新转动动力学

—— 惯性-转矩原理和力矩的静力学性质

庚广善

(Harbin · Macro · Dynamics Institute. 150066, P. R. China)

E-mail:sxzyu35@hotmail.com

(2014.8.17—2014.9.20)

摘要: 本文的论点，产生于一系列的转动动力学实验．最初的研究，是想找到一种克服动量守恒的方法．而进一步的研究，又发现了经典力学中，力矩原理的错误．然后一系列的，已有理论中的重大错误，都被发现出来．动量守恒定律是错的；牛顿第三定律是错的；能量守恒定律也是能够超越的．纠正了这些错误之后，新的理论即必然提出．这将涉及到经典物理学和力学的基础部分，物理学基础部分的教科书应该进行重大的修改．

关键字: 刚体；惯性-转矩；质心矩；质心臂；静力学；静力；动力学；守恒定律

PACS: 45.20.Dd, 45.40.àf, 45.50.àj, 45.50.Dd

0 引言

本文的论点是基于几项简单的物理学实验，这些实验通过两个视频文件来进行演示．这两个视频是：1.实验验证--动量不守恒(experiment testify momentum is not conservation)；2.关于惯性转矩的物理学和力学的实验(The experiment of physics of mechanics of the Inertia-torque)．并且还有相应的文章进行说明和论述[1,2]．

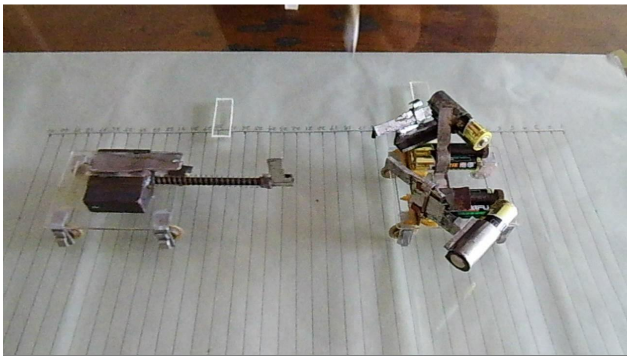

图 1 实验验证动量不守恒

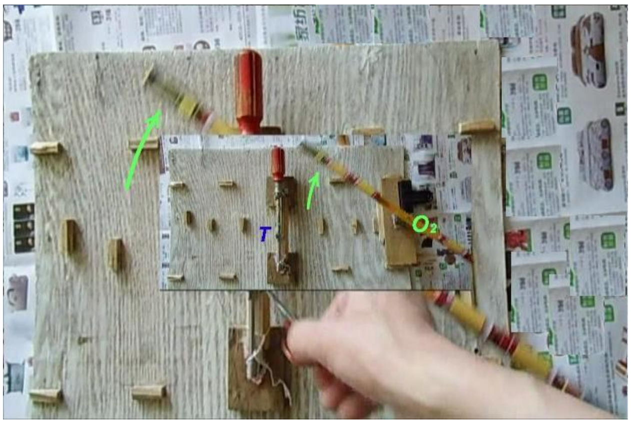

图 2 关于惯性转矩的物理学和力学的实验

图 1 和图 2 分别是这两个视频的截图．图 1 所示的实验，是关于动量不守恒所进行的最早的实

验．在此基础上经过深化研究，才形成本文所述的观点，并且陆续完成了如图 2 所示的实验．本文的论点主要就是由图 2 和图 1 的实验所产生．因此本文的论点是有实验的佐证和支持的，不是简单的推理或假设或猜想．

1　惯性-转矩的概念

惯性-转矩是物体的惯性质量与力臂的积．

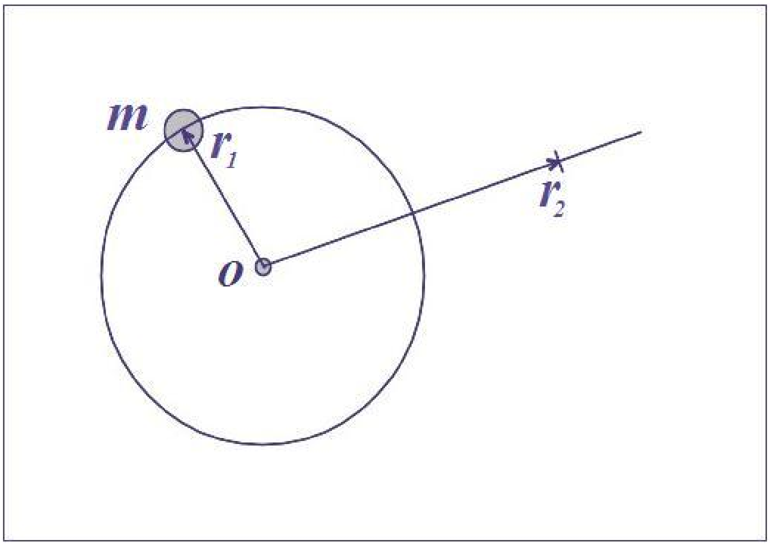

图 3 关于惯性-转矩

为什么杠杆能够省力？力矩真的是使力发生变化吗？难道它不是使物体的负荷质量发生变化？惯性-转矩简称惯性矩，如图 3 所示，质点 $\boldsymbol{m}$($\boldsymbol{m}$ 即是其质量)对 $\boldsymbol{O}$ 的转动半径是 $\boldsymbol{r_1}$，则它的惯性矩是：

$$I = m \cdot r_1 \tag{1.0.1}$$

惯性矩与力矩类似，对同一个原点，它是一个恒量．那么由该原点引出的其它半径，例如图中的 $\boldsymbol{r_2}$，即须进行变化．

若　$r_2 = qr_1$　则

$$I = m \cdot r_1 = \frac{m}{q} \cdot r_2 \tag{1.0.2}$$

因此这时 $\boldsymbol{m}$ 即减小 $\boldsymbol{q}$ 倍．是半径 $\boldsymbol{r}$ 变化倍数的反比．

那么，惯性矩是物体的质量与力臂的积．它的真实意义，其实就是在力臂的端点处，向两侧切线方向上的，物体的惯性质量．因此，由惯性矩可以求出，物体在切线方向上的质量．

如对应于惯性矩：　$I = m \cdot r_1$　的切向质量即是

$$m = \frac{I}{r_1} \tag{1.0.3}$$

而对应于式(1.0.2)的 $\boldsymbol{r_2}$ 的切向质量是：

$$m_2 = m \cdot \frac{1}{q} = \frac{I}{r_2} \tag{1.0.4}$$

不难看出，式(1.0.3)和式(1.0.4)并不太一样．两者区别的关键是，式(1.0.3)的质量 $\boldsymbol{m}$，是物体中真实的质点的质量；而式(1.0.4)的质量 $\boldsymbol{m_2}$，是在不同的力臂处，对质点 $\boldsymbol{m}$ 的质量的反比

例映射．因此在一个物体中，任意半径的力臂处的惯性矩的切向质量，都是既可能是物质的真实质量，也可能是非真实质量的映射质量．

$$M=\{m\,|\,m=I/r\}\qquad M_m=\{m_m\,|\,m_m=\rho m=I/(r/\rho)\}\qquad f:M\to M_m$$

$$m\mapsto m_m\qquad m_m=f(m)=\rho m \tag{1.0.5}$$

式中 $\boldsymbol{m}$ 是惯性矩中质点的真实质量，$\boldsymbol{m_m}$ 是惯性矩映射的不同力臂处质点的映射质量．

映射质量与真实质量，性质是不同的．真实质量体现的是物质的真实存在，因而它在物体中，对物体的惯性有实际的影响．而映射质量，它本身并不是真的存在．它只在，当物体受到力矩的作用时，呈现为一种惯性的负荷．因此它决定了在力的作用下，从该力矩处对力会有多大的惯性抵抗．

因为力矩上的映射质量，实际只在有外力作用时，表现为惯性的负荷．所以它是惯性矩的负荷质量的一部分．惯性矩的负荷质量，是指在物体的任意力臂上的，真实质量与映射质量的总和．惯性-转矩是对物体转动的惯性的标注．

1.1 惯性-转矩的实验

图 2 是一种动力学实验的视频截图[2]，该实验对惯性-转矩的理念形成了支持．

在这一图像中，外圈的是一幅大图，中间是一幅小图．两幅图是用同样的设备拍摄，叠加在一起是为了相互比较，以显示实验效果．

两起实验是用的同样的装置．即一个长条形的具有一定质量，能够灵活转动的旋转臂；和一个可以瞬间释放产生推力的弹簧．实验时将弹簧突然释放，产生一个冲力，推动旋转臂迅速转动起来．

两次实验，经过准确调整，使弹簧推动两个旋转臂的距离，是相同的．因此弹簧对两个旋转臂的推力，也是相同的．所不同的，是两个旋转臂的其中一个是在 1/2 臂长处推动，而另一个是在全部臂长处推动．

实验的结果，从图中可直观地获得．两个旋转臂以同样的角加速度和角速度旋转起来．这是对惯性-转矩理论的直接的和可靠的支持．

$$F_1=m_1a_1=m\cdot\frac{R\theta}{t^2}=m\cdot R\beta \tag{1.1.1}$$

$$F_2=m_2a_2=\frac{m}{2}\cdot\frac{2R\theta}{t^2}=\frac{m}{2}\cdot 2R\beta \tag{1.1.2}$$

式中 $\boldsymbol{\theta}$ 是旋臂转过的圆心角，$\boldsymbol{\beta}$ 是角加速度．可见两次实验，弹簧的冲力是一样的．而其负荷质量相差 2 倍，线加速度反比相差 2 倍，而角加速度是相同的．

说明实验与惯性-转矩的公式(1.0.1)和(1.0.2)等对应，证明了惯性-转矩理论的正确．而更重要的和需由物理学界所高度重视的，是该实验还否定了，已有理论中的“转动惯量”和“刚体定轴转动的转动定律”等理论！物理学的转动动力学，需进行重大的修改．

1.2 旋转刚体的总惯性矩

定轴转动的刚体，有确定的惯性矩．即式(1.0.1)和式(1.0.2)等．

而一般的刚体，通常都是由很多质点构成．当然其中每一个质点，无论处于多大半径，也必然有一个确定的惯性矩．亦如式(1.0.1)等．而刚体中每一个质点的惯性矩，都是一个恒量．即当半径变化时，其映射的质量将按反比变化．所以其惯性矩，不因半径的变化而变化．因此由于这

