

MARIUS COMAN

**ENCICLOPEDIA MATEMATICĂ
A CLASELOR DE NUMERE ÎNTREGI**

Editura Educațională

Editura Educațională
2013

ENCICLOPEDIA MATEMATICĂ A CLASELOR DE NUMERE ÎNTREGI

Marius Coman
mariuscoman13@gmail.com

Copyright 2013 de *Marius Coman*

Education Publishing
1313 Chesapeake Avenue
Columbus, Ohio 43212
USA
Tel. (614) 485-0721

Recenzenți:

Prof. Univ. dr. ing. Adrian Olaru, Universitatea Politehnică, București, Romania.

Prof. Ion Pătrașcu, “Frații Buzești” National College, Craiova, Romania.

Prof. Nicolae Ivășchescu, Str. Iuliu Cezar, Nr. 26, Craiova, Jud. Dolj, Romania.

EAN: 9781599732374

ISBN: 978-1-59973-237-4

Introducere

Numerele naturale au fascinat dintotdeauna omenirea, ce le-a considerat, pe bună dreptate, ca fiind mai mult decât mijloace de a studia cantitățile, le-a considerat entități având o personalitate proprie. Mistica tuturor popoarelor abundă de proprietăți supranaturale atribuite numerelor. Într-adevăr, pare că, pe măsură ce le cercetezi mai adânc, descoperi că au „consistență”, că, departe de a fi o creație conceptuală a omului, un simplu instrument la îndemâna sa, se conduc de fapt după legități proprii, pe care nu-ți permit să le influențezi, ci doar să le descoperi.

Printre primii oameni care au simțit acest lucru se numără Pitagora, ce a început prin a cerceta numerele și a sfârșit prin a întemeia o mișcare religioasă puternic fondată pe simbolistica numerelor. Pasiunea sa pentru numerele naturale era atât de mare (accepta, totuși, și existența numerelor raționale, ce sunt, în fond, tot un raport de numere naturale), încât circulă o legendă conform căreia și-ar fi înecat un discipol pentru „vina” de a-i fi relevat existența numerelor iraționale. Mult mai aproape pe scara istoriei, în secolul XIX, matematicianul german Leopold Kronecker este creditat a fi spus: „Dumnezeu a creat numerele naturale; toate celelalte sunt opera omului”.

Departe de considerente de filozofie a matematicii, ne-am limitat enciclopedia la numerele întregi pentru că am considerat că este un domeniu îndeajuns de vast în sine pentru a face obiectul unei astfel de lucrări.

Am împărțit enciclopedia în două părți, „Clase de numere” (se subînțelege, întregi), respectiv „Clase de prime și pseudoprime”, prima cuprinzând principalele clase de numere cu care se operează actualmente în teoria numerelor (ramura matematicii ce studiază în principal numerele întregi), cea de-a doua câteva tipuri consacrate de prime (numere care au „sfidat” dintotdeauna matematicienii prin rezistența lor în a se lăsa înțelese și ordonate) și tipurile cunoscute de pseudoprime (o categorie aparte de numere, ce împart însă multe atribute cu numerele prime).

Am încercat să folosim noțiuni cât mai simple și operații elementare pentru a nu îndepărta cititorii prin simboluri și denumiri de funcții; din același motiv am definit toate clasele de numere doar în sistemul comun, zecimal, și nu am considerat clasele de numere care, deși întregi, se definesc apelând la numere iraționale sau complexe.

Subliniem că lucrarea nu este exhaustivă (deși se intitulează „enciclopedie”), pe de o parte pentru că unele clase de numere întregi au fost deliberat omise, ca ținând de ramuri specializate ale matematicii ce depășesc cadrul pe care ni l-am propus (topologie, combinatorică etc.), iar pe de altă parte pentru că pur și simplu este imposibil să fii exhaustiv în acest domeniu: OEIS (On-Line Encyclopedia of Integer Sequences), o organizație axată exclusiv pe acest domeniu al matematicii, numără în baza de date peste 200.000 de articole iar numărul acestora crește zilnic.

Deoarece pentru unii termeni din lucrare nu există corespondenți larg consacrați în limba română și de asemenea pentru o mai ușoară consultare a link-urilor de pe net, majoritatea în limba engleză (vom prezenta la sfârșitul lucrării o listă de astfel de site-uri, enciclopedic matematice sau privind strict teoria numerelor), am înzestrat enciclopedia cu un cuprins bilingv, română-englez. Pentru cei nefamiliarizați cu terminologia specifică teoriei numerelor subliniem că în acest domeniu aparențele înșeală: în spatele unor sintagme aparent frivole precum „numere fericite” sau „numere prietenoase” se ascund noțiuni cât se poate de serioase în timp ce, dimpotrivă, denumirile de „*tetradic numbers*” sau „*dihedral primes*”, de exemplu, ce par denumiri „serioase”, desemnează numere ce au doar calități pur recreative.

Pentru cei ce doresc să aprofundeze ulterior studiul teoriei numerelor, am anexat la sfârșitul lucrării un dicționar englez-român de termeni uzuali în această materie; în

cadrul acestui dicționar am definit și noțiuni pe care nu le-am folosit ca atare în enciclopedia propriu-zisă (e.g. „*natural density*”), de asemenea am expus și clase de numere întregi pentru definirea cărora este nevoie de numere aparținând altui sistem de numerație decât cel zecimal (e.g. „*digitally balanced numbers*”) sau care țin de matematica recreativă (e.g. „*strobogrammatic numbers*”).

Pentru a obișnui cititorii cu simbolurile de operații uzitate în principalele programe de matematică sau pe principalele site-uri de teoria numerelor, vom folosi pentru înmulțire simbolul «*» iar pentru ridicarea la putere simbolul «^». Din același motiv vom folosi în operații doar parantezele rotunde, de exemplu $(4^{2*(5-4)} - 1)/5 = 3$, și vom folosi parantezele drepte și acoladele pentru denumirea unei perechi (sau triplet, sau mulțimi) de numere naturale între care există o anumită relație – de exemplu [220, 284] este o pereche de numere amabile; de asemenea, în loc de radical de ordin k dintr-un număr întreg n , vom folosi în operații notația echivalentă $n^{1/k}$.

Considerăm important să exprimăm toate operațiile doar cu simboluri acceptate de programul Word, fără a apela la programe speciale de redactare de matematică, pentru că aceste simboluri sunt ușor acceptate ca „*input*” de programele importante de matematică disponibile pe Internet. Pentru a întări acest considerent vom anexa la sfârșitul lucrării o listă cu modele de operare în programul Wolfram Alpha, pentru operațiile și funcțiile uzuale în teoria numerelor.

Menționăm că, în afară de operațiile universal cunoscute, vom mai folosi în lucrare doar câteva funcții și operații: *funcția factorial*: factorialul lui n (sau n factorial) este produsul tuturor numerelor întregi pozitive mai mici sau egale cu n , adică, algebric formulat, $n! = 1*2*3* \dots * n$, de exemplu $6! = 1*2*3*4*5*6 = 720$; *operația modulo*: $r = n$ modulo m , abreviat $r = n \bmod m$, unde m și n sunt numere întregi pozitive, este restul împărțirii lui n la m ; de exemplu $3 = 13 \bmod 5$; *congruența modulo*: m este congruent modulo x cu n și se notează $m \equiv n \pmod{x}$ dacă restul împărțirii lui m la x este egal cu restul împărțirii lui n la x , de exemplu $17 \equiv 5 \pmod{3}$; *funcția divizor*: $\sigma(n)$ sau $\text{sigma}(n)$ reprezintă suma divizorilor unui întreg pozitiv; *indicatorul lui Euler (funcția totient)*: $\varphi(n)$ sau $\text{phi}(n)$ este numărul de numere întregi pozitive mai mici sau egale cu n ce sunt relativ prime cu n . De asemenea am notat cu $C(n, k)$ *coeficienții binomiali*, cu valoarea egală cu $n!/(n-k)!*k!$, cunoscuți ca și „combinări de n luate câte k ”, iar cu $\tau(n)$ sau $\text{tau}(n)$ numărul divizorilor lui n . Alte câteva funcții le-am definit în cadrul prezentării unor clase de numere (de exemplu *funcția multifactorial* la articolul „Prime multifactoriale” și *funcția primorial* la articolul „Numere primoriale”).

Am mai notat cu $\text{cmmdc}(k, n)$, respectiv $\text{cmmmc}(k, n)$ cel mai mare divizor comun respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor k și n iar prin $R(n)$, respectiv $S(n)$ reversul unui număr n respectiv suma cifrelor sale. Apoi, în condițiile în care între clasa de numere tratată într-un articol din lucrare și clasa numerelor naturale există corespondență biunivocă, am mai notat termenii clasei de numere prin C_n , D_n , M_n (al n -lea număr Catalan, Demlo, Mersenne) etc. Și, în sfârșit dar nu în cele din urmă, am înțeles prin numerele notate precum „*abc*” numerele obținute prin concatenare, unde a , b , c sunt cifre, iar nu produsele „*a*b*c*” (concatenarea unor numere = operația de „alipire cap-coadă” a cifrelor lor).

Am enumerat în cadrul fiecărei clase de numere primii câțiva termeni ai seriei – am folosit în lucrare cuvântul „serie” în sensul de mulțime ordonată de numere obținute printr-o formulă generică („*sequence*”) și nu în sensul de sumă a termenilor unui șir („*series*”) – și, pentru a nu exista o discrepanță între spațiul alocat acestora (primii cinci termeni ai unei serii pot avea fiecare câte 2 cifre sau 20 de cifre) am alocat cca 100 de caractere (cifre plus virgule și spații despărțitoare) fiecărei enumerări (evident, unde s-a putut acest lucru: clasa primelor Wiferich, de exemplu, însumează doar două prime

cunoscute, 1093 și 3511; de asemenea, primii trei temeni ai clasei primelor Smarandache-Wellin însumează 7 cifre, în timp ce al patrulea termen are 355 de cifre).

Mai trebuie spus că nu îl considerăm pe 1 prim, pentru a fi în asentimentul majorității matematicienilor din secolul XX, potrivit cărora un număr prim are doi divizori (pe 1 și numărul însuși) în timp ce numărul 1 are un singur divizor (pe el însuși); se subînțelege deci că, dacă nu se specifică expres altfel, înțelegem prin divizori ai numărului natural n inclusiv pe 1 și pe n însuși. Și, tot pentru a ne adapta majorității definițiilor (și a evita controversele privind natura lui zero – vezi articolul „Numere întregi”) am optat pentru sintagma „ număr întreg pozitiv” în detrimentul celei de „număr natural diferit de 0” și pentru cea de „număr întreg non-negativ” în detrimentul celei de „număr natural incluzându-l pe 0”.

Deși partea a doua a lucrării este intitulată „Clase de prime și pseudoprime”, am tratat clase de prime și pseudoprime și în partea întâi a lucrării, „Clase de numere”. Astfel, de exemplu, primele Mersenne le-am tratat în cadrul articolului „Numere Mersenne”, pentru că primele Mersenne sunt pur și simplu numere Mersenne ce sunt totodată și prime. Am procedat în același fel și în cazul când, dimpotrivă, acestea nu au aceeași formulă generatoare: de exemplu primele Wolstenholme sunt cu totul altceva decât numerele Wolstenholme ce sunt totodată și prime, nemaivorbind de primele factoriale ce desigur nu pot fi numere factoriale din moment ce acestea din urmă sunt prin definiție compuse; pe acestea le-am tratat în cadrul aceleiași articol tocmai pentru a sublinia diferențele. De asemenea, numerele Poulet sau numerele Carmichael nu sunt altceva decât pseudoprime Fermat, dar, pentru că poartă un nume distinct (de obicei clasele de numere poartă numele matematicianului care le-a descoperit, le-a definit sau le-a studiat, dar poartă și numele pe care acesta li l-a atribuit, ce poate desemna o calitate intrinsecă sau chiar extrinsecă a numerelor, de exemplu numele gării unde i-a venit ideea să le studieze observând numere scrise pe vagoane – vezi „Numere Demlo” sau al fratelui al cărui număr de telefon i-a inspirat proprietățile acestor numere – vezi „Numere Smith”), le-am tratat de asemenea în partea întâi a lucrării.

