The unique invariant identity and unique consequences.
(elementary aspect)

REUVEN TINT[1]

Number Theorist, Israel[1]

Email: reuven.tint@gmail.com

http://ferm-tint.blogspot.co.il/

Abstract. Received and given the unique invariant identity on a set of arbitrary numerical systems (in which arithmetic operations are the same as in the system of natural numbers: in particular), allowing to obtain for each item $(0 \leq m < \infty)$ the set of all positive integers, including zero, all the an infinite number (uncountable) representations in any combination of diverse elements of different number systems. The properties of this identity emerge super concise proofs Fermat's Last Theorem and proof that if $(A, B, C) = 1$, then in equation

$$A^x + B^y = C^z$$

Only two of the three exponents may be greater than two; the given another version of the Beal Conjecture solution. and innovative method (algorithm) is a non-trivial obtain infinite set of all solutions of some systems of linear equations.

§ 1

1.1. We received the following invariant identity:

$$m = \frac{(x_1 + x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 + \cdots + (x_1 + x_{m+2})^2 + (x_2 + x_3)^2 + \cdots}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2}$$

$$\frac{\ldots + (x_2 + x_{m+2})^2 + \cdots + (x_{m+1} + x_{m+2})^2 - (x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2})^2}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2} \quad [\mathbf{1}]$$

Here,

$0 \leq m < \infty$- are arbitrary positive integers, including zero;

x_i- arbitrary elements of arbitrary numerical systems, including zero;
$1 \le i \le m+2$; -are indexes

1. 2. Using $[\mathbf{1}]$
1.2.1. The number of binomial parentheses is determined by the formula

$$K_m = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \quad [\mathbf{2}].$$

1.2.2. After opening the parentheses and reducing similar we get

$$m \equiv \frac{(m+1)(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2) - (x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2)}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2} [\mathbf{3}],$$

It follows that value of each "m" is not depend on the set values of the elements included in the invariant identity.

1.2.3. If the following conditions hold 1.2.2. we have $[\mathbf{1}]$ from $m+2$ various x_i , in particular, and

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_{m+1} = 0,$$

and

$$m \equiv \frac{(m+1)x_{m+2}^2 - x_{m+2}^2}{x_{m+2}^2} \quad [\mathbf{4}]$$

1.2.4. The identity $[\mathbf{1}]$ is unique, as a $[\mathbf{5}]$ with respect to **(1)**

$$m \neq \frac{\sum_{i=1,i<j}^{i=m+1,j=m+2} \left(x_i + x_j\right)^n - (x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2})^n}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} =$$

$$= \frac{(m+1)(x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n) - (x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n + A)}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} =$$

$$= m - \frac{A}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} \quad [\mathbf{5}]$$

for $n > 2 \;\; A \neq 0.$

1.2.4.1. Examples

1)

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^5 + (x_1 + x_3)^5 + (x_2 + x_3)^5 - (x_1 + x_2 + x_3)^5}{x_1^5 + x_2^5 + x_3^5}$$

$$(x_1 + x_2)^5 + (x_1 + x_3)^5 + (x_2 + x_3)^5 =$$

$$\begin{gathered} = \cancel{a^5} + \cancel{5a^4b} + 10\cancel{a^3b^2} + 10\cancel{a^2b^3} + \cancel{5ab^4} + \cancel{b^5} + \\ +a^5 + \cancel{5a^4c} + 10\cancel{a^3c^2} + \cancel{10a^2c^3} + \cancel{5ac^4} + \cancel{c^5} + \\ +b^5 + \cancel{5b^4c} + \cancel{10b^3c^2} + \cancel{10b^2c^3} + \cancel{5bc^4} + c^5 \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} (x_1 + x_2 + x_3)^5 = \\ \cancel{a^5} + \cancel{5a^4b} + 10\cancel{a^3b^2} + 10\cancel{a^2b^3} + \cancel{5ab^4} + \cancel{b^5} + \\ +\cancel{5a^4c} + 20a^3bc + 30a^2b^2c + 20ab^3c + \cancel{5b^4c} + \\ +\cancel{10a^3c^2} + 30a^2bc^2 + 30ab^2c^2 + \cancel{10b^3c^2} + \\ +\cancel{10a^2c^3} + 20abc^3 + \cancel{10b^2c^3} + \\ +\cancel{5ac^4} + \cancel{5bc^4} + \cancel{c^5} \end{gathered}$$

Without loss of generality,

$$m = 1 \neq \frac{2(a^5 + b^5 + c^5) - (a^5 + b^5 + c^5)}{a^5 + b^5 + c^5} -$$

$$-\frac{10abc[(a^2 + b^2 + c^2) + 3(ab + ac + bc)]A}{a^5 + b^5 + c^5} \neq 1 - \frac{A}{a^5 + b^5 + c^5}$$

and $A \neq 0 \quad (m + 1 = 2)$ Here, $a = x_1; b = x_2; c = x_3$

2)

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^3 + (x_1 + x_3)^3 + (x_2 + x_3)^3 - (x_1 + x_2 + x_3)^3}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3} =$$

$$= \frac{2(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3) - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 6x_1x_2x_3)}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3}$$

3)

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^4 + (x_1 + x_3)^4 + (x_2 + x_3)^4 - (x_1 + x_2 + x_3)^4}{x_1^4 + x_2^4 + x_3^4} =$$

$$= \frac{2(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4) - (x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + 12x_1x_2x_3(x_1 + x_2 + x_3)}{x_1^4 + x_2^4 + x_3^4}$$

and etc.

1.2.5. When using Acronym multiplication formulas in order to simplify the verification cannot be performed in parentheses a pre-addition operation.

1.2.6. Examples of the invariant identity $[\mathbf{1}]$:

$$1 = \frac{3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2}{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{3 + 4 + 5 - 6}{1 + 2 + 3} =$$
$$= \frac{7^2 + 8^2 + 11^2 - 13^2}{2^2 + 5^2 + 6^2} = \frac{7 + 8 + 11 - 13}{2 + 5 + 6}$$

etc. to infinity.

1.3. Thus we have in the **§ 1**, we note that $[\mathbf{1}]$ is a unique invariant identity on the sets arbitrary numerical systems, allows to obtain for each item $(0 \leq m < \infty)$ the set of all positive integers, including zero, all infinite (uncountable) set of representations in any combination of diverse elements various number systems (that is the meaning of each does not depend on values of elements of the sets included in this invariant identity).

