

物理

空间就是物质的存在，时间就是物质之间的相对运动，如果所有的物质都相对静止就没有时间，不同的参考系，长度，时间度量不变

相互作用改变物质之间的相对运动，物理就是用数学式子来描述相互作用是如何改变物质间相对运动的。上帝的设计由 Newton 予以启示

(一)

Newton 原理的新公式

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 2 \\ \cdot & \text{-----} r \text{-----} & \cdot \\ & & (m_1 \neq m_2) \end{array}$$

若两物体之间的重相互作用大小为 $k \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ，结合 $F=ma$ ，得 1 相对于 2 的加速度大小为 $a_{12} = k \frac{m_2}{r^2}$ ，2 相对于 1 的加速度大小为 $a_{21} = k \frac{m_1}{r^2}$ ，居然 $a_{12} \neq a_{21}$ ，而 r_{12} 与 r_{21} 大小相等，两次微分，无论如何 $a_{12} = a_{21}$

下面我们来看另一个例子

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 3 \\ \cdot & \text{-----} r \text{-----} & \cdot \\ & & (m_1 \neq m_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 3 \\ \cdot & \text{-----} r \text{-----} & \cdot \end{array}$$

不妨设 3 为地球，在重相互作用下，3 相对于 1 的加速度大小为 $k \frac{m_1}{r^2}$ ，3 相对于 2 的加速度大小为 $k \frac{m_2}{r^2}$ ，也就是说，重的物体比轻的物体吸引地球更快，这岂不是“地球吸引重的物体比轻的物体更快”变个说法。原来，由 $m_1 a_{13} = -k \frac{m_1 m_3}{r^2}$ ， $m_2 a_{23} = -k \frac{m_2 m_3}{r^2}$ ，得 $a_{13} = a_{23} = -k \frac{m_3}{r^2}$ 只是掩盖了错误，而非消除了错误。至此可以判定，式子 $k \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ， $F=ma$ 中至少有一个不对

若用式子 $a = -k \frac{1}{r^2} + \frac{F_{\text{非重}}}{m}$ 来描述相对于地球，物体的运动规律则可以消除以上错误

当 $F_{\text{非重}} = 0$ 时， $a = -k \frac{1}{r^2} + \frac{0}{m_1} = -k \frac{1}{r^2} + \frac{0}{m_2}$ ，地球吸引重的物体与轻的物体一样快

当 $a=0$ 时， $F_{\text{非重1}} = k \frac{m_1}{r^2}$ ， $F_{\text{非重2}} = k \frac{m_2}{r^2}$ ，这能描述手握一个铅球比半个铅球更费力，

反过来，一个铅球也比半个铅球压地球更沉，但这个状况上面这个式子反应不出，因为把这个式子套在地球上，有 $F_{\text{非重1}} = F_{\text{非重2}} = k \frac{m_{\text{地}}}{r^2}$ ，与一个还是半个铅球无关。于是，我把式子

修改为 $a = -k \frac{1}{r^2} + \frac{F_{\text{非重}}}{m_1 m_2}$ ，亦或，更明确地， $m_1 m_2 a_{12} = -k \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} + F_{\text{非重12}}$ 和

$$m_2 m_1 a_{21} = -k \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} + F_{\text{非重21}}$$

2012年6月我在北京大学清华大学散发了概4000份上页短文，扰请大家帮我作检查。以信件，面谈的方式收到约100份回复，大多是说惯性系的问题，只有张夏同学指出

由 $k \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ， $F=ma$ ，得

$$\text{地球对太阳: } k \frac{m_{\text{太阳}}}{r_{\text{地球绕太阳}}^2} = 4\pi^2 \frac{r_{\text{地球对太阳}}}{T_{\text{地球绕太阳}}^2}$$

$$\text{月球对地球: } k \frac{m_{\text{地球}}}{r_{\text{月球对地球}}^2} = 4\pi^2 \frac{r_{\text{月球对地球}}}{T_{\text{月球绕地球}}^2}$$

$$\text{两式比较, 得 } \frac{T_{\text{地球绕太阳}}^2}{T_{\text{月球绕地球}}^2} = \frac{m_{\text{地球}}}{m_{\text{太阳}}} \frac{r_{\text{地球对太阳}}^3}{r_{\text{月球对地球}}^3}$$

$$\text{而由 } k \frac{m_1 m_2}{r^2}, F=m_1 m_2 a, \text{ 得 } \frac{T_{\text{地球绕太阳}}^2}{T_{\text{月球绕地球}}^2} = \frac{r_{\text{地球对太阳}}^3}{r_{\text{月球对地球}}^3}$$

