UDC 537.8

# ELECTROMAGNETIC ENERGY AND ELECTROMAGNETIC FORCES

## ADDITION TO ELECTRODYNAMICS

Yu.A. Spirichev
Research & Design Institute of Radio-Electronic Engineering
Zarechny, Penza region, Russia

**Abstract:** The article is devoted to the development of the classical theory of electromagnetic fields (EMF) and elimination of "white spots" in the field of electromagnetic energy and electromagnetic forces. On the basis of the axioms of a four-dimensional vector potential and current density of the deductive method, the 4-tensors and the equations of conservation of electromagnetic energy for the system "EMF - 4-current density". The obtained 4-tensor of third rank electromagnetic forces, 64 the components of which are determined by all kinds of static, stationary and dynamic electromagnetic forces, including the forces of Coulomb, Ampere (Lorentz), Solunin-Nikolaev.  The equations of balance of all the electromagnetic forces. The obtained 4-tensors and the equations of self-consistent motion of electric charges, including the wave equation turbulence plasma. Of the 4-tensor of electromagnetic energy received 4-tensor of mechanical energy-momentum, equation of conservation of mechanical energy-momentum, canonical relativistic Lagrangian for a free particle, than he reveals electrodynamics and mechanics. The present work is a theoretical Foundation on which can be supplemented and refined electrodynamics of material media and plasma physics.

**Keywords:** the vector-potential, the current density tensor, of the electromagnetic energy tensor, of the electromagnetic forces, the wave equation turbulence plasma, the tensor of energy-momentum, the Lagrange function.

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ЭНЕРГИЯ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ

## ДОПОЛНЕНИЕ К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Ю.А. Спиричев

Научно-исследовательский и конструкторский институт радиоэлектронной техники,
г. Заречный, Пензенская обл., Россия
yurii.spirichev@mail.ru

**Аннотация.** Статья посвящена развитию классической теории электромагнитного поля (ЭМП) и устранению «белых пятен» в области электромагнитной энергии и электромагнитных сил. На основе аксиом о четырехмерных векторном потенциале и плотности тока дедуктивным методом получены 4-тензоры и уравнения сохранения электромагнитной энергии для системы «ЭМП – 4-плотность тока». Получен 4-тензор третьего ранга электромагнитных сил, 64 компоненты которого определяют все виды статических, стационарных и динамических электромагнитных сил, в том числе силы Кулона, Ампера (Лоренца), Солунина-Николаева. Получены уравнения баланса всех электромагнитных сил. Получены 4-тензоры и уравнения самосогласованного движения электрических зарядов, в том числе волновое уравнение турбулентности плазмы. Из 4-тензора электромагнитной энергии получен 4-тензор механической энергии-импульса, уравнения сохранения механической энергии-импульса и каноническая релятивистская функция Лагранжа для свободной частицы, чем показана неразрывная связь электродинамики и механики. Настоящая работа является предложением для дополнения и уточнения электродинамики материальных сред и физики плазмы.

**Ключевые слова:** вектор-потенциал, плотность тока, тензор электромагнитной энергии, тензор электромагнитных сил, волновое уравнение турбулентности плазмы, тензор энергии-импульса, функция Лагранжа.

### Оглавление

## 1 Введение

Основы современной классической электродинамики построены индуктивным методом на основе обобщения результатов опытов, различных допущениях и теоретических конструкциях, обеспечивающих связь между отдельными частями теории. Такой метод не позволяет построить законченную теорию, с гарантированным отсутствием в ней «белых пятен». Сказанное в полной мере относится к области электромагнитных сил и электромагнитной энергии. До настоящего времени существуют вопросы в области МГД-турбулентности, самоорганизующихся токово-плазменных структур плазменного фокуса, электромагнитных эффектов ядерного взрыва, не найдено удовлетворительного объяснения существования шаровой молнии. Это говорит о том, что в понимании электромагнитных сил существуют пробелы. В работе Солунина А.М. [1] теоретически показана возможность существования новой электромагнитной силы. В работах Николаева Г.В. [2] и Томилина А.К. [3] эта сила экспериментально обнаружена и исследована. Однако до настоящего времени сила Солунина-Николаева не является общепризнанной в связи с ее недостаточным теоретическим обоснованием.

В электродинамике существует теоретическая проблема не соблюдения третьего закона Ньютона во взаимодействиях элементов непараллельных электрических токов. Попытки решить эту проблему привели к созданию конкурирующих с законом Ампера выражений Грассмана, Гаусса, Римана, Клаузиуса, Вебера. Но эта проблема осталась не решенной. Полагается, что она снимается при рассмотрении полного замкнутого тока, но тогда отсутствует решение при рассмотрении отдельных не параллельно движущихся электрических зарядов. Перечисленные факты говорят о неполноте существующей электродинамики в части электромагнитных сил.

Таким образом, актуальной задачей электродинамики является получение теоретически обоснованной полной системы электромагнитных сил.

Электромагнитные силы являются производными от электромагнитной энергии. Таким образом, для получения полной системы электромагнитных сил необходимо сначала получить полную систему всех видов электромагнитной энергии. Электромагнитную энергию можно разделить на два вида: энергию свободного электромагнитного поля (ЭМП) и энергию взаимодействия (ЭМП) с электрическими зарядами и токами. В настоящей работе рассматривается второй вид энергии.

В существующей электродинамике при рассмотрении взаимодействия статических электрических зарядов, например [4 с.61], используется выражение энергии этого взаимодействия в виде $W = \rho \cdot \varphi$, где ρ – плотность зарядов в рассматриваемой области пространства, φ – скалярный потенциал ЭМП, образуемый зарядами, внешними по отношению к этой области пространства. При анализе взаимодействия стационарных электрических токов [4 с.86], энергия их взаимодействия рассматривается как потенциальная функция $\mathbf{A} \cdot \mathbf{J} / c$ элемента объемного тока, где $\mathbf{A}$ - векторный потенциал ЭМП, а $\mathbf{J}$ – плотность тока. В этом выражении векторный потенциал ЭМП и плотность тока можно записать через скорости движения зарядов и статическую энергию $W = \rho \cdot \varphi$. Тогда эта потенциальная функция описывает энергию взаимодействия стационарно движущихся зарядов.

В существующей электродинамике не рассматривается энергия плотности статических зарядов ρ в поле векторного потенциала $\mathbf{A}$ и энергия плотности тока $\mathbf{J}$ в поле скалярного потенциала φ, хотя векторный потенциал $\mathbf{A}$ можно выразить через скалярный потенциал φ, а плотность тока $\mathbf{J}$ через плотность зарядов ρ. Таким образом, в существующей электродинамике отсутствует и описание электромагнитных сил, соответствующих этим видам энергии взаимодействия зарядов и токов.

Неполнота существующей электродинамики, приводит к неполноте и следующих из нее разделов физики, в частности, физики плазмы и плазмоподобных сред. Например, на основе существующей электродинамики не удается описать электромагнитные силы, длительно удерживающие электроны и ионы плазмы в ограниченном объеме шаровой молнии. Этот факт говорит о том, что методы и технические средства удержания плазмы, созданные на базе существующей электродинамики еще далеки от совершенства, поскольку не используют действующие в природе эффективные физические принципы удержания плазмы.

В связи с тем, что плазма находит широкое применение в промышленных технологиях и на нее возлагают большие надежды в области ядерной энергетики, уточнение электродинамики плазмы имеет большую актуальность и может привести к новым техническим решениям и промышленным технологиям, в частности, решению проблемы эффективного удержания плазмы в ограниченных объемах с целью получения ядерной энергии.

