For information write
To Valeriy B. Smolensky
E-mail: alphapi@yandex.ru

Вопрос: почему постоянная тонкой структуры именно такая? Ответ: потому что пространство трехмерно. Полное обоснование и доказательство в настоящей статье.

© В.Б. Смоленский

В рамках Пи-Теории фундаментальных физических констант обосновывается и доказывается целочисленная 3-х мерность пространства. На примере теоретического вывода фундаментальных физических констант – постоянной тонкой структуры α и аномалии магнитного момента электрона a_e – доказано, что только в случае трехмерного пространства константы α и a_e имеют именно такие численные значения и не изменяются со временем. Представлены полные аналитические выводы. Проделаны высокоточные теоретические расчеты и приведены их результаты. Проведено сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: Макс Борн, Р. Фейнман, теория возмущений, трехмерное пространство, квантовая электродинамика, вселенная.

1. Введение.

Состояние проблемы понимания физической природы постоянной тонкой структуры – безразмерной фундаментальной физической константы α и сложившуюся ситуацию с ее теоретическим определением в полной мере отражают актуальные и сегодня высказывания лауреатов Нобелевской премии по физике:

Макс Борн [1]:

“Более совершенная теория должна была бы вывести число α с помощью чисто математических рассуждений, не ссылаясь на результаты измерений”. “… то обстоятельство, что α имеет значение $\frac{1}{137}$, а не какое-нибудь другое, конечно же, является не делом случая, а законом природы. Ясно, что объяснение числа α есть одна из центральных проблем естествознания”.

Р. Фейнман [2]: “с тех пор, как оно было открыто… оно было загадкой. Всех искушенных физиков-теоретиков это число ставило в тупик и тем самым вызывало беспокойство. Непосредственно вам хотелось бы знать, откуда эта постоянная связи появилась: связана ли она с числом π или может быть она связана с натуральными логарифмами? Никто не знает”.

Авторы Берклеевского курса физики пишут [3]: “мы не располагаем теорией, которая предсказывала бы величину этой постоянной”.

В настоящей статье используется аналитический подход, т.е. все получаемые результаты – это решения соответствующих уравнений, причем в уравнениях отсутствуют свободные параметры (произвольные коэффициенты, вводимые для целей соответствия теоретических расчетов экспериментальным данным).

В виду важности проблемы теоретического определения α и a_e, приведены как окончательные, так и промежуточные результаты теоретических расчетов.

Предложенный в данной статье аналитический метод высокоточного определения α и a_e является альтернативой известному методу последовательных приближений теории возмущений квантовой электродинамики [9] и позволяет, при расчетах численных значений указанных констант, обойтись без трудоемких вычислительных и экспериментальных процедур.

2. Основные параметрические соотношения.

В Теории используются алгебраические уравнения с неизвестным x степени n [4, стр. 37] вида:

$$f(x) \equiv a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} \cdot x + a_n = 0 \qquad (a_0 \neq 0). \tag{2.1}$$

Здесь n – целое неотрицательное число, a_0, $a_1, \cdots$, a_n – действительные числа, $f(x)$ – многочлен степени n от одного переменного x вида [5, стр. 7]:

$$f(x) = (1+x)^n = 1 + n \cdot x + \frac{n \cdot (n-1)}{2!} \cdot x^2 + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3!} \cdot x^3 + \ldots + \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \cdot x^r + \ldots \tag{2.2}$$

Если n – целое положительное число, то выражение (2.2) состоит из конечного числа членов.

Алгебраическое уравнение вида (2.1) называется *действительным*, если все его коэффициенты a_i – *действительные числа*. Соответствующий действительный многочлен $f(x)$ вида (2.2), при всех действительных значениях x, принимает действительные значения [4, стр. 39].

В соответствии с теоремой Виета о корнях [6, стр. 121], уравнение (2.1) имеет ровно n корней, потому что его можно (единственным способом) представить в виде:

$$a_0 \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \ldots (x - x_n) = 0. \tag{2.3}$$

Числа x_1, x_2, …, x_n – корни уравнения (2.1).

Сумма корней (2.1) равна

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = -\frac{a_1}{a_0}, \tag{2.4}$$

а произведение корней равно

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = (-1)^n \cdot \frac{a_n}{a_0}. \tag{2.5}$$

В соответствии с известной теоремой Н. Абеля [7, стр. 27], ни для какого $n \geq 5$ *нельзя* указать формулу, которая выражала бы корни любого уравнения *n*-ой степени через его коэффициенты при помощи радикалов, т.е. действия извлечения корня и результата извлечения – получение числа вида $\sqrt[n]{a}$ [6, стр. 511].

Известно [4, стр. 38], что общие формулы, выражающие корни алгебраических уравнений через их коэффициенты и содержащие только *конечное число* операций сложений, вычитаний, умножений, делений и извлечений корня, существуют только для уравнений степени $n \leq 4$.

В Теории используются только *действительные* алгебраические уравнения вида (2.1) степени $n \leq 4$.

Запишем уравнение:

$$k_{\pi 0}^{n-1} \cdot \lambda_\pi \cdot \left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^n = \left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^n \cdot \lambda_{\pi 0}^n. \tag{2.6}$$

Обозначим в (2.6):

$$k_{\pi 0} = \lambda_\pi \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi; \tag{2.7}$$

$$\lambda_{\pi 0}^n = \pi^{n-1} \cdot k_{\pi 0}^n. \tag{2.8}$$

где:

π, α_π, β_π, $\vartriangle y_\pi$ – безразмерные параметры;

$k_{\pi 0}$; λ_π и $\lambda_{\pi 0}$ – параметры, имеющие размерность длины;

$n = 1, 2, 3, \ldots$ – числа натурального ряда.

Запишем (2.6) в виде

$$\frac{\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^n}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^n} \cdot k_{\pi 0}^{n-1} \cdot \lambda_\pi = \lambda_{\pi 0}^n. \tag{2.9}$$

Обозначим левую часть уравнения (2.9) как

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^n}{\left(\sqrt{2}\cdot \pi_x\right)^n} \cdot k_{\pi 0}^{n-1}, \tag{2.10}$$

тогда (2.9) запишется:

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} \cdot \lambda_\pi = \lambda_{\pi 0}^{n}. \tag{2.11}$$

С учетом (2.7), (2.10) запишется как

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^n \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^{n-1}}{\left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^n} \cdot \lambda_\pi^{n-1}. \tag{2.12}$$

В то же время, с учетом (2.7), (2.8) и (2.11), $\lambda_{\pi S}^{n-1}$ в (2.12) запишется как

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} = \pi^{n-1}\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^n \cdot \lambda_\pi^{n-1}. \tag{2.13}$$

Приравняем (2.12) и (2.13), получим:

$$\frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^n \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^{n-1}}{\left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^n} \cdot \lambda_\pi^{n-1} = \pi^{n-1} \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^n \cdot \lambda_\pi^{n-1}. \tag{2.14}$$

Преобразуя (2.14), получим:

$$\left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^n \cdot \pi^{n-1} \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right) = \left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^n. \tag{2.15}$$

Запишем уравнение (2.6) для размерности пространства $n = 3$:

$$k_{\pi 0}^2 \cdot \lambda_\pi \cdot \left(1+ y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 = \left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^3 \cdot \lambda_{\pi 0}^3, \tag{2.16}$$

тогда (2.8) запишется как

$$\lambda_{\pi 0}^3 = \pi^2 \cdot k_{\pi 0}^3. \tag{2.17}$$

Запишем (2.16) как

$$\frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^3} \cdot k_{\pi 0}^2 \cdot \lambda_\pi = \lambda_{\pi 0}^3. \tag{2.18}$$

Обозначим в (2.18) площадь s_π как

$$s_\pi = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^3} \cdot k_{\pi 0}^2, \tag{2.19}$$