前者更合实际，邀我作答

这个意见太好了，实验说话，真是万分感谢张夏同学。虽然立刻感觉到我的公式有偏差，但我肯定 $F=ma$ 不对，告与张夏同学，（同时对张夏同学的有益批评诚以回谢）

由 $k \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ， $F=ma$ ，若我们考虑

$$\text{月球对太阳: } k \frac{m_{\text{太阳}}}{r_{\text{月球绕太阳}}^2} = 4\pi^2 \frac{r_{\text{月球对太阳}}}{T_{\text{月球绕太阳}}^2}$$

$$\text{地球对月球: } k \frac{m_{\text{月球}}}{r_{\text{地球对月球}}^2} = 4\pi^2 \frac{r_{\text{地球对月球}}}{T_{\text{地球绕月球}}^2}$$

$$\text{两式比较, 得 } \frac{T_{\text{月球绕太阳}}^2}{T_{\text{地球绕月球}}^2} = \frac{m_{\text{月球}}}{m_{\text{太阳}}} \frac{r_{\text{月球对太阳}}^3}{r_{\text{地球对月球}}^3}$$

而 $T_{\text{地球绕太阳}}$ 与 $T_{\text{月球绕太阳}}$ ， $r_{\text{地球对太阳}}$ 与 $r_{\text{月球对太阳}}$ 几乎相等， $m_{\text{地球}}$ 与 $m_{\text{月球}}$ 相差很大，你的说法中本身含有错误

张夏同学表示意外，尝试解决无果后又回到了惯性系中。不过 $F=ma$ 与 $F=m_1m_2a$ 不是非此即彼的关系，很快我确认了我的公式不对，因为由 $\frac{r_{\text{地球对太阳}}^3}{r_{\text{月球对地球}}^3} = \frac{T_{\text{地球绕太阳}}^2}{T_{\text{月球绕地球}}^2} = 12^2$ ，地日

距离仅是月地距离的 5 倍多一些，严重与直观不符。于是，我把公式修改为

$$\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}a_{12} = -k\frac{m_1m_2}{r_{12}^2} + F_{\text{非重12}} \quad \text{和} \quad \frac{m_2m_1}{m_1+m_2}a_{21} = -k\frac{m_1m_2}{r_{21}^2} + F_{\text{非重21}} \quad [\text{注 1}]$$

反复的思考促进了我对 Newton 原理的理解，三个运动定律恰好是新公式的三个推论

1° 当 $-k\frac{m_1m_2}{r_{12}^2} + F_{\text{非重12}} = 0$ 时， $a_{12} = 0$ ，当 $-k\frac{m_1m_2}{r_{21}^2} + F_{\text{非重21}} = 0$ 时， $a_{21} = 0$ ，即“物体保持静止或匀速直线运动，除非有外力改变其状态”

2° $m_1(\frac{m_2}{m_1+m_2}a_{12}) = -k\frac{m_1m_2}{r_{12}^2} + F_{\text{非重12}}$ ， $\frac{m_2}{m_1+m_2}a_{12}$ 与 $-k\frac{m_1m_2}{r_{12}^2} + F_{\text{非重12}}$ 成正比，
 $m_2(\frac{m_1}{m_1+m_2}a_{21}) = -k\frac{m_1m_2}{r_{21}^2} + F_{\text{非重21}}$ ， $\frac{m_1}{m_1+m_2}a_{21}$ 与 $-k\frac{m_1m_2}{r_{21}^2} + F_{\text{非重21}}$ 成正比，即“运动的变化（指物体相对于体系重心的加速度）正比于外力，变化的方向沿外力的方向”

