного гравитационного поля (см. Приложение I). В этом случае

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[\frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d \ln(F \Delta^{-\sigma})}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma}(r^*_{\min}) \right]. \quad (\text{П.8})$$

Последний член в этом соотношении имеет логарифмическую особенность при $r^*_{\min}=0$. Энергия будет иметь конечное значение лишь при $r^*_{\min} \neq 0$, то есть при *наличии края*. Это возможно, только при значении $\sigma \geq 1/6$.

Величина r^*_{\min} является независимым параметром и для её определения необходимы добавочные соображения. Положим, во-первых, в соответствии с *принципом Маха*, что инертная масса M_{in} связана с полной энергией гравитационного поля E вне края формулой Эйнштейна $E=M_{in}c^2$. Во-вторых, в соответствии с *экспериментальными данными* примем, что эта инертная масса должна совпадать по величине с массой гравитационной $M_{in}=M_{gr}$. И, наконец, на основании *принципа соответствия с ОТО* положим при больших значениях r^* коэффициент при первом члене разложения функции $F(r^*)$ по степеням $1/r^*$ равным отношению гравитационного радиуса к α

$$F(r^*) = 1 - \frac{r_{gr}}{\alpha} \frac{1}{r^*} + \dots = 1 - \frac{2M_{gr}G}{c^2 \alpha} \frac{1}{r^*} + \dots \quad (5.18)$$

В этом случае соотношение (П.8) переходит в уравнение, определяющее величину r^*_{\min} .

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2r^*_{\min} F(r^*_{\min})}{3V(r^*_{\min})} - \ln \frac{F(r^*_{\min})}{\Delta^{1/6}(r^*_{\min})}. \quad (5.19)$$

Решение системы уравнений (5.10) - (5.13), (5.19) можно найти методом последовательных приближений. Начиная с пробной функции $V^{(0)}(r^*)$ и выбранном начальном значении r^*_{\min} можно найти в первом приближении из (5.12) функцию $F^{(0)}(r^*)$, а затем из (5.10) - $\Delta^{(0)}(r^*)$ и новое значение $V^{(1)}(r^*)$ из (5.11). Продолжаем этот процесс до получения на N-ом шаге значений искомых функций с требуемой точностью. Значение размера r^*_{\min} найдем из уравнения (5.19). А затем из уравнения (5.13) найдем функцию $r(r^*)$.

Построим пробную функцию. Если при больших значениях r^* справедливо (5.18), то тогда из (5.10, 5.11) следует $V(r^*) \approx 1 - v/r^{*2} + \dots$. Поскольку при наличии края поведение искомых функций при малых значениях r^* не определено, естественно предположить, что относительный размер r^*_{\min} больше единицы. При $r^*_{\min} \geq 1$, зададим пробную функцию следующим образом:

$$V^{(0)}(r^*) = 1 - v/r^{*2}. \quad (5.20)$$

Подставляя это выражение в (5.12), найдем

$$F^{(0)}(r^*) = 1 - \frac{2}{3} \left(r^*_{\min} + \frac{v}{r^*_{\min}} \right) \frac{1}{r^*} + \frac{2}{5} \left(r^*_{\min} + \frac{v}{r^*_{\min}} \right) \frac{v}{r^{*3}} - \frac{v^2}{3} \frac{1}{r^{*4}}. \quad (5.21)$$

В этом приближении, исходя из принципа соответствия, получим

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2}{3} \left(r^*_{\min} + \frac{v}{r^*_{\min}} \right). \quad (5.22)$$

Постоянную величину v можно выбрать так, чтобы в точке $r^*=r^*_{\min}$ значения пробной функции и первого приближения совпадали $V^{(0)}(r^*_{\min}) = V^{(1)}(r^*_{\min})$. Подставляя (5.20), (5.21) в (5.10), найдем

$$\ln \Delta^{(0)}(r^*) = -3 \int_{r^*}^{\infty} \frac{V^{(0)}(r^*)}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} dr^*, \quad (5.23)$$

а затем из (5.11)

$$V^{(1)}(r^*) = \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1}{r^* F^{(0)}(r^*)} - \frac{3}{2} \int_{r^*}^{\infty} \left(1 + \frac{V^{(0)}(r^*)}{2r^* F^{(0)}(r^*)} \right) \frac{dr^*}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} \right)^{-1}. \quad (5.24)$$

В этом случае

$$v = (1 - V^{(1)}(r_{min}^*)) r_{min}^{*2}. \quad (5.25)$$

Это уравнение определяет v в зависимости от r_{min}^* .

