

## As velocidades da luz nas Teorias de Lorentz e de Einstein

Rodrigo de Abreu

O conceito de velocidade introduzido por Einstein no artigo "Sobre a electrodinâmica dos corpos em movimento" de 1905 tem dado origem a dificuldades de compreensão da Teoria da Relatividade. Estas dificuldades resultam da atribuição de significado físico a grandezas definidas matematicamente e cuja designação sugere esse mesmo significado. É o caso de velocidade e sincronização. Como iremos mostrar no texto que se segue há diversas "velocidades" e diversas "sincronizações" no contexto da Teoria da Relatividade. Explicitado que seja o significado da terminologia utilizada eliminam-se facilmente estas dificuldades. E a Teoria torna-se de fácil compreensão.

A velocidade de um objecto que se desloca num dado referencial obtem-se dividindo a distância percorrida pelo tempo da viagem entre dois pontos num dado referencial. A distância entre os acontecimentos partida e chegada depende evidentemente de qual o referencial que se considera. É o caso da distância percorrida por um passageiro de um comboio entre dois extremos de uma carruagem. Não é a mesma no referencial do comboio e no referencial da estação se o comboio estiver em movimento. Esta distância pode ser medida entre marcas deixadas em cada referencial correspondentes ao acontecimentos partida e chegada. É aceitável que se obtenham diferentes medidas das distâncias associadas aos locais onde se deram os acontecimentos. A experiência corrobora esta ideia simples. Embora o resultado dessa medição possa ser de difícil previsão teórica se a velocidade do referencial em movimento for muito elevada, comparável com a velocidade da luz. Considere-se como possível e sugestivo exemplo desta dificuldade que o "comboio" tem um comprimento de  $x'$  Km ( $x'$  é um numero que pode ser tão grande quanto se queira e é obtido por medição no referencial do "comboio") e que o "passageiro" é a própria luz. Considere-se ainda para tornar ainda mais evidente a dificuldade que o "comboio" se desloca em relação á estação com uma velocidade comparável com a velocidade da luz. As teorias que se desenvolveram no inicio do séc. XX como resultado de diversas análises, particularmente as de Lorentz e de Einstein contrariaram a evidência anteriormente admitida nas Teoria de Galileo-Newton. De que a duração da viagem da luz entre os dois pontos correspondente á partida e chegada é a mesma nos dois referenciais. Estamos evidentemente a admitir determinados pressupostos. Admitimos que os relógios que medem o tempo em ambos os referenciais são réplicas uns dos outros. E que os metros também o são. Quando em repouso em pontos diferentes de um dado referencial os relógios têm o mesmo ritmo. E os metros têm igual comprimento. Os padrões de medição são os mesmos em todos os pontos de um dado referencial. No entanto a diferença de tempo de viagem da luz resultará, como iremos seguidamente descrever, da alteração do comprimentos dos metros e dos ritmos dos relógios, alterações induzidas pelo movimento. Tal é claramente assumido na formulação de Lorentz. Os metros encurtam quando se movem no *aether* (o hipotético meio suporte da luz na teoria de Maxwell). E o ritmo dos relógios diminui devido ao movimento. É também importante desde já notar que é necessário relacionar os instantes marcados pelos relógios em pontos diferentes de um dado referencial. Estabelecer o tempo comum dos relógios. Saber num dado instante do

referencial qual o tempo marcado pelos diversos relógios situados em pontos diferentes. Se os relógios estiverem sincronizados esse tempo é o mesmo. Este problema da sincronização é essencial na compreensão das teorias de Lorentz e de Einstein.

Vamos começar por analisar o problema da alteração de ritmo. Como anteriormente afirmado num dado referencial relógios em pontos diferentes têm o mesmo ritmo. No quadro da Teoria da Relatividade especial o ritmo dos relógios não depende da localização dos relógios. Portanto a alteração do ritmo a que nos referimos é a devida ao movimento.

