# The symbiosis ambiguity of binomial theorem and some types of countable sets.

**REUVEN TINT[1], MICHAEL TINT[2]**

Number Theorist, Israel[1]

Software Engineer, Israel[2]

Email: reuven.tint@gmail.com, tintmisha@gmail.com

http://ferm-tint.blogspot.co.il/

*Abstract*. We show ("transparently") that by using a new binomial expansion identically equal to the classical, received ambiguous numerical sequences (countable sets) of arbitrary length, smaller infinity, in which the coefficients of each degree "$x$" can be either identical zero and not equal to zero simultaneously. This partly used fully, partially substantially modified and supplemented some fragments from the article **(1)**.

## § 1

**1.1.** The conventional (classical) algebraic expansion of a binomial theorem

$$(x+m)^n \equiv C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} m + \cdots +$$

$$+C_n^{n-1} x m^{n-1} + C_n^n m^n \equiv \sum_{i=n}^{i=0} C_n^{n-i}\, x^i m^{n-i} [\mathbf{1}]$$

$\left(C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}\right)$ is identically equal to the decomposition

$$(x+m)^n \equiv x^n + m \sum_{j=n}^{j=0} (x+m)^{n-1-j}\, x^j \equiv$$

$$\equiv x^n + m[(x+m)^0 x^{n-1} + (x+m)^1 x^{n-2} + \cdots$$

$$\ldots + (x+m)^{n-2} x + (x+m)^{n-1} x^0] \ [\mathbf{2}] ,$$

using $[\mathbf{2}]$

$$\frac{(x+m)^n - x^n}{m} \equiv x^{n-1} + (x+m)^1 x^{n-2} +$$

$$+(x+m)^2 x^{n-3} + \cdots + (x+m)^{n-2} x^1 + (x+m)^{n-1}$$

- the sum of a geometric progression, for example, the first member $m_1 = x^{n-1}$ and denominator of the progression

$$q = \frac{x+m}{x}$$

,then

$$\frac{x^{n-1}[\left(\frac{x+m}{x}\right)^n - 1]}{\frac{x+m}{x} - 1} \equiv \frac{(x+m)^n - x^n}{m}.$$

**Examples:**

Using $[\mathbf{1}]$

$$(2+1)^5 = 32 + 80 + 80 + 40 + 10 + 1,$$

Using $[\mathbf{2}]$

$$(2+1)^5 = 32 + 16 + 24 + 36 + 54 + 81.$$

The coefficients for each “$x$” in both parts of identities $[\mathbf{1}]$ and $[\mathbf{2}]$, expect for $x^n$ , respectively, are not equal to each other.

## § 2

**2.1.** Consider the equation

$$A^n + B^n = D^n \ \ [\mathbf{3}]$$

**2.2.** Under the following conditions $[\mathbf{4}]$:

**1)** $A = x + a$; **2)** $B = x + b$; $D = x + c$ $[\mathbf{5}]$

**2)** $-\infty < x < \infty$; $-\infty < A < \infty$; $-\infty < B < \infty$

- are arbitrary real numbers

**3)**

$$D - A - B = \sqrt[i]{A^i + B^i} - A - B$$
$$1 \le i \le n, n = 1,2,3, \dots, < \infty;$$

**4)** $a, b, c$ are corresponding to $[\mathbf{4}]$ real numbers, when $A, B, D$ fixed.

**2.3.** Using $[\mathbf{2}]$ with respect to the $[\mathbf{5}]$

$$(x + a)^n \equiv x^n + a(x^{n-1} + Ax^{n-2} + \dots + A^{n-1}) \quad [\mathbf{6}]$$
$$(x + b)^n \equiv x^n + b(x^{n-1} + Bx^{n-2} + \dots + B^{n-1}) \quad [\mathbf{7}]$$
$$(x + c)^n \equiv x^n + c(x^{n-1} + Dx^{n-2} + \dots + D^{n-1}) \quad [\mathbf{8}]$$

then, -($[\mathbf{8}] - [\mathbf{6}] - [\mathbf{7}]$) $\equiv$

$$x^n - x^{n-1}(c - a - b) - x^{n-2}(cD - aA - bB) -$$
$$x^{n-3}(cD^2 - aA^2 - bB^2) -$$
$$x^{n-4}(cD^3 - aA^3 - bB^3) - \dots -$$
$$x(cD^{n-2} - aA^{n-2} - bB^{n-2}) -$$
$$x^0(cD^{n-1} - aA^{n-1} - bB^{n-1}) \equiv 0 \; [\mathbf{9}].$$

