UDC 530.1

THE COMPLETE SYSTEM OF EQUATIONS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD

ADDITION TO ELECTRODYNAMICS

Yu.A. Spirichev
Research & Design Institute of Radio-Electronic Engineering
Zarechny, Penza region, Russia

Abstract: The work is devoted to the development of the classical theory of electromagnetic fields (EMF). By way of deduction, built tensors EMF and received the complete system of equations EMF describing its rotation and deformation in pseudo-Euclidean Minkowski space. In addition to the well-known Maxwell's equations, the system contains four new equations EMF. Shows the physical essence of the calibration Lorentz. Received new wave equation EMF. The equation for the new components of the intensities of the symmetric part of the EMF. Get a new Lagrangian EMF. Expressions are obtained for the new electromagnetic forces

Keywords: electromagnetic field, strain field, the vector potential, tensors, the wave equation, the calibration Lorentz, electromagnetic forces, the force of Nikolayev.

ПОЛНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

ДОПОЛНЕНИЕ К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Ю.А. Спиричев
Научно-исследовательский и конструкторский институт радиоэлектронной техники,
г. Заречный, Пензенская обл., Россия
yurii.spirichev@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена развитию классической теории электромагнитного поля (ЭМП). Методом дедукции построены тензоры ЭМП и получена полная система уравнений ЭМП, описывающая его вращение и деформацию в псевдоевклидовом пространстве Минковского. Кроме известных уравнений Максвелла, система содержит четыре новых уравнения ЭМП. Показана физическая сущность калибровки Лоренца. Получены новые волновые уравнения ЭМП. Записаны выражения для новых компонентов напряженностей симметричной части ЭМП. Получен новый лагранжиан ЭМП. Получены выражения для новых электромагнитных сил.

Ключевые слова: электромагнитное поле, деформация поля, вектор-потенциал, тензоры, волновые уравнения, калибровка Лоренца, электромагнитные силы.

Оглавление

1 Введение

Основы современной классической электродинамики построены индуктивным методом на основе обобщения результатов опытов, различных допущениях и теоретических конструкциях, обеспечивающих связь между отдельными частями теории. Такой метод не позволяет построить законченную теорию, с гарантированным отсутствием в ней «белых пятен».

Теоретической базой электродинамики являются уравнения Максвелла, полученные эмпирическим путем, из которых следуют все ее основные выводы. Установлено, что уравнения Максвелла также следуют из антисимметричного тензора электромагнитного поля (ЭМП), например [1 с. 263], как уравнения связи между компонентами этого тензора.

Компонентами антисимметричного тензора ЭМП являются производные скалярного и векторного потенциалов ЭМП, комбинации которых определены как компоненты электрического и магнитного поля в потенциалах ЭМП. Этот антисимметричный 4-тензор представляет собой четырехмерный ротор потенциалов ЭМП, а следующие из него уравнения Максвелла описывают вращение ЭМП в псевдоевклидовом пространстве Минковского. На основе однозначного разложения тензора общего вида на симметричный и антисимметричный тензоры, антисимметричному тензору ЭМП можно однозначно сопоставить симметричный 4-тензор, описывающий напряжения четырехмерных деформаций ЭМП в псевдоевклидовом пространстве Минковского. Компонентами этого симметричного 4-тензора также являются производные скалярного и векторного потенциалов ЭМП, но в комбинациях, отличных от комбинаций антисимметричного тензора ЭМП. Из этого симметричного 4-тензора следуют уравнения напряжений деформации ЭМП, дополняющие систему уравнений Максвелла.

Антисимметричный и симметричный 4-тензоры ЭМП представляют собой две составные части полного 4-тензора ЭМП общего вида, из которого также следуют уравнения ЭМП. Таким образом, полную теоретическую базу электродинамики можно построить дедуктивным методом на основе полного 4-тензора ЭМП общего вида, компонентами которого являются производные скалярного и векторного потенциалов ЭМП. Этот тензор ЭМП общего вида можно получить ковариантным дифференцированием четырехмерного вектор-потенциала ЭМП $\mathbf{A}_{\mu}$.

Работа посвящена построению дедуктивным методом теоретической базы электродинамики включающей тензоры ЭМП, полную систему уравнений ЭМП, описывающую вращения и деформации ЭМП в псевдоевклидовом пространстве Минковского. Из симметричного 4-тензора ЭМП следуют новые виды напряженностей ЭМП, новый вид волнового уравнения ЭМП, описывающего поперечные электромагнитные волны и новый вид динамических электромагнитных сил, новый вид лагранжиана ЭМП. Показана физическая сущность калибровочного условия Лоренца.

В настоящей работе геометрия пространства-времени принимается в виде псевдоевклидова пространства Минковского. Радиус-вектор в этом пространстве имеет компоненты $\mathbf{R}_{\mu}(ct, i\cdot\mathbf{R})$. ЭМП понимается как поле четырехмерного вектор-потенциала ЭМП $\mathbf{A}_{\mu}(\varphi/c, i\cdot\mathbf{A})$, где φ и **A** скалярный и векторный потенциалы ЭМП в евклидовым пространстве. Таким образом, принимается аксиома о существовании в псевдоевклидовом пространстве-времени поля электромагнитного вектор-потенциала $\mathbf{A}_{\mu}(\varphi/c, i\cdot\mathbf{A})$. На основе этой аксиомы, дедуктивным методом находятся тензоры ЭМП и следующие из них уравнения движения ЭМП. Под движениями ЭМП понимаются любые изменения ЭМП во времени и пространстве. ЭМП рассматривается для вакуума.