В более высоких приближениях при вычислениях использовались сплайн аппроксимации. После пяти последовательных приближений, решая уравнение (5.19), найдем (при использовании в расчетах шести интервалов) с погрешностью в доли процента

$$r_{min}^* \approx 1.74.$$

Это значение, как и предполагалось, больше единицы. В размерном виде

$$r_{min}^* \approx 0.935 r_{gr}.$$

Результаты расчетов представлены в Таблице 3.

$\sigma=1/6 ; x_{max}=0.575 ; r_{gr}/\alpha=1.859$				
$x=\alpha/r^*$	$V(x)$	$F(x)$	$\Delta(x)$	$C^{-1/2}(x)=r(x)/r^*$
0	1	1	1	1
0.1	0.9875	0.8160	0.7184	1.1792
0.2	0.9346	0.6381	0.4814	1.3523
0.3	0.8202	0.4746	0.2980	1.4556
0.4	0.6471	0.3386	0.1721	1.4378
0.5	0.4596	0.2366	0.0962	1.2288
0.575	0.3413	0.1813	0.0543	0

Таблица 3. Решение системы уравнений (5.10..5.13) при значении $\sigma=1/6$.

Значение одной из инвариантных метрических функций - $C(r)$ неограниченно возрастает при приближении к краю, то есть на краю имеется неустранимая сингулярность. Следовательно, построенное многообразие является геодезически полным.

Расчеты проведены при $\sigma=1/6$. В общем случае решение будет существовать и при значениях σ , лежащих в некотором интервале, примыкающем к этому значению. В диапазоне допустимых значений параметр σ может быть выбран произвольно, поэтому, при одинаковых значениях полной энергии, распределения полей в области порядка гравитационного радиуса будут различаться между собой.

Таким образом, при наличии связи (1.1) имеется несингулярное стационарное частице - подобное распределение центрально-симметричного гравитационного поля, для которого выполняется равенство инертной (определенной в соответствии с принципом Маха) и гравитационной массы. Горизонт, присутствовавший в решении уравнений ОТО для центрально-симметричного пустого пространства, в этом случае отсутствует.

6. Заключение

Исторически сложилось так, что в основу канонической теории тяготения был положен принцип общей ковариантности уравнений гравитационного поля. В статье изложены основы классической теории тяготения, в которой этот принцип заменен его антитезисом (подобно тому, как это было с пятым постулатом в «Воображаемой Геометрии» Лобачевского). Ограничение общей ковариантности происходит за счет введения связи, которая с физической точки зрения истолковывается как принцип адиабатичности процесса эволюции метрики пространственно-временного многообразия.

Отличительной особенностью теории, во-первых, является то, что пространственно – временное многообразие помимо метрики и связности наделяется всеми свойствами материальной среды. Причем гравитационное поле является основным источником энергии Вселенной. Следствием этого является наблюдаемая высокая степень однородности и изотропности Вселенной.

Другая особенность теории состоит в возможности построения многообразий свободных от сингулярностей. Предварительный анализ показывает, что при непertурбативном подходе устраняются также сингулярности, связанные с калибровочным взаимодействием.

Сингулярным при этом является край многообразия (момент начала эволюции Вселенной или поверхность вблизи гравитационного радиуса), на котором те или иные наблюдаемые инвариантные величины принимают бесконечные значения. Этот факт следует рассматривать как указание на необходимость учета вблизи края квантовых эффектов. Прежде всего, это происходящее в начальный момент времени нарушение симметрии между частицами и античастицами. Отметим, что ограничение ковариантности ведет к уменьшению количества первичных связей, в связи с этим при квантовании снимается проблема «замороженного формализма».

Точности имеющихся астрономических наблюдений пока недостаточно, чтобы на их основании сделать выбор между предсказаниями *ОТО* и предложенной теории тяготения. Однако тот факт, что за истекшие двадцать лет так и не была установлена физическая природа темной энергии, темной материи и инфлатонов (которые все с точки зрения изложенной в статье теории являются лишь проявлениями материальной сущности гравитационного поля), является существенным доводом в пользу принятия последней.

Приложение I. Энергия статического изотропного гравитационного поля.

