

# 超越守恒定律

— 纠正转动动力学中的谬误

庾广善

(哈尔滨·宏·动力研究所)

(2013年6月15日稿)

**摘要** 经典力学中的转动动力学, 有一个严重的错误, 即力矩的概念. 通过改变力矩的力臂, 可以改变力的大小, 这是错的. 但转动动力学的整个理论体系, 就是以这种力矩的概念为基础, 而建立起来的. 因此, 迄今的转动动力学之中, 充满着各种各样的错误. 在完全惯性运动的转动动力学中, 力矩的概念是无意义的. 与力矩非常相似地起作用的, 是另一种概念 惯性矩. 惯性矩是指物体或质点的质量与力臂的积. 似这样经过了纠正之后, 转动动力学将有重大的改变. 并且因此我们还可以实现, 对物理学的几个著名的守恒定律的超越. 世界科学将有一个重大的进步.

**关键词:** 守恒定律; 转动动力学; 惯性矩; 力矩; 力臂

中图分类号: O4-0, O41, O59, O31, O39

**PACS:** 45.50.àj, 45.20.-d, 45.40.àf, 45.50.Dd

† E-mail: 1951669731@qq.com 电话: 15546475592

## Transcend the Conservation law

— Rectification the falsehood in turn kinetics

GuangSan Yu

(Haerbin · Macro · dynamics graduate school 150066, P. R. China )

**Abstract** In turn kinetics of the classical mechanics, there is a serious error, namely the notion of the torque. Via the arm of force that vary the torque, can vary the dimension of the force, this is wrong. But turn kinetics and whole theory system, is to regard the notion of this kind of torque as the foundation, moreover establish create. Thereupon, the hitherto of thereinto the turn kinetics, abound the multifarious mistake. In complete of the slewing kinetics of the inertia locomotion, the notion of the torque is meaningless. That with torque extraordinary resemble react, the is other concept Inertia-torque. Inertia-torque is mass and arm of force product at object or particle. Similar in this way through rectification after, the slewing kinetics will have the grand change. And thereupon we can also achieve, versus physics several celebrated conservation law of the exceed. The world science will have a grand advancement.

**Key Words:** conservation law; rotation mechanics; Inertia-torque; force moment; arm of force

**PACS:** 45.50.àj, 45.20.-d, 45.40.àf, 45.50.Dd

## 0 引言

关于杠杆省力的观念,最早产生于公元前三世纪和四世纪<sup>[1]</sup>.从那时起直到现在,转动动力学就是在,力乘力臂的这种力矩概念的基础上,建立起来的<sup>[6,7]</sup>.新的惯性矩的概念,不是力乘力臂,而是质量乘力臂.这种看似很小的变化,将在物理学中创造奇迹.实现动量不守恒和能量不守恒等.

为了本文的论述,作者检索了与物理学史、转动力学、动量原理相关的专著与文献<sup>[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28]</sup>.

## 1 惯性矩的概念

惯性矩是物质的惯性质量与力臂的积.如图1,一个杆  $g$ , 以其上的一个点  $O$ , 为原点而固定于一个轴上. 因此在  $O$  的两边, 形成力臂为  $1$  和  $2$  的两个力矩. 在力臂  $1d$  的一侧端点, 固定着一个物体  $W$ , 其质量是  $m$ .

