Simultaneidade, Tempo Relativístico
e Transformações de Galileu

Valdir Monteiro dos Santos Godoi
valdir.msgodoi@gmail.com

RESUMO - Mostra-se que a Teoria da Relatividade Restrita não é uma teoria livre de contradições, sendo uma das contradições relacionada à relatividade da simultaneidade. Outra contradição ocorre quando calculamos a velocidade da luz em relação a um referencial em movimento usando a contração do espaço e a dilatação do tempo, pois verifica-se que a velocidade da luz depende da velocidade do referencial. Também se mostra que para baixas velocidades, mas grandes distâncias, a transformação de Lorentz para o tempo não se reduz à respectiva transformação de Galileu, assunto não explorado na grande maioria dos livros de divulgação científica e mesmo universitários.

I - Introdução

Quando Einstein deu início à Teoria da Relatividade Restrita (T.R.R.), em 1905, pretendeu eliminar as assimetrias contidas na eletrodinâmica de Maxwell aplicada a corpos em movimento e criar, a partir de dois postulados, uma eletrodinâmica de corpos em movimento, simples e livre de contradições, desvinculada da noção de "éter luminífero" e baseada na teoria de Maxwell para corpos em repouso. Isto se pode deduzir dos dois primeiros parágrafos do artigo que deu origem à T.R.R., EINSTEIN (1905).

Embora seja inegável o sucesso alcançado pela T.R.R. e sua concordância com vários resultados experimentais, é sabido, conforme ASSIS (1999, pp. 77-79), que "a assimetria da indução eletromagnética citada no primeiro parágrafo por Einstein não aparece no eletromagnetismo de Maxwell, contrariamente ao que ele afirma. Ela só aparece como uma interpretação específica da formulação de Lorentz para a eletrodinâmica. Esta assimetria não existia para Faraday, que descobriu o fenômeno." (...) "Maxwell tinha os mesmos pontos de vista em relação a este assunto e não via nenhuma "nítida distinção" para a explicação das experiências de Faraday, não interessando se era o circuito ou o ímã que se movia em relação ao laboratório." (...) "Esta assimetria apontada por Einstein também não aparece na eletrodinâmica de Weber".

Além disso, ao contrário do que também disse Einstein, a T.R.R. não é livre de contradições, sendo uma das contradições relacionada à relatividade da simultaneidade, o que tentará se provar na seção II. Outra contradição ocorre quando calculamos a velocidade da luz em relação a um referencial em movimento usando a contração do espaço e a dilatação do tempo, pois verifica-se que a velocidade da luz depende da velocidade do referencial. É o que se mostra na seção III.

Na seção IV se mostrará que não é verdadeira a afirmação que diz que as transformações de Lorentz se reduzem às transformações de Galileu no limite das baixas velocidades, merecendo tal afirmação pequena correção, a seção V será dedicada às críticas do professor Piza a este artigo e a seção VI concluirá o presente trabalho.

II - Sincronismo de Relógios e Simultaneidade

Segundo a T.R.R., dois relógios A e B imóveis um em relação ao outro e em M.R.U. estarão síncronos se

$$\tau_B - \tau_A = \tau'_A - \tau_B, \qquad (1)$$

onde τ_A é o instante marcado por A em que um raio de luz parte de A indo em direção a B, τ_B o instante marcado por B em que este raio de luz chega a B e volta em direção a A e τ'_A o instante marcado por A em que o raio chega a A (EINSTEIN, 1905, p. 894). A relação (1) deve ser verdadeira para qualquer velocidade constante inferior, em módulo, à velocidade da luz e para qualquer distância entre A e B. Embora saibamos que não é tão simples assim na Teoria da Relatividade Geral, vamos nos limitar à T.R.R.

Suponhamos que A e B executam um movimento de velocidade constante v a partir do instante $t = 0$ ao longo do eixo das abscissas de um sistema triortogonal de coordenadas retangulares considerado fixo, S(x, y, z, t), onde (x, y, z) e t são a coordenada de posição e o instante, respectivamente, de um evento E medido em S, e que S'(ξ, η, ζ, τ) é outro sistema triortogonal de coordenadas retangulares, no qual A e B são considerados fixos e onde (ξ, η, ζ) e τ são a coordenada de posição e o instante, respectivamente, deste mesmo evento E quando medido em S'.

Se admitirmos que no instante $t = 0$ as origens de ambos os sistemas eram coincidentes e $\tau(x=0, t=0) = 0$, que os eixos dos x e ξ são coincidentes e os eixos dos y e z são respectivamente paralelos aos eixos dos η e ζ, e ainda, que os relógios que medem os instantes t e τ são síncronos conforme a regra

(1), então entre S e S', segundo a T.R.R., são válidas as transformações de Lorentz:

$$\tau = \beta (t - vx/c^2); \qquad (2)$$
$$\xi = \beta (x - vt); \qquad (3)$$
$$\eta = y; \qquad (4)$$
$$\zeta = z; \qquad (5)$$

onde $\beta = 1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ e c é a velocidade da luz no vácuo, considerada independente da velocidade dos observadores e da fonte luminosa.

Vamos, por hipótese, supor que A e B são relógios que marquem o tempo no sistema S' conforme a transformação (2), em função de t e x.

Se o relógio A parte em $t = 0$ do ponto x_A, medidos no sistema em repouso, então sua equação horária em S será $x = x_A + vt$. Usando este valor de x na transformação (2) obtemos

$$\tau_A = t/\beta - \beta v x_A/c^2, \qquad (6)$$

que será a indicação do relógio A em S', em função de t, durante todo seu movimento de velocidade v.

