Xavier Terri Castañé

Extracto de la Teoría Conectada

TRACTATUS PHYSICO-PHILOSOPHICUS

Parte I: **Tiempo, verdad y movimiento**

Parte II: **La Teoría Conectada**

Xavier Terri Castañé

Autor: Xavier Terri Castañé
Editora: Alicia Pardo Mateo
ISBN, papel: 978-84-612-7587-8
ISBN, e-book: 978-84-612-7588-5
Depósito Legal: PM 2429-2008
Printed in Spain – Impreso en España por
Bubok ediciones

A mi hermano, siempre joven

La presente obra agradece a Alicia Pardo Mateo ver la luz.

Se reiteran aún las reiterativas historias: la física de hoy en día –la del ya pasado milenio– defiende todavía dos teorías: *relatividad* y cuántica. Pero a lo sumo tan sólo una es verdad, pues entre sí hacen aporía, … etcétera, etc... ¡Tan prestas las llamas aguardan! Mas discordia tan odiosa jamás arruinará una armoniosa concordia.

Xavier Terri
siglo XXI

SUMARIO

PREFACIO

EL FIN DEL ESPACIO-TIEMPO ROTO

Cualquier teoría tetradimensional de la gravedad que sea una generalización consistente de la ***relatividad especial*** *y que no admita observadores privilegiados, predirá velocidades superiores a la de la velocidad local de la luz en el vacío. En el presente prefacio se refuta la* ***relatividad general*** *de Einstein, incapaz de cumplir este requisito, a la vez que se anuncia una nueva generalización alternativa, la teoría conectada, que elimina los agujeros negros. Emerge una luz diferente donde reinaba la obscuridad absoluta.*

La generalización oficial de la relatividad especial: la relatividad general

Nuestra visión actual del cosmos depende de dos teorías: la mecánica cuántica, que construye todo un microcosmos, y la relatividad general, que es supuestamente válida para describir el macrocosmos. Esta última fue producto del urgente imperativo histórico de generalizar la relatividad especial, teoría presentada en 1905 como una alternativa a las teorías newtonianas pero que, a diferencia de éstas, tenía el grave defecto de ser incapaz de describir la interacción gravitatoria. Sólo era aplicable para unos sistemas de referencia u observadores muy especiales, a los que hoy en día aún se les califica como 'inerciales' y cuya correspondiente métrica del espacio-tiempo queda caracterizada por una métrica tetradimensional "plana" o de Minkowski.

Según la relatividad general, las fuentes gravitatorias curvan el espacio-tiempo. La métrica deja de ser la de Minkowski –de un modo que queda determinado por las ecuaciones de campo o *ecuaciones de Einstein*– y los graves no hacen sino seguir el camino más corto en este espacio-tiempo curvado –las ecuaciones de movimiento, o geodésicas, son las que determinan dicho camino–. Con esta descripción tetradimensional de la gravedad se consiguen predecir no sólo los hechos que ya se conocían, los que ya predecían las teorías de Newton, sino que además parecen quedar explicadas tres “anomalías” o predicciones que escapaban a la comprensión de las teorías newtonianas: el *redshift* gravitatorio, el avance residual del perihelio de mercurio y la deflexión de los rayos lumínicos que inciden tangencialmente sobre el borde del disco solar. Tales anomalías, corroboradas experimentalmente, exigen un elevado nivel de precisión a cualquier nueva teoría. Constituyen una dura prueba, conocida como *los tres test clásicos,* que cualquier buena teoría de la gravedad debe ser capaz de superar. Se suele afirmar que la relatividad general la ha superado con éxito, pero en el presente prefacio se explicará que: **1)** no es cierto que consiga predecir de un modo coherente el *redshift* gravitatorio, a consecuencia de ello da lugar a todo tipo de contradicciones, y singularidades, horizontes de sucesos y agujeros negros, puntos donde el espacio-tiempo se rompe (puntos donde la métrica de Schwarzschild presenta un cero o un infinito matemáticos) **2)** la relatividad general es una teoría contradictoria con la tesis de que no existen observadores privilegiados, y **3)** existe una alternativa a la relatividad general que supera con verdadero éxito y sin singularidades los tres test clásicos, carece de las contradicciones de la relatividad general, es la única generalización tetradimensional coherente de la relatividad especial al efecto de hacerla compatible con la gravedad y da lugar a nuevas predicciones: la teoría de los sistemas de referencia conectados al medio gravitatorio, o simplemente, *teoría conectada.*

Einstein, ante el imperativo histórico de generalizar la relatividad especial, tan sólo aplicable en sistemas inerciales y en ausencia de gravedad, intentó hallar un puente que conectara el campo gravitatorio con el concepto de observador inercial. Dicho puente conceptual es el denominado *principio de equivalencia.* Establece lo siguiente: “un observador en caída libre gravitatoria es localmente inercial”. Lo cual parece significar que tan sólo para un tal observador la métrica de su espacio-tiempo será, en un entorno espacio-temporal infinitesimal (localmente), una métrica plana o de Minkowski, precisamente la que postulaba la relatividad especial para sus observadores inerciales. El principio de equivalencia establece, de este modo, una relación entre el fenómeno gravitatorio, simbolizado por el observador en caída libre gravitatoria, y la relatividad especial, cuyo dominio de aplicabilidad, aunque muy restringido, parece quedar asegurado al decretarse la existencia de observadores localmente inerciales. A través de este puente Einstein pretendió generalizar la relatividad especial. Presentó unos diez años después de ésta su teoría de la gravedad: la relatividad general, inspirada en el principio de equivalencia y, como su propio nombre quiere dar a entender, supuestamente válida –invariante– para todos los posibles observadores de la naturaleza (que una teoría sea aplicable para todo sistema de coordenadas matemático es un mérito inherente a los instrumentos de cálculo matemático –cálculo tensorial– de los que se sirve. Pero no significa, necesariamente, que sea acorde con la invariancia de las leyes físicas para todos los observadores posibles de la naturaleza). Pero, ¿cuál es el significado exacto del concepto ‘inercial’ que aparece en el predicado del principio de equivalencia? ¿No resulta extraño que una teoría que ambiciona superar la relatividad especial, teoría que a su vez ya superó las teorías de Newton, se sustente sobre un concepto que debe su origen a unas teorías ya obsoletas? ¿Es la relatividad general fruto de la precipitación y de las urgencias históricas?

La dicotomía inercial-no inercial

La vieja segunda ley de Newton, que es la ecuación fundamental de la dinámica clásica y establece una relación entre la fuerza y la aceleración tridimensionales, no es más que una simple generalización del principio de inercia clásico. A partir de ella se deduce que un cuerpo tridimensionalmente libre (que la fuerza neta que sobre él actúa es nula) permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Pero esto tan sólo ocurre cuando es observado desde un "privilegiado" sistema de referencia inercial. Para intentar explicar las aceleraciones que de hecho a veces presentan los cuerpos tridimensionalmente libres, la mecánica newtoniana se ve obligada a introducir el concepto opuesto: el de observador no-inercial. Según tales tipos de observadores existirían unas fuerzas específicas, que se denominan ficticias, aparentes o de inercia, a las que se harían las responsables de causar las aceleraciones de los cuerpos tridimensionalmente libres (los que no parecen presentar ninguna interacción "real" con su medio ambiente). A base de añadir fuerzas "ficticias" en la segunda ley de Newton –que por tanto deja de ser una ecuación invariante– es como se pretenden justificar las aceleraciones de los cuerpos tridimensionalmente libres. Sucintamente, aceptar las ideas newtonianas supone aceptar, pues, la existencia de una dicotomía dentro de la clase de todos los observadores posibles de la naturaleza: la dicotomía inercial-no inercial. Es en esta dicotomía en donde se encuentra el origen histórico del concepto 'inercial' en el que se apoya el principio de equivalencia. Paradójicamente es a este viejo concepto absoluto al que se convierte en la pieza clave a la hora de generalizar la relatividad especial al objeto de conseguir una teoría que sea aplicable para cualquier observador posible.

Hay que generalizar la relatividad especial. Hay que construir, en efecto, una nueva teoría de la gravedad que sea consistente con la invariancia universal de las leyes físicas, que sea también aplicable para aquellos observadores que a causa de la gravedad dejan de ser inerciales. Pero no parece muy sensato que esta nueva teoría tenga que edificarse sobre un principio, el principio de equivalencia, al que lo único que se le ocurre es restablecer la existencia de los "privilegiados" observadores inerciales incluso en presencia de la gravedad. La relatividad general es, sin duda, aplicable para todo sistema de coordenadas matemático (gracias al cálculo tensorial), pero viola la invariancia universal de las leyes físicas. Viola la igualdad de todos los posibles observadores de la naturaleza desde el momento en el que resucita "localmente", a través del principio de equivalencia en el que se sustenta, la dicotomía inercial-no inercial. Nada habríamos progresado si una vez refutado el absolutismo de las teorías de Newton, lo hacemos resucitar de nuevo decretando la existencia de observadores absolutos. Nada habríamos progresado si una vez apartada la tierra de su lugar privilegiado en el "centro del universo", convertimos después al sol en el nuevo centro. (De hecho la relatividad general es incluso contradictoria consigo misma, con su principio de equivalencia y con sus geodésicas, pues no es difícil demostrar que, para un observador estacionario relativista, la aceleración –la derivada segunda de la coordenada radial con respecto al "tiempo coordenado"– de un grave depende de su velocidad. Luego ni tan siquiera para la propia relatividad sería cierto que un observador en caída libre –"inercial"– anule localmente el campo gravitatorio: en rigor, cuerpos con distintas velocidades presentarán distintas aceleraciones.)

El principio de conexión

La generalización correcta de la relatividad especial deberá ser consistente con el *principio de conexión al medio gravitatorio,* que resumiré en los siguientes enunciados: Toda dicotomía de los observadores posibles de la naturaleza según los conceptos de lo inercial y lo no-inercial es ilusoria: Todas las leyes de la física son las mismas –invariantes– para todos los observadores posibles de la naturaleza: Todos los observadores posibles de la naturaleza son no inerciales –conectados al medio gravitatorio– y equivalentes entre sí. Los sistemas inerciales no existen. El principio de conexión elimina la existencia de cualquier referencial privilegiado o absoluto, y si partimos de la premisa de que la relatividad especial es una teoría válida en ausencia de gravedad, entonces da lugar al siguiente corolario: para todo posible observador, con total independencia de si presenta un movimiento de caída libre con respecto a tal o cual fuente, su métrica es exactamente plana o de Minkowski en el preciso punto –y sólo en este punto o en puntos que estén situados a un mismo potencial gravitatorio– en el que él se pueda encontrar; que es precisamente la métrica que postulaba la relatividad especial. Se elimina así cualquier tipo de privilegio entre los observadores posibles de la naturaleza a la vez que se establecen las bases sobre las que se deberá construir una generalización coherente de la relatividad especial, que sea válida para aportar una descripción sin fisuras de la gravedad.

'Observador conectado al medio gravitatorio' hace referencia a un observador no inercial que dispone de una métrica tetradimensional –una *métrica conectada*– cuyos elementos de matriz contienen variables características del fenómeno gravitatorio, tales como las masas y las distancias con respecto a las fuentes de cada punto del espacio-tiempo que se quiera considerar. Asimismo también contendrán información con respecto al punto en concreto en el que el mismo observador se pueda encontrar. Pues es precisamente en dicho punto donde la métrica conectada se reducirá exactamente –luego también "localmente"– a una métrica de Minkowski. Todo observador, y no sólo los "privilegiados" observadores del principio de equivalencia, tiene derecho a considerarse "plano". (Cualquier miembro de un grupo de montañistas tiene idéntico derecho a considerar, con independencia de cuál pueda ser su particular estado de movimiento y por muy curvada que pueda ser la superficie de la montaña, que precisamente en el punto en el que ahora él se pueda encontrar la superficie es localmente plana.) Por otro lado, nótese que sería impropio continuar calificando como 'inerciales' a unos observadores cuya correspondiente métrica conectada nunca coincide, excepto en el preciso punto en el que el observador se pueda encontrar o en puntos que estén situados a un mismo potencial, con la de Minkowski. Además, por el origen histórico de su significado arriba expuesto, el calificativo 'inercial' no es el adecuado si lo que queremos es proclamar la igualdad de todos los observadores posibles de la naturaleza, es decir, la invariancia universal de las leyes físicas.

La relatividad general, construida sobre su principio de equivalencia –que resucita la vieja dicotomía inercial-no inercial y que aún cree en observadores privilegiados–, queda refutada por su manifiesta incompatibilidad con el principio de conexión. Queda refutada, pues, la descripción del movimiento de los graves mediante las geodésicas en un espacio-tiempo curvado por las ecuaciones de Einstein. Tal descripción es incompatible con la verdadera invariancia universal de las leyes físicas y con la igualdad de todos los observadores posibles de la naturaleza. Y que nadie piense que todo lo que hasta aquí se ha tratado ha consistido en un mero "juego conceptista", sin incidencia real alguna sobre las ecuaciones. Por poco que el lector esté familiarizado con las ecuaciones de la relatividad general, sin duda se dará cuenta que las ecuaciones de Einstein, por citar sólo un ejemplo, son incapaces de generar una métrica que sea "localmente" plana para un observador estacionario situado a una distancia finita de la fuente (la métrica de Schwarzschild sólo es plana en el infinito); luego no son capaces de satisfacer las exigencias del principio de conexión, según el cual dicho observador tiene todo el derecho a considerar que en el preciso punto en el que él se pueda encontrar la métrica es plana, con total independencia de que presente o no un movimiento de caída libre con respecto a dicha fuente. No se trata, insisto, de un mero juego de conceptos, sino que son las mismas ecuaciones de la relatividad general las que se manifiestan absolutamente incompatibles con el inviolable principio de conexión. ¡Queden refutadas! ¿Cómo construir una generalización coherente de la relatividad especial que consiga, superando los tres test clásicos, describir la gravedad a la vez que sea consistente con el principio de conexión?

La generalización simultánea de la relatividad especial y de las leyes de Newton: la teoría conectada

Una teoría consta básicamente de dos ecuaciones: las ecuaciones de movimiento y las ecuaciones de campo. Vayamos a por las primeras. Descartadas las geodésicas gravitatorias relativistas, la teoría conectada parte de una ecuación fundamental para el movimiento que la supone aplicable para cualquier interacción. Tal ecuación no es más que una extensión matemática tetradimensional de la segunda ley de Newton. Se podría decir muy sintéticamente que no es otra cosa que "fuerza igual a masa por aceleración" pero formulada en el seno de un espacio-tiempo de cuatro dimensiones, una temporal y tres espaciales. La nueva ecuación fundamental representa un postulado básico de la teoría conectada, y una vez que han sido refutadas las geodésicas gravitatorias de la relatividad, el más razonable y simple (se puede demostrar, además, que este supone el único camino que habrá de conducirnos a que se conserve constante, para una partícula en caída gravitatoria en un campo estacionario, la componente temporal contravariante del tetraimpulso). En virtud de su formulación tensorial es aplicable en cualquier sistema de coordenadas. A partir de la ecuación fundamental de la dinámica conectada se deduce el *principio de inercia generalizado,* cuyo enunciado es el siguiente: una partícula tetradimensionalmente libre (que la tetrafuerza neta que actúa sobre ella es nula) se mueve a lo largo de geodésicas del espacio-tiempo. Por tanto, como la solución de las ecuaciones geodésicas depende de la métrica, esto es equivalente a decir que: una partícula tetradimensionalmente libre permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme (métrica de Minkowski), o puede estar incluso acelerada (otros tipos de métrica). No está restringida, pues, a moverse según los dictados del principio de inercia clásico. Se la permite estar acelerada. Luego ya no es necesario inventar "tetrafuerzas ficticias" con las que justificar las posibles aceleraciones (se puede demostrar que éstas dependerán de las derivadas de las componentes de la métrica respecto a las coordenadas) que puedan presentar las partículas tetradimensionalmente libres. Ya no es necesario hipostasiar una dicotomía de los referenciales de la naturaleza según los conceptos de lo inercial y lo no-inercial. El nuevo principio de inercia generalizado es el que permite eliminar dicha dicotomía, y es, por supuesto, consistente con el principio de conexión. Pero sólo hace referencia a las partículas tetradimensionalmente libres.

Una partícula que gravita no es una partícula tetradimensionalmente libre. No se mueve a lo largo de geodésicas del espacio-tiempo. No existen "geodésicas gravitatorias". Para la teoría conectada si una partícula gravita es porque está sometida a la acción de una tetrafuerza gravitatoria. Y resulta que dicha tetrafuerza viene descrita a través de una ley que está escrita en función de un *potencial gravitatorio conectado,* representado por un tensor simétrico de segundo orden no coincidente con la métrica (en caso contrario sería imposible construir una teoría cuyas ecuaciones fuesen acordes con una conceptualización *absolutamente relativa* sobre el movimiento). Sustituyendo la ley de tetrafuerza gravitatoria –se puede demostrar que es la única ley posible que cumple determinadas condiciones inalienables– en la ecuación fundamental de la dinámica conectada, se obtienen las ecuaciones de movimiento en un campo gravitatorio. En resumen, se podría decir que la teoría conectada defiende una extensión tetradimensional de las leyes de Newton al efecto de conseguir una nueva formulación que sea verdaderamente consistente con la invariancia universal de las leyes físicas, es decir, que elimine, ya despojada de la dicotomía inercial-no inercial, la existencia de observadores privilegiados o absolutos. Desaparecen los sistemas inerciales de Newton. Desaparecen los sistemas inerciales gravitatorios de Einstein. El sol se mueve…

Basta exigir que para campos gravitatorios relativamente débiles las ecuaciones de movimiento conectadas se reduzcan aproximadamente a sus homónimas newtonianas para obtener, sin ni tan siquiera haber postulado aún unas ecuaciones de campo, unos resultados que superan sin el menor problema los famosos tres test clásicos. Con posterioridad, las ecuaciones de campo conectadas se postulan para que sean coherentes con toda la concepción sobre el movimiento que aquí, sucintamente, se ha explicado. Deben también ser consistentes, por supuesto, con el principio de conexión. Y es gracias a ellas por lo que es posible conocer las expresiones matemáticas exactas de todas las fórmulas de la teoría conectada de la gravedad. En particular, para un observador estacionario (que por tanto no está en caída libre) permiten deducir una métrica conectada –cuyo elemento de matriz temporal es aproximadamente el inverso matemático del que aparece en la métrica de Schwarzschild– que es plana precisamente en el punto en el que pueda estar situado tal observador. En fin, las ecuaciones de movimiento junto con las ecuaciones de campo resuelven de un modo exacto, sirviéndose de una métrica cuyo espacio-tiempo no se rompe, no predice la existencia teórica de agujeros negros, cualquier fenomenología relacionada con la gravedad. Entrambas ecuaciones constituyen la única generalización tetradimensional coherente de la relatividad especial –a la cual se la considera válida en ausencia de gravedad (para observadores que conserven entre sí una velocidad constante)– que es consistente con el principio de conexión, y aportan, aparte de una verdadera explicación de los mencionados tres test clásicos, otras nuevas predicciones.

Redshift y blueshift gravitatorios

Tanto la relatividad general como la teoría conectada usan, para deducir el famoso *redshift* gravitatorio, la conocida fórmula cuántica de Planck, fórmula externa a ambas teorías y según la cual la energía de un fotón es proporcional a su frecuencia. Tanto para una teoría como para la otra la energía de un fotón se conserva constante a lo largo de su trayectoria. Sin embargo, existe una diferencia fundamental entre ambas. Según la relatividad general la frecuencia del fotón va disminuyendo a medida que se aleja de la fuente en la dirección radial (es así como la relatividad cree "entender" el *redshift.* Obviamente la relatividad general no puede afirmar sin contradecirse que, para un observador estacionario, la frecuencia de un fotón se mantiene constante a lo largo de su trayectoria. Para ello es imprescindible que se conserve también constante la componente temporal contravariante de la tetravelocidad, que en la presente situación nos da la relación entre el tiempo registrado por un reloj estacionario y el tiempo registrado por un reloj en caída libre, como es el caso del antedicho fotón. Dicha componente contravariante compara, pues, las frecuencias respectivas a las que funcionan tales relojes. Desafortunadamente, según las geodésicas gravitatorias de la relatividad, no se mantiene constante la componente contravariante de la tetravelocidad, sino la covariante. Luego, la relatividad general no está legitimada para asegurar sin contradecirse que, para un observador estacionario, la frecuencia del fotón se mantiene constante a lo largo de su trayectoria. En realidad, por ser una teoría contradictoria, es imposible obtener interpretación coherente alguna del *redshift* en el marco teórico de la insostenible relatividad general. Pero no quiero ser, es obvio, el abogado del diablo. Dado que la relatividad general es una teoría contradictoria, para bien comprender el significado de todas mis explicaciones el lector deberá ser capaz de alcanzar la suficiente distancia intelectual; deberá ser capaz, por así decirlo, de elevarse y "pasar por encima" de tales explicaciones.), mientras que, según la teoría conectada, la frecuencia se mantiene también constante cuando es medida por un observador estacionario. Diferentes observadores estacionarios –situados a diferentes distancias con relación a la fuente– asignan diferentes frecuencias para un mismo fotón, que resultan ser menores cuanto más alejados se encuentran éstos de la fuente (es así como la teoría conectada entiende el *redshift)*, pero para cada observador en concreto la frecuencia particular que él mide, aun siendo distinta a la que miden los otros observadores, es una magnitud que se conserva constante a lo largo de la trayectoria del fotón. No hay incompatibilidad alguna, por tanto, con la fórmula de Planck: la energía, que se conserva constante a lo largo de la trayectoria, es proporcional a la frecuencia, que también se conserva constante. En cambio, la relatividad, al asegurar que la frecuencia va variando mientras que la energía se conserva constante, es contradictoria con dicha fórmula, de la cual, no obstante, hace ilegítimo uso: no puede asignar coherentemente una energía que sea constante si a ésta la considera proporcional a una frecuencia variable. La relatividad general no está legitimada para usar la fórmula cuántica de Planck. Para poder aplicarla de un modo coherente debería "adaptarla" antes a sus esquemas, pero entonces no es difícil demostrar, adaptándonos a unos extrañísimos modos de "razonar", que según la falaz relatividad general un fotón mostraría *"blueshift"* cuando lo que en realidad le correspondería mostrar es *redshift.* Y lo que el *redshift* demuestra empíricamente es que los relojes estacionarios –por ejemplo, un conjunto de osciladores que se han dispuesto para que vibren transversalmente al paso de un rayo de luz que se propaga en la dirección radial– andan más despacio cuanto mayor es su distancia a la fuente. No lo contrario. No es cierto, como ha quedado patente, que la relatividad general sea capaz de predecir coherentemente el *redshift* gravitatorio. Sólo lo predice la teoría conectada. La relatividad general es incapaz de superar los tres test clásicos. (La causa esencial de este grave error de la relatividad radica en que a través de su métrica, la métrica de Schwarzschild, define el tiempo de un modo inverso a como lo hace la teoría conectada. Además, según las desafortunadas geodésicas gravitatorias relativistas se conserva constante la componente temporal covariante de tetraimpulso –que la relaciona con la energía constante–, mientras que según las ecuaciones de movimiento de la teoría conectada la que se conserva constante es la componente temporal contravariante del tetraimpulso –que es a la que verdaderamente hay que relacionar con la energía constante–. Todo este cúmulo de despropósitos y dislates relativistas son "coherentes" con la métrica de Schwarzschild, que constituye la más pésima definición de tiempo de toda la historia del pensamiento: se rompe y da lugar a la predicción teórica de horizontes de sucesos y de agujeros negros.) El tiempo gira…

Un fotón presenta *redshift* cuando alcanza un punto que está situado a una distancia mayor a la fuente que la del punto desde el cual ha sido emitido. Simétricamente, si se atiende a la teoría conectada, un fotón que alcanza un punto que está situado a una distancia menor a la fuente que la del punto desde el cual ha sido emitido, presentará *blueshift* gravitatorio. (Un fotón, para ser observado, necesita alcanzar al observador.) El desplazamiento de las rayas espectrales de la luz dependerá, por consiguiente, tanto del punto desde el que la luz es emitida como del punto en el que es recibida por el observador. Este comportamiento simétrico del punto de emisión y del punto de recepción del fotón es una consecuencia natural de la teoría conectada, que, al ser consistente con el principio de conexión, no admite observadores privilegiados; no admite puntos del espacio-tiempo que tengan algún protagonismo especial en el desarrollo de los procesos físicos. Además, ya que la teoría conectada demuestra que los agujeros negros no existen, podemos suponer la existencia de fuentes gravitatorias tan densas como seamos capaces de imaginarnos (una fuente esférica de un radio determinado puede contener una cantidad inimaginable de materia sin que por ello se convierta en un agujero negro: la luz siempre se propagará a lo largo de su dirección radial a su velocidad constante característica). Cosa que implica que tanto el *redshift* como el *blueshift* pueden alcanzar unos valores extremos. Por ejemplo, un fotón emitido en la superficie de una estrella de densidad infinita –obviamente se trata también de un valor extremo– tendría una frecuencia nula cuando alcanzara a un observador estacionario situado a una mayor distancia que la del punto de emisión; y a la inversa, un fotón que alcanzara la superficie de tal estrella tendría una frecuencia infinita si ha sido emitido a una distancia superior a la del punto de observación; es decir, a la del punto de recepción del fotón. Por todo ello, un observador que habitara en una región del universo donde la intensidad de la gravedad fuese más intensa que la de la intensidad desde donde son emitidos todos los fotones que le alcanzan, vería desplazados sus correspondientes espectros lumínicos hacia el color azul (también es válida la proposición recíproca. Entiendo lo azul como lo opuesto de lo rojo). Para tal observador, las galaxias, aun suponiéndolas estacionarias, presentarían un "corrimiento hacia el azul". La teoría conectada aporta una alternativa plausible, en acuerdo a dicha proposición recíproca, a la interpetación oficial según la cual el *redshift* de las galaxias sólo puede ser interpretado, casi de un modo apodíctico, como una prueba empírica de la expansión del universo.