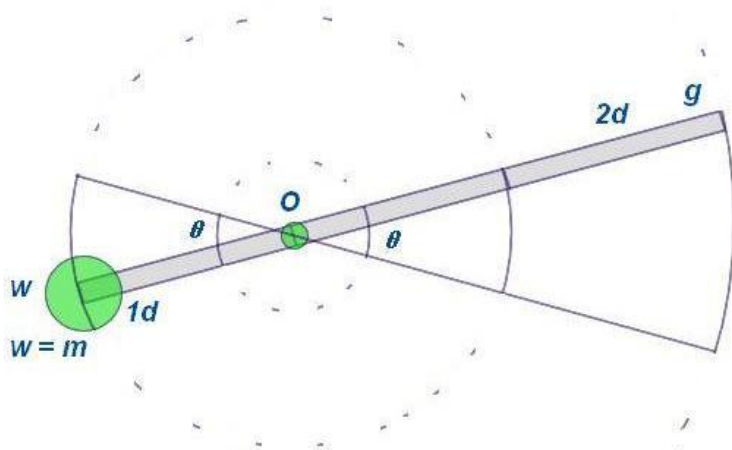


图1 杠杆与惯性矩

因此力臂  $1d$  一侧的惯性矩是:  $G_1 = m \times 1d$  (1.0.1)

当杆  $g$  转过角度  $\theta$  时, 如图.  $g$  的两边端点, 因转动而划过的弧长, 与两边力臂的长之间的比是等比例.

力臂  $2d$  一侧的惯性矩是:  $G_2 = xm \times 2d$  (1.0.2)

惯性矩与力矩的关系相类似. 所以应有:  $G_1 = G_2$ .  $\therefore m \times 1d = xm \times 2d$   $\therefore x = 1/2$ .

由式 (1.0.1) 可得:  $G_1 = Qm \times \frac{1}{Q} 1d$ . 因此当质量  $m$  和力臂  $d$ , 分别乘以一个数和这

个数的倒数时, 其惯性矩  $G$  不变. 即当惯性矩不变时, 质量越大, 力臂越小, 反之亦然. 这与力矩的情况, 非常相似.

### 1.1 力矩仍具意义的情况

在静力平衡时或者是非惯性作用的系统中, 力矩的作用仍然存在.

例如图2, 平衡杆  $g$  在支点  $Z$  和  $O$  两边, 置有两个物体, 质量分别是  $1m$  和  $2m$ . 这时杆呈重力平衡状态, 静止不动. 两边力矩的力是不同的(因为这时的力就是重力, 就是物体的质量), 符合力矩改变力的大小的概念.

人类最早发现杠杆省力, 和后来转动动力学的, 力矩改变力的大小的观念, 就是由这种静力平衡现象中产生的吧.

在非惯性作用的系统中, 例如在转动刚体的转轴, 或一定大小的力臂处, 具有摩擦阻力

作用时. 为克服摩擦阻力, 而施于力矩上的力, 也符合力矩改变力的大小的原理. 这时在力臂越大时, 所需的推力就越小, 就越省力.

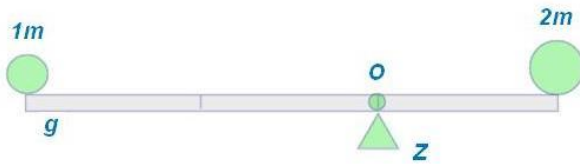


图2 静力平衡时的力矩

### 1.2 动力学意义中的惯性矩

当一个转动系统中, 不存在类似摩擦力等非惯性力的作用时, 这个系统即不适用于力矩原理. 这时与力矩有些相似的, 是另一种参数惯性矩:  $G = md$  (1.2.1)

在一个惯性矩系统中, 力作用在力臂上, 叫做惯性矩力.

$$\text{惯性矩力: } F_{md} = md \frac{d\omega}{dt} = m \frac{du}{dt} \quad (1.2.2)$$

由此表达式可见, 惯性矩力  $F_{md}$ , 作用在质量是  $m$ , 力臂是  $d$  的惯性矩上, 产生  $\frac{d\omega}{dt}$  的角加速度.  $F_{md}$  的两个下标字母, 即分别代表质量  $m$  和力臂  $d$ .

由式(1.2.2)可看出, 如果惯性矩的值保持不变, 那么只是  $m$ 、 $d$  这两个值相对变化时, 则在同样的角加速度  $\frac{d\omega}{dt}$  时, 惯性矩力  $F_{md}$  的值也是不变的. 它只是改变, 其下标  $m$  和  $d$  的相对的值.