一原因，将一个刚体中全部质点的惯性矩，直接相加起来，就能得到该刚体的总惯性矩．这时无论是质点直接的惯性矩，还是映射质量的惯性矩，在任何半径都将符合其总惯性矩．

所以当一个定轴转动的刚体，是由若干质点构成．而其每一个质点，都有各自的质量 m_i，和与转轴之间的力臂 r_i．那么这一刚体的总惯性矩为：

$$I_{all} = m_1 r_1 + m_2 r_2 + \cdots\cdots + m_n r_n = \sum m_i r_i \qquad (1.2.1)$$

1.3　转动刚体的质心矩

转动刚体的总惯性矩是：

$$I_{all} = \sum m_i r_i \qquad (1.3.1)$$

而转动刚体的质心矩，是指刚体的总质量 M_{all}，与力臂 R_c 的积，等于总惯性矩 I_{all}．

即：

$$I_c = M_{all} \cdot R_c = \sum m_i r_i \qquad (1.3.2)$$

式中 I_c 即代表质心矩．

我们显然有：

$$R_c = \frac{\left(\sum m_i r_i\right)}{M_{all}} \qquad (1.3.3)$$

即总惯性矩 I_{all} 被总质量 M_{all} 除，所得力臂 R_c，即是刚体质心矩 I_c，所对应的唯一的力臂．因为 R_c 是唯一的，所以将其定义为质心臂．由质心臂的端点，所划出的圆或弧线，即代表刚体的转动质心线．

刚体的总惯性矩，是个恒量．因此对应于质心臂 R_c 以外的，任何其它力臂 r_i．

应有：

$$I_{all} = M_t \cdot r_t = \sum m_i r_i \qquad (1.3.4)$$

∴

$$M_t = \frac{\left(\sum m_i r_i\right)}{r_t} \qquad (1.3.5)$$

式中 r_t 是 R_c 以外的某一力臂，M_t 是对应于总惯性矩 I_{all} 和力臂 r_t 的，力的等效的总负荷质量．总负荷质量是指，对应于刚体的某一半径(即力臂)，其圆周上的全部质点的质量，和刚体其它部分全部质点，所映射到该半径上的全部质量之和．

$$M_t = \sum_{i=1}^{\text{all}} m_i + \sum_{r=1}^{\text{all}} m_r \qquad (1.3.6)$$

式中 m_i 是圆周上的真实质点的质量，m_r 是刚体其它部分质点映射的质量．

由式(1.3.5)可知，在转动刚体上，取不同的力臂时，力臂端点处的总负荷质量，按力臂变化的反比例变化．即力臂若变化 Q 倍，总负荷质量就变化 $1/Q$ 倍．力臂若增大，总负荷质量就减小．反之亦然．因此在刚体的不同力臂处，总负荷质量是不同的．

可见，当 r_t 在 $>R_c$，或 $<R_c$ 的两边变化时．例如在 $r_t > R_c$ 并趋于无穷大时，M_t 趋近于零．反之当 $r_t < R_c$ 并趋于无穷小时，M_t 趋于无穷大．后一种情况，是力臂趋近于是 0 时，相当于力穿过转轴，因此无论多大的力，转轴也不会转．

式(1.3.5)还表明，在任意转动刚体中，取任意的力臂，对应于其力臂的端点，都有一个确定的转动负荷质量．即如式(1.3.6)所示的该力臂的总负荷质量．就此刚体的转动而言，这一负荷质量与物体的真实质量，完全等效．并且是可以通过力学测量，测定出来的．

1.4 惯性-转矩原理

任意绕固定轴转动的刚体，都有一个确定的惯性-转矩参数 $\boldsymbol{I_{all}}$.

$$I_{all} = m_1r_1 + m_2r_2 + \cdots\cdots + m_nr_n = \sum m_ir_i \tag{1.4.1}$$

可见，它是刚体中全部质点与其所处半径的积的总和．它对这个刚体是一个恒量．由它来除任意半径的 $\boldsymbol{R}$，既得对应于该半径的刚体的切向负荷质量

$$\frac{I_{all}}{R} = \frac{\sum m_ir}{R} = M_R \tag{1.4.2}$$

式中 $\boldsymbol{M_R}$ 就是对应于半径 $\boldsymbol{R}$ 的，该刚体的切向负荷质量.

从动力学的层面上，$\boldsymbol{M_R}$ 在半径 $\boldsymbol{R}$ 的切线方向上，符合于牛顿第二定律．即：

$$F = ma = M_R \cdot \frac{R\theta}{t^2} = M_RR \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = M_RR \cdot \beta \tag{1.4.3}$$

惯性-转矩是物体在转动动力学中的关于惯性的量度．它是真实地存在，并对物体的动力学属性，有着明确的约束作用的参数.

2 力矩的静力学属性

力矩是一种静力学的概念，在动力学中使用就会导致错误.

例如一些简单的机械，比如称量重量的机械秤.

如图 4 所示，是一个机械秤或杠杆的原理的示意．图中的杆 $\boldsymbol{L}$ 在支点 $\boldsymbol{O}$ 上，其杆 $\boldsymbol{L}$ 两边的长度和重物的重量，使其保持平衡.

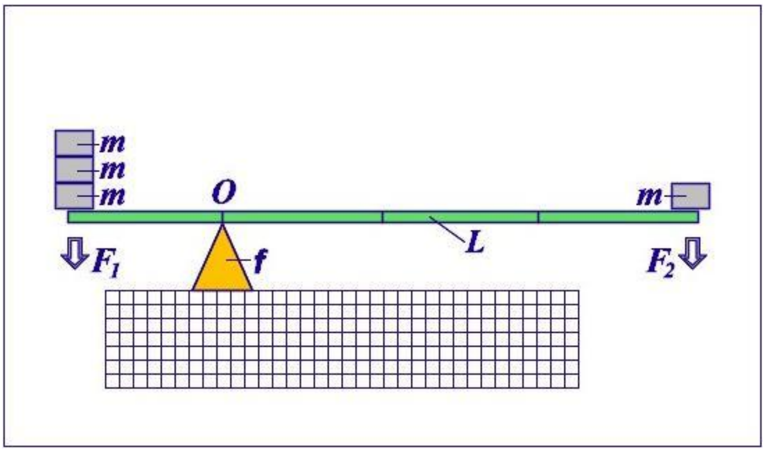

图 4 静力学中的力矩

力矩的原理，只适用于静力学中的静力.

当力在其作用点，形成压力(即压强)，而它在参考系中是静止的，它就是静力．因此，静止的力即是静力．即：

$$F_q = i \cdot (m \cdot a) = i \cdot (m \cdot \frac{d^2l}{dt^2}) \tag{2.0.1}$$

因为，静力 $\boldsymbol{F_q}$ 能产生压力(或压强)，但没有位移，所以它是一个虚数的力[7,8].

但是，如果力的移动，符合静力平衡[9]的条件，即匀速的移动．则它仍属于静力．即：

$$F_q \cdot S = (i \cdot m \cdot a) \cdot S = (i \cdot m \cdot \frac{d^2 l}{dt^2}) \cdot S \tag{2.0.2}$$

所以，静力与其移动距离的积，等于静力所做的功．这与动力学中力的做功，是相似的．只是它的移动过程，是匀速的．静力做功在力学中并不鲜见，例如，当力推动物体，克服摩擦力而匀速移动时，就是静力做功．

静力的作用，是符合力矩原理的．例如，当全部外力矩的矢量和为零时[3]，物体是处于平衡状态(就转动而言)，也就是静止状态，因此这时的力的性质是静力．所以：

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \cdots\cdots = F_1 r_1 + F_2 r_2 + \cdots\cdots = 0 \tag{2.0.3}$$

而假如 $\tau_1 + \tau_2 = F_1 r_1 + F_2 r_2 = 0$ 那么 $\tau_1 = F_1 r = -\tau_2 = -F_2 r_2$ (2.0.4)

说明力矩 $\boldsymbol{\tau}_1$ 和 $\boldsymbol{\tau}_2$ 方向相反，而当力矩方向相反时，力(力矩)是相互对抗的，因此其作用是静止，即表明是静力状态的作用．

所以说明，力矩原理其实是一种静力学原理．它只适用于静力．因此通过力臂的变化，能够改变力的大小的，其实只有静力．

符合静力学的静力，物理力学中有很多．只要是在静止或平衡状态，能够产生压强的力，都是静力．例如重力，摩擦力和电磁力，以及水的压强等，这些力都是静力．都能通过改变力臂，而改变力的大小．但它是在静止中，或平衡态中(即匀速运动状态)实现的．

所以，力矩原理只在，正反向力矩相对抗时，或静力通过力矩以平衡态运行时，才适用．

物体的惯性，即惯性质量．在动力学中，等于是一种空间约束力．显然也是一种静力．所以物体的惯性和质量，符合于力矩原理．这时它的实际表现，就是惯性-转矩．即惯性和质量，因力臂的变化而变．

当力的作用，使物体的运动状态发生改变．即在动力学作用中，力矩原理是否仍适用？回答是，在静力学中适用的，在动力学中不一定适用．因为力学的条件，这时已经发生了本质的和很大的变化．因此，经典力学中的刚体转动定律，实际上是错的．

3 惯性-转矩原理的动力学特点

因为惯性矩原理，任何转动物体都具有了新的动力学特性．

3.1 转动刚体的线动量和各种角动量

转动刚体的总惯性矩是： $I_{all} = m_1 r_1 + m_2 r_2 + \cdots\cdots + m_n r_n = \sum m_i r_i$ (3.1.1)

如果转动刚体的角速度是 ω．那么其转动线动量是：

$$P_l = (M_{all} \cdot R_c) \cdot \frac{d\theta}{dt} = (M_{all} \cdot R_c) \cdot \omega = (\sum m_i r_i) \cdot \frac{d\theta}{dt} = (\sum m_i r_i) \cdot \omega \tag{3.1.2}$$

我们知道，$\boldsymbol{M_{all}} \cdot \boldsymbol{R_c}$ 等于总惯性矩 $\boldsymbol{I_{all}}$，是个恒定量．那么对于一个转动刚体，在它的角速度 ω 确定时，则它的转动线动量是 $\boldsymbol{P_l}$，也是一个确定量．即如以上式(3.1.2)所示．

在一个转动刚体上，其惯性-转矩是个恒定量．因此，无论取多大的力臂 $\boldsymbol{R}$，其所对应的转动

体负荷质量 **M**, 都按反比例变化. 因此惯性矩保持不变. 所以在角速度 ω 一定时, 其转动线动量也是保持不变的. 无论是在这一转动刚体的, 任意力臂(即半径 **R**)处, 其转动线动量都一样.