2 Тензоры электромагнитного поля

Тензор $\mathbf{F}_{\nu\mu}$ напряженностей ЭМП общего вида получим ковариантным дифференцированием вектор-потенциала $\mathbf{A}_{\mu}$:

$$\mathbf{F}_{\nu\mu} = \partial_{\nu}\mathbf{A}_{\mu} = \partial\mathbf{A}_{\mu}(\varphi/c, i\mathbf{A}_{k})/\partial\mathbf{r}_{\nu}(c\cdot t, i\cdot\mathbf{r}_{k})$$

где $\mathbf{r}_{\mathbf{k}}$ - координаты в евклидовом пространстве. В матричном представлении этот тензор напряженностей ЭМП имеет вид:

$$\mathbf{F}_{\nu\mu} = \partial_\nu \mathbf{A}_\mu = \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2}\partial_t \varphi & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t A_x & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t A_y & \frac{1}{c} i \cdot \partial_t A_z \\ -\frac{1}{c} i \cdot \partial_x \varphi & \partial_x A_x & \partial_x A_y & \partial_x A_z \\ -\frac{1}{c} i \cdot \partial_y \varphi & \partial_y A_x & \partial_y A_y & \partial_y A_z \\ -\frac{1}{c} i \cdot \partial_z \varphi & \partial_z A_x & \partial_z A_y & \partial_z A_z \end{pmatrix} \qquad (1)$$

Этот тензор является базовым тензором ЭМП. Его можно представить в виде суммы симметричного и антисимметричного тензоров напряженностей ЭМП:

$$\mathbf{F}_{\nu\mu} = \partial_\nu \mathbf{A}_\mu = \mathbf{F}_{(\nu\mu)} + \mathbf{F}_{[\nu\mu]} = \frac{1}{2}(\partial_\nu \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \mathbf{A}_\nu) + \frac{1}{2}(\partial_\nu \mathbf{A}_\mu - \partial_\mu \mathbf{A}_\nu) \qquad (2)$$

Таким образом, симметричный и антисимметричный тензоры ЭМП являются составными частями полного тензора ЭМП (1), и поэтому каждая из этих составных частей описывает только свою часть свойств ЭМП. Именно поэтому, применяемый в электродинамике антисимметричный тензор, описывает только свойства ЭМП, связанные с его вращением в пространстве Минковского и не описывает свойств, связанных с деформацией поля.

Симметричный тензор напряженностей ЭМП в матричном представлении имеет вид:

$$\mathbf{F}_{(\nu\mu)} = \frac{1}{2}(\partial_\nu \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \mathbf{A}_\nu) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2\frac{1}{c^2}\partial_t \varphi & \frac{1}{c} i \cdot (\partial_t A_x - \partial_x \varphi) & \frac{1}{c} i \cdot (\partial_t A_y - \partial_y \varphi) & \frac{1}{c} i \cdot (\partial_t A_z - \partial_z \varphi) \\ \frac{1}{c} i \cdot (\partial_t A_x - \partial_x \varphi) & 2\partial_x A_x & (\partial_x A_y + \partial_y A_x) & (\partial_x A_z + \partial_z A_x) \\ \frac{1}{c} i \cdot (\partial_t A_y - \partial_y \varphi) & (\partial_x A_y + \partial_y A_x) & 2\partial_y A_y & (\partial_y A_z + \partial_z A_y) \\ \frac{1}{c} i \cdot (\partial_t A_z - \partial_z \varphi) & (\partial_x A_z + \partial_z A_x) & (\partial_y A_z + \partial_z A_y) & 2\partial_z A_z \end{pmatrix} \qquad (3)$$

Этот тензор описывает напряженности четырехмерных деформаций ЭМП. В существующей электродинамике теория четырехмерных деформаций поля отсутствует. Это приводит к ее ограниченности, так как деформациям ЭМП соответствуют свои электромагнитные силы и энергия деформации, которые существующей электродинамике не учитываются.

Диагональные члены тензоров (1) и (3) описывают напряженность объемной четырехмерной деформации расширения/сжатия ЭМП. Остальные компоненты симметричного тензора (3) описывают напряженности четырехмерных деформаций сдвига ЭМП. След тензора (1), представляющий сумму диагональных членов $Tr = \partial_t \varphi / c^2 + \nabla \cdot \mathbf{A}$, является инвариантом тензоров (1) и (3). Это выражение также соответствует выражению для калибровки Лоренца при $Tr = 0$. Из этого следует, что применение калибровки Лоренца, т.е. исключение диагональных членов симметричного тензора (3) из уравнений ЭМП, физически означает исключение из них описания напряженности объемной четырехмерной деформации ЭМП. В этом и заключается физическая сущность калибровки Лоренца.