A teoria de Lorentz, anterior á Teoria de Einstein, admitia a existência de um referencial em repouso absoluto. Era o referencial em repouso em relação ao *aether* meio suporte das ondas electromagnéticas previstas pela então recente teoria de Maxwell. As equações de Maxwell previam a existência de ondas electromagnéticas, o que foi confirmado experimentalmente por Hertz. A teoria permitia ainda calcular a velocidade de propagação destas ondas. O seu valor é habitualmente representado por  $c$ . Admitamos que existe um referencial onde a luz se propaga com velocidade  $c$  em todas as direcções, independentemente da velocidade da fonte emissora das ondas (como o som que se propaga no ar com uma velocidade que não depende da velocidade do "comboio"). Designemos este referencial por referencial em repouso absoluto (RRA). No ponto de vista da lógica interna da teoria, este postulado, que tem um significado físico claramente expresso, não depende de considerações sobre existência ou não do *aether*, de considerações relativamente a propriedades do *aether*. Negar a existência do RRA é negar simplesmente a existência de um referencial, onde a velocidade da luz é  $c$ . O postulado da existência deste referencial, onde a velocidade da luz é  $c$ , vai ser comum ás duas teorias, de Lorentz e de Einstein. Iremos seguidamente descrever como se obtem a Teoria de Einstein a partir deste pressuposto.

A designação de referencial em repouso absoluto justifica-se porque no quadro da teoria de Galileu a velocidade da luz num referencial em movimento absoluto, em relação ao referencial em repouso absoluto não é  $c$ . Na direcção do movimento a velocidade da luz é  $c-v$  e  $c+v$  conforme o sentido da velocidade da luz fosse ou não o da velocidade do referencial de módulo  $v$ . Como iremos referir, este mesmo resultado subsiste nas teorias de Lorentz e de Einstein numa aproximação de 1ª ordem. Tal pode parecer paradoxal porque é habitual no quadro da linguagem adoptada pela Teoria de Einstein afirmar-se que em qualquer referencial a velocidade da luz é  $c$  em todas as direcções. Ou seja qualquer referencial pode ser considerado em repouso absoluto. Trata-se de um aparente conflito que facilmente se elimina tendo em atenção a definição de velocidade adoptada por Einstein. É apenas um problema terminológico que facilmente se elimina. Como iremos verificar, não há qualquer contradição entre as formulações de Einstein e Lorentz. A formulação de Einstein está contida na formulação de Lorentz. Resulta de um postulado de existência de um referencial singular, o RRA. O que há, como anteriormente afirmado, são significados diferentes para palavras idênticas: é o caso das palavras velocidade e sincronização, como seguidamente iremos procurar tornar evidente.

Se admitirmos que existe um RRA podemos verificar que um "relógio de luz", constituído por luz a oscilar entre dois espelhos tem um ritmo menor se em movimento absoluto [1-6]. Tal deve-se a que a luz continua a mover-se com velocidade  $c$  no

referencial RRA quando o relógio está em movimento (este efeito foi estabelecido por Larmor através de uma análise electromagnética [7]). Esta ideia simples e o Teorema de Pitágoras permitem estabelecer analiticamente a relação entre os ritmos dos relógios [1-6]. Se admitirmos que tal efeito de "dilatação do tempo" se verifica para qualquer outro relógio diferente do "relógio de luz" temos estabelecida a relação entre ritmos de relógios em movimento. De facto a relação entre ritmos de dois relógios em movimento relativo pode ser estabelecida através da relação entre os ritmos em relação ao RRA<sup>1</sup>. De salientar que o conhecimento apenas da "velocidade relativa" não permite conhecer a relação entre os ritmos dos relógios em movimento relativo [1-6]. Dois relógios em movimento relativo podem ter diversas relações entre ritmos dado que uma mesma "velocidade relativa" pode ser obtida para diversas velocidades absolutas. Até terão o mesmo ritmo se tiverem velocidades absolutas simétricas [1-6].

