Bell J.S., On the Einstein Podolsky Rosen paradox

(перевод с англ. - П.В.Путенихин; комментарии к выводам)

Аннотация

Перевод знаменитой статьи Д.С.Белла об ЭПР-парадоксе, а также комментарии к выводам Белла и оригинал статьи. Статья Белла явилась убедительным математико-логическим опровержением доводов Эйнштейна о неполноте квантовой механики и сформулированных им положений так называемого «локального реализма». Со дня опубликования статьи в 1964 году и до наших дней доводы Белла, более известные в форме «неравенств Белла», служат самым распространённым и главным аргументом в споре между представлениями о нелокальности квантовой механики и целым классом теорий на основе «скрытых переменных» или «дополнительных параметров».

В предлагаемой работе приводится перевод статьи Белла и комментарии к его выводам. Высказаны предположения, что возражения Белла являются компромиссом между специальной теорией относительности и экспериментально наблюдаемым явлением запутанности, имеющим все видимые признаки мгновенной зависимости двух отделенных друг от друга систем. Этот компромисс известен в наши дни как нелокальность или несепарабельность. Нелокальность фактически отрицает положения традиционной теории вероятности на зависимые и независимые события и обосновывает новые положения – квантовую вероятность, квантовые правила вычисления вероятности событий (сложение амплитуд вероятностей). Подобный компромисс служит почвой для возникновения мистических взглядов на природу.

Abstract

Here is the translation of the famous article Bell J.S. about the EPR-paradox, as well as comments to the Bell's conclusions and the original of article's. Article Bella is a convincing mathematical and logical refutation of the arguments of the Einstein about the incompleteness of quantum mechanics and its provisions about so-called «local realism». From the day publishing the article in 1964 to the present day arguments Bella, better known in the form of a «bell's inequalities», are the most common and the main argument in the dispute between the ideas of non-locality of quantum mechanics and a whole class of theories on the basis of «hidden variables» or «additional settings».

In the present work provides a translation of the Bell's article and comments to its conclusions. Made assumptions that Bell's conclusions are a compromise between special relativity theory and experimentally observed phenomenon of entanglement with all visible signs of the instant dependence of the two separated systems. This compromise known these days as the non-locality or nonseparability. Non-locality in fact, directly negates the provisions of the traditional theory of the probability of the dependent and independent events and substantiates the new provisions - quantum probability, quantum rules for calculating the probability of events (addition of probability amplitudes). Such a compromise is the soil for the emergence of mystical views on the nature.

Physics Vol. 1, No. 3, pp. 198-200, 1964 Physics Publishing Co. Printed in the United States

ПАРАДОКС ЭЙНШТЕЙНА ПОДОЛЬСКОГО РОЗЕНА *

Д.С.БЕЛЛ[1)]
Факультет Физики, Университет Висконсина, Мэдисон, Висконсин
(Получена 4 Ноября 1964)

I. Представление

Парадокс Эйнштейна, Подольского и Розена [1] был выдвинут как аргумент того, что квантовая механика – теория не полная и в нее должны быть включены дополнительные переменные. Эти дополнительные переменные должны были вернуть в теорию причинность и локальность [2]. Отметим, что идея будет сформулирована математически и будет показано, что она несовместима со статистическими предсказаниями квантовой механики. Главную трудность создает требование локальности, означающее, что результат измерения на одной системе не может зависеть от действий на отдаленной системе, с которой она взаимодействовала в прошлом. Предпринимались попытки [3] показать, что даже без такой сепарабельности или требования локальности невозможны никакие интерпретации квантовой механики со «скрытыми переменными». Эти попытки были описаны, например, в [4] и при желании можно найти другие. Кроме того, в [5] была явно построена интерпретация элементарной квантовой теории со скрытой переменной. Эта специфическая интерпретация в действительности имеет чрезвычайно нелокальную структуру. Согласно результату, который будет доказан здесь, это характерно для любой такой теории, которая точно воспроизводит квантово-механические предсказания.

II. Формулировка

В примере, приведенном Бомом и Аароновым [6], ЭПР-аргумент состоит в следующем. Рассмотрим пару частиц с полуцелым спином, сформированных в синглетном состоянии и движущихся свободно в противоположных направлениях. Измерения могут быть сделаны, например, с помощью магнитов Шрена-Герлаха на выбранных компонентах спина $\vec{\sigma}_1$ и $\vec{\sigma}_2$. Если измерение компоненты $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$, где $\vec{a}$ - некоторый единичный вектор, дает значение +1, тогда, согласно квантовой механике, измерение $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{a}$ должно дать значение -1 и наоборот. Теперь мы выдвигаем гипотезу [2], и это является, по крайней мере заслуживающим рассмотрения, что, если эти два измерения сделаны в отдаленных друг от друга местах, то ориентация одного магнита не влияет на результат, полученный на другом магните. Так как мы можем заранее предсказать результат измерения любой выбранной компоненты $\vec{\sigma}_2$, предварительно измерив ту же самую компоненту $\vec{\sigma}_1$, из этого следует, что результат любого такого измерения должен быть фактически предопределен. Так как исходная квантово-механическая волновая функция *не определяет* результата индивидуального измерения, эта предопределённость подразумевает возможность большого набора состояний.