тогда (2.18), с учетом (2.19), запишется как

$$s_\pi \cdot \lambda_\pi = \lambda_{\pi 0}^3. \tag{2.20}$$

С учетом (2.7), (2.19) запишется как

$$s_\pi = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left(\sqrt{2}\cdot \pi\right)^3} \cdot \lambda_\pi^2. \tag{2.21}$$

В то же время, с учетом (2.7), (2.17) и (2.20), площадь s_π можно записать как

$$s_\pi = \pi^2 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^3 \cdot \lambda_\pi^2. \tag{2.22}$$

В (2.22) элементарный скалярный объем $v_{\pi s}$ равен

$$v_{\pi s} = \pi^2 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^3 = \pi^2 \cdot r_{\pi s}^3. \tag{2.23}$$

Элементарный скалярный радиус $r_{\pi s}$ в (2.23) равен

$$r_{\pi s} = \alpha_\pi \cdot \beta_\pi. \tag{2.24}$$

Элементарный метрический объем v_π, с учетом (2.17), (2.20) и (2.22), запишется как

$$v_\pi = \pi^2 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^3 \cdot \lambda_\pi^3. \tag{2.25}$$

Приравняв (2.21) и (2.22), получим:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3. \tag{2.26}$$

Правая часть (2.26) представляет собой многочлен (2.2) для случая $n = 3$:

$$(1+x)^3 = 1 + 3 \cdot x + 3 \cdot x^2 + x^3. \tag{2.27}$$

Обозначив $x = \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi$, запишем (2.27) в виде

$$\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 = 1 + 3 \cdot \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi + 3 \cdot \vartriangle y_\pi^2 \cdot \alpha_\pi^2 + \vartriangle y_\pi^3 \cdot \alpha_\pi^3. \tag{2.28}$$

Рассмотрим три случая для уравнения (2.26):

1. Если $\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 < 0$; $\pi > 0$, то (2.26) запишется как

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \left[-\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)\right] = -\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3. \tag{2.29}$$

Тогда (2.21) запишется в виде:

$$s_\pi = \frac{-\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left[-\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)\right]^2}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3} \cdot \lambda_\pi^2. \tag{2.30}$$

Если

$$\frac{-\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left[-\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)\right]^2}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3} = -1, \tag{2.31}$$

то (2.30) запишется как

$$s_\pi = -\lambda_\pi^2. \tag{2.32}$$

Если площадь $s_\pi < 0$, то метрического интервала λ_π не существует, т.к. нельзя извлечь корень из отрицательной величины и получить действительное число, т.е. число $\sqrt{-\lambda_\pi^2}$ не существует.

2. Если $\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 < 0$; $\pi < 0$, то (2.26) запишется как

$$\left[\sqrt{2} \cdot (-\pi)\right]^3 \cdot (-\pi)^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = -\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3. \tag{2.33}$$

Тогда (2.21) запишется в виде

$$s_\pi = \frac{-\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left[\sqrt{2} \cdot (-\pi)\right]^3} \cdot \lambda_\pi^2. \tag{2.34}$$

Если

$$\frac{-\left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left[\sqrt{2} \cdot (-\pi)\right]^3} = 1, \tag{2.35}$$

то (2.34) запишется как

$$s_\pi = \lambda_\pi^2. \tag{2.36}$$

Получается, что в этом случае $s_\pi > 0$ и метрический интервала λ_π существует, но, если $\pi < 0$, то например [8, стр. 176], пусть требуется решить неполное квадратное уравнение вида:

$$x^2 = \pi. \tag{2.37}$$

Геометрически это означает найти длину стороны квадрата, равного по площади кругу с радиусом 1. Если $\pi < 0$, то решение уравнения (2.36) запишется как

$$x = \sqrt{-\pi}. \tag{2.38}$$

В этом случае, уравнение (2.36) не может иметь никакого положительного и никакого отрицательного действительного корня, т.е. действительное число $\sqrt{-\pi}$ не существует.

3. Если $\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 > 0$, $\pi > 0$ то (2.26) запишется как:

$$\left(+\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = +\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3. \tag{2.39}$$

Тогда (2.23) запишется в виде

$$s_\pi = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3} \cdot \lambda_\pi^2. \tag{2.40}$$

Если

$$\frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3} = 1, \tag{2.41}$$

то (2.40) запишется как

$$s_\pi = \lambda_\pi^2. \tag{2.42}$$

Получается, что в случае $s_\pi > 0$; $\pi > 0$ метрический интервал λ_π существует.

Из рассмотрения вариантов делаем следующий вывод:

Должны выполняться абсолютно неравенства:

$$\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 > 0; \tag{2.43}$$

$$\pi > 0. \tag{2.44}$$

С учетом (2.43), из (2.26) следует, что должно абсолютно выполняться равенство:

$$\left(+\alpha_\pi\right)\cdot\left(+\beta_\pi\right) = \left(-\alpha_\pi\right)\cdot\left(-\beta_\pi\right)$$

С точки зрения симметрии, должны выполняться равенства:

$$\left(1+\left|\vartriangle y_\pi\right|\cdot\left|\alpha_\pi\right|\right)^3 = \begin{cases} \left[1+\left(+\vartriangle y_\pi\right)\cdot\left(+\alpha_\pi\right)\right]^3 & (2.45) \\ \left[1+\left(-\vartriangle y_\pi\right)\cdot\left(-\alpha_\pi\right)\right]^3 & (2.46) \end{cases}$$

Запишем (2.26) в виде:

$$\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi - \left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 = 0. \tag{2.47}$$

Обозначим безразмерные параметры:

$$\beta_\pi = 1 + \beta_{\pi 0}; \tag{2.48}$$

$$\varphi_\pi = \frac{\alpha_\pi}{\beta_{\pi 0}}. \tag{2.49}$$

Из (2.26) запишем β_π:

$$\beta_\pi = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi}. \tag{2.50}$$

Учитывая (2.48) запишем $\beta_{\pi 0}$:

$$\beta_{\pi 0} = \frac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi} - 1. \tag{2.51}$$

Тогда, имея в виду (2.49) и (2.51), φ_π запишется как

$$\varphi_\pi = \frac{\alpha_\pi}{\dfrac{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi} - 1} \tag{2.52}$$

или

$$\varphi_\pi = \frac{\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi^2}{\left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 - 1}. \tag{2.53}$$

Из (2.53) следует, что:

$$\varphi_\pi \begin{cases} > 0, \text{ если } \left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 > 1, \quad (\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi > 0). \\ = \infty, \text{ если } \left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 = 1, \quad (\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi = 0). \\ < 0, \text{ если } \left(1+\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 < 1, \quad (\vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi < 0). \end{cases} \tag{2.54}$$

С учетом (2.48) и (2.49), произведение α_π и β_π запишется как

$$\frac{\alpha_\pi^2}{\varphi_\pi} + \alpha_\pi = \alpha_\pi \cdot \beta_\pi \tag{2.55}$$

Или

$$\frac{\alpha_\pi^2}{\varphi_\pi} + \alpha_\pi - \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = 0. \tag{2.56}$$

Уравнение (2.56) – алгебраическое уравнение 2-й степени, записываемое в общем виде [6, стр. 262]:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, \quad (a \neq 0). \tag{2.57}$$

Корни уравнения (2.57) определяются из формулы:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a \cdot c}}{2\cdot a}. \tag{2.58}$$

Дискриминант D уравнения (2.57):

$$D = \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}. \tag{2.59}$$

С учетом (2.4) и (2.5):

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \tag{2.60}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \tag{2.61}$$

Если уравнение (2.57) действительно и $D > 0$, то его корни x_1 и x_2 действительные и различные. Если $D = 0$, то $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2\cdot a}$. Случай, когда $D < 0$ в Теории не рассматривается.