**2.4.** Preforming in the $[\mathbf{9}]$ appropriate changes of variables:

$$c = D - x; a = A - x; b = B - x,$$

We obtain:

$$x^n - x^{n-1}(D - \cancel{x} - A + \cancel{x} - B + x) -$$
$$-x^{n-2}[(D - x)D - (A - x)A - (B - x)B] -$$
$$-x^{n-3}[(D - x)D^2 - (A - x)A^2 - (B - x)B^2] -$$
$$-x^{n-4}[(D - x)D^3 - (A - x)A^3 - (B - x)B^3] -$$
$$- \dots - x[(D - x)D^{n-2} - (A - x)A^{n-2} - (B - x)B^{n-2}] -$$
$$-x^0[(D - x)D^{n-1} - (A - x)A^{n-1} - (B - x)B^{n-1}] \equiv 0,$$

then,

**2.5.**

$$[(\cancel{x^n} - \cancel{x^{n-1}}x) - x^{n-1}\cancel{(D - A - B)}]_0 +$$

$$+[x^{n-1}\cancel{(D - A - B)} - x^{n-2}\cancel{(D^2 - A^2 - B^2)}]_1 +$$

$$+[x^{n-2}\cancel{(D^2 - A^2 - B^2)} - x^{n-3}\cancel{(D^3 - A^3 - B^3)}]_2 +$$

$$+ [x^{n-3}\cancel{(D^3 - A^3 - B^3)} - x^{n-4}\cancel{(D^4 - A^4 - B^4)}]_3 + \cdots$$

$$\ldots + [x^2\cancel{(D^{n-2} - A^{n-2} - B^{n-2})} - x^1\cancel{(D^{n-1} - A^{n-1} - B^{n-1})}]_{n-2} +$$

$$+[x\cancel{(D^{n-1} - A^{n-1} - B^{n-1})} - (x^0\cancel{(D^n - A^n - B^n}]_{n-1} \equiv 0 \ \ [\mathbf{10}].$$

**The conclusions:**

**2.6.** At the final numerical sequence types$[\mathbf{10}]$ and $[\mathbf{11}]$ arbitrary length, smaller infinity, coefficients for each power "$x$" can be either identically equal to zero (only after an appropriate redistribution of terms), and unequal to zero at the same time. Follows only to consider that in $[\mathbf{10}]$ and $[\mathbf{11}]$ in all square brackets $A, B, D,$ "$n$" respectively, are the same (fixed).

**2.7.** For example,

$$A = 2; B = 3; n = 5; D = \sqrt[5]{2^5 + 3^5} = \sqrt[5]{275}.$$

$$-x^4\left(\sqrt[5]{275} - 5\right) +$$

$$+x^3\left[x\left(\sqrt[5]{275} - 5\right) - \left(\sqrt[5]{(275)^2} - 13\right)\right] +$$

$$+x^2\left[x\left(\sqrt[5]{(275)^2} - 13\right) - \left(\sqrt[5]{(275)^3} - 35\right)\right] +$$

$$+x\left[x\left(\sqrt[5]{(275)^3}\right) - 35\right) - (\sqrt[5]{(275)^4} - 97)] +$$

$$+x^0\left[\left(\sqrt[5]{(275)^4}-97\right)-\sqrt[5]{(275)^5}-275\right]\equiv 0\ [\mathbf{11}].$$

It was shown in the $[\mathbf{11}]$ , that coefficients in each of the brackets are not equal to zero.

**2.8.** After the redistribution of the terms in $[\mathbf{10}]$ we get in each square bracket for "$x$" coefficients, equal to zero.

$$x^4\left[\left(\sqrt[5]{275}-5\right)-\left(\sqrt[5]{275}-5\right)\right]+$$
$$+x^3\left[\left(\sqrt[5]{(275)^2}-13\right)-\left(\sqrt{(275)^2}-13\right)\right]+$$
$$+x^2\left[\left(\sqrt[5]{(275)^3}-35\right)-\left(\sqrt[5]{(275)^3}-35\right)\right]+$$
$$+x\left[\left(\sqrt[5]{(275)^4}-97\right)-\left(\sqrt[5]{(275)^4}-97\right)\right]-$$
$$-x^0\left[\sqrt[5]{(275)^5}-275\right]\equiv 0\ [\mathbf{12}]$$

**References:**


1. R. Tint, K. R. R. Gandhi, M. Tint, "The Question of Ambiguity in Mathematics and some of Arising from these Extraordinary Consequences (Elementary Aspect)", Bulletin of Mathematical Sciences and Applications, Vol. 10, pp. 1-15, Nov. 2014, SciPress Ltd., Switzerland doi:10.18052/www.scipress.com/BMSA.10.1

# Симбиоз неоднозначности бинома Ньютона и некоторых типов счётных множеств.

**REUVEN TINT[1], MICHAEL TINT[2]**

Number Theorist, Israel[1]

Software Engineer, Israel[2]

Email: reuven.tint@gmail.com, tintmisha@gmail.com

http://ferm-tint.blogspot.co.il/

*Аннотация.* В работе показано (более “прозрачно”), что при использовании нового разложения бинома Ньютона, тождественно равного классическому, получены неоднозначные числовые последовательности (счётные множества) произвольной длины, меньшей бесконечности, в которых коэффициенты при каждой отдельной степени "$x$" могут быть как тождественно равными нулю, так и не равными нулю одновременно. При этом частично использованы полностью, частично существенно видоизменены и дополнены некоторые фрагменты из статьи **(1)**.