Давайте этот большой набор состояний определим посредством параметров λ. Совершенно безразлично, обозначает λ единственную переменную или их набор, или даже набор функций, и являются переменные дискретными или непрерывными. Однако мы примем, что λ - это единственный непрерывный параметр. Тогда результат A измерения $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ зависит от $\vec{a}$ и λ, а результат B измерения $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ в том же самом случае зависит от $\vec{b}$ и λ, и

*Работа поддержана частично Американской Комиссией по ядерной энергии
[1)] В отпуске от SLAC и CERN

$$A(\vec{a},\lambda)=\pm1, B(\vec{b},\lambda)=\pm1, \quad (1)$$

Главное в предположении [2] - это то, что результат B для частицы 2 не зависит от установки $\vec{a}$ магнита для частицы 1, как и A от $\vec{b}$.

Если $p(\lambda)$ - распределение вероятности λ, тогда ожидаемые значения совместного наблюдения этих двух компонент $\vec{\sigma}_1\cdot\vec{a}$ и $\vec{\sigma}_2\cdot\vec{b}$ равны

$$P(\vec{a},\vec{b})=\int d\lambda p(\lambda)A(\vec{a},\lambda)B(\vec{b},\lambda) \quad (2)$$

Оно должно равняться квантово-механическому значению ожидания, которое для синглетного состояния равно

$$<\vec{\sigma}_1\cdot\vec{a}\vec{\sigma}_2\cdot\vec{b}>=-\vec{a}\cdot\vec{b}. \quad (3)$$

Однако будет показано, что это невозможно.

Кто-то может предпочесть формулировку, в которой скрытые переменные разбиты на два набора – один зависит от A, другой - от B; эта возможность содержится в вышеупомянутом случае, так как λ содержат любое число переменных, вследствие чего их зависимости от A и B неограниченны. В полной физической теории типа предусмотренной Эйнштейном скрытые переменные могли бы иметь динамические значения и законы движения; наш набор λ в этом случае можно представить как начальные значения этих переменных в некоторый соответствующий момент.

III. Иллюстрация

Доказательство основного результата чрезвычайно просто. Однако, прежде чем представить его, рассмотрим перспективу в виде нескольких иллюстраций.

Во-первых, не трудно принять, что при измерении спина отдельной частицы, он считывается из скрытой переменной. Предположим, что мы имеем спин половина частицы в чистом спиновом состоянии с поляризацией, обозначенной единичным вектором $\vec{p}$. Возьмём в качестве скрытой переменной (для примера) единичный вектор $\vec{\lambda}$ с однородным распределением вероятности на полусфере $\vec{\lambda}\cdot\vec{p}>0$. Зададим, что результат измерения компоненты $\vec{\sigma}\cdot\vec{a}$

$$\operatorname{sign}\vec{\lambda}\cdot\vec{a}' \quad (4)$$

где $\vec{a}'$ - единичный вектор, зависящий от $\vec{a}$ и $\vec{p}$ как описано, и функция sign, равная +1 или -1 в зависимости от значения ее аргумента. Фактически это приводит к неопределенному результату, когда $\lambda\cdot a'=0$, но, поскольку вероятность этого - ноль, мы не будем делать специальных указаний на это. В среднем по $\vec{\lambda}$ ожидаемое значение составляет

$$<\vec{\sigma}\cdot\vec{a}>=1-\frac{2\theta'}{\pi}, \quad (5)$$

Где θ' - угол между $\vec{a}'$ и $\vec{p}$. Предположим теперь, что $\vec{a}'$ получено из $\vec{a}$ вращением к $\vec{p}$ до

$$1-\frac{2\theta'}{\pi}=\cos\theta \quad (6)$$

где θ - угол между $\vec{a}$ и $\vec{p}$. Тогда мы имеем желательный результат

$$<\vec{\sigma}\cdot\vec{a}>=\cos\theta, \quad (7)$$

Итак, в этом простом случае не составляет труда представить, что результат каждого измерения определен значением дополнительной переменной, и что статистические особенности квантовой механики соблюдаются, поскольку значение этой переменной в индивидуальных случаях неизвестно.

Во-вторых, нет никакой трудности в воспроизведении в форме (2) единственной особенности (3), как это обычно делается в устных обсуждениях этой проблемы:

$$\left.\begin{aligned} &P(\vec{a},\vec{a}) = -P(\vec{a},-\vec{a}) = -1 \\ &P(\vec{a},\vec{b}) = 0 \quad \text{при} \quad \vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Например, пусть теперь λ - это единичный вектор $\vec{\lambda}$ с однородным распределением вероятности по всем направлениям, и примем

$$\left.\begin{aligned} &A(\vec{a},\vec{\lambda}) = \mathrm{sign}(\vec{a}\cdot\vec{\lambda}) \\ &B(a,b) = -\mathrm{sign}(\vec{b}\cdot\vec{\lambda}) \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Это дает

$$P(\vec{a},\vec{b}) = -1 + \frac{2}{\pi}\theta\,, \tag{10}$$

где θ - угол между a и b, и (10) имеет свойства (8). Для сравнения, рассмотрим результат модификации теории [6], в которой чистое синглетное состояние заменяется со временем изотропной смесью состояний; это дает функцию корреляции

$$-\frac{1}{3}\vec{a}\cdot\vec{b} \tag{11}$$

Видимо, экспериментально намного проще найти отличие (11) от (3), чем (10) от (3).