Определим корни уравнения (2.56) как:

$$\alpha_{\pi 1} = \varphi_\pi \cdot \frac{-1 + \sqrt{1 + \dfrac{4\cdot\alpha_\pi\cdot\beta_\pi}{\varphi_\pi}}}{2}; \tag{2.62}$$

$$\alpha_{\pi 2} = \varphi_\pi \cdot \frac{-1 - \sqrt{1 + \dfrac{4\cdot\alpha_\pi\cdot\beta_\pi}{\varphi_\pi}}}{2}. \tag{2.63}$$

С учетом (2.48) и (2.49), произведение $\alpha_\pi \cdot \beta_\pi$ можно записать в виде:

$$\alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 0} + \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 0}^2 \tag{2.64}$$

или, поделив (2.64) на φ_π, запишем (2.64) как

$$\beta_{\pi 0}^2 + \beta_{\pi 0} - \frac{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\varphi_\pi} = 0. \tag{2.65}$$

Корни уравнения (2.65):

$$\beta_{\pi 01} = \frac{-1 + \sqrt{1 + \dfrac{4 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\varphi_\pi}}}{2}; \tag{2.66}$$

$$\beta_{\pi 02} = \frac{-1 - \sqrt{1 + \dfrac{4 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\varphi_\pi}}}{2}. \tag{2.67}$$

С учетом (2.66) и (2.67), запишем (2.62) и (2.63) как:

$$\alpha_{\pi 1} = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 01}; \tag{2.68}$$

$$\alpha_{\pi 2} = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 02}. \tag{2.69}$$

В виду того, что $\beta_{\pi 01} + \beta_{\pi 02} = -1$ и $\beta_{\pi 02} = \beta_\pi = -\left(1 + \beta_{\pi 01}\right)$, (2.62) и (2.63) запишутся как

$$\alpha_{\pi 1} = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 0}; \tag{2.70}$$

$$\alpha_{\pi 2} = \varphi_\pi \cdot \beta_\pi. \tag{2.71}$$

Запишем (2.47), с учетом (2.28), (2.48) и (2.49) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\alpha_\pi^2}{\varphi_\pi} + \left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi - 1 - 3 \cdot \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi - 3 \cdot \vartriangle y_\pi^2 \cdot \alpha_\pi^2 - \vartriangle y_\pi^3 \cdot \alpha_\pi^3 = 0. \tag{2.72}$$

Сгруппировав члены уравнений (2.72), получим:

$$-\vartriangle y_\pi^3 \cdot \alpha_\pi^3 + \left[\frac{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2}{\varphi_\pi} - 3 \cdot \vartriangle y_\pi^2\right] \cdot \alpha_\pi^2 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 - 3 \cdot \vartriangle y_\pi\right] \cdot \alpha_\pi - 1 = 0. \tag{2.73}$$

Уравнение (2.72) – алгебраическое уравнение 3-й степени и записывается как [6, стр. 304]:

$$a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d = 0, \qquad a \neq 0. \tag{2.74}$$

Сумма и произведение корней (2.73), в соответствии с (2.4) и (2.5):

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}; \tag{2.75}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}. \tag{2.76}$$

Заменяя в (2.74) x новым неизвестным y, связанным с x равенством

$$x = y - \frac{b}{3a}, \tag{2.77}$$

уравнение (2.74) приводится к более простому (каноническому) виду:

$$y^3 + p \cdot y + q = 0. \tag{2.78}$$

В (2.78):

$$p = -\frac{b^2}{3 \cdot a^2} + \frac{c}{a}; \tag{2.79}$$

$$q = \frac{2 \cdot b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{b \cdot c}{3 \cdot a^2} + \frac{d}{a}. \tag{2.80}$$

Если коэффициенты уравнения (2.74) действительные числа, то вопрос о характере его корней зависит от знака выражения

$$Q = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}. \tag{2.81}$$

Если $Q > 0$, то уравнение (2.74) имеет три различных корня, причем один из них действительный, а два других – сопряженные комплексные.

Если $Q = 0$, то все три корня действительные, два из них равны.

Если $Q < 0$, (“неприводимый” случай), то все три корня действительные и различные.

Для случая $p = 0$ (2.78) запишется:

$$y^3 + q = 0, \tag{2.82}$$

$$y^3 = -q = -\left(\frac{2 \cdot b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{b \cdot c}{3 \cdot a^2} + \frac{d}{a} \right) \tag{2.83}$$

Чтобы выполнялось $y^3 > 0$ для действительного значения y, необходимо выполнение условия $-q > 0$, т.е. $q < 0$.

Для $p = 0$ (2.79) запишется как

$$0 = -\frac{b^2}{3a^2} + \frac{c}{a} \tag{2.84}$$

Или

$$c = \frac{b^2}{3 \cdot a}. \tag{2.85}$$

С учетом (2.85), (2.80) запишется как

$$q = -\frac{b^3}{27 \cdot a^3} + \frac{d}{a}. \tag{2.86}$$

С учетом (2.86), (2.83) запишется как

$$y^3 = -q = -\left(-\frac{b^3}{27 \cdot a^3} + \frac{d}{a} \right) \tag{2.87}$$

или

$$y^3 = \frac{b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{d}{a}, \tag{2.88}$$

тогда y:

$$y = \sqrt[3]{\frac{b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{d}{a}} \tag{2.89}$$

и (2.77) запишется как

$$x = \sqrt[3]{\frac{b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{d}{a}} - \frac{b}{3a}. \tag{2.90}$$

Запишем (2.26) в виде

$$\left(1 + \left|\vartriangle y_{\pi x}\right| \cdot \left|\alpha_{\pi x}\right|\right)^3 = k_{\pi\alpha x} \qquad \left(k_{\pi\alpha x} > 0\right). \tag{2.91}$$

Отметим, что, в соответствии с (2.43), $k_{\pi\alpha x} > 0$.

С учетом (2.28), запишем (2.91):

$$\vartriangle y_{\pi x}^3 \cdot \alpha_{\pi x}^3 + 3 \cdot \vartriangle y_{\pi x}^2 \cdot \alpha_{\pi x}^2 + 3 \cdot \vartriangle y_{\pi x} \cdot \alpha_{\pi x} + 1 - k_{\pi\alpha x} = 0. \tag{2.92}$$

В (2.92): $\quad a = \vartriangle y_{\pi x}^3;\ b = 3 \cdot \vartriangle y_{\pi x}^2;\ c = 3 \cdot \vartriangle y_{\pi x};\ d = 1 - k_{\pi\alpha x}.$ $\quad$ (2.93)

С учетом (2.93), запишем (2.87):

$$y^3 = \frac{k_{\pi\alpha x}}{\vartriangle y_{\pi x}^3}. \tag{2.94}$$

$$\frac{b}{3a} = \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}}. \qquad (2.95)$$

С учетом (2.86) и (2.95), запишем (2.90) как

$$\alpha_{\pi x} = \sqrt[3]{\frac{k_{\pi\alpha x}}{\vartriangle y_{\pi x}^3}} - \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \qquad (2.96)$$

и в виде

$$\alpha_{\pi x} = \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \cdot \left(\sqrt[3]{k_{\pi\alpha x}} - 1\right). \qquad (2.97)$$

Известно [4, стр. 37], что решить уравнение вида

$$f(x) = 0. \qquad (2.98)$$

с неизвестным x – значит найти значения x (корни уравнения, *нули* функции $f(x)$), удовлетворяющие (2.98). Решение можно проверить подстановкой.

Неполное квадратное уравнение можно записать в виде [8, стр. 174]:

$$x^2 = m \qquad (m \text{ – известная величина}). \qquad (2.99)$$

Решение уравнения (2.99) имеет вид:

$$x = \sqrt{m}. \qquad (2.100)$$

Возможны три случая:

1. Если $m > 0$, то квадратный корень $\sqrt{m}$ уравнения (2.99) может иметь два действительных значения: одно положительное, другое отрицательное. Абсолютные величины этих значений одинаковы:

$$x_1 = +\sqrt{m}; \qquad (2.100)$$

$$x_2 = -\sqrt{m}. \qquad (2.101)$$

$$x^2 \neq x_1 \cdot x_2 \qquad (2.102)$$

2. Если $m < 0$, то уравнение (2.99) не может иметь никакого положительного и никакого отрицательного действительного корня, т.е. действительное значение $\sqrt{-m}$ не существует и уравнение

$$x^2 = -m. \qquad (2.103)$$

не имеет действительного корня.