Теоретической базой электродинамики являются уравнения Максвелла, первоначально полученные эмпирическим путем, из которых следуют все ее основные выводы. В последующем было установлено, что уравнения Максвелла также следуют из антисимметричного тензора электромагнитного поля (ЭМП), как уравнения связи между компонентами этого тензора. Этот факт говорит о возможности построения основ электродинамики чисто дедуктивным методом, позволяющим избежать «белых пятен».

В работе [5] на основе единственной аксиомы о существовании в псевдоевклидовом пространстве-времени поля электромагнитного 4-вектор-потенциала $\mathbf{A}_{\mu}$, дедуктивным методом были получены основные положения полной электродинамики, включающие тензор общего вида, симметричный и антисимметричный тензоры ЭМП, полную систему уравнений поля, включающую уравнения Максвелла и новые уравнения поля, описывающую его вращение и деформацию в псевдоевклидовом пространстве Минковского, известные и новые волновые уравнения ЭМП, выражения для известных и новых электромагнитных сил взаимодействия электрических зарядов и токов. Таким образом, в работе [5] с помощью дедуктивного метода обнаружены и устранены отдельные «белые пятна», существовавшие в классической электродинамике, в частности, получен и рассмотрен симметричный 4-тензор деформации ЭМП, описание которой ранее в электродинамике отсутствовало, получены выражения новых электромагнитных сил, связанных с деформацией ЭМП. Эти новые электромагнитные силы следуют из симметричного 4-тензора, дополняющего известный антисимметричный тензор ЭМП.

Однако в работе [5] получена только часть электромагнитных сил и в ней не недостаточно рассмотрены вопросы электромагнитной энергии. Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию основ электродинамики дедуктивным методом и устранению «белых пятен» в области электромагнитной энергии и электромагнитных сил. Целью работы является построение тензора электромагнитной энергии-импульса для системы «ЭМП – 4-плотность тока» и получения полной системы электромагнитных сил, следующих из аксиом о существовании в псевдоевклидовом пространстве-времени поля электромагнитного 4-вектор-потенциала $\mathbf{A}_{\mu}$ и 4-вектора плотности тока $\mathbf{J}_{\mu}$.

Поскольку силы являются производными от энергии, то в настоящей работе на первом этапе получаем 4-тензор плотности электромагнитной энергии для системы «ЭМП – 4-плотность тока» и следующие из него уравнения сохранения плотности электромагнитной энергии и новый полный лагранжиан взаимодействия ЭМП и зарядов. На втором этапе из 4-тензора плотности электромагнитной энергии получаем 4-тензор третьего ранга плотности электромагнитных сил для системы «ЭМП – 4-плотность тока», компоненты которого определяют все виды статических, стационарных и динамических электромагнитных сил. Далее из этого тензора находим уравнения баланса плотности электромагнитных сил. Затем, разложив 4-тензор плотности электромагнитных сил, получаем 4-тензор движения электрических зарядов и следующие из него уравнения этих движений. В заключение сделаем механическую интерпретацию тензора плотности электромагнитной энергии, преобразуя его в 4-тензор плотности механической энергии-импульса, из которого автоматически следует каноническая инвариантная функция Лагранжа для свободной нейтральной (незаряженной) частицы и новый полный механический лагранжиан. Далее, из 4-тензора плотности механической энергии-импульса получим уравнения сохранения плотности механической энергии-импульса, тем самым, покажем неразрывную связь электродинамики и механики.

В настоящей работе геометрию пространства-времени принимаем в виде псевдоевклидова пространства Минковского. Радиус-вектор в этом пространстве имеет компоненты $\mathbf{R}_\mu(ct, i\cdot\mathbf{R})$. ЭМП понимаем как поле четырехмерного вектор-потенциала ЭМП $\mathbf{A}_\mu(\varphi/c, i\cdot\mathbf{A})$, где φ и **A** скалярный и векторный потенциалы ЭМП в евклидовом пространстве. Полагаем, что в псевдоевклидовом пространстве Минковского существует четырехмерная плотность тока $\mathbf{I}_\nu(c\cdot\rho, i\cdot\mathbf{J})$, где $\rho$ и $\mathbf{J}$ плотности зарядов и тока проводимости в евклидовом пространстве.

## 2 Тензоры и уравнения сохранения электромагнитной энергии

Тензор плотности электромагнитной энергии $\mathbf{W}_{\mu\nu}$ в системе «ЭМП - 4-плотность тока» получим как тензорное произведение четырехмерного вектор-потенциала ЭМП $\mathbf{A}_\mu$ на четырехмерную плотность тока $\mathbf{I}_\nu$:

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = \mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu = \begin{pmatrix} \rho\cdot\varphi & \frac{1}{c} i\cdot\varphi\cdot J_x & \frac{1}{c} i\cdot\varphi\cdot J_y & \frac{1}{c} i\cdot\varphi\cdot J_z \\ i\cdot c\cdot\rho\cdot A_x & -A_x\cdot J_x & -A_x\cdot J_y & -A_x\cdot J_z \\ i\cdot c\cdot\rho\cdot A_y & -A_y\cdot J_x & -A_y\cdot J_y & -A_y\cdot J_z \\ i\cdot c\cdot\rho\cdot A_z & -A_z\cdot J_x & -A_z\cdot J_y & -A_z\cdot J_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

Компоненты тензора $\mathbf{W}_{\mu\nu}$ представляют собой плотность энергии всех возможных видов электромагнитной связи в системе «ЭМП - 4-плотность тока». Как известно, компоненты 4-тензора второго ранга можно представить в трехмерном пространстве виде скаляра, двух трехмерных векторов и трехмерного тензора второго ранга. Отсюда следуют четыре вида электромагнитной энергии связи в системе «ЭМП - 4-плотность тока», каждому из которых соответствуют определенные виды электромагнитных сил этой связи. Такое разделение на четыре вида энергии достаточно условно. В четырехмерном пространстве-времени эти виды энергии являются компонентами 4-тензора и связаны друг с другом уравнениями связи, т.е. в общем случае вид электромагнитной энергии существует один – четырехмерный тензорный.

Выражения для плотности электромагнитной энергии записаны для взаимодействующих электрических зарядов одного знака. Для получения плотности электромагнитной энергии взаимодействия между электрическими зарядами разных знаков в этих выражениях необходимо изменить знак перед φ или ρ.

Виды электромагнитной энергии:

1) Скаляр плотности энергии плотности заряда в поле скалярного потенциала:

$$W_0 = \rho \cdot \varphi$$

2) Вектор плотности электромагнитного импульса, умноженный на скорость света. Это выражение также можно трактовать как плотность энергии плотности заряда в поле векторного потенциала:

$$\mathbf{W}_1 = c \cdot \rho \cdot \mathbf{A}$$

3) Вектор потока плотности электромагнитной энергии, деленной на скорость света. Это выражение также можно трактовать как плотность энергии плотности тока в поле скалярного потенциала.

$$\mathbf{W}_2 = \frac{1}{c}\mathbf{J} \cdot \varphi$$

4) Тензор потока плотности электромагнитного импульса, если в нем записать $\mathbf{J} = \rho \cdot \mathbf{V}$. Это выражение можно также трактовать как тензор плотности энергии плотности тока в поле векторного потенциала:

$$\mathbf{W}_3 = -\mathbf{A}_m * \mathbf{J}_n = -\begin{bmatrix} A_x \cdot J_x & A_x \cdot J_y & A_x \cdot J_z \\ A_y \cdot J_x & A_y \cdot J_y & A_y \cdot J_z \\ A_z \cdot J_x & A_z \cdot J_y & A_z \cdot J_z \end{bmatrix}$$

Знак вида энергии определяет взаимное направление электромагнитных сил. Знак плюс указывает на силы отталкивания, а знак минус на силы притяжения.

