
Хмельник С. И.

Математическая модель ВОДНОГО И ПЕСЧАНОГО ЦУНАМИ

Аннотация

Предлагается математическая модель цунами, аналогичная математическим моделям песчаного вихря и солитона [1, 2, 3]. Рассматриваются причины вертикальной устойчивости и движения цунами.

Оглавление

1. Введение
 2. Математическая модель
 3. Потоки энергии
 4. Вертикальная устойчивость и движение
- Приложение 1
Приложение 2
Литература

Введение

Водные и песчаные цунами часто объединяют в один класс явлений с водными солитонами и песчаными вихрями. Внешне они различаются размерами и формой. Громадные размеры цунами впечатляют – см. рис 1-4. Что касается формы, то, в отличие от солитонов и песчаных вихрей, имеющих колоколообразную или цилиндрическую форму, форму цунами можно аппроксимировать параллелепипедом. Ниже предлагается математическая модель цунами, аналогичная математическим моделям песчаного вихря и солитона [1, 2, 3]. Основное отличие состоит в том, что в математической модели цунами применяется параллелепипедная форма цунами.



Рис. 1.



Рис. 2



Рис. 3.



Рис. 4.

2. Математическая модель

В [1] показано, что гравитоманнитные напряженности H и плотность массовых токов J в стационарном гравитоманнитном поле связаны максвеллоподобными уравнениями гравитации вида

$$\operatorname{div}(H) = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot}(H) = J, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(J) = 0, \quad (3)$$

Эти уравнения описывают неподвижное цунами. Но при движении цунами надо учесть тот факт, что сопротивление воздуха и инерция элементарных масс создает дополнительный поток массовый ток, направленный против скорости v поступательного движения цунами. Можно полагать, что существует некоторый источник постоянного тока $\overline{J_v} \equiv -\overline{v}$. В декартовых координатах будем полагать, что скорость направлена вдоль оси Ox . При этом уравнения (1, 2, 3) примут вид:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = J_x + J_v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z, \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0. \quad (9)$$

Из физических соображений ясно, что поле должно быть однородным вдоль вертикальной оси, т.е. должны отсутствовать производные по аргументу z , и, следовательно, уравнения (5-9) должны быть переписаны в виде:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = J_x + J_v \quad (10)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y \quad (11)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z \quad (12)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

В приложении 1 найдено решение этой системы уравнений при данных α, β, j_x, j_z . Оно имеет следующий вид:

$$H_x = h_x \cos(\alpha x) \sin(\beta y), \quad (15)$$

$$H_y = h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y), \quad (16)$$

$$H_z = h_z \sin(\alpha x) \sin(\beta y) + J_v y, \quad (17)$$

$$J_x = j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v, \quad (18)$$

$$J_y = j_y \cos(\alpha x) \sin(\beta y), \quad (19)$$

$$J_z = j_z \cos(\alpha x) \cos(\beta y), \quad (20)$$

где

α, β - константы,

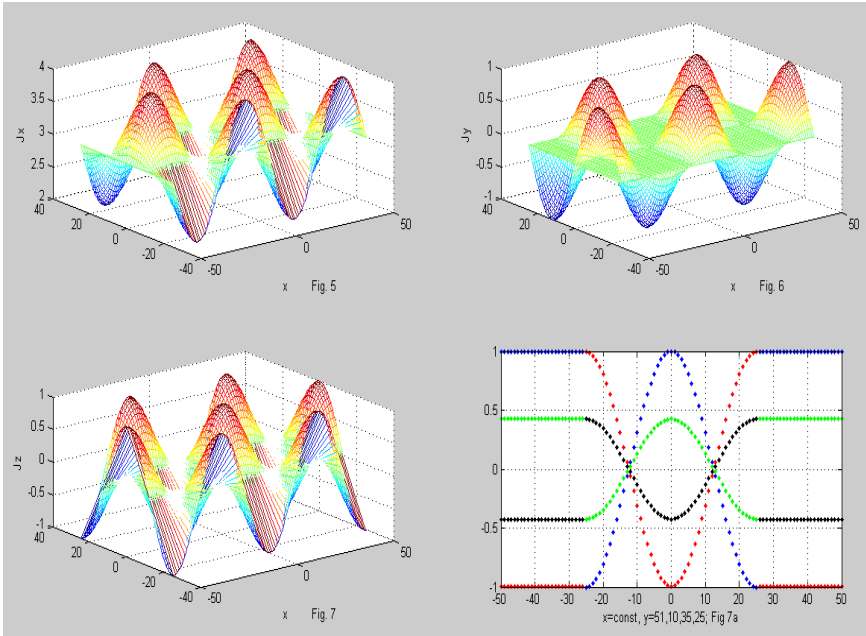
$h_x, h_y, h_z, j_x, j_y, j_z$ - амплитуды функций, причем при данных α, β, j_x, j_z остальные амплитуды h_x, h_y, h_z, j_y могут быть найдены по приведенным в приложении 1 формулам.