3. Если $m = 0$, то и $x = 0$.

Запишем биквадратное уравнение в виде:

$$x^4 = \sigma, \quad \sigma > 0 \quad (\sigma \text{ – известная величина}). \qquad (2.104)$$

Введя новую переменную $y = x^2$, запишем (2.104)) как

$$y^2 = \sigma. \qquad (2.105)$$

Решением (2.105) будут два действительных значения корня $\sqrt{\sigma}$:

$$y_1 = +\sqrt{\sigma}; \qquad (2.106)$$

$$y_2 = -\sqrt{\sigma}. \qquad (2.107)$$

Введя новую переменную $y_1 = z^2$, запишем (2.106) как

$$z^2 = +\sqrt{\sigma}. \qquad (2.108)$$

Решением (2.108) будут два действительных значения корня $\sqrt[4]{\sigma}$:

$$z_1 = +\sqrt[4]{\sigma}, \qquad (2.109)$$

$$z_2 = -\sqrt[4]{\sigma}. \qquad (2.110)$$

Запишем уравнение

$$\sqrt[2n]{m} = z^{2n} \qquad (z - \text{известная величина}). \tag{2.111}$$

В (2.111), при любом знаке z, всегда найдется соответствующее действительное значение $m > 0$.
Запишем, с учетом (2.95), решения (2.77) уравнения (2.78) [4, стр. 44]:
1. Для случая $Q < 0$, $p < 0$:

$$y_1 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos\frac{\alpha}{3}, \tag{2.112}$$

$$y_{2,3} = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{3} \pm \frac{\pi}{3}\right), \tag{2.113}$$

где

$$\cos\alpha = -\frac{q}{2 \cdot \sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}. \tag{2.114}$$

$$x_1 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos\frac{\alpha}{3} - \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \tag{2.115}$$

$$x_2 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \tag{2.116}$$

$$x_2 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \tag{2.117}$$

2. Для случая $Q \geq 0$, p>0:

$$y_1 = -2 \cdot \sqrt{\frac{p}{3}} \cdot \mathrm{c}tg2\alpha, \tag{2.118}$$

$$tg\alpha = \sqrt[3]{tg\frac{\beta}{2}} \quad \left(|\alpha| \leq \frac{\pi}{4}\right), \quad \mathrm{tg}\beta = \frac{2}{\mathrm{q}}\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3} \quad \left(|\beta| \leq \frac{\pi}{2}\right). \tag{2.119}$$

$$x_1 = -2 \cdot \sqrt{\frac{p}{3}} \cdot \mathrm{c}tg2\alpha - \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \tag{2.120}$$

3. Для случая $Q \geq 0$, p<0:

$$y_1 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos ec2\alpha, \tag{2.121}$$

где

$$tg\alpha = \sqrt[3]{tg\frac{\beta}{2}} \quad \left(|\alpha| \leq \frac{\pi}{4}\right), \quad \sin\beta = \frac{2}{\mathrm{q}}\sqrt{\left(-\frac{p}{3}\right)^3} \quad \left(|\beta| \leq \frac{\pi}{2}\right). \tag{2.122}$$

$$x_1 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos ec2\alpha - \frac{1}{\vartriangle y_{\pi x}} \tag{2.123}$$

Во всех случаях берется действительное значение кубичного корня.

3. Определение безразмерных параметров. Точные решения.

Запишем уравнение (2.26) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta}_{\pi} = \left(1 + \vartriangle y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0}\right)^3. \tag{3.1}$$

где:

$$\overline{\beta}_{\pi} = 1 + \overline{\beta}_{\pi 0}. \tag{3.2}$$

Имея в виду (2.101) – (2.106):

$$\vartriangle y_{\pi 0}^{4} = 2 \cdot \pi . \tag{3.3}$$

Корнями уравнения (3.3) будут:

$$\vartriangle y_{\pi 01}^{(+)} = +\sqrt[4]{2 \cdot \pi} ; \tag{3.4}$$

$$\vartriangle y_{\pi 02}^{(-)} = -\sqrt[4]{2 \cdot \pi} . \tag{3.5}$$

$$\varphi_{\pi 0} = \frac{\alpha_{\pi 0}}{\overline{\beta}_{\pi 0}} = \sqrt{2} \cdot \pi_{x} . \tag{3.6}$$

Уравнение (3.1), с учетом (2.28), (3.2), (3.4), (3.5) и (3.6) запишется как

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^{3} \cdot \pi^{2} \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \left(1 + \frac{\alpha_{\pi 0}}{\varphi_{\pi 0}}\right) = 1 + 3 \cdot \vartriangle y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0} + 3 \cdot \vartriangle y_{\pi 0}^{2} \cdot \alpha_{\pi 0}^{2} + \vartriangle y_{\pi 0}^{3} \cdot \alpha_{\pi 0}^{3} \tag{3.7}$$

или

$$-\vartriangle y_{\pi 0}^{3} \cdot \alpha_{\pi 0}^{3} + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^{2} \cdot \pi^{2} - 3 \cdot \vartriangle y_{\pi 0}^{2}\right] \cdot \alpha_{\pi 0}^{2} + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^{2} \cdot \pi^{2} - 3 \cdot \vartriangle y_{\pi 0}\right] \cdot \alpha_{\pi 0} - 1 = 0 . \tag{3.8}$$

Используя известные методы решения, найдем действительные корни кубического уравнения (3.8).
Исходные данные:

$$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327 95 \tag{3.9}$$

$$\left|\vartriangle y_{\pi 0}\right| = 1{,}5832334870861595385799030344546 \tag{3.10}$$

$$\varphi_{\pi 0} = 4{,}4428829381583662470158809900607 \tag{3.11}$$

Результаты расчетов:

1. Если $\vartriangle y_{\pi 0} = \vartriangle y_{\pi 01}^{(+)}$, то:

$$\alpha_{\pi 01}^{(+)} = x_{1} = 51{,}414016568864422351678718564 29 \tag{3.12}$$

$$\alpha_{\pi 02}^{(+)} = x_{2} = 1{,}1614102380397693196470550905733 \cdot 10^{-3} \tag{3.13}$$

$$\alpha_{\pi 03}^{(-)} = x_{3} = -4{,}2198587622313012311206388182648 \tag{3.14}$$

$$\overline{\beta}_{\pi 01}^{(+)} = \frac{\alpha_{\pi 01}^{(+)}}{\varphi_{\pi 0}} = 11{,}572219499030107774577904477118; \tag{3.15}$$

$$\overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)} = \frac{\alpha_{\pi 02}^{(+)}}{\varphi_{\pi 0}} = 2{,}6140914676477819324851487686429 \cdot 10^{-4}; \tag{3.16}$$

$$\overline{\beta}_{\pi 03}^{(-)} = \frac{\alpha_{\pi 03}^{(-)}}{\varphi_{\pi 0}} = -0{,}94980192387884262212525641713917. \tag{3.17}$$

2. Если $\vartriangle y_{\pi 0} = \vartriangle y_{\pi 02}^{(-)}$, то:

$$\alpha_{\pi 01}^{(+)/} = x_{1}^{/} = 1{,}1487396880340853310189987 3 \cdot 10^{-3} ; \tag{3.18}$$

$$\alpha_{\pi 02}^{(-)/} = x_{2}^{/} = -31{,}074360458860292257761081821577; \tag{3.19}$$

$$\alpha_{\pi 03}^{(-)/} = x_{3}^{/} = -31{,}849773867456311576259354510 08. \tag{3.20}$$