这非常有意思, 这说明当力作用在惯性矩上时, 无论力的作用点是处于多大的力臂处, 要想使其产生同样大的角加速度时, 所需的力是一样大的. 所不同的, 只是力臂大时, 负荷质量就小. 而力臂小时, 负荷质量就大罢了. 此种情况, 通过在为  $F_{md}$  的下标  $md$ , 即可标示出和显示出.

因此, 长期以来, 转动动力学中, 关于力矩改变力的大小的观念, 是一个错误.( 除非力的负荷是类似摩擦力这样的非惯性力). 在大多情况下, 所谓的改变了力的大小的情况, 可能只是改变了力的负荷质量. 负荷质量大, 就以为力是大的. 负荷质量小, 就以为力是小的. 但这与力是使一定质量的物体, 获得一定大小的加速度, 即:  $F = ma$ . 的定义也是不相符的.

式(1.2.2)可适用于, 忽略摩擦力等影响的, 任何转动刚体的系统. 即在一般的转动刚体系统, 要想使其产生一个角加速度, 所需施加的力  $F_{md}$ , 无论是作用在多大力臂上, 其力的大小都是一样的.

### 1.3 惯性矩中的质量和负荷质量

惯性矩中的质量, 有真实存在的, 实际的物理质量. 如图1中, 惯性矩:  $G_1 = m \times 1d$  中的  $m$ . 也有在其力臂的端点, 其实并没有真实的物理质量. 如  $G_2 = xm \times 2d$  中的  $xm$ . 就是并不存在的. 它其实是  $G_1$  的质量  $m$ , 通过力臂反比变换到  $G_2$  的, 映射的质量. 它是当力作用在  $G_2$  上时,  $G_2$  的力臂对力所显示出的, 等效的负荷质量.

因此惯性矩中, 有真实的质量, 即质量. 例如我们将其标为  $m$ . 也有通过力臂映射的, 等效负荷质量, 即负荷质量. 我们可以将其标为  $m''$ .

由于这个原因, 如图1中的惯性矩, 也应该被分为两种. 如, 有真实质量的  $G_1$ , 和以负荷

质量构成的  $G_2$ . 我们可以将  $G_1$  标为  $G$ , 将  $G_2$  标为  $G''$ . 以表示有还是没有真实质量.

当一个转动刚体由很多质点构成, 则其中的惯性矩有  $G$ , 也有  $G''$ . 还可能两种性质, 兼而有之.

但是, 无论  $G$  还是  $G''$ , 或者  $m$  或  $m''$ , 它们的动力学属性, 即它们在转动切线方向上的惯性或力的属性, 是完全一样的. 在力的计算中, 真实质量  $m$ , 与负荷质量  $m''$ , 是完全等效的(负荷质量  $m''$  与真实质量  $m$ , 只有一点不同, 即它在转动的法线方向上, 没有惯性离心力).

#### 1.4 刚体的总惯性矩

定轴转动的刚体, 有确定的惯性矩. 即:  $G = md$ .

假如一个定轴转动的刚体, 它由若干质点构成. 其每一个质点, 有各自的质量  $m$ , 和与转轴之间的力臂  $d$ . 那么这一刚体的总惯性矩为:

$$G_z = m_1 d_1 + m_2 d_2 + \cdots + m_n d_n = \sum m_i d_i \quad (1.4.1)$$

在经典转动动力学中<sup>[6,7]</sup>, 有关于转动惯量的定义:  $I = \sum m_i r_i^2$ .

此种定义, 因为它是由最初的, 关于力矩的错误, 而推导出来的, 所以它也是错的. 用它来表明转动体的惯性, 意义相当含混.

