

# An algorithm for producing Benjamin Franklin’s magic squares

J. S. Markovitch  
*Saint Augustine, FL 32084\**  
 (Dated: July 8, 2015)

An algorithm is presented that produces, in six steps, Benjamin Franklin’s best known magic squares, one  $8 \times 8$ , and one  $16 \times 16$ . This same algorithm is then used to produce three related magic squares, dimensioned  $4 \times 4$ ,  $32 \times 32$ , and  $64 \times 64$ .

## I. GENERATING BENJAMIN FRANKLIN’S MAGIC SQUARES

Starting from a consecutively numbered  $4 \times 4$  square, an algorithm uses six steps to produce a  $4 \times 4$  *magic* square, as seen in Fig. 1. This same algorithm is then used to produce Benjamin Franklin’s two best known magic squares, one  $8 \times 8$ , as seen in Fig. 2, and one  $16 \times 16$ , as seen in Figs. 3 and 4. These are the magic squares made famous by Van Doren’s 1938 biography of Franklin [1]. The algorithm then produces a  $32 \times 32$  magic square in Figs. 5 through 10, and a  $64 \times 64$  magic square in Figs. 11 and 12, where size considerations prevent showing the steps producing this largest square.

The algorithm’s steps either *shift*, or *reflect about a vertical or horizontal midline*, a rectangle of numbers belonging to a square that is initially consecutively numbered. For steps in which the rectangle is shifted, the rectangle’s numbers are highlighted in orange. So, in Fig. 1, a *row* is shifted *up* in step  $3 \rightarrow 4$ ; and a *column* is shifted *left* in step  $6 \rightarrow 7$ . For steps in which the rectangle is reflected about a midline, the rectangle’s numbers are highlighted in orange and green, where orange numbers swap with orange, and green with green. So, in Fig. 1, *rows* are reflected about the *vertical* midline in steps  $2 \rightarrow 3$  and  $5 \rightarrow 6$ ; and *columns* are reflected about the *horizontal* midline in steps  $1 \rightarrow 2$  and  $4 \rightarrow 5$ .

It is an obvious point, but worth mentioning, that Franklin possessed a printer’s skill at using a composing stick (see figure on right [2]). This *may* have aided Franklin’s discovery of his famous  $8 \times 8$  and  $16 \times 16$  magic squares, as he was likely capable of rapidly moving blocks of numbers about physically and mentally, the exact skills needed to apply an algorithm of the above kind.

The algorithm employed in this article relates to that given by Pasles [3], which focuses on Franklin’s step-by-step reasoning, and which works by building the magic square column by column, while employing shifts similar to those used here. See [4–6] for an overview of Franklin’s magic squares.

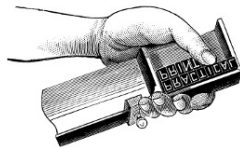
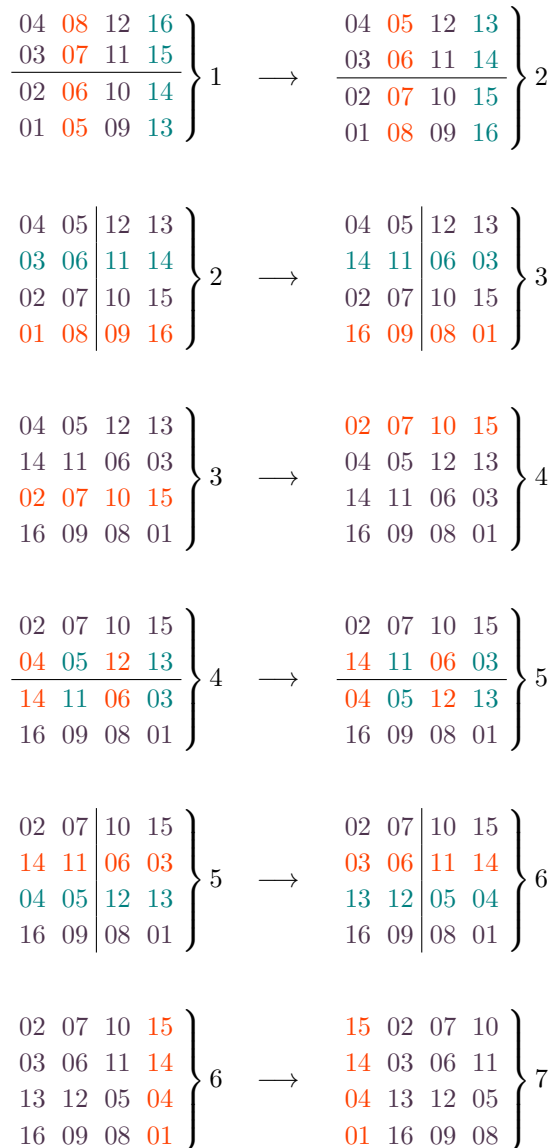


FIG. 1: Producing a  $4 \times 4$  magic square in six steps using the same algorithm used to produce Franklin’s larger magic squares. The colors orange and green highlight the numbers that change with each step. Horizontal and vertical axes of rotation are included.



\*Electronic address: jsmarkovitch@gmail.com

FIG. 2: Making Franklin's  $8 \times 8$  magic square in six steps. The colors orange and green highlight the numbers that change with each step.

