Пространство-время Римана или Минковского ?

Л.Римша, В.Римша

E-mail: laimontas.rim@gmail.com

viktor@pasvalys.lt

В свободно падающей в внешнем гравитационном поле геоцентрической системе отсчета не соблюдается локальное тождество сил гравитации и сил инерции.

1 ВВЕДЕНИЕ.

В стандартой геометрической интерпретации ОТО, согласно принципу эквивалентности, утверждается, что в свободно падающей системе отсчета нет однородного внешнего гравитационного поля – т.е. в такой свободно падающей системе отсчета во всех случаях проявляются только приливные эффекты внешнего поля. Далее мы попытаемся показать, что в приближении c^{-2} , по видимому, должен присутствовать вклад однородного внешнего поля в свободно падающей системе отсчета и тем самым можно, наверное, ставить под сомнение и сам принцип эквивалентности и выводы следующие из этого принципа.

Отличительным свойством ОТО от других полевых теорий в пространстве Минковского является то обстоятельство, что, из-за чисто геометрической природы ОТО, выбором систем отсчета (систем координат) локально можно уничтожить полностью (или создать из ничего) гравитационное поле как физическую реальность. И поэтому очень важно экспериментально проверить это краеугольное утверждение ОТО. Мы далее попытаемся показать, что этот вопрос , как не странно, не такой уж ясный даже в рамках формализма ОТО, так как те же самые нелинейные трансформации которые используются в ОТО для того что бы получить свободно падающую локально-инерциальную систему отсчета (трансформации которые используются в ОТО для локального обнуления символов Кристоффеля внешнего поля в свободно падающей системе отсчета) приводят к парадоксальной и противоречивой ситуации в случае общепринятого способа рассмотрения смещения частоты сигнала или хода часов – в таком случае однородное внешнее поле вносит свой вклад в смещение частоты сигнала и влияет на ход часов в свободно падающей системе отсчета. Очевидно, что возможно следующее возражение нашему рассмотрению – в нашей статье ставится под сомнение принцип эквивалентности средствами самой ОТО и поэтому все наши доказательства не могут быть правильными в принципе. Такое возражение , наверное, было бы правильным , если бы мы применяли преобразования ОТО рассматривая какие то эффекты (и формулы), полученные в рамках исключительно формализма ОТО. Но мы рассматриваем эффект смещения частоты сигнала и ход часов, как уже чуть выше было указано, в рамках универсальных общепринятых подходов. Эти эффекты присутствуют не только в ОТО, но и в классической теории (смещение частоты) и в СТО (смещение частоты и разный ход часов). Сами же нами используемые формулы для этих эффектов не содержат ничего такого специфического от формализма ОТО. Отметим, как нам кажется, очень важное обстоятельство - мы далее в своих расчетах никаким образом явно не используем метрический тензор и поэтому наше рассмотрение вопроса относится не только к геометрическому формализму ОТО. Если далее мы и упоминаем об рассмотрении какой то задачи в рамках ОТО, то это означает, что мы в таком случае только пользуемся такими же нелинейными трансформациями для дифференциалов , какие используются и в рамках формализма ОТО.

Может возникнуть и другое возражение – почему же такое очевидное противоречие с принципом эквивалентности в нами рассматриваемых эффектах , возможно, имеет какой то смысл , ведь наше рассмотрение не согласуется с чисто геометрической теорией гравитации (стандартной ОТО) и общепринятой интерпретацией уравнения геодезической в такой теории (т.е. если принять , что свободное падение это движение по геодезической и это движение, к тому же, является инерциальным движением). На это возражение можно ответить следующим образом – кроме чисто геометрического подхода ОТО, существуют и полевые нелинейные тензорные теории гравитации [1] [2] [3] (так называемые полевые теории гравитации) , которые могут быть и правильные (или же, конечно, могут быть и ошибочные) в своей сути – в таких теориях гравитационное поле это физическое поле в пространстве Минковского , это поле само является и источником гравитационного поля и , вследствии универсальности гравитационного взаимодействия , все тела в гравитационном поле падают с одинаковым ускорением . Такое физическое тензорное поле, как и другие подобные физические поля в пространстве Минковского, невозможно даже локально уничтожить полностью или создать из ничего выбором систем отсчета (систем координат) и поэтому очень даже сомнительно, что такие теории нелинейного гравитационного тензорного поля могут быть полностью тождественны ОТО в ее чисто геометрической интерпретации (в таких полевых теориях геометризация гравитации - это только эффективный математический способ учесть то обстоятельство, что гравитационное поле влияет как и на рассматриваемые обьекты, так и на средства наблюдения этих обьектов – т.е. гравитационное поле с неизбежностью влияет на сами линейки и часы наблюдателей [4] (с. 89)).

Так что , как и в классической механике, в принципе возможна такая ситуация , и это пока не противоречит опыту , что движение тел в свободно падающей системе отсчета это не инерциальное движение, а движение в неинерциальной системе отсчета в которой существует внешнее однородное гравитационное поле и это поле в уравнении движения тел в свободно падающей с ускорением системе отсчета (аналог уравнения геодезической в ОТО) только компенсируется силой инерциии и , при этом, обе эти силы полностью во всем не тождественны. Какой же из этих двух подходов в гравитации правильный, как далее следует из нашего рассмотрения, можно установить экспериментально, при помощи свободно падающих в гравитационном поле часов.

Самое важное обстоятельство в нами далее используемом общепринятом способе рассмотрении смещения частоты сигналов и хода часов в свободно падающей системе отсчета состоит в том, что сама величина этих двух эффектов зависит от промежутков собственного времени (от интервалов в пространстве-времени) в двух разных точках пространства и что сами по себе эти промежутки собственного времени являются инвариантными величинами , так как эти промежутки собственного времени не зависят от систем отсчета или систем координат в которых мы и рассматриваем эти величины и , тем самым, не зависят и от самих трансформаций между этими выбранами нами системами отсчета. В случае рассмотрения смещения частоты сигналов эти промежутки собственного времени - это длительность излучения сигнала во времени излучателя сигнала и длительность приема сигнала во времени приемника сигнала, в случае же рассмотрения самого хода часов в разных системах отсчета это просто промежутки времени отсчитываемы разными часами.

2 ОБ ХОДЕ ЧАСОВ ЖЕСТКОЙ РАВНОУСКОРЕННОЙ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА.

В этом разделе далее мы расматриваем только частный случай принципа эквивалентности , а именно - мы рассматриваем утверждение о том, что однородное статическое гравитационное поле в инерциальной системе отсчета своим влиянием на ход неподвижных часов (ход времени) во всем (т.е. полностью) тождественно влиянию ускорения на ход неподвижных часов в жесткой равноускоренной системе отсчета. В случае однородного статического гравитационного поля наблюдается два эффекта – гравитационное смещение частоты сигналов и замедление хода часов в гравитационном поле. Важно то обятоятельство , что в этом случае оба эти эффекты обусловленны одной и той же причиной – гравитационное поле влияет на ход времени (на ход часов).

В инерциальной системе отсчета для движущихся с переменной мгновенной скоростью часов для дифференциалов времени правильна формула (так как доказано наблюдениями, что ход движущихся часов не зависит явно ни от ускорения этих часов относительно какой то инерциальной системы отсчета, ни от положения этих часов относительно инерциальной системы отсчета)

$$\frac{d\tau}{\sqrt{1-\frac{v(t)^2}{c^2}}}=dT \qquad (1)$$

Получаем из формулы (1), что с точки зрения любой инерциальной системы отсчета движущееся относительно ее с одинаковой мгновенной переменной скоростью все часы жесткой равноускоренной системы идут одинаково, а вот с точки зрения этой самой раноускоренной системы отсчета те же самые часы, если, конечно, правилен принцип эквивалентности, должны были бы идти по разному. Но так как сами промежутки собственного времени часов равны инвариантным промежуткам мировых линий этих часов в пространстве-времени и поэтому эти промежутки не зависят от систем отсчета и систем координат, то такое обоснование принципа эквивалентности при помощи принципов СТО вряд ли может быть корректным. И поэтому не удивительно , что в простейшем случае так называемого гиперболического движения с ускорением доказательство разного хода часов в жесткой равноускоренной системе отсчета при помощи трансформаций СТО между этой равноускоренной системой отсчета и какой то другой инерциальной системой отсчета, по видимому, противоречит формуле (1). Попытаемся далее обосновать такое наше утверждение. Пусть в какой то начальный момент неподвижная в инерциальной системе отсчета некоторая другая жесткая система отсчета начинается двигаться с постоянным ускорением (так называемое гиперболическое движение) [4] (с. 157). Обозначим

T, X, Y, Z - время и координаты в инерциальной системе отсчета,

t, x, y, z - время и координаты в этой равноускоренной системе отсчета,

t - собственное время часов в начале равноускоренной системы отсчета.

$c = 1$ - скорость света равна единице,

g - ускорение равноускоренной системы отсчета относительно инерциальной системы отсчета по направлению координат X и x.

$$dY = dZ = dy = dz = 0$$

Трансформации, при таком доказательстве принципа эквивалентности для хода часов ускоренной системы отсчета, для моментов времени и координат в наших разных системах отсчета следующие

$$T = (g^{-1} + x)shgt \qquad (2)$$

$$X = (g^{-1} + x)chgt - g^{-1}$$

Для дифференциалов из (2) получаем

$$dT = (1 + gx)(chgt)dt + (shgt)dx \qquad (3)$$

$$dX = (chgt)dx + (1 + gx)(shgt)dt$$

Из (2) и (3) следует такая формула для интервала пространства-времени между некоторыми событиями в наших разных системах отсчета

$$dT^2 - dX^2 = (1 + gx)^2 dt^2 - dx^2 \qquad (4)$$

Дифференциал собственного времени часов неподвижных в равноускоренной системе отсчета (т.е. часов для которых $dx = 0$) , как следует из (4), равен

$$d\tau = (1 + gx)dt = \sqrt{1 - (\frac{dX}{dT})^2}\, dT \qquad (5)$$

Из (3) в нашем же случае (т.е. при соблюдении условии $dx = 0$) получаем, что скорость равноускоренной системы отсчета (и тем самым мгновенная скорость всех часов неподвижных в этой ускоренной системе отсчета) не зависит от ускорения и пространственных координат

$$\frac{dX}{dT} = thgt$$

Учитывая это обстоятельство, в случае уже двух неподвижных часов в разных двух точках равноускоренной системы отсчета ($dx_1 = dx_2 = 0$), далее получаем из (5) такие формулы

$$\frac{d\tau_1}{d\tau_2} = \frac{(1+gx_1)}{(1+gx_2)}\frac{dt_1}{dt_2} = \frac{dT_1}{dT_2} \tag{6}$$

