The generalized helices of consecutively order is Mannheim pairs

In a previous material we have shown that the generalized helix of the order *k* is being defined as the curve for which there is a natural number *k* such that $\dot{\theta}_k = 0$. In this case, the Frenet trihedron of the generalized helix of the order of *k*+1 is a function of Frenet trihedron of the *k* order, by relations:

$$\vec{T}_{k+1} = \cos\theta_k \vec{T}_k + \sin\theta_k \vec{B}_k \ , \qquad (1)$$

$$\vec{N}_{k+1} = -\sin\theta_k \vec{T}_k + \cos\theta_k \vec{B}_k \ , \qquad (2)$$

$$\vec{B}_{k+1} = -\vec{N}_k \ , \qquad (3)$$

unde $\theta_{k+1} = \arctan\frac{\dot{\theta}_k}{\omega_k}$, iar $\omega_{k+1} = \sqrt{\dot{\theta}_k^{\ 2} + \omega_k^{\ 2}}$.

Note that equation (3) tells us that the binormal of generalized helix of *k*+1 order is always collinear with the normal of general helix of k order. But this is precisely the pairs Mannheim property[1]. In conclusion, the generalized helices of consecutively order is Mannheim pairs.

Elicele de ordin consecutiv sunt perechi Mannheim

Într-un material anterior am arătat că elicea generalizată de ordinul k este definită ca fiind curba pentru care există un număr natural *k* astfel încât $\dot{\theta}_k = 0$. În acest caz, triedrul lui Frenet al elicei generalizate de ordinul *k*+1 este funcție de triedrul lui Frenet al elicei generalizate de ordinul *k*, după relațiile:

$$\vec{T}_{k+1} = \cos\theta_k \vec{T}_k + \sin\theta_k \vec{B}_k \ , \qquad (1)$$

$$\vec{N}_{k+1} = -\sin\theta_k \vec{T}_k + \cos\theta_k \vec{B}_k \ , \qquad (2)$$

$$\vec{B}_{k+1} = -\vec{N}_k \ , \qquad (3)$$

unde $\theta_{k+1} = \arctan\frac{\dot{\theta}_k}{\omega_k}$, iar $\omega_{k+1} = \sqrt{\dot{\theta}_k^{\ 2} + \omega_k^{\ 2}}$.

Să observăm că relația (3) ne spune că binormala elicei generalizate de ordinul k+1 este mereu coliniară cu normala elicei generalizate de ordinul k. Dar aceasta este tocmai proprietatea perechilor Mannheim[1]. În concluzie, elicele generalizate de ordin consecutiv sunt perechi Mannheim.

Bibliografie

[1] Fan Wang and Huili Liu, „*Mannheim Partner Curves in 3-Space*” , 2007.