1.4. The identity $[\mathbf{1}]$ remains unchanged in this case too:

$$m \equiv \frac{(x_1 + x_2) + (x_1 + x_3) + \cdots + (x_1 + x_{m+2}) + \cdots}{x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2}}$$

$$\frac{\dots + (x_{m+1} + x_{m+2}) - (x_1 + \dots + x_{m+2})}{x_1 + x_2 + \dots + x_{m+2}},$$

that is for $n = 1$

§ 2

2.1. The consequence **I**, resulting from the identity$[\mathbf{1}]$:
"We need to prove that the equation

$$x^n + y^n = z^n$$

has no solutions in positive integers x, y, z, n
for $n > 2$."

2.2. The proof

We have identity

$$x^n + y^n \equiv z \quad [\mathbf{6}]$$

, where x, y, n -are positive integers

2.2.1. Let in the $[\mathbf{1}]$

$$x_1 = x^n + y^n$$

, and

$$m = (x^n + y^n)^2.$$

Then, with respect $[\mathbf{4}]$ and $[\mathbf{5}]$

$$m = (x^n + y^n)^2 \equiv$$

$$\equiv \frac{[(x^n + y^n)^2 + 1](x^n + y^n)^2 - (x^n + y^n)^2}{(x^n + y^n)^2} \; [\mathbf{7}]:$$

(using $[\mathbf{5}]$ the operation is legitimate, as is true in the expanded form).

2.2.2. "m" in the $[\mathbf{1}]$ should be a positive integer.

Therefore, if

$$x^n + y^n = z_1^n$$

, then with respect to $[\mathbf{6}]$

$$z_1 = \sqrt[n]{z} = z^{\frac{1}{n}} = (x^n + y^n)^{\frac{1}{n}},$$

thus we have in the $[\mathbf{7}]$

$$(x^n + y^n)^{\frac{2}{n}}$$

should be a positive integer. And this is only possible if
$n = 1$ and $n = 2$.
If $n = 2$

$$x = (p^2 - q^2)t; y = 2pqt; z = (p^2 + q^2)t; (p, q = 1)$$

for $n = 1$ $\quad x + y = z$.
This completes the proof.

§ 3
Consequence II

3.1. If the equation

$$A^{x>2} + B^{y>2} = C^{z=n>2} \ [\mathbf{8}],$$

where $(A, B, C) = 1 -$ are coprime natural numbers,
$x, y, z -$ in particular, are different natural numbers, then gives a proof of by analogy with paragraph **2.2.**, we obtain, in the end,

$$C_1 = \sqrt[n]{C^{\frac{2}{n}}}$$

, which must be a positive integer, which is only possible if $n = 1$ and $n = 2$, that is under the above conditions, the equation

$$A^{x>2} + B^{y>2} = C^{z=2} \ [\mathbf{9}]$$

has solutions in natural numbers, in particular, only when $z = 2$
(Only two of the three exponents greater than two can be).

For example,

$$3^5 + 10^2 = 7^3, 3^5 + 11^4 = 122^2, 15^3 + 7^4 = 76^2$$

3.2. But not for a coprime natural A, B, C in the equation

$$[f_1(A,B,C)]^{x>z} + [f_2(A,B,C)]^{y>2} \equiv [f_3(A,B,C)]^{z>2},$$

that gives infinite number of solutions for arbitrary (using $[\mathbf{12}]$) coprime (in particular) $(x, y, z) = 1$, each of which is more than two.

3.2.1. Let

$$A + B \equiv C,$$

where A, B arbitrary natural numbers, as

$$A^{\alpha x - pyz = 1} + B^{\beta y - qxz = 1} \equiv C^{\gamma z - mxy = 1} \quad [\mathbf{10}]$$

Multiplying $[\mathbf{10}]$ by

$$A^{pyz} B^{qxz} C^{mxy}$$

, we obtain

$$(A^{\alpha} B^{qz} C^{my})^x + (A^{pz} B^{\beta} C^{mx})^y \equiv$$

$$\equiv (A^{py} B^{qx} C^{\gamma})^z \quad [\mathbf{11}].$$

All values of exponents of $[\mathbf{11}]$ we get from the equations

$$\begin{aligned} \alpha x - pyz &= 1 \\ \beta y - qxz &= 1 \quad [\mathbf{12}] \\ \gamma z - mxy &= 1 \end{aligned}$$

, where $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, p, q, m$ - corresponding to solutions of equations$[\mathbf{12}]$ are natural numbers $(\mathbf{4})$.

3.2.1.1. If $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, p_0, q_0, m_0$ any (or minimal) solutions of equations positive integers for fixed values x, y, z,
then

$$\alpha = \alpha_0 + yzQ_1 \quad p = p_0 + xQ_1$$
$$\beta = \beta_0 + xzQ_2 \quad q = q_0 + yQ_2$$
$$\gamma = \gamma_0 + xyQ_3 \quad m = m_0 + zQ_3,$$

$Q_1, Q_2, Q_3 -$ arbitrary natural (whole) number, or zero, and

$$(A^{\alpha_0+yzQ_1} B^{q_0 z+yzQ_2} C^{m_0 y+yzQ_3})^x +$$
$$+(A^{p_0 z+xzQ_1} B^{\beta_0+xzQ_2} C^{m_0 x+xzQ_3})^y =$$
$$= (A^{p_0 y+xyQ_1} B^{q_0 x+xyQ_2} C^{\gamma_0+xyQ_3})^z.$$

