Brief Comment on the Euler and Navier-Stokes Equations in 2-D

(Breve Comentário sobre as Equações de Euler e Navier-Stokes em 2-D)

Valdir Monteiro dos Santos Godoi
valdir.msgodoi@gmail.com

The qualitative equality between n = 2 and n = 3 spatial dimensions.

Já vimos o caso de não unicidade de soluções (u, p) para as equações de Navier-Stokes em $n = 3$ dimensões espaciais, bem como a possibilidade de inexistência de soluções, que traduzi por quebra das soluções, em alusão ao termo *breakdown solutions* utilizado na definição do problema do milênio relativo a estas equações. A infinidade de pressões possíveis para um mesmo problema de condições iniciais das equações de Navier-Stokes, problema que tradicionalmente não prescreve nenhum valor inicial ou de fronteira para a pressão, é responsável pela não unicidade destas soluções (u, p), embora não esteja afastada a possibilidade de não unicidade de soluções para a velocidade u. Aliás, também deve haver uma infinidade de soluções possíveis para a velocidade u, dada a mesma condição inicial $u^0(x) = u(x, 0)$ nas equações de Navier-Stokes ou Euler, variando, por exemplo, conforme o valor inicial de $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0}$. Isso não foi o foco principal de meus estudos até o momento, entretanto, onde procurei analisar principalmente a inexistência (*breakdown*) das soluções. A inexistência ou quebra de soluções, por sua vez, ocorre (pelo menos) quando a função ϕ em

$$\nabla p = \nu \nabla^2 u - \frac{\partial u}{\partial t} - (u \cdot \nabla) u + F = \varphi + F = \phi$$

é um campo não conservativo, não gradiente, seguindo a notação que temos utilizado, o que pode ocorrer desde o instante $t = 0$ ou em algum outro conjunto de valores de t.

A atenção que também deve ser dada a este assunto é devido ao fato de que estas conclusões feitas preliminarmente para dimensão espacial $n = 3$ também valem para dimensão espacial $n = 2$, embora se diga que para $n = 2$ estes problemas de existência e unicidade já estão resolvidos. Não creio que em dimensão dois ocorra diferente do que ocorre em dimensão três, e pretendo verificar isto com mais profundidade.