Velocidades superiores a la constante c

Otra conclusión inexorable de la teoría conectada es la predicción de velocidades superiores a las de la velocidad simbolizada por la conocida constante c. Cualquier teoría de la gravedad que sea una generalización coherente de la relatividad especial y que sea consistente con el principio de conexión, es decir, que no admita observadores privilegiados, predirá velocidades superiores a c. Así de simple. Toda teoría que pretenda generalizar sin contradicciones la relatividad especial pero que no admita esta conclusión es, de hecho, una teoría contradictoria y que cree en la existencia de observadores privilegiados; los observadores localmente inerciales del principio de equivalencia, por ejemplo. Nunca creo en rígidos dogmas; creo, y no es sólo tautología, en la verdad que *creo*. Según la relatividad especial, la constante c representa la velocidad de la luz en el vacío. Es un dogma que se deduce de la métrica de Minkowski. Pero si atendemos al principio de conexión, cualquier observador tiene derecho a considerar que en el preciso punto –y sólo en este punto o en puntos que estén situados a un mismo potencial– en el que él pueda estar situado su métrica, a pesar de ser un observador no inercial o conectado al medio gravitatorio, coincide con la de Minkowski, que es la métrica que la relatividad especial atribuía a sus observadores inerciales y a través de la cual se deduce la constancia de c. Así pues, para cualquier teoría de la gravedad que generalice la relatividad especial y que sea consistente con el principio de conexión, dicha constante tan sólo podrá representar la velocidad local de la luz, esto es, la velocidad en el mismo punto en el que se encuentra ubicado el observador, que, como se acaba de decir, es el preciso punto en el que según ése la métrica se reduce a una métrica relativista plana o de Minkowski. La constante c representa sólo la velocidad local de la luz en el vacío, la "velocidad lumínica de Minkowski". Pero hay que insistir en que para cualquier observador posible la métrica tan sólo será plana en el preciso lugar en el que él pueda estar situado (o en puntos situados a un mismo potencial). En general, en los restantes puntos del medio gravitatorio la métrica, por estar conectada al medio, será una métrica no inercial que dependerá de ciertas variables relacionadas con el fenómeno gravitatorio, masas y correspondientes distancias de cada punto con respecto a las fuentes. Por todo ello, si no se admiten observadores privilegiados a la vez que se asegura que para cualquier observador su métrica tan sólo es plana en el preciso punto en el que él se pueda encontrar, se deduce que en los restantes puntos, que pueden estar a un potencial gravitatorio inferior o superior al del potencial en el que se encuentra el observador, la métrica aparecerá modificada por la gravedad. Será una métrica conectada al medio que no coincidirá con la de Minkowski. Luego la velocidad de la luz que se deducirá de tal métrica será distinta, superior o inferior, a la simbolizada por la constante c.

Imaginemos un reloj fotónico que ha sido construido disponiendo dos pequeños espejos paralelamente uno frente al otro, separados entre sí por una pequeña distancia. Entre ellos se propaga un fotón que va reflejándose sucesivamente sobre sus respectivas superficies. El tiempo quedará registrado mediante un contador del número de reflexiones que se producen sobre cada espejo. El registro temporal, el número de "rebotes", dependerá, está claro, de la velocidad real de propagación de la luz (la velocidad real de propagación del fotón) entre ambos espejos, a mayor velocidad el reloj marchará más deprisa. Para cualquier observador estacionario local, en acuerdo con el principio de conexión y por quedar reducida su métrica a una métrica de Minkowski cualquiera que sea el preciso punto en el que el observador pueda estar situado, tal velocidad coincidirá con la representada por la constante c. Ahora bien, sabemos que el *redshift* gravitatorio es una prueba empírica que demuestra que el tiempo transcurre a distintos ritmos en diferentes puntos, en diferentes potenciales, del medio gravitatorio (por esto, en general, hay que considerar que la métrica es no inercial o que está conectada al medio. Además, si no queremos contradecir la experiencia, deberemos ser capaces de reconocer que lo que el *redshift* nos demuestra –así como el *blueshift*– es que los relojes estacionarios andan más despacio cuanto mayor es su distancia a la fuente. Nunca lo contrario). Relojes idénticos ubicados en diferentes posiciones registrarán un tiempo distinto al registrado por un reloj estacionario local –que está situado en el mismo lugar que el observador–, cuyo lumínico mecanismo, por así decirlo, está caracterizado por la constante c. (Supongo que todos los relojes se disponen de tal modo que la separación entre sus dos espejos se mantiene invariante. Para ello bastará procurar, si el campo es simétricamente esférico, que la propagación del fotón tenga lugar en una dirección transversal a la dirección radial, pues no es difícil demostrar que el "espacio transversal" permanece invariante en un campo con simetría esférica.) Pueden existir relojes, de idéntica construcción, que estén situados a un potencial gravitatorio menor o mayor que el del potencial en el que se encuentra dicho reloj local, y que por tanto, marcharán más rápido o más despacio. En particular, si un reloj puede marchar más deprisa que el reloj local significa que su lumínico mecanismo funciona, comparativamente, a una mayor velocidad. También es cierta la proposición recíproca. Luego existen velocidades lumínicas superiores o inferiores a c. Luego existen velocidades superiores a c (sin embargo, para la teoría conectada continúa siendo cierto que no hay nada que pueda viajar a una velocidad superior, suponiendo unas condiciones idénticas, a la de la velocidad real de luz). Refutar esta conclusión equivaldría a negar, como ha quedado demostrado, la igualdad de todos los observadores posibles de la naturaleza.

Si la relatividad general no predice velocidades superiores a c es porque es incapaz de generar una métrica que se reduzca, para un observador estacionario situado a una distancia finita cualquiera de la fuente, a la de Minkowski. Por lo visto, un observador situado a una distancia finita de la fuente no tiene derecho a considerar que su métrica es plana, aunque sólo lo sea en el preciso punto en el que él pueda estar situado. La relatividad general viola, insisto, el principio de conexión. Además define el tiempo de un modo inverso al que le correspondería a una definición correcta (el serenísimo lector, por poco que reflexione, se dará cuenta de que la relatividad general predice –en realidad, por ser contradictoria y dependiendo de cómo haya sido interpretada, puede "predecir" cualquier cosa– una especie de "doble" *blueshift* neutralizado sólo al cincuenta por ciento por un *redshift* "simple" cuando en realidad debería predecir *redshift.* La componente temporal de su métrica, que es la responsable directa, junto a sus geodésicas gravitatorias, de semejante error, es, aproximadamente, el inverso matemático de la que debería ser la componente correcta) y su incorregible métrica de Schwarzschild, "coherente" con su idea inicial de que existen ciertos observadores absolutos o localmente inerciales y con la predicción teórica de los inexistentes agujeros negros, sólo es plana en el infinito, que representa un "punto" a partir del cual no se puede estudiar, obviamente, qué es lo que según esa falaz teoría ocurriría en otros puntos que aún estuviesen a un mayor potencial.

Sé que para algunos mi teoría conectada puede significar el naufragio del trabajo al que han consagrado demasiados años de su vida (provocará, por citar algún nombre propio conocido, el fin de las "teorías" de Hawking). El tiempo privado es sagrado. Sería imperdonable romper todavía el tiempo cuando ya se tienen noticias sobre la verdad.

Xavier Terri
Terrassa, Marzo 2006

PARTE II

LA TEORÍA CONECTADA

LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DEL MOVIMIENTO

Ecuación fundamental de la dinámica conectada en componentes contravariantes:

$$F^{\alpha} = m\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} \tag{75}$$

El escalar invariante m es una constante característica de cada partícula que corresponde a su masa en reposo desde un referencial que presente una conexión equivalente con tal partícula.

La ecuación (75) es válida para todo observador. Además, con motivo de su *formulación tensorial* es aplicable en cualquier sistema de coordenadas: cartesianas, cilíndricas, esféricas,… etc. El primer miembro de la igualdad es la *tetrafuerza neta* o suma tetradimesional de todas las tetrafuerzas que interactúan sobre la partícula. Para determinar las ecuaciones de movimiento deberemos conocer la *ley de tetrafuerza* característica de cada interacción.

Una vez descartadas las "geodésicas gravitatorias" relativistas, se puede demostrar que la ecuación fundamental de la dinámica conectada es el *único* camino lógico que nos queda para generalizar coherentemente tanto la relatividad especial como las leyes de Newton.

Una partícula será *tetradimensionalmente libre* cuando:

$$F^{\alpha} = 0 \tag{76}$$

En tal situación, la ecuación fundamental de la dinámica conectada (75) nos conduce al *principio de inercia generalizado:*

$$0 = m\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} \Rightarrow DU^{\alpha} = 0 \tag{77}$$

La expresión (77) es la ecuación de las geodésicas para las componentes contravariantes U^{α} de la tetravelocidad. Luego, una partícula tetradimensionalmente libre es aquella que se mueve a lo largo de geodésicas del espacio-tiempo. Relacionando la tetravelocidad con las componentes covariantes:

$$U^{\alpha} = g^{\alpha\beta} U_{\beta}$$

Calculando las diferenciales covariantes "D" a ambos lados, teniendo en cuenta que la diferencial covariante de la métrica es nula, $D(g^{\alpha\beta}) = 0$:

$$DU^{\alpha} = D(g^{\alpha\beta} U_{\beta}) = D(g^{\alpha\beta}) U_{\beta} + g^{\alpha\beta} D(U_{\beta}) = g^{\alpha\beta} D(U_{\beta})$$

Por tanto:

$$g^{\alpha\beta} DU_{\beta} = 0 \Rightarrow DU_{\beta} = 0 \tag{78}$$

La expresión (78) también representa el nuevo principio de inercia generalizado, pero escrito ahora para las componentes covariantes U_{β} de la tetravelocidad. Ni la ecuación (77) ni la (78) son válidas como ecuaciones de movimiento generales en un campo de gravedad: una grande genialidad de Einstein fue el tratamiento geométrico tetradimensional de las fuerzas ficticias (geodésicas); su gran pifia, identificar la gravedad con una fuerza ficticia (principio de equivalencia).

La simetría de la métrica, $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$, permite desarrollar esta última según (consultar *Formulario*):

$$0 = \frac{DU_{\beta}}{d\tau} = \frac{dU_{\beta}}{d\tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} U^{\mu} U^{\nu}$$

que no es más que una expresión que nos permite relacionar la diferenciación covariante "D" de U_{β} con la diferenciación ordinaria "d". Se obtiene:

$$\frac{dU_{\beta}}{d\tau} = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} U^{\mu} U^{\nu} \tag{79}$$

Esta expresión nos permite calcular la aceleración de una partícula tetradimensionalmente libre: la métrica actúa en (79) como un "potencial geométrico de inercia generalizada" para las antes mal denominadas fuerzas ficticias. Se deduce, como ya quedó claro en la primera parte de este *tractatus,* que es innecesario, además de un grave error, diferenciar dicotómicamente entre referenciales inerciales y referenciales no-inerciales.

La métrica se entenderá como una métrica de naturaleza relacional. Así la métrica relativa entre un cuerpo A y un cuerpo B puede coincidir con la de Minkowski, pero en cambio la métrica relativa entre este mismo cuerpo A y un tercer cuerpo C puede ser distinta de la de Minkowski. En el primer caso, en anacrónico lenguaje, se podría decir que los cuerpos A y B son "inerciales entre sí": su movimiento relativo es rectilíneo uniforme (de ahí que su métrica relativa coincida con la de Minkowski). El tercer cuerpo C estará acelerado con respecto a A y también, por tanto, con respecto a B; o viceversa, estos dos últimos estarán acelerados con respecto C. Por supuesto, la pregunta por cuál de tales cuerpos es el que constituye una referencia verdaderamente inercial carece de sentido: no existen referenciales privilegiados. Algo se mueve…

En el caso particular de que la métrica $g_{\mu\nu}$ coincida con la métrica de Minkowski (1):

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} = \frac{\partial \eta_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} = 0 \qquad (80)$$

Substituyendo en (79):

$$\frac{dU_{\beta}}{d\tau} \equiv 0 \Rightarrow \vec{v} = cte \qquad (81)$$

De modo que se recupera lo que se predica en el principio de inercia clásico: reposo o movimiento rectilíneo uniforme.

En realidad cualquier métrica con elementos de matriz constantes permite recuperar el principio de inercia clásico. En particular, cualquier métrica que sea proporcional a una métrica de Minkowski lo permite. Teniendo en cuenta este hecho, y recordando que cualquier métrica se define de un modo relacional, demostraré que es posible retocar la relatividad especial al efecto de resolver la tenaz paradoja de los gemelos sin tener que recurrir a la dicotomía inercial-no inercial. Pero no lo haré en el presente trabajo, en el que, para no enredar demasiado mis explicaciones, he optado por desarrollar una aplicación "conservadora" de la teoría conectada, es decir, he supuesto que para cualquier posible observador su métrica se reduce localmente a una métrica de Minkowski, cuando más bien debería haber dicho: la métrica relacional entre dos observadores locales, situados en el mismo punto, y que no presentan ninguna aceleración mutua, se reduce a una métrica con elementos de matriz constantes; en particular, a una métrica proporcional a la de Minkowski. Este matiz obligará a introducir ciertas modificaciones (muy inesperadas y muy sorprendentes, pues necesitarán de una previa crítica y descenso arqueológico hacia los mismísimos conceptos usados en la primitiva mecánica newtoniana, conceptos que todavía hoy contaminan la teoría de 1905) en la relatividad especial, pero no alterará el modo correcto en cómo esta modificada relatividad especial deba de ser generalizada. Tan sólo afectará a la aplicación concreta que sea pertinente elegir de las flamantes nuevas fórmulas de la teoría conectada, pero no a las fórmulas en sí, que continuarán siendo las mismas.

Ortogonalidad: La tetravelocidad covariante U_α es ortogonal a la *tetraceleración contravariante* $\dfrac{DU^\alpha}{d\tau}$ Es decir, su "producto escalar" tetradimensional es nulo:

$$U_\alpha . \frac{DU^\alpha}{d\tau} = 0 \tag{82}$$

Es fácil demostrar esta "perpendicularidad" en el espacio tetradridimensional conectado partiendo de la fórmula (26):

$$g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta = -c^2$$

Diferenciando covariantemente ambos lados de la igualdad:

$$D(g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta) = 0$$

Se ha tenido presente que $-c^2$ es una constante y su diferencial covariante es cero. Aplicando la regla de diferenciación de un producto:

$$D(g_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta) = D(g_{\alpha\beta}) U^\alpha U^\beta + 2 g_{\alpha\beta} U^\beta D(U^\alpha) = 0$$

Recordando que la métrica $g_{\alpha\beta}$ es "constante" con respecto a la diferenciación covariante, se tiene que $D(g_{\alpha\beta}) = 0$. Por lo tanto:

$$2 g_{\alpha\beta} U^\beta D(U^\alpha) = 0$$

y como $g_{\alpha\beta} U^\beta = U_\alpha$:

$$2 g_{\alpha\beta} U^\beta D(U^\alpha) = 0 \Rightarrow U_\alpha D(U^\alpha) = 0$$

Dividiendo por el diferencial de tiempo propio conectado $d\tau$ se obtiene:

$$U_\alpha . \frac{DU^\alpha}{d\tau} = 0$$

quedando así demostrada la ecuación (82).

Las consecuencias que se obtengan de unas ecuaciones de movimiento que cumplan la condición de ortogonalidad (82) serán consistentes, claro está, con las consecuencias que se deriven de (26) o de (25).

Ley de tetrafuerza gravitatoria sobre una partícula:

$$F^\alpha = 2mg^{\alpha\beta}\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^\mu U^\nu \tag{83}$$

Substituyendo (83) en la ecuación fundamental de la dinámica conectada (75):

$$\frac{DU^\alpha}{d\tau} = 2g^{\alpha\beta}\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^\mu U^\nu \tag{84}$$

La fórmula (84) equivale a cuatro ecuaciones diferenciales de segundo orden. Las denominaré *ecuaciones de movimiento conectadas al medio gravitatorio* para las componentes contravariantes de la tetravelocidad. No son más que la generalización más simple posible de su homólogo newtoniano, $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}\phi$, acorde con la condición (82); la cual supone a su vez una generalización tetradimensional de la definición de energía. El valor elegido para la constante de proporcionalidad irá quedando claro a lo largo de las próximas páginas.

Supondremos que el campo tensorial $\phi_{\mu\nu}$ o *potencial conectado* es un tensor simétrico covariante de segundo orden. Las anteriores ecuaciones son aplicables cualquiera que sea el sistema de coordenadas. Son aplicables para todo observador o referencial. Son aplicables cualquiera que sea la métrica $g_{\mu\nu}$: admiten, como cualquier otra ecuación de mi teoría, la absoluta relatividad del tiempo.

El potencial conectado es la pieza lógica clave para conseguir una nueva generalización de la relatividad especial que carezca de las contradicciones de la relatividad general. La propia métrica, si queremos evitar tales contradicciones, no puede ser considerada como un "potencial".

La nueva ley de tetrafuerza gravitatoria (83) es la *única* generalización tensorial de su correspondiente newtoniana que es acorde con la condición (82) y que conserva constante, como después se verá, la componente temporal contravariante de la tetravelocidad: $U^0 = cte$.

Es inmediato comprobar que (84) cumple la condición de ortogonalidad (82):

$$U_\alpha \frac{DU^\alpha}{d\tau} = 2g^{\alpha\beta}\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^\mu U^\nu U_\alpha = 2\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^\mu U^\nu U^\beta \equiv 0$$

Se ha subido el subíndice a U_α según: $U^\beta = g^{\alpha\beta}U_\alpha$

CONDICIONES DE CONTORNO PARA EL POTENCIAL CONECTADO

Debido a que las derivadas covariantes de la métrica son todas idénticamente nulas, $g_{\mu\nu;\beta} \equiv 0$, la descripción física que del movimiento aportan las ecuaciones (83) será la misma si substituimos el potencial conectado inicial $(\phi_{\mu\nu})_{OLD}$ por un nuevo potencial $(\phi_{\mu\nu})_{NEW}$ según:

$$(\phi_{\mu\nu})_{OLD} + Cg_{\mu\nu} \to (\phi_{\mu\nu})_{NEW} \tag{85}$$

siendo C una constante arbitraria. En efecto, por ser todas las derivadas covariantes de las componentes de la métrica $g_{\mu\nu}$ idénticamente nulas, $g_{\mu\nu;\beta} \equiv 0$, para cualquier denotación del subíndice β se cumplirá que:

$$(\phi_{\mu\nu})_{NEW;\beta} = (\phi_{\mu\nu})_{OLD;\beta} + Cg_{\mu\nu;\beta}$$

$$(\phi_{\mu\nu})_{NEW;\beta} = (\phi_{\mu\nu})_{OLD;\beta} \tag{86}$$

Y como en las *ecuaciones de tetrafuerza gravitatoria* (83) sólo intervienen las derivadas covariantes del potencial, tanto $(\phi_{\mu\nu})_{NEW}$ como $(\phi_{\mu\nu})_{OLD}$ darán lugar a idénticos resultados cuando sean substituidos en dichas ecuaciones.

Esta indeterminación o *grado de libertad* en la elección del valor de la constante C es consistente con la ecuación del “potencial de inercia” (79). Una de las múltiples funciones de la métrica es la de actuar como una especie de potencial para las “fuerzas ficticias”, pero como el principio de conexión rechaza la dicotomía inercial-no inercial, quedará indeterminada “la cantidad necesaria de ficción” que supuestamente se tendría que añadir desde un hipotético referencial no-inercial absoluto; “acelerado”, como podría ser el caso, con respecto a las fuentes gravitatorias.

EL CONTORNO ESTACIONARIO

Debido a que disponemos de un grado de libertad en la elección de las *condiciones de contorno* para el potencial conectado $\phi^{\mu\nu}$, será conveniente escogerlas de la manera que más simplifique la resolución de las ecuaciones de movimiento (84) (el potencial electromagnético se descompone en un *potencial escalar* y un *potencial vector.* De un modo parecido, cuando el campo es estacionario lo más inteligente es escoger, en virtud de la denominada *invariancia gauge*, las tres componentes del potencial vector idénticamente nulas).

En el caso particular de un campo estacionario simétricamente esférico, la métrica viene dada por la *métrica conectada* (F-4). Por ser estacionario, fuente gravitatoria en reposo con respecto del observador, de las diez componentes independientes del potencial conectado $\phi^{\mu\nu}$ (recordemos que lo hemos supuesto representado por un tensor simétrico) será posible definir sólo como no nula –cosa que a la relatividad, cuyo "potencial" viene representado por la propia métrica, le está prohibido hacer– la componente ϕ^{00}. Por tanto, el *contorno estacionario* del medio gravitatorio se define como:

$$\phi^{\mu\nu} = \begin{cases} -g^{00} \equiv \gamma^2{}_{(p,p_0)} & si \qquad \mu = \nu = 0 \\ 0 & \forall \mu, \nu \quad excepto \mu = \nu = 0 \end{cases} \tag{87}$$

La componente contravariante ϕ^{00} se ha definido por analogía con (45), pero utilizando un sistema de unidades adimensional. La relación (87) supone la más simple elección posible que conduce, como después tendremos ocasión de comprobar, a la conservación de la componente temporal contravariante del tetraimpulso –conservación de la energía– en un campo gravitatorio estacionario.