Am anexat la sfârșitul lucrării un index de matematicieni; i-am denumit generic „matematicieni”, deși mulți dintre ei sunt (au fost) de profesie chimiști, fizicieni, avocați, editori etc. În acest domeniu al matematicii, ca în niciun altul, pasiunea și desoperirile sunt împărțite în mod egal între matematicienii „de profesie” și cei „amatori”. Trimiterile din paranteze, din cadrul acestui index, se referă nu neapărat (deși acesta este cazul în general) la domeniul în care matematicianul respectiv și-a adus un aport, ci la articolul din această lucrare unde este menționat. Cronologia descoperirilor (istoria matematicii) și biografiile matematicienilor n-au făcut obiectul lucrării de față; pentru cei interesați de acestea recomandăm site-urile *The MacTutor History of Mathematics* și *Eric Weisstein's World of Biography*.

Am sistematizat în stil telegrafic fiecare articol (definiția clasei de numere; exemple; primele n astfel de numere; comentariu; notă; referințe) pentru ca prezentarea să fie mai aerisită iar conexiunea cu alte clase de numere facilitată. La referințe nu am trecut cărți sau articole din reviste sau arhive on-line ce pot fi consultate contra cost ci doar articole ce pot fi accesate *free*; nu am trecut decât numele acestora și autorul, adresa site-urilor ce găzduiesc articolele în cauză putând fi ușor aflată pe Google.

În sfârșit, mai adăugăm un singur lucru: uneori diferiți matematicieni se referă prin aceeași denumire la alte clase de numere sau distincțiile dintre clase sunt „sensibile”: de exemplu prin „*cluster of k primes*” (am tradus „mănunchi de k prime”) se înțelege o mulțime de k numere prime cu o anumită proprietate iar prin „*cluster primes*” (am tradus „prime mănunchi”) se înțelege o clasă (nu se știe dacă infinită sau nu) de numere prime cu o altă proprietate. Trebuie înțeles că nu există o instanță

superioară în domeniul teoriei numerelor care să impună anumite denumiri standard; acestea se impun în funcție de cât de uzuale sunt printre diverse grupuri sau organizații de matematicieni, după valoarea recunoscută a matematicienilor ce le crează sau studiază ș.a.m.d.

Deși matematica este „știința exactă” prin definiție, matematicienii nu se înțeleg adesea asupra termenilor. Chiar și în ceea ce privește noțiuni elementare precum „divizori proprii/improprii” („*proper/improper divisors*” sau „*diviseurs propres/impropres*”), sensul diferă, uneori divizori improprii fiind considerați a fi 1 și numărul însuși (în ceea ce ne privește, această clasificare ni se pare stearpă, nu ne-am „lovit” nici măcar o dată de o clasă de numere, o relație între acestea ș.a.m.d. care să folosească la ceva noțiunea de „divizor al lui n excluzându-i pe 1 și pe n ”), altele (și acesta este sensul cel mai utilizat în funcțiile de teoria numerelor) doar numărul însuși.

De aceea am evitat să folosim noțiunile de divizori proprii/improprii, deși acestea sunt încetățenite, în schimb n-am găsit niciun impediment să folosim în al doilea sens al sintagmei arătate noțiunea de „divizori alicotți” (și de asemenea noțiunea de „sumă alicotă” pentru a desemna suma acestora), atât timp cât DEX-ul recunoaște noțiunea de „parte alicotă” ca „parte care se cuprinde exact, de un anumit număr de ori, într-o cantitate” și atât timp cât cca 60 de mii de pagini de web înțeleg același lucru prin sintagma „aliquot sum”.

Ne-am mai permis pe parcursul lucrării câteva libertăți, ca de pildă să definim de-concatenarea ca fiind operația inversă concatenării (sintagma „tăiere a unui număr în două numere”, de exemplu, pe care am întâlnit-o într-un manual, ni s-a părut inadmisibilă pentru țara care l-a dat lumii pe Florentin Smarandache, al cărui nume este considerat pe plan internațional sinonim cu seriile de numere concatenate). Am încercat să fim cât mai corecți cu un minimum de eleganță (cât mai corect nu este un deziderat de disprețuit pentru o lucrare de anvergură în domeniul teoriei numerelor).

Credem că am explicat și justificat destul terminologia folosită și nu vom anexa lucrării o listă introductivă cu simboluri, noțiuni ș.a.m.d.; noi înșine am dorit să fim pe alocuri inconsecvenți pentru că înțelegerea semnifică nu înrădăcinarea în anumite simboluri, ce pot diferi în zece feluri în zece surse diferite, ci tocmai trecerea dincolo de ele pentru pătrunderea sensului.

Scopul lucrării de față nu este de a pregăti un elev sau un student pentru vreun examen (în acest sens este știut că cel mai sigur este să descifrezi modul profesorului de a privi lucrurile pe care le predă, nu sensul ultim al acestora din urmă) ci este de a deschide orizontul teoriei numerelor cititorilor prin descrieri cât mai simple, cât mai clare și (pe cât se poate) mai atrăgătoare. Am demarat această întreprindere cu credința că este inedită și utilă; inerentele omisiuni și confuzii (le-am descoperit noi înșine în alte lucrări dedicate acestui domeniu), poate chiar greșeli de substanță, le vom remedia într-o eventuală ediție ulterioară a enciclopediei, dacă ne sunt semnalate cu bună-credință.

Acest domeniu al matematicii – teoria numerelor – este pe cât de fascinant pe atât de deschis în egală măsură matematicienilor de carieră precum celor amatori, astfel încât oricând unul dintre dumneavoastră, cititorii acestei enciclopedii, poate da numele unei nou descoperite clase de numere sau poate răspunde la una dintre multele întrebări care își așteaptă de secole răspunsul; *exempli gratia*: există sau nu vreun număr perfect impar? Este sau nu mulțimea numerelor prime Mersenne infinită? Și, chiar dacă nu veți reuși acest lucru, nu veți regreta dacă vă atașați de acest domeniu: pasiunea pentru numere este dintre acelea care te însoțesc o viață întregă pentru că, așa cum spunea un binecunoscut matematician, Gauss, „matematica este regina științelor iar teoria numerelor este regina matematicii”.

Autorul

CUPRINS/ SUMMARY

CLASE DE NUMERE/ CLASSES OF NUMBERS

Numere abundente/ Abundant numbers
Numere Ahile/ Achilles numbers
Numere amiabile/ Amicable numbers
Numere Apéry/ Apéry numbers
Numere aproape perfecte/ Almost perfect numbers
Numere Armstrong/ Armstrong numbers
Numere aspirante/ Aspiring numbers
Numere automorfe/ Automorphic numbers
Numere belgiene/ Belgian numbers
Numere Bell/ Bell numbers
Numere binomială/ Binomial numbers
Numere Blum/ Blum numbers
Numere Brier/ Brier numbers
Numere briliantă/ Brilliant numbers
Numere Brown/ Brown numbers
Numere Carmichael/ Carmichael numbers
Numere Carol/ Carol numbers
Numere Catalan/ Catalan numbers
Numere Catalan-Mersenne/ Catalan-Mersenne numbers
Numere centrată poligonală/ Centered polygonal numbers
Numere Chernick/ Chernick's numbers
Numere ciclice/ Cyclic numbers
Numere ciudate/ Weird numbers
Numere colosal abundente/ Colosally abundant numbers
Numere columbiene/ Colombian numbers
Numere compozitorială/ Compositorial numbers
Numere compuse/ Composite numbers
Numere concatenate/ Concatenated numbers
Numere Connell/ Connell numbers
Numere congruente/ Congruent numbers
Numere consecutive/ Consecutive numbers
Numere consecutive Smarandache/ Smarandache consecutive numbers
Numere Conway-Guy/ Conway-Guy numbers
Numere coprime/ Coprime numbers
Numere coprimorială/ Coprimorial numbers
Numere cototativă/ Cototative numbers
Numere cubice/ Cubic numbers
Numere Cullen/ Cullen numbers
Numere Cunningham/ Cunningham numbers
Numere deficiente/ Deficient numbers
Numere Delannoy/ Delannoy numbers
Numere Demlo/ Demlo numbers
Numere Devaraj/ Devaraj numbers

Numere Devlali/ Devlali numbers
 Numere dublu Mersenne/ Double Mersenne numbers
 Numere echidigitale/ Equidigital numbers
 Numere egiptene/ Egyptian numbers
 Numere EPRN/ EPRN's
 Numere Erdős-Woods/ Erdős-Woods numbers
 Numere Euclid/ Euclid numbers
 Numere Euclid-Mullin/ Euclid-Mullin numbers
 Numere excesive/ Excessive numbers
 Numere exponențial perfecte/ Exponentially perfect numbers
 Numere extravagante/ Extravagant numbers
 Numere extrem abundente/ Highly abundant numbers
 Numere extrem compuse / Highly composite numbers
 Numere extrem compuse superioare/ Superior highly composite numbers
 Numere extrem cototiente/ Highly cototient numbers
 Numere extrem totiente/ Highly totient numbers
 Numere factoriale/ Factorials
 Numere fericite/ Happy numbers
 Numere Fermat/ Fermat numbers
 Numere Fibonacci/ Fibonacci numbers
 Numere fibonoriale/ fibonorial numbers
 Numere figurative/ Figurate numbers
 Numere Fortunate/ Fortunate numbers
 Numere Franel/ Franel numbers
 Numere Friedman/ Friedman numbers
 Numere frugale/ Frugal numbers
 Numere Giuga/ Giuga numbers
 Numere Göbel/ Göbel numbers
 Numere Hamming/ Hamming numbers
 Numere Hardy-Ramanujan/ Hardy-Ramanujan numbers
 Numere Harshad/ Harshad numbers
 Numere hemiperfecte/ Hemiperfect numbers
 Numere Hilbert/ Hilbert numbers
 Numere hiperperfecte/ Hyperperfect numbers
 Numere Hofstadter/ Hofstadter numbers
 Numere idempotente/ Idempotent numbers
 Numere impare/ Odd numbers
 Numere intangibile/ Untouchable numbers
 Numere interesante/ Interesting numbers
 Numere înlănțuite aditiv/ Addition chain
 Numere înlănțuite Brauer/Brauer chain
 Numere întregi/ Integer numbers
 Numere întregi negative/ Negative integers
 Numere întregi pozitive/ Positive integers
 Numere Jacobsthal/Jacobsthal numbers
 Numere Jacobsthal-Lucas/Jacobsthal-Lucas numbers
 Numere Kaprekar/ Kaprekar numbers
 Numere Keith/ Keith numbers
 Numere Kin/ Kin numbers
 Numere Knödel/ Knödel numbers