В отличие от (3), функция (10) не постоянна в точке минимума –1 (в θ = 0). Похоже, что это характерно для функций типа (2).

В-третьих, и в заключение, нет никаких трудностей в воспроизведении квантово механической корреляции (3), если позволить результатам А и В в (2) зависеть от $\vec{b}$ и $\vec{a}$ и, соответственно, также от $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Например, заменим $\vec{a}$ в (9) на $\vec{a}'$, полученный из $\vec{a}$ вращением к $\vec{b}$

$$1 - \frac{2}{\pi}\theta' = \cos\theta\,,$$

где θ' - угол между $\vec{a}'$ и $\vec{b}$. Однако, для данных значений скрытых переменных, результаты измерений одним магнитом теперь зависят от установок отдаленного магнита, что в точности тем, чего мы хотели бы избежать.

IV. Противоречие

Теперь докажем главный результат. Поскольку p - нормализованное распределение вероятности,

$$\int d\lambda p(\lambda) = 1\,, \tag{12}$$

и согласно свойству (1), Р в (2) не может быть меньше чем -1. Она может быть точно равна -1 при $\vec{a} = \vec{b}$, только если

$$A(\vec{a},\lambda) = -B(\vec{b},\lambda) \tag{13}$$

исключая из набора точки $\vec{\lambda}$ с нулевой вероятностью. С признание этого, (2) можно переписать

$$P(\vec{a},\vec{b}) = -\int d\lambda p(\lambda) A(\vec{a},\lambda) A(\vec{b},\lambda). \tag{14}$$

Из этого следует, что для некоторого единичного вектора $\vec{c}$

$$P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c}) = -\int d\lambda p(\lambda)[A(\vec{a},\lambda)A(\vec{b},\lambda) - A(\vec{a},\lambda)A(\vec{c},\lambda)]$$
$$= \int d\lambda p(\lambda) A(\vec{a},\lambda)A(\vec{b},\lambda)[A(\vec{b},\lambda)A(\vec{c},\lambda) - 1]$$

используя (1), получим

$$\left|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c})\right| \le \int d\lambda p(\lambda)\left[1 - A(\vec{b},\lambda)A(\vec{c},\lambda)\right]$$

Второе выражение справа - это $P(\vec{b},\vec{c})$, откуда

$$1 + P(\vec{b},\vec{c}) \ge \left|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c})\right| \tag{15}$$

Если P не является константой, то правая сторона имеет в общем случае порядок $|\vec{b}-\vec{c}\,|$ для малых значений $|\vec{b}-\vec{c}\,|$. Таким образом, $\vec{P}(\vec{a},\vec{b})$ не может быть постоянным в минимуме (-1 в точке $\vec{b}-\vec{c}$) и не может равняться квантово-механическому значению (3).

Квантово механическая корреляция (3) не может быть произвольно близко аппроксимирована формой (2). Формальное доказательство этого может быть изложено следующим образом. Чтобы не беспокоиться о невозможности приближения в изолированных точках, рассмотрим вместо (2) и (3) функции

$$\overline{P}(\vec{a},\vec{b}) \text{ и } \overline{-\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

Где бруски (надчёркивания) означают независимые усреднения $\vec{P}(\vec{a}',\vec{b}')$ и $-\vec{a}'\cdot\vec{b}'$ по векторам $\vec{a}'$ и $\vec{b}'$ в пределах указанных маленьких углов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Предположим, что для всех $\vec{a}$ и $\vec{b}$ различие между ними ограничено величиной ε.

$$\left|\overline{P}(\vec{a},\vec{b}) + \vec{a}\cdot\vec{b}\right| \le \varepsilon \tag{16}$$

Ниже будет показано, что ε не может быть сделан произвольно маленьким.