即: $$P_l = (\frac{1}{\rho} \cdot M_{all}) \cdot (\rho \cdot R_c) \cdot \omega \tag{3.1.3}$$

至于转动刚体的角动量, 它发生了一种奇怪的变化. 关于角动量的定义, 它是物体绕圆周运动的线动量, 与其转动半径的积. 但由于惯性-转矩原理, 一个转动刚体的任意半径的转动线动量(包括真实质点的质量和映射的其它半径质点的质量), 都是相同的. 在角速度 ω 确定时, 它是个常量. 因此, 以往经典力学中的, 刚体的总的角动量, 是刚体中全部质点的角动量的总和. 例如以下算式:

$$L_{all} = l_1 + l_2 + \cdots\cdots + l_n = \sum_{i=1}^{i=n} l_i \tag{3.1.4}$$

$$L_{all} = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega + \cdots\cdots + m_n \cdot r_n^2 \cdot \omega = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega \tag{3.1.5}$$

是没有意义的. 因为, 这时不同半径上质点的角动量, 不能正确地相互换算. 例如半径 $\boldsymbol{r}_1$ 上的质点的角动量, 若要换算到半径 $\boldsymbol{r}_2$ 上:

假设 $$r_1 \cdot \alpha = r_2 \tag{3.1.6}$$

因此 $$m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega \Rightarrow \left(\frac{m_1}{\alpha} \cdot (r_1 \cdot \alpha)^2 \cdot \omega = \frac{m_1}{\alpha} \cdot r_1^2 \cdot \alpha^2 \cdot \omega \right) \tag{3.1.7}$$

角动量的值因为倍数被乘方, 因此已发生了变化. 它与物体真实的角动量, 已经不同. 因此当转动刚体中任意质点的角动量, 若要转换到不同半径上去, 其所映射的角动量已经发生了变化. 所以如式(3.1.5)那样的角动量的求和, 其实就是无意义的.

但是刚体真实质点的角动量, 也不是完全没有意义. 因为当有质点在转动刚体上, 发生径向移动时. 该质点最初的真实角动量, 就是对其在移动以后, 刚体总的角动量变化, 有着决定性作用. 所以对刚体的总的真实角动量, 可以记为:

$$L_{all} = \{l_1, l_2, \cdots\cdots, l_n\} = \left\{ \left(m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega\right), \left(m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega\right), \cdots\cdots, \left(m_n \cdot r_n^2 \cdot \omega\right) \right\} \tag{3.1.8}$$

它是一个有限集. 而如式(3.1.5)那样的, 对质点角动量的求和, 是没有意义的. 与此相对应的,另一种的表示方式应该是:

$$L_{all} = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega + \cdots\cdots + m_n \cdot r_n^2 \cdot \omega = (x) m r^2 \omega \tag{3.1.9}$$

它是刚体中全部质点的角动量的矢量的模的总和 $\boldsymbol{x}$, 与角动量的普适单位 $\boldsymbol{mr^2}\,\omega$.

因为一个具有特定转速的转动刚体, 其任意力臂的转动线动量都是相同的. 因此它就具有了另一种角动量的概念. 即其所具有的特定的转动线动量, 与其所具有的各种不同的半径 $\boldsymbol{r}$ 的积.

$$L_{\text{complex}} = P_l \cdot r = (\frac{1}{\rho} \cdot M_{all}) \cdot (\rho \cdot R_c) \cdot \omega \cdot R \tag{3.1.10}$$

式中 **R** 是能变的, 而转动线动量 $\boldsymbol{P_l}$ 是不变的. 因此它对应于不同的半径 **R**, 就有了一系列的角动量 $\boldsymbol{L}_{\text{complex}}$. 此种角动量 $\boldsymbol{L}_{\text{complex}}$, 称之为刚体的复合角动量. 每一个刚体的复合角动量 $\boldsymbol{L}_{\text{complex}}$, 都是由一系列的不同的值构成. 并且与半径 **R** 成正比.

3.2 新刚体转动定律及力在不同力臂所做的功

当外力作用于转动刚体的任意力臂，那么它的角加速度会怎样变化？在经典力学中，此种情况被表述为刚体的转动定律[4]，即：

$$F \cdot R = I \cdot \beta = m \cdot \frac{du}{dt} \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \frac{d\omega}{dt} \tag{3.2.1}$$

式中的 $\boldsymbol{I}$ 是指转动惯量，与本文的惯性-转矩是不一样的．按照刚体的转动定律，刚体的角加速度，与其所受的合外力矩的大小成正比．即如式(3.2.1)所示．但这是错的．

根据本文所提出的惯性-转矩的原理，当一个刚体的总惯性矩确定以后，对应于其不同的半径(即力臂)$\boldsymbol{R}$，它的负荷质量 $\boldsymbol{M}$ 是与 $\boldsymbol{R}$ 成反比例变化的．如式(1.4.2)．

$$\frac{I_{all}}{R} = \frac{\sum m_i r}{R} = M_R$$

根据质点做圆周运动时的，线量和角量的转换关系[4]．

$$U = R \cdot \omega = R \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad \text{和} \quad a = R \cdot \beta = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \tag{3.2.2}$$

力使质点产生线加速度和角加速度是：

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{du}{dt} \quad \text{和} \quad F = m \cdot a = m \cdot R \cdot \beta = m \cdot R \cdot \frac{d\omega}{dt} \tag{3.2.3}$$

可见，质点的线速度和线加速度与角速度及角加速度，是与半径 $\boldsymbol{R}$ 密不可分的．那么对于一个转动的刚体，当它的角速度和角加速度确定时，对应于不同的半径 $\boldsymbol{R}$，其线速度和线加速度将是不同．即这时其线速度和线加速度，将与半径 $\boldsymbol{R}$ 成正比例地变化．

根据式(1.4.2)，一个转动刚体，它的任意半径上的负荷质量 $\boldsymbol{M}$，都是与半径 $\boldsymbol{R}$ 成反比例变化．即其惯性矩是一个恒定的量．

$$I = M \cdot R = \text{constant} \tag{3.2.4}$$

而由式(3.2.3)还可得，在 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 确定时，确定大小的力，形成确定的角加速度．

$$F = m \cdot a = M_R \cdot R \cdot \frac{d\omega}{dt} \tag{3.2.5}$$

这是非常奇特的，因为这说明对于<u>一个刚体，其在外力矩的作用下，所产生的角加速度，是与其所受到的切线方向的外力的大小成正比的，而与其力臂的大小并无关系．</u>这完全颠覆了经典力学中，刚体的转动定律．<u>这是惯性-转矩原理下的，新的刚体转动定律．式(3.2.5)是这种新刚体转动定律的公式</u>．

因此，无论在任何力臂处(当然它不等于零或无穷大)，要使一个刚体产生某一特定的角加速度，所需的力的大小都是一样的．

当然，作用力使转动刚体形成角加速度．虽然在不同的力臂处，力的大小是一样的．但对应于同样的冲量，力所做的功显然也是不同的．

例如： $$dp = Fdt \quad \text{和} \quad dp_\omega = \left(M_R \cdot R \cdot \frac{d\omega}{dt}\right)dt = M_R \cdot R \cdot d\omega \tag{3.2.6}$$

这是冲量和角冲量. 而: $A=\int Fdl$ (3.2.7)

这是力所做的功. 而式中的 ***L***(即 ***l***)应为: $L=\int Udt$ 和 $du=\frac{d^2l}{dt^2}\cdot dt=\frac{dl}{dt}$ (3.2.8)

与式(3.2.5)相对应, 说明当半径 ***R*** 大时, 负荷质量 M_R 小, 而线速度就应该大. 线速度 ***U*** 决定力 ***F*** 的移动量 ***L*** 的大小, 两者实际上是正比关系(3.2.8). 因此虽然力是一样大的, 但在半径 ***R*** 大时, 力 ***F*** 的移动量 ***L*** 也更大. 所以, 力所做的功也将更大.

所以, 力使刚体转动, 在不同的力臂, 力的大小是一样的. 但力所做的功, 在力臂越是大时, 也越大.

3.3 转动刚体的多重转动动能

一个转动刚体, 当它的转动角速度 ***ω*** 一定时, 它的转动线动量, 在任意半径 ***R*** 处都一样.

$$P_l=(\frac{1}{\rho}\cdot M_{all})\cdot(\rho\cdot R_c)\cdot\omega=m_r\cdot u_r \tag{3.3.1}$$

它说明, 当半径 ***R*** 变化时, 对应于该半径的刚体的负荷质量, 与半径 ***R*** 按反比例变化.

$$(\frac{1}{\rho}\cdot M_{all})\cdot(\rho\cdot R_c)\cdot\omega=(\frac{1}{\rho}\cdot M_{all})\cdot(\rho\cdot U_c)=m_r\cdot u_r \tag{3.3.2}$$

所以, 一个转动刚体, 在它的不同半径 ***R*** 处, 其负荷质量 m_r 与线速度 u_r , 也是以反比例变化. 当半径 ***R*** 越大时, 线速度 u_r 也越大, 而负荷质量 m_r 则越小. 反之亦然.