Если же правилен принцип эквивалентности, то очевидно должно быть правильным и следующее условие

$$\frac{dt_1}{dt_2} = 1$$

И поэтому из (6) получаем такую формулу

$$\frac{d\tau_1}{d\tau_2} = \frac{dT_1}{dT_2} = \frac{(1+gx_1)}{(1+gx_2)} \tag{7}$$

Сравниваем (7) с (1) и получаем, что если часы идут по разному в равноускоренной системе (что , конечно, должно быть в случае правильности принципа эквивалентности), то они идут по разному и в инерциальной системе даже и при одинаковых мгновенных скоростях этих часов относительно этой инерциальной системы отсчета, т.е. такое доказательство принципа эквивалентности находится в противоречии с формулой (1). Что, впрочем, совсем и не удивительно в случае нами используемых трансформаций , так как в случае условия $dx = 0$ из (3) следует такая , отличная от формулы (1), формула для самих промежутков времени в разных системах отсчета

$$dT = (1+gx)(chgt)dt$$

Можно в литературе встретить и другие соображения для согласования принципа эквивалентности с формулой (1) , этот другой подход сводится к рассмотрению частоты и длительности передаваемых сигналов в ускоренной системе отсчета. Фактически это сводится к рассмотрению классического продольного эффекта Допплера в ускоренных системах отсчета [10]. При использовании для этой цели классического эффекта Допплера следует отметить, что хотя смещение частоты сигналов получается такое как и нужно для соблюдения принципа эквивалентности , но при этом возникает проблема с доказательством изменения хода часов (хода времени) в равноускоренной системе отсчета. Как известно , в случае классического эффекта Допплера длительность приема сигнала приемником отличается от длительности излучения сигнала излучателем и это классическое смещение частоты сигналов (и в оптике и в акустике) никак необусловленно разностью самого хода времени приемника и излучателя, а является следствием относительного движения (относительной скорости) приемника и излучателя в соответствующие моменты времени. И поэтому, наверное, ошибочным является в таком случае подход с подстановкой длительности приема или длительности излучения сигнала (или соответствующих периодов сигналов) классического эффекта в сам интервал пространства – времени с целью получить гравитационное замедление времени (с целью изменить метрику пространства- времени). Можно привести еще и такой довод – так как величина классического эффекта Допплера зависит от скорости распространения сигнала, то в таком случае наличие какой нибудь среды между излучателем и приемником влияет на величину смещения частоты сигнала (и на длительность излучения и на длительность приема сигнала) . При таком доказательстве изменения хода времени в равноускоренной системе отсчета следует, что эта же среда влияет и на ход времени в этой равноускоренной системе отсчета , что , по видимому, является очень даже сомнительно, так как в гравитационном поле такого влияния среды на ход часов не наблюдается. Но при этом, все таки, несомнено и то , что в равноускоренной системе отсчета должен наблюдаться этот классический эффект Допплера. Из всего этого следует, что однородное статическое гравитационное поле никак не может быть полностью тождественным равноускореной системе отсчета, так как если в равноускоренной системе отсчета есть замедление времени и обусловленное этим замедлением времени смещение частоты сигналов (такое же как и в однородном гравитационном поле) и еще присутствует и классический эффект Допплера, то полное смещение частоты сигналов в равноускоренной системе отсчета должно быть два раза больше смещения частоты сигналов в однородном гравитационном поле (как и в СТО, в приближении c^{-2} аддитивно должны проявится оба этих разных эффекта смещения частоты - в СТО это релятивисткое поперечное смещение частоты сигналов , обусловленное разностью хода времени, и классический эффект Допплера). И к тому же, очевидно, что и сама величина смещения частоты сигналов не зависит от системы отсчета в которой делается расчет ее и поэтому если существует вклад классического эффекта Допплера в равноускореной системе отсчета (в таком случае разные длительности приема и излучения сигнала в этой системе отсчета) , то то же самое правильно и в другой , например, инерциальной системе отсчета относительно которой с ускорением движется неинерциальная система отсчета.

Значит и такое доказательство принципа эквивалентности при помощи классического эффекта Допплера тоже не согласуется с формулой (1).

Из всего выше рассмотренного в этом разделе следует, что если правильна проверенная наблюдениями формула (1), то это , по видимому, противоречит принципу эквивалентности и, что , наверное, выбором системы отсчета (системы координат) изменить ход собственного времени каких то часов невозможно. Такое возможное следствие имеет самое прямое отношение и к нашему дальнейшему рассматрению, так как это все может быть применимо и к ходу собственного времени часов, свободно падающих в внешнем гравитационном поле.

3 ОБСУЖДЕНИЕ НАМИ ДАЛЕЕ ИСПОЛЬЗУЕМОГО ФОРМАЛИЗМА.

В этом разделе рассмотрим метод в последующих разделах нами применяемый к этим двум конкретным задачам. Мы рассматриваем в приближении c^{-2} две системы отсчета – барицентрическую систему отсчета Солнечной системы и свободно падающую в внешнем гравитационном поле геоцентрическую систему отсчета и далее исходим из предположения, что все в настоящее время используемые формулы в барицентрической системе отсчета являются правильными.

Весь вопрос в таком случае только в том - какие должны быть формулы в свободно падающей геоцентрической системе отсчета для эффекта смещения частоты сигналов и для хода часов и согласуются ли эти формулы в этой свободно падающей геоцентрической системе отсчета с принципом эквивалентности?

Далее мы везде обозначаем:

$d\tau, d\tau_0$ -дифференциалы собственного времени двух часов в разных точках пространства,

dt, dt_0 -дифференциалы бариценрического координатного времени в двух разных точках пространства,

dT, dT_0 -дифференциалы геоцентрического координатного времени в двух разных точках пространства.

Пусть, как мы раньше и предположили, будет правильной формула для отношения промежутков собственного времени в двух разных точках в барицентрической системе отсчета

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} \tag{8}$$

Под правильностью формулы (8) в барицентрической системе отсчета мы понимаем правильность конкретных производных в этой формуле (8). Очевидно, что в геоцентрической системе отсчета (как и в любой другой системе отсчета) в свою очередь правильной будет такого же общего вида формула, но, конечно, это формула должна быть с соответствующими величинами геоцентрической системы отсчета, в таком случае наша задача и состоит найти эти формулы в геоцентрической системе отсчета, при заданных соответствующих формулах в барицентрической системе отсчета

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \tag{9}$$

Для того чтобы из заданной с конкретными величинами формулы (8) найти конкретное выражение для формулы (9), нам следует использовать трансформации для дифференциалов координатного времени в разных наших системах отсчета. Трансформацию дифференциалов координатных времен в одной из точек пространства обозначим

$$\frac{dT_0}{dt_0} \tag{10}$$

Трансформацию для дифференциалов координатных времен в другой точке пространства обозначим

$$\frac{dT}{dt} \tag{11}$$

При помощи этих трансформаций (10) и (11) из формулы (8) можно получить формулу (9) для свободно падающей геоцентрической системы отсчета. Для этой цели мы используем следующие формулы

$$\frac{d\tau_0}{dT_0} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dT_0} \tag{12}$$

$$\frac{d\tau}{dT} = \frac{d\tau}{dt}\frac{dt}{dT} \tag{13}$$

Помимо локальных производных в геоцентрической системе отсчета (12) и (13), нам еще надо найти соответствующую двухточечную производную в геоцентрической системе отсчета. Эта двухточечная призводная времени в геоцентрической системе отсчета равна

$$\frac{dT_0}{dT} = \frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{dT} \tag{14}$$

Как и следует ожидать, из формул (8) и (9) (из формул которые можно выразить при помощи инвариантных величин – промежутков собственного времени в двух разных точках), при заданой формуле в барицентрической системе отсчета (8) получить формулу (9) в геоцентрической системе отсчета можно при использовании разных трансформаций для дифференциалов координатных времен. Конкретно в нашем случае это означает, что если при заданных величинах в формуле (8) мы используем для получения формулы (9) сейчас используемую нелинейную трансформацию для координатных времен (резолюция IAU в [5])

$$T = t - \frac{1}{c^2}[\int(\frac{V_E^2}{2} + U_E)dt - \vec{V}_E(\vec{x}_E - \vec{x})] \tag{15}$$

а точнее, если мы используем следующую трансформацию для дифференциалов, получаемую из трансформации (15) для конечных промежутков,

$$dT = dt - \frac{1}{c^2}(\frac{V_E^2}{2} + U_E)dt + \frac{1}{c^2}\frac{d\vec{V}_E}{dt}(\vec{x}_E - \vec{x})dt + \frac{1}{c^2}\vec{V}_E\frac{d\vec{x}_E}{dt}dt - \frac{1}{c^2}\vec{V}_E d\vec{x} \tag{16}$$

то, как не странно, точно такой же результат при рассмотрении нашей задачи получаем и при использовании для дифференциалов линейнной трансформации Лоренца соответствующего вида

$$dT = dt - \frac{1}{c^2}(\frac{V_E^2}{2})dt + \frac{1}{c^2}\vec{V}_E\frac{d\vec{x}_E}{dt}dt - \frac{1}{c^2}\vec{V}_E d\vec{x} \tag{17}$$

Казалось бы разница между трансформациями (16) и (17) принципиальная и поэтому этот результат довольно удивителен. Но если рассмотреть этот вопрос чуть подробней и без предубеждения , то оказывается, что ничего удивительно в этом нет , так как мы пытаемся найти формулы для инвариантных величин в разных системах отсчета.

Заметим, что мы далее рассматриваем вклады гравитационного поля и СТО аддитивно, так как мы везде ограничиваемся приближением c^{-2} . Так как при рассмотрении нашей задачи скорости всех тел (и систем отсчета) малы по сравнению со скоростью света и само гравитационное поле является слабым, то и результаты нашего рассмотрения не должны кардинально перемениться по сравнению с каким то возможным гипотетическим точным рассмотрением этих же задач (это был бы только учет последующих приближений в рамках теории возмущений).

Очевидно и то, что если, при рассмотрении нашей задачи, использовать для дифференциалов линейную трансформацию Лоренца (17), то в таком случае в нашем приближении гравитационное поле в геоцентрической системе отсчета будет таким же как и гравитационное поле в барицентрической системе отсчета и тем самым будет нарушается принцип эквивалентности.