La componente covariante ϕ_{00} se obtiene con facilidad a partir de la métrica conectada (F-4):

$$\phi_{00} = g_{0\mu} g_{0\nu} \phi^{\mu\nu} = g_{00} g_{00} \phi^{00} = (-\gamma^{-2})(-\gamma^{-2})\gamma^2$$

Así:

$$\phi_{00} = \gamma^{-2}{}_{(p,p_o)} \tag{88}$$

En el contorno estacionario, el potencial conectado para las componentes covariantes queda:

$$\phi_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \gamma^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

CAMPO ESTACIONARIO SIMÉTRICAMENTE ESFÉRICO

ECUACIONES DE MOVIMIENTO COVARIANTES

Ya conocemos las ecuaciones de movimiento contravariantes (84):

$$\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} = 2g^{\alpha\beta}\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu}$$

Resultará conveniente escribirlas para las componentes covariantes de la tetravelocidad U_{β}. Multiplicando ambos lados de (84) por $g_{\delta\alpha}$:

$$g_{\delta\alpha}\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} = 2g_{\delta\alpha}g^{\alpha\beta}\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu}$$

Bajando el supraíndice a U^{α}:

$$g_{\delta\alpha}\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} = \frac{DU_{\delta}}{d\tau}$$

y teniendo en cuenta (F-3):

$$g_{\delta\alpha}g^{\alpha\beta} = \delta_{\delta}^{\ \beta}$$

Las ecuaciones covariantes quedan:

$$\frac{DU_{\beta}}{d\tau} = 2\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu} \qquad (89)$$

Será útil desarrollar las derivadas covariantes de (89). Por (F-8) podemos escribir:

$$\phi_{\mu\nu;\beta} = \frac{\partial\phi_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} - \phi_{\delta\nu}\Gamma^{\delta}_{\mu\beta} - \phi_{\mu\delta}\Gamma^{\delta}_{\nu\beta}$$

$$\phi_{\beta\mu;\nu} = \frac{\partial\phi_{\beta\mu}}{\partial x^{\nu}} - \phi_{\delta\mu}\Gamma^{\delta}_{\beta\nu} - \phi_{\beta\delta}\Gamma^{\delta}_{\mu\nu}$$

Introduciéndolas en (89) y teniendo presente la simetría del potencial conectado $\phi_{\mu\delta} = \phi_{\delta\mu}$ y la de los símbolos de Christoffel $\Gamma^{\delta}_{\nu\beta} = \Gamma^{\delta}_{\beta\nu}$, obtenemos después de simplificar:

$$\frac{DU_{\beta}}{d\tau} = 2\left[\frac{\partial\phi_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} - \phi_{\delta\nu}\Gamma^{\delta}_{\mu\beta} - \frac{\partial\phi_{\beta\mu}}{\partial x^{\nu}} + \phi_{\beta\delta}\Gamma^{\delta}_{\mu\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu} \tag{90}$$

Para los próximos cálculos vamos a utilizar las ecuaciones (90), las cuales son consecuencia directa de las ecuaciones de movimiento conectadas para las componentes contravariantes de la tetravelocidad (84).

La aplicación más sencilla es la del estudio de un campo estacionario simétricamente esférico. Las ecuaciones (90) dan lugar a cuatro ecuaciones diferenciales que vamos a resolver con todo detalle:

Componente U^0

Debemos tener en cuenta todas las combinaciones posibles para los dos subíndices de los símbolos de Christoffel. Estas son:

$$\begin{array}{cccc} 00 & r0 & \theta 0 & \varphi 0 \\ 0r & rr & \theta r & \varphi r \\ 0\theta & r\theta & \theta\theta & \varphi\theta \\ 0\varphi & r\varphi & \theta\varphi & \varphi\varphi \end{array}$$

Aplicando (90):

$$\frac{DU_0}{d\tau} = 2\left[-\phi_{00}\Gamma^0_{\mu 0}U^{\mu}U^0 - \frac{d\phi_{00}}{dr}U^0U^r + \phi_{00}\Gamma^0_{\mu\nu}U^{\mu}U^{\nu}\right] =$$

$$= 2\left[-\phi_{00}\Gamma^0_{00}(U^0)^2 - \phi_{00}\Gamma^0_{r0}U^rU^0 - \phi_{00}\Gamma^0_{\theta 0}U^{\theta}U^0 - \phi_{00}\Gamma^0_{\varphi 0}U^{\varphi}U^0 - \right.$$

$$- \frac{d\phi_{00}}{dr}U^0U^r + \phi_{00}\Gamma^0_{00}(U^0)^2 + \phi_{00}\Gamma^0_{rr}(U^r)^2 + \phi_{00}\Gamma^0_{\theta\theta}(U^{\theta})^2 +$$

$$+ \phi_{00}\Gamma^0_{\varphi\varphi}(U^{\varphi})^2 + 2\phi_{00}\Gamma^0_{r0}U^rU^0 + 2\phi_{00}\Gamma^0_{\theta 0}U^{\theta}U^0 +$$

$$+ 2\phi_{00}\Gamma^0_{\varphi 0}U^{\varphi}U^0 + 2\phi_{00}\Gamma^0_{\theta r}U^{\theta}U^r + 2\phi_{00}\Gamma^0_{\varphi r}U^{\varphi}U^r +$$

$$\left. + 2\phi_{00}\Gamma^0_{\varphi\theta}U^{\varphi}U^{\theta}\right] \tag{91}$$

Se ha tenido en cuenta el *contorno estacionario* (87), según el cual sólo es no nula la componente ϕ_{00} del potencial conectado covariante. Por otro lado ϕ_{00} sólo será función de la coordenada r, con lo cual se ha podido escribir $\frac{d\phi_{00}}{dr}$ en lugar de la derivada parcial $\frac{\partial\phi_{00}}{\partial r}$

Los últimos seis términos del paréntesis en (91) aparecen multiplicados por 2 debido a la simetría de los subíndices de los símbolos de Christoffel:

$$\Gamma^0_{r0} = \Gamma^0_{0r} \quad ; \quad \Gamma^0_{\theta 0} = \Gamma^0_{0\theta} \quad ; \quad \Gamma^0_{\varphi 0} = \Gamma^0_{0\varphi} \quad ; \quad \Gamma^0_{\theta r} = \Gamma^0_{r\theta} \quad ;$$

Además todos son nulos excepto $\Gamma^0_{r0} = \Gamma^0_{0r}$. Apuntando sólo los términos significativos en (91):

$$\frac{DU_0}{d\tau} = 2\left[-\phi_{00}\Gamma^0_{r0}U^r U^0 - \frac{d\phi_{00}}{dr}U^0 U^r + 2\phi_{00}\Gamma^0_{r0}U^r U^0 \right] =$$

$$= 2\left[-\frac{d\phi_{00}}{dr}U^0 U^r + \phi_{00}\Gamma^0_{0r}U^0 U^r \right]$$

Substituyendo el valor de Γ^0_{0r} dado por (F-7):

$$\frac{DU_0}{d\tau} = 2\left[-\frac{d\phi_{00}}{dr}U^0 U^r + \phi_{00}\frac{1}{2}\gamma^2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r \right] \tag{92}$$

Bajando los índices a la expresión de ϕ^{00} definida en (87):

$$\phi_{00} = g_{0\mu}g_{0\nu}\phi^{\mu\nu} = g_{00}g_{00}\phi^{00} = (-\gamma^{-2})(-\gamma^{-2})\gamma^2 = \gamma^{-2} \tag{93}$$

Introduciendo (93) en (92):

$$\frac{DU_0}{d\tau} = 2\left[-\frac{d}{dt}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r + \gamma^{-2}\frac{1}{2}\gamma^2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r \right] =$$

$$= 2\left[-\frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r \right] = -\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r$$

Convirtiendo la diferenciación covariante en ordinaria según la expresión (F-12), se obtiene:

$$\frac{dU_0}{d\tau} - \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\mu\nu}}{c\partial t}U^\mu U^\nu = -\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r \tag{94}$$

y como en el caso estudiado no existe ninguna componente de la métrica $g_{\mu\nu}$ que dependa del tiempo, todas las derivadas $\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial t}$ serán nulas. Podemos escribir:

$$\frac{dU_0}{d\tau} = -\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r \tag{95}$$

Relacionando U_0 con U^0 a través de la métrica:

$$U_0 = g_{0\alpha}U^\alpha = g_{00}U^0 = -\gamma^{-2}U^0$$

y substituyendo en (95):

$$\frac{d}{d\tau}\left[-\gamma^{-2}U^0\right] = -\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r$$

Derivando el primer miembro de la igualdad respecto del tiempo propio $d\tau$ y teniendo en cuenta que γ depende sólo de r, por la regla de la derivación en cadena:

$$\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]\frac{dr}{d\tau}U^0 + \gamma^{-2}\frac{dU^0}{d\tau} = \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r$$

Recordando la definición de tetravelocidad (19), $\frac{dr}{d\tau} = U^r$. Por tanto:

$$\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r + \gamma^{-2}\frac{dU^0}{d\tau} = \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]U^0 U^r$$

Simplificando:

$$\gamma^{-2}\frac{dU^0}{d\tau} = 0$$

y como γ^{-2} es distinto de cero:

$$\frac{dU^0}{d\tau} = 0$$

Se concluye:

$$U^0 = cte \equiv Kc \tag{96}$$

La componente temporal contravariante de la tetravelocidad conectada U^0 es constante en un campo estacionario.

Este importante resultado es consecuencia directa de las ecuaciones de movimiento (84). Recordando la definición de la componente P^0 del tetraimpulso (22):

$$P^0 = \frac{E}{c} = mU^0 = m \cdot cte$$

y despejando E:

$$E = cte \cdot m \cdot c$$

Se ha elegido la constante de integración (96) para recuperar la energía conectada (32):

$$E = \gamma\gamma_c mc^2 = Kmc^2$$

La energía constante de un grave está representada, pues, por la componente contravariante temporal $P^0 = \dfrac{E}{c}$ del tetraimpulso.

El resultado $U^0 = cte$ obtenido en mi teoría significa que la energía $E = mcU^0$ de un grave se mantiene constante para un observador estacionario en el medio. Pero, en cambio, si se resuelven las "geodésicas gravitatorias" de la relatividad general se obtiene: $U_0 = cte$. Es decir, un "tiempo para la oscuridad" (ver más abajo).

<u>*Componente U^r*</u>

Aplicando (90):

$$\frac{DU_r}{d\tau} = 2\left[\frac{d\phi_{00}}{dr}(U^0)^2 - \phi_{00}\Gamma^0_{\mu r}U^\mu U^0\right] =$$

$$= 2\left[\frac{d\phi_{00}}{dr}(U^0)^2 - \phi_{00}\Gamma^0_{0r}(U^0)^2 - \phi_{00}\Gamma^0_{rr}U^r U^0 - \phi_{00}\Gamma^0_{\theta r}U^\theta U^0 - \phi_{00}\Gamma^0_{\varphi r}U^\varphi U^0\right] =$$

$$= 2\left[\frac{d\phi_{00}}{dr}(U^0)^2 - \phi_{00}\Gamma^0_{0r}(U^0)^2\right]$$

Consultando el formulario (F-7), se han tenido sólo en cuenta los términos no nulos. Pasando a derivada ordinaria según (F-12):

$$\frac{dU_r}{d\tau} - \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[g_{\mu\nu}\right]U^\mu U^\nu = 2\frac{d\phi_{00}}{dr}(U^0)^2 - 2\phi_{00}\Gamma^0_{0r}(U^0)^2$$

Trasponiendo el segundo término y desarrollándolo teniendo en cuenta que la métrica $g_{\mu\nu}$ es diagonal:

$$\frac{dU_r}{d\tau} = \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[g_{00}\right]\left(U^0\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[g_{rr}\right]\left(U^r\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[g_{\theta\theta}\right]\left(U^\theta\right)^2 +$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[g_{\varphi\varphi}\right]\left(U^\varphi\right)^2 + 2\frac{d\phi_{00}}{dr}\left(U^0\right)^2 - 2\phi_{00}\Gamma_{0r}{}^0\left(U^0\right)^2$$

(97)

Por (F-7) el último término es igual a:

$$-2\phi_{00}\Gamma^0_{0r}(U^0)^2 = -2\phi_{00}\frac{1}{2}\gamma^2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^0)^2 = -\phi_{00}\gamma^2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^0)^2 \qquad (98)$$

Substituyendo en (97) las componentes de la métrica dadas en (F-4), y utilizando (93) y (F-7), se obtiene:

$$\frac{dU_r}{d\tau} = \left[-\frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right] + 2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right] - \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]\right](U^0)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[r^2\right](U^\theta)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[r^2 \sin^2\theta\right](U^\varphi)^2 =$$

$$= \left[-\frac{1}{2} + 2 - 1\right]\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^0)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 + \frac{1}{2}2r(U^\theta)^2 + \frac{1}{2}2r\sin^2\theta(U^\varphi)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^0)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 + r(U^\theta)^2 + r\sin^2\theta(U^\varphi)^2 \quad (99)$$

Podemos escribir:

$$U_r = g_{r\alpha}U^\alpha = g_{rr}U^r = \gamma^{-2}U^r$$

con lo cual el primer miembro de (99) queda:

$$\frac{dU_r}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}\left[\gamma^{-2}U^r\right] = \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]\frac{dr}{d\tau}U^r + \gamma^{-2}\frac{dU^r}{d\tau} =$$

$$= \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 + \gamma^{-2}\frac{dU^r}{d\tau} \quad (100)$$

Teniendo presente que γ es sólo función de r, se ha aplicado la regla de derivación en cadena y se ha substituido $\frac{dr}{d\tau} = U^r$.

Combinando (99) con (100):

$$\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 + \gamma^{-2}\frac{dU^r}{d\tau} = \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^0)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 +$$
$$+ r(U^\theta)^2 + r\sin^2\theta\left(U^\varphi\right)^2$$

y de ahí se despeja $\frac{dU^r}{d\tau}$:

$$\frac{dU^r}{d\tau} = \frac{1}{2}\gamma^2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^0)^2 - \frac{1}{2}\gamma^2\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right](U^r)^2 + \gamma^2 r(U^\theta)^2 +$$
$$+ \gamma^2 r\sin^2\theta(U^\varphi)^2 \quad (101)$$

Calculando la derivada respecto de r de γ^{-2}:

$$\frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right] = -2\gamma^{-3}\frac{d\gamma}{dr}$$

y haciendo:

$$\frac{dU^r}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}\left[\frac{dr}{d\tau}\right] = \frac{d^2 r}{d\tau^2}$$

se obtiene:

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} = -\gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}(U^0)^2 + \gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}(U^r)^2 + \gamma^2 r(U^\theta)^2 + \gamma^2 r\sin^2\theta(U^\varphi)^2 \quad (102)$$

<u>*Componente U^θ*</u>

Sirviéndonos nuevamente de (90), y desarrollando sólo para los términos no nulos:

$$\frac{DU_\theta}{d\tau} = 2\left[-\phi_{00}\Gamma^0_{\mu\theta}U^\mu U^0\right] \quad (103)$$

y por (F-12):

$$\frac{dU_\theta}{d\tau} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[g_{\mu\nu}\right]U^\mu U^\nu = -2\phi_{00}\Gamma_{\mu\theta}{}^0 U^\mu U^0 \quad (104)$$

Pero según el formulario, los símbolos de Christoffel $\Gamma^0_{\mu\theta}$ son nulos para cualquier índice $\mu : \Gamma^0_{\mu\theta} = 0$. También se observa que $\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial\theta} = 0$ excepto para la componente $g_{\varphi\varphi}$:

$$\frac{\partial g_{\varphi\varphi}}{\partial\theta} = \frac{\partial}{\partial\theta}\left[r^2\sin^2\theta\right] = 2r^2\sin\theta\cos\theta$$

Por tanto desaparece el segundo miembro de (104) y se obtiene:

$$\frac{dU_\theta}{d\tau} = r^2\sin\theta\cos\theta(U^\varphi)^2 \quad (105)$$

Haré la habitual hipótesis de que el movimiento tiene lugar en el plano ecuatorial $\theta = \frac{\pi}{2}$ de la fuente central. Teniendo en cuenta que $\cos\frac{\pi}{2} = 0$, la ecuación (105) queda:

$$\frac{dU_\theta}{d\tau} = 0$$

de donde se deduce:

$$U_\theta = cte \equiv 0 \quad (106)$$

La constante se elige nula para no contradecir la anterior hipótesis.

Es inmediato calcular U^{θ} a partir de U_{θ}:

$$U^{\theta} = g^{\theta\alpha} U_{\alpha} = g^{\theta\theta} U_{\theta} = \frac{1}{r^2} 0 = 0$$

$$U^{\theta} = 0 \qquad (107)$$

La antedicha hipótesis es la que dará lugar a la *ecuación de las trayectorias planas*. Creo que a partir de un cálculo todavía más preciso, que permita un movimiento de oscilación sobre el plano de la eclíptica, será posible demostrar la hasta ahora tan sólo heurística “cuántica planetaria”: la ley de Bode.

<u>*Componente U^{φ}*</u>

Procediendo igual que en los subapartados anteriores, de (90) se deduce:

$$\frac{DU_{\varphi}}{d\tau} = 2\left[-\phi_{00} \Gamma^{0}_{\mu\varphi} U^{\mu} U^{0}\right] \qquad (108)$$

Consultando el formulario se ve que $\Gamma^{0}_{\mu\varphi} = 0$ para cualquier índice μ, anulándose el segundo miembro de (108). Por (F-12):

$$\frac{dU_{\varphi}}{d\tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial \varphi} U^{\mu} U^{\nu} = 0$$

También vemos que ninguna componente de la métrica (F-4) depende de la coordenada φ. Por tanto:

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial \varphi} = 0$$

Se obtiene:

$$\frac{dU_{\varphi}}{d\tau} = 0$$

de donde:

$$U_{\varphi} = cte \equiv \frac{L}{m} \qquad (109)$$

Resultado:

$$U^{\varphi} = g^{\varphi\alpha} U_{\alpha} = g^{\varphi\varphi} U_{\varphi} = \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{L}{m} = \frac{1}{m} \frac{L}{r^2} \qquad (110)$$

Recordar que hemos supuesto que el movimiento tiene lugar en el plano ecuatorial $\theta = \frac{\pi}{2}$, con lo cual $\sin\frac{\pi}{2} = 1$. De (110) se deduce que $L = mr^2 U^{\varphi} = mr^2 \frac{d\varphi}{d\tau} \equiv mr^2\omega$ corresponde al momento angular del grave. Por eso la constante de (110) ha sido apuntada como el cociente $\frac{L}{m}$ (en lugar de haber utilizado un único símbolo L' constante).

ECUACIÓN DE LAS ÓRBITAS

En este punto nos será útil reagrupar los resultados anteriores, obtenidos a partir de las cuatro ecuaciones de movimiento conectadas (84).

$$U^0 = Kc$$

$$\frac{dU^r}{d\tau} = \frac{d^2r}{d\tau^2} = -\gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}(U^0)^2 + \gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}(U^r)^2 + \gamma^2 r(U^\theta)^2 + \gamma^2 r\sin^2\theta(U^\varphi)^2$$

$$U^\theta = 0$$

$$U^\varphi = \frac{1}{m}\frac{L}{r^2}$$

Estas fórmulas contienen toda la información necesaria para calcular, por ejemplo, las trayectorias de los graves en el sistema solar en función del factor de conexión γ. Combinándolas:

$$\frac{dU^r}{d\tau} = \frac{d^2r}{d\tau^2} = -\gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}(Kc)^2 + \gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + \gamma^2\frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3} \qquad (111)$$

(Otra vez se ha tenido presente que $U^r = \frac{dr}{d\tau}$ y que $\sin\theta = 1$ por considerar que los graves se mueven en el "plano ecuatorial" $\theta = \frac{\pi}{2}$).

La expresión anterior, por tratarse de una compleja ecuación diferencial de segundo orden, es difícil de integrar. Pero su solución será, claro está, la ecuación (67):

$$U^r = \frac{dr}{d\tau} = \sqrt{K^2c^2 - \left(c^2 + \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\right)\gamma^2}$$

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = K^2c^2 - c^2\gamma^2 - \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma^2 \qquad (112)$$

Procederé a demostrar por sustitución directa que (112) es, en efecto, la solución de (111). Derivando respecto de $d\tau$:

$$2\frac{dr}{d\tau}\frac{d^2r}{d\tau^2} = -2c^2\gamma\frac{d\gamma}{dr}\frac{dr}{d\tau} - 2\frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma\frac{d\gamma}{dr}\frac{dr}{d\tau} + 2\frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3}\gamma^2\frac{dr}{d\tau}$$

Simplificando:

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -c^2\gamma\frac{d\gamma}{dr} - \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma\frac{d\gamma}{dr} + \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3}\gamma^2 \tag{113}$$

Si la solución es correcta, substituyendo (112) y (113) en (111) debemos obtener una identidad:

$$-c^2\gamma\frac{d\gamma}{dr} - \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma\frac{d\gamma}{dr} + \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3}\gamma^2 =$$
$$= -\gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}K^2c^2 + \gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}\left[K^2c^2 - c^2\gamma^2 - \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma^2\right] + \gamma^2\frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3}$$

$$-c^2\gamma\frac{d\gamma}{dr} - \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma\frac{d\gamma}{dr} + \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3}\gamma^2 =$$
$$= -\gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}K^2c^2 + \gamma^{-1}\frac{d\gamma}{dr}K^2c^2 - c^2\gamma\frac{d\gamma}{dr} - \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^2}\gamma\frac{d\gamma}{dr} + \gamma^2\frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^3}$$

$$0 \equiv 0 \tag{114}$$

Todos los términos de (114) se cancelan quedando así demostrado que (112) es la solución de (111); es decir, de las ecuaciones de movimiento (84). Introduciendo (32), $E = Kmc^2$, podemos escribirla como:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{m^2}\left[\frac{E^2}{c^2} - \left(m^2c^2 + \frac{L^2}{r^2}\right)\gamma^2\right] \tag{115}$$

Para obtener la ecuación de la órbita de la teoría conectada hay que eliminar el tiempo propio conectado $d\tau$. De (110) se deduce:

$$U^\varphi = \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{1}{m}\frac{L}{r^2} \Rightarrow \left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{m^2}\frac{L^2}{r^4} \tag{116}$$

y dividiendo (116) entre (115):

$$\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 = \frac{L^2}{r^4\left[\frac{E^2}{c^2} - \left(m^2c^2 + \frac{L^2}{r^2}\right)\gamma^2\right]} \tag{117}$$

Si se prefiere en forma integral:

$$\varphi = \varphi_0 + \int_{r_0}^{r} \frac{Ldr}{r^2 \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - \left(m^2 c^2 + \frac{L^2}{r^2} \right) \gamma^2}} \tag{118}$$

Las condiciones iniciales (r_0, φ_0) representan un punto dado en le plano ecuatorial $\theta = \frac{\pi}{2}$ de la trayectoria del grave. Las constantes E y L son su energía total y su momento cinético.