这时有一个情况, 则是不容忽视. 根据物体的动能的定义, 物体的动能是:

$$E=\frac{1}{2}mu^2 \quad 和 \quad E_R=\frac{1}{2}mr^2\omega^2 \tag{3.3.3}$$

那么比较式(3.3.2)和(3.3.3), 转动刚体的负荷质量 ***m*** 与半径 ***r*** 和线速度 ***u*** , 以反比例变化. 而在动能的计算中, 质量 ***m*** 是一次函数, 半径 ***r*** 和线速度 ***u*** 却是二次函数. 因此, 在条件相同时, 即同一转动刚体和同样的转动角速度 ***ω*** 时, 其对应于不同的半径 ***r*** ,转动动能是不一样的.

$$\frac{1}{2}m\cdot r^2\cdot\omega^2 < \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot m\cdot\rho^2\cdot r^2\cdot\omega^2 \tag{3.3.4}$$

可见, 因为半径 ***r*** 的变化倍数, 被乘方. 所以, 在一个转动刚体上, 当它的转动半径越大时, 其转动线速度的平方也越大, 因此其转动动能也越大.

所以, 任意的一个转动刚体, 它的转动动能, 并不是一个单一的数值. 它也具有着多重的转动动能. 它的转动动能, 在它的转动半径由小到大的不同位置, 将显示出是越来越大.

$$\left(E_{R1}=\frac{1}{2}mr^2\omega^2\right)\Leftrightarrow\left(E_{R2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{\rho}\cdot\rho^2r^2\omega^2=E_{R1}\cdot\rho\right) \tag{3.3.5}$$

<u>转动刚体具有多重的转动动能. 此种情况挑战了能量守恒定律. 因为, 当要通过碰撞, 来使转动刚体停止转动. 则在转动半径小处和转动半径大处, 将释放出少的和多的两种热能</u>. 一个物体, 它的动能有少的和多的, 不同情况. 这与能量守恒定律的, 能量不能创造也不能消失, 只能从一种形式转换为另一种形式是相矛盾的. 因为当物体的能量, 有多重的数值, 那么当它转换成别的能量

形式时，当然就是可多可少了．所以这时的能量守恒定律，显然也就是无从谈起的了．

4 刚体被多重力矩作用时

一个刚体可能在同一时间，被多重力矩作用．这些力矩可能是动力的力矩，也可能是静力的力矩；可能是不同大小的力臂，还可能是方向彼此相反．这是复杂的情况．那么在刚体受到多重力矩作用的复杂状态，应该怎样计算呢?

4.1 刚体多重力矩的计算

首先应该计算，刚体所受到的单一方向全部力矩的矢量和．

$$-\tau=-\left(\tau_1+\tau_3+\cdots\cdots=F_1r_1+F_3r_3+\cdots\cdots=\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right) \tag{4.1.1}$$

$$+\tau=+\left(\tau_2+\tau_4+\cdots\cdots=F_2r_2+F_4r_4+\cdots\cdots=\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right) \tag{4.1.2}$$

如式(4.1.1)和式(4.1.2)，以 － 号和 ＋ 号分别代表力矩的左旋和右旋．

接下来计算，阻止刚体转动的静力力矩(例如摩擦力的力矩)．因为此种静力力矩，也可能具有方向性，所以计算也以 － 号和 ＋ 号，区分其方向．

$$-\sigma=-\left(\sigma_1+\sigma_3+\cdots\cdots=F_{q1}r_1+F_{q3}r_3+\cdots\cdots=\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_{qi}\cdot r_i\right) \tag{4.1.3}$$

$$+\sigma=+\left(\sigma_2+\sigma_4+\cdots\cdots=F_{q2}r_2+F_{q4}r_4+\cdots\cdots=\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_{qi}\cdot r_i\right) \tag{4.1.4}$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}$ 代表静力力矩．静力力矩可能具有方向性，也可能不具有方向性．如果不具有方向性，那么正号和负号的静力力矩，将是同一个．

因为静力力矩可能有方向性，也可能没有方向性．所以刚体转动的左旋和右旋力矩，应分别计算．即:

$$(-\tau)+(+\tau)+(+\sigma)=\left(-\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_{qi}\cdot r_i\right) \tag{4.1.5}$$

$$(+\tau)+(-\tau)+(-\sigma)=\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(-\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(-\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_{qi}\cdot r_i\right) \tag{4.1.6}$$

即左旋力矩减去右旋力矩和静力力矩，或右旋力矩减去左旋力矩和静力力矩．分别得到左旋动力力矩和右旋动力力矩．根据以上条件和算式，即可确定刚体在多重力矩作用下，它的角加速度是左旋的还是右旋的．亦或是静止的，或匀速的无角加速度的转动．

4.2 刚体多重力矩的最终作用结果

因为只有动力的力矩，才能推动刚体转动．所以左旋和右旋的动力总力矩，即决定了刚体可能的转动方向．这时可暂不考虑静力力矩．

$$\left(-\tau\right)+\left(+\tau\right)=\left(-\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right) \tag{4.2.1}$$

在左旋和右旋的两个总力矩之间，绝对值大的减去绝对值小的，然后以绝对值大的符号为符号．即决定了对刚体所实际产生作用的力矩，是左旋和右旋哪一个方向．

$$\left(-\sum_{i=1+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)=\pm\tau_f \tag{4.2.2}$$

式中τ_f 代表左旋和右旋力矩相减后，所得的真实力矩．它实际的正负符号，即代表它的作用方向．然后用其减去作为转动阻力的静力力矩：

$$\pm\tau_f\mp\sigma=\left(-\tau\right)+\left(+\tau\right)\pm\sigma \tag{4.2.3}$$

就是总力矩和总静力力矩相作用的总结果．刚体中类似摩擦力矩等静力力矩，起的是阻止转动的作用．因此当总静力力矩大于总作用力矩时，刚体将保持静止而不能转动．而当作用力矩等于静力力矩时，刚体将克服静力力矩的阻力作用，而保持转动状态．这时它是匀速的转动．

即： $\left(\tau_f<\sigma\right)\Rightarrow 0$ 和 $\left(\tau_f-\sigma=0\right)\Rightarrow m\cdot R\cdot\omega$ (4.2.4)

当总力矩大于静力力矩时，其大于静力力矩部分，即对刚体形成冲量，使刚体产生角加速度．

这时： $\tau_f=\tau_d+\tau_s$ 而 $\tau_s-\sigma=0$ (4.2.5)

式中$\boldsymbol{\tau_d}$ 是大于静力力矩部分，$\boldsymbol{\tau_s}$ 是等于静力力矩部分．

$$\tau_d+\tau_s=\left(M_R\cdot R\cdot\frac{d\omega}{dt}\right)R+\left(m\cdot R\cdot\omega\right) \tag{4.2.6}$$

所以，$\boldsymbol{\tau_d}$ 造成刚体的角加速度．$\boldsymbol{\tau_s}$ 支持刚体克服静力阻力而匀速转动．

4.3 力与力臂的大小和计算的顺序

刚体的左旋力矩和右旋力矩相减，力矩大的那一边，也可能是多重力矩．即如式(4.1.1)或(4.1.2)所示．因为力使刚体产生角加速度，主要由力的大小决定，而与力臂的大小并无关系．而当力矩在正反方向相对抗时，却又与力和力臂大小都有关系．所以这时就产生，力和力臂的大小，究竟哪一个更重要？哪一个先起到作用？这样的问题．

因此首先应考虑，正反方向力矩相对抗时，决定刚体向哪一方向转动．因为这时力臂的作用很大．当力臂大时，可以用较小的力，抵抗较大的力．

设： $\left|-\tau\right|>\left|+\tau\right|$ (4.3.1)

那么：

$$\left(-\tau\right)+\left(+\tau\right)+\left(+\sigma\right)=\left(-\left(\overbrace{F_1r_1+F_3r_3+\cdots+F_{1+2n-2x}r_{1+2n-2x}}^{c}\overbrace{\cdots+F_{1+2n}r_{1+2n}}^{a}\right)\right)+\left(\overbrace{+\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_i\cdot r_i\right)+\left(\sum_{i=2+2n}^{\infty}F_{qi}\cdot r_i\right)}^{b}\right) \tag{4.3.2}$$

式中力矩的力臂 $\boldsymbol{r}$ 的大小排列，与 $\boldsymbol{r}$ 的下标数字大小的排列方向相同．所以在 $\boldsymbol{r}$ 的下标数字

越大时，r 的值也越大．假设式中括线 a 中的力矩的矢量和，等于括线 b 中力矩和静力力矩的矢量和．

则：

$$(-\tau)+(+\tau)+(+\sigma)=-\left(\overbrace{F_1r_1+F_3r_3+\cdots+F_{1+2n-2x}r_{1+2n-2x}}^{c}\right)=-\tau_d \quad (4.3.3)$$

即左旋与右旋力矩和静力力矩的矢量和，等于括线 c 中力矩的矢量和．因此在上面的计算中，是先以力臂大的力矩，将左旋和右旋和静力力矩相抵消．这是因为力臂大，力即可以小，因此符合最佳的力的选择．

这时要来计算，力使刚体产生角加速度．根据惯性-转矩原理，任一刚体都有确定的惯性矩参数．$I_{all}=\sum m_ir_i$

而使刚体产生角加速度，根据新的刚体转动定律，刚体的角加速度，与其转动的切向力的大小成正比．而与力的力臂大小，并无关系．假设这时力矩的矢量和即是式(4.3.3)，那么其力的矢量和即是：

$$F_s=F_1r_1\cdot\frac{1}{r_1}+F_3r_3\cdot\frac{1}{r_3}+\cdots=F_1+F_3+\cdots+F_{1+2n-2x} \quad (4.3.4)$$

式中通过力矩乘上 r 的相同下标的倒数，来消去力臂 r．这一过程是必须的．因为多重力矩，必须针对特定力矩，去除其力臂后得到所对应的特定的力．

根据新转动定律：

$$F=m\cdot a=M_R\cdot R\cdot\frac{d\omega}{dt} \qquad \therefore \qquad F_s=M_R\cdot R\cdot\frac{d\omega}{dt}$$

$$\therefore \qquad \frac{F_s}{M_R\cdot R}=\frac{d\omega}{dt} \quad (4.3.5)$$

因此，这时用这些力的矢量和 F_s 除以刚体的惯性矩，即得刚体的角加速度．所以对刚体的多重力矩的计算，就全部完成了．

在式(4.3.4)中，每一个力矩要去掉对应的力臂，而得到实际的力．这很重要．当在刚体上只有两个正反向力矩相作用时，可能也需要这样计算．

例如：$|-\tau| > |+\tau|$ 那么：$(-\tau)+(+\tau)=-F_ar_a+F_br_b=-F_xr_a$ (4.3.6)

