Acoplamiento gravitomagnético rotación-rotación

Gravitomagnetic rotation-rotation coupling

Wenceslao Segura González
e-mail: wenceslaoseguragonzalez@yahoo.es

Sinopsis. Un cuerpo en rotación induce una fuerza gravitatoria sobre una partícula de prueba perpendicular a su movimiento, similar a lo que ocurre con la fuerza magnética. En completa analogía con el electromagnétismo existe una interacción entre un cuerpo rotante y un cuerpo dotado de un momento dipolar gravitomagnético: o sea, un acoplamiento gravitomagnético rotación-rotación. Estudiamos esta interacción y la aplicamos al estudio de las perturbaciones orbitales de un giróscopo que orbita la Tierra.

Abstract. A rotating body induces a gravitational force on a test particle perpendicular to its motion, similar to what happens with the magnetic force. In complete analogy with electromagnetism there is an interaction between a rotating body and a gravitomagnetic dipole moment: that is, a gravitomagnetic rotation-rotation coupling. We study this interaction and apply it to the study of orbital perturbations of a gyroscope orbiting the Earth.

1. Introducción

Es bien conocida la interacción entre la rotación de la Tierra y un giróscopo que la orbita, que tiene como resultado la precesión del eje de rotación del giróscopo. [1] Es un efecto gravitomagnético, que tiene su origen en una fuerza gravitatoria que es perpendicular al movimiento de la partícula sobre que la que actúa, similar a la fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

Esta fuerza gravitomagnética producida por la Tierra por su rotación diaria tiene otros efectos, entre ellos la variación de los parámetros orbitales que sufre un satélite que orbita en torno a ella. [1] Lo que proponemos en esta investigación es estudiar el efecto que la fuerza gravitomagnética tiene sobre la órbita de un giróscopo, como resultado de la interacción entre la rotación de la Tierra y la rotación del giróscopo, lo que hemos llamado acoplamiento rotación-rotación.

2 Fuerza gravitomagnética sobre un momento dipolar gravitomagnético

Se define el momento dipolar gravitomagnético de un conjunto de masas en una forma similar al momento dipolar magnético, es decir

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2}\int \rho\, \mathbf{r} \wedge \mathbf{v}\, dV$$

donde ρ es la densidad de masa y elegimos un sistema de referencia fijo en el centro de masas del sistema. Como el momento angular intrínseco del conjunto de masas es $\mathbf{J} = \int \rho\, \mathbf{r} \wedge \mathbf{v}\, dV$ entonces es válida la relación

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2}\mathbf{J}.$$

La aproximación lineal de la teoría general de la relatividad [2] permite representar los campos gravitatorios por dos vectores de campo: **E** y **B** (denominados gravitoeléctrico y gravitomagnético respectivamente) que derivan de los potenciales **A** y ϕ

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \qquad \mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A}$$

y que cumplen unas ecuaciones muy similares a la teoría electromagnética

$$\nabla \mathbf{E} = -4\pi G\rho; \qquad \nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \mathbf{B} = 0; \qquad \nabla \wedge \mathbf{B} = -\frac{4\pi G}{c^2} j + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$$

donde G la constante de gravitación universal y **j** la densidad de corriente de la fuente. Nótese el signo de la primera de las ecuaciones (diferente del que aparece en las ecuaciones de Maxwell) que nos informa del carácter atractivo de la gravitación para masas de igual signo. También se aprecia otra diferencia más significativa, es el signo menos de la última de las ecuaciones, en contraste con el signo más que aparece en las ecuaciones electromagnéticas.