$\left. \begin{array}{l} 08 \text{ 16 24 32 40 48 56 64} \\ 07 \text{ 15 23 31 39 47 55 63} \\ 06 \text{ 14 22 30 38 46 54 62} \\ 05 \text{ 13 21 29 37 45 53 61} \\ 04 \text{ 12 20 28 36 44 52 60} \\ 03 \text{ 11 19 27 35 43 51 59} \\ 02 \text{ 10 18 26 34 42 50 58} \\ 01 \text{ 09 17 25 33 41 49 57} \end{array} \right\} 1$	→	$\left. \begin{array}{l} 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 07 \text{ 10 23 26 39 42 55 58} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 05 \text{ 12 21 28 37 44 53 60} \\ 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 03 \text{ 14 19 30 35 46 51 62} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 01 \text{ 16 17 32 33 48 49 64} \end{array} \right\} 2$
$\left. \begin{array}{l} 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 07 \text{ 10 23 26 39 42 55 58} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 05 \text{ 12 21 28 37 44 53 60} \\ 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 03 \text{ 14 19 30 35 46 51 62} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 01 \text{ 16 17 32 33 48 49 64} \end{array} \right\} 2$	→	$\left. \begin{array}{l} 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 58 \text{ 55 42 39 26 23 10 07} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 60 \text{ 53 44 37 28 21 12 05} \\ 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 3$
$\left. \begin{array}{l} 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 58 \text{ 55 42 39 26 23 10 07} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 60 \text{ 53 44 37 28 21 12 05} \\ 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 3$	→	$\left. \begin{array}{l} 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 58 \text{ 55 42 39 26 23 10 07} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 60 \text{ 53 44 37 28 21 12 05} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 4$
$\left. \begin{array}{l} 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 58 \text{ 55 42 39 26 23 10 07} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 60 \text{ 53 44 37 28 21 12 05} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 4$	→	$\left. \begin{array}{l} 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 60 \text{ 53 44 37 28 21 12 05} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 58 \text{ 55 42 39 26 23 10 07} \\ 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 5$
$\left. \begin{array}{l} 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 60 \text{ 53 44 37 28 21 12 05} \\ 06 \text{ 11 22 27 38 43 54 59} \\ 58 \text{ 55 42 39 26 23 10 07} \\ 08 \text{ 09 24 25 40 41 56 57} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 5$	→	$\left. \begin{array}{l} 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 05 \text{ 12 21 28 37 44 53 60} \\ 59 \text{ 54 43 38 27 22 11 06} \\ 07 \text{ 10 23 26 39 42 55 58} \\ 57 \text{ 56 41 40 25 24 09 08} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 6$
$\left. \begin{array}{l} 04 \text{ 13 20 29 36 45 52 61} \\ 62 \text{ 51 46 35 30 19 14 03} \\ 05 \text{ 12 21 28 37 44 53 60} \\ 59 \text{ 54 43 38 27 22 11 06} \\ 07 \text{ 10 23 26 39 42 55 58} \\ 57 \text{ 56 41 40 25 24 09 08} \\ 02 \text{ 15 18 31 34 47 50 63} \\ 64 \text{ 49 48 33 32 17 16 01} \end{array} \right\} 6$	→	$\left. \begin{array}{l} 52 \text{ 61 04 13 20 29 36 45} \\ 14 \text{ 03 62 51 46 35 30 19} \\ 53 \text{ 60 05 12 21 28 37 44} \\ 11 \text{ 06 59 54 43 38 27 22} \\ 55 \text{ 58 07 10 23 26 39 42} \\ 09 \text{ 08 57 56 41 40 25 24} \\ 50 \text{ 63 02 15 18 31 34 47} \\ 16 \text{ 01 64 49 48 33 32 17} \end{array} \right\} 7$

FIG. 3: Making Franklin's  $16 \times 16$  magic square in six steps (first figure of two). The colors orange and green highlight the numbers that change with each step.

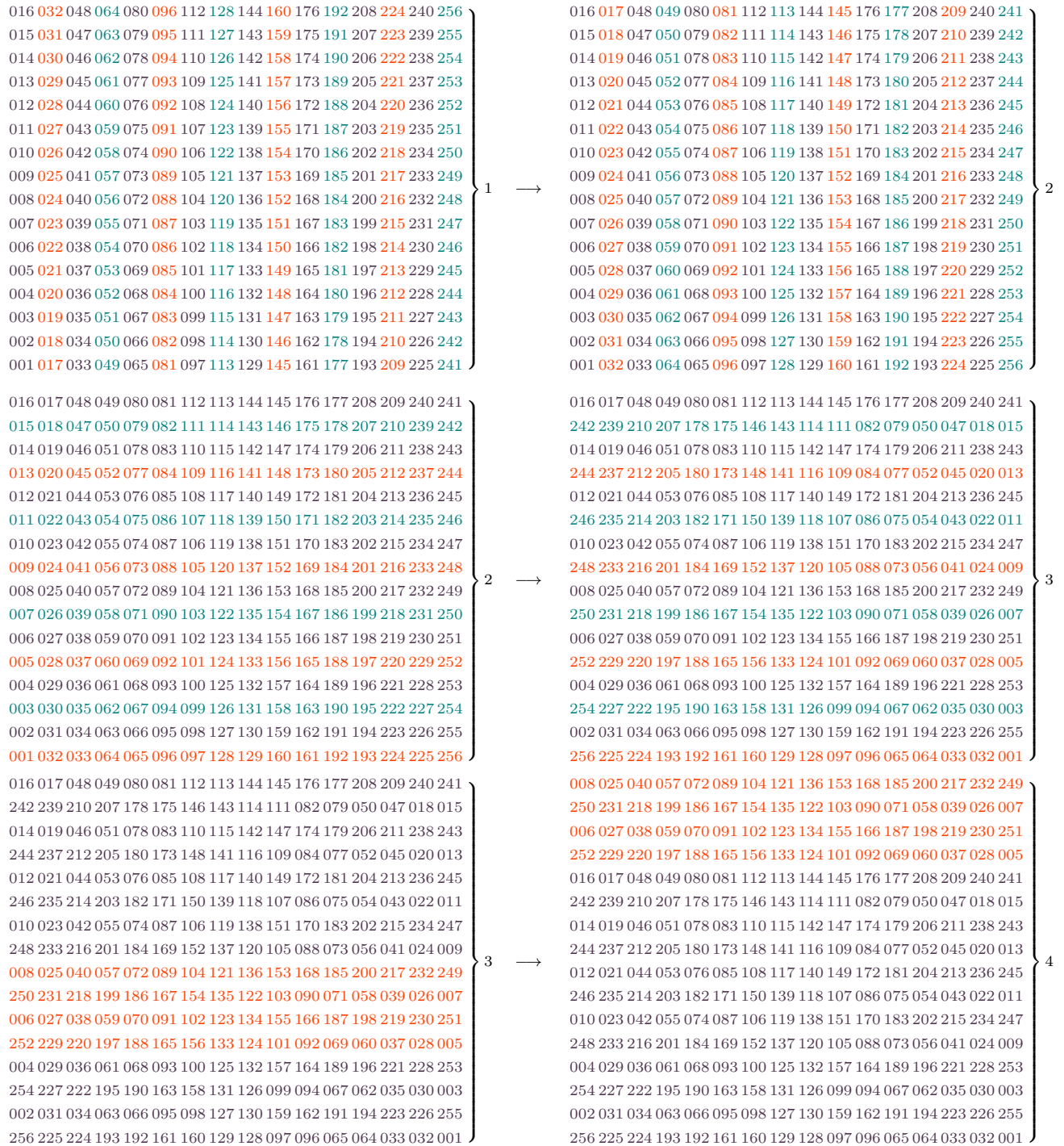


FIG. 4: Making Franklin's  $16 \times 16$  magic square in six steps (second figure of two). The colors orange and green highlight the numbers that change with each step.