Semelhantemente, partindo B do ponto x_B em $t = 0$ teremos

$$\tau_B = t/\beta - \beta v x_B/c^2. \qquad (7)$$

Da dedução das transformações de Lorentz feita por EINSTEIN (1905, pp. 898-902) garante-se que os relógios A e B obedecem à condição de sincronismo dada em (1) quando marcam, respectivamente, os valores dados em (6) e (7), o que também pode ser verificado através de simples cálculos cinemáticos, conforme mostrado em GODOI (1997, pp. 323-324). Por brevidade, omitiremos aqui tal demonstração.

Supondo $x_B > x_A$ e $v > 0$ teremos $\tau_A > \tau_B$.

Efetuando a diferença entre os tempos marcados por A e B obtemos

$$\Delta\tau_{AB} = \tau_A - \tau_B = \beta v(x_B - x_A)/c^2 > 0. \qquad (8)$$

De (8) seria possível concluir, através do bom senso e de nossa intuição, que, de fato, os relógios A e B não podem ser síncronos, nem em relação a S, nem em relação a S', pois a diferença apontada em (8) nunca é igual a zero e o que se espera, *a priori*, de relógios síncronos é que marquem o mesmo horário, sem diferenças. É o que EINSTEIN (1905, p. 894) chamou de "tempo" comum a A e B (*A und B gemeinsame "Zeit"*).

Como pode-se refutar tal argumentação partindo-se do princípio de que, conforme a T.R.R., dois eventos simultâneos em um referencial não o são em outro referencial animado de velocidade constante não nula em relação ao primeiro (relatividade da simultaneidade), vamos provar a existência de contradição na T.R.R. analisando a relatividade da simultaneidade. Antes, porém, vamos analisar a diferença (8) para um caso específico de baixas velocidades, pois no domínio das baixas velocidades a T.R.R. deveria se reduzir à teoria clássica de Newton, cujo tempo é absoluto, ou, dito de forma mais rigorosa, as transformações de Lorentz deveriam se reduzir às transformações de Galileu:

$$\tau = t;$$
$$\xi = x - vt;$$
$$\eta = y;$$
$$\zeta = z.$$

Sendo assim, vamos admitir a desigualdade $0 < v << c$, mas façamos agora com que a diferença $x_B - x_A$ seja da ordem de c^2, ou de ordem superior (respeitando-se as respectivas unidades de medidas). Para estes casos a diferença (8) se reduz a

$$\Delta\tau_{AB} \approx v(x_B - x_A)/c^2, \qquad (9)$$

que nunca é igual a zero para $v > 0$, vindo reforçar ainda mais nossa idéia inicial de que os relógios A e B não são síncronos, nem em relação a S, nem em relação a S', podendo até mesmo marcarem uma grande diferença entre seus horários.

Ou seja, quem a baixa velocidade, a igual distância de A e B, e para o qual ambos os relógios encontram-se fixos, pudesse observar simultaneamente os horários marcados por A e B, verificaria que suas marcações não são iguais, *i.e.*, $\tau_A \neq \tau_B$. Podemos imaginar que este observador possui 2 grandes telescópios para o auxiliar na comparação, um refletindo a imagem do relógio A e outro refletindo a imagem do relógio B, sendo iguais a distância entre cada telescópio e o respectivo relógio.

Exemplificando, no instante $\tau = \tau_0$ e posição $\xi = 0$ do referencial S' em movimento nosso observador deseja saber se A e B, localizados simetricamente em relação a ele e também imóveis em relação a ele, são síncronos entre si em relação a S'. A equação horária do observador, fixo na origem do referencial S' e possuindo um relógio obedecendo (2), será $x = vt$, a equação horária de A será $x = -x_B + vt$ e a de B será $x = x_B + vt$, $x_B > 0$, todas estas equações medidas em relação ao referencial S, considerado fixo.

Se o relógio do observador marca o instante $\tau = \tau_0$, satisfeitas as condições necessárias para a validade de (2), então em relação a S o instante t correspondente é $t = \beta\, \tau_0 \approx \tau_0$. Sendo assim, de (6) teremos $\tau_A \approx \tau_0 + vx_B/c^2$, e de (7) teremos $\tau_B \approx \tau_0 - vx_B/c^2$, ou seja, $\tau_A \neq \tau_B \neq \tau_0$, para $0 < v << c$, ao invés do esperado resultado $\tau_A = \tau_B = \tau_0$.

Isto quer dizer: quando o relógio do observador na origem de S' marcar o instante τ_0 o relógio A não estará marcando τ_0, nem B, e além disso A e B não estarão marcando o mesmo horário, embora sejam síncronos "por definição", conforme (1).

Após um intervalo de tempo da ordem de x_B/c nosso observador (se pudesse viver tanto tempo e nada interferisse no trajeto da luz dos relógios aos telescópios) verificaria, enfim, a diferença entre os horários dos 2 relógios ocorrida no passado longínquo, tal que $\Delta\tau_{AB} = \tau_A - \tau_B \approx 2vx_B/c^2$. Vale mencionar que não chegarão simultaneamente aos telescópios e ao observador estes horários marcados por A e B, chegando primeiro o horário de B e depois o horário de A.

Vejam como é estranha a proposta da T.R.R.: se no instante $t = 0$ de S A e B começarem a se mover não poderão marcar $\tau_A = \tau_B = 0$, como o relógio do observador na origem de S' marcará. Ao invés disso, deverão marcar $\tau_A = -\tau_B \approx vx_B/c^2$, ainda que um gigantesco observador movendo-se junto com os dois relógios fosse capaz de garantir que tanto ele quanto A e B começaram a se mover simultaneamente, por exemplo, <u>por não haver em S' variação da distância ou da velocidade relativa entre ele, B e A</u>.