Если же использовать общепринятую в формализме ОТО нелинейную трансформацию для дифференциалов (16), то получается точно такой же конечный результат как и при использовании линейной трансформации (17), так как если мы даже при помощи этой нелинейной трансформации (16) с членом с ускорением (этот член с ускорением и принято отождествлять с однородным внешнем полем) и можем вычесть из гравитационного поля в локальных производных (12) и (13) в геоцентрической системе отсчета однородное внешнее гравитационное поле, то эти же трансформации (10) (11) в то же самое время востанавливают точно такой член с ускорением с противоположным знаком в двухточечной произвродной (14) в геоцентрической системе отсчета. Получаем в таком случае, что в окончательной формуле в геоцентрической системе отсчета (9) эти вклады с ускорением (с однородным внешнем полем) в этих разных производных компенсируют друг друга в и, тем самым, в формуле (9) для смещения частоты сигнала и для хода часов в геоцентрической системе отсчета присутствует такое же гравитационное поле как и формуле в барицентрической системе отсчета (8) – т.е. конечный результат получается точно таким же как и при использовании линейной трансформации Лоренца (17). Получаем тем самым, что даже и при использовании нелинейной трансформации (16) ОТО в нашем случае не соблюдается принцип эквивалентности.

В конце этого раздела отметим один важный ньюанс, на основании которого, как нам представляется, все таки, как не странно, можно ожидать наблюдения в экспериментах указанного нами нарушения принципа эквивалентности. Используемая в нашем приближении формула (8) для смещения частоты сигналов (тем самым и вклад хода часов, движущихся в барицентрической системе отсчета) в барицентрической системе отсчета потверждена наблюдениями сигналов от космических аппаратов, правильность используемых нами трансформации промежутков координатных времен (10) и (11) в этом же приближении тоже проверена наблюдениями (VLBI), для самого расчета величин в геоцентрической системе отсчета мы используем , по сути, только простое правило дифференцирования сложной функции, так что весь вопрос только в том, правильно ли нами далее проделанны сравнительно несложные расчеты.

4 РАССМОТРЕНИЕ ЭФФЕКТА СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ.

4.1 Смещение частоты сигналов в свободно падающей геоцентрической системе отсчета и классический эффект Допплера, обусловленный свободным падением геоцентрической системы отсчета.

Сейчас [6] смещение частоты сигналов в свободно падающей геоцентрической системе отсчета общепринято рассматривать следующим образом:
- локальные производные в двух разных точках в формуле (9) для смещения частоты в геоцентрической систме отсчета берутся без вклада однородного внешнего поля,
- двухточечная производная в геоцентрической системе отсчета (14) в величинах геоцентрической системы отсчета берется по форме такой же как и в барицентрической системе отсчета (или же как и в любой другой инерциальной системе отсчета).

Результаты наблюдений как будто однозначно потверждают правильность такого подхода [7] и поэтому общепринято утверждать, что эти наблюдения полностью согласуются с принципом эквивалентности. Но следует заметить, что слабым местом в таком подходе является то обстоятельство, что без каких то обоснований в геоцентрической системе отсчета двухточечная производная координатного времени берется по форме такой же как и двухточечная производная используемая в барицентрической системе отсчета . Как мы раньше указали, такое может быть правильно только при использовании линейных трансформаций Лоренца для дифференциалов между этими системами отсчета и,что важно, в таком случае совсем другие уже должны быть локальные производные в двух разных точках (12) и (13) – в таком случае в этих локальных производных должно присутствовать однородное внешнее поле. Так что, если принять формулы в барицентрической системе отсчета как правильные формулы, то такой общепринятый подход рассмотрения смещения частоты в геоцентрической системе отсчета сам по себе довольно противоречив. В таком общепринятом подходе , как нам кажется, не учитывается и еще один важный момент. Так как геоцентрическая система отсчета свободно падает с ускорением, то из-за этой причины скорость источника сигналов в момент излучения сигналов отличается от скорости приемника сигналов в момент приема сигнала, что в свою очередь должно привести в геоцентрической системе отсчета к появлению в смещении частоты сигналов вклада классического продольного эффекта Допплера первого порядка, обусловленного этим ускоренным движением геоцентрической системы отсчета. Можно показать, что этот вклад эффекта Допплера по своей величине в нашем приближении равен по величине (но с противоположным знаком) возможному вкладу однородного внешнего гравитационного поля в смещение частоты в свободно падающей геоцентрической системе отсчета. Так что возможен и другой, чем сейчас используемый, подход (тоже согласующийся с результатами наблюдений) - вклад однородного внешнего поля присутствует в смещении частоты в геоцентрической системе отсчета и этот вклад компенсируется вкладом классического эффекта Допплера первого порядка, обусловленного ускоренным движением геоцентрической системы отсчета. Если же в свободно падающей с ускорением геоцентрической системе отсчета присутствует этот класссический эффект Допплера первого порядка, то это и указывает на наличие в этой системе отсчета однородного внешнего поля и на возможное нарушение принципа эквивалентности (как ни как , но наблюдения показывают, что что-то должно все же компенсировать в таком случае вклад этого классического эффекта Допплера первого порядка). Сейчас же, чуть повторимся, общеприято считать, что в геоцентрической системе отсчета нет ни вклада однородного внешнего поля и ни вклада классического эффекта Допплера первого порядка, обусловленного ускорением свободного падения геоцентрической системы отсчета, и поэтому никакая компенсация этих двух эффектов вообще не рассматривается.

4.2 Используемое приближение и используемые обозначения величин при рассмотрении смещения частоты сигналов.

Рассмотрим в двух разных системах отсчета (в барицентрической системе отсчета Солнечной системы и в свободно падающей геоцентрической системе отсчета) один и тот же процесс – спутник GPS излучает сигнал с частотой ω_0 , наблюдатель на поверхности Земли принимает этот же сигнал с частотой ω . Напомним, что мы везде далее ограничиваемя рассмотрением смещения частоты сигналов приближением c^{-2} . В этом приближении можно считать, что сам сигнал распространяется прямолинейно со скоростью c , так как учет влияния гравитационного поля на распространение сигнала (эффект Шапиро) в эффекте смещения частоты сигналов приводит к величинам порядка c^{-3} . Гравитационное поле в нашем приближении является статическим.

Далее используются следующие обозначения для величин в барицентрической системе отсчета :

$\vec{v}$ - скорость наблюдателя на Земле относительно барицентричской системы отсчета в момент приема сигнала,

$\vec{v}_0$ - скорость источника сигнала (спутника GPS) относительно барицентрической системы отсчета в момент излучения сигнала,

$\vec{n}$ - единичный вектор по направлению расспространения сигнала в барицентрической системе отсчета,

u_0 - потенциал статического гравитационного поля в точке и в момент излучения сигнала в барицентрической системе отсчета,

u - потенциал статического гравитационного поля в точке приема и в момент приема сигнала в барицентрической системе отсчета,

$\vec{V}_{E0}$ - скорость геоцентрической системы отсчета относительно барицентрической системы отсчета в момент излучения сигнала,

$\vec{V}_E$ - скорость геоцентрической системы отсчета относительно барицентрической системы отсчета в момент приема сигнала.

В геоцентрической системе отсчета обозначенны следующие величины:

$\vec{V}$ - скорость наблюдателя на Земле относительно геоцентрической системы отсчета в момент приема сигнала,

$\vec{V}_0$ - скорость источника сигнала (спутника GPS) относительно геоцентрической системы отсчета в момент излучения сигнала,

$\vec{N}$ - единичный вектор по направлению расспространения сигнала в геоцентрической системе отсчета.

Весь процесс смещения частоты сигнала мы далее рассматриваем в так называемом временном формализме, когда используется длительность сигнала в разных системах отсчета - это по сути простое правило дифференцирования сложной функции [8]. Следует особо отметить, что в таком случае нет нам никакой необходимости рассматривать трансформации пространственных координат между системами отсчета, в таком случае нам достаточно только иметь трансформации промежутков времени в разных системах отсчета. Обозначаем еще величины:

dt_0, dt - длительность сигнала в точке излучения и в точке приема сигнала в координатном времени барицентрической системы отсчета Солнечной системы,

dT_0, dT - длительность сигнала в точке излучения и в точке приема сигнала в координатном времени геоцентрической системы отсчета.

4.3 Рассмотрение эффекта смещения частоты сигнала в рамках формализма СТО.

В этом разделе рассмотрим нашу задачу приближенно в рамках СТО. Отношение частот сигнала в точке приема сигнала и в точке излучения сигнала равно

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{d\tau_0}{d\tau} \tag{18}$$

Теперь можно написать такую формулу для смещения частоты этого сигнала в барицентрической системе отсчета (в величинах этой системы отсчета)

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} \tag{19}$$

Мы далее используем формулы СТО для трансформации промежутков времени из [8]. В точке излучения сигнала можно написать такую формулу

$$\frac{d\tau_0}{dt_0} = \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{v_0^2}{2c^2} \tag{20}$$

В точке приема сигнала правильна следующая формула

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{v^2}{2c^2} \tag{21}$$

В СТО двухточечная производная в барицентрической системе отсчета равна

$$\frac{dt_0}{dt}=\frac{1-\frac{\vec{n}\vec{v}}{c}}{1-\frac{\vec{n}\vec{v}_0}{c}}\approx 1-\frac{\vec{n}(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c}-\frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{22}$$

И поэтому из формул (19) (20) (21) (22) получаем в барицентрической системе отсчета следующую хорошо известную формулу СТО для смещения частоты сигнала

$$\frac{\omega}{\omega_0}=\frac{d\tau_0}{d\tau}=\frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{d\tau}\approx 1+\frac{(v^2-v_0^2)}{2c^2}-\frac{\vec{n}(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c}-\frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{23}$$

В СТО в геоцентрической системе отсчета должна быть правильной такого же вида формула

$$\frac{\omega}{\omega_0}=\frac{d\tau_0}{d\tau}=\frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau}\approx 1+\frac{(V^2-V_0^2)}{2c^2}-\frac{\vec{N}(\vec{V}-\vec{V}_0)}{c}-\frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2} \tag{24}$$

Отметим, что получить саму формулу (24) в геоцентрической системе отсчета можно и прямо из принципа относительности СТО, так как если соблюдается этот принцип относительности, то в таком случае вид формул и в барицентрической системе отсчета и в геоцентрической системе отсчета должен быть такой же, только в эти формулы должны входить величины соответствующей системы отсчета. Мы все таки далее попытаемся доказать, что если в СТО правильна в барицентрической системе формула для смещения частоты сигнала (23), то, при помощи трансформаций промежутков времени СТО, можно получить формулу (24) для смещения частоты сигнала в геоцентрической системе отсчета, так как именно такой подход (подход с использованием трансформаций промежутков времени), мы будем в следующем разделе использовать при рассмотрении смещения частоты сигнала в свободно падающей с ускорением геоцентрической системе отсчета.Трансформация промежутков времени СТО в точке излучения сигнала равна

$$\frac{dT_0}{dt_0}=\frac{1-\frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V_{E0}^2}{c^2}}}\approx 1+\frac{V_{E0}^2}{2c^2}-\frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2} \tag{25}$$