La nueva concepción del movimiento aportada por la teoría conectada da lugar, como se acaba de demostrar, a unas ecuaciones correctas para las órbitas planetarias a la vez que consigue evitar cualquier "horizonte de sucesos": la métrica (F-4) nunca predice la existencia de agujeros negros sea cual sea la posible dependencia matemática exacta del factor de conexión γ con respecto de la coordenada radial r.

En particular, para un observador estacionario en el infinito, si sustituimos el factor de conexión por su simple y burda aproximación newtoniana referenciada en el infinito (49), la ecuación de la órbita (118) se reduce, sólo para dicho observador, a la misma que se obtiene en relatividad general:

$$\varphi = \varphi_0 + \int_{r_0}^{r} \frac{Ldr}{r^2 \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - \left(m^2 c^2 + \frac{L^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right)}} \tag{119}$$

Caída radial

En tal supuesto el momento cinético L será nulo y por (113):

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} = -c^2 \gamma \frac{d\gamma}{dr} = -\frac{c^2}{2} \frac{d}{dr} \left[\gamma^2 \right] \tag{120}$$

Suponiendo que la velocidad de caída del grave es relativamente pequeña y que el campo gravitatorio es moderado, podemos aproximar el módulo de su aceleración según $a \cong \frac{d^2 r}{d\tau^2} \cong \frac{d^2 r}{dt^2}$. También por (49), para un observador en el infinito $\gamma^2 \cong 1 - \frac{2GM}{rc^2}$. Substituyendo en (120):

$$a \cong -\frac{c^2}{2} \frac{d}{dr} \left[1 - \frac{2GM}{rc^2} \right] = -\frac{c^2}{2} \frac{2GM}{r^2 c^2} = -\frac{GM}{r^2} \tag{121}$$

El signo menos aparece debido a que el grave se mueve hacia el sentido decreciente de r. Podemos calcular el módulo de la fuerza atractiva gravitatoria $\left| \vec{f}_g \right|$ multiplicando por la masa m:

$$\left| \vec{f}_g \right| \cong \frac{GMm}{r^2} \tag{122}$$

La "proyección tridimensional" de la ecuación fundamental de la dinámica conectada (75) y de la ley de tetrafuerza gravitatoria (83) coincide, cuando tanto las velocidades como los campos son relativamente moderados, con la vieja Ley de la Gravedad de Newton (más adelante se deducirá la expresión exacta para el factor de conexión).

¿Agujeros negros?

De (14) y (120) se deduce:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\gamma_c^{-2}\gamma^{-2}\frac{c^2}{2}\frac{d}{dr}[\gamma^2] = -\left(1-\frac{v_r^2}{c^2}\right)\gamma^{-2}\frac{c^2}{2}\frac{d}{dr}[\gamma^2] \qquad (123)$$

Para un observador estacionario la aceleración de la luz que se propaga en la dirección radial es nula. Esto esta en plena consistencia con los conos de luz que se deducen de la métrica (3) junto al postulado (4) y con la inexistencia de agujeros negros –ver (160).

Historia de un tiempo… para la oscuridad. Se podría haber deducido la misma expresión (112) basándonos en la ecuación invariante (25). Suponiendo además que el factor de conexión coincide con la aproximación newtoniana referenciada en el infinito, entonces en la teoría conectada se obtiene el mismo resultado, (119), que en relatividad general. Pero si atendemos a la métrica que hay que introducir en (25), vemos que para conseguir dicho mismo resultado la relatividad general tiene que "dar la vuelta" –ya que según ella no se conserva la componente U^0 sino que la que se mantiene constante, por culpa de sus "geodésicas gravitatorias", es U_0– al elemento g_{00} . A consecuencia de ello sus conos de luz pueden divergir, y de hecho divergen (radio crítico de Schwarzschild), dando lugar a la predicción teórica de la existencia de agujeros negros.

Otro modo de demostrar que $U^0 = cte$

La ecuación (83) permite escribir:

$$F^0 = 2mg^{00}\left[\phi_{\mu\nu;0} - \phi_{0\mu;\nu}\right]U^\mu U^\nu$$

Apuntando los términos no nulos (F-9):

$$F^0 = 2mg^{00}\left[2\phi_{0r;0}U^0U^r - \phi_{0r;0}U^0U^r\right] = 2mg^{00}\left[\phi_{0r;0}U^oU^r\right]$$

Por (75) y sustituyendo (F-9):

$$\frac{DU^0}{d\tau} = -2g^{00}\phi_{00}\Gamma_{0r}{}^0U^0U^r = 2\Gamma_{0r}{}^0U^0U^r$$

En el último paso se ha considerado el contorno estacionario (87).
Por otro lado, y consultando (F-8):

$$\frac{DU^0}{d\tau} = U_{;\alpha}{}^0 \frac{dx^\alpha}{d\tau} = U^\alpha \left[U_{,\alpha}{}^0 + U^\beta \Gamma_{\beta\alpha}{}^0 \right]$$

Apuntando los términos no nulos (F-7):

$$\frac{DU^0}{d\tau} = U_{,\alpha}{}^0 U^\alpha + 2\Gamma_{0r}{}^0 U^0 U^r = \frac{dU^0}{d\tau} + 2\Gamma_{0r}{}^0 U^0 U^r$$

Basta igualar esta última expresión con la antepenúltima para comprobar que en el contorno estacionario (87) se verifica que $U^0 = cte$, y nunca $U_0 = cte$. He aquí una demostración alternativa para el importante resultado que ya se obtuvo en (96). Nótese, de paso, que aquí también se acaba de demostrar que, para que la energía se conserve, la m que aparece en (75) debe ser idéntica a la que aparece en (83).

Imaginemos que disponemos de dos relojes situados en el mismo punto, ambos en reposo con respecto a la fuente (y, por tanto, también en reposo relativo entre ellos). Dejamos caer uno de tales relojes hacia la fuente. Por efecto de la gravedad se irá acelerando a medida que se aleja de nosotros. En el momento de alcanzar la superficie de la fuente –supongamos que después de haber transcurrido 1 año según el reloj estacionario– habrá alcanzado su máxima velocidad en este viaje de ida. Supongamos que rebota elásticamente sobre la superficie de modo que emprende el camino de regreso sin pérdida de energía. Lo veremos acercarse hacia nosotros cada vez a menor velocidad. Cuando nos alcance –transcurrido otro año más– su velocidad será nula otra vez. Según la fórmula (96) la enegía se conserva y, por tanto, ambos relojes registrarán el mismo tiempo, es decir, para ambos en el viaje total de ida y vuelta se habrán invertido 2 años (en el presente ejemplo, la constante que aparece en (96) es, de un modo trivial, igual a la unidad). Al igual que a veces ocurre con la energía, el tiempo absolutamente relativo es "conservativo"; el tiempo es relativamente absoluto: no hay lugar para ninguna *paradoja de los gemelos* (la explicación oficial de esta paradoja está basada en la distinción entre sistemas inerciales y no-inerciales. Viola, por tanto, el principio de conexión y la absoluta relatividad del movimiento. La solución verdadera y completa de la paradoja de los gemelos la aplazo para otra ocasión. Sólo adelantaré que requiere de una aplicación no conservadora de las fórmulas de la teoría conectada y que para comprenderla nos hará falta realizar un descenso arqueológico hasta el origen de los mismos conceptos –el concepto 'energía cinética' y la distinción entre fuerzas de contacto y fuerzas a distancia– empleados por las teorías newtonianas;`primitivos conceptos que dieron lugar a ciertos errores, hoy en día aún por desvelar, que contaminaron la teoría einsteniana de 1905).

Reducción geodésica mediante una métrica ficticia "equivalente"

Se puede demostrar que para una partícula las ecuaciones de movimiento (84) equivalen, en el contorno estacionario (87), a las ecuaciones geodésicas siguientes:

$$\frac{\overline{D}U^\alpha}{d\tau} = o$$

donde el símbolo "$\overline{D}$" significa que el diferencial covariante se calcula ahora con la "métrica equivalente":

$$\overline{g}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\gamma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Nótese que la presente métrica tiene la misma forma que la postulada en (F-4) pero “dándole la vuelta” al elemento g_{00}. La anterior equivalencia permite crear la ficción matemática de que los graves se mueven a lo largo de “geodésicas gravitatorias”. Sin embargo, la métrica $\overline{g}_{\mu\nu}$ no descibe propiedad física real ninguna: incluso, dependiendo de como sea la dependencia exacta del factor γ con respecto de la coordenada radial r, puede dar lugar a la predicción teórica de horizontes de sucesos o de agujeros negros. Incluso cuando “acierta”, la relatividad general yerra.

Pero dicha reducción geodésica ni siquiera es válida para cuerpos macroscópicos. Pues en este caso habrá un “defecto de masa” que permitirá descomponer las ecuaciones de movimiento –obtenidas al igualar (75) con el sumatorio de las fuerzas, definidas según (83), extendido a todas las partículas que integran el cuerpo– en una parte galineana, que no depende de las propiedades másicas del cuerpo de prueba, y en otra parte, si se supone que tal defecto de masa se corresponde con la carga eléctrica, “electromagnética”. En rigor, la célebre equivalencia de caída de los graves de Galileo no parece que pueda sostenerse para cuerpos macroscópicos (además se puede demostrar que la aceleración de la caída depende de la velocidad): Tal vez aquí se esconda la verdadera clave –el eslabón perdido– para la unificación de la gravedad con el electromagnetismo. (Con esta interpretación he calculado una carga eléctrica para la tierra de $4.3.10^5 C$. De todos modos, todavía hay que desarrollar la dinámica conectada para un sistema de partículas.)

Si algún recalcitrante “escéptico” aún sostuviera que todos los éxitos hasta aquí expuestos, así como todas mis tan certeramente acertadas críticas a la relatividad general, no tienen ningún valor relevante, alegando que en la actualidad ya se trabaja con ultramodernas teorías cuánticas de once dimensiones –la llamada teoría de cuerdas–, yo le diría que pretender una teoría cuántica tan multidimensional para la gravedad cuando todavía no se había conseguido una teoría clásica tetradimensional consistente es, superdimensional colega en este mundo, empezar la casa por el tejado. (Sería un capricho divino, demasiado divino, que cualquier generalización de una teoría contradictoria no fuese también contradictoria.)

PERIHELIO DE MERCURIO

La fórmula aproximada (119) es la misma que la que se obtiene en relatividad general. Predice el siguiente avance residual “absoluto” –es decir, tal y como lo vería un observador en el infinito– para el perihelio de un planeta:

$$\Delta\varphi \cong 6\pi \frac{2GM}{rc^2} \tag{124}$$

lo cual significa que el avance secular para el perihelio de mercurio es:

$$\Delta\varphi \cong 43''/\text{siglo}$$

La teoría conectada predice con éxito, a través de (119), el avance residual del perihelio de mercurio. Pero cuando no se trata de un observador estacionario situado a una distancia infinita del sol –un observador terrestre, por ejemplo–, entonces, en rigor, se deberían tener en cuenta las siguientes rectificaciones:

1. Que no es estacionario con respecto al sol.
2. Considerándolo "quasiestacionario" o estacionario, entonces hay que considerar que no se halla a una distancia infinita del sol. Significa que en (118) hay que utilizar un factor de conexión referenciado en la distancia sol-tierra.
3. Que aún no disponemos de la expresión exacta para el factor de conexión que hay que sustituir en (118). (ver *Ecuaciones de campo.*)

No parece que ninguna de estas rectificaciones pueda aportar variaciones sensibles a los anteriores 43''. No obstante, el caso del avance residual del perihelio de mercurio es un poco más complejo de lo que la relatividad general se pensaba.

DEFLEXIÓN DE LA LUZ

En analogía a (96), (107) y (110), las componentes de la tetravelocidad para un fotón serán:

$$U^0 = \frac{E}{c}$$

$$U^1 = U^r = \frac{dr}{d\tau}$$

$$U^2 = U^\theta = 0$$

$$U^3 = U^\varphi = \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{L}{r^2} \tag{125}$$

(Después ya se eliminarán los tiempos propios). La constante E es la "energía específica" del fotón, y la constante L su "momento angular específico". Será suficiente con utilizar la aproximación newtoniana referenciada en el infinito para el factor de conexión. Substituyendo en la ecuación invariante (27):

$$g_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = \left[\begin{pmatrix} -\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2\sin^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \frac{dr}{d\tau} \\ 0 \\ \frac{L}{r^2} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ \frac{dr}{d\tau} \\ 0 \\ \frac{L}{r^2} \end{pmatrix} = 0$$

de donde suponiendo de nuevo $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\sin^2\theta = 1$:

$$-\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1}\frac{E^2}{c^2}+\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1}\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2+\frac{L^2}{r^2}=0$$

y despejando $\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2$:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2=\frac{E^2}{c^2}-\left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)\frac{L^2}{r^2} \tag{126}$$

Elevando al cuadrado la última expresión de (125):

$$\left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2=\frac{L^2}{r^4} \tag{127}$$

Combinando (126) con (127) para eliminar el tiempo propio $d\tau$:

$$\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2=\frac{\dfrac{L^2}{r^4}}{\dfrac{E^2}{c^2}-\left(1-\dfrac{2GM}{rc^2}\right)\dfrac{L^2}{r^2}} \tag{128}$$

Se define el *parámetro de impacto* b como:

$$b=c\frac{L}{E} \tag{129}$$

que introducido en (128) nos produce la ecuación:

$$\frac{d\varphi}{dr}=\pm\frac{1}{r^2\left[\dfrac{1}{b^2}-\dfrac{1}{r^2}\left(1-\dfrac{2GM}{rc^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{130}$$

A partir de (130) es posible demostrar que el ángulo de desviación de $\Delta\varphi$ de un rayo de luz en un campo de gravedad resulta ser:

$$\Delta\varphi\cong\frac{4GM}{bc^2} \tag{131}$$

Para el caso particular de los rayos que inciden tangencialmente cerca del borde del disco solar, el parámetro de impacto viene dado por el radio del sol $b=R_S$. El ángulo de desviación previsto es así:

$$\Delta\varphi\cong\frac{4GM}{R_S c^2}=1'74''$$

ECUACIONES DE CAMPO

En la teoría de Newton la gravedad se describe con dos ecuaciones. La ecuación de movimiento es:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}\phi \tag{137}$$

y la ecuación para el campo:

$$\vec{\nabla}^2\phi = 4\pi G\rho \tag{138}$$

Antes ya se ha postulado la expresión (84), que es la generalización tetradimensional de (137). Para generalizar (138) nótese en primer lugar que se puede escribir:

$$\vec{\nabla}^2\phi = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\phi\right) = \vec{\nabla}\left(-\frac{d\vec{v}}{dt}\right) \equiv div\left(\vec{V}\right) = 4\pi G\rho \tag{139}$$

Aparece la divergencia del vector campo $\vec{g}$ pero cambiado de signo. Tal vector se ha expresado como:

$$\vec{V} \equiv -\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\nabla}\phi = -\vec{g} \tag{140}$$

Para una fuente gravitatoria se puede demostrar que la generalización más simple de la densidad de materia newtoniana ρ es el tensor energía-impulso conectado de orden $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, que en componentes simétricas covariantes se escribirá , para una fuente puntual (las tetravelocidades corresponden a las de la fuente):

$$T_{\mu\nu} = \rho U_\mu U_\nu \tag{141}$$

Podemos ensayar, por tanto, una relación fuentes-campos mediante un procedimiento del siguiente tipo:

$$O(\phi_{\mu\nu}) = CO'(T_{\mu\nu}) \tag{142}$$

Aquí los símbolos O y O' representan ciertas operaciones tensoriales sobre el potencial y el tensor energía-impulso conectados (C es una mera constante de proporcionalidad). Éstas deben representar algún tipo de generalización tetradimensional del procedimiento apuntado en (139) y (140) y, por descontado, deben garantizar en paralelo la covarianza matemática de (142). De momento desarrollemos dicho procedimiento para el miembro derecho de (142).

Una vez que se ha establecido que las fuentes gravitatorias deben estar representadas, en general, por cierto tensor simétrico de segundo orden, trivialmente se obtiene:

$$O'(T_{\mu\nu}) \equiv T_{\mu\nu} \tag{143}$$

Vayamos, pues, al miembro izquierdo. Si recordamos las ecuaciones de movimiento (84), en analogía con (140) podemos definir:

$$V^{\alpha} \equiv -\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} = 2g^{\alpha\beta}\left[-\phi_{\mu\nu;\beta} + \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu} \tag{144}$$

Antes de calcular la divergencia del vector (144) “al estilo (139)”, hay que conseguir los dos índices covariantes que se deberán hacer corresponder con sus homónimos simétricos de (143). Además, a no ser que queramos que la tetravelocidad de cualquier grave pueda entrar a formar parte de las ecuaciones de campo, hay que eliminarla. Para todo ello parece que bastaría con multiplicar por dos tetravelocidades covariantes según:

$$W_{\mu\nu}^{\ \ \alpha} \equiv V^{\alpha}U_{\mu}U_{\nu} = 2g^{\alpha\beta}\left[-\phi_{\mu\nu;\beta} + \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu}U_{\mu}U_{\nu}$$

Recordando (26) se obtiene, sin que la expresión resultante cambie de signo:

$$W^{\alpha}{}_{\mu\nu} = V^{\alpha}U_{\mu}U_{\nu} = -\frac{DU^{\alpha}}{d\tau}U_{\mu}U_{\nu} = 2g^{\alpha\beta}\left[-\phi_{\mu\nu;\beta} + \phi_{\beta\mu;\nu}\right]c^{4} \tag{145}$$

Pero el tensor (145) no es simétrico con respecto a sus dos subíndices. Por tanto, deberemos formar un nuevo tensor: que sea simétrico y que contenga una combinación lineal de todas las posibles derivadas covariantes primeras del potencial conectado. Como sólo existen, dada la simetría de los subíndices del potencial conectado, tres combinaciones independientes de tales derivadas, la combinación lineal más general posible producirá el siguiente resultado (prescindiendo de las constantes de (145) y redefiniendo el símbolo W):

$$W^{\alpha}{}_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\beta}\left[a\phi_{\mu\nu;\beta} + b\phi_{\beta\mu;\nu} + c\phi_{\beta\nu;\mu}\right] \tag{146}$$

Por argumentos de simetría, $W^{\alpha}{}_{\mu\nu} = W^{\alpha}{}_{\nu\mu}$, es fácil comprobar que: $b = c$. Luego:

$$W^{\alpha}{}_{\mu\nu} = g^{\alpha\beta}\left[a\phi_{\mu\nu;\beta} + b\phi_{\beta\mu;\nu} + b\phi_{\beta\nu;\mu}\right] \tag{147}$$

En el caso de una fuente puntual estacionaria se cumplirá: $T_{\mu\nu} \equiv 0$ excepto $T_{00} \neq 0$. Correspondientemente, para dicho caso estacionario, impondremos la condición: $W_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} \equiv 0 \forall \mu, \nu$ excepto para $\mu = \nu = 0$. Pero en particular se puede demostrar que existe, en el contorno estacionario (87), un $W_{0r;\alpha}{}^{\alpha}$ tal que (véanse las fórmulas (F-9) y (F-11)):

$$W_{0r;\alpha}{}^{\alpha} = -W_{0r}{}^{0}\Gamma_{0r}{}^{r} = -g^{00}\left[a\phi_{0r;0} + b\phi_{0r;0}\right]\Gamma_{0r}{}^{r}$$

Por la condición anterior: $W_{0r;\alpha}{}^{\alpha} \equiv 0$. Por tanto: $b = -a$, y el tensor (147) con los dos subíndices simétricos se escribirá:

$$W^{\alpha}{}_{\mu\nu} = -ag^{\alpha\beta}\left[-\phi_{\mu\nu;\beta} + \phi_{\beta\mu;\nu} + \phi_{\beta\nu;\mu}\right]$$

Ahora ya es posible calcular la "divergencia" con respecto al supraíndice α e igualar proporcionalmente el resultado al tensor energía-impulso.

Sea el tensor:

$$X_{\mu\nu}{}^{\alpha} = g^{\alpha\beta}\left[-\phi_{\mu\nu;\beta} + \phi_{\beta\mu;\nu} + \phi_{\beta\nu;\mu}\right] \tag{148}$$

Las ecuaciones de campo de la teoría conectada, las *únicas* que a la vez que generalizan la expresión (138) y son acordes con la nueva concepción sobre el movimiento no generan –como después se verá– ningún "radio crítico", se escriben como:

$$X_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{149}$$

La constante de proporcionalidad se ha elegido en acuerdo con el sistema de unidades adimensional utilizado en (87). Las ecuaciones (148) son, por supuesto, invariantes bajo (85). Además se puede demostrar, utilizando la métrica general (3) con elementos de matriz a priori indeterminados g_{00} y g_{rr} pero sobre los que conocemos, no obstante, su forma general (como ahora veremos, para la métrica referenciada en el infinito se cumplirá: $g_{00} = -\phi_{00} = -e^{\frac{\alpha}{r}}$ y $g_{rr} = e^{\frac{\beta}{r}}$), que el importante postulado "anti-Schwarzschild" (4) –el que elimina los horizontes de sucesos y los agujeros negros– es una de las tantas consecuencias de las ecuaciones de campo (es decir, se demuestra –una vez supuesto que las soluciones son del tipo exponencial arriba apuntado– que las anteriores constantes tienen que cumplir: $\alpha = \beta$ y nunca, por ejemplo: $\alpha = -\beta$, excepto si $\alpha = \beta = 0$).

Conocida la métrica del espacio-tiempo, el campo queda unívocamente determinado, a través de las 10 ecuaciones independientes de (149), por las fuentes gravitatorias. Pero no ocurre lo mismo con la métrica. Ésta no está unívocamente determinada por las fuentes. Basta recordar que la métrica está relacionada –véase (79)– con las antiguas "fuerzas ficticias" y notar, por ejemplo, que un viajero espacial dispondría de total libertad para elegir la aceleración –luego también las "fuerzas ficticias relativas"– de su nave con respecto a dichas fuentes. Luego es imposible que las solas fuentes determinen absolutamente la métrica.