Numere Korselt/ Korselt numbers
Numere Kynea/ Kynea numbers
Numere Lah/Lah numbers
Numere Leyland/ Leyland numbers
Numere Lychrel/ Lychrel numbers
Numere logodite/ Betrothed numbers
Numere Lucas/ Lucas numbers
Numere maleabile/ Amenable numbers
Numere Markov/ Markov numbers
Numere Matijasevič / Matijasevič numbers
Numere Mersenne/ Mersenne numbers
Numere Mian-Chowla/ Mian-Chowla numbers
Numere minunate/ Wondrous numbers
Numere Moser-de Bruijn/Moser-de Bruijn numbers
Numere Motzkin/Motzkin numbers
Numere multifactoriale/Multifactorials
Numere multiperfecte/ Multiperfect numbers
Numere Narayana/ Narayana numbers
Numere narcisiste/ Narcissistic numbers
Numere naturale/ Natural numbers
Numere nefericite/ Unhappy numbers
Numere neobișnuite/ Unusual numbers
Numere neuniforme/ Rough numbers
Numere Niven/ Niven numbers
Numere nontotiente/ Nontotients
Numere norocoase Euler/ Euler's lucky numbers
Numere norocoase Ulam/ Ulam's lucky numbers
Numere Newman-Shanks-Williams/ NSW numbers
Numere ondulatorii/ Undulating numbers
Numere Ore/ Ore numbers
Numere Padovan/ Padovan numbers
Numere palindromice/ Palindromic numbers
Numere pandigitale/ Pandigital numbers
Numere pare/ Even numbers
Numere pătratică/ Squares
Numere Pell/ Pell numbers
Numere Pell-Lucas/ Pell-Lucas numbers
Numere perfecte/ Perfect numbers
Numere perfect totiente/ Perfect totient numbers
Numere perfect unitare/ Unitary perfect numbers
Numere Perrin/ Perrin numbers
Numere persistente/ Persistent numbers
Numere Pisano/ Pisano numbers
Numere pitagoreice/ Pythagorean numbers
Numere platoniciene/ Platonic numbers
Numere poligonale/ Polygonal numbers
Numere politicoase/ Polite numbers
Numere potrivite/ Suitable numbers
Numere Poulet/ Poulet numbers
Numere practice/ Practical numbers

Numere prietenoase/ Friendly numbers
 Numere prietenoase Smarandache/Smarandache friendly number pairs
 Numere prime/ Prime numbers
 Numere primitive/ Primeval numbers
 Numere primoriale/ Primorial numbers
 Numere Proth/ Proth numbers
 Numere pseudoperfecte/ Pseudoperfect numbers
 Numere pseudoprime/ Pseudoprime numbers
 Numere pseudo-Smarandache/ Pseudo-Smarandache numbers
 Numere puternice/ Powerfull numbers
 Numere quasi-amiabile/ Quasi-amicable numbers
 Numere quasi-Carmichael/ Quasi-Carmichael numbers
 Numere quasi-perfecte/ Quasi-perfect numbers
 Numere rare/ Rare numbers
 Numere rectangulare/ Rectangular numbers
 Numere refactorabile/ Refactorable numbers
 Numere regulate/ Regular numbers
 Numere repdigit/ Repdigit numbers
 Numere repfigit/ Repfigit numbers
 Numere repunit/ Repunit numbers
 Numere reversate/ Reversal numbers
 Numere Riesel/ Riesel numbers
 Numere risipitoare/ Wasteful numbers
 Numere rotunde/ Round numbers
 Numere Sarrus/ Sarrus numbers
 Numere Schröder/ Schröder numbers
 Numere Segner/ Segner numbers
 Numere semiperfecte/ Semiperfect numbers
 Numere semiprime/ Semiprimes
 Numere Sierpiński/ Sierpiński numbers
 Numere slab totiente/ Sparsely totient numbers
 Numere Smarandache/Smarandache numbers
 Numere Smarandache-Fibonacci/Smarandache-Fibonacci numbers
 Numere Smarandache-Radu/Smarandache-Radu numbers
 Numere Smarandache-Wellin/ Smarandache-Wellin numbers
 Numere Smith/ Smith numbers
 Numere sociabile/ Sociable numbers
 Numere solitare/ Solitary numbers
 Numere Somos/ Somos numbers
 Numere Stern-Brocot/ Stern-Brocot numbers
 Numere Størmer/ Størmer numbers
 Numere subfactoriale/ Subfactorial numbers
 Numere sublime/ Sublime numbers
 Numere superabundente/ Superabundant numbers
 Numere superfactoriale/ Superfactorial numbers
 Numere superperfecte/ Superperfect numbers
 Numere superprimoriale/ Superprimorial numbers
 Numere super-Poulet/ Super-Poulet numbers
 Numere Thabit/ Thabit numbers
 Numere totative/ Totative numbers

Numere triunghiulare/ Triangular numbers
Numere Ulam/ Ulam numbers
Numere umile/ Humble numbers
Numere uniforme/ Smooth numbers
Numere vampir/ Vampire numbers
Numere Wilson/ Wilson numbers
Numere Woodall/ Woodal numbers
Numere Wolstenholme/ Wolstenholme numbers
Numere Zeisel/ Zeisel numbers
Numere Zsigmondy/ Zsigmondy numbers

CLASE DE PRIME ȘI PSEUDOPRIME/ CLASSES OF PRIMES AND PSEUDOPRIMES

Prime absolute/ Absolute primes
Prime aditive/ Additive primes
Prime aproximativ fibonoriale/ Almost-fibonorial primes
Prime asigurate/ Safe primes
Prime bune/Good primes
Prime Chen/ Chen primes
Prime circulare/ Circular primes
Prime constelație/ Prime Constellation
Prime echilibrate/ Balanced primes
Prime elitiste/ Elite primes
Prime Euler/ Euler primes
Prime Fibonacci-Wieferich/ Fibonacci-Wieferich primes
Prime gemene/ Twin primes
Prime interioare/ Home primes
Prime izolate/ Isolated primes
Prime înlănțuite Cunningham / Cunningham chain
Prime înlănțuite gemene / Bitwin chain
Prime Labos/ Labos primes
Prime lungi/Long primes
Prime mănunchi/ Cluster primes
Prime Mills/ Mills' primes
Prime minimale/ Minimal primes
Prime permutabile/ Permutable primes
Prime Pierpont/ Pierpont primes
Prime Pillai/ Pillai primes
Prime plate/ Flat primes
Prime probabile/ Probable primes
Prime progresive/ Progressive primes
Prime quasi-fibonoriale/ Quasi-fibonorial primes
Prime Ramanujan/ Ramanujan primes
Prime reversibile/Reversible primes
Prime Rowland/Rowland primes
Prime sexy/Sexy primes
Prime slabe/ Weak primes

Prime Smarandache/Smarandache primes
Prime Solinas/ Solinas primes
Prime Sophie Germain/ Sophie Germain primes
Prime Stern/ Stern primes
Prime subțiri/ Thin primes
Prime tari/ Strong primes
Prime titanice/ Titanic primes
Prime trunchiabile/ Truncatable primes
Prime unice/Unique primes
Prime verișoare/Cousin primes
Prime Wagstaff/ Wagstaff primes
Prime Wall-Sun-Sun/ Wall-Sun-Sun primes
Prime Wieferich/ Wieferich primes
Pseudoprime Catalan/ Catalan pseudoprimes
Pseudoprime Cipolla/ Cipolla pseudoprimes
Pseudoprime Euler/ Euler pseudoprimes
Pseudoprime Fermat/ Fermat pseudoprimes
Pseudoprime Fibonacci/ Fibonacci pseudoprimes
Pseudoprime Lucas/ Lucas pseudoprimes
Pseudoprime Perrin/ Perrin pseudoprimes
Pseudoprime tari/ Strong pseudoprimes

CLASE DE NUMERE

Numere abundente

(vezi și Numere deficiente; Numere perfecte)

Definiție: Un număr se numește abundent (uneori mai este denumit număr excesiv) dacă este mai mic decât suma alicotă a divizorilor săi (respectiv deficient dacă este mai mare decât aceasta sau perfect dacă este egală cu aceasta).

Definiție: Suma divizorilor pozitivi ai lui n (incluzându-l pe 1) exceptând pe n însuși se numește sumă alicotă (divizorii pozitivi ai lui n fără n însuși se mai numesc divizori alicotți). Alfel formulat, un număr n este abundent dacă $2 \cdot n < \sigma(n)$.

Sumele alicote ale primilor 28 întregi pozitivi (secvența A001065 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 1, 6, 1, 7, 4, 8, 1, 16, 1, 10, 9, 15, 1, 21, 1, 22, 11, 14, 1, 36, 6, 16, 13, 28.

Primele 25 numere abundente (secvența A005101 în OEIS): 12, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 66, 70, 72, 78, 80, 84, 88, 90, 96, 100, 102, 104, 108.

Proprietăți: Orice multiplu al unui număr perfect sau al unui număr abundent este un număr abundent. Orice număr mai mare decât 20161 poate fi exprimat ca suma a două numere abundente.

Definiție: Un număr abundent ai cărui divizori, exceptând numărul însuși, sunt toți deficienți se numește număr abundent primitiv.

Referințe:

- (1) *Facts and curiosities about abundant numbers*, Jason Earls;
- (2) *Odd abundant numbers*, Jay L. Schiffman.

Numere Ahile

(vezi și Numere puternice)

Definiție: Numere puternice ce nu sunt totodată și pătrate perfecte (un număr puternic este un întreg pozitiv cu proprietatea că, dacă este divizibil cu numărul prim p , atunci este divizibil și cu p^2 , cu alte cuvinte toți factorii săi primi sunt cel puțin la puterea a doua).

Primele 19 numere Ahile (secvența A052486 în OEIS): 72, 108, 200, 288, 392, 432, 500, 648, 675, 800, 864, 968, 972, 1125, 1152, 1323, 1352, 1372, 1568.

Comentariu: Denumirea acestor numere provine de la legendarul erou al războiului troian iar semnificația sa este „puternic dar imperfect”.

Numere amiabile

(vezi și Numere aspirante; Numere perfecte; Numere sociabile; Numere Thabit)

Definiție: O pereche de numere amiabile constă din două numere între care există următoarea relație: suma alicotă a divizorilor fiecăruia dintre ele este egală cu celălalt număr.

Primele 7 perechi de numere amiabile (secvența A063990 în OEIS): [220, 284], [1184, 1210], [2620, 2924], [5020, 5564], [6232, 6368], [10744, 10856], [12285, 14595].

Comentariu: Numerele amiabile erau cunoscute de Pitagora, căruia i se atribuie comparația dintre conexiunea între aceste numere și amiciția între oameni. Alte perechi de numere amiabile au fost descoperite în secolele XVII-XVIII de Fermat, Descartes, Euler; în mod extraordinar, în 1866, muzicianul Nicolo Paganini, atunci în vârstă de 16 ani, a descoperit perechea [1184, 1210], omisă până atunci de predecesorii săi. Matematicianului arab Thabit ibn Qurra i se datorează o formulă de producere a numerelor amiabile, formulă redescoperită de Fermat și Descartes și extinsă de Euler.

Printre întrebările privind numerele amiabile la care nu s-a dat încă un răspuns se numără întrebarea dacă poate exista o pereche de astfel de numere astfel încât unul dintre ele să fie par iar celălalt impar sau dacă poate exista o astfel de pereche având termenii coprimi. De asemenea nu se cunoaște dacă mulțimea numerelor amiabile este infinită.

Formula de producere a numerelor amiabile a lui Thabit ibn Qurra: Dacă p , q și r sunt prime, unde $p = 3 \cdot 2^{n-1} - 1$; $q = 3 \cdot 2^n - 1$ și $r = 9 \cdot 2^{2n-1} - 1$, iar n este natural, $n > 1$, atunci $2^n \cdot p \cdot q$ și $2^n \cdot r$ sunt numere amiabile.

Formula de producere a numerelor amiabile a lui Euler: Dacă p , q și r sunt prime, unde $p = (2^{n-m} + 1) \cdot 2^m - 1$; $q = (2^{n-m} + 1) \cdot 2^n - 1$ și $r = (2^{n-m} + 1)^2 \cdot 2^{m+n} - 1$, iar m și n sunt naturale diferite de 0, atunci $2^n \cdot p \cdot q$ și $2^n \cdot r$ sunt numere amiabile.

Definiție: O pereche de numere amiabile $[m, n]$ se numește regulară dacă, dat fiind d cel mai mare divizor comun al lui m și n iar $m = M \cdot d$ și $n = N \cdot d$, M și N sunt libere de pătrate și relativ prime cu d (în caz contrar perechea se numește iregulară sau exotică). Dacă perechea este regulară iar M are un număr de i factori primi iar N un număr de j factori primi, atunci perechea $[m, n]$ se numește de tip (i, j) .