À justificativa de que estamos apenas diante de mais um simples caso de relatividade da simultaneidade, precisamos fazer entender que é mais importante que isso: caso A esteja próximo da origem de S em $t = 0$ teremos $\tau_A \approx t$, pelo menos enquanto A estiver funcionando corretamente (não consideremos mais o observador anteriormente mencionado), por outro lado, B, supondo-se muito distante da origem de S (por exemplo, distante $(3.10^8)^3$ m) e a cerca de $1{,}0\ m/s$, marcará a todo instante $\tau_B << t$, também funcionando corretamente. <u>Se alguma experiência nessas condições, de dimensões gigantescas, demorasse apenas um breve intervalo de tempo para ser realizada</u>

(por exemplo, apenas *1,0 s*), em nenhum momento da experiência teríamos sequer $\tau_B \approx \tau_A$ (por exemplo, τ_B no final da experiência $\approx \tau_A$ no início da experiência), muito menos o esperado resultado $\tau_B = \tau_A \approx t$. Ou seja: durante a execução da experiência não haveria o "tempo" comum a A e B mencionado por Einstein.

À justificativa de que isto acontece pois tratamos de grandes distâncias, e para grandes distâncias a informação (da luz) leva mais tempo para chegar aos observadores (aos seus relógios), será preciso ainda justificar o seguinte: por que num referencial considerado fixo todos os relógios síncronos entre si exibem horários em comum (horas, minutos, segundos, data, etc.), qualquer que seja a distância entre eles, mesmo da ordem de c^2 ou mais, mas para pequenas velocidades, por exemplo, 0,5 ou 1,0 m/s, velocidades de um pedestre em passeio, pode existir tanta diferença nos horários marcados entre um relógio considerado fixo e outro em movimento com essas velocidades, baseando-nos nas transformações de Lorentz? E por que esta diferença nos horários aumenta quanto mais distante estivermos da origem do referencial fixo, para um mesmo valor de t nas transformações de Lorentz? Isto não parece natural, nem real, enquanto sabemos que "a física é uma tentativa de compreensão conceptual da realidade, considerada como algo independente da observação", nas palavras do próprio EINSTEIN (1982, p. 78).

Vamos agora dar uma prova geral, válida para quaisquer distâncias e velocidades ($0 < v < c$).

Como já mencionado, segundo a T.R.R. dois eventos simultâneos em um referencial não o são em relação a um outro referencial movendo-se em M.R.U. com relação ao primeiro (relatividade da simultaneidade).

Se nossos dois relógios A e B iniciam o movimento de velocidade constante v em relação a S no instante $t = 0$ de S, em relação a este referencial A e B iniciam simultaneamente o movimento.

Sendo assim, em relação a S' o início do movimento dos relógios não é simultâneo, de acordo com a T.R.R.: o relógio A inicia o movimento em $\tau_A = 0$, supondo $x_A = 0$, e B em $\tau_B = -\beta\, v x_B / c^2$, $\tau_B < \tau_A$ para $x_B > x_A$ e $v > 0$, portanto, antes de A. Aqui estamos usando para τ_A, x_A, τ_B e x_B os mesmos significados usados para eles em (6) e (7).

Oras, mas se em relação a S' o relógio B inicia o movimento antes de A, neste referencial a distância entre A e B aumentaria em função do tempo, até permanecer constante, quando A começasse a se mover, o que não ocorre, pois a distância entre eles é constante durante todo o movimento (medindo $\beta\, x_B$ em relação a S').

Além disso, a velocidade de B em relação a A é igual a zero, tanto em relação a S’ quanto em relação a S, portanto, não há um afastamento inicial de B em relação a A, ou seja, chegamos a uma contradição: eventos não simultâneos por definição mostraram-se simultâneos por dedução lógica.

Semelhantemente, podemos fornecer uma prova para o instante da parada.

Se em relação a S os relógios A e B param simultaneamente o movimento de velocidade constante v, suponhamos, no instante $t = t_f$, em relação a S’ não param simultaneamente o movimento, conforme a T.R.R.

Se em relação a S’ não param simultaneamente o movimento um deles parou primeiro o movimento em S’. Como $\tau_B < \tau_A$, supondo $x_B > x_A$ e $v > 0$, então B parou o movimento antes de A, em relação a S’ (se em S iniciam e param o movimento simultaneamente, em S’ o relógio B inicia e para o movimento antes de A).

Então, em relação a S’, após a parada de B o relógio A se aproximou de B, até o momento em que A também parou seu movimento.

Mas a posição de A em relação a S’ é igual a $\xi_A = 0$ durante todo o movimento, supondo $x_A = 0$, enquanto a de B é $\xi_B = \beta x_B$, logo, mantém entre si, desde $t = 0$ até $t = t_f$ de S, a mesma distância $\Delta\xi = \xi_B - \xi_A = \beta x_B$ em S’, não havendo a esperada aproximação final de A em direção a B.

Além disso, a velocidade de B em relação a A, em S’ e S, é igual a zero durante todo o movimento, e não outra velocidade, como deveria ser para que A se aproximasse de B.

Logo, chegamos a uma contradição.

É fácil extender as duas provas anteriores para o caso de velocidades negativas. Se $-c < v < 0$ e $x_B > x_A$ teremos $\tau_A < \tau_B$, portanto será o relógio A que inicia ou para o movimento antes de B. A contradição novamente ocorre pois não há variação da distância ou da velocidade relativa entre A e B, nem em relação a S, nem em relação a S’, mesmo usando a T.R.R.

III - Constância da velocidade da luz

Também para velocidades e distâncias quaisquer, vamos analisar uma experiência idealizada, preparada para verificar se a velocidade da luz independe ou não da velocidade dos observadores (relógios ou cronômetros). Usaremos tanto a contração do espaço quanto a dilatação do tempo, de acordo com a T.R.R.