Resolveremos ahora las ecuaciones de campo para el caso más simple: el campo estacionario (velocidad y aceleración del observador con respecto a la fuente nulas) en un punto exterior, $r \geq R$, de una fuente con simetría esférica (en rigor, se trata de una fuente puntual). La métrica vendrá definida por la sencilla relación (F-4). Y por tratarse de un campo estacionario, sólo será significativa la ecuación "cero-cero" de (149). La relación (148) nos permite escribir:

$$X_{00}{}^{\alpha} = g^{\alpha\beta}\left[-\phi_{00;\beta} + \phi_{\beta 0;0} + \phi_{\beta 0;0}\right] \tag{150}$$

Teniendo en cuenta que en el contorno estacionario (87) todas las componentes del potencial conectado son nulas excepto ϕ_{00}, las únicas derivadas covariantes del potencial conectado que resultan ser no nulas son las dos que se apuntan en (F-9), y:

$$\nabla_0 \phi_{r0} = \phi_{r0;0} = -\phi_{00}\Gamma_{0r}{}^{0}$$

Sustituyéndola en (150) tenemos:

$$X_{00}{}^{r} = g^{rr}\left[2\phi_{r0;0}\right] = -2g^{rr}\phi_{00}\Gamma_{r0}{}^{0} \tag{151}$$

Recordando el contorno estacionario (87), (F-5) y (F-7):

$$X_{00}{}^{r} = -\gamma^2 \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right] \tag{152}$$

Tenemos un índice contravariante $\alpha = r$. En analogía con (139) podemos calcular la "divergencia" de (150) con respecto a dicho índice. Por (F-11) se obtiene:

$$X_{00;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\left(\sqrt{-g}X_{00}{}^{\alpha}\right)_{,\alpha} - X_{\gamma 0}{}^{\alpha}\Gamma_{0\alpha}{}^{\gamma} - X_{0\gamma}{}^{\alpha}\Gamma_{0\alpha}{}^{\gamma} =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{-g}}\left(\sqrt{-g}X_{00}{}^{r}\right)_{,r} - 2X_{00}{}^{r}\Gamma_{0r}{}^{0} \tag{153}$$

Se ha tenido en cuenta que la única componente no nula de (148) es $X_{00}{}^{r}$. Sustituyendo todos los resultados que se acaban de obtener:

$$X_{00;\alpha}{}^{\alpha} = -\frac{1}{\gamma^{-2}r^2}\frac{d}{dr}\left[r^2\frac{d\gamma^{-2}}{dr}\right] + \gamma^4\left(\frac{d\gamma^{-2}}{dr}\right)^2 \tag{154}$$

(Recuérdese que todas las variables tan sólo dependen de la coordenada radial –simetría estacionaria esférica.)

En un punto exterior de una única fuente estacionaria y simétricamente esférica se cumplirá que $T_{00} = 0$. Y teniendo en cuenta las ecuaciones de campo (149):

$$-\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left[r^2\frac{d\gamma^{-2}}{dr}\right]+\gamma^2\left(\frac{d\gamma^{-2}}{dr}\right)^2=0 \tag{155}$$

Como podrá comprobarse por sustitución directa en (155), en el contorno estacionario (87) se obtiene –sin ningún "radio crítico" excepto el trivial $r=0$– la solución siguiente, referenciada en $p_0=r_0=cte$ (el denominador no es más que una mera constante. Su significado físico esencial deriva de que observadores en distintas posiciones no "ven" el mismo tiempo, espacio,… ; luego tampoco verán exactamente, aun suponiéndolos a todos estacionarios, la misma órbita):

$$\phi_{00}=\gamma^{-2}{}_{(p,p_0)}=\frac{e^{\frac{2GM}{rc^2}}}{e^{\frac{2GM}{r_0c^2}}} \tag{156}$$

Las constantes de integración se han elegido teniendo en cuenta la condición de Minkowski (5), la identidad en las conexiones equivalentes al medio (51) y que en el límite en el que el campo sea relativamente débil el factor de conexión tiene que coincidir con su aproximación newtoniana (50). Conexión equivalente –ver (6)–: la métrica se reducirá localmente a una métrica de Minkowski en el punto $r=r_0$ en el que está referenciado el factor de conexión; en el punto en el que está "sumergido" el observador (recordemos que –de acuerdo con el principio de conexión– cualquier observador tiene derecho a considerar, con independencia de su estado de movimiento con respecto a las fuentes, que en el preciso punto del medio en donde él pueda estar situado la métrica se reduce a una métrica de Minkowski).

La solución exterior referenciada en el infinito será:

$$\phi_{00}=\gamma^{-2}{}_{(p,\infty)}=e^{\frac{2GM}{rc^2}} \tag{157}$$

Si se prefiere en componentes contravariantes:

$$\phi^{00}=g^{00}g^{00}\phi_{00}=\gamma^2\gamma^2\gamma^{-2}=e^{-\frac{2GM}{rc^2}} \tag{158}$$

Si se consideran varias fuentes gravitatorias, no bastará con añadir un sumatorio extendido a todas las soluciones particulares correspondientes a cada una de estas fuentes, pues las ecuaciones de campo conectadas, como es fácil comprobar, no son lineales. Pero sí que bastará con un sumatorio sobre los exponentes de tales soluciones, pues éstos presentan un comportamiento "lineal": la solución general para varias fuentes es igual al producto de las soluciones individuales –que son exponenciales– para cada una de tales fuentes. (Todo esto será importante a la hora de construir la dinámica conectada de un sistema de partículas; punto clave, si no me equivoco, para unificar la gravedad con el electromagnetismo: la carga eléctrica no es sino un "defecto de masa".)

Ahora ya es posible conocer la expresión exacta de todas las fórmulas de la teoría conectada. La ecuación de la órbita, por ejemplo, se obtiene al sustituir el factor de conexión que aparece en (117) mediante la expresión (156), o mediante la (157) si la queremos referenciada en el infinito.

El intervalo elemental al cuadrado referenciado en el infinito, $r_0\to\infty$, queda (por supuesto, los diferenciales conectados de las tetracoordenadas se definen relacionalmente, $dx^{\mu} = dx^{\mu}(r)\big]_{r_0}$, pero, por estar el intervalo referenciado en el infinito, se ha prescindido de r_0 en la notación. Se sobreentiende, pues, que tales diferenciales están definidos en un entorno de un punto cualquiera r y tal como los vería un observador situado en un punto del infinito):

$$ds^2 = -e^{\frac{2GM}{rc^2}} c^2 dt^2 + e^{\frac{2GM}{rc^2}} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \qquad (159)$$

Nótese que están permitidas velocidades transversales "superlumínicas" , entendidas como mayores que la constante c, tanto para la propia luz, $ds = 0$, como para cualquier otro cuerpo –que de todos modos, supuestas unas condiciones determinadas, no podrá superar la velocidad real de la luz bajo estas mismas condiciones–. (Para comprobar todo esto basta con igualar a cero el intervalo elemental (159) y calcular una velocidad transversal, $\frac{rd\theta}{dt}$ por ejemplo, con $dr = d\varphi = 0$. También será instructivo estudiar las velocidades máximas permitidas por el factor cinético (15) según las distintas direcciones que se consideren.) En una palabra, la constante c no cabe ya considerarla como la velocidad de la luz en el vacío en cualquier posible dirección –que en función de donde esté referenciada la métrica podrá ser mayor o menor que c–, sino que tan sólo representa su velocidad radial $c \equiv v_r$ o, en general, su velocidad local o bajo conexión equivalente al medio: $\gamma_{(p,p)} = \gamma_{(p_0,p_0)} = 1$. Es vulgar simpleza de lo presente representar cualquier posible velocidad real de la luz mediante una relativísticamente inflexible constante universal.

Si recordamos la definición correcta de tiempo propio –regrésese a *las contradicciones del principio de equivalencia*–, la predicción de velocidades mayores que c no es más que una simple consecuencia teórica general, con independencia de cuales sean las ecuaciones de campo que se quieran postular, de cualquier teoría cuya métrica pueda ser libremente referenciada en un punto arbitrario cualquiera p_0. (En particular, analícese el comportamiento de la luz o de cualquier partícula cuando el intervalo elemental o el factor cinético (15) utilizan un factor de conexión definido a través de la fórmula (156), referenciada en $p_0 = r_0$.)

La expresión (120) de la aceleración de caída radial de un grave según un observador estacionario queda:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\left(1 - \frac{v_r^2}{c^2}\right)\frac{GM}{r^2} \qquad (160)$$

Para $v_r = c$ la aceleración radial es nula. También se deduce que la componente de la aceleración radial de caída gravitatoria de todo grave dependerá de sus condiciones iniciales: en concreto, de su velocidad radial inicial. Pero todo grave, con independencia de tales condiciones iniciales, alcanzará la velocidad de la luz c en $r = 0$ (es fácil comprobar esto a partir de (15), (62) y (156) o (157)). Todo esto supone una nueva refutación del principio de equivalencia de Einstein, de sus geodésicas y de su teoría de la relatividad (pues la aceleración de un grave depende de su velocidad). Ha sido posible deducir (160), fórmula que es coherente con la idea de que la velocidad radial máxima es $v_r = c$, gracias a que hemos supuesto que el factor de conexión viene definido, como han corroborado las mismas ecuaciones de campo (149), a través de una función exponencial (el factor "newtoniano-relativista" (50) hubiese dado lugar a contradicciones).

Para campos no estacionarios débiles propagándose en el vacío, la métrica se reduce a (1) y la ecuación (149) se puede escribir de forma aproximada (ya no será un tensor) como la ecuación de ondas gravitatorias:

$$\left[-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\nabla^2\right]\phi_{\mu\nu}=0 \tag{161}$$

REDSHIFT GRAVITATORIO

No es difícil demostrar que la energía E^* según un observador con tetravelocidad $U_{obs}{}^{\mu}$ viene dada por:

$$E^*=-\vec{P}\vec{U}_{obs} \tag{162}$$

Si se trata de un observador estacionario, la única componente no nula de su tetravelocidad será: $U_{obs}{}^{0}=c\gamma$. Y recordando (22) y (F-4):

$$E^*=-(-\gamma^{-2})P^0U_{obs}{}^{0}=\gamma^{-2}\frac{E}{c}c\gamma=\gamma^{-1}E \tag{163}$$

Para una partícula, E^* no es más que su energía bajo conexión equivalente. Es decir: $E^*=\gamma_c mc^2$

Más interesante es el resultado que se obtiene para un fotón. Teniendo en cuenta la fórmula de Planck podemos igualar E^* a $h\nu_{em}$, donde ν_{em} corresponde a la frecuencia local propia emitida en el punto r_a. Análogamente, la constante E (recordemos que por (96) sabemos que E se mantiene constante a lo largo de la trayectoria de una partícula o de un fotón: conservación de la componente-cero contravariante del tetraimpulso) se puede igualar a $h\nu_{rec}$, donde ν_{rec} es la frecuencia local constante recibida por un observador en el infinito (si se considera que el factor de conexión está referenciado en el infinito). Se obtendrá el redshift, después de despejar E en (163) y por (158), que corresponde a:

$$\nu_{rec}=e^{-\frac{GM}{r_a c^2}}\nu_{em} \tag{164}$$

Simétricamente, un fotón que cae y que alcanza una distancia más cercana a la fuente –lugar donde será observado– que la de la distancia desde la cual ha sido emitido presentará "blueshift" gravitatorio (para demostrarlo basta escoger un factor de conexión referenciado en un punto cualquiera r_0). El blueshift gravitatorio es una predicción genuina de la teoría conectada.

Diferentes observadores estacionarios miden diferentes frecuencias, pero para cada uno de ellos la frecuencia que mide –energía– representa un valor que se conserva constante a lo largo de la trayectoria del fotón. Luego no hay incompatibilidad alguna entre la teoría conectada, que postula dicha conservación de la energía, y la fórmula de

Planck, externa a la teoría, $E = h\nu$. Compárese de nuevo lo presente con el inconsistente proceder de la relatividad: ésta, si fuese coherente, debería deducir blueshiht y no redshift, y viceversa. Pero para ser "coherente" se vería obligada a contradedir radicalmente, aparte de a la citada fórmula externa de Planck, la experiencia. (Parece ser que para la relatividad, y según un observador estacionario, la energía de un fotón se conserva constante a lo largo de su trayectoria mientras que su frecuencia, en cambio, va variando; luego la relatividad es incompatible con la fórmula de Planck, de la cual, no obstante, hace uso y abuso –sin antes haberla modificado para "adaptarla" a sus esquemas– para "deducir" el redshift gravitatorio.)

El redshift gravitatorio debe ser interpretado, insisto, como una prueba empírica de que relojes estacionarios idénticos –por ejemplo, un *continuum* de osciladores que se han dispuesto para que vibren transversalmente al paso de un rayo de luz que se propaga en la dirección radial– andan más despacio cuanto mayor es su distancia a la fuente (en ausencia de gravedad, claro está, vibrarían a un mismo ritmo; luego se trata, en efecto, de un *continuum* de relojes idénticos con el que es posible poner de manifiesto el efecto de la gravedad sobre el fluir del tiempo). Cada oscilador o reloj actúa como un indicador estacionario de frecuencia. Por tanto, diferentes observadores estacionarios (situados a diferentes distancias con relación a la fuente) asignarán diferentes energías y frecuencias a un mismo rayo de luz –en esto consisten precisamente el redshift o el blueshift gravitatorios–, pero para un observador estacionario en concreto tanto la energía como la frecuencia de dicho rayo se conservan constantes a lo largo de su trayectoria –véanse (42) o (96)–. Se trata, para él, de un rayo monocromático cuya frecuencia vendrá dada, si el observador está en el infinito, por (164). A diferencia de lo que le ocurre a la relatividad, no hay incompatibilidad entre la teoría conectada y la fórmula cuántica de Planck.

Por último, nótese que la fórmula (164) tiene incluso sentido en el límite $\dfrac{m}{r} \to \infty$ (recuérdese que los agujeros negros no existen). Esto tendrá importantes consecuencias en astrofísica.

Comparación con la relatividad general

La última fórmula se ha deducido así:

$$E^* = -\vec{P}\vec{U}_{obs} = -g_{00}P^0 U_{obs}{}^0 = \gamma^{-2}\frac{E}{c}\gamma c = \gamma^{-1}E$$

$$E = \gamma E^*$$

E^* es la energía de un fotón que ha sido emitido en el punto r tal como la ve un observador situado propiamente en dicho punto r. E es la energía de este mismo fotón emitido en r pero tal como la "ve" un observador estacionario que está situado en r_0. Según la teoría conectada $\dfrac{E}{c} = P^0 = mU^0 = cte$, con lo cual la energía E es una magnitud que se conserva constante a lo largo de la trayectoria del fotón. Por el mismo motivo apuntado, por la conservación de la componente temporal contravariante del tetraimpulso, también se conserva constante su frecuencia. Luego la frecuencia que observa el anterior observador cuando el fotón le alcanza en el punto r_0, que es el punto donde el observador está situado, será la misma que la que había "visto" cuando el fotón estaba en el punto r. Así pues, por ser tanto la energía como la frecuencia constantes a lo largo de la trayectoria, podemos aplicar sin contradicción la fórmula de Planck para obtener:

$$\nu_{rec} = \gamma\nu_{em}$$

donde $\gamma = \gamma_{(r,r_0)}$ es una función creciente con respecto a r y decreciente con respecto a r_0. En particular, para $r_0 \to \infty$ se obtiene (observador en el infinito):

$$\nu_{rec} = e^{-\frac{GM}{rc^2}}\nu_{em}$$

Esta fórmula expresa el *redshift* de un fotón cuando alcanza a un observador situado a una gran distancia de la fuente. Está corroborada por la evidencia empírica. Nótese que para deducirla hemos utilizado: $g_{00} = -\gamma^{-2}$ (los relojes estacionarios andan más despacio cuanto mayor es su distancia a la fuente) y $\frac{P^0}{m} = U^0 \equiv \frac{cdt}{d\tau} = cte \Rightarrow d\tau = cte.dt$ (de donde es casi inmediato inferir que la frecuencia del fotón, así como su energía, se mantiene constante a lo largo de su trayectoria). No hemos incurrido en contradicción lógica alguna al hacer uso de la fórmula de Planck.

En cambio, para analizar este mismo problema la relatividad general procede así:

$$E^* = -\vec{P}\vec{U}_{obs} = -g_{00}P^0U_{obs}{}^0 = -g_{00}g^{00}P_0U_{obs}{}^0 = \gamma^2\gamma^{-2}\frac{E}{c}\gamma^{-1}c = \gamma^{-1}E$$

$$E = \gamma E^*$$

Curiosamente, aunque la relatividad lo ve todo del revés, el mismo resultado, si suponemos que el factor de conexión viene definido por la misma expresión, que se obtiene en la teoría conectada (nótese que para deducirla hemos utilizado la hipótesis inversa $g_{00} = -\gamma^2$. Además se ha tenido en cuenta que, según la relatividad, la que se conserva constante no es la componente temporal contravariante del tetraimpulso sino la covariante). Pero todavía no se ha obtenido aquí la fórmula del *redshift* gravitatorio. Todavía queda por analizar si es lícito que en este presente contexto apliquemos la fórmula cuántica de Planck. Por un lado vemos que la energía del fotón E, definida ahora a través de la componente covariante del tetraimpulso, se mantiene constante a lo largo de su trayectoria. Pero por otro lado es fácil comprobar que su frecuencia va variando a lo largo de su trayectoria ($\frac{P_0}{m} = U_0 = cte \Rightarrow \frac{cdt}{d\tau} \equiv U^0 = g^{00}U_0 = \gamma^{-2}U_0 \Rightarrow d\tau = cte.\gamma^2 dt$. "Doble" *blueshift* durante la propagación del fotón. Nótese que la componente temporal contravariante del tetraimpulso no se conserva constante según la relatividad. Idénticos resultados se obtienen si en lugar del problemático tiempo propio utilizamos un parámetro afín a lo largo de la trayectoria del fotón). Por tanto, como ya se había explicado en la presente sección , es imposible aplicar la fórmula de Planck en cualquier punto de la trayectoria del fotón sin antes haberla "adaptado" a los esquemas relativistas (por ejemplo: $E = \gamma^2 h\nu$). En consecuencia, la relatividad se muestra incapaz de predecir el *redshiht* gravitatorio. Queda, pues, refutada por la experiencia.

Una posible forma complementaria de interpretar la anterior sería observar que según la relatividad $E = \gamma E^*$ es la energía del fotón en el punto $r = cte$ tal como la "ve" un observador en el infinito (lo cual traducido a frecuencias daría lugar a un *redshift* "simple"). Pero para ser recibido u observado este fotón tiene que "viajar", y cuando haya alcanzado al observador en el infinito habrá experimentado –ya que su frecuencia no se mantiene constante– un "doble" *blueshift* a lo largo de su trayectoria. Así pues, lo que la relatividad general acaba por predecir en neto es un *blueshift* "simple", que no *redshift.* (Puede ser que alguien no esté conforme con la presente interpretación de la relatividad. Pero a mí me basta con que el lector se convenza de que la relatividad es totalmente incapaz de predecir de un modo coherente el *redshift* gravitatorio. Para ello será suficiente con que el lector reflexione sobre todas las interpretaciones alternativas posibles. No obstante, el lector deberá ser capaz de alcanzar la suficiente distancia intelectual, pues dentro de una teoría contradictoria nunca existirá ningún argumento coherente que pueda ser utilizado en su propio perjuicio.)

Si aceptamos que es el *redshift* gravitatorio el que viene respaldado por una fuerte evidencia empírica, entonces no es cierta la hipótesis relativista $g_{00} = -\gamma^2$, es decir, no es cierto que los relojes estacionarios anden más rápido cuanto mayor es su distancia a la fuente.

Como resultado general irrefutable se obtiene lo siguiente: el fenómeno del *redshift* gravitatorio contradice cualquier teoría que postule que los relojes estacionarios van más rápido cuanto mayor es su distancia a la fuente (como también sería contradictorio y absurdo afirmar que la gravedad es una fuerza atractiva y al mismo tiempo asegurar que una piedra lanzada verticalmente hacia arriba va más rápida cuanto mayor es su distancia a la fuente). El fenómeno del *redshift* gravitatorio demuestra que el tiempo transcurre más despacio cuanto mayor es la distancia a la fuente, que es lo que precisamente afirma la teoría conectada. (La frecuencia, de acuerdo, es la inversa de un tiempo –el período–, pero no se olvide que lo que siempre hacemos es comparar relojes idénticos: el que funcione a una menor frecuencia registrará menos tiempo. Por otro lado, la medición de la frecuencia lumínica siempre es local: realizada en el preciso punto donde se recibe la luz.)

Basta imaginar, suponiendo que la propia luz se comporta como un "reloj", que cada observador estacionario utiliza como reloj las vibraciones que un rayo de luz que se propaga en la dirección radial presenta en el preciso punto en donde correspondientemente está situado cada uno de estos observadores. El *redshift* demuestra que el número de tales vibraciones disminuye cuando aumenta la distancia a la fuente, luego relojes situados en puntos que estén a una mayor distancia de la fuente andarán más despacio. (Podríamos utilizar como reloj el propio aparato encargado de medir las frecuencias lumínicas.)

¿Se puede comprobar experimentalmente que un círculo es cuadrado?

Algunos experimentadores (por ejemplo, Carroll O. Alley y sus colegas. *Investigación y Ciencia.* Diciembre, 1981) aseguran haber comprobado experimentalmente, mediante muy precisos relojes capaces de medir la milmillonésima de segundo, que los relojes estacionarios marchan más rápido cuanto mayor es su distancia a la fuente (¡Qué casualidad! Lo mismo que dice la relatividad). Parecen ignorar que tal "éxito" experimental está en flagrante contradicción con el fenómeno del *redshift* gravitatorio, también comprobado experimentalmente y que demuestra precisamente lo contrario: que el tiempo transcurre más despacio a medida que nos alejamos de la fuente. A no ser que vivamos en un mundo absolutamente contradictorio, si un círculo no es cuadrado es porque un círculo no es un cuadrado.

Serenísimos, no dudo de su buena fe, pero ¿cómo han sido ustedes capaces de sincronizar unos relojes tan extremadamente precisos sin incurrir en el más mínimo error durante el proceso de sincronización? ¿Cómo los aíslan de cualquier posible minúscula perturbación exterior (producida durante la manipulación de estos tan extemadamente precisos relojes)?

Y, sobre todo, ¿no será que la interpretación de sus datos experimentales, tal vez excelsos, viene, aun inconscientemente, "cargada de teoría", contaminada de relatividad general?

CAMPO INTERIOR ESTACIONARIO ESFÉRICO

Considérese un tensor energía-impulso tan simple como el definido en (141). Si el campo es estacionario su única componente no nula será la componente T_{00}. Además, por cumplirse que $\gamma_c = 1$, mediante la componente temporal de la tetravelocidad contravariante (20) se puede deducir que:

$$T_{00} = \rho U_0 U_0 = \rho(r) c^2 \gamma^{-2} \tag{165}$$

donde ha quedado especificado en la notación que la densidad ρ, por tratarse de un caso de simetría esférica, sólo será función de la coordenada radial r.

La ecuación "cero-cero" de las ecuaciones de campo (149) para un punto interior, $r \leq R$, se escribirán –recordemos (154)– como:

$$X_{00;\alpha}{}^{\alpha} = -\frac{1}{\gamma^{-2} r^2} \frac{d}{dr}\left[r^2 \frac{d\gamma^{-2}}{dr} \right] + \gamma^4 \left(\frac{d\gamma^{-2}}{dr} \right)^2 = \frac{8\pi G}{c^4} \rho c^2 \gamma^{-2} \tag{166}$$

Para un cuerpo real, la variación de la densidad en función de las coordenadas puede ser muy compleja. No obstante, para un cuerpo de densidad uniforme podremos considerar la siguiente aproximación cuando el campo sea relativamente débil:

$$\rho \gamma^{-2} \approx \rho \tag{167}$$

donde ρ representa una constante característica de dicho cuerpo.

Las ecuaciones de campo (166) se traducen ahora como:

$$X_{00;\alpha}{}^{\alpha} = -\frac{1}{\gamma^{-2} r^2} \frac{d}{dr}\left[r^2 \frac{d\gamma^{-2}}{dr} \right] + \gamma^4 \left(\frac{d\gamma^{-2}}{dr} \right)^2 \approx \frac{8\pi G}{c^2} \rho \tag{168}$$

Es fácil comprobar que la solución interior referenciada en el infinito de (168) es:

$$\gamma^{-2}{}_{(p,\infty)} = e^{-\frac{GM}{R^3 c^2} r^2 + \frac{3GM}{Rc^2}} \tag{169}$$

Nótese que ni tan siquiera en $r = 0$ se genera "singularidad" ninguna.

