### <sup>хмельник</sup> с. и. Математическая модель шаровой молнии

#### Аннотация

На основе уравнений Максвелла и представления об электропроводности тела шаровой молнии строится математическая модель шаровой молнии, показывается структура электромагнитного поля и электротоков в ней. Далее показывается (как следствие этой модели), что в шаровой молнии может циркулировать поток электромагнитной энергии таким образом И может сохраняться энергия, полученная шаровой молнией при ее возникновении. Кратко рассматриваются также устойчивость, свечение, время существования, заряд, механизм образования, физическое моделирование шаровой молнии.

#### Оглавление

- 1. Введение
- 2. Решение уравнений Максвелла в сферических координатах
- 3. Электротоки
- 4. Поток энергии
- 5. Об устойчивости шаровой молнии
- 6. О свечении шаровой молнии
- 7. О времени существования шаровой молнии
- 8. О возможном механизме образования шаровой

#### молнии

9. О заряде шаровой молнии

10. О физическом моделировании шаровой молнии

Приложение 1. Уточнение решения

Приложение 2. "Кубическая солния"

Литература

#### 1. Введение

Высказанные гипотезы о природе шаровой молнии неприемлемы, так как они противоречат закону сохранения энергии. Это происходит потому, что свечение шаровой молнии обычно относят за счет энергии, выделяемой при каком-либо молекулярном или химическом превращении, и таким образом предполагают, что источник энергии, за счет которого светится шаровая молния, находится в ней самой.

Капица П.Л. 1955 [1]

Это утверждение (насколько известно автору) справедливо и сегодня. Оно усиливается еще и тем, что по современным оценкам, типичная шаровая молния содержит десятки килоджоулей [2], высвобождающихся при ее взрыве.

Общепризнано, что шаровая молния как-то связана с электромагнитными явлениями, однако нет строгого описания этих процессов.

Ниже на основе уравнений Максвелла и представления об электропроводности тела шаровой молнии строится математическая модель шаровой молнии, которая позволяет объяснить многие свойства шаровой молнии.

# 2. Решение уравнений Максвелла в сферических координатах

На рис. 1 показана система сферических координат ( $\rho, \theta, \varphi$ ), а в табл. 1 (столбец 3) приведены выражения для ротора и дивергенции вектора **E** в этих координатах. В дальнейшем формулы, представленные в подобных таблицах будем обозначать как (T1.3).



Рис. 1.

Таблица 1.

1	2	3	4	5
1	$\operatorname{rot}_{\rho}(E)$	$\frac{E_{\varphi}}{1-1} + \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial e_{\varphi}} - \frac{\partial E_{\theta}}{\partial e_{\theta}}$	0	0
		$ ho tg( heta)  ho \partial  heta  ho sin( heta) \partial arphi$		
2	$\operatorname{rot}_{\theta}(E)$	$\underline{\partial E_{\rho}} \underline{E_{\phi}} \underline{\partial E_{\phi}}$	$-\frac{E_{\varphi}}{\partial E_{\varphi}}$	$-\frac{\partial E_{\varphi}}{\partial E_{\varphi}}$
		$ ho \! \sin( heta) \! \partial arphi \hspace{0.5mm}  ho \hspace{0.5mm}  ho \hspace{0.5mm} \partial  ho$	$ ho$ $\partial ho$	$\partial  ho$
3	$\operatorname{rot}_{\varphi}(E)$	$\frac{E_{\theta}}{E_{\theta}} + \frac{\partial E_{\theta}}{\partial E_{\theta}} - \frac{\partial E_{\rho}}{\partial E_{\rho}}$	$\underline{E_{\theta}}_{+} + \underline{\partial E_{\theta}}_{-}$	$\partial E_{\theta}$
		$ ho$ $\partial ho$ $ ho\partial\phi$	$ ho$ $\partial ho$	$\partial  ho$
4	$\operatorname{div}(E)$	$\frac{E_{\rho}}{\rho} + \frac{\partial E_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{E_{\theta}}{\rho tg(\theta)} +$	0	0
		$\frac{\partial E_{\theta}}{\rho \partial \theta} + \frac{\partial E_{\varphi}}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$		

Уравнения Максвелла в сферических координатах при отсутствии зарядов имеют вид (T2.2).

Таблица 2.				
1	2	3		
1.	$\operatorname{rot}_{\rho}H - \varepsilon \frac{\partial E_{\rho}}{\partial t} - J_{\rho} = 0$	0=0		
2.	$\operatorname{rot}_{\theta} H - \varepsilon \frac{\partial E_{\theta}}{\partial t} - J_{\theta} = 0$	$-\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \rho} - \varepsilon \frac{\partial E_{\theta}}{\partial t} - J_{\theta} = 0$		
3.	$\operatorname{rot}_{\varphi}H - \varepsilon \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial t} - J_{\varphi} = 0$	$\frac{\partial H_{\theta}}{\partial \rho} - \varepsilon \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial t} - J_{\varphi} = 0$		
4.	$\operatorname{rot}_{\rho} E - \mu \frac{\partial H_{\rho}}{\partial t} = 0$	0=0		
5.	$\operatorname{rot}_{\theta} E - \mu \frac{\partial H_{\theta}}{\partial t} = 0$	$-\frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \rho} - \mu \frac{\partial H_{\theta}}{\partial t} = 0$		
6.	$\operatorname{rot}_{\varphi} E - \mu \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial t} = 0$	$\frac{\partial E_{\theta}}{\partial \rho} - \mu \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial t} = 0$		
7.	$\operatorname{div}(E) = 0$	0=0		
8.	$\operatorname{div}(H) = 0$	0=0		

Здесь

Е - напряженность электрического поля,

Н - напряженность магнитного поля,

J – плотности токов,

 $\mu$  - абсолютная магнитная проницаемость,

*Е* - абсолютная диэлектрическая проницаемость.