008 025 040 057 072 089 104 121 136 153 168 185 200 217 232 249	}	→	008 025 040 057 072 089 104 121 136 153 168 185 200 217 232 249	}
250 231 218 199 186 167 154 135 122 103 090 071 058 039 026 007			250 231 218 199 186 167 154 135 122 103 090 071 058 039 026 007	
006 027 038 059 070 091 102 123 134 155 166 187 198 219 230 251			006 027 038 059 070 091 102 123 134 155 166 187 198 219 230 251	
252 229 220 197 188 165 156 133 124 101 092 069 060 037 028 005			252 229 220 197 188 165 156 133 124 101 092 069 060 037 028 005	
016 017 048 049 080 081 112 113 144 145 176 177 208 209 240 241			248 233 216 201 184 169 152 137 120 105 088 073 056 041 024 009	
242 239 210 207 178 175 146 143 114 111 082 079 050 047 018 015			010 023 042 055 074 087 106 119 138 151 170 183 202 215 234 247	
014 019 046 051 078 083 110 115 142 147 174 179 206 211 238 243			246 235 214 203 182 171 150 139 118 107 086 075 054 043 022 011	
244 237 212 205 180 173 148 141 116 109 084 077 052 045 020 013			012 021 044 053 076 085 108 117 140 149 172 181 204 213 236 245	
012 021 044 053 076 085 108 117 140 149 172 181 204 213 236 245			244 237 212 205 180 173 148 141 116 109 084 077 052 045 020 013	
246 235 214 203 182 171 150 139 118 107 086 075 054 043 022 011			014 019 046 051 078 083 110 115 142 147 174 179 206 211 238 243	
010 023 042 055 074 087 106 119 138 151 170 183 202 215 234 247			242 239 210 207 178 175 146 143 114 111 082 079 050 047 018 015	
248 233 216 201 184 169 152 137 120 105 088 073 056 041 024 009			016 017 048 049 080 081 112 113 144 145 176 177 208 209 240 241	
004 029 036 061 068 093 100 125 132 157 164 189 196 221 228 253			004 029 036 061 068 093 100 125 132 157 164 189 196 221 228 253	
254 227 222 195 190 163 158 131 126 099 094 067 062 035 030 003			254 227 222 195 190 163 158 131 126 099 094 067 062 035 030 003	
002 031 034 063 066 095 098 127 130 159 162 191 194 223 226 255			002 031 034 063 066 095 098 127 130 159 162 191 194 223 226 255	
256 225 224 193 192 161 160 129 128 097 096 065 064 033 032 001			256 225 224 193 192 161 160 129 128 097 096 065 064 033 032 001	
008 025 040 057 072 089 104 121 136 153 168 185 200 217 232 249	}	→	008 025 040 057 072 089 104 121 136 153 168 185 200 217 232 249	}
250 231 218 199 186 167 154 135 122 103 090 071 058 039 026 007			250 231 218 199 186 167 154 135 122 103 090 071 058 039 026 007	
006 027 038 059 070 091 102 123 134 155 166 187 198 219 230 251			006 027 038 059 070 091 102 123 134 155 166 187 198 219 230 251	
252 229 220 197 188 165 156 133 124 101 092 069 060 037 028 005			252 229 220 197 188 165 156 133 124 101 092 069 060 037 028 005	
248 233 216 201 184 169 152 137 120 105 088 073 056 041 024 009			009 024 041 056 073 088 105 120 137 152 169 184 201 216 233 248	
010 023 042 055 074 087 106 119 138 151 170 183 202 215 234 247			247 234 215 202 183 170 151 138 119 106 087 074 055 042 023 010	
246 235 214 203 182 171 150 139 118 107 086 075 054 043 022 011			011 022 043 054 075 086 107 118 139 150 171 182 203 214 235 246	
012 021 044 053 076 085 108 117 140 149 172 181 204 213 236 245			245 236 213 204 181 172 149 140 117 108 085 076 053 044 021 012	
244 237 212 205 180 173 148 141 116 109 084 077 052 045 020 013			013 020 045 052 077 084 109 116 141 148 173 180 205 212 237 244	
014 019 046 051 078 083 110 115 142 147 174 179 206 211 238 243			243 238 211 206 179 174 147 142 115 110 083 078 051 046 019 014	
242 239 210 207 178 175 146 143 114 111 082 079 050 047 018 015			015 018 047 050 079 082 111 114 143 146 175 178 207 210 239 242	
016 017 048 049 080 081 112 113 144 145 176 177 208 209 240 241			241 240 209 208 177 176 145 144 113 112 081 080 049 048 017 016	
004 029 036 061 068 093 100 125 132 157 164 189 196 221 228 253			004 029 036 061 068 093 100 125 132 157 164 189 196 221 228 253	
254 227 222 195 190 163 158 131 126 099 094 067 062 035 030 003			254 227 222 195 190 163 158 131 126 099 094 067 062 035 030 003	
002 031 034 063 066 095 098 127 130 159 162 191 194 223 226 255			002 031 034 063 066 095 098 127 130 159 162 191 194 223 226 255	
256 225 224 193 192 161 160 129 128 097 096 065 064 033 032 001			256 225 224 193 192 161 160 129 128 097 096 065 064 033 032 001	
008 025 040 057 072 089 104 121 136 153 168 185 200 217 232 249	}	→	200 217 232 249 008 025 040 057 072 089 104 121 136 153 168 185	}
250 231 218 199 186 167 154 135 122 103 090 071 058 039 026 007			058 039 026 007 250 231 218 199 186 167 154 135 122 103 090 071	
006 027 038 059 070 091 102 123 134 155 166 187 198 219 230 251			198 219 230 251 006 027 038 059 070 091 102 123 134 155 166 187	
252 229 220 197 188 165 156 133 124 101 092 069 060 037 028 005			060 037 028 005 252 229 220 197 188 165 156 133 124 101 092 069	
009 024 041 056 073 088 105 120 137 152 169 184 201 216 233 248			201 216 233 248 009 024 041 056 073 088 105 120 137 152 169 184	
247 234 215 202 183 170 151 138 119 106 087 074 055 042 023 010			055 042 023 010 247 234 215 202 183 170 151 138 119 106 087 074	
011 022 043 054 075 086 107 118 139 150 171 182 203 214 235 246			203 214 235 246 011 022 043 054 075 086 107 118 139 150 171 182	
245 236 213 204 181 172 149 140 117 108 085 076 053 044 021 012			053 044 021 012 245 236 213 204 181 172 149 140 117 108 085 076	
013 020 045 052 077 084 109 116 141 148 173 180 205 212 237 244			205 212 237 244 013 020 045 052 077 084 109 116 141 148 173 180	
243 238 211 206 179 174 147 142 115 110 083 078 051 046 019 014			051 046 019 014 243 238 211 206 179 174 147 142 115 110 083 078	
015 018 047 050 079 082 111 114 143 146 175 178 207 210 239 242			207 210 239 242 015 018 047 050 079 082 111 114 143 146 175 178	
241 240 209 208 177 176 145 144 113 112 081 080 049 048 017 016			049 048 017 016 241 240 209 208 177 176 145 144 113 112 081 080	
004 029 036 061 068 093 100 125 132 157 164 189 196 221 228 253			196 221 228 253 004 029 036 061 068 093 100 125 132 157 164 189	
254 227 222 195 190 163 158 131 126 099 094 067 062 035 030 003			062 035 030 003 254 227 222 195 190 163 158 131 126 099 094 067	
002 031 034 063 066 095 098 127 130 159 162 191 194 223 226 255			194 223 226 255 002 031 034 063 066 095 098 127 130 159 162 191	
256 225 224 193 192 161 160 129 128 097 096 065 064 033 032 001			064 033 032 001 256 225 224 193 192 161 160 129 128 097 096 065	





