

## Теоретический вывод закона Кулона.

Д.т.н., проф. В.Эткин

Дан вывод закона Кулона из первых принципов энергодинамики, исходя из неравномерного распределения электрического заряда в пространстве

**Введение.** Как известно, закон Кулона (1785), описывающий взаимодействие двух электрических зарядов, имеет чисто экспериментальное происхождение [1]. Тем больший интерес представляет вывод этого закона из общефизических принципов, не опираясь на представление о «потоке напряженности электрического поля»  $\mathbf{E}$ , не имеющее отношения к скорости чего-либо. Это можно сделать на основании энергодинамики как единой теории реальных процессов переноса и преобразования любых форм энергии [2]. Эта теория учитывает неравномерность распределения в пространстве материального носителя какой-либо формы энергии, в том числе электрического заряда  $\Theta_e$ . Наиболее кратко влияние этой неравномерности можно выявить, учитывая отклонение локальной плотности заряда  $\rho_e(\mathbf{r}, t)$  как функции пространственных координат (радиус-вектора точки поля  $\mathbf{r}$ ) и времени  $t$  от ее средней величины  $\bar{\rho}_e(t)$ . Используя известное выражение для нахождения центра  $\mathbf{r}_i$  какой-либо экстенсивной величины  $\mathbf{r}_i = \Theta_i^{-1} \int \rho_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{r} dV = \Theta_i^{-1} \int \bar{\rho}_i(t) \mathbf{r} dV$ , отклонение рассматриваемой системы от внутренне равновесного (однородного) состояния характеризуется возникновением некоторого «момента распределения»

$$\mathbf{Z}_e = \int [\rho_e(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}_e(t)] \mathbf{r} dV \quad (1)$$

где  $\Delta \mathbf{r}_e = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_{e0}$  – вектор смещения центра величины  $\Theta_e$  при отклонении распределения заряда от однородного. Отсюда следует, что в единице объема проводника момент распределения  $\mathbf{Z}_{eV} = \rho_e \Delta \mathbf{r}_e$ , т.е. плотность свободного заряда в нем выражается дивергенцией момента его распределения:

$$\rho_e = \nabla \cdot \mathbf{Z}_{eV}. \quad (2)$$

Нетрудно заметить, что это выражение соответствует известному из электродинамики соотношению  $\rho_e = \nabla \cdot \mathbf{D}$ , где  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$  – вектор индукции (электрического смещения), пропорциональный напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ . Отсюда следует, что закон (теорема) Гаусса  $\rho_e = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}$ , выражающий связь между абстрактным понятием «потока напряженности» электрического поля сквозь замкнутую поверхность и зарядом  $\Theta_e$  в объеме, ограниченном этой поверхностью, является прямым следствием неоднородного распределения в пространстве свободного заряда. Заменяя на этом основании  $\mathbf{Z}_{eV}$  в (2) на  $\epsilon_0 \mathbf{E}$ , имеем:

$$\Theta_e = \int \rho_e dV = \epsilon_0 \int \nabla \cdot \mathbf{E} dV. \quad (3)$$

Переходя в этом выражении на основании теоремы Гаусса от интеграла по объему к интегралу по произвольной замкнутой поверхности  $f$  и полагая эту поверхность сферической  $f = 4\pi r^2$  с радиусом  $r$ , имеем:

$$\Theta_e = \epsilon_0 \int \text{div} \mathbf{E} dV = 4\pi \epsilon_0 \int E_e dr^2. \quad (4)$$

Отсюда непосредственно следует, что модуль  $E$  вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  выражается соотношением:

$$E = \Theta_e / 4\pi\epsilon_0 r^2. \quad (5)$$

Учитывая, что в стационарных условиях  $\mathbf{E} \equiv -\nabla\varphi = -d\varphi/dr$ , электрический потенциал  $\varphi = \varphi(\mathbf{r})$  в любой точке сферы с радиусом  $r \geq r_c$  может быть найден интегрированием (5) в пределах от  $r_c$  до  $r$  путем разделения переменных  $\varphi$  и  $\mathbf{r}$ :

$$\varphi(r) - \varphi(r_c) = (\Theta_e / 4\pi\epsilon_0)(1/r_c - 1/r). \quad (r \geq r_c) \quad (6)$$

При этом модуль  $F_e$  силы взаимодействия  $\mathbf{F}_e = \Theta_e' \mathbf{E}$  между пробным  $\Theta_e'$  и «полеобразующим» зарядом  $\Theta_e$ , соответствует экспериментальному закону Кулона:

$$F_e = |\mathbf{F}_e| = \Theta_e \Theta_e' / 4\pi\epsilon_0 r^2. \quad (7)$$

Таким образом, закон Кулона является прямым следствием неоднородного распределения заряда в системе «полеобразующих» тел, поскольку любая совокупность взаимодействующих зарядов, разделенная в пространстве, уже представляет собой неоднородную систему. Справедливость этого положения становится совершенно очевидной, если в законе Кулона (7) положить пробный заряд  $\Theta_e'$  равным нулю. Тогда поле  $\mathbf{F}_e$  исчезнет независимо от величины заряда  $\Theta_e$ . Это обстоятельство еще раз подчеркивает справедливость основного вывода энергодинамики, согласно которому силовые поля (и в том числе гравитационного поля) создается не массами, зарядами и токами самими по себе, а их неравномерным распределением в пространстве.

**Обсуждение результатов.** Из (7) непосредственно следует, что область справедливости закона Кулона ограничена тем минимальным расстоянием, на которое могут быть сближены любые два заряженных тела. Это вполне соответствует условиям эксперимента Кулона с крутильными весами, в которых использовались хоть и малые, однако имеющие конечные размеры заряженные шарики. Следовательно, такое ограничение на область применимости закона Кулона не могло быть обнаружено экспериментально.

В качестве начала отсчета потенциала  $\varphi(r)$  естественно принять минимальное расстояние  $r - r_c = 0$ , на которое могут быть сближены заряды  $\Theta_e$  и  $\Theta_e'$ , при котором  $\varphi(r_c) = 0$ . Однако выражение (5) остается справедливым и в том случае, когда заряженные тела могут проникать друг в друга. Действительно, когда две совокупности зарядов расположены концентрически одна внутри другой (так, что  $r = r_c = 0$ ), то потенциал тела, находящегося в центре заряженной сферы, и сила его взаимодействия равны нулю независимо от величины самих зарядов (Р. Фейнман и др., 1976).

Далее, из выражения (6) следует, что при  $r = r_c$  ни потенциал  $\varphi$ , ни энергия электростатического поля не обращаются в бесконечность, поскольку в телах с конечной плотностью электрического заряда  $\rho_e$  при  $r_c \rightarrow 0$  и  $\Theta_e \rightarrow 0$ . Тем самым открывается новый взгляд на «проблему расходимостей», которая порождена, как выясняется, лишением материальных частиц их неотъемлемого свойства – протяженности в пространстве.

Наконец, теоретически найденный закон (6) дает естественное начало отсчета электростатической энергии ( $r = r_c$ ), делая это начало не зависимым от знака зарядов. Это исключает возможность применения в классической и квантовой электродинамике «калибровок» различного типа и делает решение задач электростатики единственным.

## Литература.

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика, Т.8. Электродинамика сплошных сред. Изд. 2-е, 1982.
2. *Эткин В.А.* Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии).- СПб, Наука, 2008. 409 с.