#### 1.5 转动刚体的质心矩

转动刚体的总惯性矩是:  $G_z = \sum m_i d_i$  (1.5.1)

而转动刚体的质心矩, 是指刚体的总质量  $m_z$ , 与力臂  $d_x$  的积, 等于总惯性矩  $G_z$ .

$$\text{即: } G_{zx} = m_z d_x = \sum m_i d_i \quad (1.5.2)$$

式中  $G_{zx}$  即代表质心矩.  $G$  的两个下标  $z$  和  $x$ , 代表总质量  $m_z$  和力臂  $d_x$ .

$$\text{我们显然有: } d_x = \frac{(\sum m_i d_i)}{m_z} \quad (1.5.3)$$

即总惯性矩  $G_z$  被总质量  $m_z$  除, 所得力臂  $d_x$ , 即是刚体质心矩  $G_{zx}$ , 所对应的唯一的力臂. 因为  $d_x$  是唯一的, 所以将其定义为质心臂. 由质心臂的端点, 所划出的圆或弧线, 即代表刚体的转动质心.

刚体的总惯性矩, 是个恒量. 因此对应于质心臂  $d_x$  以外的, 任何其它力臂  $d_i$ .

$$\text{应有: } G_z = m_{zf}'' d_t = \sum m_i d_i \quad (1.5.4)$$

$$\therefore m_{zf}'' = \frac{(\sum m_i d_i)}{d_t} \quad (1.5.5)$$

式中  $d_t$  是  $d_x$  以外的某一力臂,  $m_{zf}''$  是对应于总惯性矩  $G_z$  和力臂  $d_t$  的, 力的等效的总负荷质量.

由式(1.5.5)可知, 在转动刚体上, 取不同的力臂时, 力臂端点处的总负荷质量, 按力臂变化的反比例变化. 即力臂若变化  $Q$  倍, 总负荷质量就变化  $1/Q$  倍. 力臂若增大, 总负荷质量就减小. 反之亦然.

可见, 当  $d_t$  在  $>d_x$ , 或  $<d_x$  的两边变化时. 当  $d_t > d_x$  并趋于无穷大时,  $m_{zf}''$  趋近于零.

反之当  $d_t < d_x$  并趋于无穷小时,  $m_z''$  趋于无穷大. 后一种情况, 是力臂趋近于 0 时, 相当于力穿过转轴, 因此无论多大的力, 转轴也不会转.

式(1.5.5)还表明, 在任意转动刚体中, 取任意的力臂, 对应于其力臂的端点, 都有一个确定的转动负荷质量. 就此刚体的转动而言, 这一负荷质量与物体的真实质量, 完全等效. 并且是可以通过力学测量, 测定出来的.

## 1.6 转动刚体的线动量和角动量

$$\text{由式(1.5.4)可知: } m_z'' d_t = \sum m_i d_i \quad (1.6.1)$$

如果转动刚体的角速度是  $\omega$ . 那么其转动线动量是:

$$P_x = m_z'' d_t \omega = (\sum m_i d_i) \omega \quad (1.6.2)$$

我们知道,  $m_z'' \cdot d_t$  等于总惯性矩  $G_z$ , 是个恒定量. 那么对于一个转动刚体, 在它的角动量  $\omega$  确定时, 则它的转动线动量是  $P_x$ , 也是一个确定量. 即如以上式(1.6.2)所示.

其中无论以任意力臂  $d_t$  值(只要不取 0 或无穷大), 转动线动量  $P_x$  都不变. 只是对应于  $d_t$  的变化,  $m_z''$  按反比例变化罢了.

在本文中, 关于转动系统的总角动量, 是与经典转动动力学中的计算方法一样的.

$$\text{即: } P_x d_x = m_1 d_1^2 \omega + m_2 d_2^2 \omega + \dots = \sum m_i d_i^2 \omega \quad (1.6.3)$$

以上是关于刚体的转动的, 惯性矩的概念的提出. 以及它对转动动力学的意义, 和相应的诸如, 惯性矩的负荷质量; 刚体的总惯性矩; 刚体的质心矩; 转动刚体的线动量和角动量等, 一系列的新的概念和原理的提出. 与经典转动动力学理论, 有了本质的不同. 并且指出了, 经典转动动力学理论中的, 严重的错误.

本文指出, 经典转动动力学, 关于力矩的原理, 在静力学的静力平衡中仍适用. 在转动阻力是类似摩擦力的非惯性力时, 也仍然适用. 但在物质惯性相互作用, 并发生角位移及转动时, 不适用.

