Errores conceptuales en Relatividad
Conceptual errors in Relativity

Wenceslao Segura González
e-mail: wenceslaoseguragonzalez@yahoo.es

Sinopsis. Existen varios y muy extendidos errores sobre conceptos relativistas. Denominaciones erróneas como «Teoría de la Relatividad», «Principio de covariancia», «Teoría especial de la Relatividad» o «Teoría general de la Relatividad» han contribuido a extender errores conceptuales sobre la Relatividad. En este trabajo aclaramos algunos de estos conceptos e incidimos en considerar a la denominada teoría especial o restringida de la Relatividad como una teoría o proyecto general de la Física y no como un caso particular de la Teoría general de la Relatividad.

Abstract. There are various and widespread misconceptions about relativistic concepts. Erroneous designations as "Theory of Relativity", "Covariance Principle", "Special Theory of Relativity" or "General Theory of Relativity" have helped to spread misconceptions about relativity. In this paper we clarify some of these concepts and consider that the so-called special or restricted theory of relativity is a theory or general project of Physics and not understood as a particular case of the general theory of relativity.

1. ¿Es relativista la teoría de la Relatividad?

Cuando se estudia la teoria especial (o restringida) de la Relatividad, uno se pregunta por qué ese nombre, ¿será porque afirma que «todo es relativo»? como se dice coloquialmente. Si se examina con más detenimiento, lo que se encuentra es lo contrario. En efecto, la Relatividad expresa que las leyes físicas son independientes del sistema de referencia, o sea que no son relativas al observador.

John Lighton Synge fue muy aportuno cuando afirmó que nunca había podido entender lo que en este contexto significaba la palabra relatividad y concluía diciendo «me es ahora aparente que nadie lo entiende, probablemente ni el mismo Einstein».

Nuestra opinión es que esta denominación proviene de un error. Antes del advenimiento de la teoría de la Relatividad, se denominaban relativistas a los que opinaban que la Física (y en especial la Mecánia) debía ser relativa, en el sentido de que solo tenían sentido las magnitudes relativas, o sea, la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo respecto a otros cuerpos. Planteamiento que era opuesto al newtoniano que se apoyaba en el concepto de espacio absoluto, lo que permitía definir magnitudes absolutas, es decir referidas al espacio absoluto.

Es muy extendida la opinión de que la teoría especial de la Relatividad abolía el concepto de espacio absoluto newtoniano, lo que en definitiva viene a significar que la teoría es relativista, en el sentido de que es relativa. Pero esto no es así. El principio especial de la relativiad afirma que no es posible ni por medios mecánicos ni por electromagnéticos (y presumiblemente mediante ninguna otra técnica) determinar la velocidad absoluta de un cuerpo, es decir la velocidad respecto al espacio absoluto. Pero esto no significa que no exista el espacio absoluto. Respecto a este concepto, la Relatividad especial se encuentra en la misma situación que la mecánica newtoniana, porque tampoco en esta teoría se podía medir la velocidad absoluta, aún así consideraba el espacio absoluto como un entidad real.

Es más, la Relatividad especial necesita el concepto de espacio absoluto por la misma razón que le era necesario a Newton. En el esquema newtoniano las leyes de la mecánica son válidas respecto al espacio absoluto y por su quinto colorario (que ahora llamamos principio de Relatividad de Galileo) también son válidas en los espacios que se mueven respecto al espacio abosoluto con un movimiento uniforme y rectilíneo. Es decir, en la mecánica newtoniana el espacio absoluto sirve exclusivamente para poder definir los «buenos» sistemas de referencia (los que hoy llamamos sistemas inerciales).

En la misma situación se encuentra la Relatividad especial, pues para definir un sistema de referencia inercial hay que partir del concepcto de espacio absoluto. Ciertamente se pueden definir operacionalmente buenos sistemas inerciales sin recurrir al inaccesible espacio absoluto, como ocurre con el sistema de referencia celeste internacional (ICRS), pero hay que advertir que esto no es más que una «realización» (y por tanto imperfecta) del concepto de sistema inercial y no una definición estricta.