Referințe:

- (1) *Number theory trivia: amicable numbers*, Titu Andreescu;
- (2) *Amicable numbers*, Shyam Sunder Gupta;
- (3) *Amicable pairs*, Lexi Wichelt.

Numere Apéry

Definiție: Numerele A_n exprimate cu ajutorul coeficienților binomiali ca suma de la $k = 0$ la $k = n$ a produselor $C(n, k)^2 \cdot C(n+k, k)^2$.

Primele 11 numere Apéry (secvența A005259 în OEIS): 1, 5, 73, 1445, 33001, 819005, 21460825, 584307365, 16367912425, 468690849005, 13657436403073.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului francez de origine greacă Roger Apéry.

Referințe:

- (1) *Congruence properties of Apéry numbers*, S. Chowla et al.

Numere aproape perfecte

(vezi și Numere perfecte; Numere quasi-perfecte)

Definiție: Un număr natural n este aproape perfect dacă are proprietatea că $2 \cdot n - 1 = \sigma(n)$.

Primele 28 valori ale funcției divizor $\sigma(n)$ (secvența A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.

Notă: Singurele numere aproape perfecte cunoscute sunt puterile lui 2 (cu exponent non-negativ). Nu se știe dacă pot exista sau nu și alte numere aproape perfecte.

Primele 20 puteri ale lui 2 (secvența A000079 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288.

Numere Armstrong

(vezi și Numere puternice)

Definiție: Numărul natural n , având un număr de k cifre, este un număr Armstrong (uneori mai este denumit și număr narcisist) dacă este egal cu suma cifrelor sale ridicate la puterea k .

Primele 21 numere Armstrong (secvența A005188 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 153, 370, 371, 407, 1634, 8208, 9474, 54748, 92727, 93084, 548834, 1741725.

Comentariu: Denumirea provine de la Michael F. Armstrong. Există doar 4 numere Armstrong cu trei cifre (nota G.H. Hardy în 1940 în eseu „Apologia unui matematician”): $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$; $370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$; $371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$ și $407 = 4^3 + 0^3 + 7^3$. De fapt întreaga mulțime a numerelor Armstrong cuprinde doar 88 de termeni, întrucât s-a demonstrat că nu pot exista astfel de numere cu mai mult de 60 de cifre. Dintre aceste 88 de numere, 7 sunt prime.

Cele 7 prime Armstrong (secvența A145380 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 28116440335967, 449177399146038697307, 35452590104031691935943.

Comentariu: Clasa de numere puternice în sensul definiției (3) din această lucrare cuprinde mulțimea numerelor Armstrong dar este cuprinsă de mulțimea numerelor puternice în sensul definiției (2).

Referințe:

(1) *Armstrong numbers*, Gordon L. Miller și Mary T. Whalen.

Numere aspirante

(vezi și Numere amiabile; Numere perfecte; Numere sociabile)

Definiție: Un număr aspirant este numărul natural cu proprietatea că seria sa alicotă se termină într-un număr perfect.

Definiție: O „serie alicotă” („*aliquot sequence*”) este seria recurentă în care fiecare termen este egal cu suma divizorilor termenului anterior (excluziv acesta însuși); astfel, de exemplu, seria alicotă a numărului 10 este 10, 8, 7, 1, 0, pentru că: $\sigma(10) - 10 = 1 + 2 + 5 = 8$; $\sigma(8) - 8 = 1 + 2 + 4 = 7$; $\sigma(7) - 7 = 1$; $\sigma(1) - 1 = 0$.

Comentariu: Multe serii alicote se termină într-un număr prim urmat de numărul 1 urmat de 0, dar unele serii alicote se repetă cu o anumită periodicitate la nesfârșit. Astfel, un număr perfect are o serie alicotă de perioadă 1 (e.g. seria alicotă a lui 6 este 6, 6, 6, 6...); un număr amiabil are o serie alicotă de perioadă 2 (e.g. seria alicotă a lui 220 este 220, 284, 220, 284...); un număr sociabil are o serie alicotă de perioadă 3 sau mai mare; un număr aspirant are o serie alicotă ce, deși la început este neperiodică, sfârșește într-un număr perfect (e.g. secvența alicotă a lui 95 este 95, 25, 6, 6, 6, 6...). Matematicianul belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan a conjecturat că orice serie alicotă sfârșește într-unul din următoarele 3 feluri: într-un număr prim, într-un număr perfect, sau într-un set de numere amiabile sau sociabile (cu alte cuvinte, nu există o serie alicotă infinită neperiodică).

Primele 12 numere aspirante cunoscute (secvența A063769 în OEIS): 25, 95, 119, 143, 417, 445, 565, 608, 650, 652, 675, 685.

Notă: Sunt multe numere a căror serie alicotă nu a fost procesată până la sfârșit; astfel, de exemplu, nu se știe dacă numerele 276, 552, 564, 660 ș.a.m.d. sunt sau nu numere aspirante.

Numere automorfe

Definiție: Un număr automorf este numărul natural al cărui pătrat se termină în aceleași cifre ce compun numărul însuși.

Exemple: 5 și 76 sunt astfel de numere pentru că $5^2 = 25$ iar $76^2 = 5776$.

Primele 16 numere automorfe (secvența A003226 în OEIS): 0, 1, 5, 6, 25, 76, 376, 625, 9376, 90625, 109376, 890625, 2890625, 7109376, 12890625, 87109376.

Proprietăți: Dintr-un număr automorf n_k mai mare decât 1 cu un număr de k cifre putem obține un număr automorf n_h cu h cifre, unde $h < 2 \cdot k$, prin formula $n_h = ((2 \cdot n_k^3 - 3 \cdot n_k^2) \bmod 10^{2 \cdot k}) + 1$. Exemplu: $((2 \cdot 25^3 - 3 \cdot 25^2) \bmod 10^4) + 1 = 9376$. Pentru un k dat mai mare decât 1, există cel mult două numere automorfe cu 2 cifre, unul având ultima cifră 5 iar celălalt 6. Unul dintre ele satisface relațiile $n \equiv 0 \pmod{2^k}$

și $n \equiv 1 \pmod{5^k}$ iar celălalt relațiile $n \equiv 1 \pmod{2^k}$ și $n \equiv 0 \pmod{5^k}$. Suma celor două numere este $10^k + 1$. O altă proprietate se vede cu ușurință din împărțirea numerelor automorfe mai mari ca 1 în două subclase (5, 25, 625, 90625, 890625..., respectiv 6, 76, 376, 9376, 109376...): fiecare număr automorf dintr-una din aceste subclase se termină în cifrele ce compun numărul automorfic anterior).

Definiție: Un număr k -automorf este numărul natural n cu proprietatea că numărul $k \cdot n^2$ se termină în aceleași cifre ce compun numărul n .

Exemple: 8 și 88 sunt 2-automorfe pentru că $2 \cdot 8^2 = 128$ și $2 \cdot 88^2 = 15488$.

Notă: Numerele 1-automorfe sunt, evident, cele din definiția numerelor automorfe.

Primele 12 numere 2-automorfe (secvența A030984 în OEIS): 8, 88, 688, 4688, 54688, 554688, 3554688, 93554688, 893554688, 893554688, 40893554688, 40893554688.

Notă: Se mai folosește denumirea de numere trimorfe („*trimorphic numbers*”) pentru numerele naturale n cu proprietatea că ultimele cifre ale lui n^3 sunt cele ce-l compun pe n (un astfel de număr este 49 pentru că $49^3 = 117649$); a nu se confunda aceste numere cu numerele 3-automorfe.

Comentariu: Primele denumite automorfe se regăsesc sub două definiții distincte.

Definiție (1): Un prim automorf este numărul prim p cu proprietatea că p^p se termină în cifrele ce-l compun pe p .

Primele 10 prime automorfe (secvența A052228 în OEIS): 5, 11, 31, 41, 61, 71, 101, 151, 193, 251.

Definiție (2): Un prim automorf este numărul prim p cu proprietatea că p este al n -lea prim și totodată se termină în cifrele ce-l compun pe n .

Primele 10 prime automorfe (secvența A046883 în OEIS): 17, 99551, 4303027, 6440999, 14968819, 95517973, 527737957, 1893230839, 1246492090901, 12426836115943.

Numere belgiene

Definiție: Numerele n ce au proprietatea că, pornind de la numărul k și adunând în ordine și în mod repetat cifrele lui n , în secvența astfel obținută se regăsește numărul n , se numesc numere k -belgiene.

Exemplu: 176 este un număr 0-belgian pentru că $0 + 12 \cdot (1 + 7 + 6) + 1 + 7 = 176$.

Primele 28 numere 0-belgiene (secvența A106039 în OEIS): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 17, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 39.

Proprietăți: Numărul de numere k -belgiene este infinit pentru orice k ; toate numerele ce sunt multiplii sumei cifrelor lor sunt numere 0-belgiene; orice întreg aparține cel puțin unei clase de numere k -belgiene.

Numere Bell

(vezi și Numere Catalan; Numere idempotente; Numere Lah)

Definiție: Numerele naturale ce satisfac următoarea relație de recurență exprimată cu ajutorul coeficienților binomiali: $B_0 = 1$, $B_1 = 1$ iar B_{n+1} este egal cu suma primilor n termeni multiplicați cu $C(n, k)$, unde k ia valori de la 0 la n . Astfel, de exemplu, $B_6 = 1 \cdot C(5, 0) + 1 \cdot C(5, 1) + 2 \cdot C(5, 2) + 5 \cdot C(5, 3) + 15 \cdot C(5, 4) + 52 \cdot C(5, 5) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 15 \cdot 5 + 52 \cdot 1 = 203$.

Primele 16 numere Bell (secvența A000110 în OEIS): 1, 1, 2, 5, 15, 52, 203, 877, 4140, 21147, 115975, 678570, 4213597, 27644437, 190899322, 1382958545.

Notă: Numerele Bell, numite astfel după matematicianul scoțian Eric Temple Bell, au importanță în combinatorică.

Referințe:

(1) *Bell Numbers*, Robert Dickau.

Numere binomiale

(vezi și Numere Cunningham; Numere Fermat; Numere Mersenne, Numere Proth)

Definiție: Numerele de forma $a^n \pm b^n$, unde a , b și n sunt întregi.

Comentariu: Numerele binomiale pot fi scrise în felul următor: $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^2b^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice n , respectiv $a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - a^2b^{n-2} + b^{n-1})$, pentru n impar. Exemple: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$; $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$; $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$; $a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$. După cum se vede, $a^2 - b^2$ și $a^3 - b^3$ se descompun polinomial în doi factori iar $a^4 - b^4$ în 3 factori. Numărul polinoamelor în care se poate descompune $a^n - b^n$ este dat de numărul divizorilor lui n , denumit și $\tau(n)$. Numărul polinoamelor în care se poate descompune $a^n + b^n$ este dat de numărul divizorilor impari ai lui n .

Primele 33 valori ale funcției $\tau(n)$ (secvența A000005 în OEIS): 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5, 2, 6, 2, 6, 4, 4, 2, 8, 3, 4, 4, 6, 2, 8, 2, 6, 4.

Primele 33 valori ale numărului de divizori impari ai lui n (secvența A001227 în OEIS): 1, 1, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 2, 4, 2, 1, 4.

Notă: A nu se confunda numerele binomiale cu coeficienții binomiali, coeficienți ce apar pe lângă termenii din dezvoltarea unui binom ridicat la puterea n ; aceștia din urmă, ce se pot nota $C(n, k)$, au valoarea egală cu $n!/(n - k)!k!$ și sunt întâlniți în teoria numerelor, dar majoritatea aplicațiilor lor sunt în combinatorică.

