Кинетическая индуктивность зарядов и её роль в классической электродинамике

Менде Ф. Ф.

Диэлектрическая и магнитная проницаемость материальных сред являются фундаментальными параметрами, которые входят в уравнения Максвелла. Однако существует ещё один не менее важный материальный параметр, а именно кинетическая индуктивность зарядов, который имеет не менее важную роль, чем указанные параметры. К сожалению, важность и фундаментальность этого параметра в работах по электродинамике до сих пор не отмечена, и кинетическая индуктивность присутствует во всех уравнениях электродинамики в неявном виде. Данная работа посвящена рассмотрению роли кинетической индуктивности зарядов в электродинамике материальных сред и восстановлению её прав как фундаментального параметра, по важности не менее значимого, чем диэлектрическая и магнитная проницаемость.
Ключевые слова: электродинамика, уравнения Максвелла, кинетическая индуктивность зарядов, диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость, плотность тока.

Введение

В существующей научной литературе кинетической индуктивность зарядов упоминается лишь эпизодически [1-3]. Наиболее подробно физическая сущность этого параметра и её место в описании электродинамических процессов в проводниках рассмотрена в работе [4]. В этой работе вводится также понятие поверхностной кинетической и полевой индуктивности, которое ранее не вводилось:

$$L_K = \frac{1}{\omega |\vec{H}_T(0)|^2} \operatorname{Im} \int_0^\infty \vec{j}^{\,*} \vec{E} dz ,$$

$$L_H = \frac{1}{|\vec{H}_T(0)|^2}\int_0^\infty |\vec{H}_T|^2\, dz,$$

где L_K и L_H - поверхностная кинетическая и полевая индуктивность, $\vec{E}$ - напряженность электрического поля, $\vec{j}^*$ - комплексно сопряженная величина плотности тока, $\vec{H}_T$ - напряженность магнитного поля, $\vec{H}_T(0)$ - значение напряжённости магнитного поля на поверхности, ω - частота приложенного поля. Эти соотношения справедливы для случая произвольной связи между током и полем в металлах и сверхпроводниках, и раскрывают физическую сущность поверхностной кинетической и полевой индуктивности.

1. Плазмоподобные среды

Уравнение движения электрона имеет следующий вид:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}, \qquad (1.1)$$

где m и e – масса и заряд электрона, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{v}$ – скорость заряда. В работе [2] показано, что данное уравнение может быть использовано и для описания движения электронов в горячей плазме, поскольку такая плазма является хорошим проводником.

Используя выражение для плотности тока

$$\vec{j} = ne\vec{v}, \qquad (1.2)$$

из (1.1) получаем плотность тока проводимости свободных электронов

$$\vec{j}_L = \frac{ne^2}{m}\int \vec{E}\, dt \ . \tag{1.3}$$

В соотношениях (1.2) и (1.3) величина n представляет удельную плотность зарядов. Введя обозначение

$$L_k = \frac{m}{ne^2} \ , \tag{1.4}$$

находим

$$\vec{j}_L = \frac{1}{L_k}\int \vec{E}\, dt \ . \tag{1.5}$$

В данном случае L_k представляет удельную кинетическую индуктивность зарядов [4-8]. Ее существование связано с тем, что заряд, имея массу, обладает инерцией.

Для случая гармонических полей $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ соотношение (1.5) запишется

$$\vec{j}_L = -\frac{1}{\omega L_k}\vec{E}_0 \cos \omega t \, . \tag{1.6}$$

Здесь и далее вместо комплексных величин будем использовать тригонометрические функции с тем, чтобы были хорошо видны фазовые соотношения между векторами, представляющими электрические поля и токи. Из соотношений (1.5) и (1.6) видно, что $\vec{j}_L$ представляет индуктивный ток, т.к. его фаза запаздывает по отношению к напряжённости электрического поля на угол равный $\frac{\pi}{2}$.

При нахождении суммарного тока нужно учитывать ток смещения

$$\vec{j}_\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 \cos \omega t .$$

Видно, что этот ток носит ёмкостной характер, т.к. его фаза на $\frac{\pi}{2}$ опережает фазу напряжённости электрического поля. Таким образом, суммарная плотность тока составит

$$\vec{j}_\Sigma = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E}\, dt ,$$

или

$$\vec{j}_\Sigma = \left(\omega\varepsilon_0 - \frac{1}{\omega L_k} \right) \vec{E}_0 \cos \omega t . \qquad (1.7)$$

Вводя плазменную частоту $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_k \varepsilon_0}}$, соотношение (1.7) можно переписать

$$\vec{j}_\Sigma = \omega\varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \vec{E}_0 \cos \omega t \qquad (1.8)$$

Если в проводнике имеются активные потери, то полную плотность тока определяет соотношение

$$\vec{j}_\Sigma = \sigma \vec{E} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{L_k} \int \vec{E}\, dt ,$$

где σ - проводимость металла.

2. Диэлектрики

Нигде в существующей литературе нет указаний на то, что кинетическая индуктивность носителей зарядов играет какую-то роль в электродинамике диэлектриков. Однако это не так [7,8]. Этот параметр в электродинамике диэлектриков играет не менее важную роль, чем в проводниках.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда колебательные процессы в атомах или молекулах диэлектрика подчиняются законам механического осциллятора.

$$\left(\frac{\beta}{m} - \omega^2\right)\vec{r}_m = \frac{e}{m}\vec{E}, \tag{2.1}$$

где $\vec{r}_m$ - отклонение зарядов от положения равновесия, β - коэффициент упругости, характеризующий упругость электрических сил связи зарядов в атомах и молекулах. Вводя резонансную частоту связанных зарядов

$$\omega_0 = \frac{\beta}{m},$$

из (2.1) получаем

$$\vec{r}_m = -\frac{e\ \vec{E}}{m(\omega^2 - \omega_o^2)}. \tag{2.2}$$

Видно, что в соотношении (2.2) присутствует частота собственных колебаний, в которую входит масса заряда. Это говорит о том, что инерционные свойства колеблющихся зарядов будут влиять на колебательные процессы в атомах и молекулах диэлектриков.