3.2.1.2. If two of the three exponents in the $[\mathbf{12}]$ chosen in equal 2^u and 2^ϑ and $u > \vartheta$ or are multiples of these indexes, the right of the respective two equations must be equal $2^\vartheta (1 \le \vartheta)$.
Let $x = 7; y = 2^3 \times 3; z = 2^2 \times 5.$

$$\alpha \times 7 - p \times 2^3 \times 3 \times 2^2 \times 5 = 1$$
$$\alpha = 343; p = 5$$
$$\beta \times 2^3 \times 3 - q \times 7 \times 2^2 \times 5 = 2^2$$
$$\beta = 6; q = 1$$
$$\gamma \times 2^2 \times 5 - m \times 7 \times 2^3 \times 3 = 2^2$$
$$\gamma = 17; \ \ m = 2$$

$$(A^{343} B^{2^2\times5} C^{2\times2^3\times3})^7 + (A^{5\times2^2\times5} B^6 C^{14})^{2^3\times3} =$$
$$= (A^{5\times2^3\times3} B^7 C^{17})^{2^2\times5}$$

are selected, and

$$A^{2401-2400} + B^{144-140} \equiv C^{340-336},$$

$$A + B^4 \equiv C^4.$$

Alternative proof of the FLT

3.2.1.3. If

$$A + B = C,$$

where A, C are arbitrary positive integers, then

$$A^{\alpha x - pyz = 1} + B^{\beta y - qxz = 1} \equiv C^{\gamma z - mxy = 1}$$

If we assume that

$$A_1^n + B_1^n = C_1^n \ \ [\mathbf{12_1}]$$

, where n is an arbitrary natural number, then

$$[\left(A_1^{\alpha} B_1^{qz} C_1^{my}\right)^x]^n + [\left(A_1^{pz} B_1^{\beta} C_1^{mx}\right)^y]^n = [\left(A_1^{py} B_1^{qx} C_1^{\gamma}\right)^z]^n.$$

Such solutions in square brackets in accordance with $[\mathbf{12}]$ an infinite number(countable) for every positive integer "n" ,indeed using Faltings, Gerd (1983). "Endlichkeitssätze für abelsche Varietäten über Zahlkörpern" [Finiteness theorems for abelian varieties over number fields]. Inventiones Mathematicae (in German) 73 (3): 349–366. doi:10.1007/BF01388432. MR 0718935. equation $[\mathbf{12_1}]$ has no solutions in positive integers for $n > 2$.

3.2.1.4.

Using $[\mathbf{12}]$**:**

1)

$$\alpha x + qzx + mxy = pzy + \beta y + mxy =$$
$$= pzy + qzx + \gamma z$$

2)

$$(\alpha x + qzx + mxy) + (pzy + \beta y + mxy) =$$
$$= 2(pzy + qzx + \gamma z).$$

3.2.2. Let

$$AP + BP \equiv CP \ \ [\mathbf{13}] \ \ (\mathbf{2})$$

for arbitrary natural numbers A and B ,where P -is arbitrary prime number. Then, with respect to$[\mathbf{11}]$

$$(P^{\alpha+qz+my}A^{\alpha}B^{qz}C^{my})^{x} + (P^{pz+\beta+mx}A^{pz}B^{\beta}C^{mx})^{y} \equiv$$
$$\equiv (P^{py+qx+\gamma}A^{py}B^{qx}C^{\gamma})^{z} \ \ [\mathbf{14}]$$

- is another version of solution for the Beal conjecture **(2):**
"If

$$A^x + B^y = C^z$$

, where A, B, C, x, y, z - are positive integers with $x, y, z > 2$, then A, B, C have a common prime factor." ((Wikipedia. "Open mathematical problems," in particular, the open (unresolved) mathematical problems)).
Thus, an arbitrary equation can be transformed into identity $[\mathbf{14}]$, for what is necessary and sufficient condition for

$$AP + BP \equiv CP.$$

Co-authors of paragraph 3.2. are PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI and MICHAEL TINT.

Example.

Let in the $[\mathbf{14}]$ $A = 2; B = 3; C = 5; P = 7$

$$x = 4; y = 5; z = 7$$

Then,

$$\alpha \times 4 - p \times 5 \times 7 = 1$$
$$\alpha = 9; p = 1$$
$$\beta \times 5 - q \times 4 \times 7 = 1$$
$$\beta = 17; q = 3$$
$$\gamma \times 7 - m \times 4 \times 5 = 1$$
$$\gamma = 3; m = 1.$$

Similarly,

$$(7^{35} \times 2^9 \times 3^{21} \times 5^5)^4 + (7^{28} \times 2^7 \times 3^{17} \times 5^4)^5 =$$
$$= (7^{20} \times 2^5 \times 3^{12} \times 5^3)^7.$$

There are several other cases in our published papers, such as,

$$(2^3 \times 13^3 \times 571)^2 + (3 \times 5 \times 7 \times 13^2)^3 = (13^2 \times 19)^4$$
$$(10035896)^2 + (17745)^3 = (3214)^4.$$

3.2.3. If

$$ab + 1 = c^2,$$

where $ab + 1 = c^2$ - are positive integers, then

$$(A^{bc}2^b)^a + (A^{ac}2^a)^b \equiv (A^{ab}2^c)^c,$$

where A - are positive integers, then

$$(A^{20}2^5)^3 + (A^{12}2^3)^5 = (A^{15}2^4)^4$$
$$[A^{(c+1)c}2^{c+1}]^{c-1} + [A^{(c-1)c}2^{c-1}]^{c+1} \equiv \left(A^{c^2-1}2^c\right)^c.$$
$$a = c - 1; b = c + 1$$ -в частности.

Appendix to 3.2.1.4.

§ 4

Algorithm for obtaining non-trivial, as an example, all the infinite set of significant solutions of certain systems of linear equations.

4.1. Using .**3.2.1.4.**

$$(\alpha + qz + my)x + (pz + \beta + mx)y =$$
$$= (py + qx + \gamma)2z \quad [\mathbf{15}].$$

4.1.1. Let us prove that in the $[\mathbf{15}]$ $x, y, z -$ that selected will be considered in the$[\mathbf{15}]$ as constant coefficients, for example, в 3 -term equation, but coefficients in parentheses x, y, z will be considered as variables.
Thus $x, y, z, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, p_i, q_i, m_i -$ corresponding to known solutions of the following equations of the natural numbers, which are countless
$(i = 1,2,3,4, \dots)$.

$$\begin{cases} \alpha_i x - p_i yz = 1 \\ \beta_i y - q_i xz = 1 \\ \gamma_i z - m_i xy = 1 \end{cases} \quad [\mathbf{16}]$$

This means that,

$$\begin{cases} x[(\alpha_1 + q_1 z + m_1 y) = A_1] + y[(p_1 z + \beta_1 + m_1 x) = B_1] - \\ \qquad 2z[(p_1 y + q_1 x + \gamma_1) = C_1] = 0 \\ x[(\alpha_2 + q_2 z + m_2 y) = A_2] + y[(p_2 z + \beta_2 + m_2 x) = B_2] - \\ \qquad 2z[(p_2 y + q_2 x + \gamma_2) = C_2] = 0 \\ x[(\alpha_3 + q_3 z + m_3 y) = A_3] + y[(p_3 z + \beta_3 + m_3 x) = B_3] - \\ \qquad 2z[(p_3 y + q_3 x + \gamma_3) = C_3] = 0 \end{cases} \quad [\mathbf{17}]$$

