Aceleração da Luz e dos Corpos num Campo Gravitacional Radial
(Acceleration of Light and Bodies in Gravitational Radial Field)

Valdir Monteiro dos Santos Godoi
valdir.msgodoi@gmail.com

RESUMO – Calculamos a aceleração da luz e dos corpos em geral sob a influência de um campo de gravidade estático e com simetria esférica, no vácuo, em um movimento radial.

ABSTRACT – Calculate the acceleration of light and bodies in general under the influence of a static gravitational field with spherical symmetry, in the vacuum and in a radial movement.

Palavras chaves: aceleração, velocidade, luz, corpos, gravidade, campo gravitacional, radial, movimento.

Keywords: acceleration, speed, light, bodies, gravity, gravitational field, radial movement.

Mais simples que viajar a Plutão é medir a velocidade da luz na superfície da Terra, e mais simples que medir a velocidade da luz é medir a velocidade de uma bolinha na superfície da Terra, e sua aceleração.

Em "*Espaço-Tempo e a Métrica de Schwarzschild"* obtivemos

$$dr = \sqrt{1 - \frac{2}{c^2}\Phi}\, d\rho, \tag{1}$$

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - \frac{2}{c^2}\Phi}}. \tag{2}$$

e daí

$$V_r = \frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{2}{c^2}\Phi\right)\frac{d\rho}{d\tau}, \tag{3}$$

velocidade V_r medida em um movimento radial sob um campo gravitacional estático com simetria esférica e origem no centro do sistema e onde $\frac{d\rho}{d\tau}$ é a respectiva velocidade medida na ausência do campo. Conforme temos adotado, $\Phi = \frac{GM}{r}$, o valor absoluto do potencial gravitacional.

Fazendo $\frac{d\rho}{d\tau} = c$ a velocidade da luz no vácuo, (3) fica igual a

$$c' = \left(1 - \frac{2}{c^2}\Phi\right)c = c - 2\frac{GM}{cr}, \tag{4}$$

ou seja, a velocidade c' da luz diminui quando a luz viaja radialmente sob a influência de um campo gravitacional, diminuição esta em relação à sua velocidade c sem campo de gravidade.

Mencionamos em nossa "*Nota sobre a Variabilidade da Velocidade da Luz"* que (4) corresponde a um movimento levemente acelerado, mas trata-se de uma aceleração maior do que os corpos materiais comuns têm na superfície da Terra.

Derivando (4) em relação ao tempo obtemos a aceleração radial do movimento da luz:

$$\frac{d}{dt}c' = -2\frac{GM}{c}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\right) = +2\frac{GM}{c}\frac{\dot{r}}{r^2}. \tag{5}$$

Fazendo $\dot{r} \approx c$ obtemos

$$\frac{d}{dt}c' \approx +2\frac{GM}{r^2}, \tag{6}$$

o dobro da aceleração que os corpos materiais normalmente têm num campo gravitacional, produzido pela massa *M*.

Fazendo $\dot{r} = c'$ em (5) temos, mais exatamente,

$$\frac{d}{dt}c' = +2\frac{GM}{c}\frac{c'}{r^2} = +2\frac{GM}{r^2}\left(1 - 2\frac{GM}{c^2 r}\right), \tag{7}$$

o que mostra que a aceleração da luz decresce com o aumento da distância ao centro. No infinito temos

$$\lim_{r\to\infty}\frac{d}{dt}c' = 0. \tag{8}$$

Resultado mais inesperado que o dado em (6) é a aceleração dos corpos ordinários neste campo gravitacional.

Fazendo $\frac{d\rho}{d\tau} = V_0$ em (3), a velocidade constante (por exemplo) que se obteria sem a influência da massa *M*, temos

$$\frac{d}{dt}V_r = \frac{d}{dt}\left(-\frac{2GM}{c^2 r}V_0\right) = -2GM\frac{V_0}{c^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\right) = +2GM\frac{V_0}{c^2}\frac{\dot{r}}{r^2}. \quad (9)$$

Fazendo então

$$\dot{r} = V_r = \left(1 - \frac{2}{c^2}\Phi\right)V_0 \qquad (10)$$

em (9), conforme (3), obtemos finalmente

$$a_r = \frac{d}{dt}V_r = +2\frac{GM}{r^2}\frac{V_0^2}{c^2}\left(1 - \frac{2}{c^2}\frac{GM}{r}\right), \qquad (11)$$

que é muito diferente do que se obtém experimentalmente na superfície da Terra,

$$a_r^{Newton} = \frac{GM}{r^2}. \qquad (12)$$

Este é um resultado fundamental sobre o espaço-tempo, que merece nossa reflexão. Parece razoavelmente aceitável quando $V_0 = c$, mas para pequenos valores de V_0, as velocidades habituais que estamos acostumados, por exemplo um lançamento de bolinhas para cima, ou uma queda livre em direção ao chão, fornece algo muito diferente do valor medido por nossas experiências, que na superfície da Terra é $a_r^{Newton} \approx 9{,}8\ m/s^2$.

Em especial, se $V_0 = 0$ temos $a_r = 0$, ou seja, corpos originalmente imóveis não teriam aceleração quando colocados neste campo. Difícil de acreditar, difícil de entender. Teríamos que imaginar talvez que na ausência de gravidade só existiria a velocidade da luz ($V_0 = c$), para que quando na presença desta força cheguemos a uma aceleração mais ou menos igual a que conhecemos (exceto pelo fator 2). Embora seja muito sedutor imaginar um mundo de luz, onde só grandes massas possam afetar esta velocidade, não creio que seja isso o mais sensato a concluir.

Vejamos a título de curiosidade: igualando (11) e (12) obtemos

$$V_0 \approx c\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7071c,$$

que seria então a velocidade aproximada que os corpos teriam num “mundo sem gravidade”, para que sob o efeito gravitacional adquiram a aceleração clássica, de Newton, dada por (12). Pura especulação; mais simples e lógico ficar sem a Relatividade.