Трансформация промежутков времени СТО в точке приема сигнала равна

$$\frac{dT}{dt}=\frac{1-\frac{\vec{V}_{E}\vec{v}}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V_{E}^2}{c^2}}}\approx 1+\frac{V_{E}^2}{2c^2}-\frac{\vec{V}_{E}\vec{v}}{c^2} \tag{26}$$

При помощи трансформаций (25) и (26) (это, очевидно, трансформации Лоренца для промежутков времени) и формул (20) и (21), мы из производных в барицентрической системе отсчета получаем следующие формулы для производных в геоцентрической системе отсчета (в точке излучения сигнала и в точке приема сигнала)

$$\frac{d\tau_0}{dT_0}=\frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dT_0}\approx(1-\frac{v_0^2}{2c^2})(1-\frac{V_{E0}^2}{2c^2}+\frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2})=1-\frac{(\vec{v}_0-\vec{V}_{E0})^2}{2c^2}=1-\frac{V_0^2}{2c^2} \tag{27}$$

$$\frac{d\tau}{dT}=\frac{d\tau}{dt}\frac{dt}{dT}\approx 1-\frac{V^2}{2c^2} \tag{28}$$

Видно из формулы (24), что нам , помимо локальных производных (27) и (28), еще надо найти двухточечную производную в геоцентрической системе отсчета. Эта двухточечная призводная времени в геоцентрической системе отсчета равна

$$\frac{dT_0}{dT}=\frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{dT}\approx(1+\frac{V_{E0}^2}{2c^2}-\frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2})(1-\frac{\vec{n}(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c}-\frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2})(1-\frac{V_E^2}{2c^2}+\frac{\vec{V}_E\vec{v}}{c^2}) \tag{29}$$

Далее в нашем приближении получаем из (29) такую двухточечную производную в геоцентрической системе отсчета

$$\frac{dT_0}{dT}\approx 1-\frac{\vec{n}(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c}+\frac{\vec{V}_E(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c^2}-\frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{30}$$

Очевидно, что как и в формулах (27) (28), так и в формуле (30) в нашем приближении c^{-2} , в формуле для смещения частоты сигнала можно выразить скорости источника сигналов и скорости приемника сигналов при помощи нерелятивисткого закона сложения скоростей

$$\vec{V}_0\approx\vec{v}_0-\vec{V}_{E0} \tag{31}$$

$$\vec{V}\approx\vec{v}-\vec{V}_E \tag{32}$$

В рамках формализма СТО мы к тому же используем следующее приближение

$$\vec{V}_{E0}\approx\vec{V}_E \tag{33}$$

В таком случае двухточечная производная в геоцентрической системе отсчета в формуле (24) , с учетом (31) и (32) , принимает вид

$$\frac{dT_0}{dT} \approx 1 - \frac{\vec{n}(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c} + \frac{\vec{V}_E(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c^2} - \frac{(\vec{n}\vec{V} + \vec{n}\vec{V}_E)(\vec{n}\vec{V}_0 + \vec{n}\vec{V}_E)}{c^2} + \frac{(\vec{n}\vec{V}_0 + \vec{n}\vec{V}_E)^2}{c^2} \tag{34}$$

Из (34) следует такая формула

$$\frac{dT_0}{dT} \approx 1 - \frac{\vec{n}(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c} + \frac{\vec{V}_E(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c^2} - \frac{(\vec{n}\vec{V}_E)(\vec{n}(\vec{V} - \vec{V}_0))}{c^2} - \frac{(\vec{n}\vec{V})(\vec{n}\vec{V}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{n}\vec{V}_0)^2}{c^2} \tag{35}$$

Нам еще необходимо учесть эффект аберации (выразить единичный вектор по направлению расспространения сигнала в свободно падающей геоцентрической системе отсчета при помощи единичного вектора по направлению расспространения сигнала в барицентрической системе отсчета) при помощи следующей известной формулы

$$\vec{N} \approx \vec{n} - \frac{\vec{V}_E}{c} + \frac{\vec{n}(\vec{n}\vec{V}_E)}{c} \tag{36}$$

К тому же в двух последних членах порядка c^{-2} в формуле (35) в нашем приближении можно сделать простую замену величин $\vec{n} \to \vec{N}$. И наконец формулу (35), с учетом формулы (36), можно написать при помощи величин геоцентрической системы отсчета следующим образом

$$\frac{dT_0}{dT} \approx 1 - \frac{\vec{N}(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c} - \frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{N}\vec{V}_0)^2}{c^2} \tag{37}$$

И поэтому из формул (27) (28) (37) окончательно получаем формулу СТО (24) для смещения частоты сигнала в геоцентрической системе отсчета

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \approx 1 + \frac{(V^2 - V_0^2)}{2c^2} - \frac{\vec{N}(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c} - \frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2} \tag{38}$$

Наш подход с использованием трансформаций промежутков времени “работает” в формализме СТО и полностью согласуется с принципом относительности СТО.

4.4 Рассмотрение смещения частоты сигналов в свободно падающей геоцентрической системе отсчета в рамках ОТО.

Правильно ли все это и в свободно падающей с ускорением системе отсчета – т.е. получается ли для смещения частоты сигнала сейчас используемая на практике формула, полученная в рамках формализма ОТО с использованием принципа эквивалентности,   для смещения частоты в свободно падающей геоцентрической системе отсчета, формула в которой отсутсвует вклад внешнего однородного гравитационного поля ? Покажем , что сама формула для смещения частоты получается та же что и сейчас используется, но есть важный нюанс – в геоцентрической системе отсчета вклад внешнего однородного поле не изчезает сам по себе при помощи трансформаций промежутков времени, этот вклад компенсируется вкладом эффекта совсем другой природы (т.е. этот вклад однородного поля изчезает не сам по себе из-за изменения самого хода времени в разных точках свободно падающей геоцентрической системы отсчета – этот вклад компенсируется вкладом чисто классического эффекта Допплера первого порядка) .

В барицентрической системе отсчета мы опять принимаем как правильные общепринятые в формализме ОТО формулы. В точке излучения сигнала производная в ОТО

$$\frac{d\tau_0}{dt_0} \approx 1 - \frac{v_0^2}{2c^2} - \frac{u_0}{c^2} \tag{39}$$

В точке приема сигнала производная в ОТО

$$\frac{d\tau}{dt} \approx 1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{u}{c^2} \tag{40}$$

Двухточечная производная барицентрического координатного времени в нашем приближении в формализме ОТО такая же как и в СТО

$$\frac{dt_0}{dt} \approx 1 - \frac{\vec{n}(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c} - \frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{41}$$

Из формул (39) (40) (41) следует сейчас используемая в нашем приближении формула для смещения частоты сигналов в барицентрической системе отсчета

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} \approx 1 + \frac{(v^2 - v_0^2)}{2c^2} + \frac{(u - u_0)}{c^2} - \frac{\vec{n}(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c} - \frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{42}$$

Мы принимаем как правильную эту формулу для смещения частоты сигналов (42) в барицентрической системе отсчета.

Можно ввести еще новые следующие потенциалы в нашем приближении (если геоцентр свободно падает в внешнем гравитационном поле в таком случае градиент потенциала в геоцентре можно записать при помощи ускорения геоцентра)

$$U_0 = u_0 - U_{E0} - \vec{\nabla} U_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0}) = u_0 - U_{E0} - \vec{a}_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0}) \qquad (43)$$

$$U = u - U_E - \vec{\nabla} U_E(\vec{r} - \vec{r}_E) = u - U_E - \vec{a}_E(\vec{r} - \vec{r}_E) \qquad (44)$$

В формулах (43) и (44) ускорение геоцентра относительно барицентрической системы отсчета равно $\vec{a}_E = \frac{d\vec{V}_E}{dt}$ и мы далее везде придерживаемся приближения, что теперь , в отличии от случая СТО , не скорость геоцентрической системы отсчета не меняется за время распространения сигнала, а уже ускорение геоцентрической системы отсчета не меняется за время распространения сигнала - т.е. выполняется равенство $\vec{a}_E \approx \vec{a}_{E0}$. Потенциалы статического гравитационного поля в самом геоцентре в момент приема сигнала и в момент излучения сигнала нами обозначены как U_E и U_{E0} .

Еще , как и в предыдущем разделе, обозначенны в этих формулах следующие величины :

$\vec{r}_0$ - радиус вектор источника сигналов (спутника GPS) в барицентрической системе отсчета,

$\vec{r}$ - радиус вектор приемника сигналов (наблюдателя на поверхности Земли) в барицентрической системе отсчета.

Покажем далее каким образом в рамках нашего подхода для расчета смещения частоты сигналов получается для смещения частоты сигналов в свободно падающей геоцентрической системе отсчета следующая, сейчас используемая, формула

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \approx 1 + \frac{(V^2 - V^2)}{2c^2} + \frac{(U - U_0)}{c^2} - \frac{\vec{N}(\vec{V} - \vec{V}_0)}{c} - \frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{N}\vec{V}_0)^2}{c^2} \qquad (45)$$

Формула (45) для смещения частоты сигналов в геоцентрической системе отсчета сейчас используется и утверждается, что тем самым, эта формула потверждает принцип эквивалентности, так как в этой формуле присутствуют не потенциалы u, u_0 , а потенциалы без вклада однородного внешнего поля U, U_0. Мы же далее попытаемся показать, что формула (45) как не странно не потверждает принцип эквивалентности, а свидетельствует об уже сейчас наблюдаемом нарушении этого принципа. С этой целью мы далее делаем точный расчет смещения частоты сигналов в нами используемом приближении.

Трансформации промежутков времени в разных системах отсчета (теперь уже мы называем эти промежутки координатными промежутками времени) в ОТО используются другие, чем трансформации в СТО (25) и (26). В ОТО используемое обобщенное нелинейное преобразование Лоренца для конечных промежутков координатных времен наших систем отсчета

$$T \approx t - \frac{1}{c^2}[\int (\frac{V_E^2}{2} + U_E)dt + \vec{V}_E(\vec{r} - \vec{r}_E)] \tag{46}$$

Здесь обозначенны :

$\vec{r}$ - радиус вектор точки в барицентрической системе отсчета,

r_E - радиус вектор геоцентра в барицентрической системе отсчета.