Предположим, что для всех a и b

$$\left|\overline{\vec{a}\cdot\vec{b}} - \vec{a}\cdot\vec{b}\right| \le \delta \tag{17}$$

Тогда из (16)

$$\left|\overline{P}(\vec{a},\vec{b}) + \vec{a}\cdot\vec{b}\right| \le \varepsilon + \delta \tag{18}$$

Из (2)

$$\overline{P}(\vec{a},\vec{b}) = \int d\lambda p(\lambda)\overline{A}(\vec{a},\lambda)\overline{B}(\vec{b},\lambda) \tag{19}$$

где

$$\left|\overline{A}(\vec{a},\lambda)\right| \le 1 \text{ и } \left|\overline{B}(\vec{b},\lambda)\right| \le 1 \tag{20}$$

из (18) и (19), при $\vec{a} = \vec{b}$,

$$d\lambda p(\lambda)[\overline{A}(\vec{a},\lambda)\overline{B}(\vec{b},\lambda)+1]\le\varepsilon+\delta \tag{21}$$

Из (19)

$$\begin{aligned}\overline{P}(\vec{a},\vec{b})-\overline{P}(\vec{a},\vec{c}) &= \int d\lambda p(\lambda)[\overline{A}(\vec{a},\lambda)\overline{B}(\vec{b},\lambda)-\overline{A}(\vec{a},\lambda)\overline{B}(\vec{c},\lambda)] \\ &= \int d\lambda p(\lambda)\overline{A}(\vec{a},\lambda)\overline{B}(\vec{b},\lambda)[1+\overline{A}(\vec{b},\lambda)\overline{B}(\vec{c},\lambda)] \\ &= \int d\lambda p(\lambda)\overline{A}(\vec{a},\lambda)\overline{B}(\vec{c},\lambda)[1+\overline{A}(\vec{b},\lambda)\overline{B}(\vec{c},\lambda)]\end{aligned}$$

Используем (20), тогда

$$\begin{aligned}\left|\overline{P}(\vec{a},\vec{b})-\overline{P}(\vec{a},\vec{c})\right| &\le \int d\lambda p(\lambda)\left[1+\overline{A}(\vec{b},\lambda)\overline{B}(\vec{c},\lambda)\right] \\ &= \int d\lambda p(\lambda)\left[1+\overline{A}(\vec{b},\lambda)\overline{B}(\vec{b},\lambda)\right]\end{aligned}$$

Теперь используем (19) и (21)

$$\left|\overline{P}(\vec{a},\vec{b})-\overline{P}(\vec{a},\vec{c})\right|\le 1+\overline{P}(\vec{b},\vec{c})+\varepsilon+\delta$$

Наконец, используем (18)

$$\left|\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{b}\right|-2(\varepsilon+\delta)\le 1-\vec{b}\cdot\vec{c}-2(\varepsilon+\delta)$$

или

$$4(\varepsilon+\delta)\ge\left|\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{b}\right|+\vec{b}\cdot\vec{c}-1 \tag{22}$$

Для примера примем, что $\vec{a}\cdot\vec{c}=0,\ \ \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=1/\sqrt{2}$. Тогда

$$4(\varepsilon+\delta)\ge\sqrt{2}-1$$

Как видим, для любого малого конечного $\delta,\ \varepsilon$ не может быть произвольно малым.

Таким образом, значение квантово механического ожидания не может быть представлено ни точно, ни произвольно близко в форме (2).

V. Обобщение

Приведенный выше пример имеет то преимущество, что он не требует большого воображения, чтобы предусмотреть измерения, используя описанные рассуждения. В общем случае, принимая [7], что любой эрмитов оператор с полным набором собственных состояний является «наблюдаемой», результат легко может быть расширен на другие системы. Если две системы имеют размерности пространства больше 2, мы всегда можем рассматривать двухмерные подпространства и определить в их пересечении операторы $\vec{\sigma}_1$ и $\vec{\sigma}_2$, формально аналогичные использованным выше, и которые имеют нулевые состояния вне совокупности подпространств. Тогда, по крайней мере, для одного квантово-механического состояния «синглетное» состояние в объединенных подпространствах и статистические предсказания квантовой механики несовместимы с представлением о разделённости.

VI. Заключение

В квантовой теории с дополнительными параметрами для того, чтобы определить результаты индивидуальных измерений без того, чтобы изменить статистические предсказания, должен быть механизм, посредством которого настройка одного измеряющего устройства может влиять на чтение другого отдаленного инструмента. Кроме того, задействованный сигнал должен распространяться мгновенно так, что такая теория не может быть лоренц-инвариантом.

Конечно, ситуация будет иной, если квантовые механические предсказания имеют ограниченную достоверность. Очевидно они могут быть применены только к экспериментам, в которых установки инструментов сделаны заранее, чтобы позволить им достичь некоторой взаимной связи для обмена сигналами со скоростью меньшей или равной скорости света. В этой связи критичными являются эксперименты типа предложенного Бомом и Аароновым [6], в котором настройки изменяются в течение полета частиц.

Выражаю благодарность доктору M. Bander и J.K.Preeing за очень полезные обсуждения этой проблемы. Первый вариант статьи был написан во время пребывания в Университете Brandeis; я обязан коллегам в нем и в Университете Висконсина за их интерес и гостеприимство.