Запишем уравнение (2.26) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^{3} \cdot \pi^{2} \cdot \alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} = \left(1 + \vartriangle y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}\right)^{3} . \tag{3.21}$$

Запишем уравнение:

$$x_{\pi\beta}^{2} = \beta_{\pi e}^{2} . \tag{3.22}$$

Уравнение (3.22), вида (2.99) и имеет два действительных значения корня $x_{\pi\beta} = \pm\sqrt{\beta_{\pi e}^{2}}$:

$$x_{\pi\beta 1} = \beta_{\pi e1}^{(+)} = 1 + \frac{\overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}}{\left(1 + \overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}\right)^3} = 1{,}00026120424967202288208493046 45; \quad (3.23)$$

$$x_{\pi\beta 2} = \beta_{\pi e2}^{(-)} = -\left[1 + \frac{\overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}}{\left(1 + \overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}\right)^3}\right] = -\,1{,}0002612042496720228820849304645. \quad (3.24)$$

Преобразуя, приведем (3.21) к виду:

$$-\vartriangle y_{\pi e}^3 \cdot \alpha_{\pi e}^3 - 3 \cdot \vartriangle y_{\pi e}^2 \cdot \alpha_{\pi e}^2 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \beta_{\pi e} - 3 \cdot \vartriangle y_{\pi e}\right] \cdot \alpha_{\pi e} - 1 = 0\,. \quad (3.25)$$

Определим коэффициент $\vartriangle y_{\pi e}$.

Запишем уравнение:

$$\frac{1}{\varphi_{\pi 0}} \cdot \alpha_{\pi x}^2 + \alpha_{\pi x} = \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} \quad (3.26)$$

или

$$\frac{1}{\varphi_{\pi 0}} \cdot \alpha_{\pi x}^2 + \alpha_{\pi x} - \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 0\,. \quad (3.27)$$

С учетом (2.58), отношение корней уравнения (3.27) запишется как:

$$\Delta_{\pi x} = \frac{\alpha_{\pi x 2}}{\alpha_{\pi x 1}} = \frac{-1 - \sqrt{1 + \dfrac{4 \cdot \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)}}{\sqrt{2} \cdot \pi_x}}}{-1 + \sqrt{1 + \dfrac{4 \cdot \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)}}{\sqrt{2} \cdot \pi_x}}}\,. \quad (3.28)$$

$$\vartriangle y_{\pi e1,2} = \frac{\Delta_{\pi x}}{\vartriangle y_{\pi 0}^3}, \qquad (\Delta_{\pi x} < 0)\,. \quad (3.29)$$

Имея в виду (3.4) и (3.5), запишем для $\vartriangle y_{\pi e}$:

$$\vartriangle y_{\pi e1}^{(-)} = \frac{\Delta_{\pi x}}{\vartriangle y_{\pi 01}^{(+)3}} = -\,1{,}583073608067288561551448269766; \quad (3.30)$$

$$\vartriangle y_{\pi e2}^{(+)} = \frac{\Delta_{\pi x}}{\vartriangle y_{\pi 02}^{(-)3}} = 1{,}583073608067288561551448269766. \quad (3.31)$$

Используя известные методы решения, найдем действительные корни уравнения (3.25).

Исходные данные:

$$\varphi_{\pi 0} = 4{,}442882938158366247015880990060 7; \quad (3.32)$$

$$\beta_{\pi e} = 1{,}0002612042496720228820849304645; \quad (3.33)$$

$$\vartriangle y_{\pi e} = 1{,}583073608067288561551448269766. \quad (3.34)$$

Результаты расчетов:

1. Если $\vartriangle y_{\pi e} = \vartriangle y_{\pi e}^{(+)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(+)}$, то:

$$\alpha_{\pi e1}^{(+)} = x_{e1} = 13{,}814165189147504446752717935587; \quad (3.35)$$

$$\alpha_{\pi e2}^{(+)} = x_{e2} = 1{,}1614098279067621100926220676 88 \cdot 10^{-3}; \quad (3.36)$$

$$\alpha_{\pi e3}^{(-)} = x_{e3} = -\,15{,}710374299039453313840730335841. \quad (3.37)$$

2. Если $\vartriangle y_{\pi e} = \vartriangle y_{\pi e}^{(+)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(-)}$, то:

$$\alpha_{\pi e1}^{(-)/} = x_{e1}^{/} = -\,1{,}1487372952984152295771611 33 \cdot 10^{-3}\,. \quad (3.38)$$

3. Если $\vartriangle y_{\pi e} = \vartriangle y_{\pi e}^{(-)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(-)}$, то:

$$\alpha_{\pi e1}^{(+)//} = x_{e1}^{//} = 15{,}710374299039453313840730335842; \quad (3.39)$$

$$\alpha_{\pi e2}^{(-)//} = x_{e2}^{//} = -1{,}161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (3.40)$$

$$\alpha_{\pi e3}^{(-)//} = x_{e3}^{//} = -13{,}814165189147504446752717935587. \quad (3.41)$$

4. Если $\vartriangle y_{\pi e} = \vartriangle y_{\pi e}^{(-)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(+)}$, то:

$$\alpha_{\pi e1}^{(+)///} = x_{e1}^{///} = 1{,}148737295298415229577161148133 6\cdot 10^{-3}. \quad (3.42)$$

Запишем (2.56), в виде:

$$\frac{\alpha_{\pi 0x}^2}{\varphi_{\pi 0}} + \alpha_{\pi 0x} - \alpha_{\pi 02}^{(+)} \cdot \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 0. \quad (3.43)$$

Определим корни уравнения (3.43).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 02}^{(+)} = 1{,}161410238039769319647055090573 3 \cdot 10^{-3}; \quad (3.44)$$

$$\overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 1{,}000261409146764778193248514876 9; \quad (3.45)$$

$$\varphi_{\pi 0} = 4{,}442882938158366247015880990060 7. \quad (3.46)$$

Результаты расчетов:

$$\alpha_{\pi 0x1}^{(+)} = 1{,}161410238039769319647055090571 6 \cdot 10^{-3}; \quad (3.47)$$

$$\alpha_{\pi 0x2}^{(-)} = -4{,}444044348396406016335528045149 6; \quad (3.48)$$

$$\overline{\beta}_{\pi 2}^{(-)} = \frac{\alpha_{\pi 0x2}^{(-)}}{\varphi_{\pi 0}} = -1{,}000261409146764778193248514876 5. \quad (3.49)$$

Запишем (2.65) в виде:

$$\overline{\beta}_{\pi x}^2 + \overline{\beta}_{\pi x} - \frac{\alpha_{\pi 02}^{(+)} \cdot \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)}}{\varphi_{\pi 0}} = 0. \quad (3.50)$$

Определим корни уравнения (3.50).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 02}^{(+)} = 1{,}161410238039769319647055090573 3 \cdot 10^{-3}; \quad (3.51)$$

$$\overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 1{,}000261409146764778193248514876 9; \quad (3.52)$$

$$\varphi_{\pi 0} = 4{,}442882938158366247015880990060 7. \quad (3.53)$$

Результаты расчетов:

$$\overline{\beta}_{\pi x1}^{(+)} = 2{,}614091467647781932485148765 \cdot 10^{-4}; \quad (3.54)$$

$$\overline{\beta}_{\pi x2}^{(-)} = -1{,}000261409146764778193248514876 5. \quad (3.55)$$

Запишем (2.56) в виде:

$$\frac{\alpha_{\pi ex}^2}{\varphi_{\pi e}} + \alpha_{\pi ex} - \alpha_{\pi e2}^{(+)} \cdot \beta_{\pi e}^{(+)} = 0. \quad (3.56)$$

Определим корни уравнения (3.56).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi e2}^{(+)} = 1{,}161409827906762110092622066972 5 \cdot 10^{-3}; \quad (3.57)$$

$$\beta_{\pi e}^{(+)} = 1{,}000261204249672022882084930464 5; \quad (3.58)$$

$$\varphi_{\pi e} = 4{,}446366509599551244304678220381 2. \quad (3.59)$$

Результаты расчетов:

$$\alpha_{\pi ex1}^{(+)} = 1{,}161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (3.60)$$

$$\alpha^{(-)}_{\pi ex2} = \varphi_{\pi e} \cdot \left(-\beta^{(+)}_{\pi e}\right) = -\,4{,}4475279194274580064147708424466. \qquad (3.61)$$

Запишем (2.65) в виде:

$$\beta^2_{\pi ex} + \beta_{\pi ex} - \frac{\alpha^{(+)}_{\pi e2} \cdot \beta^{(+)}_{\pi e}}{\varphi_{\pi e}} = 0\,. \qquad (3.62)$$

Определим корни уравнения (3.62).