3° a_{12} 与 a_{21} 大小相等，方向相反， $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}a_{12} + \frac{m_2m_1}{m_1+m_2}a_{21} = 0$ ，即“两物体间的相互作用大小相等，方向相反”

一切显得多么自然，分别对 a_{12} ， a_{21} ， $\frac{m_2}{m_1+m_2}a_{12}$ ， $\frac{m_1}{m_1+m_2}a_{21}$ ， $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}a_{12}$ ， $\frac{m_2m_1}{m_1+m_2}a_{21}$ 进行讨论，我想 Newton 当初一定正是这样通过观察思考与新公式相对应的物

理图景得到了他的原理，并用几何语言以三个运动定律的方式表出，我们现在以分析语言一个公式表之，但万然须知其物理本质和分析的数学内涵完全属于 Newton，因他神性之翼，揭开天空帷幕，让清澈的眼睛，一窥上帝制定的永恒规律

浅补殊提，无论最初错误的订正还是而后正确的讨论，我都始终坚持一个要点，即物理规律中的几何量都是相对几何量（比如 1 相对于 2 的加速度，1 相对于 1，2 体系重心的加速度，2 相对于 1 的加速度，2 相对于 1，2 体系重心的加速度），与参考系的选择无关。兹要点将在后面关于电磁感应的讨论中继续起到关键作用

Newton 从未说过惯性系，Newton 从未说过 $F=ma$ ， a 是物体相对于惯性系的加速度，Newton 说：我就像一个在海边玩耍的小孩，开心拾到一颗光滑的圆石或一只悦目的贝壳，

眼前是未被探索的真理海洋，潮水涨起，潮水褪去

以苹果落地为例，从 Newton 原理的准确公式，第一运动定律是说：若某一刻重相互作用消失，则落向地球的苹果将以那一刻的速度匀速落向地球，第二运动定律是说：

$$m_{\text{苹果}} \frac{m_{\text{地球}}}{m_{\text{苹果}} + m_{\text{地球}}} a_{\text{苹果对地球}} = k \frac{m_{\text{苹果}} m_{\text{地球}}}{r_{\text{苹果对地球}}^2}, \text{ 了。人们却说：对于与苹果同步下落的观察}$$

者（同参考系）， $m_{\text{苹果}} a_{\text{苹果对观察者}} \neq F_{\text{苹果对地球}}$ ，所以需要特殊的观察者，即惯性系，使

得 $m_{\text{苹果}} a_{\text{苹果对惯性系}} = F_{\text{苹果对地球}}$ 。注意，这时 $m_{\text{苹果}} a_{\text{苹果对惯性系}} = F_{\text{苹果对地球}}$ 就不是一个约束条件

了，而是一个定义式，即由 $\frac{F_{\text{苹果对地球}}}{m_{\text{苹果}}}$ 去定义 $a_{\text{苹果对惯性系}}$ ，妙不可言的点金石。且不论以上

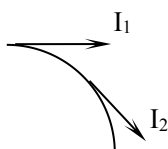
错误，就算 $F=ma$ ， a 是相对于惯性系的加速度是物理规律，如前已经强调过一次，所有物理规律中的几何量都是相对几何量，而这时 a 变成了相对于惯性系原点的绝对几何量，这是质的区别，也是不行的。物理规律中的几何量（位移，速度，加速度）都是相对几何量，与参考系的选择无关，这才是物理规律与参考系的选择无关的正确含义，而不是什么物理规律在某种变换下形式不变

(二)

电向量和磁向量

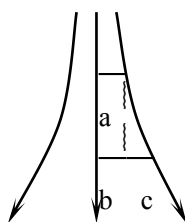
电（磁）是原子的一种有向性质，记其为电向量 L （磁向量 M ）

人们一边高谈着电是一种叫电荷的东西在铜或其它物质中流动，一边科研着能在铁或其它物质中流动的磁荷。无容虚妄，现象是什么就说什么，电线（磁体）的电（磁）性用电向量线密度（磁向量体密度）表征它就完了