Из формулы для конечных промежутков (46), для дифференциалов получаем формулу в точке излучения сигнала

$$\frac{dT_0}{dt_0} = 1 - \frac{V_{E0}^2}{2c^2} - \frac{U_{E0}}{c^2} - \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0})}{c^2} - \frac{\vec{V}_{E0}(\vec{v}_0 - \vec{V}_{E0})}{c^2} = 1 + \frac{V_{E0}^2}{2c^2} - \frac{U_{E0}}{c^2} - \frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2} - \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0})}{c^2} \tag{47}$$

Мы далее обозначаем скорость геоцентра в момент приема и в момент излучения сигнала $\vec{V}_E = \frac{d\vec{r}_E}{dt}$ $\vec{V}_{E0} = \frac{d\vec{r}_{E0}}{dt}$. Трансформация дифференциалов координатных времен в точке приема сигнала равна

$$\frac{dT}{dt} = 1 + \frac{V_E^2}{2c^2} - \frac{U_E}{c^2} - \frac{\vec{V}_E\vec{v}}{c^2} - \frac{\vec{a}_E(\vec{r} - \vec{r}_E)}{c^2} \tag{48}$$

Формула для смещения частоты сигнала в геоцентрической системе отсчета

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \tag{49}$$

В этой формуле, с учетом формул (39) (40), в геоцентрической системе отсчета локальная производная в точке излучения сигнала равна

$$\frac{d\tau_0}{dT_0} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dT_0} \approx (1 - \frac{v_0^2}{2c^2} - \frac{u_0}{c^2})(1 - \frac{V_{E0}^2}{2c^2} + \frac{U_{E0}}{c^2} + \frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2} + \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0})}{c^2} \tag{50}$$

Из (50) следует такая локальная производная в геоцентрической системе отсчета в точке излучения сигнала

$$\frac{d\tau_0}{dT_0} \approx 1 - \frac{V_0^2}{2c^2} - \frac{u_0}{c^2} + \frac{U_{E0}}{c^2} + \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0})}{c^2} \tag{51}$$

и соответсвенно, очевидно, что локальная производная в точке приема сигнала равна

$$\frac{d\tau}{dT} \approx 1 - \frac{V^2}{2c^2} - \frac{u}{c^2} + \frac{U_E}{c^2} + \frac{\vec{a}_E(\vec{r} - \vec{r}_E)}{c^2} \tag{52}$$

Перепишем чуть по другому двухточечную производную геоцентрического координатного времени

$$\frac{dT_0}{dT} = \frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{dT} = \frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt}{dT}\frac{dt_0}{dt} \tag{53}$$

Делаем расчет с учетом (47) (48) произведения двух локальных производных в формуле (43)

$$\frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt}{dT} \approx (1 + \frac{V_{E0}^2}{2c^2} - \frac{U_{E0}}{c^2} - \frac{\vec{V}_{E0}\vec{v}_0}{c^2} - \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}_0 - \vec{r}_{E0})}{c^2})(1 - \frac{V_E^2}{2c^2} + \frac{U_E}{c^2} + \frac{\vec{V}_E\vec{v}}{c^2} + \frac{\vec{a}_E(\vec{r} - \vec{r}_E)}{c^2}) \tag{54}$$

Заметим, что и закон сохранения энергии в ньютоновом приближении для геоцентра мы далее учитываем

$$\frac{V_{E0}^2}{2} - U_{E0} = \frac{V_E^2}{2} - U_E \tag{55}$$

И окончательно в нашем приближении можно переписать формулу (54) (в нашем приближении c^{-2} в формуле (54) в членах этого же порядка этой формулы можно пользоваться условием $\vec{V}_E \approx \vec{V}_{E0}$) следующим образом

$$\frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt}{dT} \approx 1 + \frac{\vec{V}_{E0}(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c^2} + \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r} - \vec{r}_0)}{c^2} \tag{56}$$

Напомним еще раз , что у нас двухточечная производная координатного времени в барицентрической системе отсчета такая же как и в СТО

$$\frac{dt_0}{dt} \approx 1 - \frac{\vec{n}(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c} - \frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{57}$$

Из формул (56) и (57) можно получить двухточечную производную геоцентрического координатного времени в свободно падающей с ускорением системе отсчета

$$\frac{dT_0}{dT} = \frac{dT_0}{dt_0}\frac{dt}{dT}\frac{dt_0}{dt} \approx 1 + \frac{\vec{V}_{E0}(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c^2} + \frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r} - \vec{r}_0)}{c^2} - \frac{\vec{n}(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c} - \frac{(\vec{n}\vec{v})(\vec{n}\vec{v}_0)}{c^2} + \frac{(\vec{n}\vec{v}_0)^2}{c^2} \tag{58}$$

Только в отличии от предыдущего расмотрения в рамках формализма СТО, теперь следует иметь ввиду, что за время распространения сигнала со скоростью c меняется и скорость геоцентрической системы отсчета

$$\vec{v}-\vec{v}_0 \approx \vec{V}-\vec{V}_0+\vec{V}_E-\vec{V}_{E0} \approx \vec{V}-\vec{V}_0+\vec{a}_{E0}\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|}{c} \tag{59}$$

С учетом этого соотношения для скоростей (59) и того, что уже рассмотрели в случае формализма СТО в предыдущем разделе (аберация), можно (58) переписать по другому

$$\frac{dT_0}{dT} \approx 1-\frac{\vec{N}(\vec{V}-\vec{V}_0)}{c}-\frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{N}\vec{V}_0)^2}{c^2}-\frac{\vec{n}|\vec{r}-\vec{r}_0|\vec{a}_{E0}}{c^2}+\frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}-\vec{r}_0)}{c^2} \tag{60}$$

Далее используем еще одно призведение других локальных производных

$$\frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT}{d\tau} \approx (1-\frac{V_0^2}{2c^2}-\frac{u_0}{c^2}+\frac{U_{E0}}{c^2}+\frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}_0-\vec{r}_{E0})}{c^2})(1+\frac{V^2}{2c^2}+\frac{u}{c^2}-\frac{U_E}{c^2}-\frac{\vec{a}_E(\vec{r}-\vec{r}_E)}{c^2}) \tag{61}$$

Мы еще используем следующие условия в членах порядка c^{-2} $U_{E0} \approx U_E$ $\vec{r}_E \approx \vec{r}_{E0}$ и получаем такую формулу

$$\frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT}{d\tau} \approx 1+\frac{(V^2-V_0^2)}{2c^2}+\frac{(u-u_0)}{c^2}-\frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}-\vec{r}_0)}{c^2} \tag{62}$$

И теперь уже можно , используя (60) и (62), окончательно записать формулу для смещение частоты сигнала в свободно падающей геоцентрической системе отсчета следующим образом

$$\frac{\omega}{\omega_0} \approx 1+\frac{(V^2-V_0^2)}{2c^2}+\frac{(u-u_0)}{c^2}-\frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}-\vec{r}_0)}{c^2}-\frac{\vec{N}(\vec{V}-\vec{V}_0)}{c}-\frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{N}\vec{V}_0)^2}{c^2}+\frac{\vec{a}_{E0}(\vec{r}-\vec{r}_0)}{c^2}-\frac{\vec{n}|\vec{r}-\vec{r}_0|\vec{a}_{E0}}{c^2}$$

В этой последней формуле два члена с ускорением геоцентра компенсируют друг друга и мы получаем

$$\frac{\omega}{\omega_0} \approx 1+\frac{(V^2-V_0^2)}{2c^2}+\frac{(u-u_0)}{c^2}-\frac{\vec{N}(\vec{V}-\vec{V}_0)}{c}-\frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{N}\vec{V}_0)^2}{c^2}-\frac{\vec{n}|\vec{r}-\vec{r}_0|\vec{a}_{E0}}{c^2} \tag{63}$$

Из последней формулы (63) видно, что смещение частоты сигналов в свободно падающей геоцентрической системе отсчета зависит от тех же гравитационных потенциалов как и в формуле для смещения частоты в барицентрической системе отсчета – в геоцентрической системе отсчета свой вклад в смещение частоты вносит и однородное внешнее поле, но и при том в формуле в геоцентрической системе отсчета присутствует еще и член с ускорением геоцентра (это уже вклад классического эффекта Допплера первого порядка, обусловленный ускоренным движением геоцентрической системы отсчета). Но так как можно написать равенство

$$\frac{\vec{n}|\vec{r}-\vec{r}_0|\vec{a}_{E0}}{c^2}=\frac{(\vec{r}-\vec{r}_0)\vec{a}_{E0}}{c^2} \tag{64}$$

то и в нашем приближении окончательно формулу для смещения частоты сигнала в свободно падающей геоцентрической системе отсчета формально можно написать через гравитационные потенциалы в которых отсутствует однородное внешнее поле

$$\frac{\omega}{\omega_0}\approx 1+\frac{(V^2-V_0^2)}{2c^2}+\frac{(U-U_0)}{c^2}-\frac{\vec{N}(\vec{V}-\vec{V}_0)}{c}-\frac{(\vec{N}\vec{V})(\vec{N}\vec{V}_0)}{c^2}+\frac{(\vec{N}\vec{V}_0)^2}{c^2} \tag{65}$$

Нами полученная формула (65) для смещения частоты сигнала в геоцентрической системе отсчета формально ничем не отличается от общепринятой в рамках ОТО (полученной с учетом принципа эквивалентности) формулы (45) для расчета смещения частоты сигнала в этой же свободно падающей геоцентрической системе отсчета.

4.5 Короткое обсуждение эффекта смещения частоты сигнала в свободно падающей с ускорением геоцентрической системе отсчета.

Видно из предыдущего раздела, что в геоцентрической системе отсчета вклад однородного внешнего поля в смещении частоты присутствует (и тем самым присутствует само внешнее однородное поле в свободно падающей геоцентрической системе отсчета) , но в этой системе отсчета этот вклад однородного внешнего поля компенсируется вкладом классического эффекта Допплера первого порядка. Более того – без этого вклада однородного внешнего поля в смещение частоты в геоцентрической системе не получились бы проверянные наблюдениями формулы (45) и (65) , так как вклад классического эффекта Допплера (из-за ускорения геоцентра) все таки должен присутствовать в этих формулах. Тем самым показано, что может нарушаться принцип эквивалентности при рассмотрении смещения частоты сигналов.