La lagrangiana de una partícula que se mueve en un campo gravitatorio se deriva de la expresión

$$L = -mc^2 \frac{d\tau}{dt} \tag{1}$$

donde τ es el tiempo propio de la partícula. Al aplicar (1) a la teoría lineal de la gravitación se obtiene entre otros términos

$$\delta L = 4m\mathbf{A} \cdot \mathbf{v}$$

que es la parte gravitomagnética de la lagrangiana. Al aplicar la ecuación de Euler-Lagrange a la anterior lagrangiana se obtiene, entre otras, la fuerza gravitomagnética que actúa sobre una partícula de masa m' en un campo gravitatorio débil

$$\mathbf{F} = 4m'\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}. \tag{2}$$

Démonos cuenta del coeficiente 4 que afecta a la expresión (2), que no aparece en la fuerza de Lorentz del electromagnetismo. En otras formulaciones de la aproximación lineal de la gravitación se prefiere que este coeficiente numérico aparezca en las ecuaciones de campo y no en la ecuación de movimiento, evidentemente el resultado final es el mismo en uno y en el otro caso.

Un cuerpo dotado de un momento dipolar magnético **m** que se encuentra en un campo electromagnético inhomogéneo de intensidad **B** sufre una fuerza neta dada por

$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \tag{3}$$

que se deriva de (2). * [3] [4]

El resultado (3) puede extenderse al caso del campo gravitatorio débil y entonces afirmar que cuando un cuerpo dotado de un momento dipolar gravitomagnético **m** se encuentra en un campo gravitomagnético de intensidad **B** se ve sometido a una fuerza dada por

$$\mathbf{F} = 4\nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \tag{4}$$

donde de nuevo tenemos que considerar el factor numérico 4. Obsérvese que al igual que en el electromagnetismo la fuerza neta sobre un dipolo gravitomagnético es nula si el campo gravitomagnético es uniforme, o sea, el mismo en todo punto.

Para el caso de un cuerpo esférico que rota con un momento angular intrínseco **J** el campo gravitomagnético que produce en un punto exterior es dado por [5]

$$\mathbf{B} = \frac{G}{2c^2 r^5}\left[r^2\mathbf{J} - 3\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{J})\right],$$

aplicando este resultado en (4) y teniendo presente que el momento dipolar gravitomagnético no depende de la posición en que se encuentre, tenemos que la aceleración que sufre el dipolo es

$$\mathbf{W}_D = \frac{\mathbf{F}}{m'} = \frac{3G}{c^2 r^4 m'}\left[5(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{m})(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{J})e_r - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{J})\mathbf{e}_r - (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{m})\mathbf{J} - (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{J})\mathbf{m}\right], \tag{5}$$

donde $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}/r$ es el vector unitario radial. Dada la pequeñez de (5) cabe entenderla como una aceleración perturbativa, como haremos a continuación para determinar la perturbación orbital que sufre un giróscopo orbitando la Tierra.

---

* La fórmula (3) está limitada al caso de dipolos magnéticos que tengan un tamaño pequeño en comparación con la variación espacial del campo magnético. En esta situación nos encontramos en nuestra investigación de un giróscopo orbitando la Tierra.

4 Sistemas de coordenadas

Para el estudio de las perturbaciones de un satélite orbitando la Tierra vamos a considerar el sistema de coordenadas pseudocartesianas K (x, y, z) que tiene su origen en el centro de la Tierra, el eje z coincide en dirección y sentido con su eje de rotación y el eje x se dirige hacia el equinoccio de primavera o nodo ascendente de la órbita terrestre en torno al Sol.

El sistema K' (X, Y, Z) tiene su origen en el centro de la Tierra, el eje X se dirige hacia el nodo ascendente de la órbita del satélite y el plano X-Y es por donde se mueve el satélite.

Bajo estas premisas el ángulo entre los ejes x y X es la longitud del nodo ascendente Ω (medida por el ecuador) y el ángulo entre los ejes z y Z es la inclinación de la órbita i respecto al ecuador celeste.