Будем искать решение этих уравнений в виде следующих функций (Т3.2).

Таблица 3.

1	2	3
1	0	$E_{\rho} = 0$
2	$E_{\theta} = e_{\theta} \sin(\alpha \rho) \sin(\theta) \sin(\omega t)$	$E_{\theta} = e_{\theta} \sin(\alpha \rho) \sin(\theta) \sin(\omega t)$
3	$E_{\varphi} = e_{\varphi} \cos(\alpha \rho) \sin(\theta) \cos(\omega t)$	$E_{\varphi} = e_{\varphi} \cos(\alpha \rho) \sin(\theta) \cos(\omega t)$
4	$H_{\rho} = 0$	$H_{\rho} = 0$
5	$H_{\theta} = Z_{\theta}(\rho)\sin(\theta)\cos(\omega t)$	$H_{\theta} = h_{\theta} \sin(\alpha \rho) \sin(\theta) \cos(\omega t)$
		$h_{ heta} = rac{e_{arphi}lpha}{\mu \omega}$
6	$H_{\varphi} = Z_{\varphi}(\rho)\sin(\theta)\sin(\omega t)$	$H_{\varphi} = h_{\varphi} \cos(\alpha \rho) \sin(\theta) \sin(\omega t)$
		$h_{\varphi} = rac{e_{ heta} lpha}{\mu \omega}$
7	$J_{\rho} = 0$	$J_{\rho} = 0$
8	$J_{\theta} = \Gamma_{\theta}(\rho) \sin(\theta) \sin(\omega t)$	$J_{\theta} = j_{\theta} \sin(\alpha \rho) \sin(\theta) \sin(\omega t)$
		$j_{\theta} = e_{\theta} \left( \frac{\alpha^2}{\mu \omega} - \omega \right)$
9	$J_{\varphi} = \Gamma_{\varphi}(\rho) \sin(\theta) \cos(\omega t)$	$J_{\varphi} = j_{\varphi} \cos(\alpha \rho) \sin(\theta) \cos(\omega t)$
		$j_{\varphi} = e_{\varphi} \left( \frac{\alpha^2}{\mu \omega} + \omega \right)$

Здесь функции  $Z(\rho)$ ,  $\Gamma(\rho)$  будут определены далее.

В формулах (Т1.3) часто встречается выражение Оно обращается в 0, если  $E(\theta) \!=\! \sin(\theta).$ 

Именно это условие принято в уравнениях (Т3.2). Из этого факта, а также из условия (Т3.2.1) и из того, что функции E, H, J не зависят от  $\varphi$ , следует, что выражения для ротора и дивергенции упрощаются и принимают вид (Т1.4).

Для решения уравнений Максвелла в первом приближении в выражениях вида  $\frac{E_{\theta}}{\rho} + \frac{\partial E_{\theta}}{\partial \rho}$  можно отбросить первое слагаемое (более строгое решение будет рассмотрено в приложении 1). Тогда выражения для ротора и дивергенции еще более упрощаются и

принимают вид (Т1.5). Подставим выражения для ротора и дивергенции из (Т1.5) в уравнения Максвелла (Т2.2). Тогда получим уравнения, показанные в (Т2.3). Эти уравнения описывают в первом приближении нашу задачу.

Для определения неизвестных функций  $Z(\rho)$ ,  $\Gamma(\rho)$  подставим в эти оставшиеся уравнения из (T2.3) функции (T3.2), выполним дифференцирование по времени и сократим на общие множители. Тогда получим

$$-\frac{\partial Z_{\varphi}(\rho)}{\partial \rho} - \varepsilon \omega e_{\theta} \sin(\alpha \rho) - \Gamma_{\theta}(\rho) = 0, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial Z_{\theta}(\rho)}{\partial \rho} + \omega e_{\varphi} \cos(\alpha \rho) - \Gamma_{\varphi}(\rho) = 0, \qquad (5)$$

$$-e_{\varphi}\frac{\partial\cos(\alpha\rho)}{\partial\rho}-\mu\omega Z_{\theta}(\alpha\rho)=0, \qquad (6)$$

$$e_{\theta} \frac{\partial \sin(\alpha \rho)}{\partial \rho} - \mu \omega Z_{\varphi}(\alpha \rho) = 0, \qquad (7)$$

Из (7) следует:

$$Z_{\varphi}(\rho) = \frac{e_{\theta}\alpha}{\mu\omega} \cos(\alpha\rho) \tag{8}$$

Из (4, 8) следует:

$$\Gamma_{\theta}(\rho) = -\frac{\partial Z_{\phi}(\rho)}{\partial \rho} - \varepsilon \omega e_{\theta} \sin(\alpha \rho) = e_{\theta} \left(\frac{\alpha^2}{\mu \omega} - \varepsilon \omega\right) \sin(\alpha \rho) \tag{9}$$

Из (6) следует:

$$Z_{\theta}(\rho) = \frac{e_{\varphi}\alpha}{\mu\omega} \sin(\alpha\rho)$$
<sup>(10)</sup>

5

(3)

Из (5, 10) следует:

$$\Gamma_{\varphi}(\rho) = \frac{\partial Z_{\theta}(\rho)}{\partial \rho} + \omega e_{\varphi} \cos(\alpha \rho) = e_{\varphi} \left(\frac{\alpha^2}{\mu \omega} + \omega\right) \cos(\alpha \rho) \tag{11}$$

Функции (Т2.2) вместе с найденными из уравнений Максвелла функциями (8-11) являются решением задачи определения магнитных  $H_{\theta}, H_{\varphi}$  напряженностей и токов  $J_{\theta}, J_{\varphi}$  в токопроводящей сфере. Эти функции представлены в (Т2.3). Исходными данными при этом являются амплитуды  $e_{\theta}, e_{\varphi}$  напряженностей  $E_{\theta}, E_{\varphi}$  и константа  $\alpha$ .