Ссылки

1. A.EINSTEIN, N.ROSEN and B.POLOLSKY, Phys. Rev. **47**, 777 (1935); see also N.BORH, Ibid. **48**, 696 (1935), W.H.FURRY, Ibid. **49**, 393 and 476 (1936), and D.R.INGLIS, Rev. Mod. Phys. **33**, 1 (1961).
2. «Но на одной гипотезе мы должны, по моему мнению, держаться абсолютно твердо: реальная фактическая ситуация на системе S_2 независима от того, что сделано с системой S_1, которая пространственно отделена от неё». A.EINSTEIN in Albert Einstein, Philosopher Scientist, (Edited by P.A.SCHILP) p.**85**, Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois (1949).
3. J.VON NEUMAN, Mathematishe Grundfragen der Quanten-mechanik. Verlag Julius-Springer, Berlin (1932). [English translation: Princeton University Press (1955)]; J.V.JAUCH and C.PIRON, Helv. Phys. Acta **36**, 826 (1963).
4. J.S.BELL, to be published.
5. D.BOHM, Phys. Rev. **85**, **166** and 180 (1952).
6. D.BOHM and Y.AHARONOV, Phys. Rev. **108**, 1070 (1957).
7. P.A.M.DIRAC, The Principles of Quantum Mechanics (3rd Ed.) p.**37**. The Clarendon Press, Oxford (1947).

Часть 2. Комментарии к выводам

Путенихин П.В.
m55@mail.ru

Обратимся к следующему выводу Белла:

«В квантовой теории с дополнительными параметрами для того, чтобы определить результаты индивидуальных измерений без того, чтобы изменить статистические предсказания, должен быть механизм, посредством которого настройка одного измеряющего устройства может влиять на чтение другого отдаленного инструмента. Кроме того, задействованный сигнал должен распространяться мгновенно так, что такая теория не может быть лоренц-инвариантом» [2].

Итак, для того чтобы «полная» квантовая теория делала такие же статистические предсказания, как и традиционная, необходим механизм взаимодействия между измерителями. К такому выводу Белл пришёл, последовательно и неуклонно следуя исходному положению Эйнштейна: предсказания «полной» квантовой механики должны быть статистическими, вероятностными. Здесь под «полной» квантовой механикой подразумевается теория, отвечающая высказыванию

Эйнштейна: *«Хотя мы и показали, что волновая функция не даёт полного описания физической реальности, мы оставили открытым вопрос о том, существует ли такое описание или нет. Мы думаем, однако, что такая теория возможна»* [7], или теория, включающая в себя «дополнительные параметры».

В этой связи напомним высказывание Алена Аспекта: «Эйнштейн на самом деле не говорил о «скрытых переменных» или «дополнительных параметрах», а скорее об «элементах физической реальности». Соответственно, многие авторы говорят скорее о «реалистических теориях», а не о «теориях со скрытыми переменными» или «теориях дополнительных переменных». [1]

Полученные Беллом выводы отвергают возможность получения таких вероятностных результатов при наличии одних только «дополнительных переменных». Поэтому делается приведённый выше вынужденный вывод о связи между измерителями. Что это означает?

Предположим, что получен некий результат измерения на ближней системе. Если бы он был случайным, вероятностным, не связанным с действиями над удаленной системой, то это был бы результат А. Но на самом деле получен результат другой – В. А именно, результат, который не может рассматриваться как случайный! Этот результат отражает как бы зависимость от измерения на удаленной системе, он с этим результатом имеет, пусть кажущуюся, но всё-таки связь, связь более значимую, чем традиционная случайность. Этот результат можно представить как подбрасывание монеты, при падении которой орёл выпадает, например, в два раза чаще, чем решка. Очевидно, что результаты орёл и решка в данном случае не равновероятны, и выпадение одного из них явно *связано* с особенностями монеты, стола или с хитростью исследователя.

Какова же причина такого результата измерения на ближней системе? Рассмотрим возможные варианты. Например, результат В возник из-за того, что измеритель на удалённой системе передал сигнал измерителю на ближней системе и тот, изменив своё состояние, свои настройки, прочитал у частицы этот результат В вместо результата А. Именно такое предположение выдвинул Белл, чтобы связать воедино «дополнительные переменные» Эйнштейна и статистические предсказания квантовой механики. Однако это объяснение не может быть приемлемым, поскольку нарушаются выводы другой теории – специальной теории относительности.

Вариант другой. Можно предположить, что ближайший измеритель… просто выдал ложный результат, солгал! Получив результат измерения - С (вероятностное, случайное значение, никак не связанное с измерением на удалённой системе и не совпадающее с предсказанием «неполной» квантовой механики), он отбросил его и выдал нам результат В – зависимый от удалённого измерителя. И вновь это означает, что есть (сверхсветовая) передача сигнала от удалённого измерителя к близлежащему измерителю.

Не трудно заметить, что оба эти варианта в определённой степени схожи. Как понимать слова Белла «влиять на чтение»? Очевидно, это не то же самое, что «влиять на состояние второй системы». Влияние на чтение означает ни что иное, как *изменение* состояния второго измерителя! То есть, измеритель сам что-то измерил, перешёл в соответствующее состояние, но сигнал от удалённой системы перевёл его в *другое* состояние, не то, которое он получил в результате собственного измерения.