Плотности энергии $\mathbf{W}_1$, $\mathbf{W}_2$, $\mathbf{W}_3$ можно выразить через плотность энергии $W_0$. Подставив в $\mathbf{W}_1$ известное выражение для векторного потенциала $\mathbf{A} = \varphi \cdot \mathbf{V} / c^2$, получим:

$$\mathbf{W}_1 = c \cdot \rho \cdot \mathbf{A} = c \cdot \rho \cdot \varphi \cdot \mathbf{V}_A / c^2 = \frac{\mathbf{V}_A}{c} \cdot W_0$$

где $\mathbf{V}_A$ – вектор скорости сторонних зарядов, создающих векторный потенциал $\mathbf{A}$ в области нахождения зарядов с плотностью ρ.

Подставив в $\mathbf{W}_2$ известное выражение для плотности тока, получим:

$$\mathbf{W}_2 = \frac{1}{c} \cdot \mathbf{J} \cdot \varphi = \frac{1}{c} \cdot \rho \cdot \mathbf{V}_J \cdot \varphi = \frac{\mathbf{V}_J}{c} \cdot W_0$$

где $\mathbf{V}_J$ – вектор средней скорости зарядов, создающих плотность тока $\mathbf{J}$.

Подставив в $\mathbf{W}_3$ выражения для векторного потенциала и плотности тока, получим:

$$\mathbf{W}_3 = -\mathbf{A}_m * \mathbf{J}_n = -\frac{\varphi \cdot \mathbf{V}_{Am}}{c^2} * \rho \cdot \mathbf{V}_{Jn} = -\frac{1}{c^2} \varphi \cdot \rho \cdot (\mathbf{V}_{Am} * \mathbf{V}_{Jn}) = -\frac{1}{c^2} W_0 \cdot (\mathbf{V}_{Am} * \mathbf{V}_{Jn})$$

Таким образом, потенциальная энергия плотности зарядов в поле скалярного потенциала $W_0$ является основным видом электромагнитной энергии в системе «ЭМП - 4-плотность тока», а остальные виды энергии являются ее динамическими вариантами, зависящими от величины скорости и направления движения зарядов. Тогда тензор плотности энергии (1) можно записать через скорости зарядов в виде:

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = \frac{1}{c^2} W_0 \cdot (\mathbf{V}_{A\mu} * \mathbf{V}_{J\nu}) = \frac{1}{c^2} W_0 \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu} \qquad (2)$$

где $\mathbf{V}_{\mu\nu} = \mathbf{V}_{A\mu} * \mathbf{V}_{J\nu} = \begin{pmatrix} c^2 & i \cdot c \cdot V_{Jx} & i \cdot c \cdot V_{Jy} & i \cdot c \cdot V_{Jz} \\ i \cdot c \cdot V_{Ax} & -V_{Ax} \cdot V_{Jx} & -V_{Ax} \cdot V_{Jy} & -V_{Ax} \cdot V_{Jz} \\ i \cdot c \cdot V_{Ay} & -V_{Ay} \cdot V_{Jx} & -V_{Ay} \cdot V_{Jy} & -V_{Ay} \cdot V_{Jz} \\ i \cdot c \cdot V_{Az} & -V_{Az} \cdot V_{Jx} & -V_{Az} \cdot V_{Jy} & -V_{Az} \cdot V_{Jz} \end{pmatrix}$ - 4-тензор скоростей зарядов;

$\mathbf{V}_{A\mu}(c, i \cdot \mathbf{V}_A)$ - 4-вектор скорости $\mathbf{V}_A$;

$\mathbf{V}_{J\nu}(c, i \cdot \mathbf{V}_J)$ - 4-вектор скорости $\mathbf{V}_J$.

Тензор плотности электромагнитной энергии (1) можно однозначно разложить на симметричный и антисимметричный тензоры:

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = \mathbf{W}_{(\mu\nu)} + \mathbf{W}_{[\mu\nu]} = \frac{1}{2}(\mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu + \mathbf{A}_\nu * \mathbf{I}_\mu) + \frac{1}{2}(\mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu - \mathbf{A}_\nu * \mathbf{I}_\mu)$$

Уравнения связи между компонентами этих тензоров являются уравнениями сохранения различных видов плотности электромагнитной энергии. Эти уравнения получим, дифференцированием с последующим свертыванием по каждому из индексов производных тензора энергии (1) и тензоров его разложения на симметричный и антисимметричный тензоры.

Из тензора плотности энергии (1) следуют уравнения сохранения электромагнитной энергии:

$$\frac{1}{c^2} \partial_t (\varphi \cdot \rho) + \nabla(\rho \cdot \mathbf{A}) = 0 \qquad (3) \qquad\qquad \frac{1}{c^2} \partial_t (\varphi \cdot \mathbf{J}) + \nabla_m (\mathbf{A}_m \cdot \mathbf{J}_n) = 0 \qquad (4)$$

$$\partial_t(\varphi \cdot \rho) + \nabla(\varphi \cdot \mathbf{J}) = 0 \qquad (5) \qquad\qquad \partial_t(\rho \cdot \mathbf{A}) + \nabla_m(\mathbf{A}_n \cdot \mathbf{J}_m) = 0 \qquad (6)$$

Из уравнений (3) и (5) следует уравнение баланса плотности электромагнитного импульса

$$\varphi \cdot \mathbf{J} = c^2 \cdot \rho \cdot \mathbf{A},$$

а из уравнений (4) и (6) следует уравнение

$$\mathbf{A}_m \cdot \mathbf{J}_n = \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{J}_m$$

С учетом этих уравнений следует вывод, что тензор энергии-импульса (1) можно считать симметричным.

Из симметричного тензора плотности энергии:

$$\mathbf{W}_{(\mu\nu)} = \frac{1}{2}(\mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu + \mathbf{A}_\nu * \mathbf{I}_\mu) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2\rho \cdot \varphi & i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_x + c \cdot \rho \cdot A_x) & i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_y + c \cdot \rho \cdot A_y) & i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_z + c \cdot \rho \cdot A_z) \\ i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_x + c \cdot \rho \cdot A_x) & -2A_x \cdot J_x & -(A_x \cdot J_y + A_y \cdot J_x) & -(A_x \cdot J_z + A_z \cdot J_x) \\ i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_y + c \cdot \rho \cdot A_y) & -(A_x \cdot J_y + A_y \cdot J_x) & -2A_y \cdot J_y & -(A_y \cdot J_z + A_z \cdot J_y) \\ i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_z + c \cdot \rho \cdot A_z) & -(A_x \cdot J_z + A_z \cdot J_x) & -(A_y \cdot J_z + A_z \cdot J_y) & -2A_z \cdot J_z \end{pmatrix} \qquad (7)$$

следуют уравнения сохранения электромагнитной энергии:

$$2\frac{1}{c}\partial_t(\rho \cdot \varphi) + \nabla \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot \mathbf{J} + c \cdot \rho \cdot \mathbf{A}) = 0 \qquad (8)$$

$$\frac{1}{c}\partial_t(\frac{1}{c}\varphi \cdot \mathbf{J} + c \cdot \rho \cdot \mathbf{A}) + 2\partial_k(\mathbf{A}_k \cdot \mathbf{J}_k) + \nabla \otimes \mathbf{D} = 0 \qquad (9)$$

где $\nabla \otimes \mathbf{D} = (\partial_z D_y + \partial_y D_z)_x + (\partial_x D_z + \partial_z D_x)_y + (\partial_x D_y + \partial_y D_x)_z$

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{J} = (A_z \cdot J_y + A_y \cdot J_z)_x + (A_x \cdot J_z + A_z \cdot J_x)_y + (A_x \cdot J_y + A_y \cdot J_x)_z$$