Напомним, что это решение получено при следующих предположениях, что сфера электропроводна и нейтральна (не имеет нескомпенсированных зарядов).

Это решение, очевидно, является не единственным. Его существование означает только, что в электропроводной и нейтральной сфере <u>может</u> существовать электромагнитная волна и циркулировать токи. Остался вопрос о том, почему она может оставаться замкнутой и не излучать.

#### 3. Электротоки

Здесь мы рассмотрим подробнее переменные токи  $J_{\theta}$  (ГЗ.З.8) и  $J_{\alpha}$  (ГЗ.З.9) Они текут по окружностям сфер – см. рис. 2.



Рис. 2.

При этом в каждый момент времени направление тока по окружности зависит от радиуса  $\rho$  и это направление меняется в зависимости от знака  $\sin(\alpha \rho)$  или  $\cos(\alpha \rho)$ . Это означает, что в сфере существуют сферические слои, в которых <u>одноименные токи</u> ( $J_{\theta}$  или  $J_{\phi}$ ) в данный момент времени направлены в разные стороны. Радиальная толщина  $\Delta \rho$  этих слоев определяется из

соотношения  $\alpha \cdot \Delta \rho = \pi$ . Есть, следовательно, сферы, по которым токи не текут.

Мгновенное значение одноименного тока на данном радиусе представляет собой стоячую волну. Для токов  $J_{\theta}$  и  $J_{\varphi}$  стоячие волны имеют соответственно вид

$$J_{\theta} = j_{\theta} \sin(\theta) [\sin(\alpha \rho) \sin(\omega t)] =$$

$$= 0.5 j_{\theta} \sin(\theta) [\cos(\alpha \rho - \omega t) - \cos(\alpha \rho + \omega t)]$$

$$J_{\varphi} = j_{\varphi} \sin(\theta) [\cos(\alpha \rho) \cos(\omega t)] =$$

$$= 0.5 j_{\varphi} \sin(\theta) [\cos(\alpha \rho - \omega t) + \cos(\alpha \rho + \omega t)]$$
<sup>(12)</sup>
<sup>(13)</sup>

Кроме того, в сфере есть круговые конусы, по окружностям Кроме того, в сфере есть круговые конусы, у которых на образующих мгновенные значения всегда равны нулю. Образующие этих конусов составляют такой угол  $\theta$ , где  $\sin(\theta) = 0$ . На рис. 1 показано основание одного такого конуса.

#### 4. Поток энергии

В каждой точке сферы существует два потока электромагнитной энергии с плотностями

 $S_1 = E_{\varphi} H_{\theta}, \quad S_2 = E_{\theta} H_{\varphi} \tag{21}$ 





Рис. 3.

Суммарная мгновенная плотность потока в каждой точке сферы определяется из (21) и (ТЗ.З.5, ТЗ.З.6, ТЗ.З.8, ТЗ.З.9):

$$S_{t} = E_{\varphi}H_{\theta} - E_{\theta}H_{\varphi} =$$

$$= \frac{e_{\varphi}e_{\theta}\alpha}{\mu\omega} \cdot \sin^{2}(\theta) \begin{bmatrix} \cos(\alpha\rho)\sin(\alpha\rho)\cos^{2}(\omega t) - \\ -\cos(\alpha\rho)\sin(\alpha\rho)\sin^{2}(\omega t) \end{bmatrix}$$
(22)

Но

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha\rho)\sin(\alpha\rho)\cos^2(\omega t) - \\ -\cos(\alpha\rho)\sin(\alpha\rho)\sin^2(\omega t) \end{bmatrix} = 0.5\sin(2\alpha\rho)[\cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t)] =$$
(23)

 $= 0.5\sin(2\alpha\rho)\cos(2\omega t) = 0.25[\sin(2\alpha\rho - 2\omega t) + \sin(2\alpha\rho + 2\omega t)]$ 

Следовательно, электромагнитный поток в данном случае представляет собой стоячую волну с плотностью

$$S_{t} = S_{o} [\sin(2\alpha\rho - 2\omega t) + \sin(2\alpha\rho + 2\omega t)], \qquad (24)$$

с амплитудой

$$S_{\rho} = \frac{e_{\rho}e_{\theta}\alpha}{4\mu\omega} \cdot \sin^2(\theta), \tag{25}$$

зависящей от координаты heta , с циклической частотой  $(2\omega)$  и длиной волны

$$\lambda = \pi/\alpha \,. \tag{25}$$

<u>Эта стоячая волна электромагнитной энергии существует на</u> каждом радиусе.

Рассмотрим конус, в котором радиусы, проходящие по его образующим, составляют угол  $\theta$ . На рис. 1 показано основание одного такого конуса. Стоячие волны на всех радиусах-образующих этого конуса имеют одну и ту же амплитуду.

В сфере есть круговой конус, по образующим которого поток энергии отсутствует. Радиусы, проходящие по этим образующим, составляют такой угол  $\theta$ , где  $\sin(\theta)=0$ . Можно заметить, что образующие такого конуса представляют собой вертикальную ось ог - см. рис. 1.