Исходные данные:

$$\alpha^{(+)}_{\pi e2} = 1{,}1614098279067621100926220676 88 \cdot 10^{-3}\,; \qquad (3.63)$$

$$\beta^{(+)}_{\pi e} = 1{,}0002612042496720228820849304645; \qquad (3.64)$$

$$\varphi_{\pi e} = 4{,}4463665095995512443046782203812. \qquad (3.65)$$

Результаты расчетов:

$$\beta^{(+)}_{\pi ex1} = 2{,}6120424967202288208493046446 \cdot 10^{-4}\,; \qquad (3.66)$$

$$\beta^{(-)}_{\pi ex2} = -\,1{,}0002612042496720228820849304 6446. \qquad (3.67)$$

Далее, определим постоянную масштабной инвариантности $f_{\pi s}$.

Запишем уравнение:

$$\frac{1 + \vartriangle y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0}}{1 + \vartriangle y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}} = \frac{\left(1 + \vartriangle y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}\right)^3}{\left(1 + \vartriangle y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi}\right)^3}\,. \qquad (3.68)$$

В виду того, что

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3, \qquad (3.69)$$

Запишем (3.68) в виде:

$$\frac{1 + \vartriangle y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0}}{1 + \vartriangle y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}} = \frac{\left(1 + \vartriangle y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}\right)^3}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi}\,. \qquad (3.70)$$

Отметим, что в соответствии с (2.42) $\alpha_\pi \cdot \beta_\pi > 0$, а это значит, что выполняется и (2.45), тогда:

$$\alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \left(-\alpha_\pi\right) \cdot \left(-\beta_\pi\right). \qquad (3.71)$$

Из уравнения (3.70) найдем произведение $\alpha_\pi \cdot \beta_\pi$:

$$\alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \frac{\left(1 + \vartriangle y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}\right)^4}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \left(1 + \vartriangle y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0}\right)} = \frac{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}}}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}} = \sqrt[3]{\frac{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^4}{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}} \qquad (3.72)$$

или:

$$\alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \sqrt[3]{\frac{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^4}{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}}\,. \qquad (3.73)$$

Назовем произведение $\alpha_\pi \cdot \beta_\pi$ постоянной масштабной инвариантности $f_{\pi s}$, тогда:

$$f_{\pi s} = \alpha_\pi \cdot \beta_\pi\,. \qquad (3.74)$$

α_π – постоянная тонкой структуры; (3.75)

β_π – коэффициент отношения фундаментальных констант. (3.76)

Из (3.73) найдем $f_{\pi s}$.

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta}_\pi = 1{,}1617138412991391736824094106293 \cdot 10^{-3}\,; \qquad (3.77)$$

$$\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} = 1{,}1617131930894222091114421317317 \cdot 10^{-3}\,. \qquad (3.78)$$

Результат расчета:

$$f_{\pi s} = 1{,}16171297701959692897025455297 85 \cdot 10^{-3} . \tag{3.79}$$

Далее, определим α_π и β_π.

Запишем уравнение:

$$\frac{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}{\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}} = \frac{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^3}{\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^3} . \tag{3.80}$$

Из (3.80):

$$\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^3 = \frac{\alpha_{\pi e}^4 \cdot \beta_{\pi e}^4}{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}} . \tag{3.81}$$

Запишем (3.81) для *n*-мерного случая:

$$\left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^{n-1} = \frac{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^n}{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}} . \tag{3.82}$$

Тогда, для компоненты n - мерного пространства, (3.82) запишется как

$$\alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \sqrt[n-1]{\frac{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^n}{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}} . \tag{3.83}$$

Запишем уравнение:

$$\frac{[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi}{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}} = \frac{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^3}{[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi^3} \tag{3.84}$$

или:

$$[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi^4 = \left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^3 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi} . \tag{3.85}$$

Запишем (3.85) для n - мерного случая:

$$[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi^n = \left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^{n-1} \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi} . \tag{3.86}$$

Для компоненты n - мерного пространства (3.86) запишется как

$$[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi = \sqrt[n]{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^{n-1} \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}} . \tag{3.87}$$

Обозначим отношение (3.87) к (3.83) как:

$$k_\pi^n = \frac{[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi}{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi} . \tag{3.88}$$

Определим из (3.88) коэффициент асимметрии k_π:

$$k_\pi = \sqrt[n]{\frac{[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi}{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}} . \tag{3.89}$$

Вычислим α_π и β_π.

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi} = 1{,}16171384129913917368240941062 93 \cdot 10^{-3} ; \tag{3.90}$$

$$\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} = 1{,}16171319308942220911144213173 17 \cdot 10^{-3} ; \tag{3.91}$$

$$\alpha_{\pi e} = 1{,}16140982790676211009262206768 8 \cdot 10^{-3} . \tag{3.92}$$

Результаты расчетов.

1. По формуле

$$[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi = \sqrt[4]{\left(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}\right)^3 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}} \tag{3.93}$$

находим $[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi$:

$$[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi = 1{,}161713355141817542167276310579 2\cdot 10^{-3}. \tag{3.94}$$

2. По формуле

$$k_\pi = \sqrt[4]{\frac{[\![\alpha \cdot \beta]\!]_\pi}{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}} \tag{3.95}$$

находим k_π:

$$k_\pi = 1{,}0000000813716860232158897424093. \tag{3.96}$$

3. Определяем α_π как

$$\alpha_\pi = \frac{\alpha_{\pi e}}{k_\pi}. \tag{3.97}$$

$$\alpha_\pi = 1{,}1614097334008939394882079879548\cdot 10^{-3}. \tag{3.98}$$

4. Определяем β_π как

$$\beta_\pi = \frac{f_{\pi s}}{\alpha_\pi}. \tag{3.99}$$

$$\beta_\pi = 1{,}0002610996016152003731797946565. \tag{3.100}$$

Далее, определим коэффициент абсолютной стабильности $k_{\pi st}$.

Вычислим соотношения:

$$k_\pi^9 = \left(\frac{\alpha_{\pi e}}{\alpha_\pi}\right)^9 = 1{,}0000007323454125776345714805304. \tag{3.101}$$

$$\left(\frac{\beta_{\pi e}}{\beta_\pi}\right)^7 = 1{,}0000007323454125776345714805346. \tag{3.102}$$

Из сравнения (3.101) и (3.102) следует, что

$$\left(\frac{\beta_{\pi e}}{\beta_\pi}\right)^7 = \left(\frac{\alpha_{\pi e}}{\alpha_\pi}\right)^9. \tag{3.103}$$

Определим коэффициент абсолютной стабильности $k_{\pi st}$ как

$$k_{\pi st} = k_\pi^9. \tag{3.104}$$

$$k_{\pi st} = 1{,}0000007323454125776345714805245. \tag{3.105}$$

Сделаем очень важное замечание: в силу равенства (3.101) и (3.102) существует единственный набор констант α_π и β_π. Это очевидно, так как α_π и β_π в знаменателях (3.103). Значит произведение $\alpha_\pi \cdot \beta_\pi$ только одно для данного набора констант.