Антисимметричный тензор напряженностей ЭМП в матричном представлении имеет вид:

$$\mathbf{F}_{[\nu\mu]} = \frac{1}{2}(\partial_\nu \mathbf{A}_\mu - \partial_\mu \mathbf{A}_\nu) = \frac{1}{2}\cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x + \partial_x\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y + \partial_y\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z + \partial_z\varphi) \\ -\frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x + \partial_x\varphi) & 0 & (\partial_x A_y - \partial_y A_x) & (\partial_x A_z - \partial_z A_x) \\ -\frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y + \partial_y\varphi) & -(\partial_x A_y - \partial_y A_x) & 0_y & (\partial_y A_z - \partial_z A_y) \\ -\frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z + \partial_z\varphi) & -(\partial_x A_z - \partial_z A_x) & -(\partial_y A_z - \partial_z A_y) & 0 \end{pmatrix} \qquad (4)$$

Этот антисимметричный тензор является классическим тензором напряженностей ЭМП, применяемым в существующей электродинамике. Из выражения (2) видно, что антисимметричный тензор является только частью базового тензора ЭМП (1) и поэтому он принципиально не может отражать всех свойств ЭМП. Запишем антисимметричный тензор ЭМП (4) с помощью обозначений напряженностей электрического **E** и магнитного поля **B**, которые в электродинамике выражаются через комбинации производных скалярного φ и векторного **A** потенциалов ЭМП (в системе СИ) в виде:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A} = (\partial_y A_z - \partial_z A_y)_x + (\partial_z A_x - \partial_x A_z)_y + (\partial_x A_y - \partial_y A_x)_z$$

Тогда классический антисимметричный тензор ЭМП (4) имеет вид (коэффициент ½ опущен):

$$\mathbf{F}_{[\nu\mu]} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x + \partial_x\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y + \partial_y\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z + \partial_z\varphi) \\ -\frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x + \partial_x\varphi) & 0 & (\partial_x A_y - \partial_y A_x) & (\partial_x A_z - \partial_z A_x) \\ -\frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y + \partial_y\varphi) & -(\partial_x A_y - \partial_y A_x) & 0_y & (\partial_y A_z - \partial_z A_y) \\ -\frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z + \partial_z\varphi) & -(\partial_x A_z - \partial_z A_x) & -(\partial_y A_z - \partial_z A_y) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c}i\cdot E_x & -\frac{1}{c}i\cdot E_y & -\frac{1}{c}i\cdot E_z \\ \frac{1}{c}i\cdot E_x & 0 & B_z & -B_y \\ \frac{1}{c}i\cdot E_y & -B_z & 0 & B_x \\ \frac{1}{c}i\cdot E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \qquad (5)$$

Аналогичным образом можно записать и симметричный тензор ЭМП (3). Поскольку компоненты тензора (3) имеют другие комбинации производных φ и **A**, введем для новых комбинаций производных следующие обозначения:

$$\mathbf{K} = \partial_t \mathbf{A} - \nabla\varphi$$

$$\mathbf{L} = \nabla\otimes\mathbf{A} = (\partial_y A_z + \partial_z A_y)_x + (\partial_z A_x + \partial_x A_z)_y + (\partial_x A_y + \partial_y A_x)_z$$

$$\mathbf{G}_\mu = \frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla\cdot\mathbf{A} = \frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \partial_x\mathbf{A}_x + \partial_y\mathbf{A}_y + \partial_z\mathbf{A}_z$$

Тогда симметричный тензор (3) можно записать в виде (коэффициент ½ опущен):

$$\mathbf{F}_{(\nu\mu)} = \begin{pmatrix} 2\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x - \partial_x\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y - \partial_y\varphi) & \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z - \partial_z\varphi) \\ \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_x - \partial_x\varphi) & 2\partial_x A_x & (\partial_x A_y + \partial_y A_x) & (\partial_x A_z + \partial_z A_x) \\ \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_y - \partial_y\varphi) & (\partial_x A_y + \partial_y A_x) & 2\partial_y A_y & (\partial_y A_z + \partial_z A_y) \\ \frac{1}{c}i\cdot(\partial_t A_z - \partial_z\varphi) & (\partial_x A_z + \partial_z A_x) & (\partial_y A_z + \partial_z A_y) & 2\partial_z A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2G_t & i\cdot\frac{1}{c}K_x & i\cdot\frac{1}{c}K_y & \frac{1}{c}i\cdot K_z \\ i\cdot\frac{1}{c}K_x & 2G_x & L_z & L_y \\ i\cdot\frac{1}{c}K_y & L_z & 2G_y & L_x \\ i\cdot\frac{1}{c}K_z & L_y & L_x & 2G_z \end{pmatrix} \qquad (6)$$

Таким образом, разложение (2) полного 4-тензора ЭМП (1) можно записать в виде:

$$\mathbf{F}_{\nu\mu} = \mathbf{F}_{(\nu\mu)} + \mathbf{F}_{[\nu\mu]} = \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 2\cdot G_t & i\cdot\frac{1}{c}K_x & i\cdot\frac{1}{c}K_y & \frac{1}{c}i\cdot K_z \\ i\cdot\frac{1}{c}K_x & 2\cdot G_x & L_z & L_y \\ i\cdot\frac{1}{c}K_y & L_z & 2\cdot G_y & L_x \\ i\cdot\frac{1}{c}K_z & L_y & L_x & 2\cdot G_z \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c}i\cdot E_x & -\frac{1}{c}i\cdot E_y & -\frac{1}{c}i\cdot E_z \\ \frac{1}{c}i\cdot E_x & 0 & B_z & -B_y \\ \frac{1}{c}i\cdot E_y & -B_z & 0 & B_x \\ \frac{1}{c}i\cdot E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Три новые комбинации производных потенциалов ЭМП **G**$_\mu$, **L**, **К** имеют точно такое физическое значение, как и комбинации производных, соответствующих электрическому **E** и магнитному полю **B**, т.е. являются силовыми характеристиками ЭМП. Поле **G**$_\mu$ является скалярным тензорным полем и его можно выделить из симметричного тензора (6) в виде самостоятельного шарового 4-тензора. Все эти пять физических силовых полей **G**$_\mu$, **L**, **К**, **E**, **B** являются компонентами единого поля производных ЭМП, описываемого базовым тензором (1) и неразрывно и однозначно связаны друг с другом через вектор-потенциал $\mathbf{A}_\mu$. При этом напряженности полей **G**$_\mu$, **L**, **К**, **E**, **B** характеризуют следующие силы:

G$_\mu$ - силы объемной четырехмерной деформации расширения/сжатия ЭМП;

К - силы пространственно-временной деформации сдвига ЭМП;

L – силы пространственно-угловой деформации сдвига ЭМП;

E – силы пространственно-временного вращения ЭМП;

B – силы пространственно-углового вращения ЭМП.

Выражения, описывающие взаимодействия этих электромагнитных силовых полей с электрическими зарядами и токами, будут рассмотрены в главе 5. Каждой из этих сил соответствует свой вид электромагнитной энергии взаимодействия ЭМП с электрическими зарядами и токами.

3 Уравнения движения электромагнитного поля

Под движениями ЭМП понимаются любые его изменения во времени и пространстве. Уравнения движения ЭМП с учетом источников поля в виде 4-плотности тока $\mathbf{J}_\mu(c\cdot\rho, i\cdot\mathbf{J})$, найдем из тензоров напряженностей ЭМП (1), (3) и (4), как уравнения связи между их компонентами, дифференцированием с последующим свертыванием.

Из базового тензора ЭМП (1) следуют уравнения движения ЭМП в потенциалах:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\varphi - \Delta\varphi = \rho/\varepsilon_0 \quad (8) \qquad \frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A} = \mu_0\cdot\mathbf{J} \quad (9)$$

$$\partial_t\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla\cdot\mathbf{A}\right) = 0 \quad (10) \qquad \nabla\left(\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla\cdot\mathbf{A}\right) = 0 \quad (11)$$

Уравнения (8) и (9) являются известными [2 с. 207] классическими волновыми уравнениями Даламбера для потенциалов ЭМП. Для их получения в существующей электродинамике используется калибровочное условие Лоренца. В данном случае эти уравнения без дополнительных условий автоматически следуют из базового тензора ЭМП (1), что указывает на их фундаментальность в теории ЭМП. Уравнения (10) и (11) являются новыми, и их можно трактовать, как уравнения сохранения ЭМП.

Из симметричного тензора (3) следуют уравнения движения ЭМП в потенциалах, описывающие его четырехмерную деформацию:

$$2\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\varphi + \partial_t\nabla\cdot\mathbf{A} - \Delta\varphi = \rho/\varepsilon_0 \tag{12}$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\partial_t\nabla\varphi - \nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}) - \Delta\mathbf{A} = \mu_0\cdot\mathbf{J} \tag{13}$$

Уравнения (12) и (13) можно записать, используя новые обозначения напряженностей ЭМП в виде:

$$2\frac{1}{c^2}\partial_t G_t + \nabla\cdot\mathbf{K} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_t\mathbf{K} - \nabla G - \nabla\otimes\mathbf{L} = \mu_0\cdot\mathbf{J}$$

где $\nabla\otimes\mathbf{L} = (\partial_y L_z + \partial_z L_y)_x + (\partial_z L_x + \partial_x L_z)_y + (\partial_x L_y + \partial_y L_x)_z$

Эти уравнения являются новыми и в существующей электродинамике неизвестны.

Из антисимметричного тензора (4) следуют уравнения движения ЭМП, описывающие его вращение в псевдоевклидовом пространстве:

$$-\partial_t\nabla\cdot\mathbf{A} - \Delta\varphi = \rho/\varepsilon_0 \tag{14}$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A} + \frac{1}{c^2}\partial_t\nabla\varphi + \nabla\times\nabla\times\mathbf{A} = \mu_0\cdot\mathbf{J} \tag{15}$$

Эти уравнения хорошо известны в электродинамике. Они входят в систему уравнений Максвелла. Уравнение (14) является записью закона Гаусса для ЭМП:

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$$

Уравнение (15) является уравнением Ампера-Максвелла:

$$-\frac{1}{c^2}\partial_t\mathbf{E} + \nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\cdot\mathbf{J}$$

Естественно, что при сложении уравнений (12) и (14), (13) и (15), соответственно, получим уравнения (8) и (9). Сложив уравнения (8) и (10), получим уравнение (12). Сложив уравнения (9) и (11), получим уравнение (15). Вычтя из уравнения (8) уравнение (10), получим уравнение (14). Вычтя из уравнения (9) уравнение (11), получим уравнение

(13). Таким образом, уравнения (8) – (15) взаимосвязаны и представляют собой полную самосогласованную систему уравнений движения ЭМП в псевдоевклидовом пространстве Минковского. В этой новой системе уравнения (8), (9), (14) и (15) известны из существующей теории ЭМП. Уравнения (10) – (13) являются новыми уравнениями электродинамики.