A fim de evitar as contradições mostradas na seção anterior, vamos admitir que dois eventos simultâneos em relação a S, considerado fixo, também o são em relação a S', o referencial que se move com velocidade constante v em relação a S. Nossas "novas" transformações de Lorentz passarão a ser

$$\tau = t/\beta;$$
$$\xi = \beta\,(x - vt);$$
$$\eta = y;$$
$$\zeta = z.$$

Suponhamos, então, dois cronômetros A e B fixos sobre um objeto que se move com velocidade constante v em relação ao chão, o chão considerado fixo. Estando A e B fixos sobre o objeto, por exemplo, uma esteira rolante, também se moverão com velocidade v em relação ao chão.

Com a esteira inicialmente parada sincronizaremos os dois cronômetros zerando suas marcações, e permanecerão zerados até que a esteira se mova. Um dispositivo eletrônico, localizado a igual distância dos dois cronômetros, será o responsável por liberar o funcionamento tanto dos cronômetros quanto da esteira, liberando-a assim que os cronômetros começarem a funcionar. A partir deste momento nossos cronômetros deverão marcar o tempo de maneira inteiramente natural, supondo-se que funcionem corretamente quando estão fixos.

Um raio de luz partirá de A em direção a B no momento em que a esteira começar a se mover, e baseando-nos no registro do cronômetro B quando da chegada da luz em B calcularemos a velocidade da luz γ em relação à esteira, sabendo-se que em relação ao chão sua velocidade é c.

Se a distância entre A e B mede L quando a esteira está em movimento, medida em relação ao referencial fixo (chão), medirá βL em relação ao referencial em movimento (esteira). Assim estamos admitindo a contração do espaço, ou de Lorentz.

Em relação ao referencial fixo, a luz demorará para completar o seu percurso de A até B um intervalo de tempo $t_f = L/(c - v)$, logo, em relação à esteira demorará um intervalo de tempo $\tau_f = t_f/\beta = L/[\beta(c - v)]$, sendo esta a esperada indicação do cronômetro B quando da chegada nele do raio de luz. Assim estamos admitindo a dilatação do tempo.

A velocidade da luz γ em relação à esteira será então $\gamma = \beta L/\tau_f = c^2/(c+v)$, $\gamma < c$ para $v > 0$, ou seja, a velocidade da luz dependeu da velocidade dos observadores (relógios ou cronômetros), contrariando o segundo postulado da T.R.R., embora tenhamos usado tanto a contração do espaço quanto a dilatação do tempo. Sendo assim, mais uma vez, a T.R.R. nos levou a uma contradição.

Vejam que se fosse $\tau_f = t_f/\beta - \beta vL/c^2$, obedecendo (2) e conforme (7), obteríamos $\gamma = c$, a esperada independência da velocidade da luz com relação à velocidade dos observadores, contudo, isto implicaria que nossos cronômetros pudessem registrar tempos negativos (basta notar em (2), (6) ou (7) que é possível $\tau < 0$), o que é um absurdo do ponto de vista experimental, mesmo que aceito ou explicado teoricamente. Todo cronômetro em correto funcionamento, movendo-se ou não, exibe somente tempos positivos e crescentes, sem descontinuidades nas suas marcações que pudessem saltar de 0 para $-\beta vL/c^2$ e voltar após certo tempo ao 0 novamente, continuando sua marcação crescente. Outro argumento contra o uso dessa última expressão para τ_f é que nossos cronômetros precisariam "conhecer" previamente a distância entre eles, ou em que ponto do referencial fixo estão em $t = 0$ (conforme (6) e (7)), algo muito artificial para ser aceito. Sendo assim, tanto A quanto B registrarão em função de t o instante $\tau = t/\beta$, pois é esta a indicação mais razoável do ponto de vista experimental, admitindo-se válida a dilatação do tempo.

IV - Tempo Relativístico e Transformações de Galileu

Independentemente da aceitação ou não das conclusões anteriores, seções II e III, o que não pode deixar de ser compreendido é que não é verdadeira a afirmação que diz que as transformações de Lorentz se reduzem às transformações de Galileu para as baixas velocidades. Para baixas velocidades, mas grandes distâncias, a transformação (2) se reduz a

$$\tau \approx t - vx/c^2, \qquad (10)$$

diferente da respectiva transformação de Galileu, merecendo correção o que já nos disse o próprio criador da T.R.R. e um de seus mais próximos colaboradores (EINSTEIN & INFELD, 1980, pp. 157-158):

"Só poderemos esperar desacordo entre a experiência e a transformação clássica com velocidades que se aproximem da velocidade da luz. Somente no caso de velocidades muito grandes pode a transformação de Lorentz ser posta à prova." (...) "Esta teoria mais geral não contradiz a transformação clássica e a Mecânica clássica. Pelo contrário, voltamos aos velhos conceitos como um caso limitativo quando as velocidades são pequenas."

Sem a parceria de Einstein, INFELD (1950, pp. 56-57) escreveu:

"Para pequenas velocidades não há diferença entre a transformação de Galileu e a de Lorentz".

E sem a parceria de Infeld, num texto mais avançado, EINSTEIN (1999, p. 34) escreveu:

"A transformação de Galileu se obtém da de Lorentz igualando nesta última a velocidade da luz *c* a um valor infinitamente grande."

Desta vez não se leva em consideração que se é possível fazer a velocidade da luz ser infinitamente grande (estaríamos evidentemente num universo hipotético, com permissão de energias infinitas) então também pode-se fazer a velocidade v tender a infinito, mantendo-se a condição $|v|/c < 1$ (a energia total $E = mc^2$ divergirá devido ao valor de c, mas não devido ao valor da massa relativística m), e ainda assim as transformações de Lorentz não se reduzem às transformações de Galileu (no caso específico do tempo).