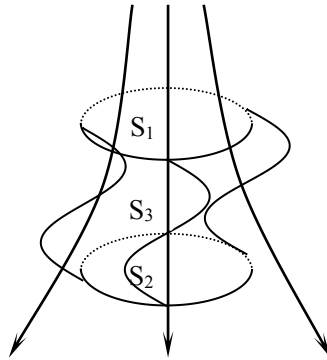
电力线和磁力线

对磁场 B ，我们可以作出这样一些曲线，使其每一点的切线方向与该点处的磁场方向相同，称之为磁力线。磁力线连续布满整个空间，描绘了磁场分布的形状，没有疏密之分，与磁场强度的大小无关



直观上 a 段比 b 段多 c 段磁力线，似乎正好对应 a 段处磁场强度大于 b 段处磁场强度，但实际上，a, b 段在竖直方向可以建立一一对应，亦即 a, b 段上的磁力线数目一样（无限）多。造成错觉的原因在于我们画出的磁力线是个有限量，而实际上磁力线连续分布，是无限量

电磁感应

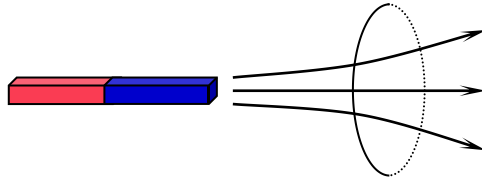


铜线在恒定磁场中运动， S_1 ， S_2 的磁通量之差等于 S_3 的磁通量，如果从 S_3 的角度析察有更为具体的电磁感应条件：铜线相对于铜线所在处磁场强度作有效运动， $\mathbf{v} \times \mathbf{B} \neq 0$ ，它是磁通量发生变化的充分但非必要条件，另外我们知道磁场变化也导致磁通量的变化，我想到对磁场变化也有这样更具体的规律，可作类似要求 $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \times \mathbf{B} \neq 0$ ，把 $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 看作磁场运动的速度，这似乎是合理的，然后得到更具体的电磁感应定律： $(\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}) \times \mathbf{B}$ ，不过与实验比对，该式不对，但我仍然提请大家注意到整个构想中物理图景的明晰性，其中包含着一个本质的不同： \mathbf{v} 是指铜线相对于磁源的速度， $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 是指铜线所在处，磁场强度的变化，而在以往对电磁感应规律的描述中， \mathbf{v} 是指铜线相对于观察者的速度， $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 是指铜线相对于观察者所在处磁场强度的变化

带着这种明晰性，我对电磁感应现象给出一个完整准确的数学表述：线圈在变化的磁场中运动，电磁感应致导的 kI 除去线圈相对于磁源运动致导 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 部分，剩下的部分 $kI - \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 满足条件： $\int (kI - \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ 。这里， k 与线圈的材料有关。线圈，磁源的运动与参考系的选择有关，但线圈相对于磁源的运动与参考系的选择无关。 $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 是指磁场自身的变化，取线圈所在处的值 $\frac{\partial \mathbf{B}(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{\text{线圈}}$ ，与线圈的运动无关，而不是“线圈相对于观察者所在处磁场强度”的变化 $\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}_{\text{线圈相对于观察者}}(t))}{\partial t}$ 。另外面积长度时间度量不变，整个式子

与参考系的选择无关[注 2]