В сфере есть круговые конусы, по образующим которых поток энергии имеет максимальную амплитуду. Радиусы, проходящие по этим образующим, составляют такой угол  $\theta$ , где  $\sin(\theta)=1$ . Можно заметить, что образующие такого конуса лежат на горизонтальной плоскости - см. рис. 1.

На сферах такого радиуса  $\rho$ , где  $\sin(2\alpha\rho)=0$ , поток равен нулю. Следовательно, если внешний радиус шаровой молнии *R* таков, что

 $sin(2\alpha R) = 0$  или  $2\alpha R = k\pi$  или  $\alpha = k\pi/2R$ , (26) то <u>шаровая молния НЕ излучает энергию</u>.

Найдем полный поток энергии  $S_p$  в такой момент времени, когда стоячая волна имеет максимум, т.е. тогда, когда

$$\sin(2\alpha\rho - 2\omega t) + \sin(2\alpha\rho + 2\omega t)] = 1.$$
<sup>(27)</sup>

Из (24, 25, 27) следует, что

$$S_{p} = \frac{e_{\varphi}e_{\theta}\alpha}{4\mu\omega} \cdot \int_{0}^{2\pi} \sin^{2}(\theta) \cdot d\theta = \frac{e_{\varphi}e_{\theta}\alpha}{4\mu\omega} \cdot \pi$$
(28)

Поскольку плотность потока (24) во времени меняется синусоидально, то модуль среднего значения этой плотности

$$S = S_p \sqrt{2} = \frac{\pi \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{e_{\varphi} e_{\theta} \alpha}{\mu \omega}$$
<sup>(29)</sup>

Найдем, наконец, полный поток энергии, пульсирующей в сфере,

$$W = S \cdot \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{3} \cdot \frac{e_{\varphi} e_{\theta} \alpha}{\mu \omega} R^3$$
<sup>(30)</sup>

Пример 1. Будем полагать, что напряженность электрического поля в шаровой молнии равна 1000 В\м, т.е.  $e_{\varphi} = e_{\theta} = 10^3$  (В\м). Пусть еще (см. приложение 1) R = 0.1 (м),  $\omega = 10^6$ ,  $\alpha = 550$ . Тогда

$$W = \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{3} \cdot \frac{10^6 \cdot 550}{4\pi 10^{-7} 10^5} 0.1^3 \approx 20 \cdot 10^6,$$

т.е. энергия шаровой молнии в этом случае равна 20 килоджоулей.

#### 5. Об устойчивости шаровой молнии

Вопрос об устойчивости тел, в которых циркулирует поток электромагнитной энергии, рассмотрен в [3]. Здесь мы рассмотрим только силу, которая действует по диаметру и разрывает шаровую молнию по диаметральной плоскости, перпендикулярной этому диаметру. В первый момент она должна совершить работу

$$A = F \frac{dR}{dt}.$$
(31)

Эта работа изменяет внутреннюю энергию шаровой молнии, т.е.

$$A = \frac{dW}{dt} \,. \tag{32}$$

Рассматривая (30-32) совместно находим:

$$F = \frac{dW}{dt} / \frac{dR}{dt}$$
(33)

Из (30) находим:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dR}\frac{dR}{dt} = \frac{w_o d(R^3)}{dR} \cdot \frac{dR}{dt} = 3w_o R^2 \frac{dR}{dt} = \frac{3W}{R} \cdot \frac{dR}{dt}$$
(34)

Наконец, из (33, 34) находим:

$$F = \frac{3W}{R} \tag{35}$$

Таким образом, <u>внутренняя энергия шаровой молнии</u> эквивалентна силе, создающей устойчивость шаровой молнии.

**Пример 2.** Найдем скрепляющую силу при условиях примера 1. Из (35) находим:

$$F = \frac{3W}{R} = \frac{3 \cdot 20 \cdot 10^6}{0.1} = 6 \cdot 10^8$$
 Ньютон

#### 6. О свечении шаровой молнии

Выше задача была решена без учета электрического сопротивления материала шаровой молнии. Естественно, оно не равно нулю и при протекании токов выделяется тепловая энергия. Ее величину в данный момент времени можно определить по формуле

$$P_{t} = \xi \int_{0}^{R} \left( \int_{0}^{2\pi} \left( J_{\varphi}^{2} + J_{\theta}^{2} \right) d\theta \right) dr, \qquad (36)$$

где  $\xi$  – удельная проводимость сферы. Отсюда с учетом формул (T3.3.8, T3.3.8) получаем:

$$P_{t} = \xi \int_{0}^{R} \left( \int_{0}^{2\pi} \left( \int_{\theta}^{2} \cos^{2}(\alpha \rho) \sin^{2}(\theta) \cos^{2}(\omega t) \right) d\theta \right) dr$$
  
$$= \xi \left( \int_{0}^{2\pi} \sin^{2}(\theta) d\theta \right)_{0}^{R} \left( \int_{\theta}^{2} \cos^{2}(\alpha \rho) \cos^{2}(\omega t) \right) dr$$
  
$$= \xi \left( \int_{0}^{2\pi} \sin^{2}(\theta) d\theta \right)_{0}^{R} \left( \int_{\theta}^{2} \sin^{2}(\alpha \rho) \sin^{2}(\omega t) \right) dr$$
  
$$(37)$$

Положим  $j_{\varphi}^2 = j_{\theta}^2 = j^2$ . Тогда с учетом (ТЗ.З.8, ТЗ.З.8) найдем:

$$j^2 = \frac{e_{\varphi}e_{\theta}\alpha^4}{\mu^2\omega^2}.$$
(38)

При этом из (37) получим:

$$P_{t} = j^{2} \pi \xi \left( \int_{0}^{R} (\cos^{2}(\alpha \rho) \cos^{2}(\omega t)) dr + \int_{0}^{R} (\sin^{2}(\alpha \rho) \sin^{2}(\omega t)) dr \right) =$$
  
=  $j^{2} \pi \xi \left( \cos^{2}(\omega t) \int_{0}^{R} (\cos^{2}(\alpha \rho)) dr + \sin^{2}(\omega t) \int_{0}^{R} (\sin^{2}(\alpha \rho)) dr \right)$ , <sup>(39)</sup>

ИЛИ

$$P_t = j^2 \pi \xi R \,. \tag{40}$$

Эта тепловая энергия излучается, что и является причиной свечения шаровой молнии.