Abordemos seguidamente o problema da sincronização de dois relógios colocados em pontos diferentes de um dado referencial. Os relógios têm o mesmo ritmo. Como é que podemos determinar se dois relógios situados em dois pontos distintos a uma dada distância, estão ou não síncronos. Se os relógios estiverem no mesmo ponto o problema não se pôde dado poder ser determinado por inspecção directa. Mas se um relógio estiver na Terra e o outro na Lua? Ou em Marte? Einstein enfrentou esta dificuldade no artigo anteriormente referido [8]. Consideremos o problema resolvido. Admitamos que conhecemos o RRA. Que conhecemos o referencial onde a velocidade da luz é  $c$ . Se conhecemos a velocidade da luz no RRA podemos sincronizar dois relógios distantes enviando luz de um ao outro. Se no instante de emissão o relógio no local da emissão marcar  $t$  o relógio na recepção deverá marcar  $t+x/c$  em que  $x$  é a distância entre os dois relógios. Este é o método de sincronização de Einstein de dois relógios distantes aplicado ao RRA.

Sublinhemos que está implicitamente admitido que os relógios num dado referencial estão solidários com um dado referencial físico, material. O "combóio" ou a "estação". E que admitimos também que qualquer objecto que se desloca entre dois pontos demora um dado tempo a realizar a viagem. Consideramos uma evidência que este tempo é independente de nesse ponto existirem relógios sincronizados ou não. Esse tempo de viagem só depende do ritmo dos relógios não depende dos relógios estarem sincronizados ou não. Evidentemente que uma das maneiras de medir o tempo da viagem é medir o instante de chegada e o instante de partida. O cálculo do tempo da viagem no entanto só pode ser calculado se conhecermos a relação entre os instantes marcados pelos relógios. Se conhecermos a dessincronização. Se não houver dessincronização o tempo da viagem é a diferença entre esses instantes. Se os relógios estiverem dessincronizados essa diferença de tempos pode ser determinada mas não é o tempo da viagem.

Se não conhecermos a dessincronização, não podemos determinar esse tempo de viagem, que não pode ser medido, determinado experimentalmente. No entanto, esse tempo existe. Nem sempre os observáveis têm significado físico e nem sempre os não observáveis deixam de existir por isso. Até porque poderão vir a ser observados. O Hélio (He) já existia na Terra, mesmo antes de ser observado no Sol. A existência do RRA é um pressuposto inicialmente admitido com significado físico claro. No entanto, naturalmente, podem surgir dificuldades diversas se for atribuído significado a grandezas que, embora observáveis, não têm o significado sugerido pela linguagem

---

<sup>1</sup> Ver nota de rodapé da pág. 8 onde se encontram referidos artigos publicados posteriormente a 2004.

adoptada. Exactamente por contrariarem pressupostos da teoria inicialmente admitidos. Geram-se evidentemente aparentes contradições internas, resultado apenas de uma mesma linguagem estar a ser usada com sentidos diversos. È o que se passa na Teoria da Relatividade como iremos seguidamente procurar evidenciar.

Consideremos a sincronização de dois relógios num referencial em movimento em relação ao RRA. Consideremos, por simplicidade, que os relógios estão alinhados na direcção do movimento do referencial. Que estão situados ao longo do "eixo dos  $xx$ ". Podemos medir a distância entre dois desses relógios com o metro padrão que está a ser transportado pelo referencial em movimento. E podemos verificar que esta medição pode também ser obtida por telemetria. Para tal enviamos entre os dois pontos um feixe de luz que regressa ao ponto de emissão após reflexão num espelho. A distância é metade do produto de  $c$  pelo intervalo de tempo entre a emissão e a chegada ao relógio situado no ponto de emissão. O relógio que emite é o relógio que recebe e portanto aqui não há qualquer problema relativamente à sincronização. Estamos também portanto a admitir que a velocidade média de ida e volta é  $c$  (a velocidade da luz no RRA, conhecido através das equações de Maxwell). Esta velocidade pode ser determinada experimentalmente dado não depender da sincronização (o relógio que mede o instante de partida é o que mede o instante de chegada). O tempo de viagem pode ser medido dado só necessitarmos de um só relógio. Esta experiência de medição da velocidade de ida e volta (realizada pela 1ª vez em laboratório por Fizeau) corrobora o valor  $c$  previsto pelas equações de Maxwell. Com este novo postulado, baseado na experiência, de que a velocidade média da luz num percurso de ida e volta é também  $c$ , num referencial em movimento, podemos resolver o problema da sincronização de dois relógios situados nesse referencial. Admitimos portanto, repetimos, que num dado referencial a velocidade da luz é  $c$  em todas as direcções e que a velocidade média de ida e volta também é  $c$  em todos os referenciais. A partir destes postulados, conseguimos resolver o problema da sincronização num referencial qualquer.