由铜线相对于磁源的运动产生的电动势和由铜线所在处磁场强度的变化产生的电动势是完全相互独立，不能相互转化的。以熟知的铜线与磁铁相对运动情形为例，当铜线为观察



者，铜线相对于观察者的速度为 0，磁源相对于观察者的速度为 $-v$ ，铜线相对于磁源的速度为 v ，铜线所在处，磁场强度的变化 $\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ ；当磁铁为观察者，铜线相对于观察者的速度为 v ，磁源相对于观察者的速度为 0，铜线相对于磁源的速度为 v ，铜线所在处，磁场强度的变化 $\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ ，即无论以铜线还是以磁铁为观察者都得出唯一确定的结论：电动势是动生的，无变生部分。而现有的说法是，当铜线为观察者，铜线相对于观察者的速度为 0，“铜线相对于观察者所在处磁场强度”的变化 $\frac{\partial B_1}{\partial t} \neq 0$ ，此时为变生电动势 $\iint \frac{\partial B_1}{\partial t} \cdot dS$ ，如果按照现有的说法，这里没有问题。当磁铁为观察者，铜线相对于观察者的速度为 v ，“铜线相对于观察者所在处磁场强度”的变化 $\frac{\partial B_2}{\partial t} = 0$ ，此时为动生电动势 $\int (v \times B_2) \cdot dl$ 。这里有

两个问题：一，如果严格按照现有说法中的定义， $\frac{\partial B(r_{\text{铜线相对于磁铁}}(t))}{\partial t} \neq 0$ ，是得不出

$\frac{\partial B_2}{\partial t} = 0$ 的。二，就算 $\frac{\partial B_2}{\partial t} = 0$ ，也没有证明而是直接宣称 $\iint \frac{\partial B_1}{\partial t} \cdot dS = \int (v \times B_2) \cdot dl$ 。如

果要在 v 代表铜线相对于观察者的速度， $\frac{\partial B}{\partial t}$ 代表铜线相对于观察者所在处磁场强度的变化的意义下，用 $\int (v \times B) \cdot dl + \iint \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$ 来描述电磁感应电动势，那么从逻辑上首先必须证明

对于观察者 1, 2, $\int (v_1 \times B_1) \cdot dl + \iint \frac{\partial B_1}{\partial t} \cdot dS = \int (v_2 \times B_2) \cdot dl + \iint \frac{\partial B_2}{\partial t} \cdot dS$ ，从来没有一个人给出过一个证明，事实上， v_1, v_2 不恒等， B_1, B_2 相等，两者根本就不恒等。人们

却信奉不同的参考系，动生电动势和变生电动势相互转化[注 3]

(三)

以上大几是我整个青年时光安静思考氢原子光谱问题的过程中缓慢形成的，读过氢光谱的 Balmer-Ritz[注 4]公式，我想每一个被大自然迷住的人都会问这样一个问题：到底是什么物理原因使得氢光谱是离散的，物理规律都是连续的呀，怎么可能导致离散的结果？在思考这个问题的很多年里，我总是试图从数学严格的求解和物理真实的理解氢原子 Schrödinger 方程来寻找答案，实在无解，于是也有意无意的重新审视氢原子的物理基础（行星模型，电和磁，电磁相互作用），幸运的得到了上面部分结果。关于问题本身最初产生了动能密度的想法，但经过多年的思考之后我自己也不相信了。去年，我又回到了比较初等的 Bohr 理论，让我们再来仔细分析一下 Bohr 的结果

$$\text{由 } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

$$\text{得 } v = \frac{1}{2} \frac{e^2}{\epsilon_0 h n}, \quad r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$$

$$\text{令 } E = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$\text{得 } E_n = -\frac{1}{8} \frac{m e^4}{\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

$$\text{我们注意到, 若令 } E = -\frac{1}{2} \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$\text{结合 } E_n = -\frac{1}{8} \frac{m e^4}{\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}, \quad \text{得 } r = \frac{4\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$$

$$\text{由 } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad r = \frac{4\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$$

$$\text{得 } v = \frac{1}{4} \frac{e^2}{\epsilon_0 h n}$$

$$\text{由 } r = \frac{4\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2, \quad v = \frac{1}{4} \frac{e^2}{\epsilon_0 h n}$$

$$\text{得 } mvr = n \frac{h}{\pi}$$

现在, 假如我们把一开始的假设换作 $E = -\frac{1}{2} \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$ 和 $mvr = n \frac{h}{\pi}$, r 和 v 变化, 依然