Como exemplo, vejamos o caso particular $v = c/n$, $n > 1$ e finito. De (2) teremos

$$\tau = n/(n^2-1)^{1/2}\ (t - x/(nc)).$$

Se $c \to \infty$, para todo x finito, teremos

$$\tau \to n/(n^2-1)^{1/2}\ t,$$

ao invés do esperado resultado $\tau \to t$.

Para a posição ξ, efetuando-se a razão entre as respectivas transformações de Lorentz e Galileu, admitindo-se $v = c/n$, $n > 1$, n finito, e $c \to \infty$, encontramos

$$\xi_{Lorentz}/\xi_{Galileu} = \beta = n/(n^2-1)^{1/2},$$

diferente do esperado resultado $\xi_{Lorentz}/\xi_{Galileu} \to 1$.

Também merecem correções vários livros universitários, por exemplo:

1) KITTEL *et al* (1973, p. 332): "Esta é a transformação de Lorentz. Ela é linear em x e t; reduz-se à transformação de Galileu para $V/c \to 0$";

2) EISBERG (1979, p. 23): "Vê-se imediatamente que a transformação de Lorentz se reduz à transformação de Galileu quando $v/c << 1$";

3) TIPLER (1981, p. 17): “As equações da transformação clássica devem portanto ser modificadas para se tornarem consistentes com os postulados de Einstein; mas devem-se reduzir as equações clássicas quando *v* é muito menor do que *c*.”;

4) HALLIDAY & RESNICK (1984, p. 318): “A Mecânica Newtoniana revela-se como um caso particular da TRR no limite de baixas velocidades. De fato, um teste da TRR consiste em permitir $c \to \infty$ (em cujo caso, $v << c$ é sempre válido) e constatar que decorrem as fórmulas correspondentes da Mecânica Newtoniana.”

Mesmo autores consagrados, ganhadores do prêmio Nobel, cometeram erros semelhantes, por exemplo:

1) BORN (1965, p. 237): “Particular interest attaches to the limiting case in wich the velocity *v* of the two systems becomes very small in comparison with the velocity of light. We then arrive directly at the Galileo transformation (formula (29), p.74). For if *v/c* can be neglected in comparison with 1, we get from (70) $x'=x-vt, y'=y, z'=z, t'=t$.”;

2) LANDAU & LIFSHITZ (1979, p. 133): “En (36,3) se ve claramente que cuando en el limite $c \to \infty$ se pasa a la mecânica clásica, las fórmulas de la transformación de Lorentz se convierten en la transformación de Galileo.”;

3) SEGRÈ (1980, p. 87): “Lorentz tinha descoberto uma transformação de coordenadas, a famosa transformação de Lorentz, que deixa as equações de Maxwell invariantes e, quando $v << c$, reduz-se à transformação de Galileu.”

Felizmente, nem todos cometeram os erros descritos anteriormente: FRENCH (1974, p. 88) diz que a transformação de Galileu $\tau = t$ se obtém da respectiva transformação de Lorentz fazendo-se $x << ct$ e $v/c << 1$. NUSSENZVEIG (1998, p.190) segue as mesmas desigualdades de French (mais exatamente, deveríamos ter $|v| << c$ e $|vx| << c^2$ (ou $vx/c^2 \to 0$), pois as desigualdades de French falham para $x << 0$ ou $v << 0$). Embora admitam $c \to \infty$ sem nada nos dizer sobre $v \to \infty$, LANDAU & LIFCHITZ (1974, p.21), no § 4 do volume 2 do seu curso completo de Física Teórica, chegam à transformação (10) para velocidades *v* pequenas em comparação com a da luz, ao invés de usar diretamente a transformação de Galileu para o tempo. Como pode-se perceber, estes são casos isolados.

V - Críticas do professor Piza

O professor Piza, pessoa muito simpática e titular do Departamento de Física Matemática do Instituto de Física da USP, pesquisador em Física

Nuclear Teórica, aceitou gentilmente ler uma versão anterior deste artigo, mas não acredita haver alguma contradição na T.R.R.

Disse que este artigo contém um sutil problema de Relatividade, mas muito provavelmente há solução dentro da teoria. Ele não conseguiu, entretanto, formalizar uma explicação ou prova de que está errado (que o prof. Piza me perdoe se não estiver sendo fiel na reprodução de suas palavras ou compreendi mal as suas explicações).

Com relação aos comentários e exemplos que dei antes da prova geral (seção II), quando tratei das baixas velocidades e grandes distâncias, mencionou quatro problemas, críticas ou sugestões, que talvez pudessem ser úteis:

1.1) cone de luz e causalidade;

1.2) grandes distâncias;

1.3) contração de Lorentz;

1.4) intuição.

Com relação à prova geral (aliás, provas gerais, pois analisei início simultâneo do movimento, término simultâneo do movimento e velocidades negativas), mencionou três problemas:

2.1) transiente;

2.2) paradoxo dos gêmeos;

2.3) variação da distância entre os relógios.

Vamos, pois, responder às suas críticas e comentários:

1.1) Cone de luz e causalidade

Em LANDAU & LIFCHITZ (1974, pp. 10-16), no § 2 do volume 2 do seu curso completo de Física Teórica, expõe-se o conceito de intervalo entre eventos e explica-se o que se chama por linha de universo e cone de luz, termos já usados por Minkowski em 1908.