## § 1

**1.2.** Общепринятое (классическое) разложение биномма Ньютона

$$(x+m)^n \equiv C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} m + \cdots +$$

$$+C_n^{n-1} x m^{n-1} + C_n^n m^n \equiv \sum_{i=n}^{i=0} C_n^{n-i}\, x^i m^{n-i} [\mathbf{1}]$$

$\left(C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}\right)$ оказывается тождественно равным разложению

$$(x+m)^n \equiv x^n + m \sum_{j=n}^{j=0} (x+m)^{n-1-j}\, x^j \equiv$$

$$\equiv x^n + m[(x+m)^0 x^{n-1} + (x+m)^1 x^{n-2} + \cdots$$

$$\ldots + (x+m)^{n-2} x + (x+m)^{n-1} x^0]\ \ [\mathbf{2}]\,,$$

так как из $[\mathbf{2}]$

$$\frac{(x+m)^n - x^n}{m} \equiv x^{n-1} + (x+m)^1 x^{n-2} +$$

$$+(x+m)^2 x^{n-3} + \cdots + (x+m)^{n-2} x^1 + (x+m)^{n-1}$$

-сумма членов геометрической прогрессии, например, с первым членом $m_1 = x^{n-1}$ и знаменателем прогрессии

$$q = \frac{x+m}{x}$$

,откуда

$$\frac{x^{n-1}[\left(\frac{x+m}{x}\right)^n - 1]}{\frac{x+m}{x} - 1} \equiv \frac{(x+m)^n - x^n}{m}.$$

**Примеры:**

Из $[\mathbf{1}]$

$$(2+1)^5 = 32 + 80 + 80 + 40 + 10 + 1,$$

Из $[\mathbf{2}]$

$$(2+1)^5 = 32 + 16 + 24 + 36 + 54 + 81.$$

Коэффициенты при каждом “$x$” в обеих частях тождеств $[\mathbf{1}]$ и $[\mathbf{2}]$, кроме $x^n$ ,соответственно не равны друг другу.

## § 2

**2.1.** Рассмотрим уравнение

$$A^n + B^n = D^n \quad [\mathbf{3}]$$

**2.2.** при следующих условиях $[\mathbf{4}]$:

**3)** $A = x + a$; **2)** $B = x + b$; $D = x + c$ $[\mathbf{5}]$
**4)** $-\infty < x < \infty$; $-\infty < A < \infty$; $-\infty < B < \infty$

- произвольные действительные числа

**3)**

$$D - A - B = \sqrt[i]{A^i + B^i} - A - B$$
$$1 \le i \le n, n = 1,2,3, \dots, < \infty;$$

**4)** $a, b, c$ соответствующие $[\mathbf{4}]$ действительные числа, когда $A, B, D$ зафиксированы.

**2.3.** Из $[\mathbf{2}]$ с учётом $[\mathbf{5}]$

$$(x + a)^n \equiv x^n + a(x^{n-1} + Ax^{n-2} + \dots + A^{n-1}) \quad [\mathbf{6}]$$
$$(x + b)^n \equiv x^n + b(x^{n-1} + Bx^{n-2} + \dots + B^{n-1}) \quad [\mathbf{7}]$$
$$(x + c)^n \equiv x^n + c(x^{n-1} + Dx^{n-2} + \dots + D^{n-1}) \quad [\mathbf{8}]$$

откуда, -($[\mathbf{8}] - [\mathbf{6}] - [\mathbf{7}]$) $\equiv$

$$x^n - x^{n-1}(c - a - b) - x^{n-2}(cD - aA - bB) -$$
$$x^{n-3}(cD^2 - aA^2 - bB^2) -$$
$$x^{n-4}(cD^3 - aA^3 - bB^3) - \dots -$$
$$x(cD^{n-2} - aA^{n-2} - bB^{n-2}) -$$
$$x^0(cD^{n-1} - aA^{n-1} - bB^{n-1}) \equiv 0\ [\mathbf{9}].$$