本文提出的惯性矩的概念, 主要适用于刚体和刚体的转动. 在质点动力学中, 若无类似杠杆及其原理的辅助构件, 此种概念也是无意义的. 因此本文的论述, 主要适用于刚体和刚体的转动.

## 2 超越守恒定律

守恒定律是能够被超越的, 看以下的论述.

### 2.1 超越能量守恒定律

根据惯性矩原理, 及前面 1.6 节所述, 一个转动刚体的转动线动量, 是个恒定量.

$$\text{如: } P_x = m_z'' d_t \omega = (\sum m_i d_i) \omega \quad (1.6.2)$$

无论力臂  $d_t$  取任何数值( $d_t$  及转动半径  $R$ , 理论上在  $>0$  和  $<\infty$  时都可以), 其转动线动量  $P_x$  都不变. 只是使负荷质量  $m_z''$ , 以反比例变化罢了.

这时一个奇迹就出现了. 以上情况表明, 一个转动刚体, 它随着力臂的变化, 将具有不同的转动动能. 在经典转动动力学中, 转动动能的计算式是<sup>[7]</sup>:

$$W_x = \frac{\Delta m_1 u_1^2}{2} + \frac{\Delta m_2 u_2^2}{2} + \dots = \frac{\Delta m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \frac{\Delta m_2 r_2^2 \omega^2}{2} + \dots = \sum \frac{\Delta m_i r_i^2 \omega^2}{2} = (\sum \Delta m_i r_i^2 \omega^2) \frac{\omega^2}{2}$$

(2.1.1)

因此由式(1.6.2)得: 
$$W_x = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2} = (\sum m_i d_i^2) \frac{\omega^2}{2} \quad (2.1.2)$$

即以惯性矩原理的, 转动刚体的转动动能. 由此式可知, 当惯性矩恒定时, 随着力臂  $d$  的变化, 刚体将呈现不同的转动动能.

例如, 若力臂变化  $Q$  倍, 这质量  $m''$  要变化  $1/Q$  倍.

即: 
$$W_x = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2} \cdot \frac{Q^2}{Q} = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2} \cdot Q \quad (2.1.3)$$

所以转动动能变化了  $Q$  倍.

一个转动刚体, 在其不同力臂处, 呈现不同的转动动能. 因此一个转动刚体, 它拥有的动能, 不是单一的. 它其实随着力臂的变化, 而具有着多重的, 各种层面的动能. 而且其数值是大小不等的. 当一个系统, 它具有的能量, 是有多种不同数值时, 你认为它还可能是能量守恒吗?

比如将一个平动的物体, 与一个刚体的力臂的  $d_t$  处相撞. 刚体开始转动, 其转动动能是:

$$W_x = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2} . \quad \text{这也是此次撞击所输入的动能.}$$

之后, 在此刚体的力臂  $Q d_t$  处, 使其再以外部的另一物体相撞. 将此处的转动动能:

$$W_q = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2} Q , \text{ 转达给被撞物体.}$$

在以上过程中, 转动刚体最初被输入的动能是:  $W_x = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2}$  , 而之后输出的动

能则是:  $W_q = \frac{m_{zf}'' d_t^2 \omega^2}{2} Q$  . 即输出的能量, 比输入的能量大了  $Q$  倍. 因此, 这时的这

个转动刚体, 就不是能量守恒的, 这也是毫无疑问的了.

一个转动刚体, 它的接近转轴的方向, 转动动能就小. 而其远离转轴的方向, 转动动能就大. 因此, 任何的刚体的转动, 都是转动动能不守恒的, 因此也是能量不守恒的.