Предположим, что площадь сечения цунами такова, что

$$-N \leq x \leq N \quad \text{и} \quad -\frac{N}{2} \leq y \leq \frac{N}{2}.$$

На рис. 5, 6, 7 показаны величины J_x, J_y, J_z на плоскости сечения (x, y) при $\alpha = 2\pi/N, \beta = 2\pi/N, j_z = 1, j_x = 1, J_v = 3$. На рис. 7а показаны функции (20) при фиксированных значениях y . Видно,

что при определенных значениях α , β сумма вертикальных токов (20) по каждой горизонтальной прямой и в каждом сечении равна нулю. Это означает, что в каждом вертикальном слое цунами существуют встречные потоки (вверх-вниз). При этом потенциальная энергия всего цунами остается постоянной. Это аналогично вращению колеса с постоянной скоростью в вертикальной плоскости, когда потенциальная и кинетическая энергия остаются постоянными.



3. Потоки энергии

По аналогии с [2, 4] найдем проекции вектора плотности гравитационной энергии в теле песчаного вихря. В приложении 2 вычислены эти проекции. При $L_v = 0$ они имеют вид:

$$S_{x0} = \left(\frac{1}{2} \sin(2\alpha x) (j_y h_z \sin^2(\beta y) - j_z h_y \cos^2(\beta y)) \right), \quad (21)$$

$$S_{y0} = \left(\frac{1}{2} \sin(2\beta y) (j_z h_x \cos^2(\alpha x) - j_x h_z \sin^2(\alpha x)) \right), \quad (22)$$

$$S_z = \left(\begin{array}{l} j_x h_y \sin^2(\alpha x) \cos^2(\beta y) - j_y h_x \cos^2(\alpha x) \sin^2(\beta y) \\ + J_v h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \end{array} \right). \quad (23)$$

При $L_v > 0$ эти потоки принимают вид:

$$S_x = (S_{x0} + J_v j_y y \cdot \cos(\alpha x) \sin(\beta y)), \quad (24)$$

$$S_y = (S_{y0} - J_v j_x y \cdot \sin(\alpha x) \cos(\beta y) - J_v h_z \sin(\alpha x) \sin(\beta y) - J_v^2 y), \quad (25)$$

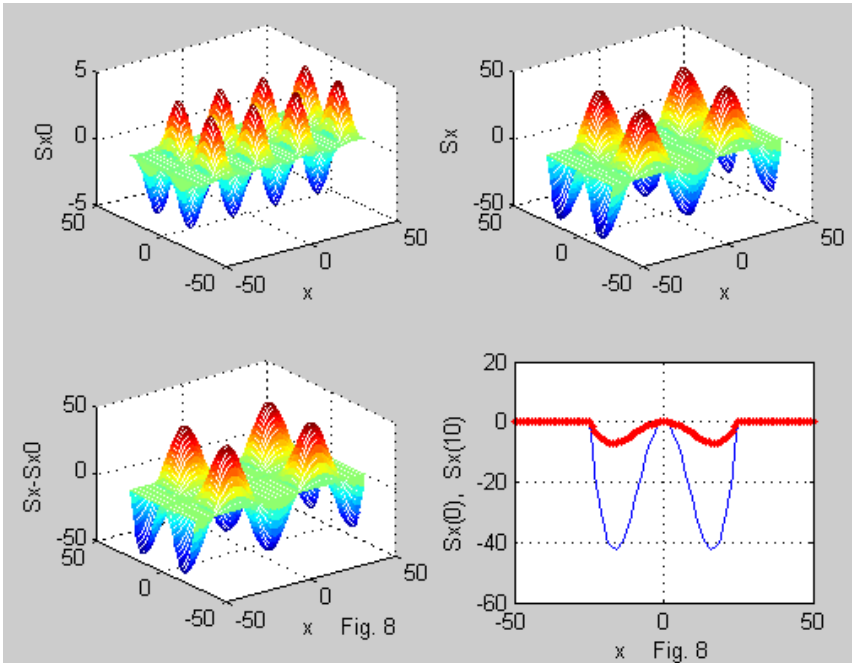
$$S_z = (S_{z0} + J_v h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y)). \quad (26)$$