Os exemplos de baixas velocidades e grandes distâncias aqui tratados pertencem, para pequenos valores do tempo t, à região de afastamento absoluto do cone de luz, cujos intervalos são do tipo espacial, e necessariamente não há relação causal entre um evento O em ($x=0$, $t=0$) e um evento E em (x, t), $|t| < |x|/c$, pois a luz levaria um tempo maior que $|t|$ para ir da origem O à posição x (em outras palavras, a transmissão da interação deveria possuir velocidade superior à da luz). Entretanto, é possível nessa região encontrar um referencial S' tal que o evento E seja ou anterior, ou simultâneo ou posterior ao evento O, e nesse referencial S' sempre O e E acontecerão em pontos distintos, se $(x, t) \neq (0, 0)$.

Após essa breve exposição, para uma versão bidimensional do cone de luz, respondo que em nenhum momento disse haver alguma relação causal entre o relógio A e o relógio B, embora, isto sim, o movimento de ambos tenha a mesma causa: o movimento em relação a S do referencial S’, suporte dos relógios, a partir do instante $t = 0$.

1.2) Grandes distâncias

Utilizei, num primeiro momento, grandes distâncias, pois apenas para grandes distâncias se evidencia que no limite das baixas velocidades a transformação de Lorentz para o tempo não se reduz à respectiva transformação de Galileu, expondo-se então um aspecto pouco explorado da T.R.R..

Além disso, na T.R.R. o Universo pode ser considerado plano e infinito, não havendo, portanto, limite algum para as distâncias envolvidas.

1.3) Contração de Lorentz

Como para baixas velocidades ($0 < v << c$) a contração de Lorentz pode ser desprezada quando comparada proporcionalmente com a distância não contraída, mesmo para grandes valores de x (por exemplo, mesmo para $x = x_B = (3.10^8)^3\ m$), é claro que um intervalo de tempo exatamente igual a $\beta x_B/c = (x_B/c)/\beta$ é da ordem de x_B/c.

Um exemplo numérico: para $\alpha = 3.10^8$, $c = \alpha\ m/s$, $x_B = \alpha^3\ m$ e $v = 1\ m/s$ temos $\beta x_B/c \approx (1 + ½\ v^2/c^2)\ x_B/c = (\alpha^2 + 1/2)\ s$, que é da ordem de $x_B/c = \alpha^2\ s$.

1.4) Intuição

O prof. Piza disse que errei em todos os momentos em que usei a intuição.

E não usei a intuição. Só mencionei que “de (8) seria possível concluir, através do bom senso e de nossa intuição, que, de fato, os relógios A e B não podem ser síncronos, nem em relação a S, nem em relação a S’, pois a diferença apontada em (8) nunca é igual a zero e o que se espera, *a priori*, de relógios síncronos é que marquem o mesmo horário, sem diferenças.” No caso, o bom senso viria a confirmar a intuição.

Uma vez que optei pelo método discursivo, lógico, dedutivo, para expor este trabalho, feito através “de uma série de atos, de uma série de esforços sucessivos”, nas palavras de Manuel Garcia Morente (Fundamentos de Filosofia, pg. 48, ed. Mestre Jou, 1980), fica bastante evidente a não utilização da intuição.

2.1) Transiente

A T.R.R. não seria a atual T.R.R., de Einstein, se houvesse algum transiente a ser considerado em suas transformações, porém, a teoria aqui analisada é a T.R.R. de Einstein, e não outra.

Mas ainda que houvesse algum transiente nas supostas “verdadeiras” transformações de Lorentz (um exemplo é dado na resposta 2.3), decorrente de algum efeito molecular ou devido a forças de atrito e inércia, e influenciando na contração do espaço ou na dilatação do tempo, seus valores não poderiam ser significativos ou relevantes, caso contrário a T.R.R. não receberia confirmações experimentais (dilatação do tempo, contração do espaço, efeito Doppler, momento e energia relativísticos, etc.).

Além disso, quando EINSTEIN (1905, § 4) aplica as transformações de Lorentz a corpos rígidos em movimento e a relógios em movimento não utiliza transiente algum, o mesmo ocorrendo com outros autores, nem tampouco quando são deduzidas as transformações de Lorentz, sendo assim, não cometo nenhum erro em desprezar supostos transientes de valores insignificantes, desconhecidos experimentalmente e que não fazem parte da teoria.

2.2) Paradoxo dos gêmeos

O estudo do paradoxo dos gêmeos nos faz concluir que não é o movimento dos eixos de um hipotético referencial localizado arbitrariamente o responsável por alterar a marcha de um relógio, mas, isto sim, o movimento do relógio. Se um relógio (ou cronômetro) tem uma certa marcha em relação a um referencial inercial S, onde se encontra fixo, e começa a mover-se com velocidade constante em relação a este referencial, então sua nova marcha é bem determinada pela velocidade que tem em relação a S, relacionada com a marcha que tinha antes. Isto também pode-se deduzir de EINSTEIN (1905, § 4).

A explicação geralmente dada para o paradoxo dos gêmeos refere-se a acelerações decorrentes de mudança de referencial, quando se altera o sentido da velocidade v para $-v$, contudo, não se calcula por quanto tempo atuam tais acelerações nem qual o efeito produzido na dilatação do tempo ou qualquer variação deste, enquanto EINSTEIN (1905, § 4) usa para a dilatação do tempo de um relógio em movimento curvilíneo de velocidade linear constante a mesma fórmula válida para um relógio em M.R.U., sem nada mencionar sobre qualquer efeito produzido no tempo devido às acelerações centrípeta ou centrífuga.

Embora a análise do paradoxo dos gêmeos mereça um artigo dedicado unicamente a ele, aqui só é preciso esclarecer que não introduzi mudanças de referencial, inversões no sentido da velocidade, nem demoradas acelerações, portanto, a analogia com o paradoxo dos gêmeos não se aplica.

2.3) Variação da distância entre os relógios

Por último, o professor Piza acredita que a distância entre os relógios A e B varia em relação a S', no início simultâneo e no término simultâneo do movimento de ambos em relação a S.