Numere Blum

Definiție: Numerele semiprime n , cu proprietatea că $n = p \cdot q$, unde p și q sunt prime de forma $4k + 3$.

Primele 20 numere Blum (secvența A016105 în OEIS): 21, 33, 57, 69, 77, 93, 129, 133, 141, 161, 177, 201, 209, 213, 217, 237, 249, 253, 301, 309.

Notă: Aceste numere au fost denumite după matematicianul venezuelean Manuel Blum.

Numere Brier

(vezi și Numere Riesel; Numere Sierpiński)

Definiție: Numerele ce sunt în același timp numere Riesel și numere Sierpiński, cu alte cuvinte, numerele k pentru care $k \cdot 2^n + 1$ și $k \cdot 2^n - 1$ sunt ambele compuse, pentru orice $n > 0$.

Cele mai mici 4 numere Brier cunoscute (secvența A076335 în OEIS):
143665583045350793098657, 1547374756499590486317191.
3127894363368981760543181, 3780564951798029783879299.

Notă: Denumirea acestor numere provine de la Eric Brier, ce a descoperit pentru prima dată un astfel de număr.

Referințe:

(1) *A search for some small Brier numbers*, Yves Gallot.

Numere brilante

(vezi și Numere semiprime)

Definiție: Numere ce sunt produse a două prime având același număr de cifre.

Primele 22 numere brilante (secvența A078972 în OEIS): 4, 6, 9, 10, 14, 15, 21, 25, 35, 49, 121, 143, 169, 187, 209, 221, 247, 253, 289, 299, 319, 323.

Comentariu: Aceste numere sunt denumite astfel de către Peter Wallrodt. Numerele n-brilante sunt produsele a n prime având același număr de cifre.

Notă: Aceste numere au aplicații în criptografie și în testarea performanțelor programelor de descompunere în factori primi.

Referințe:

(1) *Brilliant numbers and a few sequences*, Jason Earls.

Numere Brown

(vezi și Numere Wilson)

Definiție: Perechi de întregi $[m, n]$ între care există relația $n! + 1 = m^2$.

Singurele 3 perechi de numere Brown cunoscute: $[5, 4]$, $[11, 5]$, $[71, 7]$.

Comentariu: Matematicianul ungar Paul Erdős (considerat unul dintre cei mai prolifici matematicieni ai secolului XX, cu peste 1500 de articole publicate), a conjeturat că nu mai există alte perechi de numere Brown în afară de cele 3 arătate. Descoperirea de eventuale alte numere Brown se numește Problema lui Brocard, după meteorologul și matematicianul francez, din secolul XIX, ce a ridicat această problemă, Henri Brocard (independent, la începutul secolului XX, aceeași problemă a ridicat-o și matematicianul indian Srinivasa Ramanujan).

Referințe:

(1) *On the Brocard-Ramanujan diophantine equation*, Bruce C. Berndt și William F. Galway.

Numere Carmichael

(vezi și Numere Chernick; Numere Devaraj, Numere Giuga; Numere Knödel, Pseudoprime Fermat)

Definiție: Numerele compuse n care satisfac relația $a^{(n-1)} \equiv 1 \pmod{n}$ pentru orice întreg a coprime cu n .

Notă: Numerele Carmichael se mai numesc și pseudoprime Fermat absolute; ele sunt singurele numere compuse ce satisfac relația arătată (Mica Teoremă a lui Fermat arată că toate numerele prime n satisfac această relație pentru orice a) pentru orice întreg a (numit bază); numerele compuse ce satisfac această relație pentru un anumit a se numesc pseudoprime Fermat relative de bază a .

Primele 16 numere Carmichael (secvența A002997 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 15841, 29341, 41041, 46657, 52633, 62745, 63973, 75361.

Comentariu: Matematicianul german Alwin Korselt a definit primul numerele Carmichael dar n-a furnizat exemple; primele astfel de numere au fost calculate la începutul secolului XX de către matematicianul american Robert Carmichael. Matematicienii William R. Alford, Andrew Granville și Carl Pomerance au demonstrat în 1994 că clasa numerelor Carmichael este infinită (Paul Erdős conjeturase deja acest lucru).

Criteriul lui Korselt: Un număr întreg pozitiv compus C este număr Carmichael dacă și numai dacă este liber de pătrate iar pentru orice p factor prim al lui C este adevărat că $p - 1$ divide $C - 1$; exemplu: $561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$ este un număr Carmichael deoarece este liber de pătrate iar $2 (= 3 - 1)$, $10 (= 11 - 1)$ și $16 (= 17 - 1)$ divid $560 (= 561 - 1)$.

Proprietăți: Toate numerele Carmichael sunt impare, sunt libere de pătrate și au cel puțin trei factori primi. Toate pseudoprimele Euler absolute sunt totodată și numere Carmichael (nu și reciproc). Clasa numerelor Carmichael este una și aceeași cu clasa numerelor 1-Knödel.

Referințe:

(1) *There are infinitely many Carmichael numbers*, W.R. Alford *et al.*;

(2) *On generalised Carmichael numbers*, Lorenz Halbeisen și Norbert Hungerbühler.

Notă: Potrivit definiției, există deci numere centrate triunghiulare (*secvența A005448 în OEIS*), numere centrate pătratic (*secvența A001844 în OEIS*), numere centrate pentagonale (*secvența A005891 în OEIS*), numere centrate hexagonale (*secvența A003215 în OEIS*) ș.a.m.d.

Formula numărului centrat triunghiular m : $m = 3 \cdot n \cdot (n + 1) / 2 + 1$.

Formula numărului centrat pătratic m : $m = 2 \cdot n \cdot (n + 1) + 1$.

Formula numărului centrat pentagonal m : $m = 5 \cdot n \cdot (n + 1) / 2 + 1$.

Formula numărului centrat hexagonal m : $m = 3 \cdot n \cdot (n + 1) + 1$.

Referințe:

(1) *Hogben's centered polygonal numbers*, Robert Munafo.

Numere Chernick

(vezi și Numere Carmichael; Numere Hardy-Ramanujan; Numere prime; Numere Zeisel)

Definiție: Numere Carmichael de forma $(6 \cdot k + 1) \cdot (12 \cdot k + 1) \cdot (18 \cdot k + 1)$, unde $6 \cdot k + 1$, $12 \cdot k + 1$ și $18 \cdot k + 1$ sunt toate trei prime.

Definiție echivalentă: Numere Carmichael de forma $n \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot (3 \cdot n - 2)$, unde n , $2 \cdot n - 1$ și $3 \cdot n - 2$ sunt toate trei prime.

Primele 10 numere Chernick (secvența A033502 în OEIS): 1729, 294409, 56052361, 118901521, 172947529, 216821881, 228842209, 1299963601, 2301745249, 9624742921.

Comentariu: Jack Chernick a demonstrat în 1939 că, dacă numerele $6 \cdot k + 1$, $12 \cdot k + 1$ și $18 \cdot k + 1$ sunt toate trei prime (pentru un k natural), atunci $(6 \cdot k + 1) \cdot (12 \cdot k + 1) \cdot (18 \cdot k + 1)$ este un număr Carmichael. Primul număr din seria lui Chernick, 1729, este cunoscut ca „numărul Hardy-Ramanujan” și este un număr cu o serie de proprietăți deosebite. Nu se cunoaște dacă există o infinitate de numere Carmichael de forma Chernick, această problemă constituindu-se într-un subcaz al Conjecturii lui Dickson.

Notă: Numerele Chernick sunt un subset al numerelor Carmichael de forma $(30 \cdot n - p) \cdot (60 \cdot n - (2 \cdot p + 1)) \cdot (90 \cdot n - (3 \cdot p + 2))$, unde n este natural iar p , $2 \cdot p + 1$ și $3 \cdot p + 2$ sunt prime (*secvența A182087 în OEIS*); această formulă cuprinde toate numerele Chernick și relevă apartenența lor la două categorii: de forma $(30 \cdot n + 7) \cdot (60 \cdot n + 13) \cdot (90 \cdot n + 19)$ respectiv de forma $(30 \cdot n + 1) \cdot (60 \cdot n + 1) \cdot (90 \cdot n + 1)$.

Proprietăți: Formula lui Chernick de generare a numerelor Carmichael poate fi extinsă la numere cu k (unde $k \geq 3$) factori primi: $C_k = (6 \cdot n + 1) \cdot (12 \cdot n + 1) \cdot P$, unde P este un produs de $k - 2$ numere prime de forma $(9 \cdot 2^m \cdot n + 1)$, unde m ia valori de la 1 la $k - 2$, de asemenea $6 \cdot n + 1$ și $12 \cdot n + 1$ sunt prime, iar n este divizibil cu 2^{k-4} .

Referințe:

(1) *Carmichael numbers of the form $(6m + 1)(12m + 1)(18m + 1)$* , Harvey Dubner;

(2) *A new method for producing large Carmichael numbers*, Harvey Dubner.

Numere ciclice

(vezi și Prime circulare; Prime lungi)

Definiție: Numere întregi cu proprietatea că prin permutări ciclice ale cifrelor se generează multipli succesivi ai numerelor respective.

Exemplu: $n = 142857$ este un astfel de număr pentru că $n \cdot 2 = 285714$; $n \cdot 3 = 428571$; $n \cdot 4 = 571428$; $n \cdot 5 = 714285$ iar $n \cdot 6 = 857142$.

Notă: Definiția cere ca permutările ciclice să fie multiplii succesivi; astfel, deși permutările ciclice ale lui $m = 076923$ sunt numere egale cu $m \cdot 3$, $m \cdot 4$, $m \cdot 9$, $m \cdot 10$ și $m \cdot 12$, acesta nu este considerat număr ciclic, pentru că 3, 4, 9, 10 și 12 nu sunt numere succesive.

Primele 5 numere ciclice (secvența A004042 în OEIS): 142857, 05882352941176470, 0526315789473684210, 04347826086956521739130, 03448275862068965517241379310.

Notă: Dacă numerele cu 0 poziționat în față ar fi scoase din această serie, 142857 ar rămâne singurul număr ciclic.

Comentariu: Numerele ciclice sunt generate de așa numitele prime lungi p (mai numite și „full reptend primes”), unde p are proprietatea că perioada expansiunii decimale a numărului rațional $1/p$ este un număr format din $p - 1$ cifre (de exemplu numărul 7 este un prim lung pentru că $1/7$ este egal cu $0.142857142857\dots$, deci are perioada egală cu 142857, un număr format din 6 cifre, ce este, după cum s-a arătat în exemplul de mai sus, număr ciclic).

Referințe:

(1) *Integer analogs to logarithms based on cyclic numbers*, Kaiser S. Kunz.

Numere ciudate

(vezi și Numere abundente; Numere pseudoperfecte)

Definiție: Un număr se numește ciudat dacă este abundent dar nu este totodată și pseudoperfect.

Primele 16 numere ciudate (secvența A006037 în OEIS): 70, 836, 4030, 5830, 7192, 7912, 9272, 10430, 10570, 10792, 10990, 11410, 11690, 12110, 12530, 12670.

Proprietăți: Există o infinitate de numere ciudate, dar nu se cunoaște niciun astfel de număr impar; dacă ar exista, acesta ar trebui să fie mai mare decât 10^{17} .

Numere colosal abundente

(vezi și Numere extrem compuse superioare)

Definiție: Numere întregi pozitive n pentru care există $k > 0$ astfel încât $\sigma(n)/n^k \geq \sigma(m)/m^k$ pentru orice $m > 1$, unde $\sigma(m)$ și $\sigma(n)$ reprezintă suma divizorilor numerelor m și n .

Primele 28 valori ale funcției divizor $\sigma(n)$ (secvența A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.

Primele 16 numere colosal abundente (secvența A004490 în OEIS): 2, 6, 12, 60, 120, 360, 2520, 5040, 55440, 720720, 1441440, 4324320, 21621600, 367567200, 6983776800.