去掉力臂 r_a：

$$-F_xr_a\cdot\frac{1}{r_a}=-F_x=-M_r\cdot r_a\cdot\frac{d\omega}{dt} \quad (4.3.7)$$

两力矩的矢量和，所得新的力矩，其力臂与之前矢量的模大的那个力矩的力臂相同．即式中的 r_a．去掉该参数，即得作用力，并且对刚体形成角冲量．

$$P_x=-\int F_xdt=-\int\left(M_r\cdot r_a\cdot\frac{d\omega}{dt}\right)dt \quad (4.3.8)$$

以上的论述表明，在多重力矩同时作用于一个刚体时，由力学和物理学的规律决定．首先这些力矩，将自动地以力臂大的力矩，来相比较相对抗．以决定刚体是静止还是转动，和其转动将

是向着哪一个方向．之后才由力臂较小的那部分力矩中(或正反向力矩相减后新的力矩)的全部力的和，来对刚体形成冲量．使刚体产生角加速度．因此，刚体的转动与否和向着某一方向产生角加速度，是两个不同的过程．前后有着显著的变化．

5 旋转物体的角动量守恒与不守恒

物体绕圆周运动时角动量守恒，以下将研究转动刚体的角动量守恒或不守恒．

5.1 质点圆周运动的角动量守恒

经典力学中的角动量守恒，是由于绕圆周运动的质点或物体，当它的转动半径 ***R*** 变化时，向心力使质点或物体的速度，发生与半径 ***R*** 反比例的变化．如图 5 和图 6 所示．

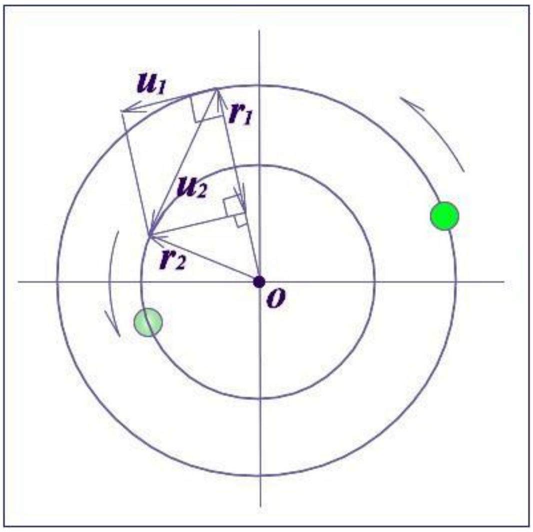

图 5 当 ***R*** 由大变小时

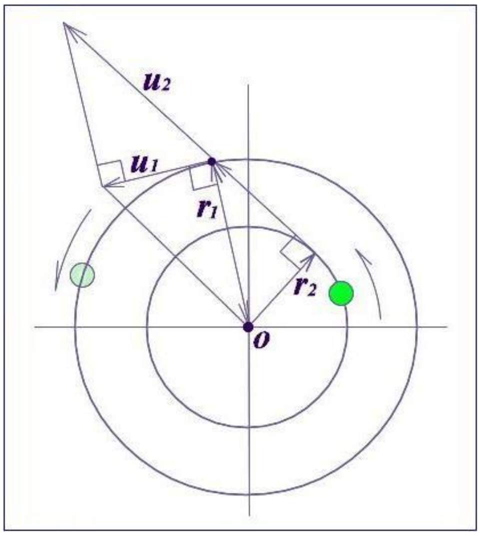

图 6 当 ***R*** 由小变大时

是当半径 ***R*** 由大变小和由小变大时的两种情况．由图中可见，向心力使物体产生一个指向圆心方向的运动分量，它与变化之前的物体的线速度矢量相加，即得变化以后的物体的一个新的线速度．图中速度矢量 $\boldsymbol{u_1}\,\boldsymbol{u_2}$ 和转动半径 $\boldsymbol{r_1}\,\boldsymbol{r_2}$ ，以及物体向心运动的矢量，构成了若干直角三角形，并且这些三角形都是相似三角形．因此这些矢量符合矢量的合成和分解的关系．而矢量 $\boldsymbol{u_1}\,\boldsymbol{u_2}$ 和半径 $\boldsymbol{r_1}\,\boldsymbol{r_2}$ 所构成的两个直角三角形，是相似三角形．也说明了其将存在如下的关系．即：

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{u_2}{u_1} \tag{5.1.1}$$

所以在变化前后，速度矢量与转动半径是以反比例变化的．因此以上过程，物体的角动量没有变化．

$$l=m\cdot r_1\cdot u_1=m\cdot r_2\cdot u_2 \tag{5.1.2}$$

式(5.1.1)和(5.1.2)对图 5 和图 6 都同样是适用的．

不难看出，图 5 和图 6 所示的，当物体或质点的圆周运动的半径发生变化时，它的运动线速度将以反比例变化．此种情况是由矢量的分解(图 6)和合成(图 5)的原理决定的，因此是一种关于物质的运动和力的规律的自然的选择．它是必然的，任何物体或质点在做圆周运动的时候，都遵循这一规律．即其转动半径与速度矢量以反比例变化．

当物体的圆周运动的半径 ***R*** 的变化，是在瞬时之间实现的，则这时可以采用微分算法．

$$l = m \cdot \left(r \pm \frac{dr}{dt} \cdot dt\right) \cdot \left(u \mp \frac{du}{dt} \cdot dt\right) = m \cdot (r \pm dr) \cdot (u \mp du) \tag{5.1.3}$$

这时显然：

$$\frac{r}{(r \pm dr)} = \frac{(u \mp du)}{u} \tag{5.1.4}$$

所以在 $\boldsymbol{R}$ 的变化前后，物体仍然保持角动量不变，即角动量守恒.

物体或质点的圆周运动具有角动量守恒，此种情况最明显的例证，即宇宙中各种天体的运行. 另外，这种情况只适用于，物体或质点只受到向心力作用的情况. 如果不同物体在圆周运动中，发生类似碰撞的相互作用. 则因为新物体相互作用定律[5]：不同质量的物体在相作用时，相互作用力是不同的. 所以碰撞前后，这些物体的角动量和角动量的和，将发生变化. 因此这时，物体或质点的角动量，将是不守恒的.

5.2 刚体的角动量变化

由于刚体的惯性矩原理，在刚体之中角动量变化是一个复杂的过程. 如图 7 所示：

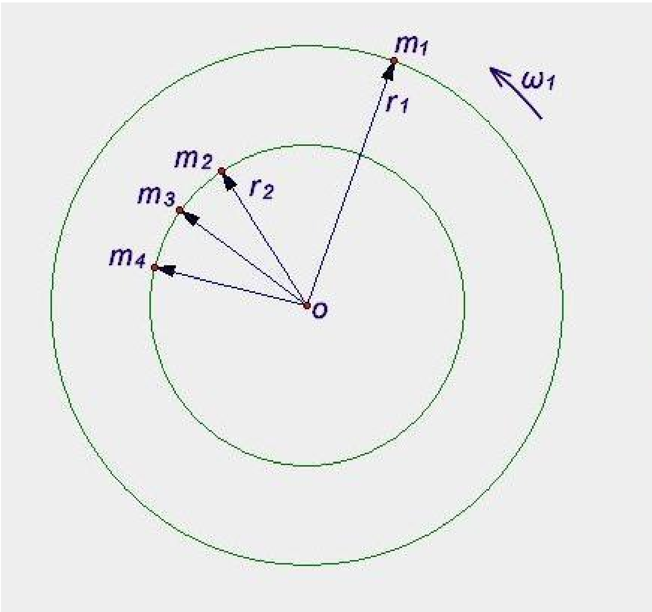

图 7 角动量守恒的刚体

假设该刚体由质点 $\boldsymbol{m_1\, m_2\, m_3\, m_4}$ 组成. 它们绕原点 $\boldsymbol{o}$ 以角速度 $\boldsymbol{\omega_1}$ 而转动. 其中质点 $\boldsymbol{m_1}$ 的转动半径是 $\boldsymbol{r_1}$ ，质点 $\boldsymbol{m_2\, m_3\, m_4}$ 的转动半径是 $\boldsymbol{r_2}$. 这时该系统的总角动量是：

$$L = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega_1 + m_3 \cdot r_2^2 \cdot \omega_1 + m_4 \cdot r_2^2 \cdot \omega_1 \tag{5.2.1}$$

假如质点 $\boldsymbol{m_1}$ 向圆心方向移动，到其转动半径等于 $\boldsymbol{r_2}$ 时. 由于前节所述，物体的角动量守恒性. 质点 $\boldsymbol{m_1}$ 倾向于形成新的角速度，即：

$$\left(l_1 = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega_1\right) \Leftrightarrow \left(l_1 = m_1 \cdot r_2^2 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \omega_1\right) \tag{5.2.2}$$

因为刚体的约束性，质点 $\boldsymbol{m_1\, m_2\, m_3\, m_4}$ 应该总是具有相同的角速度. 因此这时，由 $\boldsymbol{m_1}$ 所倾向变化的角速度，会使质点 $\boldsymbol{m_1}$ 和 $\boldsymbol{m_2\, m_3\, m_4}$ 之间发生力的作用.

$$F_{all} = F_1 + F_2 \tag{5.2.3}$$

式中 F_1 是质点 m_1 受到的，倾向于阻止其角速度变化的力． F_2 是质点 $m_2\,m_3\,m_4$ 受到的，倾向于加大其角速度的力．两个力的方向相反，F_2 的方向与刚体原角速度 ω_1 相同，F_1 则与之相反．因为两物体相作用，力的大小与两物体的质量等比例[5]．所以：

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{m_2+m_3+m_4}{m_1} \tag{5.2.4}$$

$$F_1\cdot t=m_1r_2\omega_2 \tag{5.2.5}$$

$$F_2\cdot t=\left(m_2+m_3+m_4\right)r_2\omega_3 \tag{5.2.6}$$

ω_2 是质点 m_1 移动到转动半径 r_2 时，所没有能增大的角速度．ω_3 是质点 $m_2\,m_3\,m_4$ 所增大的角速度．因此：

$$\omega_2+\omega_3=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1-\omega_1 \tag{5.2.7}$$