A distância entre os relógios é conhecida no RRA. Emite-se um feixe de luz da posição onde se encontra um dos relógios na direcção do outro. Junto deste segundo relógio existe um espelho reflector. Admitamos que a emissão, conforme já anteriormente assumimos, é no sentido do movimento e que o feixe reflectido se desloca em sentido contrário ao movimento na direcção do primeiro relógio. A luz emitida desloca-se no RRA com velocidade  $c$  e o referencial em movimento absoluto com velocidade  $v$ . No referencial em repouso podemos portanto calcular o tempo que a luz demora a atingir o espelho. E também o tempo de retorno ao ponto de emissão após a reflexão no espelho. Isto é podemos calcular o tempo total da viagem de ida e volta. Como conhecemos a relação entre os ritmos dos relógios dos dois referenciais podemos calcular o tempo de ida e volta da luz no referencial em movimento. Como a velocidade média de ida e volta nesse referencial também é  $c$  a distância entre os relógios é a distância no referencial em repouso multiplicada pelo factor inverso que relaciona o ritmo dos relógios. É portanto maior [1-6]. Para que a medição feita pelo metro padrão dê o mesmo resultado da medição por telemetria é necessário que o metro padrão se contraia em relação idêntica á da diminuição do ritmo. E foi essa a interpretação de Fitzgerald e de Lorentz<sup>2</sup>. A esta contracção do comprimento atribuiu-se a designação de contracção de Fitzgerald-Lorentz [7].

---

<sup>2</sup> Ver nota de rodapé da pág. 8 onde se encontram referidos artigos publicados posteriormente a 2004.

Podemos a partir de agora resolver o problema da sincronização dos relógios no referencial em movimento. Para tal, necessitamos de calcular a velocidade da luz no referencial em movimento. Na ida e na volta. Ou, equivalentemente, através da determinação do tempo de ida e do tempo de volta. As velocidades da luz que se obtém [1-6] são

$$v_{R \rightarrow} = \frac{c - v}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1)$$

e

$$v_{R \leftarrow} = \frac{c + v}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (2)$$

As expressões (1) e (2) mostram que as velocidades da luz numa aproximação de 1ª ordem (quando  $v$  a dividir por  $c$  ao quadrado [2ª ordem] for muito menor que 1) são  $c-v$  e  $c+v$  que é o valor que se esperaria encontrar numa análise clássica, com a teoria de Galileu-Newton. De notar que para valores de  $v$  comparáveis com  $c$  a velocidade de ida tende para  $c/2$  e a de retorno é cada vez maior, tende para infinito. De facto (1) e (2) podem ser postos na forma

$$v_{R \rightarrow} = \frac{c}{1 + \frac{v}{c}} \quad (3)$$

$$v_{R \leftarrow} = \frac{c}{1 - \frac{v}{c}} \quad (4)$$

E de (3) vemos que o tempo da viagem da luz para atingir uma posição  $x'$  após ser emitida de  $x'=0$  no instante  $t'=0$  é dada por

$$\Delta t' = \frac{x'}{c} \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (5)$$

Portanto se o relógio colocado em  $x'$  marcar  $t'=0$  quando a luz é emitida de  $x'=0$  em  $t'=0$  chegará a  $x'$  com o relógio a marcar

$$t' = \frac{x'}{c} \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (6)$$

Todos os relógios de  $S'$  marcam  $t'$ . Estão todos sincronizados. Os relógios de  $S$  marcam  $t$ . No instante  $t=0$  todos os relógios de  $S$  e de  $S'$  marcam zero. À medida que o tempo passa os relógios de  $S'$  vão-se naturalmente dessincronizando dos relógios de  $S$  porque o seu ritmo é menor. Mas, evidentemente, continuam sincronizados entre si [1-6].