## 7. О времени существования шаровой молнии

Электромагнитная энергия шаровой молнии постепенно расходуется на тепловые потери и излучается. При этом амплитуды  $e_{\varphi}$ ,  $e_{\theta}$  электромагнитной волны уменьшаются. Отсюда можно найти время T существования шаровой молнии. Из (38, 40) находим:

$$P_t(t) = e_a^2(t) \frac{\alpha^4 \pi \xi R}{\mu^2 \omega^2}, \qquad (41)$$

$$W(t) = e_a^2(t) \frac{\pi^2 \alpha \cdot R^3 \sqrt{2}}{3\mu\omega},$$
(42)

где

$$e_a(t) = \sqrt{e_{\varphi}(t)e_{\theta}(t)} . \tag{43}$$

Очевидно,

$$\frac{dW(t)}{dt} = -P_t(t). \tag{44}$$

Следовательно,

$$2e_{a}(t)\frac{d(e(t))}{dt}\frac{\pi^{2}\alpha\cdot R^{3}\sqrt{2}}{3\mu\omega} = -e_{a}^{2}(t)\frac{\alpha^{4}\pi\xi R}{\mu^{2}\omega^{2}}$$
(45)

ИЛИ

$$\frac{d(e_a(t))}{dt} = -\frac{3\alpha^3\xi}{2\mu\omega\pi \cdot R^2\sqrt{2}}e_a(t)$$
<sup>(46)</sup>

Таким образом, средняя амплитуда электромагнитных волн в сфере убывает по экспоненте вида

$$e_a(t) = E_a \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{47}$$

где

$$\tau = \frac{2\mu\omega\pi R^2\sqrt{2}}{3\alpha^3\xi} \tag{48}$$

Максимальное значение средней амплитуды определяется по (30) при известной первоначальной энергии  $W_{o}$ :

$$E_a^2 = \frac{3\mu\omega W_o}{\pi^2 \alpha \cdot R^3 \sqrt{2}} \tag{49}$$

При этом время существования шаровой молнии можно оценить величиной

$$T \approx 3\tau = 2\mu\omega\pi \cdot R^2 \sqrt{2} / (\alpha^3 \xi).$$
<sup>(50)</sup>

**Пример 3.** Найдем время существования шаровой молнии в зависимости от ее электропроводности при условиях примера 1. Из (50) находим:

$$T \approx 2 \cdot 4\pi 10^{-7} 10^5 \pi 0.1^2 \sqrt{2} / (550^3 \xi) \approx 10^{-10} / \xi$$
 сек

### 8. О возможном механизме образования шаровой молнии

Лидер линейной молнии, встречая какое-либо препятствие, может изменить траекторию движения с прямолинейной на круговую. Это может служить причиной возникновения тех электромагнитных полей и электротоков, которые описаны выше.

Вот как описывается этот процесс в [4]

Очередной сильнейший разряд молнии, одновременный с грохотом, осветил всё пространство. Я вижу, как длинный ослепительный луч цвета солнца приближается ко мне прямо в солнечное сплетение. Конец его острый, чем дальше, тем толще, примерно 0,5 метра в длину. Дальше я не вижу, потому что смотрю под углом вниз.

Мгновенная мысль, это конец. Я смотрю, как острие луча приближается. Вдруг оно остановилось и между острием и телом начал вспухать шар, размером с большой грейпфрут. Раздался хлопок, как при вылете пробки из бутылки шампанского. Луч влетел в шар. Я вижу ослепительно яркий шар, цвета солнца, который вращается с бешеной скоростью, перемалывая луч внутри. Но я не чувствую ни прикосновения, ни тепла.

Шар перемалывал луч и увеличивался в размерах. ... Шар не издавал никаких звуков. Сначала он был ярким и непрозрачным, а затем начал тускнеть и я увидел, что он пуст. Его оболочка изменилась и он стал похож на мыльный пузырь. Оболочка вращалась, но ее диаметр оставался стабильным, а поверхность отливала металлом.

#### 9. О заряде шаровой молнии

Выше приведено решение уравнений Максвелла при отсутствии заряда шаровой молнии (но существовании свободных зарядов в ее теле). В том случае, если суммарный заряд шаровой молнии не равен нулю, он входит в правую часть уравнения (Т1.3.4). При этом появляется еще одно решение этих уравнений – постоянное электрическое поле. В силу линейности уравнений Максвелла последнее решение не влияет на рассмотренное ранее. Поэтому притяжение шаровой молнии к заряженному телу не противоречит вышеизложенному.

## 10. О физическом моделировании шаровой молнии

В [5] описан т.н. "хранитель вечного движения". Он представляет собой ферромагнитный или железный куб, в котором циркулирует поток электромагнитной энергии. Там приводятся описания экспериментов, доказывающих возможность существования такого "хранитель вечного движения", показывается, что куб сохраняет целостность, хотя и состоит из двух частей, не связанных механически. Такой куб может служить грубой моделью "кубической молнии". Ее создание не представляет труда [5].