4.1.1.1. Let us solve the $[\mathbf{17}]$ initially, for example, the classical method of Kramer:

$$D = \begin{vmatrix} x & y & -2z \\ x & y & -2z \\ x & y & -2z \end{vmatrix} = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & y & -2z \\ 0 & y & -2z \\ 0 & y & -2z \end{vmatrix} = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} x & 0 & -2z \\ x & 0 & -2z \\ x & 0 & -2z \end{vmatrix} = 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} x & y & 0 \\ x & y & 0 \\ x & y & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Then,

$$A_i' = \frac{0}{0};\ B_i' = \frac{0}{0};\ C_i' = 0 (i = 1,2,3)$$

4.1.1.2. Continuing in the same way, we solve $[\mathbf{17}]$ using $[\mathbf{16}]$: Select $x = 4, y = 5, z = 7$

Then,

1)

$$\alpha_1 \times 4 - p_1 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_1 = 1;\ \alpha_1 = 9$$
$$\alpha_2 \times 4 - p_2 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_2 = 5;\ \alpha_2 = 44$$
$$\alpha_3 \times 4 - p_3 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_3 = 9;\ \alpha_3 = 79$$

2)

$$\beta_1 \times 5 - q_1 \times 4 \times 7 = 1$$
$$q_1 = 8;\ \beta_1 = 45$$
$$q_2 = 18;\ \beta_2 = 101$$
$$q_3 = 28;\ \beta_3 = 157$$

3)

$$\gamma_1 7 - m_1 \times 5 \times 4 = 1$$
$$m_1 = 1;\ \gamma_1 = 3$$
$$m_2 = 8;\ \gamma_2 = 23$$
$$m_3 = 22;\ \gamma_3 = 63$$

It is clear that

$$A_1 = 9 + 8 \times 7 + 1 \times 5 = 70 = \frac{280}{4}$$
$$B_1 = 1 \times 7 + 45 + 1 \times 4 = 56 = \frac{280}{5}$$
$$C_1 = 1 \times 5 + 8 \times 4 + 3 = 40 = \frac{280}{7}$$
$$A_2 = 44 + 18 \times 7 + 8 \times 5 = 210 = \frac{840}{4}$$

$$B_2 = 5 \times 7 + 101 + 8 \times 4 = 168 = \frac{840}{5}$$
$$C_2 = 5 \times 5 + 18 \times 4 + 23 = 120 = \frac{840}{7}$$
$$A_3 = 79 + 28 \times 7 + 22 \times 5 = 385 = \frac{1540}{4}$$
$$B_3 = 9 \times 7 + 157 + 22 \times 4 = 308 = \frac{1540}{5}$$
$$C_3 = 9 \times 5 + 28 \times 4 + 63 = 220 = \frac{1540}{7}$$

and

$$\begin{cases} 4 \times 70 + 5 \times 56 - 2 \times 7 \times 40 = 0 \\ 4 \times 210 + 5 \times 168 - 2 \times 7 \times 120 = 0 \\ 4 \times 385 + 5 \times 308 - 2 \times 7 \times 220 = 0 \end{cases}$$

These types of solutions can be endless. Thus, the uncertainty in the classic version in this case leads to the extraordinary and non-trivial case (algorithm) obtain all relevant infinite set of solutions of certain systems of linear equations, includingя $"K"$ -term $(k > 3)$ using an algorithm of the same type, but with a large number of parameters and equations respectively.

Continuation of **.4.1.1.2.:**

$$\alpha_4 \times 4 - p_4 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_4 = 13;\ \alpha_4 = 114$$
$$\beta_4 \times 5 - q_4 \times 4 \times 7 = 1$$
$$q_4 = 38;\ \beta_4 = 213$$
$$\gamma_4 \times 7 - m_4 \times 7 \times 5 = 1$$
$$m_4 = 43, \gamma_4 = 123$$
$$A_4 = 595;\ B_4 = 476;\ C_4 = 340$$
$$4 \times 595 + 5 \times 476 - 2 \times 7 \times 340 = 0$$

etc.

References:

1. И.Н. Бронштейн, К.А.Семендяев, “Справочник по математике”, Москва “Наука”, Главная редакция физико-математической летературы, 1986. стр 135
2. Bulletin of Mathematical Sciences & Applications ISSN: 2278-9634 Vol. 2 No. 3 (2013), pp. 61-64 “Proof of Beal's Conjecture”, PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI, REUVEN TINT; http://www.scipress.com/
3. М. Кац, С. Улам “ Математика и логика. Ретроспектива и перспективы” "Издательство “Мир” Москва, 1971
4. Bulletin of Mathematical Sciences & Applications ISSN: 2278-9634 Vol. 2 No. 3 (2013), pp. 05-15 "THE REPRODUCTIVE SOLUTION FOR FERMAT’S LAST THEOREM (Elementary Aspect)”, PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI, REUVEN TINT, MICHAEL TINT; http://www.scipress.com/
5. Bulletin of Society for Mathematical Services and Standards ISSN: 2277-8020 Vol. 2 No. 4 (2013), pp. 01-20
   “О методах решений уравнений $A^x + B^y = C^z$ во взаимно-простых A, B, C где $x \geq 2, y \geq 2, z \geq 2$ … …. “
   PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI, REUVEN TINT, MICHAEL TINT, http://www.scipress.com/

Уникальное инвариантное тождество и вытекающие из него уникальные следствия.
(элементарный аспект)

REUVEN TINT[1]

Number Theorist, Israel[1]

Email: reuven.tint@gmail.com

http://ferm-tint.blogspot.co.il/

Аннотация. Получено и приведено в работе уникальное инвариантное тождество на множестве произвольных числовых систем (арифметические операции в которых такие же, как и в системе натуральных чисел: в частности), позволяющее получить для каждого элемента $(0 \leq m < \infty)$ множества всех целых положительных чисел, включая нуль, всё бесчисленное множество (несчётное) представлений в произвольной комбинации из произвольных элементов различных числовых систем. Из свойств этого тождества вытекают суперлаконичные доказательства “Великой теоремы Ферма” и доказательство того, что, если $(A, B, C) = 1$, то в уравнении

$$A^x + B^y = C^z$$

только два из трёх показателей степени могут быть большими двух; приведён ещё один вариант решения гипотезы Била, и неординарный метод (алгоритм) нетривиального получения бесчисленного множества всех решений некоторых систем линейных уравнений.