Vamos agora considerar outros relógios em  $S'$  além dos que temos vindo a considerar. Em cada ponto consideremos um segundo relógio que existe simultaneamente com o inicialmente considerado. Num ponto genérico  $x'$  estamos a considerar um segundo relógio que vai estar dessincronizado do relógio anteriormente considerado. Quando a luz emitida da origem o atinge em vez de marcar o tempo indicado por (6) irá marcar  $x'/c$ . Vai portanto ficar dessincronizado do outro relógio da quantidade  $(-x'/c)(v/c)$  como se pode facilmente verificar de (6). A dessincronização será portanto tanto maior, quanto maior for  $x'$ . As relações entre as coordenadas espaciais e o tempo definido por estes relógios define a Transformação de Lorentz (TL) obtida por Lorentz através de considerações electromagnéticas [7]. É relativamente fácil demonstrar que a relação entre as coordenadas tempo e espaço entre dois referenciais quaisquer continua a ser dada por uma TL [6]. Relacionam-se as coordenadas dos dois referenciais com as do referencial em repouso absoluto e obtêm-se as relação entre as coordenadas dos dois referenciais. A TL.

Portanto com os relógios que marcam o tempo de Lorentz (da TL) a luz emitida da origem de qualquer referencial  $S'$  que se desloque com velocidade absoluta  $v$  atinge um relógio numa coordenada  $x'$  em  $t'=x'/c$ . Este resultado é independente do valor de  $v$  e portanto é válido em qualquer referencial. É inclusivamente válido no referencial em repouso absoluto em que  $v=0$ . Tal verifica-se porque a dessincronização compensa a alteração da velocidade da luz. Atinge-se deste modo partindo de um referencial onde a velocidade da luz é  $c$  o espaço de Minkowsky, o espaço onde o tempo é definido pelo tempo de Lorentz.

Podemos agora facilmente introduzir a terminologia adoptada por Einstein na formulação da Teoria da Relatividade. E, simultaneamente, compreender o seu significado. Einstein afirmou que em qualquer referencial os relógios são sincronizados pelo método anteriormente referido com os relógios de Lorentz. Portanto a palavra sincronização passou a ter um significado diferente do usualmente admitido dado, como anteriormente afirmamos, esta sincronização só se verificar num único referencial. O referencial que designamos por referencial em repouso absoluto. E designou velocidade ao quociente entre a distância percorrida e a diferença entre os instantes chegada e partida marcados por relógios de Lorentz. Trata-se também, evidentemente, de um conceito diferente do conceito anteriormente admitido (a distância a dividir pelo tempo de duração da viagem). Excepto num referencial, o RRA em que as duas definições são

uma só. Designaremos estes novos conceitos por "velocidade de Einstein" e "sincronização de Einstein". Obviamente que a "velocidade de Einstein" da luz tem o valor  $c$  em todos os referenciais independentemente da direcção enquanto a velocidade da luz, como anteriormente assinalamos, não é  $c$  segundo a direcção do movimento tendo os valores dados por (5) e (6). As duas afirmações co-existem sem contradição.