## 2.2 动量不守恒原理

动量也是会不守恒的. 如图 3:

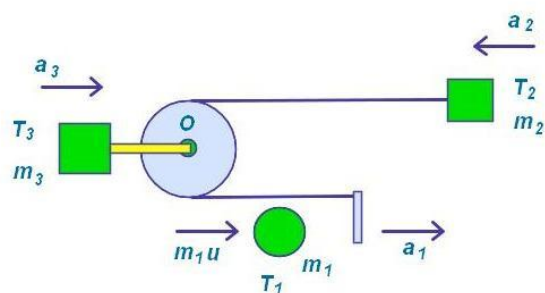


图 3 动量不守恒的系统

有  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$  三个物体, 质量分别是  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ . 假设图中, 动滑轮和滑轮绳和其它部件, 质量为零且没有摩擦力.

那么当开始时,  $T_1$  从圆的左侧以速度  $u$  飞来. 撞到滑轮绳上的部件, 即固定在其上. 并拉动滑轮绳, 及滑轮与  $T_2$ 、 $T_3$  都动起来.

比如以上撞击的撞击力, 于  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$  分别是:  $F_1 = m_1 a_1$ ,  $F_2 = m_2 a_2$ ,  $F_3 = m_3 a_3$ .

根据惯性矩原理, 转动刚体的惯性矩力, 是不因力臂的变化而变的. 因此, 以上各撞击力相等. 即:  $F_1 = F_2 = F_3$ , 和:  $m_1 a_1 = m_2 a_2 = m_3 a_3$  (2.2.1)

$$\text{冲量计算式是: } I = \int_{t_0}^{t_1} F dt \quad (2.2.2)$$

因为以上三个撞击力相等, 撞击的时间也相同, 所以三个撞击力的冲量也相等.

$$\text{即: } I_1 = \int_{t_0}^{t_1} F_1 dt, \quad I_2 = \int_{t_0}^{t_1} F_2 dt, \quad I_3 = \int_{t_0}^{t_1} F_3 dt. \quad \text{和: } I_1 = I_2 = I_3 \quad (2.2.3)$$

$$\text{因此撞击过程的冲量和: } P_i = -I_1 - I_2 + I_3 = -I_1 = -\int_{t_0}^{t_1} F_1 dt \quad (2.2.4)$$

$$\text{即冲击过程的动量改变: } P_i = -\int_{t_0}^{t_1} F_1 dt = -P_1 \quad (2.2.5)$$

因此以上冲击过程, 系统的总动量发生了  $-P_1$  的改变. 而此过程, 只有系统内物体之间的相作用, 而没有来自系统外的外力作用.

所以这一系统, 和这一过程, 发生了动量不守恒.

本文作者, 关于类似图3所示的系统, 进行过实际的实验装置的试验. 并且针对实验的数据进行了测量, 证明了实验是实现了动量的不守恒的. 但是实验中有一个疑问, 即测量数据表明, 实验所形成的动量不守恒的程度, 小于以上计算所给出的程度. 因为实验是在以相等质量的装置, 使之相互作用而测量其作用结果的方式完成的. 所以以为, 实验中的摩擦力影响, 是能够被抵消掉的. 但实验的结果, 却令人疑惑.

经过深度的分析, 我们发现. 摩擦力对于一般的平动物体, 和类似图3这样的动滑轮装置的作用, 是不一样的. 在后一种情况中, 摩擦力使经典转动动力学中, 力矩改变力的大小的现象, 从新出现. 因此它导致了, 实验的效果明显地小于了计算值.

所以, 在实验转动动力系统时, 需注意有摩擦力或其它非惯性力的影响, 而使之在一定程度上, 仍具有经典转动动力学的力矩原理的特性. 这是需要加以分析和排除的.

### 2.3 实现角动量不守恒的方法

角动量不守恒, 也是可以实现的.

因为物体的动量不守恒是可能的, 那么一个转动体的线动量, 就也能够不守恒. 只要使一个转动体的线动量不守恒, 则它的角动量就也能不守恒.

使转动体的  $R$  不变, 而使其转动线动量改变, 那么就实现了角动量不守恒.