§ 1

1.2. Получено следующие инвариантное тождество:

$$m = \frac{(x_1 + x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 + \cdots + (x_1 + x_{m+2})^2 + (x_2 + x_3)^2 + \cdots}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2}$$

$$\frac{\ldots + (x_2 + x_{m+2})^2 + \cdots + (x_{m+1} + x_{m+2})^2 - (x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2})^2}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2} \quad [\mathbf{1}]$$

Здесь,

$0 \leq m < \infty$- произвольные целые положительные числа, включая нуль;

x_i- произвольные элементы произвольных числовых систем, включая нуль;

$1 \leq i \leq m + 2$; - индексы

1. 2. Из $[\mathbf{1}]$

1.2.1. Количество двучленных скобок определяется формулой

$$K_m = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \quad [\mathbf{2}].$$

1.2.2. После раскрытия скобок и приведения подобных получим

$$m \equiv \frac{(m+1)(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2) - (x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2)}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{m+2}^2} [\mathbf{3}],$$

т.е. значение каждого "m" не зависит от значений элементов множеств, входящих в это инвариантное тождество.

1.2.3. В соответствии с **1.2.2.** можно принять в $[\mathbf{1}]$ из $m + 2$ различных x_i ,в частности, и

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_{m+1} = 0,$$

и

$$m \equiv \frac{(m+1)x_{m+2}^2 - x_{m+2}^2}{x_{m+2}^2} \quad [\mathbf{4}]$$

1.2.4. Тождество $[\mathbf{1}]$ уникально, поскольку в виде $[\mathbf{5}]$ с учётом **(1)**

$$m \neq \frac{\sum_{i=1,i<j}^{i=m+1,j=m+2}(x_i + x_j)^n - (x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2})^n}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} =$$

$$= \frac{(m+1)(x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n) - (x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n + A)}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} =$$

$$= m - \frac{A}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} \quad [\mathbf{5}]$$

для $n > 2 \;\; A \neq 0.$

1.2.4.1. Примеры

1)

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^5 + (x_1 + x_3)^5 + (x_2 + x_3)^5 - (x_1 + x_2 + x_3)^5}{x_1^5 + x_2^5 + x_3^5}$$

$$(x_1 + x_2)^5 + (x_1 + x_3)^5 + (x_2 + x_3)^5 =$$

$$\begin{gathered} = \cancel{a^5} + \cancel{5a^4b} + \cancel{10a^3b^2} + \cancel{10a^2b^3} + \cancel{5ab^4} + \cancel{b^5} + \\ + a^5 + \cancel{5a^4c} + \cancel{10a^3c^2} + \cancel{10a^2c^3} + \cancel{5ac^4} + \cancel{c^5} + \\ + b^5 + \cancel{5b^4c} + \cancel{10b^3c^2} + \cancel{10b^2c^3} + \cancel{5bc^4} + c^5 \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} (x_1 + x_2 + x_3)^5 = \\ \cancel{a^5} + \cancel{5a^4b} + \cancel{10a^3b^2} + \cancel{10a^2b^3} + \cancel{5ab^4} + \cancel{b^5} + \\ + \cancel{5a^4c} + 20a^3bc + 30a^2b^2c + 20ab^3c + \cancel{5b^4c} + \\ + \cancel{10a^3c^2} + 30a^2bc^2 + 30ab^2c^2 + \cancel{10b^3c^2} + \\ + \cancel{10a^2c^3} + 20abc^3 + \cancel{10b^2c^3} + \\ + \cancel{5ac^4} + \cancel{5bc^4} + \cancel{c^5} \end{gathered}$$

Таким образом,

$$m = 1 \neq \frac{2(a^5 + b^5 + c^5) - (a^5 + b^5 + c^5)}{a^5 + b^5 + c^5} -$$

$$- \frac{10abc[(a^2 + b^2 + c^2) + 3(ab + ac + bc)]A}{a^5 + b^5 + c^5} \neq 1 - \frac{A}{a^5 + b^5 + c^5}$$

и $A \neq 0 \quad (m + 1 = 2)$ Здесь, $a = x_1; b = x_2; c = x_3$

2)

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^3 + (x_1 + x_3)^3 + (x_2 + x_3)^3 - (x_1 + x_2 + x_3)^3}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3} =$$

$$= \frac{2(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3) - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 6x_1x_2x_3)}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3}$$

3)

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^4 + (x_1 + x_3)^4 + (x_2 + x_3)^4 - (x_1 + x_2 + x_3)^4}{x_1^4 + x_2^4 + x_3^4} =$$

$$= \frac{2(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4) - (x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + 12x_1x_2x_3(x_1 + x_2 + x_3)}{x_1^4 + x_2^4 + x_3^4}$$

и т.д., и т.п.

1.2.5. При использовании формул сокращенного умножения в целях упрощения проверки можно не выполнять в скобках предварительно операцию сложения.

1.2.6. Примеры инвариантности тождества $[\mathbf{1}]$:

$$1 = \frac{3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2}{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{3 + 4 + 5 - 6}{1 + 2 + 3} =$$
$$= \frac{7^2 + 8^2 + 11^2 - 13^2}{2^2 + 5^2 + 6^2} = \frac{7 + 8 + 11 - 13}{2 + 5 + 6}$$

и т.д., и т.п. до бесконечности.

1.4. Резюмируя изложенное в **§ 1**, отмечаем, что $[\mathbf{1}]$ является уникальным инвариантным тождеством на множествах произвольных числовых систем, позволяющим получить для каждого элемента $(0 \leq m < \infty)$ множества всех целых положительных чисел, включая нуль, всё бесчисленное (несчётное) множество представлений в произвольной комбинации из произвольных элементов различных числовых систем (т.е. значение каждого не зависит от значений элементов множеств, входящих в это инвариантное тождество).