La situación tal vez sea distinta en la Relatividad general y sea esta una verdadera teoría relativista, en el sentido de ser relativa y no requerir el espacio absoluto. El asunto puede plantearse desde otra perspectiva. Se trata de averiguar si el principio de Mach está o no incluido en la Relatividad general.

Hay múltiples formas de enunciar el principio de Mach, no todas ellas equivalentes, aceptamos aquí la versión que afirma que la inercia (o masa inercial) de un cuerpo no es una propiedad intrínsica, sino que es adquirida como consecuencia de la acción que sufre dicho cuerpo por parte del resto del Universo. Este enunciado es lo mismo que el principio general de la Relatividad, o sea a la afirmación de que todos los sistemas de referencias son equivalentes entre sí, por tanto carecería de sentido distinguir entre sistemas inerciales y no inerciales. Pero como hemos advertido anteriormente hay opiniones dispares sobre si el principio de Mach puede ser deducido de la Relatividad general.

2. ¿Relatividad especial o Relatividad general?

Al afirmar que existe la teoría especial de la Relatividad y además la teoría general de la Relatividad, se llega inevitablemente a la conclusión de que la primera es una teoría de validez limitada, mientras que la segunda es la teoría completa. Este creencia es infundada. Es más, tal vez sea al contrario. La más general teoría de la Relatividad es la conocida por teoría especial, formulada por Einstein en 1905, mientras que la otra teoría que fue concluida en 1915 se limita al estudio de la gravitación.

La Relatividad especial más que una teoría es un proyecto, que exige a todas las leyes físicas tener una determinada formulación. Se fundamenta en el principio especial de la Relatividad que afirma que todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes para la descripción de las leyes físicas. Por contra, la teoría general de la Relatividad es una teoría de la gravitación y se basa en el principio de equivalencia por el que se admite que existen sistemas de referencia para los cuales en un entorno infinitesimal se anulan los efectos gravitatorios.

Algunos creen que la Relatividad especial solo es capaz de entender los movimientos uniformes y rectilíneos, o que solo es de aplicación en sistemas de referencias inerciales y es frecuente escuchar que el uso de la Relatividad especial queda limitado a la ausencia de gravedad. Nada de esto es correcto. La Relatividad especial es una teoría que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia, sea inercial o no y que no queda alterada cuando existe gravitación.

Ocurre que la Relatividad especial es normalmente referida a un sistema de coordenadas respecto al cual el tensor métrico del espacio-tiempo euclídeo toma la forma diagonal de Minkowski. Pero al hacer una transformación de sistema de referencia, el tensor métrico del espacio-tiempo no puede tomar la forma de Minkowski y esta circunstancia hace pensar, equivocadamente, que la validez de la Relatividad especial es limitada.

3 Transformación de coordenadas y transformación de sistema de referencia

Debemos de distinguir entre una transformación del sistema de coordenadas y una transformación del sistema de referencia, ya que son cosas diferentes. Si bien un cambio de sistema de referencia lleva siempre implícito un cambio de coordenadas, el inverso no es cierto.

En efecto, consideremos la siguiente transformación de coordenadas

$$\begin{aligned} x'^{\alpha} &= x'^{\alpha}\left(x^{\beta}\right) \\ x'^{0} &= x'^{0}\left(x^{\beta}, x^{0}\right) \end{aligned} \tag{1}$$

que representa obviamente un cambio de coordenadas, pero no existe cambio en el sistema de referencia. (1) viene a ser exclusivamente una nueva denominación de las coordenadas, donde se admite que la coordenada temporal dependa de la posición. Para (1) se cumple la propiedad de que si para coordenadas primitivas una partícula se encuentra en reposo, respecto a las nuevas coordenadas se seguirá manteniendo en reposo

$$\frac{dx^\beta}{dt}=\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\alpha}\frac{dx'^\alpha}{dt}=\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\alpha}\frac{dt'}{dt}\frac{dx'^\alpha}{dt'}$$

si dx^β/dt es nulo también lo será dx'^α/dt' ya que suponemos que el jacobiano de la transformación no es cero.