Se ha definido la densidad constante ρ según:

$$\rho \equiv \frac{3M}{4\pi R^3} \tag{170}$$

Las constantes de integración, cuyo significado es evidente, se han elegido para garantizar la continuidad del factor de conexión: la solución exterior (157) y la interior (169) producen el mismo resultado en $r = R$.

A la relatividad general le resulta imperativo ensayar con tensores energía-impulso más sofisticados –que dependan de la presión, la temperatura, …– que el simple tensor definido en (141), pero a la teoría conectada para la gravedad no le es imperativo hacerlo así (he aquí, tras este imperativo, donde se esconde la razón por la que a

Einstein el tensor energía-impulso le pareció el "miembro de madera" de sus ecuaciones; que, dicho sea de paso, tampoco contienen ningún "miembro de mármol". Como según la relatividad el "potencial" gravitatorio se corresponde con la propia métrica, entonces incluso en el simple caso estacionario esférico se ve obligada a ingeniárselas para construir un tensor energía-impulso que contenga como mínimo cuatro componentes, cuando en tal caso debería de haber bastado con una sola componente, pues, de entre los diez potenciales en principio posibles, en el caso estacionario tan sólo existe un único y verdadero potencial gravitatorio significativo.)

Comentario sobre el apartado f) de las *notas orientadas a un discernimiento selectivo entre relatividad y teoría conectada*

Imaginemos la sola tierra. ¿Qué sentido lógico tiene suponer que está dotada de una rotación absoluta? ¿Rotación con respecto a qué? Sin embargo, para cualquier teoría que distinga entre sistemas inerciales y no-inerciales, la tierra supone un paradigma de sistema no-inercial: dotado de un movimiento de rotación absoluto a través de un eje imaginario que pasa por los polos. Se postula entonces una fuerza centrífuga, que en puntos del ecuador se opone totalmente a la gravedad. Como tal fuerza centrífuga resulta nula en los polos y máxima en el ecuador, se concluye que la "gravedad aparente" es menor en puntos del ecuador que en los polos. Y, en efecto, así es: la diferencia real medida es de $5.2\frac{cm}{s^2}$. Pero la diferencia teórica obtenida mediante el empleo de tales fuerzas ficticias –centrifugas– resulta ser de $3.38\frac{cm}{s^2}$. Por tanto, la "explicación" oficial parece que está dispuesta a asumir un error relativo porcentual de nada menos que:

$$\frac{5.2-3.38}{3.38}.100 \cong 54\%$$

Se oculta este tan grave error mediante una "definición compensadora" de los parámetros geométricos de nuestro planeta: radio polar, radio ecuatorial, … Pero ¿por qué no negar desde un buen principio la rotación absoluta de la tierra y definir así consistentemente sus parámetros geométricos? ¿La antedicha diferencia real de gravedad no refleja, sin necesidad ninguna de postular tales rotaciones absolutas, la diferencia real entre el radio ecuatorial y el radio polar? Los viejos conceptos empleados ya lo denuncian: eje *imaginario,* gravedad *aparente,* fuerza *ficticia, ...* ¡Nada tienen que ver con la realidad! Mediciones de la variación comparada de la gravedad con la profundidad en puntos de los polos y del ecuador permitirán esclarecer este error de bulto (pues está más relacionado con un mal uso de los conceptos que con las mismas fórmulas de una teoría).

Todo lo dicho no significa que de hecho puedan existir fuerzas que apunten "hacia el exterior" de la tierra (que en principio no tienen por qué coincidir con las fuerzas centrífugas newtonianas). Pero tales fuerzas, cuyo valor exacto está aún por calcular, deberán ser atribuidas a ciertos efectos gravitatorios provenientes de la circulación de masas alrededor del inmóvil planeta –conectándolo ahora a su mundo exterior–, nunca a una supuesta rotación absoluta de la sola tierra (parece que esto ya lo profetizó Ernst Mach, al que sin embargo no he tenido, salvo algunas breves reseñas, oportunidad de leer). En todo caso, el preciso estudio comparado de la variación de la gravedad con la profundidad en puntos del polo y del ecuador terrestres aportará valiosas informaciones, sobre todo cuando sean por fin interpretadas sobre la base de mi nueva teoría.

Absurdo por absurdo…: si el péndulo de Foucault demuestra la rotación absoluta de la tierra, entonces las mareas demuestran que la tierra se comporta como si fuera un "autobús acelerado". Hay que reinterpretar, uno a uno, todos los fenómenos que "demuestran" la existencia de una rotación absoluta del planeta. (El péndulo de Foucault es un "girasol". Mas tal vez también la luna contribuya en parte a hacer girar su plano de oscilación: en los polos, a razón de una vuelta cada 27 días aproximadamente.) ¡Tanto vociferante hablar sobre 'el' universo, sobre el todo intangible, cuando ni tan sólo comprendemos lo que ocurre en nuestro pequeño planeta!

ECUACIONES GENERALIZADAS

Un metaprincipio que defienda la invariancia universal de las leyes físicas para todos los observadores posibles de la naturaleza suprimirá la posibilidad de cualquier calificativo que, operando sobre los observadores, confiera a éstos algún tipo de propiedad absoluta, suprimirá también cualquier "punto fijo" y defenderá la absoluta relatividad del movimiento: todo observador tendrá derecho a considerarse en reposo y a considerar que son el resto de los cuerpos los que se mueven con respecto a él. Los preceptos de una cinemática pura obligan a que se cumplan básicamente dos tipos de simetría: *simetría según la velocidad* y *simetría según la aceleración.* Todo cuerpo de referencia debe tener derecho a considerarse en reposo y asignar una velocidad y una aceleración instantáneas a cualquier otro cuerpo, el cual a su vez, teniendo también derecho a considerarse a sí mismo en reposo, podrá asignar simétricamente al primero las correspondientes velocidad y aceleración opuestas. Es obvio que las mecánicas preconectadas de Newton y Einstein no verifican la simetría según la aceleración (y en mi siguiente obra voy a demostrar que ni siquiera cumplen, en contra de lo que se ha creído hasta ahora, la simetría según la velocidad; siendo este el motivo por el cual se genera la célebre paradoja de los gemelos). Son mecánicas incompatibles con la absoluta relatividad del movimiento y, por ende, con la verdadera invariancia universal de las leyes físicas. Para intentar solucionar esta incompatibilidad, Newton se vio obligado a recurrir a un metafísico espacio absoluto (instauró la dicotomía inercial-no inercial). Pero a Einstein, que en su limitada teoría de 1905 rechazó –con acierto– el espacio absoluto, ya no le quedaba ni siquiera esta vía de escape para evitar la contradicción que supone el querer instaurar la invariancia universal de las leyes físicas mediante unas ecuaciones, las ecuaciones de su relatividad "general", que se niegan a aceptar la absoluta relatividad del movimiento.

El sol se mueve… A la luz de la razón y a la evidencia de los sentidos no existe premisa más clara y distinta que: 'el movimiento es absolutamente relativo'. Tanto es así que cualquier teoría incompatible con ella –cualquier dinámica incompatible con las dos simetrías básicas sobre el movimiento distorsiona la simple realidad de las cosas. Es irracional y antiempírica. Y, pese a quien pese, deberá ser refutada.

Estamos frente a un problema filosófico, lógico, físico y matemático. Aún permanecemos enfrentados –aunque nadie hasta ahora parece haberse dado cuenta de ello– al que sin duda es el mayor problema histórico de la ciencia moderna. El objetivo primordial a lo largo de la presente obra no ha sido otro que ir progresando hacia su definitiva solución tetradimensional. Pero todavía no hemos alcanzado la plenitud de tan primordial objetivo. Como se ha visto, la teoría conectada trabaja no sólo con una métrica espacio-temporal $g_{\mu\nu}$ sino que además introduce un potencial conectado $\phi_{\mu\nu}$. Esto le permite un "doble juego" que es imprescindible para conseguir la anhelada absoluta relatividad del movimiento. La aceptación de la simetría del movimiento es epistemológicamente inalienable para cualquier teoría que, sin incurrir en intolerable contradicción, presuma de haber logrado conciliar razón y sentidos.

Tanto la métrica como el potencial conectado son tensores simétricos de segundo orden. Esto significa que tenemos 10+10=20 incógnitas. Pero las ecuaciones de campo (149) sólo nos proporcionan 10 ecuaciones. Nos faltan, por tanto, otras 10 ecuaciones, las cuales deberán establecer una relación entre las componentes de la métrica y las componentes del potencial conectado y, a su vez, deberán ser una generalización tensorial del contorno estacionario (87). No es difícil comprobar que la única generalización tensorial posible de (87) se escribe como:

$$\phi^{\mu\nu} = \frac{1}{c^2} U^\mu U^\nu \tag{171}$$

Aquí aparecen las otras 10 ecuaciones requeridas. Cada punto del espacio-tiempo queda caracterizado por el potencial conectado. La tetravelocidad es la que corresponde a la tetravelocidad del punto que se quiera considerar, es decir, la tetravelocidad que el observador asignaría a una partícula situada en el punto considerado suponiendo a dicha partícula en reposo con respecto a la fuente gravitatoria. Las ecuaciones (171) permiten escribir todos los potenciales conectados en función de las componentes de la métrica (nótese que incluso si suponemos una total ausencia de fuentes existe una componente no nula para el potencial conectado: $\phi_{00} = -g_{00}$). En principio podría parecer que, sustituyendo las ecuaciones (171) en las ecuaciones de campo (149), hemos ya solucionado definitivamente el problema sobre la absoluta relatividad del movimiento. Pero de hecho aún no es así. Todavía falta un pequeño detalle. Pues las ecuaciones de campo aún tienen que ser generalizadas para que sean capaces de solucionar de un modo unificado lo que, en lenguaje newtoniano, podríamos denominar el misterio de la inercia y la gravedad. Teniendo en cuenta (171) y el tensor energía-impulso para una fuente puntual (141), las ecuaciones (149) pueden ser escritas como:

$$X_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{8\pi G}{c^2} \rho \phi_{\mu\nu}$$

Desde un punto de vista meramente matemático es evidente que podemos añadir otra pieza del puzzle al segundo miembro de la anterior ecuación: un tensor de segundo orden. Como ya hemos hecho debido uso del potencial conectado, tal tensor sólo puede ser expresado en función de la métrica:

$$X_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{8\pi G}{c^2} \rho \phi_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu}$$

Por tanto las ecuaciones de campo generalizadas se escriben como:

$$X_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} \tag{172}$$

Aquí aparece una función escalar –que ni es necesariamente constante ni es cosmológica– de las tetracoordenadas, $\lambda = \lambda(x^\mu)$, que es en principio arbitraria. Basta recordar que un viajero interestelar puede en principio elegir arbitrariamente la aceleración que desee con respecto a la fuente (por eso las solas fuentes no pueden ni deben determinar la métrica). Pero una vez elegida la partícula de referencia, la que por libre definición decidamos considerar en reposo, entonces si m es su masa y F^β es la tetrafuerza total que actúa sobre ella (recordemos que, gracias al “doble juego” que permiten desarrollar la métrica y el potencial conectado, según la teoría conectada una partícula puede ser tetradimensionalmente libre y sin embargo estar acelerada, y viceversa, una partícula puede reconocerse como no tetradimensionalmente libre y sin embargo autoconsiderarse en reposo) la función escalar puede ser expresada como:

$$\lambda = \frac{k}{mc^2} F_{;\beta}{}^{\beta} \tag{173}$$

(k no es una constante universal. Hablaré sobre ello en mi próxima obra).

Conocidas la función λ y el tensor energía-impulso $T_{\mu\nu}$, que para una fuente puntual viene dado por (141), las ecuaciones (171) y (172) permiten determinar las 10 componentes de la métrica y las 10 componentes del potencial conectado. El movimiento de una partícula quedará determinado por las ecuaciones de movimiento que sean el caso. Si sólo interviene la interacción gravitatoria, tales ecuaciones coincidirán con las apuntadas en (84). Y es de este modo como ha quedado resuelto, por fin, el primordial problema acerca de la absoluta relatividad del movimiento: todo observador podrá utilizar el mismo sistema de ecuaciones, (84), (171) y (172), y tal sistema de ecuaciones le otorgarán el derecho a considerarse a sí mismo en reposo, siendo todos los restantes cuerpos del universo los que se van a mover con respecto a él.

La vieja relación fuentes-campos newtoniana, su ecuación de campo, es:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$

Si suponemos una placa de materia infinita distribuida sobre el plano yz, la anterior ecuación se escribe, en coordenadas cartesianas:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi G \rho$$

Integrando esta relación se obtiene la aceleración total de una *partícula de prueba* con respecto a un observador no acelerado con respecto a la placa. Así, dicha aceleración total (módulo), $\frac{d\phi}{dx}$, en un punto exterior a la placa, $\rho = 0$, resultará:

$$\frac{d\phi}{dx} = cte = g$$

Por analogía con (149) hacia (172), “podemos” generalizar la anterior relación fuentes-campos newtoniana. Ahora ésta quedaría más o menos como sigue:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho + \lambda$$

Cuya solución en idénticas condiciones al caso que aquí se ha considerado resulta:

$$\frac{d\phi}{dx} = cte + \int \lambda dx$$

Esta expresión permite calcular la aceleración total con respecto al observador de una partícula de prueba *cualquiera que sea la aceleración de dicho observador* con respecto a la placa (si suponemos que la aceleración del observador tiene la dirección del eje ox). Por tanto, la generalización de la ecuación de campo newtoniana parece que permite establecer la relatividad absoluta, en cuanto a la aceleración, del movimiento: el observador siempre tiene derecho a considerarse a sí mismo en reposo (no acelerado) porque la antedicha generalización le permite calcular la aceleración total de la partícula de prueba con respecto a sí mismo (que no con respecto a la placa).

La función λ es en principio arbitraria, en el sentido que en principio es también arbitraria la posible aceleración con respecto a la placa, con respecto a la fuente, escogida por el observador. Las solas fuentes, como ya advertí, no pueden determinar el campo, no pueden determinar la aceleración total de la partícula de prueba con respecto al observador. En el sencillo caso particular de que la aceleración del observador con respecto a la placa sea constante (la suposición de una aceleración estrictamente constante no es en rigor lícita desde el punto de vista de la teoría conectada), se tendrá $\lambda = 0$, y con una inteligente interpretación de las constantes de integración la aceleración total de la partícula con respecto al observador quedará determinada:

$$\frac{d\phi}{dx} = g + a$$

Aquí aparecen la aceleración gravitatoria, la constante g, generada por la placa material y la aceleración constante a del observador con respecto a la placa. Esta última expresión es la solución –que intenta, con ayuda de la ecuación de campo newtoniana, evitar el recurso a las *fuerzas ficticias*– al típico problema del "ascensor acelerado de Newton" en un campo gravitatorio uniforme. Por tanto, ¿ha quedado ya solucionado el problema sobre la absoluta relatividad del movimiento en el contexto de las teorías de Newton (que, no lo olvidemos, postulan un metafísico espacio absoluto, una inmóvil referencia absoluta para el movimiento)? ¿Son ya por fin tanto la velocidad como también la aceleración simétricamente relativas?

Si hacemos desaparecer la placa de materia, de modo que ésta ya no podrá contribuir a la aceleración total, tendremos $g = 0$. La partícula de prueba será tridimensionalmente libre y entonces resultará la siguiente aceleración total:

$$\frac{d\phi}{dx} = a$$

Resultado que en el primitivo contexto de las teorías de Newton es contradictorio para $a \neq 0$: a una partícula tridimensionalmente libre no se la permite estar acelerada (a no ser que se modifique la ecuación fundamental de la dinámica newtoniana, la segunda ley de Newton, con la introducción de fuerzas ficticias. Pero tal modificación sería absurda: viola ya de entrada la absoluta relatividad del movimiento). Conclusión: al igual que le ocurre a la teoría de la "relatividad" de Einstein, es imposible compatibilizar la teoría newtoniana con la absoluta relatividad del movimiento (otra vez más reaparece aquí la más nefasta consecuencia de la dicotomía inercial-no inercial, dicotomía que contamina las teorías preconectadas).

El sentido de los presentes subpárrafos, en los que tan sólo me he limitado a bailar con la absurdidad, apunta hacia un lector que esté capacitado para desarrollar una clara intuición del significado de las ecuaciones de campo generalizadas (172) de la teoría conectada, las cuales han sido creadas en completo acuerdo con la absoluta relatividad del movimiento. Permitirán solucionar problemas aún pendientes de solucionar como el del ascensor "acelerado" de Einstein. (Estoy intentando también conseguir que el lector vaya poco a poco dejando de pensar en las absurdas insensateces que a la nada conducen, en arraigados prejuicios que deben su origen a inmóviles soles o a cavernosas constantes "cosmológicas", por ejemplo.)

Lo enseño un viejo sabio: aun suponiendo que hubieses acertado con cierta ley, si tu vanidad es mover el mundo…, aún te queda por encontrar un verdadero punto de apoyo, si es que existe tal cosa en este mundo. Los verdaderos problemas nunca son los grandes enigmas. Espero haber contribuido a resolver aquel tipo de problemas, en apariencia muy simples, que requieren del uso de toda la esencia y sapiencia de la mejor física. La prueba de ello es que hasta ahora nadie había conseguido crear las ecuaciones que permitieran resolverlos satisfactoriamente. Me refiero al ascensor y a la plataforma giratoria absolutamente "acelerados" de Einstein, a la paradoja de los gemelos, al puro movimiento cinemático del sol que aún carece de una dinámica capaz de justificarlo, etc., etc. En definitiva, aquel tipo de problemas que la teoría de la relatividad, por ser demasiado "fáciles", ha demostrado ser incapaz de resolver (mientras se entretenía en demostrar orígenes absolutos de 'el' tiempo y otras cosmoagónicas barbaridades por el estilo). La tendencia de la soberbia es el apresuramiento vano a exhibir sublimes soluciones ante los más grandes enigmas, pero antes debería haberse apremiado a resolver todo aquello que, por "fácil", su superlativa ceguera ni siquiera alcanzó a vislumbrar. Resulta quimérico que unas tan *increíbles* ecuaciones, las ecuaciones de Einstein, que se muestran tan estáticas –absolutamente estáticas– que ni siquiera son capaces de resolver el campo generado por una simple fuente puntual en movimiento, sean religiosamente forzadas a que hablen sobre la creación y el origen, con principio y destino preestablecidos incluidos, de todo nuestro vivo universo (de hecho, las ecuaciones de Einstein no son siquiera capaces de resolver el campo creado por una triste fuente puntual en reposo, y no digamos ya si la suponemos en movimiento. Dado que en relatividad el potencial gravitatorio viene dado por la propia métrica, a la relatividad le interesa inventarse un tensor energía-impulso que contenga al menos cuatro componentes significativas, no nulas, pero un tal tensor está obligado a presuponer sofísticamente que la fuente es siempre macroscópica y, en su conjunto, estática, nunca puntual y dinámica o móvil).

La historia muestra que la inmensa mayoría de las buenas gentes, reconozcámoslo con claridad, era inculta. Ignoraban el lenguaje culto de su tiempo. Desconocían cualquier lengua clásica, y apenas su propio lenguaje nativo. Eran vulnerables a todo tipo de sesuda interpretación que los eminentes y totalitaristas sacerdotes de su época hubiesen decidido esclarecer sobre la palabra de Dios. Sobre las tan divinas, sagradas e increíbles, aunque ciertamente paradójicas, verdades. Hoy en día, diríase que todo ha cambiado. Pero incluso durante la muy reciente inauguración del presente milenio, las tan orgullosas y cultivadas gentes, que todavía adolecen de una mínima noción sobre qué significa el lenguaje matemático, continúan permaneciendo indefensas ante la sobrevenida infección sobrenatural promovida por los renacidos profetas del todo, con la matemática proliferación, ciertamente paradójica, de todas sus bigbangvescas teorías y de todos sus no-creíbles orígenes absolutos de 'el' tiempo o de 'el' universo geométrico ("entendido como un todo"). Bien. A pesar de que tal vez seamos aún incapaces de reconocerlo, se podría aun sostener que la superstición y el mito, el totalitarista anhelo de ilusa ilusión ensoñadora, la vana vanidad, el cráneo prehistórico –digámoslo con claridad–, tanta ignara sapiencia y tanta tonta tontería todavía permiten ostentar esta especie de inexorable hegemonía de la imbecilidad a lo largo de la historia. La historia demuestra que la inmensa mayoría de las eminentes gentes es imbécil. ¿Lo falso es lo verdadero? ¿Aún todavía? La verdad es simple. Obscuros *S*erenísimos, aún todavía nada comprendéis. Las justas llamas nunca aguardan al excelso que vilmente a ellas es arrojado, en realidad anuncian un nuevo mundo, más allá del infernal fuego eterno en el que se consumen e *iluminan* los injustos efímeros que las encienden.

Cuenta la leyenda que una incierta vez, en presencia de un muy eminente sabio, alguien osó romper el silencio para preguntar acerca del origen del universo. Los conocedores de una verdadera ciencia se quedaron mudos, mas el sabio eminente contestó: ¡El Universo empezó hace 109876543210 miles de enmillonados años! Nadie supo qué decir. Nadie negó. Permanecieron todos extraviados, tan sabiamente, en el rigor de un ignaro silencio.

Hay que admitir que Einstein, que, por supuesto, permanece sagradamente alieno a todos los dislates cometidos por sus esclarecidos y tan futuristas epígonos, siempre ignoró que hay que escapar de la absurda dicotomía inercial- no inercial y nunca supo cómo despojarse del obsoleto espacio absoluto de Newton. No basta con una teoría tetradimensional que verse sólo sobre la gravedad. El genial giro relativista, iniciado por Einstein en 1905, habría fracasado por completo si no se hubiese conseguido crear, aparte de una teoría sobre la gravedad, una formulación absolutamente relativa para el movimiento (cosa que los sesudos epígonos relativistas, convertidos ahora en unos nuevos sacerdotes o profetas del todo que se dedican a predicar los orígenes del universo, han olvidado por completo). Esto, tan simple, pero mucho más sensato que cualquier absurda e infundamentada conjetura metafísica sobre el universo todo, es lo fundamental. Es lo que históricamente ha sido más difícil de entender y de comprender. Ahora, por fin, la nueva teoría conectada ha logrado alcanzar el objetivo primordial: la absoluta relatividad del movimiento. Este ha sido, sin duda, su mayor logro. Sin olvidar, como es obvio, que la teoría conectada también ha tenido que demostrar que es la única teoría tetradimensional posible que describe de un modo coherente el fenómeno gravitatorio. Si al final se hubiese confirmado aquel fracaso, y puesto que resultaría absolutamente absurda cualquier pretensión de regresar de nuevo al metafísico espacio absoluto de Newton, nos hubiésemos visto atrapados entre un pasado que aún necesitábamos superar y un futuro todavía imposible de conquistar. Me parece que la teoría conectada nos ha evitado recaer sobre semejante extremo. Completará, con satisfacción plena, reorientándonos hacia el sendero sin fin de la sensatez, tan genial giro.

Por el breve momento… he aquí todo lo que a mí me ha parecido oportuno y tan muy oportuno enseñar. El pasado era, el presente es no siendo; el futuro será.

Vivo entre enigmas.