FIG. 7: Producing a  $32 \times 32$  magic square in six steps using the same algorithm used to produce Franklin's smaller magic squares (third figure of six). In this step, orange highlights the numbers that shift.

```
0032 0033 0096 0097 0160 0161 0224 0225 0288 0289 0352 0353 0416 0417 0480 0481 0544 0545 0608 0609 0672 0673 0736 0737 0800 0801 0864 0865 0928 0929 0992 0993  
0994 0991 0930 0927 0866 0863 0802 0799 0738 0735 0674 0671 0610 0607 0546 0543 0482 0479 0418 0415 0354 0351 0290 0287 0226 0223 0162 0159 0098 0095 0034 0031  
0030 0035 0094 0099 0158 0163 0222 0227 0286 0291 0350 0355 0414 0419 0478 0483 0542 0547 0606 0611 0670 0675 0734 0739 0798 0803 0862 0867 0926 0931 0990 0995  
0996 0989 0932 0925 0868 0861 0804 0797 0740 0733 0676 0669 0612 0605 0548 0541 0484 0477 0420 0413 0356 0349 0292 0285 0228 0221 0164 0157 0100 0093 0036 0029  
0028 0037 0092 0101 0156 0165 0220 0229 0284 0293 0348 0357 0412 0421 0476 0485 0540 0549 0604 0613 0668 0677 0732 0741 0796 0805 0860 0869 0924 0933 0988 0997  
0998 0987 0934 0923 0870 0859 0806 0795 0742 0731 0678 0667 0614 0603 0550 0539 0486 0475 0422 0411 0358 0347 0294 0283 0230 0219 0166 0155 0102 0091 0038 0027  
0026 0039 0090 0103 0154 0167 0218 0231 0282 0295 0346 0359 0410 0423 0474 0487 0538 0551 0602 0615 0666 0679 0730 0743 0794 0807 0858 0871 0922 0935 0986 0999  
1000 0985 0936 0921 0872 0857 0808 0793 0744 0729 0680 0665 0616 0601 0552 0537 0488 0473 0424 0409 0360 0345 0296 0281 0232 0217 0168 0153 0104 0089 0040 0025  
0024 0041 0088 0105 0152 0169 0216 0233 0280 0297 0344 0361 0408 0425 0472 0489 0536 0553 0600 0617 0664 0681 0728 0745 0792 0809 0856 0873 0920 0937 0984 1001  
1002 0983 0938 0919 0874 0855 0810 0791 0746 0727 0682 0663 0618 0599 0554 0535 0490 0471 0426 0407 0362 0343 0298 0279 0234 0215 0170 0151 0106 0087 0042 0023  
0022 0043 0086 0107 0150 0171 0214 0235 0278 0299 0342 0363 0406 0427 0470 0491 0534 0555 0598 0619 0662 0683 0726 0747 0790 0811 0854 0875 0918 0939 0982 1003  
1004 0981 0940 0917 0876 0853 0812 0789 0748 0725 0684 0661 0620 0597 0556 0533 0492 0469 0428 0405 0364 0341 0300 0277 0236 0213 0172 0149 0108 0085 0044 0021  
0020 0045 0084 0109 0148 0173 0212 0237 0276 0301 0340 0365 0404 0429 0468 0493 0532 0557 0596 0621 0660 0685 0724 0749 0788 0813 0852 0877 0916 0941 0980 1005  
1006 0979 0942 0915 0874 0851 0814 0787 0750 0723 0686 0659 0622 0595 0558 0531 0494 0464 0430 0403 0366 0339 0302 0275 0250 0211 0174 0141 0110 0083 0046 0019  
0018 0047 0082 0111 0146 0175 0210 0239 0274 0303 0338 0367 0402 0431 0466 0495 0530 0559 0594 0623 0658 0687 0722 0751 0786 0815 0850 0879 0914 0943 0978 1007  
1008 0977 0944 0913 0880 0849 0816 0785 0752 0721 0688 0657 0624 0593 0560 0529 0496 0465 0432 0401 0368 0337 0304 0273 0240 0209 0176 0145 0112 0081 0048 0017  
0016 0049 0080 0113 0144 0177 0208 0241 0272 0305 0336 0369 0400 0433 0464 0497 0528 0561 0592 0625 0656 0689 0720 0753 0784 0817 0848 0881 0912 0945 0976 1009  
1010 0975 0946 0911 0882 0847 0818 0783 0754 0719 0690 0655 0626 0591 0562 0527 0498 0463 0434 0399 0370 0335 0306 0271 0242 0207 0178 0143 0114 0079 0050 0015  
0014 0051 0078 0115 0142 0179 0206 0243 0270 0307 0334 0371 0398 0435 0462 0499 0526 0563 0590 0627 0654 0691 0718 0755 0782 0819 0846 0883 0910 0947 0974 1011  
1012 0973 0948 0909 0884 0845 0820 0781 0756 0717 0692 0653 0628 0589 0564 0525 0500 0461 0436 0397 0372 0333 0308 0269 0244 0205 0180 0141 0116 0077 0052 0013  
0012 0053 0076 0117 0140 0181 0204 0245 0268 0309 0332 0373 0396 0437 0460 0501 0524 0565 0588 0629 0652 0693 0716 0757 0780 0821 0844 0885 0908 0949 0972 1013  
1014 0971 0950 0907 0886 0843 0822 0779 0758 0715 0694 0651 0630 0587 0566 0523 0502 0459 0438 0395 0374 0331 0310 0267 0246 0203 0182 0139 0118 0075 0054 0011  
0010 0055 0074 0119 0138 0183 0202 0247 0266 0311 0330 0375 0394 0439 0458 0503 0522 0567 0586 0631 0650 0695 0714 0759 0778 0823 0842 0887 0906 0951 0970 1015  
1016 0969 0952 0905 0888 0841 0824 0777 0760 0713 0696 0649 0632 0585 0568 0521 0504 0457 0440 0393 0376 0329 0312 0265 0248 0201 0184 0137 0120 0073 0056 0009  
0008 0057 0072 0121 0136 0185 0200 0249 0264 0313 0328 0377 0392 0441 0456 0505 0520 0569 0584 0633 0648 0697 0712 0761 0776 0825 0840 0889 0904 0953 0968 1017  
1018 0967 0954 0903 0890 0839 0826 0775 0762 0711 0698 0647 0634 0583 0570 0519 0506 0455 0442 0391 0378 0327 0314 0263 0250 0199 0186 0135 0122 0071 0058 0007  
0006 0059 0070 0123 0134 0187 0198 0251 0262 0315 0326 0379 0390 0443 0454 0507 0518 0571 0582 0635 0646 0699 0710 0763 0774 0827 0838 0891 0902 0955 0966 1019  
1020 0965 0956 0901 0892 0837 0828 0773 0764 0709 0700 0645 0636 0581 0572 0517 0508 0453 0444 0389 0380 0325 0316 0261 0252 0197 0188 0133 0124 0069 0060 0005  
0004 0061 0068 0125 0132 0189 0196 0253 0260 0317 0324 0381 0388 0445 0452 0509 0516 0573 0580 0637 0644 0701 0708 0765 0772 0829 0836 0893 0900 0957 0964 1021  
1022 0963 0958 0899 0894 0835 0830 0771 0766 0707 0702 0643 0638 0579 0574 0515 0510 0451 0446 0387 0382 0323 0318 0259 0254 0195 0190 0131 0126 0067 0062 0003  
0002 0063 0066 0127 0130 0191 0194 0255 0258 0319 0322 0383 0386 0447 0450 0511 0514 0575 0578 0639 0642 0703 0706 0767 0770 0831 0834 0895 0898 0959 0962 1023  
1024 0961 0960 0897 0896 0833 0832 0769 0768 0705 0704 0641 0640 0577 0576 0513 0512 0449 0448 0385 0384 0321 0320 0257 0256 0193 0192 0129 0128 0065 0064 0001
```