Казалось бы можно сделать и другой вывод – в эффекте смещения частоты сигнала в свободно падающей системе отсчета однородное внешнее поле все таки вносит свой вклад, но этот вклад компенсируется вкладом классического эффекта Допплера и этим , как будто, потверждается правильность принципа эквивалентности. Но все таки, наверное, такая ситуация не то что потверждет принцип эквивалентности, а нoборот, только усиливает сомнения в правильности принципа эквивалентности, так как вклад однородного внешнего поля не изчезает при помощи трансформаций сам по себе, а только компенсируется классическим эффектом, не зависисящим от хода часов в системе отсчета (хода времени), достаточно вспомнить, что такого же порядка эффект Допплера наблюдается и в акустике. Поэтому можно утверждать, что пока само по себе наблюдение смещения частоты сигналов в свободно падающей системе отсчета в вакууме не позволяет однозначно потвердить правильность принципа эквивалентности, это можно было бы сделать только при соблюдении следующего условия - если скорость расспространения сигнала в свободно падающей системе отсчета в некоторой среде не равна c, то тогда точной компенсации в (63) не будет, так как вклад гравитационного смещения не зависит от среды между приемником и источником сигналов (так как само замедление времени обусловленное гравитационными потенциалами не зависит от среды), а вот вклад классического эффекта Допплера все же зависит от скорости распространения сигнала в среде. Если в таком случае нет ожидаемого смещения частоты, обусловленного разностью вкладов двух этих разных эффектов в свободно падающей системе отсчета со средой , то только тогда можно было бы утверждать, что в свободно падающей системе отсчета нет ни гравитационного смещения частоты, обусловленного внешним однородным полем , нет и классического эффекта Допплера первого порядка (!?) (из-за ускорения этой системы отсчета) компенсируюшего это гравитационное смещение и, тем самым, наблюдения смещения частоты потверждают правильность принципа эквивалентости.

5 ОБ ХОДЕ ЧАСОВ (ХОДЕ ВРЕМЕНИ) В СВОБОДНО ПАДАЮЩЕЙ ГЕОЦЕНТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА И ПРИНЦИПЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ.

5.1 Об темпе хода часов в свободно падающей геоцентричесой системе отсчета.

Рассмотрим ход часов (ход времени) в свободно падающей геоцентрической системе отсчета и покажем, что однородное внешнее поле влияет на ход часов в свободно падающей системе отсчета. Сейчас, при пересчете моментов времени событий из барицентрической системы отсчета в моменты времени событий в геоцентрической системе отсчета, уже учитывется влияние однородного внешнего однородного поля в геоцентрической системе отсчета и что важно этот обстоятельство полностью согласуется с результатами наблюдений. Все же весь этот сейчас используемый учет этого влияния олнородного внешнего поля в геоцентрической системе отсчета на ход времени в этой системе отсчета, как нам кажется, является довольно сомнительным в своей интепретации. Суть такого общепринятого подхода состоит в том, что вклад однородного внешнего поля в геоцентрической системе переопределяется при помощи уравнения свободного движения в гравитационном поле – т.е. вклад однородного внешнего поля выражается при помощи ускорения свободного падения геоцентрической системы отсчета в внешнем гравитационнном поле и далее этот член с ускорением геоцентра обьяденяется с ссответствующим членом СТО. И только на основании схожести вида члена с вкладом однородного внешнего поля (члена с ускорением) с соответсвующим вкладом СТО относительности одновременности делается вывод о том , что однородное внешнее поле как физическая реальность не присутствует в геоцентрической системе отсчета и тем самым, как будто, принцип эквивалентности соблюдается [7][9]. Очевидно, что такой подход если и не опровергает принцип эквивалентности и сам по себе и математически корректен, то никак уж и не потверждает принцип эквивалентности; такая простая замена переменных (величин) в уравнении вряд ли может как то изменить само физическое содержание рассматриваемого эффекта – т.е. вряд ли можно таким образом влияние однородного гравитационного поля на ход времени (на ход часов) представить исключительно как эффект СТО. Рассмотрим этот вопрос чуть подробней. Теперь мы в один и тот же момент времени берем дифференциалы собственного времени обоих часов, скорость геоцентрической системы отсчета, ускорение этой системы отсчета и потенциал внешнего поля в геоцентре. В этом и состоит различие рассмотрения хода часов от рассмотрения смещения частоты сигналов. В этом разделе мы используем те же самые трансформации для дифференциалов и обозначения для величин как и при нашем рассмотрении смещения частоты сигналов.

Сперва рассмотрим вопрос о ходе часов в рамках формализма СТО, использованного нами ранее при рассмотрении смещения частоты сигналов. Опять пишем формулу для отношения дифференциалов собственного времени часов в барицентрической системе отсчета

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} \tag{66}$$

Далее везде мы используем следующую двухточечную производную координатного времени в барицентрической системе отсчета

$$\frac{dt_0}{dt} = 1 \tag{67}$$

И получаем, используя те же трансформации как и при рассмотрении смещения частоты сигналов, в барицентрической системе отсчета следующую формулу СТО для дифференциалов собственного времени двух часов

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dt_0}\frac{dt_0}{dt}\frac{dt}{d\tau} \approx 1 + \frac{(v^2 - v_0^2)}{2c^2} \tag{68}$$

В геоцентрической системе отсчета для этих же дифференциалов собственного времени часов (для этих же событий) в СТО правильна следующая формула

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \approx 1 + \frac{(V^2 - V_0^2)}{2c^2} + \frac{\vec{V}_E(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c^2} \tag{69}$$

Если в СТО скорости обоих часов одинаковы в барицентрической системе отсчета , то и в геоцентрической системе отсчета скорости часов будут одинаковы. В таком случае получаем из формул (68) и (69) , что эти часы идут одинаково и относительно барицентрической системы отсчета и относительно геоцентрической системы отсчета (и относительно друг друга)

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = 1 \tag{70}$$

Теперь мы уже в рамках формализма ОТО рассмотрим эту же задачу . Получаем следующую формулу для дифференциалов собственного времени двух разных часов в барицентрической системе отсчета

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} \approx 1 + \frac{(v^2 - v_0^2)}{2c^2} + \frac{(u - u_0)}{c^2} \tag{71}$$

И теперь (напомним, мы используем те же формулы и те же трансформации как и в предыдущих разделах) можно написать такую формулу для дифференциалов собственного времени двух часов в свободно падающей в внешнем поле геоцентрической системе отсчета

$$\frac{d\tau_0}{d\tau}=\frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau}\approx 1+\frac{(V^2-V_0^2)}{2c^2}+\frac{(u-u_0)}{c^2}+\frac{\vec{V}_E(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c^2} \quad (72)$$

Видно, что в случае ОТО не только в формуле для барицентрической системы отсчета (71), но и в формуле для геоцентрической системы отсчета (72) присутствует такой же вклад гравитационного поля. Получаем в таком случае , что на ход собственного времени часов в геоцентрической системе отсчета влияет и однородное внешнее поле (получается, что это поле присутствует в геоцентрической системе отсчета как физическая реальность), что как известно не очень то согласуется с принципом эквивалентности.

Если же оба часов двигаются с одинаковыми скоростями в барицентрической и геоцентрической систмах отсчета, то для промежутков собственного времени часов в обоих наших системах отсчета из (71) и (72) получаем одну и ту же формулу

$$\frac{d\tau_0}{d\tau}\approx 1+\frac{(u-u_0)}{c^2} \quad (73)$$

Эта формула (73) в точности совпадает с формулой для гравитационного замедления времени. Если это так , то разность хода двух часов в этой формуле (73) можно наблюдать и при передаче данных при помощи сигналов от одних часов к другим часам и при прямом сравнивании часов после переноса часов – эта разность хода указывет на наличие гравитационного поля в точках нахождения часов. Если это вляние однородного поля на ход часов присутствует в формуле (73) , как мы показали в формуле правильной и для геоцентрической системы отсчета, то это , очевидно, не согласуется с принципом эквивалентности . Если же мы хотим все это согласовать с принципом эквивалентности, то нам следует как то по другому (не как гравитационное замедление времени) интерпретировать вклад однородного внешнего поля в геоцентрической системе отсчета. Сейчас для разрешения этой проблемы используется, как нам кажется, довольно спорный подход. Это влияние однородного внешнего поля в свободно падающей геоцентрической системе отсчета на ход часов общепринято свести к эффекту СТО. Рассмотрим каким же образом сейчас это делается. В случае СТО в формуле (69) в геоцентричесой системе отсчета можно написать равенство (это уже мы рассматриваем изменение вклада относительности одновременности СТО)

$$\frac{\vec{V}_E(\vec{v}-\vec{v}_0)}{c^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{V}_E(\vec{r}-\vec{r}_0)}{c^2}\right) \quad (74)$$

И саму эту формулу СТО (69) можно в таком случае переписать следующим образом (напомним - скорость геоцентрической системы отсчета постоянна в приближении СТО) .

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \approx 1 + \frac{(V^2 - V_0^2)}{2c^2} + \frac{d}{dt}(\frac{\vec{V}_E(\vec{r} - \vec{r}_0)}{c^2}) \qquad (75)$$

Как же в ОТО этот метод используется для того чтоб согласовать ход часов в геоцентрической системе отсчета с принципом эквивалентности? Весь потенциал гравитационного поля в геоцентрической системе отсчета можно представить как суму потенциала Земли Ф и однородного внешнего поля (если мы пренебрегаем приливным потенциалов внешних тел) U

$$u = \Phi + U$$

$$u_0 = \Phi_0 + U_0$$

Здесь обозначенны следующие величины

$$U = U_E + \vec{\nabla} U_E (\vec{r} - \vec{r}_E)$$

$$U_0 = U_E + \vec{\nabla} U_E (\vec{r}_0 - \vec{r}_E)$$

Если геоцентр свободно падает в внешем гравитационном поле, то из уравнения движения для геоцентра получаем

$$U = U_E + \vec{a}_E (\vec{r} - \vec{r}_E)$$

$$U_0 = U_E + \vec{a}_E (\vec{r}_0 - \vec{r}_E)$$

И поэтому можно написать такие равенства в случае движения геоцентрической системы отсчета с ускорением (в случае свободного падения этой системы отсчета)

$$\frac{U - U_0}{c^2} + \frac{\vec{V}_E(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c^2} = \frac{\vec{a}_E(\vec{r} - \vec{r}_0)}{c^2} + \frac{\vec{V}_E(\vec{v} - \vec{v}_0)}{c^2} = \frac{d}{dt}(\frac{\vec{V}_E(\vec{r} - \vec{r}_0)}{c^2}) \qquad (76)$$

В ОТО, после такого преобразования величин, из формулы (72) получаем такую формулу в геоцентрической системе отсчета

$$\frac{d\tau_0}{d\tau} = \frac{d\tau_0}{dT_0}\frac{dT_0}{dT}\frac{dT}{d\tau} \approx 1 + \frac{(V^2 - V_0^2)}{2c^2} + \frac{(\Phi - \Phi_0)}{c^2} + \frac{d}{dt}(\frac{\vec{V}_E(\vec{r} - \vec{r}_0)}{c^2}) \qquad (77)$$

В формуле (77) , в отличии от формулы (72), как бы уже и нет однородного внешнего поля в геоцентрической системе отсчета – в ней присутствует только вклад поля Земли и вклад СТО (вклад СТО по форме такой же как в формуле СТО (75) для геоцентрической системы) .