Из антисимметричного тензора плотности энергии:

$$\mathbf{W}_{[\mu\nu]} = \frac{1}{2}(\mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu - \mathbf{A}_\nu * \mathbf{I}_\mu) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_x - c \cdot \rho \cdot A_x) & i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_y - c \cdot \rho \cdot A_y) & i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_z - c \cdot \rho \cdot A_z) \\ -i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_x - c \cdot \rho \cdot A_x) & 0 & -A_x \cdot J_y + A_y \cdot J_x & -A_x \cdot J_z + A_z \cdot J_x \\ -i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_y - c \cdot \rho \cdot A_y) & A_x \cdot J_y - A_y \cdot J_x & 0 & -A_y \cdot J_z + A_z \cdot J_z \\ -i \cdot (\frac{1}{c}\varphi \cdot J_z - c \cdot \rho \cdot A_z) & A_x \cdot J_z - A_z \cdot J_x & A_y \cdot J_z - A_z \cdot J_z & 0 \end{pmatrix} \qquad (10)$$

следуют уравнения сохранения электромагнитной энергии:

$$\nabla \cdot (-\frac{1}{c}\varphi \cdot \mathbf{J} + c \cdot \rho \cdot \mathbf{A}) = 0 \qquad (11)$$

$$\frac{1}{c}\partial_t(\frac{1}{c}\varphi \cdot \mathbf{J} - c \cdot \rho \cdot \mathbf{A}) - \nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{J}) = 0 \qquad (12)$$

Из тензора (1) следует очевидный четырехмерный инвариант плотности электромагнитной энергии в системе «ЭМП - 4-плотность тока»:

$$I = \varphi \cdot \rho - \mathbf{A} \cdot \mathbf{J}$$

Этот инвариант известен, как обобщенная плотность энергии электромагнитного взаимодействия. Перейдя к скоростям движения зарядов этот инвариант можно записать в виде:

$$I = \varphi \cdot \rho \cdot (1 - \frac{\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{V}_J}{c^2}) = W_0 \cdot (1 - \frac{\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{V}_J}{c^2})$$

Из тензора (1) следует квадратичный четырехмерный инвариант плотности электромагнитной энергии в системе «ЭМП - 4-плотность тока», учитывающий все виды взаимодействия ЭМП с электрическими зарядами:

$$\Lambda_G = (\varphi \cdot \rho)^2 - 2 \cdot \varphi \cdot \mathbf{J} \cdot \rho \cdot \mathbf{A} + 2 \cdot \mathbf{A}_m \cdot \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{J}_m$$

Из симметричного (7) и антисимметричного (10) тензоров энергии следуют соответствующие им частные квадратичные инварианты:

$$\Lambda_S = (\varphi \cdot \rho)^2 + (\mathbf{A} \cdot \mathbf{J})^2 - (\frac{1}{c}\varphi \cdot \mathbf{J})^2 + \frac{1}{2}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{J})^2$$

$$\Lambda_{AS} = \frac{1}{2}(\frac{1}{c}\varphi \cdot \mathbf{J} - c \cdot \rho \cdot \mathbf{A})^2 - \frac{1}{2}(\mathbf{A} \times \mathbf{J})^2$$

Поскольку производными электромагнитной энергии являются электромагнитные силы, то уравнения (3)-(6), (8), (9), (11), (12) можно также считать уравнениями баланса плотности электромагнитных сил. Электромагнитные силы будут рассмотрены в следующей главе. Эти электромагнитные силы, как и электромагнитная энергия, будут записаны для взаимодействующих электрических зарядов одного знака. Для получения электромагнитных сил, действующих между электрическими зарядами разного знака необходимо изменить знак перед φ или ρ.

### 3 Тензор и полная система электромагнитных сил

Тензор плотности электромагнитных сил $\mathbf{S}_{\mu\nu\eta}$, действующих в системе «ЭМП - 4-плотность тока», получим в виде производной $\partial_\eta(\partial / c\partial t, \partial / i \cdot \partial \mathbf{r}_k)$ тензора плотности электромагнитной энергии (1):

$$\mathbf{S}_{\eta\mu\nu} = \partial_\eta \mathbf{W}_{\mu\nu} = \partial_\eta(\mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu) = \partial_\eta \begin{pmatrix} \rho \cdot \varphi & \frac{1}{c} i \cdot \varphi \cdot J_x & \frac{1}{c} i \cdot \varphi \cdot J_y & \frac{1}{c} i \cdot \varphi \cdot J_z \\ i \cdot c \cdot \rho \cdot A_x & -A_x \cdot J_x & -A_x \cdot J_y & -A_x \cdot J_z \\ i \cdot c \cdot \rho \cdot A_y & -A_y \cdot J_x & -A_y \cdot J_y & -A_y \cdot J_z \\ i \cdot c \cdot \rho \cdot A_z & -A_z \cdot J_x & -A_z \cdot J_y & -A_z \cdot J_z \end{pmatrix} \quad (13)$$

Тензор плотности электромагнитных сил является 4-тензором третьего ранга и имеет 64 компонента. Эти компоненты являются компонентами всех видов электромагнитных сил, действующих в системе «ЭМП - 4-плотность тока».

Разделение электромагнитных сил на самостоятельные виды достаточно условно. В четырехмерном пространстве-времени все виды электромагнитных сил связаны друг с другом уравнениями связи, т.е. представляют собой одну четырехмерную тензорную электромагнитную силу, имеющую 64 компонента.

Для лучшего представления, запишем эти компоненты в виде символических сумм производных от различных видов электромагнитной энергии:

$$\Sigma_1 = \partial_\eta(\rho \cdot \varphi) = \frac{1}{c}\varphi \cdot \partial_t \rho + \frac{1}{c}\rho \cdot \partial_t \varphi - i \cdot \varphi \cdot \nabla\rho - i \cdot \rho \cdot \nabla\varphi$$

$$\Sigma_2 = \partial_\eta(i \cdot c \cdot \rho \cdot \mathbf{A}) = i \cdot \mathbf{A} \cdot \partial_t \rho + i \cdot \rho \cdot \partial_t \mathbf{A} + c \cdot \mathbf{A} \cdot \nabla\rho + c \cdot \rho \cdot \nabla \cdot \mathbf{A}$$

$$\Sigma_3 = \partial_\eta(i\frac{1}{c}\mathbf{J} \cdot \varphi) = i\frac{1}{c^2}\mathbf{J} \cdot \partial_t \varphi + i\frac{1}{c^2}\varphi \cdot \partial_t \mathbf{J} + \frac{1}{c}\mathbf{J} \cdot \nabla\varphi + \frac{1}{c}\varphi \cdot \nabla \cdot \mathbf{J}$$

$$\Sigma_4 = \partial_\eta(-\mathbf{A} \cdot \mathbf{J}) = -\frac{1}{c}(\partial_t \mathbf{A}) \cdot \mathbf{J} - \frac{1}{c}\mathbf{A} \cdot \partial_t \mathbf{J} + i \cdot (\nabla \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{J} + i \cdot \mathbf{A} \cdot \nabla \cdot \mathbf{J}$$

$$\Sigma_5 = \partial_\eta(-\mathbf{A}_m \otimes \mathbf{J}_n) = -\frac{1}{c}\partial_t(\mathbf{A}_m \otimes \mathbf{J}_n) + i \cdot \partial_k(\mathbf{A}_m \otimes \mathbf{J}_n)$$

где $\mathbf{A}_m \otimes \mathbf{J}_n = (A_z \cdot J_y + A_y \cdot J_z)_x + (A_x \cdot J_z + A_z \cdot J_x)_y + (A_x \cdot J_y + A_y \cdot J_x)_z$

k, m, n=(x, y, z) – координаты трехмерного евклидова пространства.