} 3 →

```
0016 0049 0080 0113 0144 0177 0208 0241 0272 0305 0336 0369 0400 0433 0464 0497 0528 0561 0592 0625 0656 0689 0720 0753 0784 0817 0848 0881 0912 0945 0976 1009  
1010 0975 0946 0911 0882 0847 0818 0783 0754 0719 0690 0655 0626 0591 0562 0527 0498 0463 0434 0399 0370 0335 0306 0271 0242 0207 0178 0143 0114 0079 0050 0015  
0014 0051 0078 0115 0142 0179 0206 0243 0270 0307 0334 0371 0398 0435 0462 0499 0526 0563 0590 0627 0654 0691 0718 0755 0782 0819 0846 0883 0910 0947 0974 1011  
1012 0973 0948 0909 0884 0845 0820 0781 0756 0717 0692 0653 0628 0589 0564 0525 0500 0461 0436 0397 0372 0333 0308 0269 0244 0205 0180 0141 0116 0077 0052 0013  
0012 0053 0076 0117 0140 0181 0204 0245 0268 0309 0332 0373 0396 0437 0460 0501 0524 0565 0588 0629 0652 0693 0716 0757 0780 0821 0844 0885 0908 0949 0972 1013  
1014 0971 0950 0907 0886 0843 0822 0779 0758 0715 0694 0651 0630 0587 0566 0523 0502 0459 0438 0395 0374 0331 0310 0267 0246 0203 0182 0139 0118 0075 0054 0011  
0010 0055 0074 0119 0138 0183 0202 0247 0266 0311 0330 0375 0394 0439 0458 0503 0522 0567 0586 0631 0650 0695 0714 0759 0778 0823 0842 0887 0906 0951 0970 1015  
1016 0969 0952 0905 0888 0841 0824 0777 0760 0713 0696 0649 0632 0585 0568 0521 0504 0457 0440 0393 0376 0329 0312 0265 0248 0201 0184 0137 0120 0073 0056 0009  
0008 0057 0072 0121 0136 0185 0200 0249 0264 0313 0328 0377 0392 0441 0456 0505 0520 0569 0584 0633 0648 0697 0712 0761 0776 0825 0840 0889 0904 0953 0968 1017  
1018 0967 0954 0903 0890 0839 0826 0775 0762 0711 0698 0647 0634 0583 0570 0519 0506 0455 0442 0391 0378 0327 0314 0263 0250 0199 0186 0135 0122 0071 0058 0007  
0006 0059 0070 0123 0134 0187 0198 0251 0262 0315 0326 0379 0390 0443 0454 0507 0518 0571 0582 0635 0646 0699 0710 0763 0774 0827 0838 0891 0902 0955 0966 1019  
1020 0965 0956 0901 0892 0837 0828 0773 0764 0709 0700 0645 0636 0581 0572 0517 0508 0453 0444 0389 0380 0325 0316 0261 0252 0197 0188 0133 0124 0069 0060 0005  
0004 0061 0068 0125 0132 0189 0196 0253 0260 0317 0324 0381 0388 0445 0452 0509 0516 0573 0580 0637 0644 0701 0708 0765 0772 0829 0836 0893 0900 0957 0964 1021  
1022 0963 0958 0899 0894 0835 0830 0771 0766 0707 0702 0643 0638 0579 0574 0515 0510 0451 0446 0387 0382 0323 0318 0259 0254 0195 0190 0131 0126 0067 0062 0003  
0002 0063 0066 0127 0130 0191 0194 0255 0258 0319 0322 0383 0386 0447 0450 0511 0514 0575 0578 0639 0642 0703 0706 0767 0770 0831 0834 0895 0898 0959 0962 1023  
1024 0961 0960 0897 0896 0833 0832 0769 0768 0705 0704 0641 0640 0577 0576 0513 0512 0449 0448 0385 0384 0321 0320 0257 0256 0193 0192 0129 0128 0065 0064 0001
```