Получается, что таким образом мы ускорение (и тем самым однородное поле) “втиснули” в эффект СТО – мы делаем тем самым предположение, что ускорение (а еще точнее – однородное статическое гравитационное поле) влияет на эффект относительности одновременности СТО (на синхронизацию часов). Так что можно заключить - при помощи трансформаций в нашем приближении не возможно исключить однородное внешнее поле и в геоцентрической системе отсчета . Остается нам , в таком случае, только как то попытаться интепретировать каким то образом этот эффект влияния однородного внешнего поля на часы в геоцентрической системе отсчета, с тем чтобы не нарушать принцип эквивалентности. Правильный ли такой общепринятый подход ? Нам кажется , что такой подход, наверное, ошибочен и мы в следующем разделе попытаемся это показать. Мы попытаемся показать, что такой подход, по видимому, не согласуется с математической структурой нами же используемых трансформаций для дифференциалов координатных времен .

5.2 Еще об трансформации между геоцентрическом координатным временем и барицентрическом координатном временем.

Как мы уже неоднократно указывали, в формализме ОТО мы принимаем за правильную сейчас используемую трансформацию для конечных промежутков координатных времен в наших разных системах отсчета

$$T = t - \frac{1}{c^2}[\int(\frac{V_E^2}{2} + U_E)dt + \vec{V}_E(\vec{x} - \vec{x}_E)] \quad (78)$$

Если взять в двух разных точках пространства одинаковые моменты барицентрического координатного времени $t_2 = t_1$, то в геоцентрической системе отсчета, как следует из формулы (78), эти события разделенны промежутком геоцентрического координатного времени

$$T_2 - T_1 \approx -\frac{\vec{V}_E(x_2 - x_1)}{c^2} \quad (79)$$

Так как вид формулы (79) такой же как и вид соответствующей формулы в СТО в этом случае, то и общепринятая интепретация этой формулы в релятивисткой астрометрии такая же как и в СТО – эта формула выражает относительность одновременности для разных систем отсчета . Далее мы, используя только математические доводы, попытаемся показать, что такая общепринятая интерпретация отличается от интерпретации относительности одновременности в рамках СТО и что такое общепринятое в релятивисткой астрометрии утверждение, по сути, является какой то новой гипотезой, а не простым использованием принципов СТО.

Для трансформации любых величин в СТО используется локальная трансформация

$$A^i = \frac{\partial X^i}{\partial x^j} a^j \tag{80}$$

Можно эту же трансформацию использовать и для координат (в СТО таким образом можно записать преобразования Лоренца для пространства-времени)

$$X^i = \frac{\partial X^i}{\partial x^j} x^j \tag{81}$$

И для дифференциалов этих координат (это уже следует из самого определнния этой локальной трансформации) тоже получаем

$$dX^i = \frac{\partial X^i}{\partial x^j} dx^j \tag{82}$$

Далее мы рассмотрим только трансформации для временных переменных в разных системах отсчета . Если

$$T = T(t, \vec{x}) \tag{83}$$

То для дифференциалов можно написать

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt + \frac{\partial T}{\partial \vec{x}} d\vec{x} \tag{84}$$

Здесь , в случае СТО , частные производные равны

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{V^2}{2c^2} \tag{85}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{x}} = -\frac{\frac{\vec{V}}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \approx -\frac{\vec{V}}{c^2} \tag{86}$$

Можно (84) написать и при помощи частных дифференциалов

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t}dt + \frac{\partial T}{\partial \vec{x}}d\vec{x} = d_t T + d_{\vec{x}} T \tag{87}$$

Мы чуть выше использовали следующие частные дифференциалы

$$d_t T \approx (1+\frac{V^2}{2c^2})dt \tag{88}$$

$$d_{\vec{x}} T \approx -\frac{\vec{V}d\vec{x}}{c^2} \tag{89}$$

Можно заметить из формулы (85), что дифференциал времени dT можно записать как сумму двух разных частных дифференциалов. Эти частные дифференциалы вносят свой вклад в одну и ту же величину, в один и тот же эффект, но, при этом, это делается этими двумя разными частными дифференциалами по разному. Рассмотрим этот вопрос чуть подробнее. Если применить условие

$$d\vec{x} = 0 \tag{90}$$

То из (84) следует формула для дифференциала

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t}dt + \frac{\partial T}{\partial \vec{x}}d\vec{x} = d_t T \approx (1+\frac{V^2}{2c^2})dt \tag{91}$$

Видно, что, при помощи условия (90) , можно из формулы (87) получить формулу (91) для хода времени (хода часов) в разных системах отсчета, в этой формуле присутствуют промежутки времени, отсчитываемые часами в разных системах отсчета. Если же применить другое условие

$$dt = 0 \tag{92}$$

то из (85) следует другая формула для дифференциала

$$dT \approx -\frac{\vec{V}d\vec{x}}{c^2} \tag{93}$$

Теперь в формуле (93) присутствует вклад относительности одновременности СТО (вклад синхронизации часов). Следовательно, в формуле (87) в общем случае для показаний часов в разных системах отсчета присутствует и вклад обусловленный самим ходом часов и вклад обусловленный относительностью одновременности (синхронизации часов). Эти вклады по отдельности можно установить рассматривая соответствующие частные производные или частные дифференциалы (рассматривая их вклады в полный дифференциал времени). Заметим, что локальная трансформация для дифференциалов и в ОТО должна иметь такой же вид как и в СТО – т.е. должна эта трансформация выражаться при помощи частных производных. Можно для дифференциалов из формулы (78) получить

$$dT = dt - \frac{1}{c^2}(\frac{V_E^2}{2} + U_E)dt - \frac{1}{c^2}\frac{d\vec{V}_E}{dt}(\vec{x} - \vec{x}_E) + \frac{1}{c^2}\vec{V}_E\frac{d\vec{x}_E}{dt}dt - \frac{1}{c^2}\vec{V}_E d\vec{x} \tag{94}$$

Видно, что соответствуюшие частные производные должны быть равны

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 1 + \frac{V_E^2}{2c^2} - \frac{U_E}{c^2} - \frac{1}{c^2}\frac{d\vec{V}_E}{dt}(\vec{x} - \vec{x}_E) \tag{95}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{x}} = -\frac{\vec{V}_E}{c^2} \tag{96}$$

И соответствующие частные дифференциалы равны

$$d_t T = (1 + \frac{V_E^2}{2c^2} - \frac{U_E}{c^2} - \frac{\vec{a}_E(\vec{x} - \vec{x}_E)}{c^2})dt \tag{97}$$

$$d_{\vec{X}} T = -\frac{\vec{V}_E d\vec{x}}{c^2} \tag{98}$$

Очевидно, что формулы (95) и (96) для частных производных можно получить и из самой формулы для конечных промежутков координатных времен (78) прямым вычислением этих частных производных $\frac{\partial T}{\partial t}, \frac{\partial T}{\partial \vec{x}}$. Теперь, если применить условие

$$d\vec{x} = 0 \tag{99}$$

Получаем следующую формулу для дифференциала геоцентрического координатного времени

$$dT = d_t T = (1 + \frac{V_E^2}{2c^2} - \frac{U_E}{c^2} - \frac{\vec{a}_E(\vec{x} - \vec{x}_E)}{c^2})dt \tag{100}$$

Если же применить условие

$$dt = 0 \tag{101}$$

То для дифференциала геоцентрического координатного времени получаем формулу

$$dT = d_{\vec{x}}T = -\frac{\vec{V}_E d\vec{x}}{c^2} \tag{102}$$

Сравниваем формулы ОТО (100) и (102) с соответствующими формулами СТО (91) и (93) и получаем, что вклад члена относительности одновременности в нашем случае в ОТО такой же как и в случае СТО, а вот вклад хода времени отличается от соответствующего вклада СТО не только наличием потенциала внешнего поля в геоцентре, но и присутствием ускорения геоцентра и координат точки относительно этого геоцентра (а это уже вклад однородного внешнего поля) . Получаем, что если ход барицетрического координатного времени везде одинаков (во всех точках) и равномерен и не зависит от ускорения геоцентрической системы отсчета (что довольно логично) , то тогда геоцентрическое координатное координатное время таким во всех точках пространства не является, это видно из формулы (96). Заметим, что тот факт что именно формула (102) должна применяться для рассмотрения относительности одновременности следует и из самого определения частных производных – частные производные по пространственным координатам вычисляются при условии постоянства соответствующего временного параметра и других пространственных координат.

Следовательно, если использовать тот же математический формализм как и в СТО, то в последнем члене формулы (78) (после интегрирования) присутствуют два разных вклада – вклад разного хода часов (разного хода времени), обусловленный ускорением геоцентрической системы отсчета, и вклад относительности одновременности (разной синхронизации часов в разных системах отсчета).

5.3 Об ходе часов на геоиде.

Рассмотрим ход двух часов, находящихся на геоиде, и свободно падающих вместе с Землей в внешнем гравитационном поле. В нашем случае (в нашем приближении) разность дифференциалов собственного времени двух часов на геоиде в барицентрической системе отсчета будет

$$d\tau_2 - d\tau_1 \approx \left(-\frac{v_2^2}{2c^2} + \frac{v_1^2}{2c^2} - \frac{(u_2 - u_1)}{c^2}\right)dt \tag{103}$$

Мы далее в этом разделе используем следующие обозначения:

Φ_1, Φ_2 - значения гравитационного потенциала Земли в точках нахождения часов,

U_1, U_2 - значения потенциалов внешнего гравитационного поля (поля в котором свободно падает Земля) в точках нахождения часов,

$\vec{r}_1, \vec{r}_2$ - радиус векторы часов в геоцентрической системе отсчета.