Таким образом, 64 компонента тензора плотности электромагнитных сил $\mathbf{S}_{\mu\nu\eta}$ можно представить в виде 20 видов электромагнитных сил $S_1$ - $S_{20}$, записанных для трехмерного евклидова пространства и сведенных в таблицу:

| Электромагнитные силы | | | |
|---|---|---|---|
| Динамические электромагнитные силы | | Стационарные электромагнитные силы | |
| $S_1 = \frac{1}{c}\varphi \cdot \partial_t \rho$ | $S_2 = \frac{1}{c}\rho \cdot \partial_t \varphi$ | $S_3 = -\varphi \cdot \nabla\rho$ | $S_4 = -\rho \cdot \nabla\varphi$ |
| $S_5 = \mathbf{A} \cdot \partial_t \rho$ | $S_6 = \rho \cdot \partial_t \mathbf{A}$ | $S_7 = c \cdot \mathbf{A} \cdot \nabla\rho$ | $S_8 = c \cdot \rho \cdot \nabla \cdot \mathbf{A}$ |
| $S_9 = \frac{1}{c^2}\mathbf{J} \cdot \partial_t \varphi$ | $S_{10} = \frac{1}{c^2}\varphi \cdot \partial_t \mathbf{J}$ | $S_{11} = \frac{1}{c}\mathbf{J} \cdot \nabla\varphi$ | $S_{12} = \frac{1}{c}\varphi \cdot \nabla \cdot \mathbf{J}$ |
| $S_{13} = -\frac{1}{c}(\partial_t \mathbf{A}) \cdot \mathbf{J}$ | $S_{14} = -\frac{1}{c}\mathbf{A} \cdot \partial_t \mathbf{J}$ | $S_{15} = (\nabla \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{J}$ | $S_{16} = \mathbf{A} \cdot \nabla \cdot \mathbf{J}$ |
| $S_{17} = -\frac{1}{c}(\partial_t \mathbf{A}_m) \otimes \mathbf{J}_n$ | $S_{18} = -\frac{1}{c}\mathbf{A}_m \otimes (\partial_t \mathbf{J}_n)$ | $S_{19} = (\partial_k \mathbf{A}_m) \otimes \mathbf{J}_n$ | $S_{20} = \mathbf{A}_m \otimes (\partial_k \mathbf{J}_n)$ |

Электромагнитные силы $S_1$ - $S_{20}$ представляют собой полную систему сил, действующих в трехмерном пространстве на заряды и токи в поле скалярного φ и векторного $\mathbf{A}$ потенциалов ЭМП. Электромагнитные силы можно разделить на динамические силы, в которых присутствуют производные по времени потенциалов ЭМП, плотности заряда или плотности тока и стационарные силы, где эти величины постоянны во времени.

В настоящее время в электродинамике основную роль играют статическая сила Кулона $S_4$, стационарная сила Ампера (Лоренца) $S_{19}$ и динамическая сила Кулона $S_6$, возникающая в явлениях электромагнитной индукции Фарадея. К известным силам можно отнести также стационарную силу Солунина-Николаева [1-3] $S_{15}$. Здесь следует отметить, что стационарные силы Ампера $S_{19}$ и Солунина-Николаева $S_{15}$, являются компонентами одной стационарной трехмерной тензорной силы. Остальные электромагнитные силы в электродинамике фактически неизвестны и, при рассмотрении задач взаимодействия ЭМП и вещества, не применяются, со всеми вытекающими отсюда отрицательными последствиями для теории и практики.

Большой практический интерес представляют динамические силы $S_1$ и $S_2$, зависящие от скорости изменения скалярного потенциала и плотности зарядов во времени. Из выражений для этих сил следует, что при возрастании скалярного потенциала и плотности зарядов во времени в некоторой области пространства с электрическими зарядами появляются силы объемного сжатия, направленные против действия сил Кулона. Эти силы проявляют себя в высокодинамичных импульсных электромагнитных процессах, типа плазменного фокуса, ядерного взрыва и др. Примером их проявления являются электродинамические эффекты, наблюдаемые в виде самоусиливающегося кумулятивного процесса взрывного объемного сжатия материала мишени до сверхплотностей при воздействии на мишень импульсного электронного пучка длительностью $10^{-8}$ секунды [6], а затем взрывного разрушения мишени после окончания действия электронного импульса.

Из тензора $\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}$ следуют три уравнения баланса плотности электромагнитных сил:

1) $\partial^{\eta}\partial^{\mu}\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}=0$ 2) $\partial^{\eta}\partial^{\nu}\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}=0$ 3) $\partial^{\mu}\partial^{\nu}\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}=0$

В главе 2 получены уравнения сохранения плотности электромагнитной энергии (3)-(6), (8), (9), (11), (12), которые также можно записать в виде уравнений баланса плотности электромагнитных сил. Например, из уравнения сохранения плотности энергии (3) следует уравнение баланса плотности электромагнитных сил:

$$\frac{1}{c}\varphi\cdot\partial_t\rho+\frac{1}{c}\rho\cdot\partial_t\varphi+c\cdot\mathbf{A}\cdot\nabla\rho+c\cdot\rho\cdot\nabla\cdot\mathbf{A}=0 \text{ или } S_1+S_2+S_7+S_8=0$$

Аналогично можно записать уравнения баланса плотности электромагнитных сил и для остальных уравнений сохранения энергии (4)-(6), (8), (9), (11), (12), подставив в них выражения для электромагнитных сил из таблицы.

В главе 2 показано (2), что все виды электромагнитной энергии связи в системе «ЭМП - 4-плотность тока», можно представить через плотность потенциальной энергии $W_0 = \rho \cdot \varphi$, скорости $\mathbf{V}_\mathrm{A}$ сторонних зарядов, создающих векторный потенциал $\mathbf{A}$ и скорости $\mathbf{V}_\mathrm{J}$ зарядов, создающих плотность тока $\mathbf{J}$. Из этого следует, что и все виды электромагнитных сил $\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}$ можно представить в виде производной $\partial_\eta(\partial / c\partial t, \partial / i \cdot \partial \mathbf{r}_k)$ произведения плотности потенциальной электромагнитной энергии $W_0$ на 4-тензор $\mathbf{V}_{\mu\nu}$ скоростей движения электрических зарядов $\mathbf{V}_\mathrm{A}$ и $\mathbf{V}_\mathrm{J}$:

$$\mathbf{S}_{\eta\mu\nu} = \partial_\eta \mathbf{W}_{\mu\nu} = \partial_\eta(\frac{1}{c^2} W_0 \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu}) = \frac{1}{c^2}\partial_\eta(\rho \cdot \varphi) * \mathbf{V}_{\mu\nu} + \frac{1}{c^2}(\rho \cdot \varphi) \cdot \partial_\eta \mathbf{V}_{\mu\nu} \qquad (14)$$

где $\mathbf{V}_{\mu\nu} = \mathbf{V}_{A\mu} * \mathbf{V}_{J\nu}$ - 4-тензор скоростей движения электрических зарядов.

В выражение для плотности электромагнитных сил (14) входит 4-тензор третьего ранга четырехмерных ускорений электрических зарядов $\partial_\eta \mathbf{V}_{\mu\nu}$. На основании выражения (14) все электромагнитные силы можно разделить на две группы. Силы взаимодействия зарядов, движущихся с постоянной скоростью и силы взаимодействия зарядов движущихся с ускорением.