} 4

FIG. 8: Producing a 32 × 32 magic square in six steps using the same algorithm used to produce Franklin’s smaller magic squares (fourth figure of six). In this step, orange numbers swap with orange, and green numbers with green, along an unseen axis of rotation.

```

0016 0049 0080 0113 0144 0177 0208 0241 0272 0305 0336 0369 0400 0433 0464 0497 0528 0561 0592 0625 0656 0689 0720 0753 0784 0817 0848 0881 0912 0945 0976 1009
1010 0975 0946 0911 0882 0847 0818 0783 0754 0719 0690 0655 0626 0591 0562 0527 0498 0463 0434 0399 0370 0335 0306 0271 0242 0207 0178 0143 0114 0079 0050 0015
0014 0051 0078 0115 0142 0179 0206 0243 0270 0307 0334 0371 0398 0435 0462 0499 0526 0563 0590 0627 0654 0691 0718 0755 0782 0819 0846 0883 0910 0947 0974 1011
1012 0973 0948 0909 0884 0845 0820 0781 0756 0717 0692 0653 0628 0589 0564 0525 0500 0461 0436 0397 0372 0333 0308 0269 0244 0205 0180 0141 0116 0077 0052 0013
0012 0053 0076 0117 0140 0181 0204 0245 0268 0309 0332 0373 0396 0437 0460 0501 0524 0565 0588 0629 0652 0693 0716 0757 0780 0821 0844 0885 0908 0949 0972 1013
1014 0971 0950 0907 0886 0843 0822 0779 0758 0715 0694 0651 0630 0587 0566 0523 0502 0459 0438 0395 0374 0331 0310 0267 0246 0203 0182 0139 0118 0075 0054 0011
0010 0055 0074 0119 0138 0183 0202 0247 0266 0311 0330 0375 0394 0439 0458 0503 0522 0567 0586 0631 0650 0695 0714 0759 0778 0823 0842 0887 0906 0951 0970 1015
1016 0969 0952 0905 0888 0841 0824 0777 0760 0713 0696 0649 0632 0585 0568 0521 0504 0457 0440 0393 0376 0329 0312 0265 0248 0201 0184 0137 0120 0073 0056 0009
0032 0033 0096 0097 0160 0161 0224 0225 0288 0289 0352 0353 0416 0417 0480 0481 0544 0545 0608 0609 0672 0673 0736 0737 0800 0801 0864 0865 0928 0929 0992 0993
0994 0991 0930 0927 0866 0863 0802 0799 0738 0735 0674 0671 0610 0607 0546 0543 0482 0479 0418 0415 0354 0351 0290 0287 0226 0223 0162 0159 0098 0095 0034 0031
0030 0035 0094 0099 0158 0163 0222 0227 0286 0291 0350 0355 0414 0419 0478 0483 0542 0547 0606 0611 0670 0675 0734 0739 0798 0803 0862 0867 0926 0931 0990 0995
0996 0989 0932 0925 0868 0861 0804 0797 0740 0733 0676 0669 0612 0605 0548 0541 0484 0477 0420 0413 0356 0349 0292 0285 0228 0221 0164 0157 0100 0093 0036 0029
0028 0037 0092 0101 0156 0165 0220 0229 0284 0293 0348 0357 0412 0421 0476 0485 0540 0549 0604 0613 0668 0677 0732 0741 0796 0805 0860 0869 0924 0933 0988 0997
0998 0987 0934 0923 0870 0859 0806 0795 0742 0731 0678 0667 0614 0603 0550 0539 0486 0475 0422 0411 0358 0347 0294 0283 0230 0219 0166 0155 0102 0091 0038 0027
0026 0039 0090 0103 0154 0167 0218 0231 0282 0295 0346 0359 0410 0423 0474 0487 0538 0551 0602 0615 0666 0679 0730 0743 0794 0807 0858 0871 0922 0935 0986 0999
1000 0985 0936 0921 0872 0857 0808 0793 0744 0729 0680 0665 0616 0601 0552 0537 0488 0473 0424 0409 0360 0345 0296 0281 0232 0217 0168 0153 0104 0089 0040 0025
0024 0041 0088 0105 0152 0169 0216 0233 0280 0297 0344 0361 0408 0425 0472 0489 0536 0553 0600 0617 0664 0681 0728 0745 0792 0809 0856 0873 0920 0937 0984 1001
1002 0983 0938 0919 0874 0855 0810 0791 0746 0727 0682 0663 0618 0599 0554 0535 0490 0471 0426 0407 0362 0343 0298 0279 0234 0215 0170 0151 0106 0087 0042 0023
0022 0043 0086 0107 0154 0171 0214 0235 0278 0299 0342 0363 0406 0427 0470 0491 0534 0555 0598 0619 0662 0683 0726 0747 0790 0811 0854 0875 0918 0939 0982 1003
1004 0981 0940 0917 0876 0853 0812 0789 0748 0725 0684 0661 0620 0597 0556 0533 0492 0469 0428 0405 0364 0341 0300 0277 0236 0213 0172 0149 0108 0085 0044 0021
0020 0045 0084 0109 0148 0173 0212 0237 0276 0301 0340 0365 0404 0429 0468 0493 0532 0557 0596 0621 0660 0685 0724 0749 0788 0813 0852 0877 0916 0941 0980 1005
1006 0979 0942 0915 0878 0851 0814 0787 0750 0723 0686 0659 0622 0595 0558 0531 0494 0467 0430 0403 0366 0339 0302 0275 0238 0211 0174 0147 0110 0083 0046 0019
0018 0047 0082 0111 0146 0175 0210 0239 0274 0303 0338 0367 0402 0431 0466 0495 0530 0559 0594 0623 0658 0687 0722 0751 0786 0815 0850 0879 0914 0943 0978 1007
1008 0977 0944 0913 0880 0849 0816 0785 0752 0721 0688 0657 0624 0593 0560 0529 0496 0465 0432 0401 0368 0337 0304 0273 0240 0209 0176 0145 0112 0081 0048 0017
0008 0057 0072 0121 0136 0185 0200 0249 0264 0313 0328 0377 0392 0441 0456 0505 0520 0569 0584 0633 0648 0697 0712 0761 0776 0825 0840 0889 0904 0953 0968 1017
1018 0967 0954 0903 0890 0839 0826 0775 0762 0711 0698 0647 0634 0583 0570 0519 0506 0455 0442 0391 0378 0327 0314 0263 0250 0199 0186 0135 0122 0071 0058 0007
0006 0059 0070 0123 0134 0187 0198 0251 0262 0315 0326 0379 0390 0443 0454 0507 0518 0571 0582 0635 0646 0699 0710 0763 0774 0827 0838 0891 0902 0955 0966 1019
1020 0965 0956 0901 0892 0837 0828 0773 0764 0709 0700 0645 0636 0581 0572 0517 0508 0453 0444 0389 0380 0325 0316 0261 0252 0197 0188 0133 0124 0069 0060 0005
0004 0061 0068 0125 0132 0189 0196 0253 0260 0317 0324 0381 0388 0445 0452 0509 0516 0573 0580 0637 0644 0701 0708 0765 0772 0829 0836 0893 0900 0957 0964 1021
1022 0963 0958 0899 0894 0835 0830 0771 0766 0707 0702 0643 0638 0579 0574 0515 0510 0451 0446 0387 0382 0323 0318 0259 0254 0195 0190 0131 0126 0067 0062 0003
0002 0063 0066 0127 0130 0191 0194 0255 0258 0319 0322 0383 0386 0447 0450 0511 0514 0575 0578 0639 0642 0703 0706 0767 0770 0831 0834 0895 0898 0959 0962 1023
1024 0961 0960 0897 0896 0833 0832 0769 0768 0705 0704 0641 0640 0577 0576 0513 0512 0449 0448 0385 0384 0321 0320 0257 0256 0193 0192 0129 0128 0065 0064 0001