Для этих двух часов справедливы следующие формулы (нпомним, мы везде ограничиваемся для хода часов приближением c^{-2})

$$\vec{v}_1 \approx \vec{V}_1 + \vec{V}_E \tag{104}$$

$$\vec{v}_2 \approx \vec{V}_2 + \vec{V}_E \tag{105}$$

$$u_1 \approx \Phi_1 + U_1 \tag{106}$$

$$u_2 \approx \Phi_2 + U_2 \tag{107}$$

Так как рассматриваемые часы находятся на геоиде , то можно написать условие

$$\frac{V_1^2}{2c^2} + \frac{\Phi_1}{c^2} = \frac{V_2^2}{2c^2} + \frac{\Phi_2}{c^2} = const \tag{108}$$

С учетом этого условия (108) и формул (104), (105), (106) , (107) и из формулы для геоцентрической системы отсчета (103) получаем

$$d\tau_2 - d\tau_1 \approx (-\frac{\vec{V}_E(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{c^2} - \frac{(U_2 - U_1)}{c^2})dt \tag{109}$$

Обозначим как и раньше потенциал внешнего поля в геоцентре как U_E . Внешнее поле в геоцентрической системе отсчета далее используем только в приближении однородного поля (приливными эффектами пренебрегаем). Получаем

$$U_2 - U_1 \approx \vec{\nabla} U_E (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \tag{110}$$

И формулу (109) теперь можно переписать следующим образом

$$d\tau_2 - d\tau_1 \approx (-\frac{\vec{V}_E(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{c^2} - \frac{\vec{\nabla} U_E (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{c^2})dt \tag{111}$$

Скорости часов в геоцентрической системе отсчета равны $\vec{V}_1 = \frac{d\vec{r}_1}{dt}$ и $\vec{V}_2 = \frac{d\vec{r}_2}{dt}$.

Рассмотрим вначале двое часов , находящихся на геоиде и неподвижных относительно геоцентра – это могут быть двое часов, находящихся на оси вращения Земли, например, часы, которые находятся на Северном и Южном полюсах. Для этих часов можно написать условие

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 = 0 \qquad (112)$$

Для этих двух часов на геоиде из формулы (111) в таком случае получаем для разности дифференциалов собственного времени

$$d\tau_2 - d\tau_1 \approx -\frac{\vec{\nabla} U_E (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{c^2} dt \qquad (113)$$

Казалась бы из формулы (113), можно сделать вывод – двое неподвижных относительно геоцентра часов на геоиде (из-за вляния однородного внешнего поля) идут по разному и это можно можно наблюдать и при передаче данных при помощи сигналов от одних часов к другим часам и при прямом сравнивании часов после переноса этих часов – т.е. такая разность хода часов указывет на присутствие однородного внешнего гравитационного поля в точках нахождения часов на геоиде.

Но ведь сейчас, напомним, принято утверждать , что все часы на геоиде идут одинакого (если пренебречь приливными потенциалами внешнего поля и если правилен принцип эквивалентности), внешнее однородное поле , как будто, не влияет на эти часы, так как такого поля, как физической реальности нет , согласно принципу эквивалентности , в системе отсчета , связанной с свободно падающим геоцентром. В чем же тут суть нашей проблемы ?

А суть в том , что, как мы раньше и указывали , общепринято, для обоснования принципа эквивалентности, использовать классическое уравнение ускоренного движения в случае свободного падения и , по сути, при помощи этого класического уравнения движения переопределить весь смысл формулы (113), тем самым общепринято утверждать, что при помощи классического уравнения движения можно влиять на сам ход часов (на ход времени). Можно ведь написать уравнение движения геоцентра в внешнем поле

$$\vec{\nabla} U_E = \vec{a}_E = \frac{d\vec{V}_E}{dt} \qquad (114)$$

И проделать следующие манипуляции с формулами и переписать (113) таким образом

$$d\tau_2 - d\tau_1 \approx -\frac{1}{c^2}(\frac{d\vec{V}_E}{dt}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1))dt = -\frac{1}{c^2}(\frac{d}{dt}(\vec{V}_E(\vec{r}_2 - \vec{r}_1))dt \qquad (115)$$

После интегрирования (115) получаем

$$\tau_2 - \tau_1 \approx -\{\frac{\vec{V}_E(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{c^2} - \frac{\vec{V}_{E0}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{c^2}\} \qquad (116)$$

Последнюю формулу (116) для конечных промежутков времени и принято истолковать только как проявление эффекта синхронизациии часов (эффекта относительности одновременности), так как эта формула имеет такой же вид как соответствующая формула СТО. В общем же случае (когда скорости часов относительно геоцентра не равны 0) тоже получается похожий результат на (115) и на (116), но тоже этот результат получается только после такой же подстановки величин из уравнения движения. Можно для конечных промежутков написать формулу с вкладами двух разных эффектов (гравитационного замедления времени и относительности одновременности СТО)

$$\tau_2 - \tau_1 \approx \int(-\frac{\vec{V}_E(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{c^2})dt + \int(-\frac{\vec{\nabla}U_E(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{c^2})dt \qquad (117)$$

Но можно , при использовании уравнения движения в случае свободного падения, написать (111) и (117) и по другому

$$d\tau_2 - d\tau_1 \approx (-\frac{\vec{V}_E(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{c^2})dt - \frac{1}{c^2}(\frac{d\vec{V}_E}{dt}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1))dt = -\frac{1}{c^2}(\frac{d}{dt}(\vec{V}_E(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)))dt \qquad (118)$$

$$\tau_2 - \tau_1 \approx -\{\frac{\vec{V}_E(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{c^2} - \frac{\vec{V}_{E0}(\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10})}{c^2}\} \qquad (119)$$

Можно, конечно, опять попытаться истолковать и эту формулу (119) как проявление исключительно относительности одновременности СТО (как на эффект синхронизации часов в СТО) и хотя в таком случае с математикой все в порядке (числа получаются правильные), свидетельствует ли это о том, что такой подход так уж и безупречен? И как, в таком случае, следует истолковать формулу (117) с двумя вкладами двух разных эффектов?

6 ОБ НЕКОТОРЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ ЭФФЕКТАХ.

Как следует из нашего рассмотрения , вопрос о том - нарушается принцип эквивалентности или нет, можно свести к вопросу об присутствии или же отстсутствии в геоцентрической системе отсчета вклада классического продольного эффекта Допплера первого порядка, обусловленного свободным падением с ускорением этой геоцентрической системы отсчета во внешнем гравитационном поле. Если в этой свободно падающей геоцентрической системе отсчета, как и в любой другой движущейся с ускорением системе отсчета, этот эффект присутсвует и , как следует из наблюдений, вклад этого эффекта в нашем приближении компенсирует вклад (для смещении частоты сигналов) однородного внешнего гравитационного поля , то это и указывает , по видимому, что в самой геоцентрической системе отсчета присутствует однородное внешнее поле как физическая реальность и тем самым нарушается этот такой краеугольный для ОТО принцип эквивалентности.

В [10] утверждается , что у часов на поверхности свободно падающей Земли уже сейчас наблюдается суточный сезонный дрейф атомных часов, обусловленный однородным (это даже видно из самого порядка величин в формуле) гравитационным полем Солнца и зависящий от географической широты на которой находятся эти часы и от угла оси вращения Земли по отношению к плоскости орбиты Земли . Вопрос, как следует из нашего анализа, только в том - это эффект относительности одновременности или же можно обнаружить этот дрейф часов прямым сравнением показаний этих часов в самой геоцентрической системе отсчета, как и в случае обычного гравитационного замедления времени. Если же возможно это сделать, то тогда такое влияние однородного внешнего поля Солнца на часы в свободно падающей геоцентрической системе отсчета тоже свидетельствует об нарушении принципа эквивалентности. Важно отметить, что уже сейчас (при помощи сигналов) в геоцентрической системе отсчета постоянно сравниваются показания атомных часов разных метрологических центров, находящихся на разных географических широтах Земли – например, результаты некоторых таких сравниваний показаний часов данны в [11][12]. При таком сравнивании показания атомных часов постоянно наблюдаются пока не имеющие достаточно ясной интерпретации суточные и годовые гармоники для разности показаний часов этих разных метрологических центров. Эти же довольно „таинственные“разности показаний атомных часов разных метрологических центров имеют такой же порядок величины, как и порядок величины возможного влияния на эти атомные часы однородного гравитационного поля Солнца . Очевидно, что более тщательное и последовательное рассмотрение этого вопроса может дать однозначный ответ о том , нарушается ли принцип эквивалентности и , тем самым, какова сама природа пространства-времени в гравитационном поле.

Так как система GPS работает и изначально настроена в геоцентрической системе отсчета, то возникает вопрос и возможном влиянии (или же отсутствия этого влияния

) однородного внешего поля Солнца и других тел Солнечной системы на часы этой системы. Сейчас [7] общепринято, что такого влияния нет и не может быть, так как это влияние нарушало бы принцип эквивалентности. Все же, следует отметить, что наблюдаются и в этой системе 12 часовые (а это период обращения спутников этой системы вокруг Земли) гармоники в ходе часов спутников этой системы . Эти же 12 часовые (пока что не имеющие убедительного обьяснения) гармоники для хода часов спутников имеют такой же порядок величины, как и возможное влияние однородного поля Солнца на ход этих же часов спутников системы GPS [13][14].

7 ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Решающим экспериментом при проверке принципа эквивалентности (и тем самым при проверке того каким же является пространство-время в гравитационном поле) может быть проверка хода часов в свободно падающей системе отсчета – т.е. проверка того влияет ли на сам ход часов в свободно падающей системе отсчета, как и на часы неподвижные в гравитационном поле, однородное внешнее поле или нет (в таком случае нет никакой необходимости рассматривать другие эффекты – как , например, классический эффект Допплера при рассмотрении смещения частоты сигнала). Сделать это можно, например, при помощи прямого сравнивания показаний этих часов путем передачи сигналов.

[1] Yu.V.Baryshev http://xxx.lanl.gov/pdf/gr-qc/9912003.pdf

[2] Yu.V.Baryshev http://lanl.arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0809/0809.2323.pdf

[3] Yu.V.Baryshev http://lanl.arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0809/0809.2328.pdf

[4] М.Боулер Гравитация и относительность 1979

[5] M.Soffel, S.A.Klioner et al. http://xxx.lanl.gov/pdf/astro-ph/0303376.pdf
[6] L.Blanchet et al. http://arxiv.org/pdf/gr-qc/0010108.pdf
[7] N.Ashby, M.Weiss http://lanl.arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1307/1307.6525.pdf

[8] S.M.Kopeikin,L.M.Ozernoy http://xxx.lanl.gov/pdf/astro-ph/9812446v2.pdf
[9] В.Е.Жаров Сферическая астрономия 2002
http://www.astronet.ru/db/msg/1190817/node34.html

[10] М.В.Сажин Теория относительности для астрономов 2000
http://www.astronet.ru/db/msg/1170927/node4.html

[11] D.Piester et al. http://tycho.usno.navy.mil/ptti/2003papers/paper13.pdf
[12] J.F.Plumb, K.M.Larson http://xenon.colorado.edu/paperIIrevise2.pdf
[13] K.L.Senior et al. http://205.156.4.133/CORS/Articles/sat-period_gpssoln08.pdf
[14] O.Montenbruk et al. https://mediatum.ub.tum.de/doc/1135451/1135451.pdf