Тензор плотности электромагнитных сил (13) можно также записать в виде суммы производных вектор-потенциала $\partial_\eta \mathbf{A}_\mu$ и 4-плотности тока $\partial_\eta \mathbf{I}_\nu$:

$$\mathbf{S}_{\eta\mu\nu} = \partial_\eta \mathbf{W}_{\mu\nu} = \partial_\eta(\mathbf{A}_\mu * \mathbf{I}_\nu) = (\partial_\eta \mathbf{A}_\mu) * \mathbf{I}_\nu + \mathbf{A}_\mu * (\partial_\eta \mathbf{I}_\nu) \qquad (15)$$

Из этой записи тензора плотности электромагнитных сил следует, что все силы можно разделить на две группы, соответствующие двум слагаемым выражения (15). В первую группу входят силы, связанные с изменением ЭМП, при постоянной плотности тока $\mathbf{I}_\nu$, а во вторую группу входят силы, связанные с изменением 4-плотности тока, при постоянном вектор-потенциале $\mathbf{A}_\mu$. В записи (15) тензора плотности электромагнитных сил $\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}$ все виды изменения ЭМП отражены в виде 4-тензора общего вида $\partial_\eta \mathbf{A}_\mu$ четырехмерных движений ЭМП [5 с.3], где под движениями ЭМП понимаются любые изменения ЭМП во времени и пространстве:

$$\mathbf{F}_{\nu\mu} = \partial_\nu \mathbf{A}_\mu = \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2}\partial_t \varphi & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t A_x & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t A_y & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t A_z \\ -\frac{1}{c} i \cdot \partial_x \varphi & \partial_x A_x & \partial_x A_y & \partial_x A_z \\ -\frac{1}{c} i \cdot \partial_y \varphi & \partial_y A_x & \partial_y A_y & \partial_y A_z \\ -\frac{1}{c} i \cdot \partial_z \varphi & \partial_z A_x & \partial_z A_y & \partial_z A_z \end{pmatrix} \qquad (16)$$

Тогда первую группу электромагнитных сил, входящих в выражение (15), можно записать в виде тензорного произведения:

$$\mathbf{S1}_{\eta\mu\nu} = (\partial_\eta \mathbf{A}_\mu) * \mathbf{I}_\nu = \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2}\partial_t\varphi & \frac{1}{c} i\cdot\partial_t A_x & \frac{1}{c} i\cdot\partial_t A_y & \frac{1}{c} i\cdot\partial_t A_z \\ -\frac{1}{c} i\cdot\partial_x\varphi & \partial_x A_x & \partial_x A_y & \partial_x A_z \\ -\frac{1}{c} i\cdot\partial_y\varphi & \partial_y A_x & \partial_y A_y & \partial_y A_z \\ -\frac{1}{c} i\cdot\partial_z\varphi & \partial_z A_x & \partial_z A_y & \partial_z A_z \end{pmatrix} * \mathbf{I}_\nu \qquad (17)$$

Часть электромагнитных сил этой группы получена в работе [5 с.11].

В выражении (15) все виды изменения плотности тока $\mathbf{I}_\nu$ отражены в виде 4-тензора общего вида $\partial_\eta \mathbf{I}_\nu$. Вторую группу электромагнитных сил, входящих в выражение (15), можно записать в виде тензорного произведения:

$$\mathbf{S2}_{\eta\mu\nu} = \mathbf{A}_\mu * (\partial_\eta \mathbf{I}_\nu) = \mathbf{A}_\mu * \begin{pmatrix} \partial_t\rho & i\cdot\frac{1}{c}\partial_t J_x & i\cdot\frac{1}{c}\partial_t J_y & i\cdot\frac{1}{c}\partial_t J_z \\ -i\cdot c\cdot\partial_x\rho & \partial_x J_x & \partial_x J_y & \partial_x J_z \\ -i\cdot c\cdot\partial_y\rho & \partial_y J_x & \partial_y J_y & \partial_y J_z \\ -i\cdot c\cdot\partial_z\rho & \partial_z J_x & \partial_z J_y & \partial_z J_z \end{pmatrix} \qquad (18)$$

Тензор $\partial_\eta \mathbf{I}_\nu$ и следующие из него уравнения движения электрических зарядов будут рассмотрены в следующей главе.

## 4 Тензоры и уравнения движения электрических зарядов

В общем случае движение электрических зарядов обусловлено действием на них электромагнитных сил со стороны ЭМП, существующего в области расположения зарядов. При отсутствии в рассматриваемой области пространства внешнего ЭМП, но при наличии в ней электрических зарядов, остается внутреннее ЭМП, создаваемое самими зарядами, находящимися в этой области пространства. В этом случае свободное самосогласованное движение электрических зарядов обусловлено коллективным взаимодействием зарядов между собой посредством ЭМП. В настоящее время в электродинамике отсутствует детерминированная система уравнений самосогласованного движения электрических зарядов.

Все силы, действующие на электрические заряды и токи, определяются тензором электромагнитных сил $\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}$, поэтому этот тензор определяет все движения зарядов. Наиболее явно это отражает выражение (14), в которое входит 4-тензор скоростей зарядов. Как уже говорилось ранее, это выражение записано для взаимодействия зарядов одного знака. Для описания взаимодействия зарядов разных знаков, например в квазинейтральной плазме, в этом выражении необходимо изменить знак у ρ или φ на противоположный.

Заменив в тензорных уравнениях баланса плотности электромагнитных сил

$$\partial^{\eta}\partial^{\mu}\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}=0 \qquad \partial^{\eta}\partial^{\nu}\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}=0 \qquad \partial^{\mu}\partial^{\nu}\mathbf{S}_{\eta\mu\nu}=0 \qquad (19)$$

векторный потенциал и плотность тока через скорости движения $\mathbf{V}_A$ зарядов, создающих векторный потенциал $\mathbf{A}$ и скорость $\mathbf{V}_J$ зарядов, создающих плотность тока $\mathbf{J}$, эти уравнения можно рассматривать как уравнения самосогласованного движения электрических зарядов:

$$\partial^{\eta}\partial^{\mu}\partial_{\eta}(\frac{1}{c^2}W_0\cdot\mathbf{V}_{\mu\nu})=0 \qquad \partial^{\eta}\partial^{\nu}\partial_{\eta}(\frac{1}{c^2}W_0\cdot\mathbf{V}_{\mu\nu})=0 \qquad \partial^{\mu}\partial^{\nu}\partial_{\eta}(\frac{1}{c^2}W_0\cdot\mathbf{V}_{\mu\nu})=0 \qquad (20)$$

Кроме движения зарядов, обусловленных их электромагнитным взаимодействием, существуют движения общего вида, обусловленные физикой четырехмерного пространства-времени. Такие движения описываются тензором движения электрических зарядов $\mathbf{T}_{\eta\nu}=\partial_{\eta}\mathbf{I}_{\nu}$, стоящим в выражении (18). Этот тензор получим дифференцированием $\partial_{\eta}(\partial/c\partial t,\partial/i\cdot\partial\mathbf{r}_k)$ 4-вектора плотности тока $\mathbf{I}_{\nu}(c\cdot\rho,i\cdot\mathbf{J})$. Тензор $\mathbf{T}_{\eta\nu}$ можно представить в виде суммы симметричного и антисимметричного тензоров:

$$\mathbf{T}_{\eta\nu}=\partial_{\eta}\mathbf{I}_{\nu}=\mathbf{T}_{(\eta\nu)}+\mathbf{T}_{[\eta\nu]}=\frac{1}{2}(\partial_{\eta}\mathbf{I}_{\nu}+\partial_{\nu}\mathbf{I}_{\eta})+\frac{1}{2}(\partial_{\eta}\mathbf{I}_{\nu}-\partial_{\nu}\mathbf{I}_{\eta})$$