Далее, определим значения постоянной сильного взаимодействия $\alpha_{\pi s}$.

Из уравнения:

$$\left(\sqrt{2}\cdot\pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \left(1 + \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \tag{3.104}$$

найдем $\vartriangle y_\pi$:

$$\vartriangle y_\pi = \frac{\sqrt{2}\cdot\pi\cdot\sqrt[3]{\pi^2}\cdot\sqrt[3]{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi} - 1}{\alpha_\pi}. \tag{3.105}$$

$$\vartriangle y_\pi = 1{,}5830202575162537570368494711377. \tag{3.106}$$

Запишем (2.97) как

$$\alpha_{\pi 1,2} = \frac{1}{\vartriangle y_{\pi 1,2}} \cdot \left(\sqrt[3]{k_{\pi\alpha}} - 1\right), \tag{3.107}$$

$$\vartriangle y_{\pi 1} = \vartriangle y_{\pi}; \quad \vartriangle y_{\pi 2} = -\vartriangle y_{\pi}; \tag{3.108}$$

а $k_{\pi\alpha}$ в виде

$$k_{\pi\alpha} = \left(1 + \left|\vartriangle y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi}\right|\right)^3. \tag{3.109}$$

Из (3.107) определим $\alpha_{\pi 1}$ и $\alpha_{\pi 2}$.

$$\alpha_{\pi 1,2} = \frac{1}{\vartriangle y_{\pi 1,2}} \cdot \left(\sqrt[3]{k_{\pi\alpha}} - 1\right). \tag{3.110}$$

Для нахождения корней уравнения, запишем (3.25) в виде:

$$-\vartriangle y_{\pi}^3 \cdot \alpha_{\pi}^3 - 3 \cdot \vartriangle y_{\pi}^2 \cdot \alpha_{\pi}^2 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \beta_{\pi} - 3 \cdot \vartriangle y_{\pi}\right] \cdot \alpha_{\pi} - 1 = 0 \tag{3.111}$$

Рассмотрим случай: $\vartriangle y_{\pi} < 0;\ \beta_{\pi} < 0$.

Используя известные методы решения, найдем действительные корни уравнения (3.111).

$$\alpha_{\pi 1} = 15{,}711152080759781419544767260121; \tag{3.112}$$

$$\alpha_{\pi 2} = -\,1{,}1614097334008939394882079737916 \cdot 10^{-3}; \tag{3.113}$$

$$\alpha_{\pi 3} = -\,13{,}814879104540821943269436437179. \tag{3.114}$$

4. Аномалия a_{π} магнитного момента электрона. Точные решения.

Запишем тождество:

$$a + b = a + b \tag{4.1}$$

Запишем (4.1) в виде:

$$a + b = \frac{a}{k_1} + \frac{b}{k_2} \tag{4.2}$$

Рассмотрим варианты решений уравнения (4.2).

Обозначим в (4.2) $a = \alpha_{\pi e}$, $b = a_{\pi e}$, $k_1 = k_{\pi}$, $k_2 = k_{\pi x}$.

Тогда (4.2) запишется как:

$$\alpha_{\pi e} + a_{\pi e} = \frac{\alpha_{\pi e}}{k_{\pi}} + \frac{a_{\pi e}}{k_{\pi x}} \tag{4.3}$$

или

$$\frac{a_{\pi e}}{k_{\pi x}} = -\frac{\alpha_{\pi e}}{k_{\pi}} + \alpha_{\pi e} + a_{\pi e}. \tag{4.4}$$

Обозначим:

$$a_{\pi} = \frac{a_{\pi e}}{k_{\pi x}}. \tag{4.5}$$

С учетом (4.5), (4.3) запишется как

$$a_{\pi} = \alpha_{\pi e}\left(1 - \frac{1}{k_{\pi}}\right) + a_{\pi e}. \tag{4.6}$$

Из (4.5), с учетом (4.6), определим $k_{\pi x}$:

$$k_{\pi x} = \frac{a_{\pi e}}{\alpha_{\pi e}\left(1 - \frac{1}{k_{\pi}}\right) + a_{\pi e}}. \tag{4.7}$$

Определим $a_{\pi e}$.

Запишем уравнение:

$$\frac{\left(1+\vartriangle y_{\pi e}\cdot\alpha_{\pi e}\right)^3}{\left(1+\vartriangle y_{\pi e}\cdot a_{\pi e}\right)^3}=\left(\frac{\alpha_{\pi x}}{\alpha_{\pi y}}\right)^4. \tag{4.8}$$

Определим из (4.8) $a_{\pi e}$:

$$a_{\pi e}=\frac{\dfrac{1+\vartriangle y_{\pi e}\cdot\alpha_{\pi e}}{\sqrt[3]{\left(\dfrac{\alpha_{\pi x}}{\alpha_{\pi y}}\right)^4}}-1}{\vartriangle y_{\pi e}}. \tag{4.9}$$

По формуле (4.9) вычислим численное значение $a_{\pi e}$.

Исходные данные:

$$\vartriangle y_{\pi e}=-1{,}5830736080672885615514482697766; \tag{4.10}$$

$$\alpha_{\pi e}=\alpha^{//}_{\pi e2}=-1{,}16140982790676211009262206768\cdot10^{-3}; \tag{4.11}$$

$$\alpha_{\pi x}=\alpha^{/}_{\pi 01}=1{,}14873968803408533101899873\cdot10^{-3}; \tag{4.12}$$

$$\alpha_{\pi y}=\alpha^{///}_{\pi e1}=1{,}1487372952984152295771611481336\cdot10^{-3}. \tag{4.13}$$

Результат расчета:

$$a_{\pi e}=-1{,}1596522752934401692274640032275\cdot10^{-3}. \tag{4.14}$$

Произведем численные расчеты для 4-х вариантов (4.6).

Исходные данные:

$$k_{\pi}=1{,}0000000813716860232158897424093; \tag{4.15}$$

$$\left|\alpha_{\pi e}\right|=1{,}1614098279067621100926220676880\cdot10^{-3}; \tag{4.16}$$

$$\left|\alpha_{\pi}\right|=1{,}1614097334008939394882079879548\cdot10^{-3}; \tag{4.17}$$

$$\left|a_{\pi e}\right|=1{,}1596522752934401692274640032275\cdot10^{-3}. \tag{4.18}$$

1 вариант: если $a=\alpha_{\pi e}$ и $b=a_{\pi e}$, то

$$\alpha_{\pi e}+a_{\pi e}=\alpha_{\pi}+a_{\pi}+1-1=\left(1+\alpha_{\pi}\right)-\left(1-a_{\pi}\right)=-\left(1-\alpha_{\pi}\right)+\left(1+a_{\pi}\right). \tag{4.19}$$

$$\alpha_{\pi 1}=\alpha_{\pi}. \tag{4.20}$$

$$a_{\pi 1}=1{,}1596523697993083398318780829 61\cdot10^{-3}. \tag{4.21}$$

$$k_{\pi x1}=\frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 1}}=0{,}99999991850500147129455646276259. \tag{4.22}$$

2 вариант: если $a=-\alpha_{\pi e}$ и $b=-a_{\pi e}$, то

$$-\alpha_{\pi e}-a_{\pi e}=-\alpha_{\pi}-a_{\pi}+1-1=-\left(1+\alpha_{\pi}\right)+\left(1-a_{\pi}\right)=\left(1-\alpha_{\pi}\right)-\left(1+a_{\pi}\right). \tag{4.23}$$

$$\alpha_{\pi 2}=-\alpha_{\pi}. \tag{4.24}$$

$$a_{\pi 2}=-1{,}1596523697993083398318780829 61\cdot10^{-3}. \tag{4.25}$$

$$k_{\pi x2}=\frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 2}}=k_{\pi x1}. \tag{4.26}$$