Desta análise é fácil compreender porque razão os postulados de Einstein permitem obter directamente o espaço de Minkowski. E porque razão Einstein afirmou que o aether (o RRA) era supérfluo. Mas é de salientar que a análise de Einstein não permite concluir que a velocidade da luz seja  $c$  em todos os referenciais (porque se for num, noutra qualquer não é). Note-se que a afirmação de que a velocidade da luz é  $c$  no referencial em repouso absoluto tem um significado físico claramente expresso e que coincide com a velocidade de Einstein nesse referencial. Define o referencial em repouso absoluto. No entanto a afirmação de que a "velocidade de Einstein" de um dado referencial é  $c$  não contém a mesma informação de que a velocidade da luz de um determinado referencial é  $c$ . E tão pouco a "sincronização" de Einstein estabeleça um tempo comum entre os relógios de um referencial ao contrário de uma sincronização efectiva. Deste modo o tempo de viagem de um corpo qualquer entre dois pontos de um referencial não pode ser determinado. Excepto como aproximação quando a velocidade do referencial for pequena comparada com a velocidade da luz [5] e a distância entre os pontos considerados não for muito grande. Para completar a Teoria é portanto necessário determinar experimentalmente a velocidade da luz num referencial [5, 9]. O significado do Principio de Relatividade<sup>3</sup> emerge desta análise [5]. Há grandezas que podem ser determinadas sem o recurso ao referencial em repouso absoluto. Para tal basta proceder como se um qualquer referencial estivesse em repouso absoluto. É como se o referencial estivesse em repouso absoluto e as grandezas velocidade de Einstein fosse a velocidade e os relógios estivessem efectivamente sincronizados. É como se... Por exemplo em qualquer referencial a luz emitida da origem de um referencial atinge um relógio a uma dada distância com o relógio de Lorentz a marcar o mesmo instante. Tal resulta da própria definição do tempo de Lorentz. Por isso é como se a velocidade da luz fosse efectivamente  $c$  e os relógios estivessem efectivamente sincronizados. Da mesma forma o tempo marcado por um determinado relógio que se move entre dois pontos a uma dada distância num determinado referencial relaciona-se com a diferença de tempos de Lorentz dos relógios situados nesses mesmo pontos independentemente do referencial estar em repouso absoluto ou não [6]. A relação que se obtém é a mesma que se obteria se o referencial estivesse em repouso absoluto. A relação é a mesma mas o significado não é. A relação que se obtém não corresponde à relação entre os ritmos. Um relógio efectivamente não pode estar com um ritmo simultaneamente maior e menor que o ritmo dos relógios de outro referencial [10, 11]. Tal afirmação necessariamente decorreria de uma completa equivalência de todos os referenciais, se os relógios estivessem efectivamente sincronizados em todos os referenciais [1-6]. É, portanto fundamental para a compreensão da Teoria da Relatividade, ter em atenção o problema da terminologia particularmente o significado de velocidade e de sincronização [5, 12]. A determinação experimental da velocidade da luz em qualquer referencial, a determinação experimental do referencial absoluto, completaria a teoria [5, 9]. Seria mais uma confirmação das Teorias de Lorentz e de Einstein. A incapacidade de determinar o referencial absoluto, o referencial onde a velocidade da luz é  $c$ , não resulta de nenhuma dificuldade conceptual inerente às Teorias de Lorentz e de Einstein. Resulta de dificuldade de natureza experimental [9].

---

<sup>3</sup> Ver nota de rodapé da pág. 8 onde se encontram referidos artigos publicados posteriormente a 2004.

As Teorias de Lorentz e de Einstein admitem a existência de um único referencial onde a velocidade da luz («one-way») é  $c$  em todas as direcções. Em qualquer outro referencial em movimento a velocidade da luz num sentido («one-way») não é  $c$  em todas as direcções. Portanto a velocidade da luz não é constante quando se muda de referencial. Se a velocidade da luz («one-way») for determinada experimentalmente a teoria permite determinar o referencial em repouso absoluto [9]. A velocidade da luz de ida e volta («two-way») tem o valor  $c$  em todos os referenciais. Portanto a velocidade média de ida e volta («two-way») é  $c$ . É portanto uma constante em todos os referenciais. Tem um só valor em todos os referenciais. Esta velocidade é determinada experimentalmente. Portanto, a afirmação de que a velocidade da luz é uma constante em todos os referenciais refere-se à velocidade de ida e volta. E não à velocidade de ida ou de volta («one-way»).