**2.4.** Произведя в $[\mathbf{9}]$ соответствующие замены переменных:

$$c = D - x; a = A - x; b = B - x,$$

получим:

$$x^n - x^{n-1}(D - \cancel{x} - A + \cancel{x} - B + x) -$$
$$-x^{n-2}[(D - x)D - (A - x)A - (B - x)B] -$$
$$-x^{n-3}[(D - x)D^2 - (A - x)A^2 - (B - x)B^2] -$$
$$-x^{n-4}[(D - x)D^3 - (A - x)A^3 - (B - x)B^3] -$$

$$-\cdots - x[(D-x)D^{n-2} - (A-x)A^{n-2} - (B-x)B^{n-2}] -$$
$$-x^0[(D-x)D^{n-1} - (A-x)A^{n-1} - (B-x)B^{n-1}] \equiv 0,$$

откуда,

**2.5.**

$$[(\cancel{x^n} - \cancel{x^{n-1}}x) - x^{n-1}\cancel{(D-A-B)}]_0 +$$

$$+[x^{n-1}\cancel{(D-A-B)} - x^{n-2}\cancel{(D^2-A^2-B^2)}]_1 +$$

$$+[x^{n-2}\cancel{(D^2-A^2-B^2)} - x^{n-3}\cancel{(D^3-A^3-B^3)}]_2 +$$

$$+\ [x^{n-3}\cancel{(D^3-A^3-B^3)} - x^{n-4}\cancel{(D^4-A^4-B^4)}]_3 + \cdots$$

$$\ldots + [x^2\cancel{(D^{n-2}-A^{n-2}-B^{n-2})} - x^1\cancel{(D^{n-1}-A^{n-1}-B^{n-1})}]_{n-2} +$$

$$+[x\cancel{(D^{n-1}-A^{n-1}-B^{n-1})} - (x^0\cancel{(D^n-A^n-B^n}]_{n-1} \equiv 0\ \ [\mathbf{10}].$$

**Выводы:**

**2.6.** В конечных числовых последовательностях типа $[\mathbf{10}]$ и $[\mathbf{11}]$ произвольной длины, меньшей бесконечности, коэффициенты при каждой отдельной степени "$x$" могут быть как тождественно равными нулю (только после соответствующего перераспределения слагаемых), так и неравными нулю одновременно. Следует только учесть, что в $[\mathbf{10}]$ и $[\mathbf{11}]$ во всех квадратных скобках $A, B, D,$ "$n$" соответственно одинаковы (зафиксированы).

**2.7.** Например,

$$A = 2; B = 3; n = 5; D = \sqrt[5]{2^5 + 3^5} = \sqrt[5]{275}.$$

$$-x^4\left(\sqrt[5]{275} - 5\right) +$$

$$+x^3\left[x\left(\sqrt[5]{275} - 5\right) - \left(\sqrt[5]{(275)^2} - 13\right)\right] +$$

$$+x^2\left[x\left(\sqrt[5]{(275)^2} - 13\right) - \left(\sqrt[5]{(275)^3} - 35\right)\right] +$$

$$+x\left[x\left(\sqrt[5]{(275)^3}\right)-35\right)-(\sqrt[5]{(275)^4}-97)]+$$

$$+x^0\left[\left(\sqrt[5]{(275)^4}-97\right)-\sqrt[5]{(275)^5}-275\right]\equiv 0\ [\mathbf{11}].$$

Как видно из $[\mathbf{11}]$ ,коэффициенты в каждой из скобок нулю не равны.

**2.8.** После перераспределения слагаемых в $[\mathbf{10}]$ получим в каждой квадратной скобке при "$x$" коэффициенты, равные нулю.

$$x^4[(\sqrt[5]{275}-5)-(\sqrt[5]{275}-5)]+$$
$$+x^3\left[\left(\sqrt[5]{(275)^2}-13\right)-\left(\sqrt{(275)^2}-13\right)\right]+$$
$$+x^2\left[\left(\sqrt[5]{(275)^3}-35\right)-\left(\sqrt[5]{(275)^3}-35\right)\right]+$$
$$+x\left[\left(\sqrt[5]{(275)^4}-97\right)-\left(\sqrt[5]{(275)^4}-97\right)\right]-$$
$$-x^0\left[\sqrt[5]{(275)^5}-275\right]\equiv 0\ [\mathbf{12}]$$

**Литература:**


2. R. Tint, K. R. R. Gandhi, M. Tint, "The Question of Ambiguity in Mathematics and some of Arising from these Extraordinary Consequences (Elementary Aspect)", Bulletin of Mathematical Sciences and Applications, Vol. 10, pp. 1-15, Nov. 2014, SciPress Ltd., Switzerland doi:10.18052/www.scipress.com/BMSA.10.1