Если состояние второго измерителя *изменилось*, что можно сказать о состоянии второй, ближней системы? Только одно: оно нам *не известно*, поскольку о нём мы можем судить только по информации, поступившей к нам от этого второго, ближнего измерителя! То есть, по Беллу это означает использование *неточного* прибора, который призван устранить ошибочность исходных предположений рассматриваемой локальной теории. Приведём детали выводов Белла:

1. Запрещена связь между частицами, но она неизбежна между приборами.
2. Запрещена связь сверхсветовая, но между приборами она неизбежна.

Однако «неизбежные» выводы Белла на самом деле должна означать безвыходность ситуации для «дополнительных переменных». Их наличие требует сверхсветовой передачи сигнала! Поскольку в исходной «полной» квантовой теории по Эйнштейну между частицами такая связь отсутствует, то она навязчиво выступает в таком «пародийном» виде – сверхсветовой связи между измерителями. То есть в более широком смысле можно сказать, что Белл приходит к выводу: корреляция результатов без связи между системами (частица + измеритель) невозможна и она – сверхсветовая (о том, как она достигается в «неполной», традиционной квантовой теории, умалчивается). Выводы Белла показывают, что полученный результат (корреляция) фактически полностью *адекватен* сверхсветовой *связи* между системами (частица + измеритель). Придерживаясь лоренц-инвариантности «полной» квантовой механики, Белл показывает, что «дополнительные переменные», тем не менее, нарушают её. Эйнштейн не предлагает решения проблемы, поскольку не рассматривает не - вероятностную зависимость. Однако наблюдаемое явление не может быть описано иначе, чем более сильная, нежели случайная, зависимость измерений, которая практически схожа с влиянием одного измерения на другое. Белл это доказывает в самом общем виде.

Хотя доказательство Белла должно было показать отсутствие зависимости между измерениями, и в этом смысле его доводы совпадают с целями Эйнштейна (показать отсутствие связи между системами), но выводы убеждают, что измерения являются зависимыми. Белл явно не приводит эту зависимость (закон Малуса):

$$P(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \times \cos^2(\mathbf{a},\mathbf{b})$$

P(**a**,**b**) – вероятность совместной регистрации двух запутанных частиц;
(**a**,**b**) –угол между измерителями.

Можно ли, рассматривая эту зависимость, сказать иначе, нежели «результат одного измерения зависит от угла (настройки) удалённого измерителя»? Настройка удаленного измерителя явным образом *влияет* на результат измерения на данной системе. И Белл доказывает это вполне убедительно: результаты измерений зависят друг от друга, они не являются независимыми, вероятностными. Есть ли другое описание явления? Могут ли результаты измерений быть *не случайными* (по отношению друг к другу) и вместе с тем *независимыми* (друг от друга)? Однако нелокальность утверждает это.

По Эйнштейну результаты измерения частиц косвенно являются зависимыми. Эта зависимость формируется в момент запутывания частиц и сохраняется до конца опыта. То есть, случайными состояния частиц формируются в момент их разделения. В дальнейшем они сохраняют полученные при запутывании состояния, и «хранятся» эти состояния в неких элементах физической реальности, описываемых «дополнительными параметрами».

«Но одно предположение представляется мне бесспорным. Реальное положение вещей (состояние) системы S_2 не зависит от того, что проделывают с пространственно отделённой от неё системой S_1». [6, с.290]

«...так как во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, то в результате каких бы то ни было операций над первой системой, во второй системе уже не может получиться никаких реальных изменений». [7]

В своих выкладках Белл конкретизирует эти представления Эйнштейна в форме набора параметров, обозначив их λ. Состояния систем возникают случайно, правда, не в точке разделения систем, а в точках измерения, по «записям» в дополнительных переменных. И такая вероятностная закономерность, как доказал Белл, исключена. Но даже в этом случае результаты измерений оказываются зависимыми друг от друга. Действительно, если частицы принимают свои значения, зависимые от скрытых параметров λ – *«результат A измерения $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ зависит от $\vec{a}$ и λ, а результат B измерения $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ в том же самом случае зависит от $\vec{b}$ и λ»* [2], но и сами параметры λ были взаимосвязаны при разделении систем, то это ни что иное, как опосредованное влияние измерений друг на друга. Опосредованное, но, тем не менее, – влияние, зависимость. То есть, это влияние измерений друг на друга или влияние частиц друг на друга (против чего выступает и Эйнштейн), Белл заменяет влиянием друг на друга дополнительных параметров. Исходным предположением было отсутствие такого влияния - «дальнодействия». Но совсем отказаться от него оказалось невозможно, поэтому Белл выдвинул идею о том, что друг на друга должны влиять измерители. Либо, учитывая, что связь между частицами заменена аналогичной связью между «дополнительными параметрами», измерители влияют друг на друга и «настраивают» их. В чем различие двух механизмов влияния? Рассмотрим их подробнее.

1. Одна частица влияет на другую
2. Один измеритель влияет на другой измеритель.

В первом случае измерители друг на друга не влияют и показывают истинное, правильное состояние частиц. То есть измерение истинное, приборы не лгут. Такое влияние частиц друг на друга отрицает вероятностный характер их связи и подтверждает предсказания квантовой механики, но требует а) связи, б) сверхсветовой передачи сигнала.