1.5. Тождество $[\mathbf{1}]$ остаётся неизменным и в этом случае:

$$m \equiv \frac{(x_1 + x_2) + (x_1 + x_3) + \cdots + (x_1 + x_{m+2}) + \cdots}{x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2}}$$

$$\frac{\ldots + (x_{m+1} + x_{m+2}) - (x_1 + \cdots + x_{m+2})}{x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2}},$$

т.е. для $n = 1$

§ 2

2.1. Следствие **I**, вытекающие из тождества $[\mathbf{1}]$:
“Требуется доказать что уравнение

$$x^n + y^n = z^n$$

не имеет решений в целых положительных числах x, y, z, n
при $n > 2$.“

2.2. Доказательство

Имеем тождество

$$x^n + y^n \equiv z \quad [\mathbf{6}]$$

, где x, y, n -целые положительные числа

2.2.1. Пусть в $[\mathbf{1}]$

$$x_1 = x^n + y^n$$

, а

$$m = (x^n + y^n)^2.$$

Тогда, с учётом $[\mathbf{4}]$ и $[\mathbf{5}]$

$$m = (x^n + y^n)^2 \equiv$$

$$\equiv \frac{[(x^n + y^n)^2 + 1](x^n + y^n)^2 - (x^n + y^n)^2}{(x^n + y^n)^2} \ [\mathbf{7}]:$$

(в соответствии с $[\mathbf{5}]$ операция легитимна, поскольку верна и в развёрнутом виде).

2.2.2. "m" в $[\mathbf{1}]$ обязано быть целым положительным числом.
Поэтому, если

$$x^n + y^n = z_1^n$$

,то из $[\mathbf{6}]$

$$z_1 = \sqrt[n]{z} = z^{\frac{1}{n}} = (x^n + y^n)^{\frac{1}{n}},$$

А, значит, в $[\mathbf{7}]$

$$(x^n + y^n)^{\frac{2}{n}}$$

должно быть целым положительным числом. А это возможно только при $n = 1$ и $n = 2.$
При $n = 2$

$$x = (p^2 - q^2)t; y = 2pqt; z = (p^2 + q^2)t; (p, q = 1)$$

При $n = 1$ $\quad x + y = z.$
Доказательство завершено.

§ 3
Следствие II

3.1. Если в уравнении

$$A^{x>2} + B^{y>2} = C^{z=n>2} \ [\mathbf{8}],$$

где $(A, B, C) = 1 -$ взаимно-простые натуральные числа,
$x, y, z -$ в частности, различные натуральные числа, то проводя доказательство по аналогии с пунктом **2.2.**, получим, в конечном счёте,

$$C_1 = \sqrt[n]{C^{\frac{2}{n}}}$$

, которое обязательно должно быть натуральным числом, что возможно только при $n = 1$ и $n = 2$, т.е. при указанных выше условиях уравнение

$$A^{x>2} + B^{y>2} = C^{z=2} \ [\mathbf{9}]$$

разрешимо в натуральных числах, в частности, только при $z = 2$ (только два из трёх показателей степени могут быть больше двух).

Например,

$$3^5 + 10^2 = 7^3, 3^5 + 11^4 = 122^2, 15^3 + 7^4 = 76^2$$

3.2. Но не для взаимно-простых натуральных A, B, C в уравнении

$$[f_1(A, B, C)]^{x>z} + [f_2(A, B, C)]^{y>2} \equiv [f_3(A, B, C)]^{z>2},$$

что даёт бесчисленное множество решений при произвольных (в соответствии с $[\mathbf{12}]$) взаимно-простых (в частности) $(x, y, z) = 1$, каждое из которых больше двух.

3.2.1. Представим

$$A + B \equiv C,$$

где A, B произвольные натуральные числа, в виде

$$A^{\alpha x - pyz = 1} + B^{\beta y - qxz = 1} \equiv C^{\gamma z - mxy = 1} \ [\mathbf{10}]$$

Умножив $[\mathbf{10}]$ на

$$A^{pyz} B^{qxz} C^{mxy}$$

, получим

$$(A^{\alpha} B^{qz} C^{my})^x + (A^{pz} B^{\beta} C^{mx})^y \equiv$$

$$\equiv (A^{py} B^{qx} C^{\gamma})^z \ [\mathbf{11}].$$

Все значения параметров показателей степени $[\mathbf{11}]$ находятся из уравнений

$$\begin{gathered}\alpha x - pyz = 1\\ \beta y - qxz = 1 \quad [\mathbf{12}]\\ \gamma z - mxy = 1\end{gathered}$$

, где $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, p, q, m$ -соответствующие решениям уравнений $[\mathbf{12}]$ натуральные числа $(\mathbf{4})$.

3.2.1.1. Если $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, p_0, q_0, m_0$ какие-либо (или минимальные) решения уравнений целых положительных числах при фиксированных значениях x, y, z, то

$$\begin{gathered}\alpha = \alpha_0 + yzQ_1 \quad p = p_0 + xQ_1\\ \beta = \beta_0 + xzQ_2 \quad q = q_0 + yQ_2\\ \gamma = \gamma_0 + xyQ_3 \quad m = m_0 + zQ_3,\end{gathered}$$

Q_1, Q_2, Q_3 —произвольные натуральные (целые) числа, или нуль, и

$$\begin{gathered}(A^{\alpha_0 + yzQ_1} B^{q_0 z + yzQ_2} C^{m_0 y + yzQ_3})^x +\\ +(A^{p_0 z + xzQ_1} B^{\beta_0 + xzQ_2} C^{m_0 x + xzQ_3})^y =\\ = (A^{p_0 y + xyQ_1} B^{q_0 x + xyQ_2} C^{\gamma_0 + xyQ_3})^z.\end{gathered}$$

3.2.1.2. Если два из трёх показателей степени в $[\mathbf{12}]$ выбраны равными 2^u и 2^ϑ и $u > \vartheta$ или являются множителями этих показателей, то правые части соответствующих двух уравнений должны равняться $2^\vartheta (1 \leq \vartheta)$.