```

4 →

5



FIG. 9: Producing a  $32 \times 32$  magic square in six steps using the same algorithm used to produce Franklin's smaller magic squares (fifth figure of six). In this step, orange numbers swap with orange, and green numbers with green, along an unseen axis of rotation.

```

0016 0049 0080 0113 0144 0177 0208 0241 0272 0305 0336 0369 0400 0433 0464 0497 0528 0561 0592 0625 0656 0689 0720 0753 0784 0817 0848 0881 0912 0945 0976 1009
1010 0975 0946 0911 0882 0847 0818 0783 0754 0719 0690 0655 0626 0591 0562 0527 0498 0463 0434 0399 0370 0335 0306 0271 0242 0207 0178 0143 0114 0079 0050 0015
0014 0051 0078 0115 0142 0179 0206 0243 0270 0307 0334 0371 0398 0435 0462 0499 0526 0563 0590 0627 0654 0691 0718 0755 0782 0819 0846 0883 0910 0947 0974 1011
1012 0973 0948 0909 0884 0845 0820 0781 0756 0717 0692 0653 0628 0589 0564 0525 0500 0461 0436 0397 0372 0333 0308 0269 0244 0205 0180 0141 0116 0077 0052 0013
0012 0053 0076 0117 0140 0181 0204 0245 0268 0309 0332 0373 0396 0437 0460 0501 0524 0565 0588 0629 0652 0693 0716 0757 0780 0821 0844 0885 0908 0949 0972 1013
1014 0971 0950 0907 0886 0843 0822 0779 0758 0715 0694 0651 0630 0587 0566 0523 0502 0459 0438 0395 0374 0331 0310 0267 0246 0203 0182 0139 0118 0075 0054 0011
0010 0055 0074 0119 0138 0183 0202 0247 0266 0311 0330 0375 0394 0439 0458 0503 0522 0567 0586 0631 0650 0695 0714 0759 0778 0823 0842 0887 0906 0951 0970 1015
1016 0969 0952 0905 0888 0841 0824 0777 0760 0713 0696 0649 0632 0585 0568 0521 0504 0457 0440 0393 0376 0329 0312 0265 0248 0201 0184 0137 0120 0073 0056 0009
1008 0977 0944 0913 0880 0849 0816 0785 0752 0721 0688 0657 0624 0593 0560 0529 0496 0465 0432 0401 0368 0337 0304 0273 0240 0209 0176 0145 0112 0081 0048 0017
0018 0047 0082 0111 0146 0175 0210 0239 0274 0303 0338 0367 0402 0431 0466 0495 0530 0559 0594 0623 0658 0687 0722 0751 0786 0815 0850 0879 0914 0943 0978 1007
1006 0979 0942 0915 0878 0851 0814 0787 0750 0723 0686 0659 0622 0595 0558 0521 0494 0467 0430 0403 0366 0339 0302 0275 0238 0211 0174 0147 0110 0083 0046 0019
0020 0045 0084 0109 0148 0173 0212 0237 0276 0301 0340 0365 0404 0429 0468 0493 0532 0557 0596 0621 0660 0685 0724 0749 0788 0813 0852 0877 0916 0941 0980 1005
1004 0981 0940 0917 0876 0853 0812 0789 0748 0725 0684 0661 0620 0597 0556 0533 0492 0469 0428 0405 0364 0341 0300 0277 0236 0213 0172 0149 0108 0085 0044 0021
0022 0043 0086 0107 0150 0171 0214 0235 0278 0299 0342 0363 0406 0427 0470 0491 0534 0555 0598 0619 0662 0683 0726 0747 0790 0811 0854 0875 0918 0939 0982 1003
1002 0983 0938 0919 0874 0855 0810 0791 0746 0727 0682 0663 0618 0599 0554 0535 0492 0471 0426 0407 0362 0343 0298 0279 0234 0215 0170 0151 0106 0087 0042 0023
0024 0041 0088 0105 0152 0169 0216 0233 0280 0297 0344 0361 0408 0425 0472 0489 0536 0553 0600 0617 0664 0681 0728 0745 0792 0809 0856 0873 0920 0937 0984 1001
1000 0985 0936 0921 0872 0857 0808 0793 0744 0729 0680 0665 0616 0601 0552 0537 0488 0473 0424 0409 0360 0345 0296 0281 0232 0217 0168 0153 0104 0089 0040 0025