以上分三节, 论述了能量不守恒、动量不守恒, 和角动量不守恒的原理和方法. 物理学的守恒定律, 即使我们证明是可以超越的. 也不等于说, 这些定律就完全被否定了. 因为在很多情况, 或者仍然是在大多数情况下, 这些定律仍是适用的. 通过定律的运用, 仍然可以使我们, 用较简单的方法, 正确地完成很多科学运算.

当然, 寻求和实现, 超越守恒定律的原理和方法. 是个创造科学奇迹的过程, 必然会带来科学和物理学的重大进步.

### 3 结 论

本文证明了, 经典转动动力学中, 关于力矩的概念, 只适用于静力平衡, 或非惯性作用力的过程. 而不适用于惯性动力学过程. 适用于惯性动力学过程的, 是与力矩概念相类似的惯性矩的概念. 经典转动动力学, 因为最初的力矩的概念的错误, 之后整个理论体系都受到了影响. 使得这一理论体系中, 很多观念、认识都是错的.

新的惯性矩的原理的提出, 使得转动动力学发生很大变化. 并产生过去所没有发现的一些新现象. 例如能量不守恒, 和实现动量不守恒的方法, 和角动量不守恒的方法等. 所以, 这是一项重大的科学进步, 和科学的成果.

### 致 谢

感谢全部参考文献的作者, 因为认真阅读和学习了这些参考文献, 才有了本文的新的论点的提出.

感谢对我从事科技活动给予了有力支持的我的老师: 关士续教授、朱新民主编、徐兰许校长. 感谢曾帮助过我的大学: 王书论系主任、姜新德系主任、朴日胜副教授和很多的老师们. 感谢曾给予过我很多帮助的科学工作者和专家学者们.

### 参考文献 (References)

- [1] 《natural science important event year gnomon》 compile team. 1975.7 natural science important event year gnomon. Shanghai: Shanghai People's publishing organization( in Chinese ) [《自然科学大事年表》编写组. 1975. 7. 自然科学大事年表. 上海: 上海人民出版社]
- [2] Guo Yiling, Sen Huijun. 2005.8 Physics history. Beijing: Chinhua university publishing organization ( in Chinese ) [郭奕玲, 沈慧君. 2005. 8 物理学史. 北京: 清华大学出版社]
- [3] [US] F-Calorie. 2010.4 Physics history. Dai Nianzu. Beijing: Chinese People's university publishing organization ( in Chinese ) [[美] 弗·卡约里. 2010. 4 物理学史. 戴念祖译. 北京: 中国人民大学出版社]
- [4] [D]Horst Stocker. 2004.1 Physics handbook. Wu Xizen, Li Zuxia, Cen Siping. Beijing: Beijing university publishing organization ( in Chinese ) [[德] Horst Stocker. 2004. 1 物理手册. 吴锡真, 李祝霞, 陈师平译. 北京: 北京大学出版社]
- [5] Xu Longdao. 2004.5 Physics lexicon. Beijing: science publishing organization ( in Chinese ) [徐龙道编著. 2004. 5 物理学词典. 北京: 科学出版社]
- [6] D.Halliday, R.Resnick. 1979.5 Physics foundation. Zeng Yongling. Beijing: Higher education publishing organization ( in Chinese ) [D. 哈里德, R. 瑞斯尼克. 1979. 5 物理学基础(上册). 郑永令译. 北京: 高等教育出版社]
- [7] Cheng Souzu, Jiang Ziyong. 1961.8 Common physics. Beijing: People's education publishing organization ( in Chinese ) [程守洙, 江之永. 1961. 8 普通物理学(第一册). 北京: 人民教育出版社]