Para pasar del sistema K al K' es necesario hacer dos rotaciones. La primera de ellas de valor Ω alrededor del eje z, y la segunda una rotación de ángulo i en torno al eje x. Por tanto los vectores básicos del sistema K' $\left(\mathbf{e}_X, \mathbf{e}_Y, \mathbf{e}_Z\right)$ están relacionados con los vectores básicos del sistema K $\left(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\right)$ por

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_X &= \cos\Omega \mathbf{e}_x + \sin\Omega \mathbf{e}_y \\
\mathbf{e}_Y &= -\cos i \sin\Omega \mathbf{e}_x + \cos i \cos\Omega e_y + \sin i \mathbf{e}_z \\
\mathbf{e}_Z &= \sin i \sin\Omega \mathbf{e}_x - \sin i \cos\Omega \mathbf{e}_y + \cos i \mathbf{e}_z \ .
\end{aligned}$$

Ahora es necesario obtener los vectores unitarios asociados con el triedro comóvil en las direcciones radial $\mathbf{e}_r$, transversal $\mathbf{e}_t$ y normal $\mathbf{e}_n$. El vector unitario radial se encuentra en el plano X-Y y es paralelo a $\mathbf{r}$ (vector de posición del satélite), entonces

$$\mathbf{e}_r = \cos u \mathbf{e}_X + \sin u \mathbf{e}_Y$$

donde u es el ángulo contado desde el nodo ascendente hasta el satélite

$$u = \theta + \omega$$

θ es la anomalía verdadera, mientras que ω es el argumento de latitud del pericentro, es decir, ángulo contado desde el nodo ascendente hasta el pericentro. El vector unitario transversal del satélite es perpendicular a $\mathbf{e}_r$ y también se encuentra en el plano de la órbita

$$\mathbf{e}_t = -\sin u \mathbf{e}_X + \cos u \mathbf{e}_Y$$

finalmente el vector unitario normal es perpendicular al plano orbital

$$\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_Z$$

Para simplificar los cálculos vamos a suponer que el nodo ascendente del satélite coincide con el equinoccio, por tanto $\Omega = 0$, lo que no significa ninguna pérdida de generalidad, porque cualquier otro valor de Ω originaría una situación idéntica a la anterior.

Los vectores básicos comóviles en función de los vectores unitarios de K quedan

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_r &= \cos u \mathbf{e}_x + \cos i \sin u \mathbf{e}_y + \sin i \sin u \mathbf{e}_z \\
\mathbf{e}_t &= -\sin u \mathbf{e}_x + \cos i \cos u \mathbf{e}_y + \sin i \cos u \mathbf{e}_z \\
\mathbf{e}_n &= -\sin i \mathbf{e}_y + \cos i \mathbf{e}_z \ .
\end{aligned} \tag{6}$$

El satélite sigue una órbita kepleriana, pero sus elementos orbitales van variando con el tiempo a causa de la perturbación. Entonces será aceptable usar la ecuación de la elipse para describir la órbita

$$r = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{1 + e\cos\theta} \tag{7}$$

donde a es el semieje mayor y e la excentricidad. El módulo del momento angular orbital L del satélite de masa m' cumple la relación

$$\dot{\theta} = \frac{L}{m' r^2} \ . \tag{8}$$

Para la órbita kepleriana se cumple

$$L^2 = m' k\, a\left(1 - e^2\right) \tag{9}$$

donde $k = GMm'$, siendo M la masa del cuerpo central. n es el movimiento medio definido por

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

siendo T el periodo orbital.

6 Aceleraciones perturbatrices

Vamos a referir el vector momento dipolar gravitomagnético al sistema K, de tal forma que

$$\mathbf{m} = m_X \mathbf{e}_X + m_Y \mathbf{e}_Y + m_Z \mathbf{e}_Z = m \sin\alpha \cos\beta \mathbf{e}_X + m \sin\alpha \sin\beta \mathbf{e}_Y + m \cos\alpha \mathbf{e}_Z\,,$$

por tanto para posicionar el giróscopo orbitando necesitamos seis parámetros: las tres coordenadas de posición del centro de masas del satélite (r, θ, φ, en coordenadas esféricas) y las tres componentes del momento dipolar $\left(m_x, m_y, m_z\right)$.