В систему уравнений Максвелла, кроме уравнений (14) и (15), входят два дифференциальных тождества:

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0 \quad \text{и} \quad \partial_t\mathbf{B}+\nabla\times\mathbf{E}=0$$

Эти тождества автоматически следуют из известного тензорного тождества Бьянки $\mathbf{F}_{ik,jl}+\mathbf{F}_{jl,ik}=\mathbf{F}_{il,jk}+\mathbf{F}_{jk,il}$ [3, с.70] для тензора второго ранга, записанного для компонентов антисимметричного тензора (5). Аналогичные дифференциальные тождества можно записать и для симметричного тензора (6). Кроме того, поскольку компоненты тензоров (5) и (6) связаны между собой, то для них можно записать дифференциальные тождества, аналогичные известным в теории упругости тождествам Бельтрами [4, с.98]. Здесь эти тождества не приводятся поскольку, по мнению автора, не представляют физического интереса.

Уравнения (8) и (9) являются классическими волновыми уравнениями Даламбера и в существующей электродинамике трактуются как уравнения электромагнитных волн в калибровке Лоренца. Однако волны, описываемые этими уравнениями, не содержат компоненты магнитного поля, и поэтому они не могут описывать электромагнитные волны, применяемые для радиосвязи имеющие магнитную компоненту. Кроме того, уравнение (9) не может объяснить корпускулярные свойства и момент импульса электромагнитных волн. Волны, описываемые уравнением (8) для скалярного потенциала в настоящее время считаются нефизическими. Уравнения (8) и (9) можно трактовать, как описание тензорных волн ЭМП. Тогда уравнение (8) для скалярного потенциала самостоятельно не имеет смысла и его нужно рассматривать совместно с уравнением (9), как описание единого тензорного волнового процесса.

Уравнение (13), следующее из симметричного тензора (4), по форме представляет собой электромагнитный аналог уравнения движения общего вида изотропной упругой среды [5 с.125], часто называемого уравнением движения Ламе и описывающего распространение механических волн в сжимаемых линейно-упругих изотропных твёрдых и жидких средах. Тогда уравнение (13) можно рассматривать, как уравнение волнового движения ЭМП. Это уравнение можно записать в виде неоднородного волнового уравнения, левая часть которого является волновой, тогда его правая часть будет описывать источник волн:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A}-\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\Delta\mathbf{A}=\mu_0\cdot\mathbf{J}+\frac{1}{c^2}\partial_t\nabla\varphi=\mu_0\cdot\mathbf{J}-\frac{1}{c^2}\partial_t\mathbf{E}_P \qquad (16)$$

Из этого уравнения следует, что переменный во времени градиент скалярного потенциала или переменное потенциальное электрическое поле $\mathbf{E}_P$ возбуждает в пространстве поперечные волны векторного потенциала вида:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A}-\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\Delta\mathbf{A}=0 \qquad (17)$$

Классическим излучателем электромагнитных волн, применяемых в радиосвязи, являются развернутые в пространстве обкладки электрического конденсатора, между которыми существует переменное потенциальное электрическое поле $\mathbf{E}_P$ в виде переменного во времени градиента скалярного потенциала, выражение которого стоит в правой части волнового уравнения (16). Таким образом, этот классический излучатель электромагнитных волн излучает в пространство поперечные электромагнитные волны, описываемые однородным волновым уравнением (17). Это уравнение можно записать в виде:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}\mathbf{A}-\nabla\times\nabla\times\mathbf{A}-2\Delta\mathbf{A}=0 \qquad (18)$$

В первый член этого уравнения входит переменное вихревое электрическое поле, а второй член является ротором магнитного поля. Таким образом, волны, описываемые уравнением (17), содержат вихревое электрическое и магнитное поле, что соответствует представлениям об электромагнитных волнах, применяемых в радиосвязи. Из уравнения (18) видно, что в описываемой им электромагнитной волне электрическое и магнитное поле сдвинуты по фазе на π/2, что объясняет механизм передачи электромагнитной энергии этой волной. Особенностью волнового уравнения (18) является наличие в нем «замкнутой» пространственной части, в виде двойного ротора векторного потенциала **A**, т.е. оно содержит двойную циркуляцию или вращение вектора **A** по замкнутому контуру, что, возможно, отражает корпускулярные свойства и момент импульса электромагнитной волны, описываемой этим уравнением. Таким образом, волновое уравнение (18) более соответствует физическому представлению об электромагнитных волнах, применяемых в радиосвязи, чем волновое уравнение (9) не содержащее магнитное поле.

Взяв дивергенцию от обеих частей уравнения (16), получим волновое уравнение для продольных скалярных волн дивергенции векторного потенциала **A**:

$$\frac{1}{c^2}\partial_{tt}(\nabla\cdot\mathbf{A}) - 2\Delta(\nabla\cdot\mathbf{A}) = \mu_0\nabla\cdot\mathbf{J} - \frac{1}{c^2}\partial_t\nabla\cdot\mathbf{E}_P \qquad (19)$$

Это волновое уравнение можно записать в однородном виде:

$$\frac{1}{2c^2}\partial_{tt}(\nabla\cdot\mathbf{A}) - \Delta(\nabla\cdot\mathbf{A}) = 0 \qquad (20)$$

Из уравнения (20) следует, что продольные скалярные волны дивергенции векторного потенциала **A** имеют скорость распространения $\upsilon = \sqrt{2}\cdot c$ и у них отсутствует магнитная компонента. Как видно из уравнения (19), источником этих волн является переменная во времени плотность электрических зарядов. Такие волны могут возникать в плазмоподобных средах.