Oras, mas durante o movimento de quaisquer dos relógios em relação a S, enquanto $v \neq 0$, v constante, e obedecendo-se as transformações de Lorentz, qual pode ser a posição de A em S' que não seja $\xi_A = 0$ (para $x_A = 0$), e qual pode ser a posição de B em S' que não seja $\xi_B = \beta\, x_B$? Ou seja, qual pode ser a distância entre A e B que não seja a distância constante $\Delta\xi = \beta\, x_B$?

É verdade que admitimos implicitamente uma descontinuidade na posição de B, causada pela variação instantânea da sua posição x_B em S para $\xi_B = \beta\ x_B$ em S', no instante $t = 0$, ocorrendo outra descontinuidade no instante de parada $t = t_f$, mas isto faz parte da teoria: a velocidade constante v passa a existir no instante $t = 0$, quando as origens dos referenciais S e S' são comuns, e deixa de existir no instante $t = t_f$, instante aqui considerado como o da parada do referencial S'. Na T.R.R. a contração de Lorentz ocorre imediatamente no início do movimento e permanece constante enquanto durar este movimento, *i.e.*, enquanto for necessário falar do referencial S' ≠ S, $v \neq 0$.

Se não fosse assim, como calcularia-se a contração de Lorentz em função do tempo t usando-se apenas as transformações de Lorentz, que são, afinal, o primeiro resultado da T.R.R.? Precisaríamos talvez voltar à teoria do elétron de Lorentz, que Einstein não utilizou?

Se substituíssemos, por exemplo, em (2), (3) e β a velocidade constante v pela velocidade variável $v = at$, a constante, $a > 0$, transformações válidas para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq t_0$, $0 < t_0 \approx 0$, não haveria descontinuidade no valor da posição de B em $t = 0$, quando passa a existir o referencial S' (para $x = x_B + at^2$ teríamos $\xi_B = (1 - a^2t^2/c^2)^{-1/2}\, x_B$, um exemplo de transiente), mas a equação das ondas (dentre outras) deixaria de ser covariante e não valeria o princípio da constância da velocidade da luz, ou seja, a T.R.R. perderia a validade durante este breve intervalo de tempo. Assim seria preciso encontrar uma maneira de provar a validade das novas transformações obtidas e que fosse capaz de fornecer quais os valores corretos para a e t_0. A T.R.R., de fato, não resolve este problema, devido à substituição de um referencial inercial por um referencial acelerado.

Após esses comentários, talvez úteis, precisamos voltar à essência da demonstração: um dos relógios precisaria ficar imóvel em relação a S (ou S') e apenas o outro se mover em S (ou S'), o que não ocorre, pois nem ξ_A, nem ξ_B, variam no tempo enquanto $v \neq 0$ (nem, por hipótese, se $v = 0$); este é o fundamento da contradição. Não nos interessam as descontinuidades da posição de B nos instantes $t = 0$ e $t = t_f$, ou melhor, o "surgimento" e "desaparecimento" da posição de B no referencial S'.

Se traçarmos um gráfico $\tau\, X\ \xi$, desde o início do movimento em $t = 0$ até o término do movimento em $t = t_f$, o movimento de A em S' será representado neste gráfico por um segmento de reta na posição horizontal indo do ponto ($\tau = 0$, $\xi = 0$) ao ponto ($\tau = t_f / \beta$, $\xi = 0$), *i.e.*, representaremos a imobilidade de A em S', e o movimento de B em S' será representado neste gráfico por outro segmento de reta horizontal indo do ponto ($\tau = -\beta v x_B / c^2$, $\xi = \beta x_B$) ao ponto ($\tau = t_f/\beta - \beta v x_B/c^2$, $\xi = \beta x_B$), *i.e.*, representaremos a imobilidade de B em S'. É claro que estar imóvel em relação a S' significa estar movendo-se com velocidade constante v em relação a S.

Neste gráfico, supondo $v > 0$ e $x_B > 0$, onde representaríamos A durante o intervalo de tempo $I_1 = \{-\beta v x_B/c^2 \leq \tau < 0\}$ e onde representaríamos B durante o intervalo de tempo $I_2 = \{\, t_f / \beta - \beta v x_B/c^2 < \tau \leq t_f / \beta \,\}$ de modo a podermos verificar o movimento de algum deles em relação ao outro para o mesmo instante de tempo τ, já que, segundo a T.R.R., o início e término do movimento dos relógios não é simultâneo em relação a S' se em relação a S são simultâneos?

É fácil verificar que A e B permanecem imóveis em S' no intervalo de tempo $0 \leq \tau \leq t_f / \beta - \beta v x_B/c^2$, *i.e.*, movem-se com a mesma velocidade em relação a S, mas, quaisquer que fossem a posição de A em I_1 e a de B em I_2 (poderíamos definí-las como a posição em S' sem a contração de Lorentz), não há como admitir que, em relação a S, A permanece imóvel em I_1 e apenas B se move ou que B permanece imóvel em I_2 e apenas A se move.

Lembremos: A permanecer imóvel em I_1 e B mover-se neste intervalo significa que há algum valor de t em $0 \leq t \leq t_f$, relacionado com algum valor de τ em I_1, tal que A tenha velocidade 0 em relação S e apenas B tenha velocidade v, o que não ocorre, pois, por hipótese, A e B iniciam simultaneamente o movimento em relação a S. Raciocínio semelhante pode ser feito para o intervalo I_2.

Em outras palavras: não há como A e B moverem-se em relação a S ($v > 0$, $0 \le t \le t_f$), mas um observador em S' considerar A (ou B) em repouso em relação a S e apenas B (ou A) em movimento em relação a S.

Sendo assim, acredito que as provas aqui apresentadas estão corretas.