0026 0039 0090 0103 0154 0167 0218 0231 0282 0295 0346 0359 0410 0423 0474 0487 0538 0551 0602 0615 0666 0679 0730 0743 0794 0807 0858 0871 0922 0935 0986 0999
0998 0987 0934 0923 0870 0859 0806 0795 0742 0731 0678 0667 0614 0603 0550 0539 0486 0475 0422 0411 0358 0347 0294 0283 0230 0219 0166 0155 0102 0091 0038 0027
0028 0037 0092 0101 0156 0165 0220 0229 0284 0293 0348 0357 0412 0421 0476 0485 0540 0549 0604 0613 0668 0677 0732 0741 0796 0805 0860 0869 0924 0933 0988 0997
0996 0989 0932 0925 0868 0861 0804 0797 0740 0733 0676 0669 0612 0605 0548 0541 0484 0477 0420 0413 0356 0349 0292 0285 0228 0221 0164 0157 0100 0093 0036 0029
0030 0035 0094 0099 0158 0163 0222 0227 0286 0291 0350 0355 0414 0419 0478 0483 0542 0547 0606 0611 0670 0675 0734 0739 0798 0803 0862 0867 0926 0931 0990 0995
0994 0991 0930 0927 0866 0863 0802 0799 0738 0735 0674 0671 0610 0607 0546 0543 0482 0479 0418 0415 0354 0351 0290 0287 0226 0223 0162 0159 0098 0095 0034 0031
0032 0033 0096 0097 0160 0161 0224 0225 0288 0289 0352 0353 0416 0417 0480 0481 0544 0545 0608 0609 0672 0673 0736 0737 0800 0801 0864 0865 0928 0929 0992 0993
0008 0057 0072 0121 0136 0185 0200 0249 0264 0313 0328 0377 0392 0441 0456 0505 0520 0569 0584 0633 0648 0697 0712 0761 0776 0825 0840 0889 0904 0953 0968 1017
1018 0967 0954 0903 0890 0839 0826 0775 0762 0711 0698 0647 0634 0583 0570 0519 0506 0455 0442 0391 0378 0327 0314 0263 0250 0199 0186 0135 0122 0071 0058 0007
0006 0059 0070 0123 0134 0187 0198 0251 0262 0315 0326 0379 0390 0443 0454 0507 0518 0571 0582 0635 0646 0699 0710 0763 0774 0827 0838 0891 0902 0955 0966 1019
1020 0965 0956 0901 0892 0837 0828 0773 0764 0709 0700 0645 0636 0581 0572 0517 0508 0453 0444 0389 0380 0325 0316 0261 0252 0197 0188 0133 0124 0069 0060 0005
0004 0061 0068 0125 0132 0189 0196 0253 0260 0317 0324 0381 0388 0445 0452 0509 0516 0573 0580 0637 0644 0701 0708 0765 0772 0829 0836 0893 0900 0957 0964 1021
1022 0963 0958 0899 0894 0835 0830 0771 0766 0707 0702 0643 0638 0579 0574 0515 0510 0451 0446 0387 0382 0323 0318 0259 0254 0195 0190 0131 0126 0067 0062 0003
0002 0063 0066 0127 0130 0191 0194 0255 0258 0319 0322 0383 0386 0447 0450 0511 0514 0575 0578 0639 0642 0703 0706 0767 0770 0831 0834 0895 0898 0959 0962 1023
1024 0961 0960 0897 0896 0833 0832 0769 0768 0705 0704 0641 0640 0577 0576 0513 0512 0449 0448 0385 0384 0321 0320 0257 0256 0193 0192 0129 0128 0065 0064 0001

```

} 5 →

} 6







- 
- [1] C. Van Doren, *Benjamin Franklin* (Viking, New York, 1938), pp. 143-146.
- [2] J. Southward, *Practical Printing: A Handbook of the Art of Typography*, 6th ed. rev. George Joyner, 2 vols. (The Printer's Register Office, London, 1911), p. 173.
- [3] P. C. Pasles, "Franklin Squares" (2006) <http://www.pasles.com/Franklin.html>.
- [4] P. C. Pasles, "The lost squares of Dr. Franklin," *American Mathematical Monthly*, Vol. **108**, No. 6, pp. 489-511 (2001).
- [5] P. C. Pasles, "A bent for magic," *Mathematics Magazine* **79**, No. 1, pp. 3-13 (2006).
- [6] P. C. Pasles, *Benjamin Franklin's numbers. An unsung mathematical odyssey* (Princeton University Press, Princeton, 2008).