4 Лагранжианы электромагнитного поля

Из трех тензоров ЭМП (1), (5), (6) следуют три квадратичных инварианта, которые можно принять в качестве лагранжианов ЭМП:

- из базового тензора ЭМП (1)

$$\Lambda_G = \mathbf{F}_{\nu\mu}\mathbf{F}^{\nu\mu} = \frac{1}{c^4}(\partial_t\varphi)^2 + 2\frac{1}{c^2}(\nabla\varphi)\cdot(\partial_t\mathbf{A}) + 2\cdot(\partial_m\mathbf{A}_n)\cdot(\partial_n\mathbf{A}_m)$$

- из антисимметричного тензора ЭМП (5)

$$\Lambda_{AS} = \frac{1}{4}\mathbf{F}_{[\nu\mu]}\mathbf{F}^{[\nu\mu]} = \frac{1}{2}(\frac{1}{c^2}\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) = \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}(-\partial_t\mathbf{A} - \nabla\varphi)^2 - \frac{1}{2}(\nabla\times\mathbf{A})^2$$

- из симметричного тензора ЭМП (6)

$$\Lambda_S = \frac{1}{4}\mathbf{F}_{(\nu\mu)}\mathbf{F}^{(\nu\mu)} = \mathbf{G}^2 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{c^2}\mathbf{K}^2 + \mathbf{L}^2) = \frac{1}{c^4}(\partial_t\varphi)^2 + (\nabla\cdot\mathbf{A})^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}(\partial_t\mathbf{A} - \nabla\varphi)^2 + \frac{1}{2}(\nabla\otimes\mathbf{A})^2$$

Лагранжиан Λ_G описывает полную энергию ЭМП, а лагранжианы Λ_{AS} и Λ_S описывают, соответственно, энергию антисимметричной и симметричной частей ЭМП. Тогда полный лагранжиан Λ_G ЭМП можно записать через напряженности поля:

$$\Lambda_G = \Lambda_S + \Lambda_{AS} = \mathbf{G}^2 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{c^2}\mathbf{K}^2 + \mathbf{L}^2 + \frac{1}{c^2}\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)$$

В существующей классической и квантовой электродинамике применяется лагранжиан Λ_{AS}, следующий из антисимметричного тензора ЭМП (5). Применение этого лагранжиана в квантовой электродинамике вызывает трудности, связанные с его неполнотой из-за отсутствия в нем диагональных компонентов полного тензора ЭМП (1), описывающего напряжения объемной деформации ЭМП. Для устранения этих трудностей в канонический лагранжиан Λ_{AS} искусственно вводят дополнительный член $\mathbf{G}^2 = \partial_\mu A^\nu \cdot \partial^\mu A_\nu$, описывающий диагональные компоненты полного тензора ЭМП (1). Например, известный лагранжиан Дирака – Фока – Подольского. Таким образом, в настоящее время в квантовой электродинамике используется искусственная конструкция лагранжиана. В отличие от Λ_{AS}, лагранжиан Λ_G, следующий из полного тензора ЭМП (1) уже содержит его диагональные члены, описывающие напряженность объемной деформации ЭМП. Отсюда следует, что в квантовой электродинамике целесообразно использовать лагранжиан Λ_G полного ЭМП не требующий дополнений.

В квантовой электродинамике в качестве уравнений движения ЭМП принимаются уравнения Максвелла в калибровке Лоренца или Кулона, т.е. переходят от уравнений Максвелла, следующих из антисимметричного тензора ЭМП (5) к уравнениям Даламбера (8) и (9) для потенциалов ЭМП, следующих из полного тензора ЭМП (1). Другими словами, с помощью приема калибровки, переходят от частных уравнений движения ЭМП (14) и (15) к общим уравнениям движения (8) и (9). Но условия такого перехода в виде калибровок Лоренца и Кулона являются источником дальнейших трудностей в квантовой электродинамике. Таким образом, в квантовой электродинамике следует применять полный тензор ЭМП (1), поскольку из него следуют уравнения Даламбера (8) и (9) для потенциалов ЭМП без применения калибровок Лоренца и Кулона, а также полный лагранжиан Λ_G ЭМП, не требующий введения дополнительных членов. Применение полного тензора ЭМП (1) и лагранжиана Λ_G позволит устранить трудности и более последовательно и корректно изложить квантовую электродинамику.