得到 $E_n = -\frac{1}{8} \frac{m e^4}{\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$ 。这说明, Bohr 理论并不是在物理真实的描述氢原子, 而是在对氢

光谱的 Balmer-Ritz 公式做一种形式的同义反复, 形式中的 r , v 并不代表真实的物理量, 只是形式中的一个记号。也就是说, 我们不可能从 Bohr 理论, Schrödinger 方程中找到氢光谱离散的物理原因。认识到这一点虽然是一个小小的进步, 但问题本身继续无解中, 直到今年 4 月我读到 Ritz 的原子模型, 转述如下

设磁体的磁极强度为 μ , 磁极距离为 s , 电荷 e 在沿磁体的轴线上, 距最近的磁极为 r ,

该点磁场强度为 $\mu \left[\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+s)^2} \right]$, 在该磁场作用下, 电荷 e 作频率为 $\frac{\mu e}{2\pi m c} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+s)^2} \right]$

的圆周运动，与氢光谱公式 $R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ 完全对应

一直没有明白 Ritz 的原子模型，但这已经不重要了，因为当时在试图理解 Ritz 的原子模型时，脑中不知不觉出现了这样一句话：氢原子的磁向量只能取一系列离散值，紧接着又出现：氢原子的电向量只能取一系列离散值。那一刻，我清楚地意识到：答案找到了。就好像我们说重量：1 千克，0.5 千克，0.25 千克，0.125 千克 … …，似乎是连续的，但实际上 Dalton 告诉我们，原子的重量只能限于一些离散值。现在我要说，原子的电向量，磁向量也只能限于一些离散值。连续的物理规律永远不能得出离散的结果，是原子的电磁性质物理量取离散值导致了原子光谱的离散性。得到这个结果非常依赖于几年前我彻底摒弃了电是电荷在铜线中流动这个观念，电和磁是原子的两个基本性质，是平权独立的，铜突出的表现了原子的电性，铁突出的表现了原子的磁性

无容虚妄，原子表现出重，电，磁性，用重量，电向量，磁向量表征即可

(四)

电相互作用

电向量 L_1 分解为沿 L_1, L_2 连线的 L_{1r} 和垂直于 L_1, L_2 连线的 $L_{1\perp r}$ ， L_2 分解为沿 L_1, L_2 连线的 L_{2r} 和垂直于 L_1, L_2 连线的 $L_{2\perp r}$ ， L_1 对 L_2 的电相互作用为

$$Z_1 \frac{L_{1r} \cdot L_{2r} - L_{1\perp r} \cdot L_{2\perp r}}{r_{21}^2} e_{21}, L_2 \text{ 对 } L_1 \text{ 的电相互作用为 } Z_1 \frac{L_{1r} \cdot L_{2r} - L_{1\perp r} \cdot L_{2\perp r}}{r_{12}^2} e_{12}。 \text{ 其中, } e_{21}$$

是指 2 相对于 1 的单位矢量， e_{12} 是指 1 相对于 2 的单位矢量

磁相互作用

磁向量 M_1 分解为沿 M_1, M_2 连线的 M_{1r} 和垂直于 M_1, M_2 连线的 $M_{1\perp r}$ ， M_2 分解为沿 M_1, M_2 连线的 M_{2r} 和垂直于 M_1, M_2 连线的 $M_{2\perp r}$ ， M_1 对 M_2 的磁相互作用为

$$Z_2 \frac{-M_{1r} \cdot M_{2r} + M_{1\perp r} \cdot M_{2\perp r}}{r_{21}^2} e_{21}, M_2 \text{ 对 } M_1 \text{ 的磁相互作用为}$$

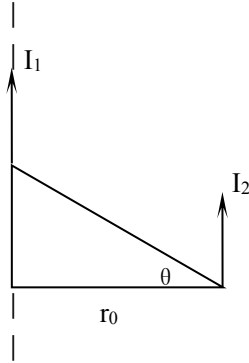
$$Z_2 \frac{-M_{1r} \cdot M_{2r} + M_{1\perp r} \cdot M_{2\perp r}}{r_{12}^2} e_{12}$$