Desarrollando (5) y teniendo en cuenta que $\mathbf{J} = J\mathbf{e}_z$ obtenemos

$$\mathbf{W}_D = \frac{3G}{c^2 r^4 m'} \left\{ \begin{array}{c} \left[5\left(m_x \cos u + m_y \sin u \cos i + m_z \sin u \sin i\right) J \sin u \sin i - J m_z\right] \mathbf{e}_r - \\ -\left(m_x \cos u + m_y \sin u \cos i + m_z \sin u \sin i\right) J \mathbf{e}_z - \left(m_x \mathbf{e}_x + m_y \mathbf{e}_y + m_z \mathbf{e}_z\right) J \sin u \sin i \end{array} \right\}$$

de donde calculamos las componentes radial W^r, tangencial W^t y normal W^n de la aceleración perturbativa

$$W^r = \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_r; \qquad W^n = \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_n; \qquad W^t = \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_t$$

haciendo uso de (6)

$$\begin{aligned} W^r &= \frac{3G}{c^2 r^4 m'}\left(3Jm_x \sin u \cos u \sin i + 3Jm_y \sin^2 u \sin i \cos i + 3Jm_z \sin^2 u \sin^2 i - Jm_z\right) \\ W^n &= \frac{3G}{c^2 r^4 m'}\left(-Jm_x \cos u \cos i - 2Jm_y \sin u \cos^2 i - 2Jm_z \sin u \sin i \cos + Jm_y\right) \\ W^t &= \frac{3G}{c^2 r^4 m'}\left(-2Jm_x \cos^2 u \sin i - 2Jm_y \sin u \cos u \sin i \cos i - 2Jm_z \sin u \cos u \sin^2 i + Jm_x \sin i\right). \end{aligned} \tag{10}$$

Para calcular la variación de los elementos orbitales del giróscopo es necesario aplicar las ecuaciones de Gauss [6]

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} W^n \cos u \\ \frac{da}{dt} &= \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\left[eW^r \sin\theta + \frac{a\left(1-e^2\right)}{r} W^t\right] \\ \frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na}\left[W^r \sin\theta + W^t\left(\cos\theta + \frac{1}{e} - \frac{r}{ae}\right)\right] \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na \sin i \sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} W^n \sin u \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae}\left\{-W^r \cos\theta + \left[1 + \frac{r}{a\left(1-e^2\right)}\right] W^t \sin\theta\right\} - \cos i \frac{d\Omega}{dt} \end{aligned} \tag{11}$$

donde i es la inclinación de la órbita respecto al ecuador, a es el semieje mayor de la órbita elíptica, e su excentricidad, Ω es la longitud del nodo ascendente de la órbita medida por el ecuador y ω es el argumento de latitud del pericentro, ángula medido por el plano orbital desde el nodo ascendente de la órbita hasta su pericentro y en el sentido del movimiento del satélite.

7 Variación de los elementos orbitales

Lo que nos interesa no es la variación instantánea de los parámetros orbitales sino su variación secular. Para hacer este cálculo promediamos la variación durante un periodo orbital. Veamos como ejemplo la variación secular de la inclinación de la órbita. De la primera de las ecuaciones (11) y de la segunda de las ecuaciones (10) se tiene

$$\frac{di}{dt}=\frac{3G}{c^2m'}\frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}}\begin{bmatrix} -Jm_x\left(\dfrac{\cos^2 u}{r^3}\right)\cos i-2Jm_y\left(\dfrac{\sin u\cos u}{r^3}\right)\cos^2 i \\ -2Jm_z\left(\dfrac{\sin u\cos u}{r^3}\right)\sin i\cos i+Jm_z\left(\dfrac{1}{r^3}\right)\end{bmatrix} \tag{12}$$