5 Электромагнитные силы

Получим выражения для электромагнитных сил взаимодействия силовых полей **G$_\mu$**, **L**, **K**, **E**, **B** с электрическими зарядами и токами. Эти выражения найдем в виде скалярного произведения тензоров ЭМП (3) и (4) на 4-вектор плотности тока $\mathbf{J}_\mu(c \cdot \rho, i \cdot \mathbf{J})$. Запишем компоненты электромагнитных сил, следующих из антисимметричного тензора (4) в виде матрицы (для трехмерного представления i опущена):

$$\mathbf{S}_{[\nu\mu]} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{c} E_x \cdot J_x & \frac{1}{c} E_y \cdot J_y & \frac{1}{c} E_z \cdot J_z \\ i \cdot E_x \cdot \rho & 0 & i \cdot B_z \cdot J_y & -i \cdot B_y \cdot J_z \\ i \cdot E_y \cdot \rho & -i \cdot B_z \cdot J_x & 0 & i \cdot B_x \cdot J_z \\ i \cdot E_z \cdot \rho & i \cdot B_y \cdot J_x & -i \cdot B_x \cdot J_y & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{c} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}, \mathbf{E} \cdot \rho, -\mathbf{B} \times \mathbf{J}\right) \quad (21)$$

Таким, образом, из антисимметричного тензора (4) следует три вида сил, в том числе силы Кулона и Ампера.

Аналогично запишем компоненты электромагнитных сил, следующих из симметричного тензора (4) в виде матрицы (для трехмерного представления i опущена):

$$\mathbf{S}_{(\nu\mu)}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}2\cdot c\cdot G_t\cdot\rho & -\frac{1}{c}K_x\cdot J_x & -\frac{1}{c}K_y\cdot J_y & -\frac{1}{c}K_z\cdot J_z\\ i\cdot K_x\cdot\rho & 2\cdot i\cdot G_x\cdot J_x & i\cdot L_z\cdot J_y & i\cdot L_y\cdot J_z\\ i\cdot K_y\cdot\rho & i\cdot L_z\cdot J_x & 2\cdot i\cdot G_y\cdot J_y & i\cdot L_x\cdot J_z\\ i\cdot K_z\cdot\rho & i\cdot L_y\cdot J_x & i\cdot L_x\cdot J_y & 2\cdot i\cdot G_z\cdot J_z\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot(2c\cdot G_t\cdot\rho,-\frac{1}{c}\mathbf{K}\cdot\mathbf{J},\mathbf{K}\cdot\rho\cdot,2\cdot\mathbf{G}\cdot\mathbf{J},\mathbf{L}\otimes\mathbf{J}) \quad (22)$$

где $\mathbf{L}\otimes\mathbf{J}=(L_z\cdot J_y+L_y\cdot J_z)_x+(L_x\cdot J_z+L_z\cdot J_x)_y+(L_x\cdot J_y+L_y\cdot J_x)_z$

Из симметричного тензора (3) следует пять новых видов сил. Очевидно, что поскольку напряженности ЭМП **К** и **Е**, **L и В** содержат одинаковые компоненты производных потенциалов ЭМП и связаны между собой, то силы (21) и (22) можно считать условными, а реально действующими в природе силами будут их суммы. Покажем это на примере силы Кулона. В электродинамике статическая сила Кулона записывается через потенциалы в виде:

$$S_K=\rho\cdot\mathbf{E}=\rho\cdot(-\nabla\varphi-\partial_t\mathbf{A})$$

При этом второй член $\partial_t\mathbf{A}$, стоящий в скобках, обычно отбрасывают, принимая:

$$S_K=\rho\cdot\mathbf{E}=\rho\cdot(-\nabla\varphi)$$

Понятно, что такое отбрасывание $\partial_t\mathbf{A}$ не является корректным. Реальной силой Кулона, действующей в природе, является сумма сил, обусловленных полями **Е** и **К**:

$$S_K=\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\mathbf{E}+\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\mathbf{K}=\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot(-\nabla\varphi-\partial_t\mathbf{A})+\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot(-\nabla\varphi+\partial_t\mathbf{A})=\rho\cdot(-\nabla\varphi)$$

Аналогичный вывод можно сделать и для силы Ампера.

Поскольку симметричный (3) и антисимметричный (4) тензоры в сумме представляют тензор (1), то реально действующие в природе электромагнитные силы получим скалярным умножением тензора (1) на 4-вектор плотности тока $\mathbf{J}_\mu(c\cdot\rho,i\cdot\mathbf{J})$. Запишем компоненты сил, следующие из этого произведения в виде матрицы (для трехмерного представления i опущена):

$$\mathbf{S}=(\partial_\nu\mathbf{A}_\mu)\cdot\mathbf{J}_\mu=\begin{pmatrix}\frac{1}{c}(\partial_t\varphi)\cdot\rho & -\frac{1}{c}(\partial_t A_x)\cdot J_x & -\frac{1}{c}(\partial_t A_y)\cdot J_x & -\frac{1}{c}(\partial_t A_z)\cdot J_x\\ -i\cdot(\partial_x\varphi)\cdot\rho & i\cdot(\partial_x A_x)\cdot J_x & i\cdot(\partial_x A_y)\cdot J_y & i\cdot(\partial_x A_z)\cdot J_z\\ -i\cdot(\partial_y\varphi)\cdot\rho & i\cdot(\partial_y A_x)\cdot J_x & i\cdot(\partial_y A_y)\cdot J_y & i\cdot(\partial_y A_z)\cdot J_z\\ -i\cdot(\partial_z\varphi)\cdot\rho & i\cdot(\partial_z A_x)\cdot J_x & i\cdot(\partial_z A_y)\cdot J_y & i\cdot(\partial_z A_z)\cdot J_z\end{pmatrix}=\frac{1}{c}(\partial_t\varphi)\cdot\rho,(-\nabla\varphi)\cdot\rho,-\frac{1}{c}(\partial_t\mathbf{A})\cdot\mathbf{J},(\nabla\cdot\mathbf{A})\cdot\mathbf{J},(\partial_k\mathbf{A}_l)\cdot\mathbf{J}_l$$