Одним из недостатков такой модели является то, что Ссылка описывается "хранитель вечного движения", в котором отсутствуют токи. В приложении 2 доказывается, что может существовать железная "кубическая молния", в которой текут токи. Естественно, время существования такой "кубической молнии" будет ограничено в силу тепловых потерь.

Аналогичным образом может быть построена и "железная шаровая молния". На рис. 4 показана одна полусфера этой конструкции. В диаметральных ложбинках расположены провода. Вторая полусфера располагается сверху.



Для зарядки "железной шаровой молнии" электромагнитной энергией необходимо по диаметральным проводам пропустить высокочастотные импульсы, сдвинутые по фазе на  $\pi/2$  для того, чтобы были также сдвинуты по фазе начальные значения магнитных напряженностей  $H_{\theta}$  и  $H_{\varphi}$  - см. формулы (ТЗ.3.5) и (ТЗ.3.6). По результатам опытов, описанных в [5] можно предполагать, что после пропускания по проводам таких импульсов полусферы "склеятся".

#### Приложение 1. Уточнение решения

Здесь мы рассмотрим более строгое решение нашей задачи. Рассмотрим снова уравнения Максвелла (Т2.2), и подставим в них выражения для ротора и дивергенции из (Т1.4) (вместо ранее используемых менее сложных выражений (Т1.5)). Тогда получим следующие уравнения (Т4.3):

Ta	аблица 4.	
1	2	3
2.	$\operatorname{rot}_{\theta} H - \varepsilon \frac{\partial E_{\theta}}{\partial t} - J_{\theta} = 0$	$-\frac{H_{\varphi}}{\rho} - \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \rho} - \varepsilon \frac{\partial E_{\theta}}{\partial t} - J_{\theta} = 0$
3.	$\operatorname{rot}_{\varphi}H - \varepsilon \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial t} - J_{\varphi} = 0$	$\frac{H_{\theta}}{\rho} + \frac{\partial H_{\theta}}{\partial \rho} - \varepsilon \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial t} - J_{\varphi} = 0$
5.	$\operatorname{rot}_{\theta} E - \mu \frac{\partial H_{\theta}}{\partial t} = 0$	$-\frac{E_{\varphi}}{\rho} - \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \rho} - \mu \frac{\partial H_{\theta}}{\partial t} = 0$
6.	$\operatorname{rot}_{\varphi} E - \mu \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial t} = 0$	$\frac{E_{\theta}}{\rho} + \frac{\partial E_{\theta}}{\partial \rho} - \mu \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial t} = 0$

Будем (как и прежде) искать решение этих уравнений в виде следующих функций (Т3.2). Для определения неизвестных функций  $Z(\rho)$ ,  $\Gamma(\rho)$  подставим в уравнения из (Т4.3) функции (Т3.2), выполним дифференцирование по времени и сократим на общие множители. Тогда получим

$$-\frac{Z_{\varphi}(\rho)}{\rho} - \frac{\partial Z_{\varphi}(\rho)}{\partial \rho} - \alpha e_{\theta} \sin(\alpha \rho) - \Gamma_{\theta}(\rho) = 0, \qquad (4)$$

$$\frac{Z_{\theta}(\rho)}{\rho} + \frac{\partial Z_{\theta}(\rho)}{\partial \rho} + \omega e_{\varphi} \cos(\alpha \rho) - \Gamma_{\varphi}(\rho) = 0, \qquad (5)$$

$$-e_{\varphi}\left[\frac{\cos(\alpha\rho)}{\rho} + \frac{\partial\cos(\alpha\rho)}{\partial\rho}\right] - \mu\omega Z_{\theta}(\rho) = 0, \qquad (6)$$

$$e_{\theta} \left[ \frac{\sin(\alpha \rho)}{\rho} + \frac{\partial \sin(\alpha \rho)}{\partial \rho} \right] - \mu \omega Z_{\varphi}(\rho) = 0, \qquad (7)$$

Из (7) следует:

$$Z_{\varphi}(\rho) = \frac{e_{\theta}}{\mu\omega} \left[ \frac{\sin(\alpha\rho)}{\rho} + \alpha\cos(\alpha\rho) \right], \tag{8}$$

Из (4, 8) следует:

$$\Gamma_{\theta}(\rho) = -\frac{Z_{\varphi}(\rho)}{\rho} - \frac{\partial Z_{\varphi}(\rho)}{\partial \rho} - \omega e_{\theta} \sin(\alpha \rho) =$$
$$= -e_{\theta} \left\{ \frac{1}{\mu \omega} \left[ \frac{\sin(\alpha \rho)}{\rho^{2}} + 2\alpha \frac{\cos(\alpha \rho)}{\rho} - \alpha^{2} \frac{\sin(\alpha \rho)}{\rho} \right] + \omega \sin(\alpha \rho) \right\}^{(9)}$$

Из (6) следует:

$$Z_{\theta}(\alpha\rho) = -\frac{e_{\varphi}}{\mu\omega} \left[ \frac{\cos(\alpha\rho)}{\rho} - \alpha\sin(\alpha\rho) \right], \tag{10}$$

$$\Gamma_{\varphi}(\rho) = \frac{Z_{\theta}(\rho)}{\rho} + \frac{\partial Z_{\theta}(\rho)}{\partial \rho} + \varepsilon \omega e_{\varphi} \cos(\alpha \rho) =$$
$$= -e_{\varphi} \left\{ \frac{1}{\mu \omega} \left[ \frac{\cos(\alpha \rho)}{\rho^{2}} - 2\alpha \frac{\sin(\alpha \rho)}{\rho} - \alpha^{2} \frac{\cos(\alpha \rho)}{\rho} \right] + \varepsilon \omega \cos(\alpha \rho) \right\}^{(11)}$$

На рис. 5 показаны графики указанных функций (8-11) при  $e_{\phi} = e_{\theta} = 1, \ \omega = 10^5, \ \alpha = 550, \ R = 2n\pi/\alpha, \ n = 25.$ 

Видно, что  $\rho > 0.2R$  при функции (8-11) стремятся к гармоническим функциям (8-11). Следовательно, выше выполненный переход от уравнений (Т1.4) к менее сложным уравнениям (Т1.5) допустим.