que depende de dos parámetros variables: la anomalía verdadera θ (ya que $u=\theta+\omega$) y la distancia r del centro de la Tierra al satélite. Para obtener la variación secular vamos a integrar sobre un periodo T las cantidades que se encuentran entre paréntesis, que son las que van variando a medida que el giróscopo se mueve por su órbita. Así para el primer paréntesis tendremos

$$\frac{\cos^2 u}{r^3}=\frac{\cos^2(\theta+\omega)}{r^3}=\frac{\cos^2\theta}{r^3}\cos^2\omega+\frac{\sin^2\theta}{r^3}\sin^2\omega-2\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^3}\sin\omega\cos\omega.$$

Calculamos el valor medio del primer sumando del último miembro

$$\overline{\left(\frac{\cos^2\theta}{r^3}\right)}=\frac{1}{T}\int\frac{\cos^2\theta}{r^3}dt=\frac{1}{T}\int_0^{2\pi}\frac{\cos^2\theta}{r^3\dot\theta}d\theta=$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^{2\pi}\frac{\cos^2\theta}{r^3\dfrac{L}{mr^2}}d\theta=\frac{m}{TLa\left(1-e^2\right)}\int_0^{2\pi}\left(1+e\cos\theta\right)\cos^2\theta=0$$

donde hemos usado las relaciones (7) y (8). La misma técnica se utiliza para las restantes integrales que surgen al promediar (12), resultando

$$\overline{\left(\frac{di}{dt}\right)}=-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{G}{M}}\frac{J}{c^2m'a^{7/2}}\left(m_x\cos i-em_y\cos\omega\right)$$

calculado, como para los restantes elementos orbitales, hasta la primera potencia de la excentricidad, que suponemos pequeña. Para evitar expresiones engorrosas vamos a suponer que el satélite tiene una órbita polar ($i=90°$) y que el pericentro coincide con el nodo ascente de la órbita ($\omega=0°$), entonces la variación de los elementos de la órbita es

$$\begin{aligned}
&\overline{\left(\frac{di}{dt}\right)}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{G}{M}}\frac{Jem_y}{c^2m'a^{7/2}}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{G}{M}}\frac{Jme}{c^2m'a^{7/2}}\sin\alpha\cos\beta\\
&\overline{\left(\frac{da}{dt}\right)}=0\\
&\overline{\left(\frac{de}{dt}\right)}=0\\
&\overline{\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)}=0\\
&\overline{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)}=-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{G}{M}}\frac{Jm_z}{c^2m'a^{7/2}}=-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{G}{M}}\frac{Jm}{c^2m'a^{7/2}}\cos\alpha
\end{aligned} \tag{13}$$

donde m es el módulo del momento dipolar gravitomagnético y α y β son los ángulos de las coordenadas esféricas del vector momento dipolar respecto al sistema K.

8 Evaluación numérica

De (13) encontramos que la única significativa variación es la del argumento de latitud del pericentro, lo que significa que el pericentro del satélite se va moviendo respecto al nodo de la órbita. Si suponemos que tanto el astro central como el giróscopo que lo orbita son esferas homogéneas tendremos para sus momentos angulares intrínsicos

$$J=\frac{2}{5}MR^2\omega;\qquad J'=\frac{2}{5}m'R'^2\omega'^2$$

donde M, R y ω son la masa, radio y velocidad angular de rotación del astro central, mientras que m', R', ω' son los correspondientes valores para el giróscopo. Entonces

$$\overline{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)} = -\frac{3}{25}\sqrt{GM}\,\frac{R^2 R'^2 \omega\omega'}{c^2 a^{7/2}}\cos\alpha \tag{14}$$

donde hemos tenido en cuenta que $m = J'/2$. El caso más favorable corresponde a $\alpha = 0$.