На рис. 8 показаны величины S_{x0} , S_x , $(S_x - S_{x0})$ на плоскости сечения (x, y) при $\alpha = 2\pi/N$, $\beta = 2\pi/N$, $j_z = 1$, $j_x = 1$, $J_v = 3$. В последнем окне показаны зависимости $S_x(x, y = 0)$ и $S_x(x, y = 10)$ - см. нижнюю и верхнюю кривые соответственно. Интегрирование величин S_{x0} , S_x по плоскости сечения (x, y) показывает, что

$$\overline{S_{x0}} = \int_{x,y} S_{x0} dx dy = 0, \quad (27)$$

но

$$\overline{S_x} = \int_{x,y} S_x dx dy < 0. \quad (28)$$



На рис. 10-13 показаны величины S_{y0} , S_y , S_z , S_{z0} на плоскости сечения (x, y) при $\alpha = 2\pi/N$, $\beta = 2\pi/N$, $j_z = 1$, $j_x = 1$, $J_v = 3$. Видно, что

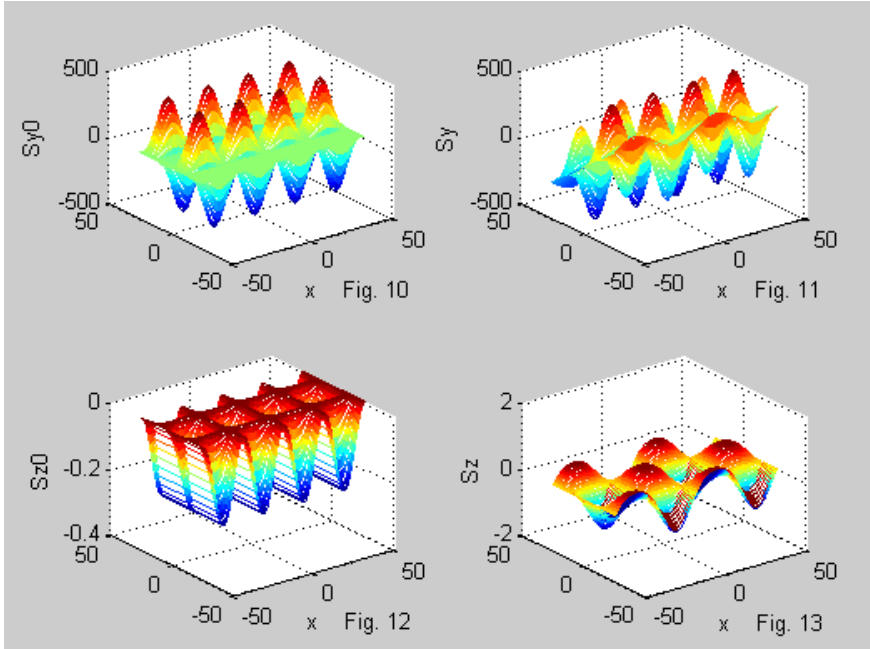
$$S_y \approx S_{y0}, \quad (29)$$

$$S_z \approx S_{z0}, \quad (30)$$

причем интегральные значения

$$\overline{S_y} = \int_{x,y} S_y dx dy \approx 0, \quad (31)$$

$$\overline{S_z} = \int_{x,y} S_z dx dy < 0, \quad (32)$$



4. Вертикальная устойчивость и движение

Таким образом,

1. при любом L_v существует не зависмый от L_v вертикальный поток гравитомагнитной энергии

$$\overline{S_z} < 0, \quad (33)$$

2. при $L_v > 0$ существует горизонтальный поток гравитомагнитной энергии

$$\overline{S_x} < 0. \quad (34)$$

Одновременно с этими потоками энергии существуют потоки гравитомагнитного импульса $\overline{P_z} < 0$ и $\overline{P_x} < 0$. В соответствии с законом сохранения импульса существуют противоположно

направленные импульсы массы цунами $\overline{P_{mz}} > 0$ и $\overline{P_{mx}} < 0$. Импульс сохраняет вертикальную форму цунами, а импульс движет цунами в направлении, противоположном скорости. Более подробно об этом сказано в [1, 2, 3].

Приложение 1

Решение системы уравнений (10-14) из основного текста будем искать в виде:

$$H_x = h_x \cos(\alpha x) \sin(\beta y), \quad (41)$$

$$H_y = h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y), \quad (42)$$

$$H_z = h_z \sin(\alpha x) \sin(\beta y) + J_y y, \quad (43)$$

$$J_x = j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v, \quad (44)$$

$$J_y = j_y \cos(\alpha x) \sin(\beta y), \quad (45)$$

$$J_z = j_z \cos(\alpha x) \cos(\beta y), \quad (46)$$

где

$h_x, h_y, h_z, j_x, j_y, j_z$ - амплитуды функций,

α, β - константы.