Comentariu: Aceste numere au fost pentru prima oară studiate de Srinivasa Ramanujan (1915), apoi de Paul Erdős și Leonidas Alaoglu (1944). Ele reprezintă un subset al mulțimii numerelor superabundente.

Proprietăți: Pe baza faptului că raportul dintre două numere colosal abundente consecutive este un număr prim în cazul primilor 10^7 termeni ai acestei mulțimi, s-a prezumat că acest raport este întotdeauna prim (Erdős și Alaoglu au demonstrat că acest raport este întotdeauna ori prim ori produs de două prime distincte); în baza acestei prezumții se poate arăta că există o serie infinită de prime p_1, p_2, \dots (nu distincte) astfel încât al n -lea număr colosal abundent să se poată scrie ca $p_1 * p_2 * \dots * p_n$. Primii 29 termeni ai acestei serii sunt: 2, 3, 2, 5, 2, 3, 7, 2, 11, 13, 2, 3, 5, 17, 19, 23, 2, 29, 31, 7, 3, 37, 41, 43, 2, 47, 53, 59, 5 (secvența A073751 în OEIS).

Referințe:

(1) *On highly composite and similar numbers*, L. Alaoglu și P. Erdős.

Numere columbiene

(vezi Numere Devlali)

Numere compozitoriale

(vezi și Numere factoriale; Numere primoriale)

Notă: Denumirea acestor numere („*compositorial numbers*”) provine de la „*composite numbers*” (numere compuse) precum și de la analogia cu numerele factoriale și numerele primoriale. Denumirea acestor numere a fost sugerată de matematicianul Iago Camboa.

Definiție: Numerele definite ca produsul tuturor numerelor compuse mai mici sau egale cu un număr natural n , sau altfel spus ca raportul dintre produsul tuturor numerelor naturale mai mici sau egale cu n (factorialul lui n) și produsul tuturor numerelor prime mai mici sau egale cu n (primorialul lui n), algebric formulat $n!/n\#$.

Primele 12 numere compozitoriale (secvența A036691 în OEIS): 1, 4, 24, 192, 1728, 17280, 207360, 2903040, 43545600, 696729600, 12541132800, 250822656000.

Definiție: Tot prin analogie cu primele factoriale, primele de forma $n!/n\# + 1$ și $n!/n\# - 1$ au fost denumite prime compozitoriale.

Numere compuse

Definiție: Numere întregi pozitive ce au cel puțin încă un divizor în afară de 1 și de numărul însuși, cu alte cuvinte toate numerele naturale mai mari decât 1 care nu sunt prime (numerele de forma $n = x \cdot y$, unde x și y naturale, $x > 1$, $y > 1$). Mulțimea numerelor naturale mai mari decât 0 se divide astfel în trei submulțimi: numerele prime, numerele compuse și 1 (unitatea) ce este un caz special: nu este nici prim nici compus.

Definiție: Mulțimea numerelor întregi pozitive necompuse („*non-composites*”) cuprinde așadar numerele prime și pe numărul 1.

Primele 26 numere compuse (secvența A002808 în OEIS): 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39.

Proprietăți: Există un număr infinit de numere compuse. După cum a demonstrat Euclid, orice număr compus poate fi descompus într-un mod unic într-un produs de doi sau mai mulți factori primi ridicați la o anumită putere; acest fapt este cunoscut drept Teorema fundamentală a aritmeticii. Toate numerele exprimabile ca suma a două sau mai multe numere impare consecutive sunt compuse. Un număr este prim dacă și numai dacă nu poate fi exprimat ca suma a trei sau mai multe numere întregi consecutive. Matematicianul Karl Prachar a arătat că există multe numere de forma $p - 1$, unde p este prim, ce au mulți factori primi.

Numere concatenate

(vezi și Numere consecutive Smarandache; Numere Kaprekar; Numere Smarandache-Wellin; Prime interioare)

Definiție: Numere obținute prin operația de „concatenare”, ce constă în „alipirea cap-coadă” a cifrelor a două sau mai multe numere; de exemplu din numerele 23 și 5 se obține prin concatenare 235.

Comentariu: Numerele obținute prin concatenarea primelor n numere întregi se numesc numere consecutive Smarandache; de asemenea, numerele obținute prin concatenarea primelor n numere prime se numesc numere Smarandache-Wellin. Alte serii interesante de numere se obțin prin concatenarea primelor n numere impare (secvența A019519 în OEIS), concatenarea primelor n pătrate (secvența A019521 în OEIS) și concatenarea primelor n cuburi (secvența A019522 în OEIS). Toate aceste serii au un comun faptul că sunt extrem de sărace în prime. Multe serii de acest tip au fost studiate de matematicianul american de origine română Florentin Smarandache.

Referințe:

(1) *Smarandache concatenate type sequences*, Helen Marimutha.

Numere Connell

Definiție: Numerele întregi selectate în felul următor: primul număr întreg impar (1), următoarele două numere întregi pare (2, 4), următoarele trei numere întregi impare (5, 7, 9) ș.a.m.d.

Primele 27 numere Connell (secvența A001614 în OEIS): 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 17, 19, 21, 23, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 39, 41, 43, 45, 47.

Proprietăți: Formula generică a acestor numere este următoarea: $C_n = 2*n - f(n)$, unde am notat cu $f(n)$ partea întreagă a numărului $((1 + (8*n - 7)^{(1/2)})/2)$.

Exemplu: Cel de-al zecelea număr Connell este 16 deoarece $C_{10} = 2*10 - f(10)$ iar $f(10)$ este partea întreagă a numărului $((1 + (8*10 - 7)^{(1/2)})/2)$, adică 4.

Notă: Denumirea acestor numere i se datorează lui Ian Connell, cel ce a evidențiat proprietățile acestei serii.

Referințe:

- (1) *On generalizing the Connell sequence*, Douglas E. Iannucci și Donna Mills-Taylor.

Numere congruente

Notă: În aritmetică noțiunea comportă mai multe definiții.

Definiție 1: Numerele întregi m și n se numesc congruente modulo x dacă restul împărțirii lui m la x este egal cu restul împărțirii lui n la x ; se notează $m \equiv n \pmod{x}$.

Definiție 2: Numerele întregi $[x, y, a, b]$ se numesc congruente dacă sunt soluții ale sistemului de ecuații: $x^2 + y = a^2$; $x^2 - y = b^2$. Se poate arăta că y este în acest caz egal cu aria unui triunghi dreptunghic ale cărui laturi au mărimi raționale (ca și contraexemplu, mărimea ipotenuzei unui dreptunghi ce are ambele catete egale cu 1 va fi egală cu rădăcina pătrată a lui 2, un număr irațional). Numerele y ce satisfac aceste ecuații se numesc *congruum* (plural *congrua*); matematicianul italian Leonardo Fibonacci a dovedit încă de la începutul secolului XIII că toate acestea sunt divizibile cu 24.

Primele 20 congrua (secvența A057102 în OEIS): 24, 96, 120, 240, 336, 384, 480, 720, 840, 960, 1320, 1344, 1536, 1920, 1944, 2016, 2184, 2520, 2880, 3360.

Comentariu: Problema găsirii numerelor întregi $[x, y, a, b]$ ce satisfac relațiile arătate a fost generalizată la găsirea numerelor întregi $[x, y, z, a, b]$ ce satisfac sistemul de ecuații: $x^2 + y*z^2 = a^2$; $x^2 - y*z^2 = b^2$. În acest caz numerele $[x, y, z, a, b]$ se numesc congruente, iar $z = 1$ este doar un caz particular.

Numere consecutive

Definiție: Numerele 1, 2, 3, 4 sau 7, 8, 9, 10, 11 sunt consecutive, cu alte cuvinte o mulțime de numere naturale ordonate firesc, fără a „sări” niciun termen. De asemenea se poate vorbi de numere pare (sau impare) consecutive, multipli ai lui n consecutivi (e.g. 9, 12, 15 pentru $n = 3$), pătrate consecutive (e.g. 2^2 , 3^2 , 4^2), pătrate de prime consecutive (e.g. 3^2 , 5^2 , 7^2), cuburi consecutive, prime consecutive ș.a.m.d.

Primele 23 pătrate consecutive (secvența A000290 în OEIS): 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484.

Primele 20 cuburi consecutive (secvența A000578 în OEIS): 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197, 2744, 3375, 4096, 4913, 5832, 6859.

Primele 26 prime consecutive (secvența A000040 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.

Notă: Suma primelor n numere naturale consecutive este egală cu $(n^2)/2 + n/2$. Suma pătratelor primelor n numere naturale consecutive este egală cu $(n^3)/3 + (n^2)/2 + n/6$.

Suma cuburilor primelor n numere naturale consecutive este egală cu $(n^4)/4 + (n^3)/2 + (n^2)/4$.

Proprietăți: Un număr natural se poate scrie ca o sumă de numere naturale consecutive dacă și numai dacă nu este putere a lui 2.

Comentariu: Produsul primelor n numere consecutive este dat de funcția factorial; produsul primelor n numere prime consecutive este dat de funcția primorial; produsul primelor n numere compuse consecutive este dat de funcția compozitorial.

Notă: Una dintre conjecturile consacrate în teoria numerelor, nedemonstrată încă în pofida evidenței sale aparente, este Conjectura lui Legendre, ce statuează că există întotdeauna cel puțin un număr prim între două pătrate consecutive.

Referințe:

- (1) *Sums of consecutive integers*, Wai Yan Pong;
- (2) *More on sums of consecutive numbers*, Philip Maynard și Yingh Zhou;
- (3) *Sums of consecutive numbers modulo n* , Philip Maynard;
- (4) *Primes between consecutive squares and the Lindelöf Hypothesis*, Danilo Bazzanella.

Numere consecutive Smarandache

(vezi și Numere concatenate, Numere Smarandache-Wellin; Prime Smarandache)

Definiție: Numerele obținute prin concatenarea primelor n numere întregi pozitive.

Primele 11 numere consecutive Smarandache (secvența A007908 în OEIS): 1, 12, 123, 1234, 12345, 123456, 1234567, 12345678, 123456789, 12345678910, 1234567891011.

Proprietăți: Clasa numerelor consecutive Smarandache are următoarea proprietate deosebită: până acum nu se cunoaște niciun număr prim în această serie deși s-au verificat primii circa 40 mii de termeni.

Comentariu: Seriile obținute prin concatenarea diverselor clase de numere sunt denumite serii de numere consecutive („*consecutive number sequences*”), iar adesea sunt numite generic serii Smarandache, drept recunoaștere a aportului acestuia în studiul numerelor obținute prin concatenare. O astfel de serie, de exemplu, este cea obținută prin concatenarea primilor n termeni ai seriei Fibonacci (secvența A019523 în OEIS). O altă clasă de astfel de numere este cea denumită „*Reversed Smarandache concatenated numbers*”, definită pentru un n ca și concatenarea tuturor întregilor pozitivi de la 1 la n , în ordine inversă: 1, 21, 321, 4321 ș.a.m.d. (secvența A000422 în OEIS); singurele două prime cunoscute formate astfel sunt cele obținute pentru $n = 82$ (i.e. 828180...4321) și $n = 37765$ (i.e. 3776537764...4321).

Referințe:

- (1) *Sequences of numbers involved in unsolved problems*, Florentin Smarandache;
- (2) *Smarandache sequences of happy numbers*, Shyam Sunder Gupta;
- (3) *Consecutive, reversed, mirror and symmetric Smarandache sequences of triangular numbers*, Delfim F.M. Torres și Viorica Teca.

Numere Conway-Guy

Definiție: Numerele $C(n)$ obținute prin următoarea relație de recurență: $C(n + 1) = 2 \cdot C(n) - C(n - m)$, unde m este partea întreagă a numărului $(2 \cdot n)^{1/2} + 1/2$.