在图 7 中是 $r_1 > r_2$ 的情况，如果是 $r_1 < r_2$ 的情况，式(5.2.5)中的 ω_2 就是质点 m_1 移动到转动半径 r_2 时，所没有能减小的角速度．而式(5.2.6)中的 ω_3 则是质点 $m_2\,m_3\,m_4$ 所减小的角速度．这时式(5.2.7)也将变成：

$$\omega_2+\omega_3=\omega_1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1 \tag{5.2.8}$$

因此，当有质点或物体在转动刚体上，发生径向移动．它将使刚体的角速度发生变化．并且，这是好似角动量守恒似的变化．即物体若是向圆心方向移动，角速度就增大；反之角速度就减小．

5.3 转动刚体中的映射质量与复合质量

转动刚体的惯性-转矩，其对应于任何力臂的负荷质量，是一个确定的量．通常它是一个复合的量，在它之中既有真实质点的质量，也有由其它力臂的质点映射的映射质量．既包括真实质量，又包括映射质量，此种情况叫做复合质量．

$$A=\left\{m_x,r,\omega\right\}\qquad B=\left\{m_m,r,\omega\right\}\qquad C=\left\{m_x,m_m,m_c,r,\omega\,\middle|\,m_c\cdot r,r\times\left(m_c\cdot r\cdot\omega\right)\right\} \tag{5.3.1}$$

$$A\subseteq C\qquad B\subseteq C\qquad f:A\to B\qquad g:B\to C\qquad h:A\to C\qquad g\circ f:A\to C \tag{5.3.2}$$

$$A'=\left\{m,r,\omega\right\}\qquad A'\cap A=\left\{r,\omega\right\}\qquad A'\cap B=\left\{r,\omega\right\}\qquad A'\cap C=\left\{r,\omega\right\} \tag{5.3.3}$$

以上式中 m 和 m_x 是真实质量，m_m 是映射质量，m_c 是复合质量．表明复合质量，能代表真实和映射的全部质量，来约束刚体的转动，和实现刚体转动运动的计算．其中集 A, B, C 代表转动刚体的非径向移动的部分，而集 A' 是在转动刚体上，发生了径向移动的物体的部分．

5.4 转动刚体中物体径向移动的角速度变化与质量的关系

当转动刚体由刚体上物体或质点的径向移动，而导致类似角动量守恒的角速度变化时．其角速度变化与刚体不同部分的质量有一定的关系．由式(5.2.4)(5.2.5)(5.2.6)得：

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{F_1\cdot t}{F_2\cdot t}=\frac{m_1r_2\omega_2}{\left(m_2+m_3+m_4\right)r_2\omega_3}=\frac{m_2+m_3+m_4}{m_1} \tag{5.4.1}$$

和：

$$\frac{\omega_2}{\omega_3}=\frac{\left(m_2+m_3+m_4\right)\left(m_2+m_3+m_4\right)r_2}{m_1m_1r_2}=\frac{\left(m_2+m_3+m_4\right)^2}{m_1^2} \tag{5.4.2}$$

所以，移动物体所没能变化的角速度 ω_2，与刚体其余部分所发生变化的角速度 ω_3 的两个角速度之比；等于刚体其余部分质量的平方，与移动物体的质量平方的这两个质量平方之比．因此，当转动刚体上有物体发生径向移动，其角速度发生变化时．其所发生的角速度变化的大小，与刚体的质量和移动物体的质量，有如式(5.4.2)这样的确定关系．

当然，以上计算是刚体仅限于如图 7 所示的，只有质点 $m_1\, m_2\, m_3\, m_4$ 四个质点所组成的非常简单的系统．在大多数情况下，刚体的结构不可能这么简单．因此这时可以将刚体分为，发生了径向移动部分的集 A'，和没有发生径向移动的部分集 C 两个集合．如式(5.3.1)和(5.3.3)所示，集 A' 代表移动的物体，将其中三个元素的乘积，作为一个元素就是个单元数集．集 C 代表其余部分的转动刚体，它是个有限集，其中元素 m_c 和 r 彼此相对应，它们的乘积即是该刚体(不包括刚体上的移动物体部分)的惯性-转矩．这时式(5.4.2)将变成：

$$\frac{\omega_2}{\omega_3}=\frac{m_cm_cr_2}{mmr_2}=\frac{m_c^2}{m^2} \tag{5.4.3}$$

这是因为，这时是用真实的径向移动的物体的质量 m 代表了 m_1，而用对应于刚体半径 r_2 的复合质量 m_c 代表了 $m_2\, m_3\, m_4$ 三个质点的质量．在这时 m_c 还是刚体半径 r_2 处的实际的切向负荷质量．因此它可能既包含真实质点质量，也可能包含该半径对刚体其它部分质量的映射．复合质量 m_c 的表达式是：

$$m_c=\frac{I_C}{r_2} \tag{5.4.4}$$

式中 I_C 是集合 C 的惯性矩．

刚体的复合质量能代表真实和映射的全部质量，来约束刚体的转动，和实现刚体转动运动的计算．所以这时可以以复合质量 m_c 来代表 $m_2\, m_3\, m_4$ 三个质点的质量，进行如式(5.4.2)的计算，因而得出式(5.4.3)．原理是一样的，表明刚体中的这样的质量关系，决定其角速度变化的关系．

因此以转动刚体上发生径向移动的物体的质量，和刚体其余部分的在移动物体所到达的半径处的负荷质量，即可得 ω_2 和 ω_3 的比．再通过公式(5.2.7)和(5.2.8)的转换，又可得刚体的实际的角速度变化值：

$$\omega_3=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1-\omega_1-\omega_2 \tag{5.4.5}$$

$$\omega_3=\omega_1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1-\omega_2 \tag{5.4.6}$$

ω_3 就是刚体实际发生的角速度变化．

5.5 转动刚体角速度变化的计算

根据以上的分析(5.2.2)，当知道了转动刚体上移动物体的质量 m，和它移动前的半径 r_1 和移

动后的半径 r_2 ，即可得到它因角动量守恒，而将发生变化的角速度的值：

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1=\frac{l_A}{m\cdot r_2^2} \tag{5.5.1}$$

之后整个刚体将发生的实际角速度变化 ω_3 ，与 r_1 和 r_2 ，以及 ω_1 和 ω_2 的关系，由公式(5.4.5)和(5.4.6)表示.

由公式(5.4.3)得：

$$\omega_2=\frac{m_c^2}{m^2}\cdot\omega_3 \tag{5.5.2}$$

将该式代入(5.4.5)和(5.4.6)得：

$$\omega_3=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1-\omega_1-\frac{m_c^2}{m^2}\cdot\omega_3 \tag{5.5.3}$$

$$\omega_3=\omega_1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1-\frac{m_c^2}{m^2}\cdot\omega_3 \tag{5.5.4}$$

转换算式：

$$\omega_3+\frac{m_c^2}{m^2}\cdot\omega_3=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1-\omega_1 \tag{5.5.5}$$

$$\omega_3+\frac{m_c^2}{m^2}\cdot\omega_3=\omega_1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\omega_1 \tag{5.5.6}$$

直至：

$$\omega_3=\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}-1\right)\omega_1\bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right) \tag{5.5.7}$$

和

$$\omega_3=\left(1-\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\omega_1\bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right) \tag{5.5.8}$$

就是 ω_3 与 ω_1 和 r_1 及 r_2 和 m 及 m_c 的代数关系．只要掌握了以上 r_1 及 r_2 和 m 及 m_c 各参数，代入公式进行计算，即可得刚体将发生的角速度的变化的值 ω_3.

因此，公式(5.5.7)和(5.5.8)，就是计算刚体角速度变化的公式．前者是 $r_1 > r_2$ 的情况，后者是 $r_1 < r_2$ 的情况．以下：

$$\omega_3=\omega_1\left(d\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)-1\right)\bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right) \tag{5.5.9}$$

和

$$\omega_3=\omega_1\left(1-d\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\right)\bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right) \tag{5.5.10}$$

是物体的径向移动很小时的微分计算公式．当物体在刚体上进行连续的径向移动时，刚体角速度的变化，就应用定积分来计算：

$$\omega_3=\int_{r_1}^{r_n} f\left(\omega,r\right)\left(d\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)-1\right)\Bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right) \tag{5.5.11}$$

和

$$\omega_3=\int_{r_1}^{r_n} f\left(\omega,r\right)\left(1-d\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\right)\Bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right) \tag{5.5.12}$$

r_1 是移动物体最初的半径，r_n 是其最后到达的半径．式中的 m_c^2 虽然也是变量，但它是半径 r_2 的因变量．所以在计算中，只对与变量 r 有关的参数进行微分．此外根据公式(5.5.7)和(5.5.8)：

$$\omega_1=f\left(\omega,r\right) \tag{5.5.13}$$

因此通过对定积分(5.5.11)和(5.5.12)的连续计算，即可得到最后的准确答案．

对式(5.5.11)和(5.5.12)的积分求近似值，得：

$$\begin{aligned}\int_{r_1}^{r_n} f\left(\omega,r\right)\left(d\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)-1\right)\Bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right)\approx\omega_1\cdot\left(\left(\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}-1\right)\Bigg/\left(1+\frac{I_C^2}{r_2^2m^2}\right)\right)+1\right)\\ \cdot\left(\left(\left(\frac{r_2^2}{r_3^2}-1\right)\Bigg/\left(1+\frac{I_C^2}{r_3^2m^2}\right)\right)+1\right)\cdots\cdots\left(\left(\left(\frac{r_{n-1}^2}{r_n^2}-1\right)\Bigg/\left(1+\frac{I_C^2}{r_n^2m^2}\right)\right)+1\right)\end{aligned} \tag{5.5.14}$$

$$\begin{aligned}\int_{r_1}^{r_n} f\left(\omega,r\right)\left(1-d\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\right)\Bigg/\left(1+\frac{m_c^2}{m^2}\right)\approx\omega_1\cdot\left(\left(\left(1-\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\Bigg/\left(1+\frac{I_C^2}{r_2^2m^2}\right)\right)+1\right)\\ \cdot\left(\left(\left(1-\frac{r_2^2}{r_3^2}\right)\Bigg/\left(1+\frac{I_C^2}{r_3^2m^2}\right)\right)+1\right)\cdots\cdots\left(\left(\left(1-\frac{r_{n-1}^2}{r_n^2}\right)\Bigg/\left(1+\frac{I_C^2}{r_n^2m^2}\right)\right)+1\right)\end{aligned} \tag{5.5.15}$$

如果物体在转动刚体上的径向移动，从 r_1 到 r_2 其间是自由的非约束的．只是到了 r_2 以后，才从新与刚体相作用，使集 A' 与集合 C 从新连接在一起．因此其角速度将因彼此之间的约束而同化．这时关于这个刚体的角速度变化的计算，就是由公式(5.5.7)和(5.5.8)，来简单地实现的．因此由公式(5.5.7)至(5.5.12)，可以实现转动刚体的角速度变化的全部计算．

5.6 转动刚体角动量的变化与不变化?