Pero si en la ecuación (1) las nuevas coordenadas espaciales dependen del tiempo entonces nos encontramos, no solo ante una transformación de coordenadas, sino ante un cambio en el sistema de referencia, como se aprecia en el hecho de que si respecto a las antiguas coordenadas un cuerpo está en reposo no ocurrirá lo mismo respecto a las nuevas coordenadas.

4. Principio de covariancia

El principio de covariancia afirma que las leyes de la Física pueden expresarse en una forma la cual es independiente de la elección del sistema de coordenadas espacio-temporal. A veces se confunde este principio con el principio de la Relatividad general, entendido como la afirmación de que todos los sistemas de referencia son equivalentes para la descripción de las leyes naturales, pero estamos ante dos cosas distintas, aunque es cierto que el principio de covariancia se deriva del principio general de la Relatividad. Debemos añadir que el principio general de la Relatividad tiene un carácter físico pues expresa una propiedad de la naturaleza, mientras que el principio de covariancia es más bien una propiedad matemática de las leyes naturales y sólo aporta simplificación matemática.

El principio de covariancia encuentra su forma natural en la formulación tensorial de las leyes de la naturaleza, en realidad podemos considerar que el principio de covariancia no es más que la afirmación de que las leyes de la Física pueden expresarse tensorialmente, pues esto significa que las leyes así formuladas tendrán la misma forma en todos los sistemas de coordenadas.

Debemos advertir que la identidad en la forma de las ecuaciones, tal como dice el principio de covariancia, no significa la equivalencia de las leyes en todos los sistemas de coordenadas. Por ejemplo, la ecuación de movimiento de una partícula libre toma la forma

$$\frac{Du^k}{ds}=0 \tag{2}$$

u^k es la tetravelocidad y ds el elemento de línea; y desarrollando

$$\frac{d^2x^k}{ds^2}+\Gamma^k_{pq}\frac{dx^p}{ds}\frac{dx^q}{ds}=0. \tag{3}$$

Dado su carácter tensorial (2) será la misma ecuación en todos los sistemas de referencia con independencia de su estado de movimiento y de la presencia o no de gravedad. No obstante en el caso de una partícula libre en ausencia de gravedad, la ecuación (2) para un sistema inercial toma la forma

$$u^k=\text{cte} \tag{4}$$

en el que se usan coordenadas cartesianas (es decir, son nulas las componentes de los símbolos de Christoffel por usarse coordenadas cartesianas y no existir gravedad). La ecuación (4) nos dice que, en el caso considerado, la partícula aislada tendrá un movimiento uniforme, según es lo requerido por el principio de inercia.

Sin embargo, si ahora referimos el movimiento a un sistema acelerado o sea no inercial, entonces las componentes de la conexión no serán nulas, aunque se usen coordenadas cartesianas. La ecuación de movimiento tiene ahora un significado físico diferente de (4), pues nos dice que ahora la partícula aislada no está en movimiento uniforme, sino que existen fuerzas, las llamadas inerciales representadas por el segundo sumando de (3,) que aceleran a la partícula.

Vemos por tanto, que si bien la ecuación (1) es la misma ya sea para el movimiento respecto a un sistema inercial o uno no inercial, incluso para el caso de presencia de campo gravitatorio, no son físicamente equivalentes, pues como hemos visto en el primer caso representa un movimiento uniforme y en los demás un movimiento acelerado.