Рис. 5.

### Приложение 2. "Кубическая молния"

Рассмотрим систему уравнений Максвелла в декартовой системе координат. Обозначим

- Е напряженность электрического поля,
- Н напряженность магнитного поля,
- $\mu$  абсолютная магнитная проницаемость,
- *Е* абсолютная диэлектрическая проницаемость,
- ${\boldsymbol{g}}$  электропроводность,
- $\varphi$  электрический скалярный потенциал,
- ho плотность электрического заряда.

Эта система уравнений имеет следующий вид:

Будем полагать, что в системе суммарный заряд равен нулю. Рассмотрим следующие функции (предложенные в [4]):

$$E_{\chi}(x, y, z, t) = e_{\chi} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \sin(\gamma z) \sin(\alpha t), \qquad (2)$$

$$E_{y}(x, y, z, t) = e_{y}\sin(\alpha x)\cos(\beta y)\sin(\gamma z)\sin(\alpha t), \qquad (3)$$

$$E_{z}(x, y, z, t) = e_{z}\sin(\alpha x)\sin(\beta y)\cos(\gamma z)\sin(\alpha t), \qquad (4)$$

$$H_{x}(x, y, z, t) = h_{x} \sin(\alpha x) \cos(\beta y) \cos(\gamma z) \cos(\alpha t), \quad (5)$$

$$H_{y}(x, y, z, t) = h_{y} \cos(\alpha x) \sin(\beta y) \cos(\gamma z) \cos(\alpha t), \quad (6)$$

$$H_{z}(x, y, z, t) = h_{z}\cos(\alpha x)\cos(\beta y)\sin(\gamma z)\cos(\omega t), \qquad (7)$$

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_o \cos(\alpha x) \cos(\beta y) \cos(\gamma z) \cos(\alpha t).$$
<sup>(8)</sup>

где

 $e_x, e_y, e_z, h_x, h_y, h_z, \varphi_o$  - амплитуды функций,  $\alpha, \beta, \lambda, \omega$  - константы. Дифференцируя и подставляя (2-9) в (1) после сокращения на общие множители, получаем:

1.	$h_z\beta - h_y\gamma - e_x\omega + \varphi_{ox}\theta\alpha = 0$	
2.	$h_x \gamma - h_z \alpha - e_y \omega + \varphi_{oy} \vartheta \beta = 0$	
3.	$h_{y}\alpha - h_{x}\beta - e_{z}\omega + \varphi_{oz}\vartheta\gamma = 0$	
4.	$e_z\beta - e_y\gamma + h_x\mu\omega = 0$	(10)
5.	$e_x \gamma - e_z \alpha + h_y \mu \omega = 0$	
6.	$e_y \alpha - e_x \beta + h_z \mu \omega = 0$	
7.	$e_x \alpha + e_y \beta + e_z \gamma = 0$	
8.	$h_x \alpha + h_y \beta + h_z \gamma = 0$	

Если  $\alpha = \beta = \lambda$ , то система уравнений (9) принимает вид:

1.	$h_z - h_y - e_x \omega / \alpha + J_x = 0$	
2.	$h_x - h_z - e_y \omega / \alpha + J_y = 0$	
3.	$h_{y} - h_{x} - e_{z} \omega / \alpha + J_{z} = 0$	
4.	$e_z - e_y + h_x \mu \omega / \alpha = 0$	(11)
5.	$e_x - e_z + h_y \mu \omega / \alpha = 0$	
6.	$e_y - e_x + h_z \mu \omega / \alpha = 0$	
7.	$e_x + e_y + e_z = 0$	
8.	$h_x + h_y + h_z = 0$	

Эта система 8-ми уравнений с 9-ю неизвестными имеет множество решений.

Рассмотрим частный случай. Пусть  $h_z = 0$ . Тогда эта система уравнений принимает вид:

1.	$-e_x \omega / \alpha - h_y + J_x = 0$	
2.	$-e_{y} \alpha \omega / \alpha + h_{x} + J_{y} = 0$	
3.	$-e_z \omega/\alpha - h_x + h_y + J_z = 0$	
4.	$-e_y + e_z + h_x \mu \omega / \alpha = 0$	(13)

5. 
$$e_x - e_z + h_y \mu \omega / \alpha = 0$$
  
6.  $-e_x + e_y = 0$   
7.  $e_x + e_y + e_z = 0$   
8.  $h_x + h_y = 0$ 

Избавимся от неизвестных  $h_x = -h_y$  и  $e_y = e_x$ . Тогда получим 6 уравнений с 6-ю неизвестными:

1.	$-e_x \alpha \omega / \alpha - h_y + J_x = 0$	
2.	$-e_x \omega / \alpha - h_y + J_y = 0$	
3.	$-e_z \omega / \alpha + 2h_y + J_z = 0$	
4.	$-e_x + e_z - h_y \mu \omega / \alpha = 0$	(14)
5.	$e_x - e_z + h_y \mu \omega / \alpha = 0$	
7.	$2e_x + e_z = 0$	