当集 A' 物体在集 C 转动刚体上径向移动时，集 A' 物体和集 C 刚体的总的角动量，会不会变化?_这一点将决定在此种情况下，该转动刚体是否角动量守恒?

任意刚体的总惯性矩是：

$$I_{all}=m_1r_1+m_2r_2+\cdots\cdots+m_nr_n=\sum m_ir_i$$

在本题中假设这 I_{all} 就是集 C 刚体的总惯性矩．

任意刚体的总角动量是：

$$L_{all}=m_1\cdot r_1^2\cdot\omega+m_2\cdot r_2^2\cdot\omega+\cdots\cdots+m_n\cdot r_n^2\cdot\omega=\left(x\right)mr^2\omega$$

本题中也假设这 L_{all} 即集 C 刚体最初的总角动量，其中 ω 即 ω_1 ．

集 A' 物体在集 C 转动刚体上径向移动后，集 A' 物体和集 C 转动刚体之间，将产生相互作用力．_

$$F_1 = mr_2 \frac{d\omega_2}{dt} \tag{5.6.1}$$

$$F_2 = m_c r_2 \frac{d\omega_3}{dt} \tag{5.6.2}$$

$\boldsymbol{F}_1$ 是集 $\boldsymbol{A'}$ 物体受到的力，$\boldsymbol{F}_2$ 是集 $\boldsymbol{C}$ 转动刚体，在其复合质量是 $\boldsymbol{m}_c$ 半径是 $\boldsymbol{r}_2$ 处受到的力．实际上 $\boldsymbol{F}_1$ 对集 $\boldsymbol{A'}$ 物体形成一个角冲量：

$$F_1 \cdot r_2 \cdot t = m \cdot r_2^2 \cdot \omega_2 \tag{5.6.3}$$

因此它使得集 $\boldsymbol{A'}$ 物体发生角动量变化．

同样的道理，$\boldsymbol{F}_2$ 也对集 $\boldsymbol{C}$ 转动刚体形成一个角冲量：

$$F_2 \cdot r_2 \cdot t = m_c \cdot r_2^2 \cdot \omega_3 \tag{5.6.4}$$

它也使集 $\boldsymbol{C}$ 转动刚体发生角动量变化．不难看出力 $\boldsymbol{F}_1$ 和力 $\boldsymbol{F}_2$ 是方向相反的，因此它们的角冲量也是方向相反．所以集 $\boldsymbol{A'}$ 物体和集 $\boldsymbol{C}$ 刚体，发生的角动量变化，也方向相反．两者矢量的模相互减去，也将形成集 $\boldsymbol{A'}$ 物体和集 $\boldsymbol{C}$ 刚体，总的角动量变化．

在一个以角速度 $\boldsymbol{\omega_1}$ 转动的刚体上，它上面的全部质点的角速度，也都是 $\boldsymbol{\omega_1}$ ．可见，刚体的角速度是与其角动量成正比．因此一个刚体，它的质点的 $\boldsymbol{m}$ 和 $\boldsymbol{r}$ 不变，而角速度的变化倍率，即与其角动量的变化倍率相同．在前面的分析中，刚体最初的角速度是 $\boldsymbol{\omega_1}$ ，集 $\boldsymbol{A'}$ 的物体移动以后，集 $\boldsymbol{C}$ 的刚体的角速度将变化 $\boldsymbol{\omega_3}$．所以这时集 $\boldsymbol{C}$ 的刚体的角动量变化率是：

$$\frac{L_{\text{change}}}{L_{all}} = \frac{\omega_3}{\omega_1} \tag{5.6.5}$$

式中 $\boldsymbol{L}_{all}$ 是集 $\boldsymbol{C}$ 最早的角动量，$\boldsymbol{L}_{\text{change}}$ 是集 $\boldsymbol{C}$ 变化的角动量，$\boldsymbol{\omega_3}$ 是变化的角速度．

而对于集 $\boldsymbol{A'}$ 的移动物体，它若变化 $\boldsymbol{\omega_2}$ 加 $\boldsymbol{\omega_3}$ 的角速度，它的角动量就不变．但因为它与集 $\boldsymbol{C}$ 刚体的相互作用，它有 $\boldsymbol{\omega_2}$ 的角速度没能变化．所以这时集 $\boldsymbol{A'}$ 的角动量未能变化的比率是：

$$\frac{l_{\text{change}}}{l_A} = \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3} \tag{5.6.6}$$

这是 $\boldsymbol{r_1}$ ＞ $\boldsymbol{r_2}$ 的情况，而 $\boldsymbol{r_1}$ ＜ $\boldsymbol{r_2}$ 的情况则是：

$$\frac{l_{\text{change}}}{l_A} = \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2 - \omega_3} \tag{5.6.7}$$

式中 $\boldsymbol{l}_{\mathbf{A}}$ 是集 $\boldsymbol{A'}$ 物体最初的角动量，$\boldsymbol{l}_{\text{change}}$ 是物体移动时，所变化的角动量．不难理解所谓的，集 $\boldsymbol{A'}$ 物体的角动量未能变化的比率，实际上就是其角动量的变化率，但是是负的和反方向的．

集 $\boldsymbol{A'}$ 的物体与集 $\boldsymbol{C}$ 的刚体的总的角动量，在集 $\boldsymbol{A'}$ 物体移动以后，是否发生变化？显然只要看集 $\boldsymbol{A'}$ 物体和集 $\boldsymbol{C}$ 刚体的角动量变化，是否正好是大小相等和方向相反．毫无疑问，两个角动量的变化，方向相反是肯定的．而是否是大小相等，则需证明．如下式所示：

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} \cdot L_{all} = \frac{\omega_2}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3} \cdot l_A \tag{5.6.8}$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_1}\cdot L_{all}=\frac{\omega_2}{\omega_1-\omega_2-\omega_3}\cdot l_A \tag{5.6.9}$$

如果这两个算式成立或者是恒等，则集 $\boldsymbol{A'}$ 物体和集 $\boldsymbol{C}$ 刚体的总角动量不变．下面进行分析，将等式变换为(省略 $\boldsymbol{r_1}$ ＜ $\boldsymbol{r_2}$ 的情况)：

$$\frac{L_{all}}{l_A}=\frac{\omega_1\cdot\omega_2}{\omega_3\cdot(\omega_1+\omega_2+\omega_3)} \tag{5.6.10}$$

由式(5.2.7)和(5.2.8)得(无论是 $\boldsymbol{r_1}$ ＞ $\boldsymbol{r_2}$ 或 $\boldsymbol{r_1}$ ＜ $\boldsymbol{r_2}$ 的情况)：

$$\frac{L_{all}}{l_A}=\frac{\omega_1\cdot\omega_2}{\omega_3\cdot\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\cdot\omega_1} \tag{5.6.11}$$

$$\therefore\quad \frac{L_{all}}{l_A}=\frac{\omega_2\cdot r_2^2}{\omega_3\cdot r_1^2} \tag{5.6.12}$$

根据式(5.4.3)，等式又变为：

$$\frac{L_{all}}{l_A}=\frac{m_c^2\cdot r_2^2}{m^2\cdot r_1^2} \tag{5.6.13}$$

根据题意又可变为：

$$\frac{m_1\cdot r_1^2\cdot\omega+m_2\cdot r_2^2\cdot\omega+\cdots\cdots+m_n\cdot r_n^2\cdot\omega}{m\cdot r_1^2\cdot\omega_1}=\frac{m_c^2\cdot r_2^2}{m^2\cdot r_1^2} \tag{5.6.14}$$

等号左边分子部分的系数 ω 即 ω_1 所以可以约去．

$$\frac{m_1\cdot r_1^2+m_2\cdot r_2^2+\cdots\cdots+m_n\cdot r_n^2}{m\cdot r_1^2}=\frac{m_c^2\cdot r_2^2}{m^2\cdot r_1^2} \tag{5.6.15}$$

进一步变换：

$$\left(m_1\cdot r_1^2+m_2\cdot r_2^2+\cdots\cdots+m_n\cdot r_n^2\right)\cdot m=m_c^2\cdot r_2^2 \tag{5.6.16}$$

由式(5.4.4)得：

$$\left(m_1\cdot r_1^2+m_2\cdot r_2^2+\cdots\cdots+m_n\cdot r_n^2\right)\cdot m=m_c^2\cdot r_2^2=\frac{I_C^2}{r_2^2}\cdot r_2^2=I_C^2 \tag{5.6.17}$$

$$\therefore\quad m=\frac{\left(m_1r_1+m_2r_2+\cdots\cdots+m_nr_n\right)^2}{\left(m_1\cdot r_1^2+m_2\cdot r_2^2+\cdots\cdots+m_n\cdot r_n^2\right)} \tag{5.6.18}$$

$$\text{或}\quad m=\frac{I_C^2}{L_{all}/\omega_1} \tag{5.6.19}$$

据此，结论是明显的．式(5.6.8)和(5.6.9)不是恒等式，它们只有在满足式(5.6.18)和(5.6.19)时才成立．这时在等号两边，显然所有的量都是常量．例如等号的右边，必然是一个正有理数．条件确定时，它的值是唯一的．因此若要等式成立，等号左边的代表集 $\boldsymbol{A'}$ 移动物体质量

的 $\boldsymbol{m}$ ，也必须是一个确定的值，等于等号右边的值.