В силу тождества Бианки плотность энергии гравитационного поля T_{μ}^{ν} должна удовлетворять соотношению:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} (\sqrt{-g} T_{\mu}^{\nu}) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^{\mu}} T^{\lambda\rho} = 0.$$

В случае статического поля сохраняется энергия гравитационного поля:

$$E = \int \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} (\sqrt{-g} T_0^{\nu}) d^4x = \int T_0^{\nu} \sqrt{-g} dS_{\nu}, \quad (\text{П.1})$$

где в соответствии с (2.3)

$$T_0^{\lambda} = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[\delta_0^{\lambda} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left(g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\nu}} \right) - g^{\lambda\eta} \Gamma_{0\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\eta}} - g^{\lambda\eta} \Gamma_{\eta\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^0} \right], \Gamma_{\lambda\rho}^{\rho} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^{\lambda}}. \quad (\text{П.2})$$

В статическом поле последние два члена в этом соотношении равны нулю и (П.1) с учетом (П.2) принимает вид:

$$E = -\frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left(g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\nu}} \right) dV. \quad (\text{П.3})$$

Подставляя сюда выражения для компонент метрического тензора из (5.2) получим:

$$E = \frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{C+G} \frac{d\Phi}{dr} \right) dV = \frac{c^4}{4G} \left[\int_0^{\infty} \sqrt{-g} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{(C+G)} \frac{d\Phi}{dr} \right) dr \right]. \quad (\text{П.4})$$

Учтем теперь, что по определению, а также в силу соотношения (5.13)

$$C(r^*) + G(r^*) = \frac{r^4 (\sqrt{-g})^2}{r^{*4} F(r^*)}, \quad r^2 dr = \frac{V(r^*)}{\sqrt{-g}} r^{*2} dr^*. \quad (\text{П.5})$$

Подставляя эти выражения в (П.4) и переходя к безразмерной координате r^*/α , получим:

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[\frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d\Phi}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - \int_{r^*_{\min}}^{\infty} \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*) \sqrt{-g}} \frac{d\Phi}{dr^*} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} dr^* \right]. \quad (\text{П.6})$$

В силу соотношений (5.7'), (5.10)

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} = \frac{3V}{r^{*2} F}, \quad \Delta = \sqrt{-g}. \quad (\text{П.7})$$

С учетом этих соотношений

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[-\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma} (r^*_{\min}) \right]. \quad (\text{П.8})$$

В соотношении фигурируют граничные значения производной функции $F(r^*)$.

Учитывая поведение полей на бесконечности и тот факт, что в силу соотношения (5.12) при $r^* = r^*_{\min}$ $dF/dr^* = 2F/r^*_{\min}$, найдем:

$$-\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} = -\frac{r_{gr}}{\alpha} + \frac{2F(r^*_{\min}) r^*_{\min}}{V(r^*_{\min})}. \quad (\text{П.9})$$

Список литературы

1. D. Hilbert, Göttingen Nachrichte, 3, 395 (1915).
2. Р. Пенроуз, Структура пространства-времени, Бибфизмат, Могилев (1972); R. Penrose, Structure of space-time, W.A. Benjamin Inc., New York-Amsterdam (1968).
3. A. G. Riess et al., Astron. J. 116, 1009 (1998).
4. В. Р. Schmidt et al., Astrophys. J. 507, 46 (1998).
5. S. Perlmutter et al., Astrophys. J. 517, 565 (1999).
6. С.Вайнберг, Космология, УРСС Либроком, Москва (2013); S. Weinberg Cosmology, Oxford, New York (2008).
7. С. Вайнберг, Гравитация и космология, Мир, Москва (1975); S. Weinberg, Gravitation and Cosmology, John Wiley and Sons Inc., New York (1972).
8. Ю. Л. Кокурин, Квантовая электроника 33, №1 (2003), с. 45-47.
9. П. К. Рашевский Риманова геометрия и тензорный анализ, Наука, Москва (1967).
10. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Гидродинамика, Наука, Москва (1986).
11. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теория поля, Наука, Москва (1973); L.D. Landau, E.M. Lifshitz, The classical theory of fields, Vol.2, Oxford Pergamon Press (1971).
12. J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev., D86, 010001 (2012).
13. D. N. Spergel et al., Astrophys. J. 5 (2007); arXiv:astro-ph/0603449v.2 (2007).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, Наука, Москва (1964).