A ‘velocidade de Einstein’ da luz (conforme definição de Einstein [8]) é  $c$  em todos os referenciais quando se usam as coordenadas de Lorentz [6]. É  $c$  porque o tempo marcado pelos relógios de Lorentz resulta da aplicação do método de Einstein de «sincronização» de relógios [8]. Os relógios ficam dessincronizados de forma a compensar a alteração da velocidade da luz. É como se a velocidade da luz fosse  $c$ . Esta grandeza só coincide com a velocidade num único referencial, o referencial em repouso absoluto. A afirmação de que a ‘velocidade de Einstein’ da luz é uma constante é uma trivialidade que resulta de uma definição. Ao contrário do que por vezes se sugere, não há qualquer dificuldade em compreender esta afirmação. Só há dificuldade se se confundir ‘velocidade de Einstein’ com velocidade.

Se não se explicitar a diferença entre os vários conceitos de velocidade, ao afirmar-se simplesmente que a velocidade da luz é  $c$  em todos os referenciais, surgem inevitavelmente afirmações contraditórias, que originam dificuldades de compreensão. Tal deve ser esclarecido. A explicitação clara de qual o conceito de velocidade que está a ser utilizado é fundamental para uma clara compreensão da Teoria da Relatividade.

Hoje em dia, estas ideias estão a ser postas a prova directa associada à navegação de satélites e de naves espaciais. As diversas teorias cosmológicas que têm vindo a ser construídas são também uma consequência directa das ideias simples e compreensíveis de Lorentz e de Einstein [13, 14].

## References<sup>4</sup>

1. de Abreu, R. *Ciência & Tecnologia dos Materiais*, vol. 14, nº 1, p. 32 (2002).
2. de Abreu, R. <http://arxiv.org/abs/physics/0203025> ; EPS-12 Trends in Physics, Abstracts p. 270, Budapest (2002).
3. de Abreu, R. <http://arxiv.org/abs/physics/0210023>
4. de Abreu, R. <http://arxiv.org/abs/physics/0212020>

---

<sup>4</sup> Ver sobre esta matéria os artigos : <http://vixra.org/abs/1306.0179> , <http://iopscience.iop.org/0143-0807/30/2/001> e <http://iopscience.iop.org/0143-0807/29/1/004>

5. de Abreu, R. "The Relativity Principle and the indetermination of Special relativity" *Ciência e Tecnologia de Materiais*, vol. 16, nº 1, p. 74 (2004).
6. Homem, Gustavo  
[fisica.ist.utl.pt/~left/2002-2003/Apresentacoes/16-12-2003/Gustavo\\_Homem.pdf](http://fisica.ist.utl.pt/~left/2002-2003/Apresentacoes/16-12-2003/Gustavo_Homem.pdf)
7. Bell, J. S. *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, How to teach special relativity, p. 67 (Cambridge University Press) (1993).
8. Einstein, A. *Ann. Phys.* 17, 132 (1905): "*On the Electrodynamics of Moving Bodies*", "*Einstein's Miraculous Year, Five Papers That Changed the Face of Physics*" Edited and Introduced by John Stachel, Princeton University Press (1998).
9. Consoli, M. Contanzo, E. <http://www.arxiv.org/abs/astro-ph/0311576>
10. Dingle, H. *Nature* vol. 195, nº 4845, p. 987 (1962).
11. Dingle, H. *Science at the Crossroads*, (Martin Brian & O'Keeffe, London) (1972).
12. Laszlo E. Szabo <http://xxx.lanl.gov/abs/physics/0308035>
13. Gouveia Oliveira, A. e de Abreu, R. <http://xxx.lanl.gov/abs/physics/0205033>
14. Gouveia Oliveira, A. e de Abreu, R. <http://xxx.lanl.gov/abs/astro-ph/0208365> ; EPS-12 Trends in Physics, Abstracts, Budapest (2002).