Симметричный тензор движения электрических зарядов в матричном представлении имеет вид:

$$\mathbf{T}_{(\eta\nu)}=\frac{1}{2}(\partial_{\eta}\mathbf{J}_{\nu}+\partial_{\nu}\mathbf{J}_{\eta})=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 2\partial_t\rho & i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_x-c\cdot\partial_x\rho) & i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_y-c\cdot\partial_y\rho) & i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_z-c\cdot\partial_z\rho) \\ i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_x-c\cdot\partial_x\rho) & 2\partial_x J_x & (\partial_x J_y+\partial_y J_x) & (\partial_x J_z+\partial_z J_x) \\ i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_y-c\cdot\partial_y\rho) & (\partial_x J_y+\partial_y J_x) & 2\partial_y J_y & (\partial_y J_z+\partial_z J_y) \\ i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_z-c\cdot\partial_z\rho) & (\partial_x J_z+\partial_z J_x) & (\partial_y J_z+\partial_z J_y) & 2\partial_z J_z \end{pmatrix} \qquad (21)$$

Антисимметричный тензор движения электрических зарядов в матричном представлении имеет вид:

$$\mathbf{T}_{[\eta\nu]}=\frac{1}{2}(\partial_{\eta}\mathbf{J}_{\nu}-\partial_{\nu}\mathbf{J}_{\eta})=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 0 & i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_x+c\cdot\partial_x\rho) & i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_y+c\cdot\partial_y\rho) & i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_z+c\cdot\partial_z\rho) \\ -i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_x+c\cdot\partial_x\rho) & 0 & (\partial_x J_y-\partial_y J_x) & (\partial_x J_z-\partial_z J_x) \\ -i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_y+c\cdot\partial_y\rho) & -(\partial_x J_y-\partial_y J_x) & 0 & (\partial_y J_z-\partial_z J_y) \\ -i\cdot(\frac{1}{c}\partial_t J_z+c\cdot\partial_z\rho) & -(\partial_x J_z-\partial_z J_x) & -(\partial_y J_z-\partial_z J_y) & 0 \end{pmatrix} \qquad (22)$$

Уравнения движения электрических зарядов получим, свернув по каждому из индексов производные тензора $\mathbf{T}_{\eta\nu}$ и тензоров его разложения (19) и (20).

Из тензора $\mathbf{T}_{\eta\nu}$ следуют уравнения движения электрических зарядов:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\rho-\Delta\rho=0 \qquad (23) \qquad\qquad \frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{J}-\Delta\mathbf{J}=0 \qquad (24)$$

$$\partial_t(\partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{J}) = 0 \qquad (25) \qquad \nabla(\partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{J}) = 0 \qquad (26)$$

Из симметричного тензора (19) следуют уравнения движения электрических зарядов:

$$2\frac{1}{c}\partial_{tt}\rho + \frac{1}{c}\partial_t\nabla\cdot\mathbf{J} - c\cdot\Delta\rho = 0 \qquad (27)$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{J} - \nabla(\nabla\cdot\mathbf{J}) - \Delta\mathbf{J} - \partial_t\nabla\rho = 0 \qquad (28)$$

Из антисимметричного тензора (20) следуют уравнения движения электрических зарядов:

$$-\frac{1}{c^2}\partial_t\nabla\cdot\mathbf{J} - \Delta\rho = 0 \qquad (29)$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{J} + \partial_t\nabla\rho + \nabla\times\nabla\times\mathbf{J} = 0 \qquad (30)$$

Уравнения (23) и (24) являются волновыми уравнениями плотности заряда и плотности тока. Уравнения (25) и (26) являются уравнениями непрерывности плотности тока. Уравнение (28) является электромагнитным аналогом уравнения движения общего вида изотропной упругой среды [7 с.125], описывающего распространение механических волн в сжимаемых линейно-упругих изотропных твердых и жидких средах. Уравнение (28) можно записать в виде:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{J} - \nabla\times\nabla\times\mathbf{J} - 2\Delta\mathbf{J} = -\partial_t\nabla\rho \qquad (31)$$

Это уравнение описывает вихревые волновые движения зарядов в плазме и плазмоподобных средах, в частности, волны плазменной турбулентности. Из этого уравнения также следует возможность образования плазменных стационарных устойчивых вихревых структур.

В настоящее время в физике плазмы применяется в основном статистический подход к описанию самосогласованного движения заряженных частиц. Уравнения (20) и (23)-(30) являются полной детерминированной системой уравнений самосогласованного движения электрических зарядов.

## 5 Тензор и уравнения сохранения механической энергии-импульса

Тензору плотности электромагнитной энергии (2) можно дать механическую интерпретацию. Этот тензор записан для взаимодействия зарядов одного знака, поэтому φ и ρ имеют одинаковые знаки. В нейтральном незаряженном материальном теле или сплошной среде содержится равное количество зарядов разного знака, тогда в выражениях для электромагнитной энергии необходимо плотность зарядов и скалярный потенциал брать с разными знаками, поскольку заряды одного знака находятся в электромагнитном поле зарядов другого знака. Тогда произведение плотности зарядов на скалярный потенциал, описывающее энергию электромагнитного взаимодействия, будет иметь отрицательный знак, характеризующий взаимное притяжение зарядов разного знака. Введя плотность нейтральной электромагнитной массы $m_e = -\varphi \cdot \rho / c^2$, электромагнитную энергию $W_0$ можно записать в виде:

$$W_0 = -\rho \cdot \varphi = -\frac{\rho \cdot \varphi}{c^2} c^2 = -m_e \cdot c^2$$

Теперь перепишем тензор электромагнитной энергии (2) для нейтральной материальной среды в виде тензора механической энергии-импульса. Считая, что все электрические заряды движущегося тела или сплошной среды имеют среднюю переносную скорость одинаковую по величине и направлению $\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_J = \mathbf{V}$, симметричный тензор механической энергии-импульса получим в виде:

$$\mathbf{W}^M_{\mu\eta} = -\frac{1}{c^2}\varphi \cdot \rho \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu} = -m_e \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -m_e \cdot c^2 & -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_x & -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_y & -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_z \\ -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_x & m_e \cdot V_x \cdot V_x & m_e \cdot V_x \cdot V_y & m_e \cdot V_x \cdot V_z \\ -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_y & m_e \cdot V_y \cdot V_x & m_e \cdot V_y \cdot V_y & m_e \cdot V_y \cdot V_z \\ -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_z & m_e \cdot V_z \cdot V_x & m_e \cdot V_z \cdot V_y & m_e \cdot V_z \cdot V_z \end{pmatrix} \quad (32)$$

Компоненты тензора $\mathbf{W}^M_{\mu\eta}$ представляют собой плотность всех возможных видов механической энергии. Как известно, компоненты 4-тензора второго ранга можно представить в виде скаляра, двух трехмерных векторов и трехмерного тензора второго ранга. Поскольку тензор (32) симметричный, то из него следуют три вида механической энергии:

1) Скаляр плотности полной энергии тела:

$$W_P = -m_e \cdot c^2$$

2) Вектор плотности импульса **p**, умноженный на скорость света:

$$\mathbf{W}_I = -c \cdot m_e \cdot \mathbf{V} = -c \cdot \mathbf{p}$$

3) Симметричный тензор плотности кинетической энергии. Этот тензор можно также трактовать как тензор потока плотности импульса:

$$\mathbf{W}_K = \begin{bmatrix} m_e \cdot V_x \cdot V_x & m_e \cdot V_x \cdot V_y & m_e \cdot V_x \cdot V_z \\ m_e \cdot V_y \cdot V_x & m_e \cdot V_y \cdot V_y & m_e \cdot V_y \cdot V_z \\ m_e \cdot V_z \cdot V_x & m_e \cdot V_z \cdot V_y & m_e \cdot V_z \cdot V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \cdot V_x & p_x \cdot V_y & p_x \cdot V_z \\ p_y \cdot V_x & p_y \cdot V_y & p_y \cdot V_z \\ p_z \cdot V_x & p_z \cdot V_y & p_z \cdot V_z \end{bmatrix}$$

След тензора механической энергии-импульса (32) является его четырехмерным инвариантом:

$$Tr = -m_e \cdot c^2 + m_e \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} = -m_e \cdot c^2 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{V}$$

С учетом того, что релятивистский объем имеет вид $Q = q_0 \cdot \sqrt{1-\upsilon^2 / c^2}$, выражение для этого инварианта, после перехода от плотности электромагнитной массы $m_e$ к массе m, соответствует известной в механике канонической релятивистской функции Лагранжа **L** [8 с. 46] для свободной частицы, выраженной через полную энергию и импульс частицы:

$$L = -\frac{\mathrm{m} \cdot c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2 / c^2}} + \frac{\mathrm{m} \cdot \mathbf{V}}{\sqrt{1-\upsilon^2 / c^2}} \cdot \mathbf{V} = -\mathrm{E} + \mathbf{p}_R \cdot \mathbf{V} \qquad (33)$$

где m – масса частицы, $\mathrm{E}$ – полная энергия частицы, $\mathbf{p}_R$ – релятивистский импульс частицы.