5. El principio especial de la Relatividad implica el principio de covariancia

Si todos los sistemas de referencia son equivalentes para la descripción de las leyes naturales, debemos concluir que no hay forma de detectar si el observador se encuentra en un sistema inercial o no inercial. Esto viene a significar que debe ser válido el principio de covariancia, puesto que si las leyes de la naturaleza fueran distintas en uno u otro sistema de referencia, se encontraría una forma para distinguir un sistema de otro, lo que consideramos imposible. Por tanto concluimos que el principio general de la Relatividad implica la validez el principio de covariancia.

Ahora vamos a demostrar que el principio de covariancia también se deduce del principio especial de la Relatividad, que viene a afirmar que todos los sistemas inerciales son equivalentes y no hay forma de distinguir unos de otros. Al igual que hemos razonado antes, también en este caso se deben expresar las leyes de la naturaleza de igual forma en todos los sistemas inerciales, ya que en caso contrario tendríamos un método para distinguir un sistema inercial de otros. La forma natural de expresar matemáticamente esta propiedad es la formulación tensorial. Entonces debemos concluir que el principio especial de la Relatividad exige que las leyes naturales vengan expresadas en forma tensorial, es decir debe ser válido el principio de covariancia.

Ciertamente solo cuando se haga una transformación de un sistema inercial a otro también inercial las leyes en ambos sistemas tendrán el mismo contenido físico, algo que no ocurrirá cuando la transformación lleve de un sistema inercial a otro no inercial, no obstante, aún en este caso, las leyes tendrán la misma forma tensorial.

Pongamos un ejemplo. En forma general, la densidad lagrangiana de un campo escalar es

$$\mathfrak{L}\left(\phi,\phi_{,k},\rho\right)=\alpha\,\eta^{ik}\phi_{,i}\,\phi_{,k}+f\left(\phi\right)+h\left(\rho,\phi\right), \tag{5}$$

siempre y cuando sea respecto a un sistema inercial cuya coordenadas son euclídeas. En (5) ϕ es el potencial, η^{ik} es el tensor métrico de Minkowski, ρ es la densidad de masa de la fuente de campo, f y g son dos funciones, α es la constante de acoplamiento característica del campo y la coma es la derivación parcial respecto a las coordenadas. * Si hacemos una transformación de coordenadas, que no de sistema de referencia, obtenemos para la misma densidad langragiana

$$\mathfrak{L}\left(\phi,\phi_{,k},\rho\right)=\alpha g^{ik}\phi_{,i}\,\phi_{,k}+f\left(\phi\right)+h\left(\rho,\phi\right), \tag{6}$$

donde g^{ik} es el tensor métrico en el nuevo sistema de coordenadas y que se deriva del tensor métrico de Minkowksi.

Pero (6) es una ecuación tensorial, de tal forma que si ahora hacemos una transformación general de coordenadas, la forma de (6) se conserva por ser una expresión tensorial, tal com exige el principio de covariancia. Es más, si ahora suponemos la presencia de gravedad, la ecuación (6) seguirá siendo válida, con independencia del sistema de referencia elegido. La diferencia es que en este último caso el tensor métrico no es reducible a la forma de Minkowski mediante una transformación de coordenadas, pues en presencia de gravedad el espacio-tiempo es el de Riemann y no el euclidiano.

Si bien (6) tiene el mismo contenido físico en todos los sistemas inerciales, con independencia de las coordenadas elegidas, hay que decir que (6) es físicamente diferente en un sistema no inercial o cuando hay un campo gravitatorio.

En la anerior argumentación se basa la afirmación que hicimos antes de que la Relatividad especial de la relatividad se puede extender para formular las leyes tanto en un sistema no inercial como en presencia de gravedad, aunque, como hemos visto, en estas dos últimas situaciones las leyes no tendrán el mismo contenido físico que si estuviera referido a un sistema inercial.

* Obsérvese que en la definición de densidad langrangiana aparecen tanto las fuentes externas (como es la distribución de masas y dada por la función *h*) y las fuentes internas (o sea los propios potenciales del campo, representadas por la función *f*).