公式(5.6.18)和(5.6.19)，显示出非常有意思的，一种转动刚体的属性. 它表明，当在转动刚体上，有物体沿径向移动时，该刚体不一定能保持角动量守恒. 这时在该刚体中，集 $\boldsymbol{A'}$ 移动物体和集 $\boldsymbol{C}$ 转动刚体，必须是满足公式(5.6.18)和(5.6.19)，才是能够满足角动量守恒的. 否则其角动量就不守恒. 因此这公式就类似是刚体角动量是否守恒的一个定律，非常重要.

如果等号两边接近相等，那么它就能近似满足角动量守恒. 而如果等号左边大于等号右边，即集 $\boldsymbol{A'}$ 移动物体的质量 $\boldsymbol{m}$ 大于某值，那么集 $\boldsymbol{A'}$ 移动物体的角动量变化，就小于集 $\boldsymbol{C}$ 转动刚体的角动量变化. 反之集 $\boldsymbol{A'}$ 移动物体的角动量变化，就大于集 $\boldsymbol{C}$ 转动刚体的角动量变化. 都将导致该转动系统的总角动量发生变化，因此角动量不守恒.

因此，当转动刚体上有物体沿径向移动时，其总角动量能够保持不变的条件非常苛刻. 所以在大多数的此类情况下，转动刚体都是角动量不守恒.

5.7 转动刚体在多数情况下角动量不守恒

因此当转动刚体上，有物体在径向移动时，其角动量通常都是不守恒的.

而因为牛顿第三定律，已被证明是错的[5]，并且由新的物体相互作用定律可知，两物体相作用的，力的大小与两物体的质量等比例[5]. 因此物体的直线性动量守恒定律也是错的.

而动量守恒定律既是错的，那么在一个物质系统中，即使没有外力的作用，由系统内物体之间的相互作用，也能导致系统动量的变化. 此种情况也适用于，转动的物质系统中的转动线动量. 因此转动物体的转动线动量，也是不守恒的.

所以，在一个转动刚体系统中，即使没有外力矩的作用，由系统中的物体径向移动，或物体在转动的正反方向上相作用，都能导致刚体总角动量的变化. 因此转动刚体的角动量在多数情况下都是不守恒的.

关于物体的转动，除了满足式(5.6.18)和(5.6.19)，仍保留着角动量守恒的，就是物体或质点绕圆周运动，而其除了只有径向移动(即改变转动半径)而外，没有任何切向力(无论是内力还是外力)的作用. 只要满足了此种条件，则它就是保持角动量守恒的. 例如宇宙中的天体，围绕恒星的转动，即往往具有此种角动量守恒.

6 杠杆和力矩原理的新挑战

根据惯性矩原理，力矩的力臂变化所改变的，是旋转的负荷质量，而不是力. 那么产生于古希腊时代的杠杆原理，和经典力学中的刚体转动定律，似乎将遭受挑战.

当用杠杆撬起重物时，它其实只是改变了力臂的负荷质量，而并不是改变了力？因为经典力学的转动定律是错的，因此现代机械中所广泛使用的，齿轮和滑轮传动装置，其实也并不是省力？是这样的吗？这一点其实也并不绝对.

杠杆和力矩的省力，在静力学层面，如正反向力矩相对抗时，是的确存在的. 比如有一个物体，它以很大的力(可能是静力)抵抗运动. 那么为了克服这个力，而使这个物体运动，所需的力是很不同的.

$$|-F_1| \geq |+F_2| \quad \text{或} \quad [F=(m\cdot a)] \geq [F_q = i\cdot(m\cdot a)] \tag{6.0.1}$$

不通过杠杆或力矩，就需要比这个力更大的力，才能起到作用和使其运动.

反之：
$$[\frac{F_1}{\rho}\cdot(\rho\cdot r)] \geq [F_2\cdot r] \tag{6.0.2}$$

或：
$$[\frac{F}{\rho}\cdot(\rho\cdot r)]\geq[F_q\cdot r=i\cdot(m\cdot a)\cdot r] \tag{6.0.3}$$

通过杠杆或力矩，只需比力臂反比略大的力即可．即通过杠杆或力矩，用较小的力即可抵抗较大的力，对物体起到作用或使物体动起来．

当然，在惯性状态，要使刚体获得同样的角加速度，所需的力在任意力臂，都是同样大的．

$$F=m\cdot a=M_R\cdot R\cdot\frac{d\omega}{dt}=\frac{M_R}{\rho}\cdot(\rho\cdot R)\cdot\frac{d\omega}{dt} \tag{6.0.4}$$

因此，这是矛盾的．如果使机器的引擎，驱动着机械惯性地运动．即改变机械的运动状态，使其具有变速运动，则这时的机械实际上是不省力的．例如在用起重机吊起重物时，急速地加大起吊的速度．

但是，如果使机械的运行，保持在持续的匀速的状态．因此它是静力平衡的状态．这时引擎的推力，则是按照杠杆和力矩的原理，可能是省力或者是费力的．

$$\left(\frac{F_{q1}}{\rho}\cdot\rho(r\cdot S)=\frac{(i\cdot m\cdot\frac{d^2l}{dt^2})}{\rho}\cdot\rho(r\cdot S)\right)=F_{q2}\cdot r\cdot S \tag{6.0.5}$$

这种情况就是静力做功．当静力做功时，它主要是克服由静力所形成的阻力．例如摩擦力，重力等．当起重机吊起重物时，保持低速和匀速的运行，就能用持续的较小的力，吊起巨大的重物．使不可能的变成可能，这仍然是古老的杠杆原理的有效应用．

因此，杠杆原理并没有因为惯性-转矩原理，而完全失去其意义．它在静力学层面，仍具有价值．

7　结论

本文提出惯性-转矩原理，证明经典力学的刚体转动定律是错的，并且提出惯性矩原理的新刚体转动定律．本文证明，刚体的转动，具有多重的转动动能．在刚体的越是大的转动半径处，其转动动能越大．因此转动刚体，实际上是能量不守恒的．本文还证明，刚体被多重力矩作用时，力矩对决定其转动方向起着更大的作用，而力对其转动的冲量起更大的作用．两种情况有本质的不同．本文提出了刚体的多种新的角动量的概念，指出绕圆周运动物体的角动量守恒之原因，以及刚体的角动量变化及计算，和刚体在多数情况下角动量不守恒．本文的新的发现，是古老的杠杆原理，并没有完全错误．在匀速运行状态，杠杆省力的原理，是仍然能够持续地实现的．因此通过本文的论证，关于杠杆和力矩，关于转动的刚体，有了一整套的新的认识．新的原理及其特点和本质．

经典力学中没有转动刚体的映射质量和负荷质量的概念，从经典转动动力学中的刚体的转动惯量，可以推导出刚体转动的负荷质量，与其半径成平方反比关系．以此又可推导出力矩原理，刚体转动定律和角动量守恒等，整套的经典转动动力学原理．但是因为刚体的转动惯量的概念是错的，所以整个的经典转动动力学理论体系，充满着各种错误．因此经典转动动力学，必须进行重大的调整和修改．

致 谢

感谢编辑部．感谢参考文献作者．

感谢对我从事科技活动给予了有力支持的我的老师：关士续教授、朱新民主编、徐兰许校长．感谢曾帮助过我的大学：王书诠系主任、姜新德系主任、朴日胜副教授和很多的老师们．

感谢曾给予过我很多帮助的科学技术工作者和专家学者们．

参考文献（References）

[1]The experiment of physics of mechanics, GuagSan Yu, http://blog.sina.com.cn/u/2100834921 [2014-2-13 17:56]

[2]The experiment of the Inertia-torque,GuagSan Yu, http://blog.sina.com.cn/u/2100834921 [2014-02-23 13:25]

[3]D.Halliday, R.Resnick. 1979.5 Physics foundation. Zeng Yongling. Beijing: Higher education publishing organization (in Chinese)[D.哈里德，R.瑞斯尼克.1979.5 物理学基础(上册)．郑永令译．北京：高等教育出版社]

[4]Cheng Souzu, Jiang Ziyong.1961.8 Common physics. Beijing: People's education publishing organization (in Chinese)[程守洙，江之永.1961.8 普通物理学(第一册)．北京：人民教育出版社]

[5]Analyze Mistake of the Newton Third Law, GuagSan Yu, http://vixra.org/abs/1409.0115v2 [2014-09-14 23:22:57]

[6]The Newton third law is wrong!, GuagSan Yu, http://blog.sina.com.cn/u/2100834921 [2014-02-27 19:19]

[7]Stenphen Fletcher Hewson. 2010 A MATHEMATICAL BRIDGE An Intuitive Journey in Higher Mathematics. Shanghai: Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House (in Chinese)[斯蒂芬.弗莱彻.休森. 2010 数学桥--对高等数学的一次观赏之旅. 邹建成等译 上海：上海科技教育出版社]

[8]W. Shere, G. Love. 1974.3 APPLIED MATHEMATICS FOR ENGINEERING AND SCIENCE. Zou Huansan. Beijing: Science publishing organization (in Chinese) [W. 希尔, G.洛夫. 1974.3 应用数学基础 (下册) . 周焕山译 北京：科学出版社]

[9]William A. Nash. 2002 Schaum′s Outline of Theory and Problems of Statics and Mcchanics of materials. Guo Changming. Beijing: Science publishing organization (in Chinese)[W. 纳什. 2002 静力学与材料力学. 郭长铭译 北京：科学出版社]

NEW ROTATIONAL DYNAMICS

—— Inertia-torque principle and the force moment the character of statics

GuagSan Yu

(Harbin · Macro · Dynamics Institute. 150066, P. R. China **)**

E-mail:sxzyu35@hotmail.com

(2014.8.17—2014.9.20)

Abstract: Textual point of view, generate in a series of rotational dynamics experiment. Initial research, is wish find a method overcome the momentum conservation. But further study, again detected inside the classical mechanics, the error of the principle of force moment. Then a series of, momentous the error of inside classical theory, all discover come out. The momentum conservation law is wrong; the newton third law is wrong; the energy conservation law is also can surpass. After redress these error, the new theory namely perforce bring. This will involve the classical physics and mechanics the foundation fraction, textbooks of physics foundation part should proceed the grand modification.

Key Words: Rigid body; Inertia-torque; Centroid-moment; Centroid-arm; Statics; Static-force; Dynamics; Conservation law