Пусть выбраны $x = 7; y = 2^3 \times 3; z = 2^2 \times 5$.

$$\begin{gathered}\alpha \times 7 - p \times 2^3 \times 3 \times 2^2 \times 5 = 1\\ \alpha = 343; p = 5\\ \beta \times 2^3 \times 3 - q \times 7 \times 2^2 \times 5 = 2^2\\ \beta = 6; q = 1\\ \gamma \times 2^2 \times 5 - m \times 7 \times 2^3 \times 3 = 2^2\\ \gamma = 17;\ \ m = 2\end{gathered}$$

$$(A^{343}B^{2^2\times5}C^{2\times2^3\times3})^7 + (A^{5\times2^2\times5}B^6C^{14})^{2^3\times3} =$$
$$= (A^{5\times2^3\times3}B^7C^{17})^{2^2\times5}$$

и

$$A^{2401-2400} + B^{144-140} \equiv C^{340-336},$$

$$A + B^4 \equiv C^4.$$

Вариант доказательства “Великой” теоремы Ферма

3.2.1.3. Если

$$A + B = C,$$

где A, C произвольные натуральные числа, то

$$A^{\alpha x - pyz=1} + B^{\beta y - qxz=1} \equiv C^{\gamma z - mxy=1}$$

Если же предположить, что

$$A_1^n + B_1^n = C_1^n \ \ [\mathbf{12_1}]$$

, где n произвольное натуральное число, то

$$[\left(A_1^{\alpha}B_1^{qz}C_1^{my}\right)^x]^n + [\left(A_1^{pz}B_1^{\beta}C_1^{mx}\right)^y]^n = [\left(A_1^{py}B_1^{qx}C_1^{\gamma}\right)^z]^n.$$

Таких решений в квадратных скобках в соответствии с $[\mathbf{12}]$ бесчисленное множество (счётное) для каждого целого положительного "n" ,а, значит, по Faltings, Gerd (1983). "Endlichkeitssätze für abelsche Varietäten über Zahlkörpern" [Finiteness theorems for abelian varieties over number fields]. Inventiones Mathematicae (in German) 73 (3): 349–366. doi:10.1007/BF01388432. MR 0718935. уравнение $[\mathbf{12_1}]$ решений в натуральных числах для $n > 2$ не имеет.

3.2.1.4.

Из $[\mathbf{12}]$**:**

1)

$$\alpha x + qzx + mxy = pzy + \beta y + mxy =$$
$$= pzy + qzx + \gamma z$$

2)

$$(\alpha x + qzx + mxy) + (pzy + \beta y + mxy) =$$
$$= 2(pzy + qzx + \gamma z).$$

3.2.2. Пусть

$$AP + BP \equiv CP \;\; [\mathbf{13}] \;\;\; (\mathbf{2})$$

при произвольных натуральных числах A и B ,где P -произвольное простое число. Тогда, с учётом $[\mathbf{11}]$

$$(P^{\alpha+qz+my}A^{\alpha}B^{qz}C^{my})^{x} + (P^{pz+\beta+mx}A^{pz}B^{\beta}C^{mx})^{y} \equiv$$
$$\equiv (P^{py+qx+\gamma}A^{py}B^{qx}C^{\gamma})^{z} \;\; [\mathbf{14}]$$

-ещё один вариант решения гипотезы Била $(\mathbf{2})$**:**

"Верно ли, что если

$$A^{x} + B^{y} = C^{z}$$

, где A, B, C, x, y, z -натуральные и $x, y, z > 2$, то A, B, C имеют общий простой делитель." ((Википедия. "Открытые математические проблемы", в частности, открытые (нерешённые) математические проблемы)).

Таким образом, произвольное равенство может быть преобразовано в тождество $[\mathbf{14}]$,для чего необходимо и достаточно чтобы

$$AP + BP \equiv CP.$$

Соавторами пункта 3.2. являются PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI и MICHAEL TINT.

Пример.

Пусть в [**14**] $A = 2; B = 3; C = 5; P = 7$

$$x = 4; y = 5; z = 7$$

Тогда,

$$\alpha \times 4 - p \times 5 \times 7 = 1$$
$$\alpha = 9; p = 1$$
$$\beta \times 5 - q \times 4 \times 7 = 1$$
$$\beta = 17; q = 3$$
$$\gamma \times 7 - m \times 4 \times 5 = 1$$
$$\gamma = 3; m = 1.$$

Отсюда,

$$(7^{35} \times 2^9 \times 3^{21} \times 5^5)^4 + (7^{28} \times 2^7 \times 3^{17} \times 5^4)^5 =$$
$$= (7^{20} \times 2^5 \times 3^{12} \times 5^3)^7.$$

Есть ряд и других вариантов в наших опубликованных работах, например,

$$(2^3 \times 13^3 \times 571)^2 + (3 \times 5 \times 7 \times 13^2)^3 = (13^2 \times 19)^4$$
$$(10035896)^2 + (17745)^3 = (3214)^4.$$

3.2.3. Если

$$ab + 1 = c^2,$$

где $ab + 1 = c^2$ -целые положительные числа, то

$$(A^{bc}2^b)^a + (A^{ac}2^a)^b \equiv (A^{ab}2^c)^c,$$

где A -произвольные натуральные числа.

$$(A^{20}2^5)^3 + (A^{12}2^3)^5 = (A^{15}2^4)^4$$
$$[A^{(c+1)c}2^{c+1}]^{c-1} + [A^{(c-1)c}2^{c-1}]^{c+1} \equiv \left(A^{c^2-1}2^c\right)^c.$$

$a = c - 1; b = c + 1$ -в частности.

Приложение к п. 3.2.1.4.

§ 4

Алгоритм нетривиального получения, как пример, бесчисленного множества всех значимых решений некоторых систем линейных уравнений.