Во втором случае, частицы ведут себя вероятностно. Но это не согласуется с предсказаниями квантовой механики (и эксперимента). В этом случае измерители выдают не вероятностные результаты (подтверждаемые экспериментом). То есть измерители показывают не то, как ведут себя частицы, которые, как мы предполагаем, ведут себя вероятностно. Следовательно, приборы – *лгут*! Но ведь для того, чтобы солгать нужным образом, приборы должны передать друг другу информацию. Какую? Откуда они знают, как нужно солгать? Очевидно, перед тем, как солгать, они измерили *истинное*, вероятностное состояние частиц. Затем, используя эти данные, исказили их таким образом, что результат оказался не-вероятностным. Но мы видим лишь показания измерителей, поэтому о вероятностном характере поведения частиц знать не можем. Кстати, для создания существующей картины, первому из измерителей искажать результат, видимо, не обязательно. Иначе, он должен будет «придумать» исход не только для второго измерителя, но и для себя самого. Хотя такая асимметрия ничем не оправдана, процедура измерения могла бы выглядеть примерно так:

Частицы имеют вероятностные состояния А и В. Первый из измерителей регистрирует состояние А, но выдаёт результат D, передавая второму измерителю указание показать результат С, лишая его возможности самому исказить результат. Вот такие интриги при квантово-механическом дворе должны разыграть измерители, чтобы выполнить установку (задание, стоящее перед ними), сформулированную Беллом:

- подогнать поведение частиц под вероятностный характер (сохранив согласие с экспериментом и «неполной» квантовой механикой);
- исключить связь между частицами;
- сохранить лоренц-инвариант системы.

Вывод, приведённый Беллом, фактически подразумевает подтасовку результатов измерителями. Но и при этом мы наблюдаем всё те же – квантово-механические показания измерителей! То есть полностью согласующиеся с экспериментом. Вероятностное поведение частиц по-прежнему «скрыто» от наших глаз, и влияние измерителей друг на друга не даёт ничего нового. Этот вывод Белла оказался выше им же опровергнут.

Итак, из выкладок Белла можно сделать вывод, что даже с нарушением СТО допущение о влиянии измерителей друг на друга не может выявить локального характера поведения систем, их независимого друг от друга поведения на момент измерения. То есть квантово-механическая корреляция результатов измерения запутанных частиц при отрицании такого влияния не имеет рационального объяснения. Это весьма благодатная почва для мистики и религии. Однако выше уже было отмечено, что и доводы в пользу нелокальности построены на достаточно зыбком фундаменте.

Независимость систем друг от друга является предположением, которое в значительной степени (и даже главным образом) основано на стремлении остаться в рамках релятивизма. Рассмотрим эти основания. Во-первых, сверхсветовая корреляция результатов измерений не противоречит специальной теории относительность, поскольку нет передачи сигнала в релятивистском смысле. Во-вторых, не зафиксирован и даже гипотетически не описан «корреляционный сигнал», хотя есть работа, в которой утверждается, что была измерена скорость передачи подобного «сигнала» [3]. В-третьих, свойством нелокальности является очевидная зависимость результатов измерения друг от друга при отрицании такой зависимости. То есть, с точки зрения теории вероятности, результаты измерений подпадают под определение событий зависимых. Действительно, как ещё можно рассматривать результаты двух измерений, если результат первого из них достоверно, то есть с вероятностью, равной единице, предсказывает результат второго измерения? Но сторонники традиционной квантовой механики не очень убедительно отрицают эту связь. В качестве довода приводится ссылка на правила вычисления вероятностей. В квантовой механике складываются не вероятности, а амплитуды вероятностей. Однако правила вычислений вряд ли могут служить объяснением механизма возникновения такой зависимости или такой вероятности. Например, выпадение орла или решки при подбрасывании монеты в классической теории вероятности вычисляется по определенным правилам. Но по какой причине возникает такое распределение, теория вероятности не объясняет. В квантовой механике правило сложения амплитуд вероятностей (волновых функций) позволяет точно вычислить результат измерений (вероятность выпадения некоторого результата), но это правило не обязано объяснять физический механизм появления таких результатов. Это означает, что нет абсолютно никаких оснований для обвинений в адрес квантовой механики за отсутствие таких объяснений! Объяснение нелокальности и несепарабельности как физических процессов, видимо, выходит за рамки этой теории.

В логике известен способ доказательства, который можно назвать «доведением до абсурда». Делается некоторое исходное предположение, утверждение. Затем логическими преобразованиями получают из него выводы, которые противоречат исходным предположениям. Считается доказанным, что исходные предположения ошибочны, опровергнуты. В статье Белла явно просматриваются основные приёмы этого метода. Но вывод из рассуждений Белла сделан с очевидным отступлением от метода. Исходными предположениями (можно сказать, от имени Эйнштейна) были следующие:

1. Признание постулата специальной теории относительности о предельности скорости передачи информации, которая не может превышать скорость света.
2. Разделённые системы не влияют друг на друга, никакие изменения в одной системе не должны оказывать влияния на другую.
3. Результат измерения на одной системе является вероятностным (независимым) по отношению к результату, полученному при измерении на другой системе.