3 вариант: если $a=-\alpha_{\pi e}$ и $b=a_{\pi e}$, то

$$-\alpha_{\pi e}+a_{\pi e}=-\alpha_{\pi}+a_{\pi}+1-1=\left(1-\alpha_{\pi}\right)-\left(1-a_{\pi}\right)=-\left(1+\alpha_{\pi}\right)+\left(1+a_{\pi}\right). \tag{4.27}$$

$$\alpha_{\pi 3}=-\alpha_{\pi}. \tag{4.28}$$

$$a_{\pi 3}=1{,}1596521807875719986230499234 93\cdot10^{-3}. \tag{4.29}$$

$$k_{\pi x3} = \frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 3}} = 1{,}000000081495011811577178899867 3. \quad (4.30)$$

4 вариант: если $a = \alpha_{\pi e}$ и $b = -a_{\pi e}$, то

$$\alpha_{\pi e} - a_{\pi e} = \alpha_\pi - a_\pi + 1 - 1 = -\left(1 - \alpha_\pi\right) + \left(1 - a_\pi\right) = \left(1 + \alpha_\pi\right) - \left(1 + a_\pi\right). \quad (4.31)$$

$$\alpha_{\pi 4} = \alpha_\pi. \quad (4.32)$$

$$a_{\pi 4} = -a_{\pi 3}. \quad (4.33)$$

$$k_{\pi x4} = \frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 4}} = k_{\pi x3}. \quad (4.34)$$

5. Сравнение данных.

Результаты теоретических расчетов:

$$\alpha_\pi = 1{,}1614097334008939394882079879548 \cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_\pi^{/} = \alpha_\pi \cdot 2 \cdot \pi = 7{,}2973525725198574235458586243837 \cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_\pi^{/-1} = 137{,}03599902323053312035456575982;$$

$$a_{\pi e} = 1{,}1596521807875719986230499234930 \cdot 10^{-3}.$$

В нижеследующей Таблице в первом столбце представлены результаты:
прямого экспериментального определения α – M. Cadoret и др.: (5.1) и (5.2);
прямого экспериментального определения a_e – G. Gabrielse и др.: (5.3) и (5.6);
теоретического определения $\alpha(a_e)$ – G. Gabrielse и др.: (5.4) и (5.7);
Данные CODATA (2006) a_e и α – (5.9) и (5.10) соответственно.
Данные CODATA (2010) a_e и α – (5.12) и (5.13) соответственно.

Таблица

1. Источник: M. Cadoret et al. Precise determination of h/mRb using Blochoscillations and atomic interferometry: a mean to deduce the fine structure constant. Статья в электронном архиве препринтов: arXiv:0809.3167v1 (18 Sep 2008).		
$\alpha^{-1} = 137{,}035\ 998\ 87\,(\mathbf{64})$	$\alpha_\pi^{/-1} - \alpha^{-1} = 0{,}000\ 000\ \mathbf{15}$	(5.1)
2. Источник: M. Cadoret et al. Combination of Bloch Oscillations with a Ramsey-Borde' Interferometer: New Determination of the Fine Structure Constant. Статья в электронном архиве препринтов: arXiv:0810.3152v1 (17 Oct 2008).		
$\alpha^{-1} = 137{,}035\ 999\ 45\,(\mathbf{62})$	$\alpha_\pi^{/-1} - \alpha^{-1} = -\ 0{,}000\ 000\,\mathbf{43}$	(5.2)
3. Источник: G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, B. Odom. New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron *g* Value and QED. *Physical Review Letters*, 97, 030802 (2006).		
$a_e = 1{,}159\ 652\ 180\ 85\,(\mathbf{76}) \cdot 10^{-3}$	$a_{\pi e} - a_e = -\ 0{,}000\ 000\ 000\ \mathbf{06} \cdot 10^{-3}$	(5.3)
$\alpha = 7{,}297\ 352\ 5359\ (\mathbf{51}) \cdot 10^{-3}$	$\alpha_\pi^{/} - \alpha = 0{,}000\ 000\ 0\mathbf{366} \cdot 10^{-3}$	(5.4)
$\alpha^{-1} = 137{,}035\ 999\ 710\,(\mathbf{96})$	$\alpha_\pi^{/-1} - \alpha^{-1} = -\ 0{,}000\ 000\ \mathbf{687}$	(5.5)
4. Источник: D. Hanneke, S. Fogwell, G. Gabrielse. New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant. *Physical Review Letters* 100, 120801 (2008).		
$a_e = 1{,}159\ 652\ 180\ 73\ (\mathbf{28}) \cdot 10^{-3}$	$a_{\pi e} - a_e = 0{,}000\ 000\ 000\ \mathbf{05} \cdot 10^{-3}$	(5.6)
$\alpha = 7{,}297\ 352\ 5693(\mathbf{27}) \cdot 10^{-3}$	$\alpha_\pi^{/} - \alpha = 0{,}000\ 000\ 00\mathbf{32} \cdot 10^{-3}$	(5.7)

$\alpha^{-1} = 137{,}035\,999\,084\,(\mathbf{51})$	$\alpha_{\pi}^{/-1} - \alpha^{-1} = -0{,}000\,000\,0\mathbf{61}$	(5.8)

5. Источник: данные CODATA (2006), http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html		
$a_e = 1{,}159\,652\,181\,11(\mathbf{74})\,\cdot 10^{-3}$	$a_{\pi e} - a_e = -0{,}000\,000\,000\,\mathbf{32}\cdot 10^{-3}$	(5.9)
$\alpha = 7{,}297\,352\,5376(\mathbf{50})\cdot 10^{-3}$	$\alpha_{\pi}^{/} - \alpha = 0{,}000\,000\,0\mathbf{349}\cdot 10^{-3}$	(5.10)
$\alpha^{-1} = 137{,}035\,999\,679(\mathbf{94})$	$\alpha_{\pi}^{/-1} - \alpha^{-1} = -0{,}000\,000\,\mathbf{656}$	(5.11)

6. Источник: данные CODATA (2010), http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html		
$a_e = 1{,}159\,652\,180\,76(\mathbf{27})\cdot 10^{-3}$	$a_{\pi e} - a_e = 0{,}000\,000\,000\,\mathbf{03}\cdot 10^{-3}$	(5.12)
$\alpha = 7{,}297\,352\,5698(\mathbf{24})\cdot 10^{-3}$	$\alpha_{\pi}^{/} - \alpha = 0{,}000\,000\,00\mathbf{27}\cdot 10^{-3}$	(5.13)
$\alpha^{-1} = 137{,}035\,999\,074(\mathbf{44})$	$\alpha_{\pi}^{/-1} - \alpha^{-1} = -0{,}000\,000\,0\mathbf{51}$	(5.14)

Выводы

1. На примере теоретического вывода констант α и a_e обоснована и доказана целочисленная 3-х мерность пространства.
2. Доказано, что только в случае трехмерного пространства константы α и a_e имеют именно такие численные значения и не изменяются со временем.
3. Сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными полностью подтверждает справедливость Теории.
4. Предложенный аналитический метод высокоточного определения α и a_e позволяет, при расчетах численных значений указанных констант, обойтись без трудоемких вычислительных и экспериментальных процедур.

Литература:

1. Макс Борн. Таинственное число 137. УФН, 1936 г., Т. XVI, вып. 6.
2. Caster J. The Other Theory of Physics, Washington, 1994.
3. Ч. Китель, У. Найт, М. Рудерман. Механика. Берклеевский курс физики. М.,”Наука”, 1975.
4. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., “Наука”, 1974.
5. Г.Б. Двайт. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., “Наука”, 1977.
6. Математический энциклопедический словарь. М., “Советская энциклопедия”, 1988.
7. Математическая энциклопедия, Т. 1. М., “Советская энциклопедия”, 1977.
8. М.Я. Выгодский. Справочник по элементарной математике. М., “Наука”, 1974.
9. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика. М., “Наука”, 1980.