- [8] Qin Jiahua.1993.1 Classical mechanics. Hefei: Chinese science technology university publishing organization ( in Chinese )[秦家桦. 1993. 1 经典力学. 安徽合肥: 中国科学技术大学出版社]
- [9] Yu Quaxun, Lin Mingxi, Xue Cengsan.2000.1 Mechanics conspectus. Beijing: science publishing organization ( in Chinese )[于全训, 林明喜, 薛成山. 2000. 1 力学概论. 北京: 科学出版社]
- [10] Cheng Jiafu.2000.1 mechanics. Beijing: science publishing, Anhui: Chinese science technology university publishing organization ( in Chinese )[程稼夫. 2000. 1 力学. 北京: 科学出版社, 安徽: 中国科学技术大学出版社]
- [11] Zang Sanhui, Wang Huzu.1990.8 mechanics. Beijing: Chinhua university publishing organization ( in Chinese )[张三慧, 王虎珠. 1990. 8 力学. 北京: 清华大学出版社]
- [12] Zeng Yongling, Jia Qimin.1989.10 mechanics. Shanghai: Fudan university publishing organization ( in Chinese )[郑永令, 贾起民. 1989. 10 力学(上册). 上海: 复旦大学出版社]
- [13] [US] J.B.Marion.1985.12 Classical dynamics of particle and system. Li Seng. Beijing: Higher education publishing organization ( in Chinese )[[美] J. B. Marion .1985. 12 质点与系统的经典动力学. 李筌译. 北京: 高等教育出版社]
- [14] W. Hausi.1987.2 Mechanics principle introduction. Ling Zenfang, Guo ru. Tianjin: Nankai university publishing organization ( in Chinese )[W. 豪瑟. 1987. 2 力学原理导论. 凌振芳, 郭儒 译. 天津: 南开大学出版社]
- [15] Li Qingbo, Kang Cong.2002.3 university physics experiment. Haerbin: Heilongjiang science technology publishing organization ( in Chinese )[李庆波, 康崇. 2002. 3 大学物理实验. 哈尔滨: 黑龙江科学技术出版社]
- [16] Jiang ying, An Wenyu, Wang Guorong.2002.3 Common physics experiment. Haerbin: Haerbin industry university publishing organization ( in Chinese )[江影, 安文玉, 王国荣. 2002. 3 普通物理实验. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社]
- [17] Duan Jihui, Xu Conglan, Meng Zaomin.1987.5 physics demo experiment handbook. Jinan: Sandong education publishing organization ( in Chinese )[段吉辉, 徐从兰, 孟昭敏. 1987. 5 物理学演示实验手册. 济南: 山东教育出版社]
- [18] Wikipedia. Momentum .  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Momentum#Conservation\\_of\\_momentum](http://en.wikipedia.org/wiki/Momentum#Conservation_of_momentum) [2012-5-20]
- [19] 万云芳, 冯祝. 求解坐标-动量耦合体系的方法[J]. 山东师大学报(自然科学版), 1997, 12(1): 98-101.
- [20] 胡先权, 丁朝远. 空间平移不变性与动量守恒的严格证明[J]. 重庆师范学院学报(自然科学版), 2001, 18(3): 5-8.
- [21] 谢国亚. 在气垫导轨上验证动量守恒定律的误差分析[J]. 重庆邮电学院学报, 1998, 10(3): 87-88.
- [22] 张操. 关于相对论中的质量和动量[J]. 中国传媒大学学报自然科学版, 2009, 16(3): 24-26.
- [23] 邵国建, 苏静波. 带转动自由度的内参型非协调元研究[J]. 计算力学学报, 2005, 22(1): 59-63.
- [24] 唐军杰, 王爱军, 赵昆, 张鹏. 变转动惯量刚体定轴转动的数值研究[J]. 内蒙古师范大学学报(自然科学汉文版), 2012, 41(2): 187-190.
- [25] 于全训. 定轴转动基本方程[J]. 山东师大学报(自然科学版), 1998, 13(4): 456-457.
- [26] 姜玉明, 蔡敏. 刚体定点转动的两种解题方法[J]. 沈阳师范学院学报(自然科学版), 1999, (2): 20-22.
- [27] 高坚, 佟明安, 贺昌政. 刚体转动渐进跟踪控制的逆系统方法[J]. 电子科技大学学报, 2002, 31(2): 141-144.
- [28] 宋洪训. 关于定轴转动刚体的动量矩[J]. 山东师大学报(自然科学版), 1998, 13(3): 329-330.