Эксперимент и квантово-механические вычисления показывают, что пункт 3 нарушается. Очевидным выводом должен быть следующий: результаты измерений на двух системах не являются вероятностными. Что является альтернативой к случайной связи величин? Видимо, зависимость одной величины от другой. Эти величины связаны причинно-следственными отношениями. Но для квантовой механики это не приемлемо, поскольку теперь оказывается нарушенным пункт 2 предположений. Что является очевидной альтернативой отсутствию влияния систем друг на друга? Очевидно, наличие такого влияния! Но тогда нарушается пункт 1, поскольку налицо явное сверхсветовое «синхронное» поведение частиц. Для «спасения» пункта 1 приводятся доводы об отсутствии сигнала как такового, сигнала в релятивистском смысле. С этим очень легко согласиться, но возникает двусмысленность. Да, релятивистский сигнал не зафиксирован и пункт 1, вроде бы спасён. Но есть «синхронность», поэтому признание релятивистского постулата в пункте 1 не является убедительным обоснованием для отсутствия влияния, то есть связи. Необходимо отказаться от пункта 1, но… вместо этого вводится нелокальность, несепарабельность с нескрываемым мистическим оттенком [4]. Это не передача релятивистского сигнала. И даже вообще не передача какого бы то ни было сигнала (то, что не обнаружено, не существует!): корреляционного, квантового, сигнала коллапса, как его ни называй. То есть вроде бы какая-то передача «синхронности» есть, но её… нет. Налицо явное стремление отрицать очевидное: две системы имеют друг с другом сверхсветовую связь. Пусть она не релятивистская и не является явным опровержением СТО (через опровержение её базового постулата о скорости света). Но формально одна из систем передаёт другой системе некоторый сигнал. Поэтому очевидно, что пункт 1 *экспериментально* и квантово-механическими *вычислениями* опровергается. То есть правильным выводом из рассуждений Белла должен быть вывод: сверхсветовая связь между системами имеется [5]. Однако Белл делает странный вывод. Он по-прежнему остаётся верен первому пункту. Это и вынуждает его сделать этот странный вывод, который иначе, как «шутливым» не назовёшь. Вместо очевидно опровергнутой предпосылки об отсутствии связи между системами, он вводит связь между… измерителями. Хотя формально это мало что меняет: сверхсветовая связь нужна, но она всё равно не позволяет выявить вероятностное поведение независимых систем.

Признание сверхсветовой связи между системами должно быть признано как следствие метода «доведения до абсурда». Поскольку отказ от сверхсветовой «нерелятивистской» (?) связи между частицами приводит к неприемлемому результату, следовательно, такая связь имеет место. Однако мистическая нелокальность лучше. Но она лучше только, если не попытаться объяснить её механизм, который явно выглядит именно как сверхсветовая передача «нерелятивистского» (?) сигнала. Вопрос в скобках означает, что не исключается и материальная связь, пока не зарегистрированная, то есть некими частицами или волнами, распространяющимися с нарушением СТО.

Теперь, рассматривая всё в обратном порядке, видим, что нарушение пункта 1, в свою очередь, приводит к опровержению пункта 2. Это противоречит представлениям Эйнштейна о «дальнодействии», но полностью соответствует его представлениям об элементах физической реальности. А это уже намного больше физика, чем мистика несепарабельности и нелокальности. О пункте 3 можно сказать лишь, что он как был, так и остался ошибочным предположением. Возражения Эйнштейна о полноте квантово-механического описания действительности, таким образом, приобретают новое звучание.

Литература

1. Aspect A. «Bell's theorem: the naive view of an experimentalist», 2001, URL: http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect_bell.zip (дата обращения 21.12.2013)
2. Bell J.S., On the Einstein Podolsky Rosen paradox, Physics Vol.1, No.3, pp.198-200, 1964
3. Zbinden H., Brendel J., Gisin N., Tittel W., Experimental test of non-local quantum correlation in relativistic configurations, Group of Applied Physics, University of Geneva, February 7, 2006 (2000)
4. Доронин С.И., Сепарабельные состояния, Квантовая Магия, том 4, вып. 4, стр. 4124-4133, 2007, URL: http://www.quantmagic.narod.ru/volumes/VOL442007/p4124.pdf (дата обращения 21.12.2013)
5. Путенихин П.В., Квантовая механика против СТО, Квантовая Магия, 4, 2130 (2007), URL: http://vixra.org/pdf/1312.0100v1.pdf (дата обращения 21.12.2013)
6. Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. Том 4. Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики. М.: Наука, 1967, URL: http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Einstein_t4_1967ru.djvu (дата обращения 21.12.2013)
7. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н. Можно ли считать квантовомеханическое описание физической реальности полным? / Эйнштейн А. Собр. научных трудов, т. 3. М., Наука, 1966, с. 604-611