Tan solo… he marcado el camino…

EPÍLOGO: ¿Y SI LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD FUESE FALSA…?

Entonces…, en tal caso, pese a quien pese, deberá ser refutada (a pesar de que esto arruinaría todos los inamovibles inertes intereses, todas las lúcidas publicaciones, todos los sesudos trabajos, … que alrededor de ella se han ido incrementado incesantemente a lo largo de casi un siglo).

Si la relatividad general fuese falsa, así también lo serían tanto sus ecuaciones de movimiento, geodésicas, como sus ecuaciones de campo, ecuaciones de Einstein.

La pura lógica demuestra que sólo existe una única alternativa tetradimensional a la relatividad, y que, claro está, esta alternativa es *única*: la teoría conectada

Muy bien brevemente:

Ecuaciones de movimiento (si las geodésicas gravitatorias relativistas no son ciertas, entonces $DU^{\alpha} \neq 0$ Luego, teniendo en cuenta que las derivadas covariantes de la métrica son nulas, hay que definir un nuevo potencial –campo tensorial simétrico de segundo orden– no coincidente con la métrica y establecer unas nuevas ecuaciones de movimiento que conserven la energía del grave y que cunplan la condición de ortogonalidad. Éstas son únicas):

$$\frac{DU^{\alpha}}{d\tau} = 2g^{\alpha\beta}\left[\phi_{\mu\nu;\beta} - \phi_{\beta\mu;\nu}\right]U^{\mu}U^{\nu}$$

Ecuaciones de campo: dado el tensor simétrico con respecto a los subíndices:

$$X_{\mu\nu}{}^{\alpha} = g^{\alpha\beta}\left[-\phi_{\mu\nu;\beta} + \phi_{\beta\mu;\nu} + \phi_{\beta\nu;\mu}\right]$$

las ecuaciones de campo se escriben:

$$X_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{8\pi G}{c^{4}}T_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu}$$

El tensor energía-impulso es simplemente: $T_{\mu\nu} = \rho U_\mu U_\nu$. Y λ es una función escalar, clave para conseguir la absoluta relatividad del movimiento, que nada tiene que ver con insensatas constantes "cosmológicas".

La métrica y el potencial se relacionan mediante (que son 10 ecuaciones que junto a las 10 ecuaciones de campo permiten determinar las componentes de la métrica y del potencial):

$$\phi_{\mu\nu} = \frac{1}{c^2} U_\mu U_\nu$$

He aquí las principales ecuaciones pertenecientes a la *única* alternativa tetradimensional posible a la relatividad general.

ÉXITOS DE TALES ECUACIONES

–Eliminan la dicotomía inercial-no nercial (en consonancia con la ideal invariancia universal de las leyes físicas).

–Son consistentes con la absoluta relatividad del movimiento (un observador en el sol vería una tierra en movimiento, pero un observador en la tierra ve un sol en movimiento. Este último punto de vista, si de verdad se quiere eliminar la existencia de puntos privilegiados en cualquier rincón del universo, debe ser también respetado por cualquier buena teoría de la física. Pero la "relatividad" no respeta la relatividad del movimiento).

–Predicen los *tres test clásicos* (entre ellos el *redshift gravitatorio,* según el cual, a causa de la gravedad, la frecuencia de la luz es menor a medida que es recibida por observadores más alejados a la fuente desde la cual la luz ha sido emitida. Cosa que directamente demuestra que el tiempo registrado por un observador, medido con un reloj que oscile al ritmo de dicha frecuencia, será tanto menor cuanto mayor sea su distancia a la fuente. Pero inversamente, según la relatividad y en insalvable desacuerdo con la teoría conectada, el tiempo va más rápido cuanto mayor es la distancia a la fuente).

–Resuelven la *paradoja de los gemelos.*

–Cualesquiera que sean la masa y el radio de un objeto, nunca producen horizontes de sucesos. Los agujeros negros no existen.

–Predicen velocidades superiores a la velocidad local de la luz en el vacío, es decir, velocidades superiores a la conocida constante c.

–Resuelven lo que una buena teoría debe ser capaz de resolver (cosas que, como se sabe, la relatividad es absolutamente incapaz de comprender): ascensor "acelerado" de Einstein, campos creados por fuentes en movimiento, …

–Son sensatas. Saben que no saben nada. No entienden sobre orígenes absolutos de 'el' tiempo ni saben qué significa "el universo entendido como un todo".

Regla de oro para encauzar un ilimitado filosófico pensar: Toda intelección –o ecuación– que afirme entender el universo como un todo es falsa. Pues para entender el universo como un "Todo" sería necesario haber presupuesto ya antes algún tipo de idiotizada finitud. Nada tiene de extraño que un "universo" matemático, atrapado por los límites del intelecto humano, manifieste finitudes espaciotemporales. (El Universo –eternamente antinómico– no es un ridículo tensor de segundo orden, nunca será ninguna oculta ecuación que prosaicamente aguarde en el infernal empíreo de las cavernosas *ideas*.)

Carbonizados *S*erenísimos, Bruno (son)ríe. ¡Ja! ¡Ja!

La ecuación fundamental de la dinámica newtoniana tenía un grave problema: era incompatible con la simetría según la aceleración de la cinemática pura. Lo mismo puede decirse de las geodésicas de un espacio-tiempo curvado por las ecuaciones de Einstein. Es obvio que ningún cuerpo acelerado (las dinámicas de Newton y Einstein otorgan aceleraciones necesariamente no nulas a los cuerpos sobre los que actúan fuerzas o a los cuerpos ubicados en el seno absoluto de un espacio-tiempo curvado) puede autoconsiderarse en reposo sin incurrir en contradicción. Según las teorías preconectadas, ningún cuerpo podía ser escogido, como exige la absoluta relatividad del movimiento, como libre referencia para describir el movimiento de los restantes cuerpos (excepto en el caso de que su masa fuese infinita). Es este el motivo oculto por el que Newton se vio obligado a inventarse el concepto 'espacio absoluto', entendido éste, aparte de otras múltiples interpretaciones banales, como la referencia absoluta –ya que en rigor ni un solo cuerpo finito servía para ello– para describir el movimiento. Y hay que admitir, a pesar del acusado tinte metafísico de un concepto que ni Dios entiende, que Newton actuó de un modo coherente: hizo lo único que se podía hacer sin contradicción en un mundo tridimensional. Pero después de 1905 y del descubrimiento de Minkowski del espacio-tiempo tetradimensional, el espacio absoluto de Newton mostró ser un ente ya insostenible. Las únicas referencias posibles para describir el movimiento deberían ser construidas con cuerpos reales. Cuerpos físicos pero no metafísicos. Se mostró tambien que tanto Ptolomeo como Copérnico, por su fijación en querer convertir en privilegiada referencia absoluta algún astro que de ello fuese "merecedor", estaban equivocados. Y que Galileo, incapaz de fundir extremos, anduvo en exceso confuso, aunque Newton parecía después esclarecer las extremadas tesis galineanas. Mucho más tarde, Einstein, el mismísimo autor de la teoría de 1905, en lugar de desarrollar generalizaciones del restringido espacio-tiempo de Minkowski en un contexto que permitiera instaurar la absoluta relatividad del movimiento, reinstauró la vieja dicotomía inercial-no inercial. Una ruina. La dinámica continuó reñida con la cinemática pura. Y todo lo antes mostrado no pudo ser después demostrado. Ya no hay duda sobre el origen de todos los dislates, paradojas, horizontes de sucesos y agujeros negros, blancos y de gusano, teorías bigbangvescas sobre el origen absoluto de 'el' tiempo… de la multiuniversal "física" contemporánea. Todos los eminentes epígonos de un muy confuso Einstein, pensando que la física sería capaz de responder "científicamente" a las grandes preguntas, se han creído poseedores de las divinas facultades que permitirían desvelar los antinómicos secretos del infinito Universo. Pero la inigualable inteligencia de semejantes lumbreras siempre ha ignorado, mientras el genio del mismísimo Einstein aún (son)ríe, que la física seria y sensata exhibe claras limitaciones incluso a la hora de encarar la infinidad de las pequeñas cosas de este mundo: ¿Por qué es "verdad" que la tierra, nuestro insignificante planeta, se mueve? ¿Raudas galaxias aparte, es la teoría de la "relatividad" capaz de reconocer el movimiento "aparente" de nuestro sol? ¿Cómo? ¡Cómo! Basta ya.

Alcanzados sus principios matemáticos, el "copernicanismo" universal renacentista de Bruno resucita en pleno siglo XXI. La infinitud del misterio. El fuego solar, independiente y libre, abrasa en las auroras que anuncian un sublime mediodía…

APÉNDICE C: ÓRBITAS CIRCULARES

¡Reincidamos en la verdad! Regresemos a la teoría conectada. La ecuación (112) puede ser escrita como:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = K^2c^2 - V^2(r)$$

donde:

$$V^2(r) = \gamma^2 c^2\left(1 + \frac{L^2}{c^2r^2}\right) = e^{-\frac{2GM}{rc^2}}c^2\left(1 + \frac{L^2}{c^2r^2}\right)$$

Se ha utilizado el factor de conexión referenciado en el infinito y, por comodidad, se ha redefinido la constante L, que ahora representa el momento angular por unidad de masa.

Una órbita circular se dará cuando $V^2(r)$ adquiera un valor extremo. Es decir, cuando:

$$\frac{d}{dr}\left[V^2(r)\right] = 0$$

De ahí se deducen, tras unas operaciones elementales, dos cosas. La primera:

$$L^2 = \frac{GMr}{1 - \frac{GM}{rc^2}}$$

Y la segunda (que aquí no vamos a utilizar, aunque impone la existencia de cierta distancia radial mínima a partir de la cual, a partir de valores más bajos, no están permitidas las órbitas circulares):

$$r = \frac{L^2}{2GM}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4G^2M^2}{c^2L^2}}\right]$$

Una órbita circular cumplirá: $\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\tau}=0$. Por tanto, de las dos primeras expresiones del presente apéndice se obtiene:

$$K^2 = e^{-\frac{2GM}{rc^2}}\left(1+\frac{L^2}{c^2 r^2}\right)$$

Ahora ya es posible escribir, recuperando algunas expresiones características de la teoría conectada y sustituyendo el valor de K y el valor del momento angular (por unidad de masa) obtenidos arriba:

$$\frac{dt}{d\varphi}=\frac{\frac{dt}{d\tau}}{\frac{d\varphi}{d\tau}}=\frac{K}{\frac{1}{r^2}L}=\frac{e^{-\frac{GM}{rc^2}}}{\left(\frac{GM}{r^3}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Por tanto, la velocidad lineal de un grave –en órbita circular– que predice la teoría conectada es:

$$v_\varphi \equiv r\frac{d\varphi}{dt}=e^{\frac{GM}{rc^2}}\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Esta velocidad puede resultar ser observablemente mayor que la predicha (?) por la relatividad general (en realidad, la relatividad general nada sensato predice) pues, con total obviedad, las velocidades predichas por la teoría conectada pueden superar con creces la velocidad local de la luz en el vacío.

Para los campos intensos, la teoría conectada predice unos resultados inimaginables para las formas de pensamiento oficial. Pensemos en el muy simple caso de una agrupación de n galaxias que presenta una simetría esférica de radio $r=R$. La densidad de materia intergaláctica, polvo, gas,…, la representaremos mediante una simple constante: ρ. Las correspondientes masas galácticas serán $M_1, M_2, M_3,...M_n$. Entonces, la velocidad de rotación orbital circular de un grave que se encuentre a una distancia $r=R$ del centro de tal agrupación será:

$$V_\varphi \approx e^{\frac{G\left(M_1+M_2+...+M_n+\rho\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{Rc^2}}\sqrt{\frac{G\left(M_1+M_2+...+M_n+\rho\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{R}}$$

Esta fórmula está sometida a ciertas restricciones de aplicabilidad que ahora no vienen al caso, pero espero, una vez que ya se haya aceptado que existen por doquier velocidades muy superiores a la velocidad local de la luz en el vacío (puesto que no reconocen velocidades superiores a c, también se habrán de modificar las fórmulas de la relatividad especial concernientes al *redshift* lumínico. Las velocidades reales pueden ser muy superiores a las que se infieren a través de las fórmulas del efecto Doppler relativista), haber contribuido a resolver el recalcitrante enigma de la "materia oscura". Reemplazar oscuridad por luz, ofuscamiento y oscurantismo por diáfano pensamiento, reemplazar, ante todo, la nada por el algo progresante, tal es el mayor mérito filosófico de la nueva teoría conectada. Cuando se ilumina el pensamiento, el mundo se ilumina.

Hay que intentar ascender hasta el mismísimo borde del abismo, mas las extravagantes extrapolaciones hacia el todo relativista, hacia la inducción definitiva de un universo absoluto relativista, ya tan sólo representan la oscura materia reservada a los “iluminados” profetas del todo (cosa que no implica que no se deban estudiar, sabia y prudentemente, las posibles implicaciones de cualquier histórica teoría –la teoría conectada, por ejemplo– a escalas cosmológicas, a escalas de un nuevo pero siempre renovable todo). Cada vez que emerga una nueva teoría, aparecerá un nuevo todo. Especulativo. Inductivo. Extrapolativo. ¿Estúpido? Sólo sé que no sé todo.

APÉNDICE D: REDSHIFT GRAVITATORIO

Según la relatividad general, el redshift gravitatorio para un observador en el infinito viene dado por la siguiente fórmula:

$$z_{RG} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} - 1$$

Pero, según la teoría conectada, viene descrito por esta otra fórmula:

$$z_{TC} = e^{\frac{GM}{rc^2}} - 1$$

Para campos poco intensos, $\frac{GM}{rc^2} \to 0$, ambas expresiones conducen prácticamente al mismo resultado:

$$z_{RG} \approx z_{TC} \approx \frac{GM}{rc^2}$$

Pero para campos intensos ambas expresiones divergen por completo. Vamos a analizarlas para cuerpos que oscilen alrededor del famoso radio crítico relativista de Schwarzschild:

$$r_c = \frac{2GM}{c^2}$$

Para valores del redshift gravitatorio correspondientes al radio crítico se obtiene:

$$z_{RG} = \infty \qquad\qquad z_{TC} = e^{\frac{1}{2}} - 1 = 0{,}649$$

La relatividad, como siempre, da lugar a un resultado absurdo. Es fácil ver, además, que los valores generados por la fórmula del redshift relativista, z_{RG}, decrecen rápidamente a medida que crece el valor de la coordenada radial r, de modo que por poco que nos alejemos del radio crítico se obtienen valores para el redshift que tienden a ser casi insignificantes. Por tanto, según la relatividad general, tan sólo los cuerpos cuyo radio sea igual al radio crítico o los cuerpos abismales que estén casi a punto de convertirse en un agujero negro, serían capaces de emitir radiaciones con un redshift gravitatorio significativo. Pero, por aquellas cosas de la nada, los tautológicos agujeros negros nunca emiten nada porque nada emiten nunca.

Para radios inferiores al crítico, la relatividad general insiste en mostrarse absolutamente absurda: el radicando de la fórmula relativista se convierte en negativo, y no genera ningún resultado real. Cosa que tiene su "lógica", pues, según esta falaz teoría, un cuerpo con un radio inferior al crítico no es más que un agujero negro, el cual impide escapar cualquier tipo de radiación más allá de su horizonte de sucesos.

Por bien hallada fortuna, a la teoría conectada no le ocurre lo mismo que a la relatividad. La teoría conectada afirma: un cuerpo cuyo radio sea la mitad del radio crítico da lugar al siguiente redshift gravitatorio:

$$z_{TC} = e - 1 = 1{,}718$$

Un cuerpo cuyo radio sea la tercera parte del radio crítico da lugar a:

$$z_{TC} = e^{\frac{3}{2}} - 1 = 3{,}482$$

Y así sucesivamente hasta agotar el infinito.

Si somos capaces de detectar este tipo de valores numéricos, ciertamente elevados, para el redshift gravitatorio en algún lugar del cielo, habremos demostrado que los agujeros negros no existen. Expresado con más claridad: habremos demostrado que sí que existen cuerpos con radios inferiores al radio crítico de Schwarzschild, y que, en contra de lo que afirma la teoría de la relatividad, tales cuerpos son capaces de emitir todo tipo de radiaciones. Son capaces de emitir. Todo es luz, simplemente luz. La prueba de todo ello será que el extremado redshift de las radiaciones emitidas concordará con el predicho por la fórmula z_{TC} de la teoría conectada.

¿Qué es un quasar? Algún universo se hunde…

FORMULARIO

Se agrupan aquí el mínimo número de fórmulas que han sido necesarias para resolver las ecuaciones de movimiento y las ecuaciones de campo.

Simetría:

$$g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu} \quad \text{y} \quad g^{\mu\nu} = g^{\nu\mu} \tag{F-1}$$

Diferenciación covariante de la métrica:

$$D(g_{\mu\nu}) = D(g^{\mu\nu}) \equiv 0 \quad ; \quad g_{\mu\nu;\alpha} = g^{\mu\nu}_{;\alpha} \equiv 0 \tag{F-2}$$

El tensor inverso de $g_{\mu\nu}$ es $g^{\mu\nu}$ tal que:

$$g_{\mu\alpha}g^{\alpha\nu} = \delta_{\mu}^{\ \nu} \tag{F-3}$$

Métrica conectada $g_{\mu\nu}$ estacionaria simétricamente esférica:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\gamma^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2\theta \end{pmatrix} \tag{F-4}$$

y por (F-3) su inversa $g^{\mu\nu}$ será:

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\gamma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{r^2 \sin^2\theta} \end{pmatrix} \qquad \text{(F-5)}$$

Se sobreentiende que γ *es el factor de conexión o el factor relacional potencial* $\gamma_{(p,p_0)}$.

Símbolos de Christoffel $\Gamma^{\delta}_{\beta\mu} = \Gamma^{\delta}_{\mu\beta}$:

$$\Gamma^{\delta}_{\beta\mu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\delta}\left[g_{\alpha\beta,\mu} + g_{\alpha\mu,\beta} - g_{\beta\mu,\alpha}\right] \qquad \text{(F-6)}$$

Para el caso estacionario simétricamente esférico, para la métrica (F-4), se obtienen los siguientes resultados no nulos (las comas significan derivada parcial con respecto a la coordenada denotada por el subíndice que sigue. Siempre se sobreentenderá la notación de Einstein):

$$\Gamma^{0}_{0r} = \Gamma^{0}_{r0} = \Gamma^{r}_{rr} = \Gamma^{r}_{00} = \frac{1}{2}\gamma^2 \frac{d}{dr}\left[\gamma^{-2}\right]$$

$$\Gamma^{\theta}_{r\theta} = \Gamma^{\theta}_{\theta r} = \Gamma^{\varphi}_{r\varphi} = \Gamma^{\varphi}_{\varphi r} = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma^{r}_{\theta\theta} = -r\gamma^2$$

$$\Gamma^{r}_{\varphi\varphi} = -r\gamma^2 \sin^2\theta$$

$$\Gamma^{\theta}_{\varphi\varphi} = -\sin\theta\cos\theta$$

$$\Gamma^{\varphi}_{\theta\varphi} = \Gamma^{\varphi}_{\varphi\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

(F-7)

Derivadas covariantes de diversos tipos de tensores:

$$V_{;\nu}{}^{\mu} = V_{,\nu}{}^{\mu} + V^{\alpha}\Gamma_{\alpha\nu}{}^{\mu}$$

$$V_{\mu;\nu} = V_{\mu,\nu} - V_{\beta}\Gamma_{\mu\nu}{}^{\beta}$$

$$T_{;\alpha}{}^{\mu\nu} = T_{,\alpha}{}^{\mu\nu} + T^{\delta\nu}\Gamma_{\delta\alpha}{}^{\mu} + T^{\mu\delta}\Gamma_{\delta\alpha}{}^{\nu}$$

$$T_{\mu\nu;\beta} = T_{\mu\nu,\beta} - T_{\delta\nu}\Gamma^{\delta}_{\mu\beta} - T_{\mu\delta}\Gamma^{\delta}_{\nu\beta}$$

$$X_{\mu\nu;\beta}{}^{\alpha} = X_{\mu\nu,\beta}{}^{\alpha} + X_{\mu\nu}{}^{\gamma}\Gamma_{\gamma\beta}{}^{\alpha} - X_{\gamma\nu}{}^{\alpha}\Gamma_{\mu\beta}{}^{\gamma} - X_{\mu\gamma}{}^{\alpha}\Gamma_{\nu\beta}{}^{\gamma} \qquad \text{(F-8)}$$

En el *contorno estacionario* (87) sólo se obtienen las siguientes derivadas covariantes no nulas para el potencial conectado:

$$\phi_{0r;0} = \phi_{r0;0} = -\phi_{00}\Gamma_{0r}{}^{0} \tag{F-9}$$

Aplicando $\Gamma_{\mu\alpha}{}^{\alpha} = \left(\sqrt{-g}\right)_{,\mu} \Big/ \sqrt{-g}$, donde g es el determinante de la métrica, la divergencia de un vector V^{α} se escribe:

$$V_{;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\left(\sqrt{-g}V^{\alpha}\right)_{,\alpha} \tag{F-10}$$

La "divergencia" de un tensor $X_{\mu\nu}{}^{\alpha}$ con respecto al índice contravariante α resulta:

$$X_{\mu\nu;\alpha}{}^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\left(\sqrt{-g}X_{\mu\nu}{}^{\alpha}\right)_{,\alpha} - X_{\gamma\nu}{}^{\alpha}\Gamma_{\mu\alpha}{}^{\gamma} - X_{\mu\gamma}{}^{\alpha}\Gamma_{\nu\alpha}{}^{\gamma} \tag{F-11}$$

Conversión de la diferenciación covariante $\frac{DU_{\beta}}{d\tau}$ en "diferenciación ordinaria" $\frac{dU_{\beta}}{d\tau}$:

$$\frac{DU_{\beta}}{d\tau} = \frac{dU_{\beta}}{d\tau} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu,\beta}U^{\mu}U^{\nu} \tag{F-12}$$

Demostración:

$$U_{\beta;\mu} = U_{\beta,\mu} - U_{\gamma}\Gamma_{\beta\mu}{}^{\gamma}$$

$$U_{\beta;\nu}\frac{dx^{\nu}}{d\tau} = U_{\beta,\nu}\frac{dx^{\nu}}{d\tau} - \frac{dx^{\nu}}{d\tau}U_{\gamma}\Gamma_{\beta\nu}{}^{\gamma}$$

$$\frac{DU_{\beta}}{d\tau} = \frac{dU_{\beta}}{d\tau} - U^{\nu}U_{\gamma}\frac{1}{2}g^{\mu\gamma}(g_{\mu\beta,\nu} + g_{\mu\nu,\beta} - g_{\beta\nu,\mu})$$

Basta aplicar $U^{\mu} = g^{\mu\gamma}U_{\gamma}$, y cancelar las sumas simétricas.

SUGERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramowicz, Marek Artur (1993): *Los agujeros negros y la paradoja de la fuerza centrífuga*, Investigación y Ciencia, Mayo.

Abucháfar Abentofáil (2004): *El filósofo autodidacta*, Ediciones Obelisco S.L.

Alemán, Anastasio (2001): *Lógica, matemáticas y realidad*, Tecnos, Madrid.

Alonso, M.; Finn, E.J. (1976): *Física (vol. I, II y III)*, Fondo Educativo Interamericano.

Anónimo (1998): *Upanishads*, Edicomunicación, Barcelona.