Поскольку общая плотность тока в среде состоит из тока смещения и тока проводимости

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + ne\vec{v},$$

то, вычисляя скорость носителей зарядов в диэлектрике как производную их смещения по координате

$$\vec{v} = \frac{\partial r_m}{\partial t} = -\frac{e}{m(\omega^2 - \omega_o^2)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

из соотношения (2.2) находим

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{L_{kd}(\omega^2 - \omega_0^{\ 2})} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad (2.3)$$

Но величина

$$L_{kd} = \frac{m}{ne^2}$$

представляет плазменную частоту зарядов, входящих в состав атомов или молекул диэлектриков, если их считать свободными. Соотношение (2.3) можно переписать

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_0 L_{kd}(\omega^2 - \omega_0^{\ 2})} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad (2.4)$$

Но, поскольку величина

$$\frac{1}{\varepsilon_0 L_{kd}} = \omega_{pd}^{\ \ 2}$$

представляет плазменную частоту зарядов в атомах и молекулах диэлектрика, если считать эти заряды свободными, то соотношение (2.4) будет иметь вид

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega^2{}_{pd}}{(\omega^2 - \omega_0{}^2)} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (2.5)$$

Рассмотрим два предельных случая.

Если $\omega \ll \omega_0$, то из (2.5) получаем

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_{pd}{}^2}{\omega_0{}^2} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad (2.6)$$

В этом случае коэффициент, стоящий перед производной, от частоты не зависит, и представляет статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Как видим, она зависит от собственной частоты колебаний и от плазменной частоты. Этот результат понятен. Частота в данном случае оказывается настолько малой, что инерционные свойства зарядов можно не учитывать, и выражение в скобках в правой части соотношения (2.6) представляет статическую диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Отсюда сразу имеем рецепт для создания диэлектриков с высокой диэлектрической проницаемостью. Чтобы достичь этого, следует в заданном объёме пространства упаковать максимальное количество молекул с максимально мягкими связями между зарядами внутри самой молекулы.

Показательным является случай, когда $\omega \gg \omega_0$. Тогда

$$rot\vec{H} = \vec{j}_{\Sigma} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pd}{}^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

и диэлектрик превращается в плазму т.к. полученное соотношение совпадает со случаем плазмы (1.8).

Теперь можно рассмотреть вопрос о том, почему диэлектрическая призма разлагает полихроматический свет на монохроматические составляющие. Для того чтобы это имело место необходимо иметь частотную зависимость фазовой скорости (дисперсию) электромагнитных волн в рассматриваемой среде. Если к соотношению (2.6) добавить первое уравнение Максвелла

$$\begin{aligned} rot\vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ rot\vec{H} &= \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega^2{}_{pd}}{(\omega^2 - \omega_0{}^2)} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}, \qquad (2.7)$$

То получим волновое уравнение

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pd}{}^2}{\omega^2 - \omega_0{}^2} \right) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Если учесть, что

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

где c - скорость света, то видно, что при распространении электромагнитных волн в диэлектриках будет наблюдаться их частотная дисперсия. В формировании такой дисперсии будет принимать участие сразу три не зависящие от частоты физические величины, а именно: собственная резонансная частота самих атомов или молекул, плазменная частота зарядов, если считать их свободными, и диэлектрическая проницаемость вакуума.

Заключение

Данное рассмотрение показало, что такой параметр как кинетическая индуктивность зарядов характеризует электромагнитные процессы в проводниках и диэлектриках и имеет такое же фундаментальное значение, как диэлектрическая и магнитная проницаемость этих сред. К сожалению, это важное обстоятельство не отмечено не только в существующей научной литературе, но и в трудах Максвелла. Почему же этому параметру до сих пор не было отведено должное место в электродинамике? Это связано с тем, что физики часто привыкли мыслить математическими, а не физическими понятиями, не сильно вникая в суть самих физических процессов.

Список литературы

1. Дж. Гудкайнд. Применение сверхпроводимости. УФН, том 106, 1972, вып.3.
2. Арцимович Л. А. Что каждый физик должен знать о плазме. М.: Атомиздат, 1976. -111 с.
3. Лихарев К. К. Сверхпроводящие слабые связи: Стационарные прцессы, УФН, том 127, 1979, вып. 2.
4. Менде Ф. Ф., Спицын А. И. Поверхностный импеданс сверхпроводников. Киев, Наукова думка, 1985.- 240 с.
5. Менде Ф. Ф. Существуют ли ошибки в современной физике. Харьков, Константа, 2003.- 72 с.
6. Mende F. F. On refinement of certain laws of classical electrodynamics, arXiv, physics/0402084.

7. Менде Ф. Ф. Новая электродинамика. Революция в современной физике. Харьков, НТМТ, 2012, – 172 с.
8. Менде Ф. Ф. Роль и место кинетической индуктивности зарядов в классической электродинамике, Инженерная физика, №11, 2012.