电磁相互作用

电向量 L 分解为沿 L, M 连线的 L_r 和垂直于 L, M 连线的 $L_{\perp r}$ ，磁向量 M 分解为沿 L, M 连线的 M_r 和垂直于 L, M 连线的 $M_{\perp r}$ ，电向量 L 对磁向量 M 的相互作用为

$$Z_3 \frac{-\mathbf{M}_{\perp r} \times \mathbf{L}_r + \mathbf{M}_r \times \mathbf{L}_{\perp r}}{r_{ML}^2}, \text{ 磁向量 } \mathbf{M} \text{ 对电向量 } \mathbf{L} \text{ 的相互作用为 } Z_3 \frac{\mathbf{L}_{\perp r} \times \mathbf{M}_r - \mathbf{L}_r \times \mathbf{M}_{\perp r}}{r_{LM}^2}$$

例



电向量密度为 I_1 的无限长直导线对距离为 r_0 的电向量密度 I_2 的电相互作用密度为

$$\begin{aligned} & 2Z_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(I_1 I_2 \sin^2 \theta - I_1 I_2 \cos^2 \theta) \cos \theta dr_0 \operatorname{tg} \theta}{\left(\frac{r_0}{\cos \theta}\right)^2} \\ &= 2Z_1 \frac{I_1 I_2}{r_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \cos \theta d\theta \\ &= 2Z_1 \frac{I_1 I_2}{r_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin^2 \theta - 1) d \sin \theta \\ &= 2Z_1 \frac{I_1 I_2}{r_0} \int_0^1 (2x^2 - 1) dx \\ &= -\frac{2}{3} Z_1 \frac{I_1 I_2}{r_0} \end{aligned}$$

与 I_1 , I_2 成正比, r_0 成反比, 与实验相符, 容易验证, 所有电磁实验与前相互作用公式相符

注 1 现在反思起来, 造成前式错误的原因在于我对“重的物体和轻的物体落地一样快”执印“重力加速度与物体的重量无关”, 认为重力加速度的表式中不能出现重量项, 得出“若

用式子 $\mathbf{a} = -\mathbf{k} \frac{1}{r^2} + \frac{\mathbf{F}_{\text{非重}}}{m}$ 来描述相对于地球, 物体的运动规律则可以消除以上错误”。挠头,

嘿嘿, 不好意思, 被铅球纳尔多晃倒了

注2 注意到上述电磁感应定律是一个线面约束条件，是未够逐点精确的，我仍然思考像最初构想中那样一个精确的作用方式，一天 $\mathbf{kI} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{r} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 冒出来， \mathbf{v} 是指相对于磁源的速度， \mathbf{r} 是指相对于磁源的位移，实验比对粗勘合，仍在思考中

注3 我想这是由于人们对电磁感应定律没有一个准确的认识，对定律中各式没有准确理解，混乱施用造成的，（电磁学书籍对定律中各式从未有过定义），否则如上讨论，无论按照正确的定义还是错误的定义都是得不出不同的参考系，动生电动势和变生电动势相互转化的

注4 1884年，Balmer 给出了第一个氢光谱公式 $\frac{1}{b} \frac{m^2 - 2^2}{m^2}$ （即 Balmer 线系），并将其

推广为 $\frac{1}{b} \frac{m^2 - n^2}{m^2}$ ，但这不对，1908年，Ritz 给出了正确的推广 $\frac{4}{b} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ 。让我们来

比较一下两个公式，由 $\frac{1}{b} \frac{m^2 - 2^2}{m^2} = \frac{1}{b} \left(1 - \frac{2^2}{m^2} \right) = \frac{1}{b} \left(\frac{2^2}{2^2} - \frac{2^2}{m^2} \right) = \frac{2^2}{b} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ ，前式是

作推广 $\frac{n^2}{b} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ ，后式是作推广 $\frac{4}{b} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ ，实质性不同，所以，有必要称氢光谱

公式为 Balmer-Ritz 公式

单华治