Из 1, 2 следует, что  $J_y = J_x$ . Избавимся еще от  $e_z = -2e_x$ . Тогда получим:

1.	$-e_{x} \alpha \omega / \alpha - h_{y} + J_{x} = 0$	
3.	$2e_x \omega / \alpha + 2h_y + J_z = 0$	
4.	$-3e_x - h_y \mu \omega / \alpha = 0$	(15)
5.	$3e_x + h_y \mu \omega / \alpha = 0$	

Из 1, 3 следует, что  $J_z = -2J_x$ . Тогда получим:

1.	$-e_x \alpha \omega / \alpha - h_y + J_x = 0$	
5.	$3e_x + h_y \mu \omega / \alpha = 0$	(16)

Итак, решение имеет вид:

$$\boldsymbol{e}_{y} = \boldsymbol{e}_{x}, \qquad (21)$$

$$\boldsymbol{e}_{z} = -2\boldsymbol{e}_{x}, \qquad (22)$$

$$h_{y} = -\frac{3e_{x}\alpha}{\mu\omega},$$
(23)

$$h_x = -h_y, \tag{24}$$

$$h_z = 0, \tag{25}$$

$$J_{x} = e_{x} \varepsilon \omega / \alpha + h_{y} = e_{x} \left( \frac{\varepsilon \omega}{\alpha} - \frac{3\alpha}{\mu \omega} \right), \tag{26}$$

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{J}_{\boldsymbol{x}}, \tag{27}$$

$$J_z = -2J_x. \tag{28}$$

Следовательно,

$$J_x + J_y + J_z = 0 \tag{29}$$

Таким образом, при данном  $e_x$  и  $h_z = 0$  могут быть найдены остальные неизвестные.

Найдем проекции вектора плотности потока энергии

$$S_{x} = E_{y}H_{z} + E_{z}H_{y} = E_{z}H_{y} =$$

$$= e_{z}h_{y}\sin(\alpha x)\cos(\alpha x)\sin^{2}(\beta y)\cos^{2}(\gamma z)\sin(\omega t)\cos(\omega t) =$$

$$= \frac{e_{z}h_{y}}{4}\sin(2\alpha x)\sin^{2}(\beta y)\cos^{2}(\gamma z)\sin(2\omega t),$$

$$S_{y} = E_{x}H_{z} + E_{z}H_{x} = E_{z}H_{x} =$$

$$= e_{z}h_{x}\sin^{2}(\alpha x)\sin(\beta y)\cos(\beta y)\cos^{2}(\gamma z)\sin(\omega t)\cos(\omega t) =$$

$$= \frac{e_{z}h_{y}}{4}\sin^{2}(\alpha x)\sin(2\beta y)\cos^{2}(\gamma z)\sin(2\omega t),$$

$$S_{z} = E_{x}H_{y} - E_{y}H_{x} =$$

$$= e_{x}h_{y}\cos^{2}(\alpha x)\sin^{2}(\beta y)\cos(\gamma z)\sin(\gamma z)\sin(\omega t)\cos(\omega t) -$$

$$-e_{y}h_{x}\sin^{2}(\alpha x)\cos^{2}(\beta y)\sin(\gamma z)\cos(\gamma z)\sin(\omega t)\cos(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} e_{x}h_{y}\cos^{2}(\alpha x)\sin^{2}(\beta y) - \\ -e_{y}h_{x}\sin^{2}(\alpha x)\cos^{2}(\beta y) \end{bmatrix} \sin(2\gamma z)\sin(2\omega t).$$

Учитывая (21) и (24), получаем:

$$S_{z} = \frac{e_{x}h_{y}}{4} \begin{bmatrix} \cos^{2}(\alpha x)\sin^{2}(\beta y) - \\ -\sin^{2}(\alpha x)\cos^{2}(\beta y) \end{bmatrix} \sin(2\gamma z)\sin(2\omega t).$$

Таким образом, в электропроводном кубе может сохраняться электромагнитная энергия и пульсировать электротоки. Поскольку такой куб имеет электросопротивление, энергия в нем будет

расходоваться на тепловые потери и механическая целостность такого куба через некоторое время будет нарушена.

#### Литература

- 1. Капица П.Л. О природе шаровой молнии. ДАН СССР 1955. Том 1.
- 2. <u>http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php/Шаровая молния</u>
- Хмельник С. И. К вопросу о внутриядерных силах. «Доклады независимых авторов», изд. «ДНА», ISSN 2225-6717, Россия – Израиль, 2014, вып. 27, ISBN 978-1-312-19894-4, printed in USA, Lulu Inc., ID 14739921; http://vixra.org/pdf/1405.0296v2.pdf
- 4. Анатолий Мякеляйнен (Финляндия), Валерий Буераков (Украина). Полет на шаровой молнии, <u>https://drive.google.com/file/d/0B4rZDrYTBG\_pMFZ1RFNOd2</u> <u>hSTDA/edit</u>
- 5. Хмельник С. И. К теории хранителя вечного движения. «Доклады независимых авторов», изд. «ДНА», ISSN 2225-6717, Россия – Израиль, 2013, вып. 23, ISBN 978-1-300-55019-8, printed in USA, Lulu Inc., ID 13514159; <u>http://vixra.org/abs/1404.0086</u>
- 6. Хмельник С.И. Вариационный принцип экстремума в электромеханических и электродинамических системах. Publisher by "MiC", printed in USA, Lulu Inc., ID 1769875, Израиль, 2008, ISBN 978-0-557-04837-3.