Из тензора механической энергии-импульса (32) следует квадратичный механический лагранжиан для свободной частицы:

$$\Lambda_M = (m_e \cdot c^2)^2 - 2(c \cdot m_e \cdot \mathbf{V})^2 + (m_e \cdot \mathbf{V}_m \cdot \mathbf{V}_n)^2$$

Этот лагранжиан можно записать через плотность импульса **p** частицы:

$$\Lambda_M = (m_e \cdot c^2)^2 - 2(c \cdot \mathbf{p})^2 + (\mathbf{p}_m \cdot \mathbf{V}_n)^2$$

Из тензора (32) также следуют два уравнения сохранения механической энергии-импульса:

$$\partial_t (m_e) + \nabla (m_e \cdot \mathbf{V}) = 0 \qquad \partial_t (m_e \cdot \mathbf{V}) + m_e \cdot \mathbf{V} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{V}) + m_e \cdot (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = 0$$

или, через плотность импульса **p** частицы:

$$\partial_t m_e + \nabla \cdot \mathbf{p} = 0 \qquad (34)$$

$$\partial_t \mathbf{p} + \mathbf{p} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{V}) + (\mathbf{p} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{V} = 0 \qquad (35)$$

Эти уравнения сохранения механической энергии-импульса можно также трактовать как уравнения баланса механических сил. Полную систему механических сил как компонентов 4-тензора механических сил $\mathbf{S}^M_{\eta\mu\nu}$, получим, взяв производную $\partial_\eta (\partial / c\partial t, \partial / i \cdot \partial \mathbf{r}_k)$ тензора механической энергии (32):

$$\mathbf{S}^M_{\eta\mu\nu} = \partial_\eta \mathbf{W}^M_{\mu\nu} = \partial_\eta \begin{pmatrix} -m_e \cdot c^2 & -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_x & -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_y & -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_z \\ -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_x & m_e \cdot V_x \cdot V_x & m_e \cdot V_x \cdot V_y & m_e \cdot V_x \cdot V_z \\ -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_y & m_e \cdot V_y \cdot V_x & m_e \cdot V_y \cdot V_y & m_e \cdot V_y \cdot V_z \\ -i \cdot m_e \cdot c \cdot V_z & m_e \cdot V_z \cdot V_x & m_e \cdot V_z \cdot V_y & m_e \cdot V_z \cdot V_z \end{pmatrix} \qquad (36)$$

Из этого тензора следуют уравнения баланса механических сил:

1) $\partial^\eta \partial^\mu \partial_\eta (m_e \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu}) = 0$ 2) $\partial^\eta \partial^\nu \partial_\eta (m_e \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu}) = 0$ 3) $\partial^\mu \partial^\nu \partial_\eta (m_e \cdot \mathbf{V}_{\mu\nu}) = 0$

Рассмотрение полной системы механических сил в задачи настоящей работы не входит. Однако здесь следует сказать, что разделение механических сил, также как и электромагнитных, на самостоятельные виды достаточно условно. В четырехмерном пространстве-времени все виды механических сил связаны друг с другом уравнениями связи и представляют собой одну четырехмерную тензорную механическую силу.

Таким образом, из тензора электромагнитной энергии (2) следуют основные законы механики, вытекающие из канонической релятивистской функции Лагранжа **L** (33) и законы сохранения механической энергии-импульса (34) и (35), показывающие неразрывную связь электродинамики и механики. Другими словами, здесь показано, что основные законы механики автоматически следуют из электродинамики.

**6 Заключение**

Применение дедуктивного метода и аксиом о существовании в природе поля электромагнитного вектор-потенциала $\mathbf{A}_\mu(\varphi/c, \mathbf{A})$ и поля 4-вектора плотности тока $\mathbf{J}_\mu$ позволило построить основы последовательной электродинамики в части, описывающей электромагнитную энергию, электромагнитные силы и движения заряженных частиц.

В результате получены 4-тензоры плотности электромагнитной энергии для системы «ЭМП – 4-плотность тока» и следующие из них уравнения сохранения плотности электромагнитной энергии.

Из 4-тензора плотности электромагнитной энергии получен 4-тензор третьего ранга плотности всех электромагнитных сил для системы «ЭМП – 4-плотность тока», 64 компоненты которого определяют все виды статических, стационарных и динамических электромагнитных сил.

Получены уравнения баланса плотности электромагнитных сил. Написаны различные представления 4-тензора плотности электромагнитных сил, позволяющие классифицировать электромагнитные силы.

Из разложения 4-тензора плотности электромагнитных сил, получен 4-тензор движения электрических зарядов и следующие из него уравнения этих движений.

Представлена механическая интерпретация тензора плотности электромагнитной энергии в виде 4-тензора плотности механической энергии-импульса, из которого автоматически следует каноническая инвариантная функция Лагранжа для свободной нейтральной (незаряженной) частицы. Из 4-тензора плотности механической энергии-импульса получены уравнения сохранения плотности механической энергии-импульса и 4-тензор механических сил. Компоненты этого тензора представляют собой компоненты всех видов механических сил. Таким образом показана неразрывная связь электродинамики и механики.

Полная система электромагнитных сил и уравнения их баланса позволят более обоснованно объяснять электродинамические явления в плазме и плазмоподобных средах, например, образование горячих точек и самоорганизующихся токово-плазменных структур в плазменном фокусе, статическую и динамическую самоорганизацию пылевой плазмы, в частности образование плазменных кристаллов, явления волновой турбулентности плазмы, образование шаровых молний и других плазменных явлений.

**Литература**


1. Солунин А. М. R–электродинамика / Иван. гос. ун-т. Иваново, 1983. 39 с. Деп. в ВИНИТИ 20.07.82, № 3908.
2. Николаев Г.В. Непротиворечивая электродинамика. Теории, эксперименты, парадоксы. – Томск, 1997, 144 с.
3. Томилин А.К. Обобщенная электродинамика. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2009, 166 с.

4 Тамм И.Е. Основы теории электричества / Учеб. Пособие для вузов.- 10-е изд., М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1989. 504 с.

5 Спиричев Ю.А. Полная система уравнений электромагнитного поля. Дополнение к электродинамике. Электронный ресурс. http://vixra.org/pdf/1411.0227v5.pdf. 2014. 14 с.

6 Адаменко С. В. Концепция искусственно инициируемого коллапса вещества и основные результаты первого этапа ее экспериментальной реализации // Препринт 2004, Киев.: Академпериодика, с. 36.

7 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 томах. Т. VII. Теория упругости. М.: «Наука», 1973, 248 с.

8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 томах. Т. II. Теория поля. М.: «ФИЗМАТЛИТ», 2003, 536 с.