4.1. Из п.**3.2.1.4.**

$$(\alpha + qz + my)x + (pz + \beta + mx)y =$$
$$= (py + qx + \gamma)2z \quad [\mathbf{15}].$$

4.1.1. Зафиксируем в $[\mathbf{15}]$ выбранные $x, y, z -$ будут считаться в $[\mathbf{15}]$ постоянными коэффициентами, например, в 3^x -членном уравнении, а коэффициенты в круглых скобках при x, y, z -будут считаться переменными. При этом $x, y, z, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, p_i, q_i, m_i -$ соответствующие известным решениям нижеследующих уравнений натуральные числа, которых бесчисленное множество $(i = 1,2,3,4, \dots)$.

$$\begin{cases} \alpha_i x - p_i yz = 1 \\ \beta_i y - q_i xz = 1 \\ \gamma_i z - m_i xy = 1 \end{cases} \quad [\mathbf{16}]$$

Отсюда,

$$\begin{cases} x[(\alpha_1 + q_1 z + m_1 y) = A_1] + y[(p_1 z + \beta_1 + m_1 x) = B_1] - \\ \qquad 2z[(p_1 y + q_1 x + \gamma_1) = C_1] = 0 \\ x[(\alpha_2 + q_2 z + m_2 y) = A_2] + y[(p_2 z + \beta_2 + m_2 x) = B_2] - \\ \qquad 2z[(p_2 y + q_2 x + \gamma_2) = C_2] = 0 \\ x[(\alpha_3 + q_3 z + m_3 y) = A_3] + y[(p_3 z + \beta_3 + m_3 x) = B_3] - \\ \qquad 2z[(p_3 y + q_3 x + \gamma_3) = C_3] = 0 \end{cases} \quad [\mathbf{17}]$$

4.1.1.1. Решим систему $[\mathbf{17}]$ вначале, например, классическим методом Крамера:

$$D = \begin{vmatrix} x & y & -2z \\ x & y & -2z \\ x & y & -2z \end{vmatrix} = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & y & -2z \\ 0 & y & -2z \\ 0 & y & -2z \end{vmatrix} = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} x & 0 & -2z \\ x & 0 & -2z \\ x & 0 & -2z \end{vmatrix} = 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} x & y & 0 \\ x & y & 0 \\ x & y & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Отсюда,

$$A_i' = \frac{0}{0};\ B_i' = \frac{0}{0};\ C_i' = 0(i = 1,2,3)$$

4.1.1.2. Решим систему $[\mathbf{17}]$ с помощью алгоритма $[\mathbf{16}]$: Выбираем $x = 4, y = 5, z = 7$

Тогда,

3)

$$\alpha_1 \times 4 - p_1 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_1 = 1;\ \alpha_1 = 9$$
$$\alpha_2 \times 4 - p_2 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_2 = 5;\ \alpha_2 = 44$$
$$\alpha_3 \times 4 - p_3 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_3 = 9;\ \alpha_3 = 79$$

4)

$$\beta_1 \times 5 - q_1 \times 4 \times 7 = 1$$
$$q_1 = 8;\ \beta_1 = 45$$
$$q_2 = 18;\ \beta_2 = 101$$
$$q_3 = 28;\ \beta_3 = 157$$

3)

$$\gamma_1 7 - m_1 \times 5 \times 4 = 1$$
$$m_1 = 1;\ \gamma_1 = 3$$
$$m_2 = 8;\ \gamma_2 = 23$$

$$m_3 = 22;\ \gamma_3 = 63$$

Отсюда,

$$A_1 = 9 + 8 \times 7 + 1 \times 5 = 70 = \frac{280}{4}$$
$$B_1 = 1 \times 7 + 45 + 1 \times 4 = 56 = \frac{280}{5}$$
$$C_1 = 1 \times 5 + 8 \times 4 + 3 = 40 = \frac{280}{7}$$
$$A_2 = 44 + 18 \times 7 + 8 \times 5 = 210 = \frac{840}{4}$$
$$B_2 = 5 \times 7 + 101 + 8 \times 4 = 168 = \frac{840}{5}$$
$$C_2 = 5 \times 5 + 18 \times 4 + 23 = 120 = \frac{840}{7}$$
$$A_3 = 79 + 28 \times 7 + 22 \times 5 = 385 = \frac{1540}{4}$$
$$B_3 = 9 \times 7 + 157 + 22 \times 4 = 308 = \frac{1540}{5}$$
$$C_3 = 9 \times 5 + 28 \times 4 + 63 = 220 = \frac{1540}{7}$$

и

$$\begin{cases} 4 \times 70 + 5 \times 56 - 2 \times 7 \times 40 = 0 \\ 4 \times 210 + 5 \times 168 - 2 \times 7 \times 120 = 0 \\ 4 \times 385 + 5 \times 308 - 2 \times 7 \times 220 = 0 \end{cases}$$

Такого типа решений может быть бесконечное множество. Таким образом, неопределённость в классическом варианте приводит в нашем случае к неординарному и нетривиальному случаю (алгоритму) получения бесчисленного множества всех значимых решений некоторых систем линейных уравнений, включая и $"K"$ -членные $(k > 3)$ при использовании алгоритма того же типа, но с большим числом параметров и соответственно уравнений. Продолжение **п.4.1.1.2.:**

$$\alpha_4 \times 4 - p_4 \times 5 \times 7 = 1$$
$$p_4 = 13;\ \alpha_4 = 114$$
$$\beta_4 \times 5 - q_4 \times 4 \times 7 = 1$$

$$q_4 = 38;\ \beta_4 = 213$$
$$\gamma_4 \times 7 - m_4 \times 7 \times 5 = 1$$
$$m_4 = 43, \gamma_4 = 123$$
$$A_4 = 595;\ B_4 = 476;\ C_4 = 340$$
$$4 \times 595 + 5 \times 476 - 2 \times 7 \times 340 = 0$$

и т.д., и т.п.

Литература:

6. И.Н. Бронштейн, К.А.Семендяев, “Справочник по математике”, Москва “Наука”, Главная редакция физико-математической летературы, 1986. стр 135
7. Bulletin of Mathematical Sciences & Applications ISSN: 2278-9634 Vol. 2 No. 3 (2013), pp. 61-64 “Proof of Beal's Conjecture”, PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI, REUVEN TINT; http://www.scipress.com/
8. M. Кац, С. Улам “ Математика и логика. Ретроспектива и перспективы” "Издательство “Мир” Москва, 1971
9. Bulletin of Mathematical Sciences & Applications ISSN: 2278-9634 Vol. 2 No. 3 (2013), pp. 05-15 "THE REPRODUCTIVE SOLUTION FOR FERMAT’S LAST THEOREM (Elementary Aspect)”, PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI, REUVEN TINT, MICHAEL TINT; http://www.scipress.com/
10. Bulletin of Society for Mathematical Services and Standards ISSN: 2277-8020 Vol. 2 No. 4 (2013), pp. 01-20
“О методах решений уравнений $A^x + B^y = C^z$ во взаимно-простых A, B, C где $x \geq 2, y \geq 2, z \geq 2$ … …. “
PROF. DR. K. RAJA RAMA GANDHI, REUVEN TINT, MICHAEL TINT, http://www.scipress.com/