Дифференцируя (41-47) и подставляя полученное в исходную систему уравнений (5-9) после сокращения на общие множители, получаем:

$$h_z \beta \cdot \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v = j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v, \quad (48)$$

$$-h_z \alpha = j_y, \quad (49)$$

$$h_y \alpha - h_x \beta = j_z, \quad (50)$$

$$h_x \alpha + h_y \beta = 0, \quad (51)$$

$$j_x \alpha + j_y \beta = 0. \quad (52)$$

Из (48, 49) находим:

$$h_z = \frac{j_x}{\beta}, \quad (53)$$

$$j_y = -j_x \frac{\alpha}{\beta}. \quad (54)$$

Из (50, 51) находим:

$$h_y = -h_x \frac{\alpha}{\beta}, \quad (55)$$

$$h_x = -j_z \left(\frac{\alpha^2}{\beta} + \beta \right). \quad (56)$$

Подставляя (54) в (52) убеждаемся в справедливости последнего равенства. Таким образом, при данных α, β, j_x, j_z остальные переменные j_y, h_z, h_x, h_y , могут быть найдены из уравнений (56, 55, 54, 53) соответственно.

Приложение 2

По аналогии с [2, 4] и используя формулы (15-20) основного текста, найдем проекции вектора плотности гравитационной энергии:

$$S_{xyz} = \begin{bmatrix} S_x = J_y H_z - J_z H_y = j_y \cos(\alpha x) \sin(\beta y) (h_z \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v y) - \\ - j_z \cos(\alpha x) \cos(\beta y) h_y \cos(\alpha x) \cos(\beta y) \\ S_y = J_z H_x - J_x H_z = j_z \cos(\alpha x) \cos(\beta y) h_x \cos(\alpha x) \sin(\beta y) - \\ - (j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v) (h_z \sin(\alpha x) \sin(\beta y) + J_v y) \\ S_z = J_x H_y - J_y H_x = (j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v) h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y) - \\ - j_y \cos(\alpha x) \sin(\beta y) h_x \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \end{bmatrix} \quad (61)$$

Выполняя умножение находим:

$$S_{xyz} = \begin{bmatrix} S_x = j_y \cos(\alpha x) \sin(\beta y) h_z \sin(\alpha x) \operatorname{sh}(\beta y) + j_y \cos(\alpha x) \sin(\beta y) J_v y - \\ - j_z \cos(\alpha x) \cos(\beta y) h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ S_y = j_z \cos(\alpha x) \cos(\beta y) h_x \cos(\alpha x) \sin(\beta y) - \\ - j_x \operatorname{sh}(\alpha x) \cos(\beta y) h_z \sin(\alpha x) \operatorname{sh}(\beta y) - J_v y j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \\ - h_z \sin(\alpha x) \sin(\beta y) J_v - J_v^2 y \\ S_z = j_x \sin(\alpha x) \cos(\beta y) h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + J_v h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y) - \\ - j_y \cos(\alpha x) \operatorname{sh}(\beta y) h_x \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \end{bmatrix}. \quad (62)$$

ИЛИ

$$S_x = \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} j_y h_z \sin^2(\beta y) \sin(2\alpha x) + J_v j_y y \cdot \cos(\alpha x) \sin(\beta y) - \\ - \frac{1}{2} j_z h_y \cos^2(\beta y) \sin(2\alpha x) \end{array} \right), \quad (63)$$

$$S_y = \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} j_z h_x \cos^2(\alpha x) \sin(2\beta y) - \frac{1}{2} j_x h_z \sin^2(\alpha x) \sin(2\beta y) - \\ - J_v j_x y \cdot \sin(\alpha x) \cos(\beta y) - J_v h_z \sin(\alpha x) \sin(\beta y) - J_v^2 y \end{array} \right), \quad (64)$$

$$S_z = \left(\begin{array}{l} j_x h_y \sin^2(\alpha x) \cos^2(\beta y) + J_v h_y \sin(\alpha x) \cos(\beta y) - \\ - j_y h_x \cos^2(\alpha x) \sin^2(\beta y) \end{array} \right). \quad (65)$$

Литература

1. Хмельник С.И. Математическая модель песчаного вихря, <http://vixra.org/pdf/1504.0169v3.pdf>
2. Хмельник С. И. Дополнение к математической модели песчаного вихря, <http://vixra.org/pdf/1505.0054v1.pdf>
3. Хмельник С. И. Неволновая математическая модель водного солитона, <http://vixra.org/pdf/1505.0060v1.pdf>
4. Хмельник С.И. Структура потока электромагнитной энергии в проводе с постоянным током, <http://vixra.org/pdf/1504.0061v1.pdf>