Aristóteles (1998): *Física*, Gredos. Madrid.

— (1999): *Categorías*, Tecnos, Madrid.

— (1999): *De Interpretation*, Tecnos, Madrid.

— (2001): *Metafísca*, Edimat Libros, Madrid.

Asimov, Isaac (1983; 2001): *Grandes ideas de la ciencia*, Alianza, Madrid.

Ayer, Alfred Jules (1994): *Lenguaje, verdad y lógica*, Planeta-De Agostini, Barcelona.

Bacon, Francis (2000): *Novum Organum*, Folio, Espluges de Llobregat (Barcelona).

Balmes, Jaime (1959): *El criterio.* Ediciones Ibéricas, Madrid.

— (1959): *Historia de la filosofía*, Ediciones Ibéricas, Madrid.

Baroja, P.C. (2000): *El árbol de la ciencia*, Cátedra, Madrid.

Bernabé, Alberto (1988; 2001): *De Tales a Demócrito. Fragmentos presocráticos*, Alianza, Madrid.

Bergson, Henri (1994): *La evolución creadora*, Planeta-De Agostini, Barcelona.

— (1997; 2004): *Memoria y vida*, Textos escogidos por Gilles Deleuze, Alianza, Madrid.

Berkeley, George (2002): *Tratado de los principios del conocimiento humano*, Folio, Barcelona.

— (2002): *Tres diálogos entre Hilas y Filonús*, Folio, Barcelona.

Bodei, Remo (2001): *La filosofía del siglo XX*, Alianza, Madrid.

— (2002): *Las lógicas del delirio*, Cátedra, Madrid.

Borges, Jorge Luis (1971; 2002): *Historia de la eternidad*, Alianza, Madrid.

— (1972; 2002): *El hacedor*, Alianza, Madrid.

— (1971; 2003): *Ficciones*, Alianza, Madrid.

— (1976; 2003): *Otras inquisiciones*, Alianza, Madrid.

— (1998): *Borges oral*, Alianza, Madrid.

Brown, Harold I. (1983; 1998): *La nueva filosofía de la ciencia*, Tecnos, Madrid.
Bruno, Giordano (2007): *El sello de los sellos*, Libros del Innombrable, Zaragoza.
Calvino, Italo (1989; 1998): *Seis propuestas para el próximo milenio*, Siruela, Madrid.
Camus, Albert (1981; 2004): *El mito de Sísifo*, Alianza, Madrid.
Capra, Fritjof (2003): *El Tao de la física*, Sirio, Málaga.
Carroll, Lewis (1972; 2002): *El juego de la lógica*, Alianza, Madrid.
Chalmers, Alan F. (2003): *¿Qué es esa cosa llamada ciencia?*, Siglo XXI de España Editores, Madrid.
Chomsky, Noam (1992): *El lenguaje y el entendimiento*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (2003): *La arquitectura del lenguaje*, Kairós, Barcelona.
Cioran, E.M. (1993; 2003): *La caída en el tiempo*, Tusquets, Barcelona.
Clarke, Robert (2002): *Los nuevos enigmas del universo*, Alianza, Madrid.
Clifford, William K. (2003): *La ética de la creencia* (Edición que incluye *La voluntad de creer* de W. James.), Tecnos, Madrid.
Cohen, I. Bernard (1981): *El descubrimiento newtoniano de la gravitación*, Investigación y Ciencia, Mayo.
Cohen, Martin (2003): *101 problemas de filosofía*, Alianza, Madrid.
Comte, Auguste (2002): *Curso de filosofía positiva*, Folio, Barcelona.
— (2002): *Discurso sobre el espíritu positivo*, Folio, Barcelona.
Couderc, Paul (1963): *La relatividad*, Editorial Universitaria de Buenos Aires.
Croce, Benedetto (1993): *Brevario de estética*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
Crossley, J.N. (1983; 1988): *¿Qué es la lógica matemática?*, Tecnos, Madrid.
Cryan, D., Shatil, S., Mayblin, B. (2005): *Filosofía para todos*, Paidós, Barcelona.
Damasio, Antonio (2006): *El error de Descartes*, Crítica, Barcelona.
Demidovich, B. (1978): *Problemas y ejercicios de análisis matemático*, Paraninfo, Madrid.
Descartes, René (1988; 1992): *El discurso del método*, Alhambra, Madrid.
— (1995): *Meditacions metafísiques*, Edicions de 1984, Barcelona.
— (2003): *Los principios de la filosofía*, Porrúa, México, D.F.
Dewey, John (1993): *La reconstrucción de la filosofía*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
Diógenes, Laercio (2002): *Vida de los más ilustres filósofos griegos*, Folio, Barcelona.
Don DeLillo (2005): *Contrapunto*, Seix Barral, Barcelona.
Einstein, Albert (1993): *El significado de la relatividad*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (1984; 2003): *Notas autobiográficas*, Alianza, Madrid.
— (2001; 2004): *Einstein 1905: un año milagroso* (Edición e introducciones de John Stachel. Prólogo de Roger Penrose), Crítica, Barcelona.
Einstein y otros (1993): *La teoría de la relatividad: Sus orígenes e impacto sobre el pensamiento moderno*, Altaya, Barcelona.
Eisberg, R.; Resnick, R. (1979): *Física cuántica*, Limusa.
Eliade, Mircea (1972; 2003): *El mito del eterno retorno*, Alianza, Madrid.
Epicuro (1995, 2004): *Obras completas*, Cátedra, Madrid.
Escoto Eriúgena (2002): *División de la naturaleza*, Folio, Barcelona.
Erasmo de Rotterdam (1990; 1997): *Elogio de la locura*, Ediciones 29, Barcelona.
Ferrater Mora, José (1976; 1999): *Diccionario de filosofía abreviado*, Edhasa, Barcelona.
Feuerbach, Ludwig (2002): *Tesis provisionales para la reforma de la filosofía*, Folio, Barcelona.
— (2002): *La filosofía del futuro*, Folio, Barcelona.

Feyerabend, Paul K. (1993): *Contra el método*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (1989): *Límites de la ciencia*, Paidós, Barcelona.
— (1996): *Adiós a la razón*, Tecnos, Madrid.
— (2001): *¿Por qué no Platón?*, Tecnos, Madrid.
Feynman, Richard P. (2002): *Seis piezas fáciles*, Crítica, Barcelona.
Fischer, Ernst (1993): *La necesidad del arte*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
Frege, Gottlob (1996): *Escritos filosóficos*, Crítica, Barcelona.
French, A. P. (1974; 1978): *Relatividad especial*, Reverté, Barcelona.
Freud, Sigmund (1992): *Interpretación de los sueños*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (1970; 2005): *El malestar en la cultura*, Alianza, Madrid.
Gaarder, Jostein (2001): *El mundo de Sofía*, Empúries, Barcelona.
Gadamer, Hans Georg (2000): *La dialéctica de Hegel*, Cátedra, Madrid.
Galán, Ilia (1999): *El romanticismo: F. W. J. Shelling o el arte divino*, Endymion, Madrid.
Galileo Galilei (1987; 2006): *Carta a Cristina de Lorena y otros textos sobre ciencia y religión*, Alianza, Madrid.
Gallo, Ermanno (2004): *La maldición de ser un genio*, Ediciones Robinbook, Barcelona.
Garrido, Manuel (1974; 1997): *Lógica simbólica*, Tecnos, Madrid.
— (1989), Luis Ml. Valdés, Jesús Mosterín, Alfonso García Suarez y Carlos P. Otero: *Lógica y lenguaje*, Tecnos, Madrid.
Gautreau, R; Savin, W. (1980): *Física moderna*, McGraw-Hill.
Glashow, Sheldon L. (1995): *El encanto de la física*, Tusquets, Barcelona.
Gleick, James (2005): *Isaac Newton*, RBA Libros, Barcelona.
Glucksman, André (1994): *La estupidez: ideologías del postmodernismo*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
González Ruíz, Agustín (2003): *La nueva imagen del mundo. El impacto filosófico de la teoría de la relatividad*, Akal, Madrid.
Gribbin, John (1988): *En busca del big bang*, Pirámide, Madrid.
— (2000): *El pequeño libro de la ciencia*, Paidós, Barcelona.
Hartnack, Justus (1997): *La teoría del conocimiento de Kant*, Cátedra, Madrid.
— (1999): *Breve historia de la filosofía*, Cátedra, Madrid.
Hawking, Stephen Winberg: *La mecánica cuántica de los agujeros negros*, Investigación y Ciencia.
— (1988): *Historia del tiempo*, Crítica, Barcelona.
— (2002): *L'univers en una closca de nou*, Crítica, Barcelona.
Hegel, G.W.F. (2000): *Fenomenología del espíritu*, Fondo de Cultura Económica de España, Madrid.
— (1999): *Lógica*, Folio, Villatuerba (Navarra).
— (2001): *Introducción a la estética*, Península, Barcelona.
Heidegger, Martin (2003): *¿Qué es metafísica?*, Alianza, Madrid.
— (1999; 2003): *El concepto de tiempo*, Trotta, Madrid.
Heisemberg, Werner (1993): *La imagen de la naturaleza en la física actual*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
Heráclito, Parménides, Empédocles (1999): *Textos presocráticos*, Edicomunicación, Barcelona.
Honderich, Ted (2000): *Los filósofos*, Tecnos, Madrid.
Hume, David (1980; 1996): *Investigación sobre el entendimiento humano*, Alianza, Madrid.
Husserl, Edmund (1999): *Fenomenologia*, Edicions 62, Barcelona.

James, William (2000): *Pragmatismo*, Alianza, Madrid.
— (2003): *La voluntad de creer* (Edición que incluye *La ética de la creencia* de W.K. Clifford), Tecnos, Madrid.
Jaspers, Karl (1993): *Filosofía de la existencia*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
—(2001): *Los grandes maestros espirituales de oriente y occidente*, Tecnos, Madrid.
Johannes von Buttlar (1999): *Más allá de Einstein*, (Tercer Milenio) CEAC, Barcelona.
Jung, Karl Gustav (1938; 2003): *Lo inconsciente*, Losada, Buenos Aires.
Kant, Immanuel (1998): *Crítica de la razón pura*, Alfaguara, Madrid.
— (2000): *Crítica de la razón práctica*, Alianza, Madrid.
— (1999): *Prolegómenos a toda metafísica futura que haya de poder presentarse como ciencia*, Madrid, Istmo.
— (1989): *Principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*, Alianza, Madrid.
— (1946): *Lo bello y lo sublime*, Espasa Calpe, Madrid.
— (1983; 2003): *Pedagogía*, Akal, Madrid.
Kierkegaard, Sören (2003): *Temor y temblor*, Losada, Buenos Aires.
Kuhn, Thomas (1993): *La revolución copernicana*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (1962; 2000): *La estructura de las revoluciones científicas*, Fondo de Cultura Económica, México.
Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. (1981): *Teoría clásica de los campos*, Reverté, Barcelona.
Lao Tse (1994): *Tao Te King*, Edicomunicación, Barcelona.
Leibniz (1986; 1990): *Monadología*, Alambra, Madrid.
— (1982; 1997): *Discurso de metafísica*, Alianza. Madrid.
Lightman, Alan (1993): *Sueños de Einstein*, Tusquets, Barcelona.
Lledó, Emilio (2000): *El surco del tiempo*, Crítica, Barcelona.
Locke, John (2002): *Ensayo sobre el entendimiento humano*, Folio, Espluges de Llobregat (Barcelona).
Lorrain, Paul y Corson, D.R. (1972; 1979): *Campos y ondas elecromagnéticos*, Selecciones Científicas, Madrid.
Lucrecio (2003): *La naturaleza de las cosas*, Alianza, Madrid.
Luis Fernández, María Begoña de (2000): *Introducción a la astrofísica*, UNED, Madrid.
Lynch, Michael P. (2005): *La importancia de la verdad*, Piados, Barcelona.
Lyotard, Jean-François (1993): *La condición postmoderna*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
Maggee, Bryan (1999): *Historia de la filosofía*, Blume, Barcelona.
Mann, Thomas (2000; 2002): *Schopenhauer, Nietzsche, Freud*, Alianza, Madrid.
Mataix Loma, Carmen (1995): *Newton*, Ediciones del Orto, Barcelona.
Milgrom, Mordehai (1988): *La modificación de las leyes de Newton*, Mundo Científico, Abril.
Mill, John Stuart (1970; 2000): *Sobre la libertad*, Alianza, Madrid.
Montaigne (2003): *Ensayos completos*, Cátedra, Madrid.
Monsó Fornell, Imma (1997): *Si és no és*, Edicions El Mèdol, Tarragona.
Mosterín, Jesús (1984; 2000): *Conceptos y teorías en la ciencia*, Alianza, Madrid.
— (2000): *Los lógicos*, Espasa Calpe, Madrid.
— (2006): *Aristóteles*, Alianza, Madrid.
Mounce, H.O. (1983; 2001): *Introducción al Tractatus de Wittgenstein*, Tecnos, Madrid.
Mukerjee, Madhusree (1996): *Explicación de todo*, Investigación y Ciencia, Marzo.
Mure, G.R.G. (1998): *La filosofía de Hegel*, Cátedra, Madrid.
Nagarjuna (2004): *Fundamentos de la vía media*, Siruela, Madrid.
Nagel, E. y Newman, J.R. (2000): *El teorema de Gödel*, Tecnos, Madrid.

Navarro Cordón, J. M. y Calvo Martínez, T. (1980): *Historia de la filosofía*, Anaya.
Newton, Isaac (1997): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Tecnos, Madrid.
Nidditch, P.H. (1995): *El desarrollo de la lógica matemática*, Cátedra, Madrid.
Nietzsche, Friedrich W. (1993): *Humano, demasiado humano*, M.E. Editores.
— (1994):*El viajero y su sombra*, Edicomunicación, Barcelona.
— (1992): *Así habló Zarathustra*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (1985): *Más allá del bien y del mal*, Edaf, Madrid.
— (1972; 1996): *Genealogía de la moral*, Alianza, Madrid.
— (1973; 1994): *Crepúsculo de los ídolos*, Alianza, Madrid.
— (1996): *El anticristo*, Alba, Madrid.
— (1999): *Ecce Homo*, Edimat libros, Madrid.
— (1981): *La voluntad de poderío*, Edaf, Madrid.
— (1990; 2006): *Sobre verdad y mentira en sentido extramoral*, Tecnos, Madrid.
Novalis (2006): *Gérmenes o fragmentos*, Renacimiento, Sevilla.
Ockham, Guillermo de (2002): *Los sucesivos*, Folio, Barcelona.
Omnès, Roland (2000): *Filosofía de la ciencia contemporánea*, Idea Books, Barcelona.
Ortega Girón, M.R. (1981): *Física (vol. I y II)*, U.A.B., Bellaterra (Barcelona).
Ortega y Gasset (1997): *¿Qué es filosofía?*, Alianza, Madrid.
Pardo Mateo, Alicia (2004): *Hotel tránsito*, ® B-4519-04, Barcelona.
Pardo Torío, José Luis (2006): *La metafísica*, Pre-Textos, Valencia.
— (2005): *La regla del juego. (Sobre la dificultad de aprender filosofía)*, Galaxia Gutenberg. Círculo de Lectores, Madrid.
Parker, Barry (1994): *El sueño de Einstein*, Cátedra, Madrid.
Pascal, Blaise (2003): *Pensamientos*, Losada, Madrid.
Paulos, John Allen (1994): *Pienso, luego río*, Cátedra, Madrid.
Platón (2004): *Ión.* Alianza, Madrid.
— (1998): *Protágoras*, Alianza, Madrid.
— (2004): *Crátilo*, Alianza, Madrid.
— (1999): *Menón*, Biblioteca Nueva, Madrid.
— (1995): *Fedón*, Edicomunicación, Barcelona.
— (2000): *La república*, Edimat Libros, Madrid.
— (2000): *Parménides*, Edaf, Madrid.
— (2004): *Timeo*, Alianza, Madrid.
— (2004): *Critias*, Alianza, Madrid.
Poe, Edgar Allan (1996): *Los crímenes de la Rue Morgue*, Óptima, Barcelona.
Popper, Karl R. (1962; 2001): *La logica de la investigación científica*, Tecnos, Madrid.
— (1967): *Conjeturas y refutaciones*, Piados, Barcelona.
— (1974; 2001): *Conocimiento objetivo*, Tecnos, Madrid.
— (2002): *Búsqueda sin término*, Alianza, Madrid.
— (1984; 1987): *Sociedad abierta, universo abierto*, Tecnos, Madrid.
Porfirio (1999): *Isagoge*, Tecnos, Madrid.
Prigogine, Ilya (1997): *La leyes del caos*, Crítica, Barcelona.
Puente Ferreras, Aníbal (1999): *El cerebro creador*, Alianza, Madrid.
Putnam, Hilary (1988; 2001): *Razón, verdad e historia*, Tecnos, Madrid.
— (1994): *Cómo renovar la filosofía*, Cátedra, Madrid.
— (2001): *50 años de filosofía vistos desde dentro*, Piados, Barcelona.
Quine, Willard W.O. (1993): *Los métodos de la lógica*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (2002): *Desde un punto de vista lógico*, Piados, Barcelona.
Rivadulla Rodríguez, Andrés (1986): *Filosofía actual de la ciencia*, Tecnos, Madrid.
— (2004): *Éxito, razón y cambio en física*, Trotta, Madrid.

Robinson, D. y Groves, J.(2005): *Lógica para todos*, Piados, Barcelona.
Rodgers, Nigel y Thompson, Mel (2006): *Locura filosofal*, Melusina.
Rousseau, Jean-Jacques (2001): *Discurso sobre las ciencias y las artes*, LIBSA, Madrid.
Ruiz de Elvira Serra, Antonio (2005): *Cien años de relatividad*, Nivola Libros, Madrid.
Russell, Bertrand (1981): *ABC de la relatividad*, Ariel, Barcelona.
— (1992): *El conocimiento humano*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (1999): *Análisis filosófico*, Piados, Barcelona.
— (1968; 2003): *Ensayos filosóficos*, Alianza, Madrid.
Sáez Rueda, Luis (2002): *El conflicto entre continentales y analíticos*, Crítica, Barcelona.
Sagan, Carl (1987): *La conexión cósmica*, Orbis, Barcelona.
San Agustín (1990; 2001): *Confesiones*, Alianza, Madrid.
San Anselmo (2002): *Proslogion*, Folio, Barcelona.
— (2002): *Sobre la verdad*, Folio, Barcelona.
Schelling, F. W. J. (1999): *Bruno o sobre el origen divino y natural de las cosas*, Folio, Espluges de Llobregat (Barcelona).
Schrödinger, Erwing (1985): *Mente y materia*, Tusquets Editores, Barcelona.
Schopenhauer, Arthur (1981; 1998): *Sobre la cuádruple raíz del principio de razón suficiente*, Gredos, Madrid.
— (2002): *El mundo como voluntad y representación*, Folio, Barcelona.
— (1970; 2003): *Sobre la voluntad en la naturaleza*, Alianza, Madrid.
— (1988; 2002): *Metafísica del amor. Metafísica de la muerte*, Magoria, Barcelona.
— (1998): *Pensamiento, palabras y música*, Edaf, Madrid.
— (2000): *El arte de insultar*, Edaf, Madrid.
— (2004): *Fragmentos para la historia de la filosofía*, Siruela, Madrid.
Sears, Francis W. y Zemansky, Mark W. (1977): *Física*, Aguilar, Madrid.
Séneca (1981; 2003): *Sobre la felicidad*, Alianza, Madrid.
Shakespeare, William (2005): *Hamlet*, Alianza, Madrid.
Shutz, Bernard F. (1980): *Geometrical methods of mathematical physics*, Cambridge University Press.
— (1985): *A first course in general relativity*, Cambridge University Press.
Silvani, Laura (2003): *Historia de la filosofía*, Óptima, Barcelona.
Sol, Hélène (1988): *Los chorros de galaxias*, Mundo Científico, Junio.
Solomon, Robert C. y Higgins, Kathleen M. (1999): *Breve historia de la filosofía*, Alianza, Madrid.
Sorensen, Roy (2007): *Breve historia de la paradoja*, Tusquets, Barcelona.
Spinoza, Baruch (1987; 2001): *Ética*, Alianza, Madrid.
— (1989): *Tratado de la reforma del entendimiento*, Tecnos, Madrid.
Spivak, Michael (1980): *Calculus (vol. I y II)*, Reverté, Barcelona.
Stove, D.C. (1995): *Popper y después*, Tecnos, Madrid.
Thorne, Kip S. (1995): *Agujeros negros y tiempo curvo*, Crítica, Barcelona.
Tipler, Paul A. (1985): *Física (vol. I y II)*, Reverté, Barcelona.
— (1980): *Física moderna*, Reverté, Barcelona.
Tonnelat, Marie-Antoinette (1964): *Les vérifications expérimentales de la relativité générale*, Masson et Cie., París.
Tourrenc, Pierre y Teyssandier, Pierre (1984): *La gravitación experimental*, Mundo Científico, Abril.
Trocchio, Federico di (1995; 1998): *Las mentiras de la ciencia*, Alianza, Madrid.
— (1999): *El genio incomprendido*, Alianza, Madrid.

Tugendhat, Ernst (2004): *Egocentricidad y mística*, Gedisa, Barcelona.
Unamuno, Miguel de (1995): *Niebla*, Santillana, Madrid.
Vaihinger, Hans (1990; 2006): *La voluntad de ilusión en Nietzsche*, Tecnos, Madrid.
Vattimo, Gianni (1994): *El fin de la modernidad*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
— (2001): *Introducción a Nietzsche*, Península, Barcelona.
Weinberg, Steven (1994; 2004): *El sueño de una teoría final. La búsqueda de las leyes fundamentales de la naturaleza*, Crítica, Barcelona.
Westfall, Richard S. (1993): *Isaac Newton: una vida*, Cambridge University Press.
White, Michael (2002): *Giordano Bruno. El hereje impenitente*, Ediciones B, Argentina.
Williams, Bernard (1996): *Descartes. El proyecto de la investigación pura*, Cátedra, Madrid.
Witkowski, Nicolas (1987): *Los puntos débiles de la quinta fuerza*, Mundo Científico, Octubre.
Wittgenstein, Ludwig (1997): *Tractatus logico-philosophicus*, Edicions 62 (Traducció i edició a cura de Josep M. Terricabras) Barcelona.
— (1994): *Los cuadernos azul y marrón*, Planeta-De Agostini, Barcelona.
Voltaire (1999): *Cándido*, Colección publicada por 'El Mundo', Unidad Editorial, Madrid.
V.V.A.A. (1989): *Cosmología*, Investigación y Ciencia, Barcelona.
V.V.A.A. (1982): *El universo (vol. I y II)*, SARPE, Madrid.
Zubiri, Xavier (1980; 2002): *Cinco lecciones de filosofía*, Alianza, Madrid.

Existen tres ecuaciones tensoriales, que equivalen a 24 (4+10+10) ecuaciones escalares, que permitirán que la física escape del laberinto en el que aún permanece atascada en la actualidad. Este conjunto de ecuaciones permiten, por fin, instaurar la absoluta relatividad del movimiento.
Además suponen la única alternativa posible a la relatividad general de Einstein que generaliza la relatividad especial (la velocidad local de la luz en el vacío es siempre “c”) para hacerla compatible con la gravedad y con las aceleraciones relativas.
Aquí les presento un extracto de esas ecuaciones. Pasen y lean...