Primele 20 numere Conway-Guy (secvența A005318 în OEIS): 0, 1, 2, 4, 7, 13, 24, 44, 84, 161, 309, 594, 1164, 2284, 4484, 8807, 17305, 34301, 68008, 134852.

Comentariu: Seria se datorează matematicienilor John H. Conway și Richard K. Guy ce au conjeturat că mulțimile de numere întregi obținute prin formula $C(k) - C(k - i)$, unde $1 \leq i \leq k$, au proprietatea că toate submulțimile lor au sume distincte.

Referințe:

- (1) *A sum packing problem of Erdős and the Conway-Guy sequence*, Tom Bohman;
 (2) *A generalization of a subset-sum-distinct sequence*, Jaegug Bae și Sungjin Choi.

Numere coprime

Definiție: Două numere întregi m și n sunt coprime sau relativ prime dacă singurul lor divizor comun este 1, cu alte cuvinte $\text{cmmdc}(m, n) = 1$.

Notă: Coprimalitatea numerelor 0 și 1 cu celelalte numere întregi este subiect de dezbateri (ca tot ceea ce privește natura acestor două numere), dar se consideră îndeobște că orice întreg este coprim cu numărul 1 iar numărul 0 nu este coprim cu niciun întreg.

Comentariu: Un mod de a determina dacă două numere întregi sunt coprime (sau de a calcula cel mai mare divizor comun al lor, în cazul în care nu sunt coprime) este algoritmul lui Euclid. Matematicianul francez din secolul XIX Gabriel Lamé a demonstrat că cel mai mare divizor comun a două numere întregi se află, aplicând algoritmul lui Euclid, în maximum $5 \cdot k$ pași, unde k este numărul cifrelor celui mai mic dintre cele două numere.

Proprietăți: Dacă a și b sunt coprime iar a divide produsul $b \cdot c$, atunci a îl divide pe c . Dacă $a + b$ este prim, atunci a și b sunt coprime. De asemenea, a și b sunt coprime dacă și numai dacă numerele $2^a - 1$ și $2^b - 1$ sunt coprime. Potrivit așa numitei identități a lui Bézout, dacă numerele m și n sunt întregi, cel puțin unul diferit de zero, atunci există numerele întregi a și b astfel încât $a \cdot m + b \cdot n = \text{cmmdc}(m, n)$. Deci, dacă numerele m și n sunt coprime, există numerele întregi a și b astfel încât $a \cdot m + b \cdot n = 1$.

Numere coprimoriale

(vezi și Numere primoriale, Numere totative)

Definiție: Coprimorialul unui număr întreg pozitiv n (uneori numit și n -phi-torial sau phi-torialul lui n , de la indicatorul lui Euler) este egal cu produsul totativelor lui n (un număr totativ al lui n este un număr k , $0 < k < n$, ce este relativ prim cu n).

Valoarea lui n coprimorial pentru primele 16 valori ale lui n (secvența A001783 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 24, 5, 720, 105, 2240, 189, 3628800, 385, 479001600, 19305, 896896, 2027025, 20922789888000.

Definiție: Noncoprimorialul unui număr întreg pozitiv n este egal cu produsul cotoativelor lui n (un număr cotoativ al lui n este un număr k , $0 < k < n$, ce nu este relativ prim cu n).

Valoarea lui n noncoprimorial pentru primele 16 valori ale lui n (secvența A066570 în OEIS): 1, 2, 3, 8, 5, 144, 7, 384, 162, 19200, 11, 1244160, 13, 4515840, 1458000, 10321920.

Notă: Valoarea lui 1 noncoprimorial este prin convenție (sau justificat prin conceptul de „empty product”) egală cu 1.

Numere cotoative

(vezi Numere totative)

Numere cubice

(vezi și Numere Hardy-Ramanujan; Numere pătratice; Numere platoniciene)

Definiție: Numerele cubice, numite și cuburi perfecte, sunt numerele naturale de forma $n^3 = n \cdot n \cdot n$.

Primele 20 numere cubice (secvența A000578 în OEIS): 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197, 2744, 3375, 4096, 4913, 5832, 6859.

Notă: Numerele cubice sunt un subset al numerelor poligonale.

Proprietăți: Suma cuburilor primelor n numere naturale este egală cu $(n^4)/4 + (n^3)/2 + (n^2)/4$. Rădăcina cifrică a unui cub poate avea doar valorile 1, 8 sau 9. Un număr cubic se poate scrie ca diferența a două numere pătratice. Ca și caz particular al Conjecturii lui Waring (demonstrată la începutul secolului XX), se știe că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult 9 numere cubice naturale; matematicianul american Leonard Eugene Dickson a demonstrat că singurele numere naturale ce au nevoie de maximum 9 cuburi (pentru a fi scrise astfel) sunt 23 și 239; matematicianul german Arthur Wieferich a demonstrat că singurele numere naturale ce au nevoie de maximum 8 cuburi sunt 15, 22, 50, 114, 167, 175, 186, 212, 231, 238, 303, 364, 420, 428 și 454, deci orice număr cubic natural suficient de mare se poate scrie ca suma a maximum 7 cuburi (nu se știe dacă acest număr poate fi în continuare redus). Matematicianul britanic Frederick Pollock a conjecturat la mijlocul secolului XIX că orice număr întreg se poate scrie ca suma a maximum 9 numere cubice întregi. De asemenea, se știe că există un număr finit de numere naturale (exact 2788) ce nu pot fi exprimate ca sumă de cuburi distincte (*secvența A001476 în OEIS*). Cele mai mici numere ce pot fi scrise ca suma a două cuburi în n feluri diferite se numesc numere Hardy-Ramanujan (matematicianul indian Ramanujan a observat că numărul 1729 e cel mai mic număr natural ce se poate scrie ca suma a două cuburi în două feluri distincte). Cazul $n = 3$ al celebrei Mari (sau Ultime) Teoreme a lui Fermat (ecuația diofantică $a^n + b^n = c^n$ nu are soluții pentru n mai mare decât 2) a fost demonstrat de Euler (cazul general al teoremei a fost demonstrat de matematicianul Andrew Wiles, în ultimul deceniu al secolului XX).

Definiție: Numerele prime ce sunt egale cu diferența dintre două cuburi succesive, $p = n^3 - (n - 1)^3$, se numesc „*cuban primes*”.

Primele 20 astfel de numere prime (*secvența A002407 în OEIS*): 7, 19, 37, 61, 127, 271, 331, 397, 547, 631, 919, 1657, 1801, 1951, 2269, 2437, 2791, 3169, 3571, 4219.

Numere Cullen

(vezi și Numere Proth; Numere Woodall)

Definiție: Numere naturale de forma $C_n = n \cdot 2^n + 1$.

Primele 17 numere Cullen (*secvența A002064 în OEIS*): 1, 3, 9, 25, 65, 161, 385, 897, 2049, 4609, 10241, 22529, 49153, 106497, 229377, 491521, 1048577.

Definiție: Primele de forma $C_n = n \cdot 2^n + 1$ se numesc prime Cullen (până în prezent se cunosc doar 16 astfel de prime).

Valoarea lui n pentru cele 16 prime Cullen cunoscute (*secvența A005849 în OEIS*): 1, 141, 4713, 5795, 6611, 18496, 32292, 32469, 59656, 90825, 262419, 361275, 481899, 1354828, 6328548, 6679881.

Comentariu: Numerele Cullen au fost pentru prima oară studiate de preotul iezuit irlandez, totodată matematician, James Cullen în 1905 și reprezintă un caz particular al numerelor Proth. Cullen a observat că în afara primului număr de acest fel, $C_1 = 3$, 98 din următoarele 99 numere sunt compuse (nu s-a putut pronunța asupra statutului lui C_{53} dovedit ulterior compus). Matematicianul britanic Allan Joseph Champneys Cunningham a arătat că din primele 200 numere de acest fel doar C_3 e prim și nu s-a putut pronunța asupra statutului lui C_{141} (dovedit, după câteva decenii, ca fiind prim). Numerele Cullen au fost studiate și de Christopher Hooley care a arătat că majoritatea numerelor Cullen sunt compuse (densitatea primelor printre acestea este foarte redusă și tinde spre zero proporțional cu ordinul de mărime a lui n ; totuși se presupune – nu s-a demonstrat deocamdată – că numărul acestora este infinit). Demonstrația lui Hooley (din 1976) a fost apoi extinsă și asupra numerelor Woodall, și acestea fiind, deci, în marea lor majoritate, compuse. Proiectul PrimeGrid conduce o căutare a numerelor

prime Cullen; la data de 25 iulie 2009 s-a dat publicității cel mai mare prim Cullen descoperit până în prezent, și anume $6679881 \cdot 2^{6679881} + 1$, un megaprim cu peste 2 milioane de cifre.

Proprietăți: Numerele Cullen sunt divizibile cu $p = 2 \cdot n - 1$ dacă p este prim de forma $8 \cdot k \pm 3$. Numerele Cullen sunt divizibile cu $p = (2 \cdot n - 1)/3$ dacă p este prim de forma $8 \cdot k \pm 1$. Dacă p este prim impar, atunci C_{p-1} și C_{p-2} sunt divizibile cu p .

Notă: Un alt lucru care nu se cunoaște despre numerele Cullen este dacă n și C_n pot fi simultan prime (nu este cazul, deci, al celor 16 prime Cullen cunoscute).

Definiție: Numerele naturale de forma $n \cdot b^n + 1$, unde $n > b - 2$, se numesc numere Cullen generalizate (iar primele de acest fel prime Cullen generalizate).

Notă: Numerele Woodall (numerele de felul $n \cdot 2^n - 1$) se numesc uneori numere Cullen de tipul doi.

Referințe:

(1) *Divisibility of Cullen numbers*, James Cullen;

(2) *Cullen numbers with the Lehmer property*, José María Grau Ribas și Florian Luca.

Numere Cunningham

(vezi și Numere binomiale; Numere Fermat; Numere Mersenne)

Definiție: Un număr întreg se numește număr Cunningham dacă este de forma $b^n \pm 1$, unde b și n sunt întregi iar b nu este puterea unui număr întreg.

Notă: Aceste numere sunt denumite astfel după matematicianul britanic Allan J.C. Cunningham. Tot după acest matematician este denumit și „Proiectul Cunningham” („*Cunningham project*”) ce se ocupă cu descompunerea în factori a numerelor de forma $b^n \pm 1$, pentru $b = 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12$. Cunningham a publicat în anii ‘20 ai secolului XX, împreună cu Herbert J. Woodall, o carte cu tabele despre primalitatea și factorizarea acestui tip de numere, tabele la a căror completare se lucrează în continuare.

Comentariu: Clasele de numere Fermat și Mersenne sunt subclase ale clasei de numere Cunningham. Primele de forma $b^n \pm 1$ sunt foarte rare; se cunosc doar 5 prime Fermat, numere de forma $2^{(2^m)} + 1$ și 47 de prime Mersenne, numere de forma $2^n - 1$.

Notă: Este necesar (dar nu și suficient), pentru ca un număr de forma $2^n + 1$ să fie prim, ca n să fie de forma $n = 2^m$.

Numere deficiente

(vezi Numere abundente; Numere perfecte)

Definiție: Un număr se numește deficient dacă este mai mare decât suma alicotă a divizorilor săi (respectiv abundent dacă este mai mic decât aceasta sau perfect dacă este egală cu aceasta), cu alte cuvinte $2 \cdot n > \sigma(n)$.

Sumele alicote ale primilor 28 întregi pozitivi (secvența A001065 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 1, 6, 1, 7, 4, 8, 1, 16, 1, 10, 9, 15, 1, 21, 1, 22, 11, 14, 1, 36, 6, 16, 13, 28.

Primele 25 numere deficiente (secvența A005100 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 31.

Proprietăți: Numerele prime, puterile numeror prime precum și orice divizor al unui număr deficient sau perfect sunt toate numere deficiente.