Podemos comparar (14) con el resultado obtenido para la correspondiene perturbación que sobre un satélite (sea o no un giróscopo) produce el gravitomagnetimso terrestre [1]

$$\overline{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)}_G = -\frac{6GJ\cos i}{c^2 a^3\left(1-e^2\right)^{3/2}} \tag{15}$$

tomando el valor máximo de (15) vemos que la proporción con respecto al acoplamiento rotación-rotación es

$$20\frac{\sqrt{GMa}}{R'^2\omega'}$$

expresión que nos sirve para hacer una valoración numérica. Si suponemos un giróscopo de 1 metro de radio que gira a 1,000 rpm en una órbita rasante con la superficie de la Tierra, se encuentrra que el efecto gravitomagnético, ya de por sí muy débil, es unas 10^{10} veces mayor que el acoplamiento rotación-rotación. Concluimos que, al menos en experimentos terrestres, el efecto que sobre la órbita de un giróscopo tiene el acoplamiento entre la rotación de la Tierra y la del giróscopo es completamente despreciable.

9 Conclusiones

Hemos analizado la fuerza que surge como resultado de la interacción gravitomagnética entre la rotación de un astro central y un giróscopo que lo orbita. Nos hemos centrado en el estudio de las perturbaciones orbitales que produce dicha fuerza. Obteniendo como resultado que estas perturbaciones son ínfimas y por tanto imposibles de medir, al menos en experimentos realizados en el ámbito terrestre.

Debemos añadir que el estudio del acoplamiento rotación-rotación ha sido particularmente activo en lo referente a la interacción entre el spin de una partícula elemental y la rotación terrestre, de donde surgen situaciones de interés como el incumplimiento del principio de equivalencia, o más concretamente de la dependencia de la fuerza gravitatoria de la masa de la partícula sobre la que actúa. [7] [8] [9]

Señalar por último que, desde hace tiempo, se han diseñado y realizado experimentos en la superficie terrestre para detectar la fuerza que actúa sobre un giróscopo, sin que se hayan encontrado resultados concluyentes. [10] [11] [12]

10 Referencias

[1] IORIO, Lorenzo: «The Lense-Thirring Effect on the Orbit of a Test Particle», en *The Measurement of Gravitomagnetism*, Lorenzo Iorio editor, Nova Science Publishers2007, pp. 73-86.

[2] MASHHOON, Bahram: «Gravitoelectromagnetism: A Brief Review,» arXiv:gr-qc/0311030, 19 Apr 2008.

[3] JACKSON, John David: *Classical Electrodynamics*, John Wiley and Sons, 1975, pp. 180-187.

[4] BOYER, Timothy H.: «The force on a magnetic dipole», *American Journal of Physics* **56-8** (1988) 688-692.

[5] SEGURA GONZÁLEZ, Wenceslao: *Gravitoelectromagnetismo y principio de Mach*, eWT Ediciones, pp. 88-93.

[6] MOULTON, Forest Ray: *An Introduction to celestial mechanics*, Dover, 1970, pp. 321-363.

[7] MASHHOON, Bahram: «Spin-Gravity Coupling», arXiv:0801.2134, 14 Jan 2008.

[8] MASHHOON, Bahram: «Gravitational Couplings of Intrinsic Spin», arXiv:gr-qc/0003022, 7 Mar 2000.

[9] MASHHOON, Bahram; Helmut Kaiser: «Inertia of Intrinsic Spin», arXiv:quant-ph/0508182, 19 Nov 2005.

[10] ZHANGA, Yuan-Zhong; LUOB, Jun; NIEC, Yu-Xin: «Gravitational Efects of Rotating Bodies», *Modern Physics Letters* A **16** (2001) 789–794.

[11] FRIEDLANDER, Benedict: «Absolute or Relative Motion?», en *Mach's principle. From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, edited by Julian Barbour and Herbert Pfister, Birkhäuser, 1995, pp. 114-119.

[12] HOFMANN, Wenzel: «Motion and Inertia», en *Mach's principle. From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, ob. cit., pp. 128-133.