VI - Conclusão

É justo chamar a atenção para tantas afirmações falsas sobre as transformações de Lorentz (seção IV), notadamente com relação ao tempo relativístico. A lista de citações poderia ser aumentada, sem nada acrescentar de interessante.

Vimos que não é tão imediata a redução das transformações de Lorentz para as transformações de Galileu, e French e Nussenzveig, dos autores mencionados, são quem melhor nos ensinam a fazer isso, se nos limitarmos às velocidades e posições positivas. Infelizmente, os livros textos utilizados com frequência em nossas universidades não tratam deste assunto da maneira adequada. Por exemplo, permitir $c \to \infty$, mas proibir $v \to \infty$, chega a ser um contra-senso, já que todos sabemos que a velocidade da luz é finita, bem como todas as energias com que lidamos. Não há motivos físicos para permitir energias luminosas infinitas (geradas por fótons de energia $E = hc/\lambda$, supondo a constante de Planck h e o comprimento de onda λ finitos e não nulos), forças elétricas infinitas (de módulo $F = 10^{-7}\ c^2\ q_1 q_2/r^2$, supondo as cargas elétricas q_1 e q_2 não nulas e no vácuo), energias totais infinitas (de valor $E = mc^2$, supondo a massa relativística m não nula), mas proibir energias cinéticas infinitas ($K = (\beta - 1)\, m_0 c^2$ é infinito se as velocidades v e c, $|v|/c < 1$, forem infinitas e $m_0 > 0$. Evidentemente, a condição $|v|/c < 1$ foi usada neste trabalho para não tornar imaginário, nem infinito, o valor de β).

Este artigo também pretendeu mostrar algo mais importante: a T.R.R., em si, contém contradições das mais fundamentais, contrariamente, outra vez, ao afirmado por Einstein.

Se dois relógios iniciam ou param simultaneamente um movimento de velocidade constante $v \neq 0$ em relação a um referencial considerado fixo (S), em relação ao referencial no qual os relógios encontram-se fixos (S') um dos dois iniciou ou parou o movimento antes do outro, de acordo com a T.R.R. Se fosse assim, durante determinado intervalo de tempo haveria uma velocidade não nula de um em relação ao outro, com variação da distância entre eles, o que não ocorre, mesmo usando a T.R.R.

Mas se admitirmos que eventos simultâneos em um referencial inercial também são simultâneos em relação a outro referencial inercial movendo-se com relação ao primeiro, mesmo admitindo a dilatação do tempo e a contração de Lorentz obteremos a dependência da velocidade da luz com a velocidade do referencial, contrariando o segundo postulado da T.R.R., ou seja, de uma ou outra maneira encontramos contradições na T.R.R.

Agradecimentos

Aos professores do Instituto de Física da USP A.F.R. de Toledo Piza, pelas críticas a este trabalho, forçando-me a torná-lo mais rigoroso e explicativo, e Henrique Fleming, pela leitura da seção IV.

Bibliografia

ASSIS, A.K.T. 1999, *Uma Nova Física*. São Paulo: Editora Perspectiva S.A.

BORN, M. 1965, *Einstein´s Theory of Relativity*. New York: Dover Publications, Inc.

EINSTEIN, A. 1905, *Zur Elektrodynamic Bewegter Korper*, Annalen der Physik, 17, 891-921.

EINSTEIN, A. & INFELD, L. 1980, *A Evolução da Física*, 4a. edição, trad. Giasone Rebuá. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

EINSTEIN, A. 1982, *Notas Autobiográficas*, 3a. edição, trad. Aulyde Soares Rodrigues. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira S.A.

EINSTEIN, A. 1999, *A Teoria da Relatividade Especial e Geral*, trad. Carlos Almeida Pereira. Rio de Janeiro: Contraponto Editora Ltda.

EISBERG, R. M. 1979, *Fundamentos da Física Moderna*, trad. Francisco A.B.Coutinho, Coraci P.Malta e José F.Perez. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S.A.

FRENCH, A. P. 1974, *Relatividad Especial - Curso de Física del M.I.T.*, trad. prof. J.Aguilar Peris e dr. D.J.Doria Rico. Barcelona: Editorial Reverté S.A.

GODOI, V.M.S. 1997, *A Dedução das Transformações de Lorentz em 1905*, Revista Brasileira de Ensino de Física, 19, 315-324.

HALLIDAY, D. & RESNICK, R. 1984, *Física*, vol. 4, 4a. edição, trad. Antônio L.L.Videira. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda.

INFELD, L. 1950, *Albert Einstein - A sua obra e a sua influência no mundo contemporâneo*, 3a. edição, trad. Fernando de Macedo. Mem Martins: Publicações Europa-América Ltda.

KITTEL, C., KNIGHT, W.D. & RUDERMAN, M.A. 1973, *Mecânica - Curso de Física de Berkeley*, vol. 1, trad. J.Goldemberg e W.Wajntal. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda.

LANDAU, L. & LIFCHITZ, E. 1974, *Teoria do Campo*, trad. Normando C.Fernandes. São Paulo: Hemus Livraria e Editora Ltda.

LANDAU, L. & LIFSHITZ, E. 1979, *Curso Abreviado de Física Teórica, libro I - Mecánica y Electrodinámica*, trad. Antonio M.Garcia. Moscu: Editorial Mir.

NUSSENZVEIG, H.M. 1998, *Curso de Física Básica*, vol. 4. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda.

SEGRÈ, E. 1980, *Dos Raios X aos Quarks - físicos modernos e suas descobertas*, trad. Wamberto H.Ferreira. Brasília: Editora Universidade de Brasília.

TIPLER, P.A. 1981, *Física Moderna*, trad. Yashiro Yamamoto *et al*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S.A.