Окончательно получим выражения для пяти видов электромагнитных сил, действующих на электрические заряды и токи:

1) $S_1=\frac{1}{c}(\partial_t\varphi)\cdot\rho$ - динамическая скалярная сила объемного расширения/сжатия;

2) $S_2=(-\nabla\varphi)\cdot\rho$ - сила Кулона;

3) $S_3 = -\frac{1}{c}(\partial_t \mathbf{A}) \cdot \mathbf{J}$ - динамическая скалярная сила линейного расширения/сжатия;

4) $S_4 = (\partial_k \mathbf{A}_l) \cdot \mathbf{J}_l$ - сумма силы Ампера и силы Солунина-Николаева

5) $S_5 = (\nabla \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{J}$ - сила Солунина-Николаева

Понятно, что силу Ампера можно записать, как разность сил $S_A = S_4 - S_5$.

Силы 1, 3, и 5 являются новыми электромагнитными силами. Сила 5 теоретически предсказана Солуниным А.М. в работе [6], экспериментально обнаружена и исследована Николаевым Г.В. [7] и Томилиным [8] и др. Сила Солунина-Николаева автоматически следует из симметричного тензора ЭМП (6). Сила Ампера и сила Солунина-Николаева представляют собой единую трехмерную тензорную силу. Силы 1 и 3 малы, так как имеют коэффициент 1/c и до настоящего времени не были известны. Они являются динамическими силами и зависят от скорости изменения скалярного и векторного потенциалов во времени. Из выражения для силы 1 следует, что при возрастании скалярного потенциала во времени в некоторой области пространства с электрическими зарядами, появляются силы объемного сжатия и повышения плотности зарядов в этой области. При этом силы объемного сжатия направлены против действия сил Кулона. Эти силы проявляют себя в высокодинамичных импульсных электромагнитных процессах, типа плазменного фокуса. Примером их проявления являются электродинамические эффекты, наблюдаемые в виде самоусиливающегося кумулятивного процесса взрывного объемного сжатия материала мишени до сверхплотностей при воздействии на мишень импульсного электронного пучка длительностью 10^{-8} секунды, а затем взрывного разрушения мишени после окончания действия электронного импульса [9].

6 Заключение

Применение дедуктивного метода и аксиомы о существовании в псевдоевклидовом пространстве-времени поля электромагнитного вектор-потенциала $\mathbf{A}_\mu$ позволило получить 4-тензоры ЭМП и следующую из них полную систему уравнений ЭМП, включающую уравнения Максвелла.

Получены три новых вида $\mathbf{G}_\mu$, **L**, **K** напряженностей ЭМП, отражающих его четырехмерную деформацию. Эти три новые компоненты ЭМП можно трактовать как компоненты трех новых силовых полей, дополняющих силовые поля **E** и **B**.

Получена физическая интерпретация калибровки Лоренца, заключающаяся в исключении из рассмотрения напряженности объемной деформации ЭМП.

Из тензоров ЭМП следуют волновые уравнения, описывающие тензорные волны (8) и (9), поперечные волны (17) векторного потенциала ЭМП и продольные скалярные волны (20) дивергенции векторного потенциала.

Получены три лагранжиана ЭМП и показано, что в квантовой электродинамике целесообразно использовать полный лагранжиан ЭМП Λ_G, следующий из тензора (1), поскольку из него следуют уравнения Даламбера (8) и (9) для потенциалов ЭМП без применения калибровок.

Из тензора ЭМП (1) получено выражение для пяти электромагнитных сил, в том числе сил Кулона, Ампера и Солунина-Николаева и двух новых динамических сил.

В электродинамике существует положение о неоднозначности потенциала $\mathbf{A}_\mu$. Это положение было обусловлено неполнотой представления ЭМП в виде только антисимметричного тензора. В результате дополнения описания ЭМП симметричным тензором это положение о неоднозначности автоматически снимается, и потенциал $\mathbf{A}_\mu$ становится определенным.

Представленное дополнение к электродинамике открывает новую область теории ЭМП, описывающую динамические процессы, связанные с четырехмерной деформацией поля.

Литература

1. Савельев И.В. Основы теоретической физики. В 2 томах. Т.1 Механика и электродинамика. М.: «Наука»,1991, 496 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 томах. Т. II. Теория поля. М.: «Наука», 1987, 504 с.
3. Демидов С. П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979, 432 с.
4. Лейбензон Л. С. Курс теории упругости. М.: ОГИЗ, 1947, 465 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 томах. Т. VII. Теория упругости. М.: «Наука», 1973, 248 с.
6. Солунин А. М. R–электродинамика / Иван. гос. ун-т. Иваново, 1983. 39 с. Деп. в ВИНИТИ 20.07.82, № 3908.
7. Николаев Г.В. Непротиворечивая электродинамика. Теории, эксперименты, парадоксы. – Томск, 1997, 144 с.
8. Томилин А.К. Обобщенная электродинамика. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2009, 166 с.
9. Адаменко С. В. Концепция искусственно инициируемого коллапса вещества и основные результаты первого этапа ее экспериментальной реализации // Препринт 2004, Киев.: Академпериодика, 36 с.