Referințe:

(1) *Long gaps between deficient numbers*, Paul Pollack.

Numere Delannoy

(vezi și Numere Catalan; Numere Motzkin; Numere Narayana)

Definiție: Numere exprimate prin coeficienți binomiali ca suma de la $k = 0$ la $k = n$ a produselor $C(n, k) \cdot C(n + k, k)$, prin recurență ca $D_n = (3 \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot D_{n-1} - (n - 1) \cdot D_{n-2}) / n$ iar prin funcția generatoare ca $f(x) = 1 / ((1 - 6 \cdot x + x^2)^{1/2})$.

Notă: Aceste numere, denumite după matematicianul francez Henri Auguste Delannoy, au importanță în combinatorică.

Referințe:

(1) *Why Delannoy numbers?*, Cyril Banderier și Sylviane Schwer.

Numere Demlo

(vezi și Numere palindromice; Numere repunit)

Definiție: Formula generică a unui număr Demlo este $D_n = (10^n - 1) / 9^2$.

Primele 10 numere Demlo (secvența A002477 în OEIS): 1, 121, 12321, 1234321, 123454321, 12345654321, 1234567654321, 123456787654321, 12345678987654321, 1234567900987654321.

Notă: Aceste numere sunt denumite astfel de către matematicianul indian D.R. Kaprekar, căruia i se datorează mai multe descoperiri în teoria numerelor; acesta le-a denumit astfel după numele unei gări din apropiere de Bombay, unde i-a venit ideea să le studieze, observând la întâmplare numere de pe vagoane, tramvaie etc.

Proprietăți: Numerele Demlo sunt pătratele numerelor repunit (11, 111, 1111...). Primele 9 numere Demlo sunt numere palindromice.

Notă: Aceste numere sunt denumite îndeobște numere Demlo, în realitate însă această denumire nu aparține lui Kaprekar, acesta numindu-le „*wonderful Demlo numbers*” și considerându-le un subset al unei serii mai largi de numere, conținând și alte tipuri de numere Demlo, mai puțin analizate în teoria numerelor. De asemenea, secvența originală a lui Kaprekar conținea doar primii termeni 9 ai seriei, cei palindromici.

Referințe:

(1) *Observations on the Demlo numbers*, Jason Earls.

Numere Devaraj

(vezi Numere Carmichael)

Definiție: Numerele naturale libere de pătrate cu cel puțin doi factori primi $N = P_1 \cdot P_2 \cdot \dots \cdot P_k$, având proprietatea că produsul $(P_1 - 1) \cdot (P_2 - 1) \cdot \dots \cdot (P_k - 1)$ divide $\text{cmmdc}(P_1 - 1, P_2 - 1, \dots, P_k - 1)^2 \cdot (N - 1)^{(k-2)}$.

Exemplu: Numărul $561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$ este un număr Devaraj pentru că numărul $2 \cdot 10 \cdot 16 = 320$ divide numărul $2^2 \cdot 560^1 = 2240$.

Primele 16 numere Devaraj (secvența A104016 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 11305, 15841, 29341, 39865, 41041, 46657, 52633, 62745.

Comentariu: Matematicianul amator A.K. Devaraj a conjecturat că această clasă de numere este identică cu cea a numerelor Carmichael; într-adevăr, s-a demonstrat că fiecare număr Carmichael este de asemenea un număr Devaraj, dar și că reciproca nu este adevărată.

Primele 16 numere Devaraj ce nu sunt și numere Carmichael (secvența A104017 în OEIS): 11305, 39865, 96985, 401401, 464185, 786961, 1106785, 1296505, 1719601, 1993537, 2242513, 2615977, 2649361.

Numere Devlali

Definiție: Numerele Devlali, uneori denumite și „*Colombian numbers*” sau „*self numbers*”, sunt numerele ce nu pot fi scrise ca $n + S(n)$, unde n este întreg iar $S(n)$ este suma cifrelor lui n .

Exemplu: Numărul 15 nu este un astfel de număr deoarece poate fi scris ca $15 + (1 + 5)$.

Primele 23 numere Devlali (secvența A003052 în OEIS): 1, 3, 5, 7, 9, 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97, 108, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198.

Notă: Aceste numere sunt definite de către matematicianul indian D.R. Kaprekar, căruia i se datorează descoperirea mai multor clase de numere; acesta s-a născut în orașul numit Devlali (sau Deolali).

Comentariu: Clasa numerelor Devlali este infinită. O formulă de recurență ce generează numere Devlali este următoarea: $D_k = 8 \cdot 10^{k-1} + D_{k-1} + 8$, unde $C_1 = 9$.

Definiție: Numerele Devlali ce sunt totodată și prime se numesc prime Devlali sau prime columbiene.

Primele 23 prime Devlali (secvența A006378 în OEIS): 3, 5, 7, 31, 53, 97, 211, 233, 277, 367, 389, 457, 479, 547, 569, 613, 659, 727, 839, 883, 929, 1021, 1087.

Comentariu: În 2006, matematicianul britanic Luke Pebody a descoperit cel mai mare prim Devlali (ce este totodată și prim Mersenne) și anume numărul $2^{24036583} - 1$.

Referințe:

(1) *On k-self-numbers and universal generated numbers*, Tianxin Cai.

Numere dublu Mersenne

(vezi și Numere Mersenne; Numere Catalan-Mersenne)

Definiție: Numere naturale de forma $2^{2^p - 1} - 1$, unde $2^p - 1$ este număr Mersenne.

Primele 4 numere dublu Mersenne (secvența A077586 în OEIS): 7, 127, 2147483647, 170141183460469231731687303715884105727.

Notă: Primele 4 numere dublu Mersenne sunt prime (următoarele 4 nu sunt prime).

Definiție: Primele de forma $2^{(2^p - 1)} - 1$, unde $2^p - 1$ este număr Mersenne, se numesc prime dublu Mersenne.

Comentariu: Numerele dublu Mersenne $2^{(2^p - 1)} - 1$ pot fi prime doar dacă $2^p - 1$ este prim (similar numerelor Mersenne simple unde $2^p - 1$ este prim doar dacă $p - 1$ este prim).

Notă: În afara primelor 8 numere dublu Mersenne (având exponenții $p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19$ și 31), nu sunt date despre primalitatea celorlalte, deja următorul număr, având exponentul $p = 61$, fiind prea mare pentru a fi factorizat).

Numere echidigitale

(vezi Numere risipitoare)

Numere egiptene

Definiție: Se numesc numere egiptene numerele ce se pot scrie ca suma numitorilor unor fracții având numărătorul egal cu 1, fracții a căror sumă este un număr întreg pozitiv.

Exemplu: Numărul 11 este un număr egiptean pentru că se poate scrie ca $2 + 3 + 6$ iar $1/2 + 1/3 + 1/6 = 1$, un număr întreg pozitiv.

Cele 13 numere ce nu sunt numere egiptene (secvența A028229 în OEIS): 2, 3, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 19, 21, 23.

Definiție: Dacă în plus numitorii sunt distincți, atunci numerele se numesc „numere strict egiptene” („*strictly egyptian numbers*”).

Exemplu: Numărul 4 este un număr egiptean dar nu este un număr strict egiptean pentru că, deși se poate scrie ca $2 + 2$ iar $1/2 + 1/2 = 1$, un număr întreg pozitiv, numitorii nu sunt distincți.

Cele 47 numere ce nu sunt numere strict egiptene (secvența A051882 în OEIS): 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 35, 36, 39, 40, 41, 42, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 56, 58, 63, 68, 70, 72, 77.

Comentariu: Matematicianul american Ronald Lewis Graham a demonstrat că orice număr mai mare sau egal cu 78 este strict egiptean.

Notă: Denumirea acestor numere provine de la „papirusul Rhind”, manuscris egiptean descoperit de Henry Rhind în secolul XIX ce conține o listă de reprezentări a numerelor ca sume de fracții având numărătorul egal cu 1 (aceste sume se numesc „fracții egiptene”).

Numere EPRN

Notă: Denumirea reprezintă o abreviere a sintagmei „*Equal Product of Reversible Numbers*”; uneori aceste numere sunt denumite și EPORNS.

Definiție: Numere ce pot fi exprimate ca produsul dintre un număr și reversul său în cel puțin două feluri distincte.

Exemple: $2520 = 120 \cdot 021 = 210 \cdot 012$.

Primele 15 EPORNS (secvența A066531 în OEIS): 2520, 4030, 5740, 7360, 7650, 9760, 10080, 12070, 13000, 14580, 14620, 16120, 17290, 18550, 19440.

Comentariu: Aceste numere sunt definite de matematicianul indian Shyam Sunder Gupta.

Proprietăți: Rădăcina cifrică a unui EPRN (rădăcina cifrică a unui număr este operația iterativă de adunare a cifrelor unui număr până se ajunge la o unică cifră; de exemplu rădăcina cifrică a lui 38 este 2 deoarece $3 + 8 = 11$ iar $1 + 1 = 2$) este întotdeauna 1, 4, 7 sau 9.

Referințe:

(1) EPORNS, Shyam Sunder Gupta.

Numere Erdős-Woods

Definiție: Numerele ce exprimă mărimea unei mulțimi de numere întregi consecutive cu proprietatea că fiecare element al mulțimii are cel puțin un factor în comun (nu este coprim) cu primul și ultimul termen al mulțimii; „mărimea mulțimii” semnifică numărul tuturor termenilor mulțimii, incluzând-l pe primul și pe ultimul, minus 1.

Primele 23 numere Erdős-Woods (secvența A059756 în OEIS): 16, 22, 34, 36, 46, 56, 64, 66, 70, 76, 78, 86, 88, 92, 94, 96, 100, 106, 112, 116, 118, 120, 124.

Comentariu: Aceste numere au fost studiate pentru prima oară de matematicianul Paul Erdős. Matematicianul Alan. R. Woods a conjecturat că, oricare ar fi $k > 1$, intervalul $[n, n + k]$ va cuprinde întotdeauna un număr coprim deopotrivă cu n și $n + k$; același matematician a găsit și primul contraexemplu, și anume intervalul $[2184, 2200]$, de lungime $k = 16$.

Proprietăți: S-a demonstrat că mulțimea numerelor Erdős-Woods este infinită.

Referințe:

(1) *From the computation of Erdős-Woods numbers to the quadratic Goldbach conjecture*, N. Lygeros.

Numere Euclid

(vezi și Numere Euclid-Mullin)

Definiție: Numerele naturale de forma $p_n\# + 1$, unde $p_n\#$ este produsul primelor n numere prime.

Primele 13 numere Euclid (secvența A006862 în OEIS): 2, 3, 7, 31, 211, 2311, 30031, 510511, 9699691, 223092871, 6469693231, 200560490131, 7420738134811.

Proprietăți: Un număr Euclid nu poate fi niciodată pătrat perfect pentru că este întotdeauna congruent cu 3 mod 4.

Definiție: Numerele Euclid ce sunt totodată și prime se numesc prime Euclid.

Primele 7 prime Euclid (secvența A018239 în OEIS): 2, 3, 7, 31, 211, 2311, 200560490131.

Notă: Numerele naturale de forma $p_n \# \pm 1$ se mai numesc prime primoriale.

Comentariu: Nu se știe dacă există sau nu o infinitate de prime Euclid.

Numere Euclid-Mullin

(vezi și Numere Euclid)

Definiție: Numerele naturale M_k obținute prin următoarea relație de recurență: $M_1 = 2$ iar M_n este cel mai mic factor prim al sumei $(P + 1)$, unde P este produsul tuturor termenilor anteriori lui M_n (cu alte cuvinte P este produsul de la $k = 1$ la $k = n - 1$ al numerelor M_k).

Exemplu: cel mai mic factor prim al sumei $(2 \cdot 3 \cdot 7 + 1) = 43$ este 43; al sumei $(2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 43 + 1) = 13 \cdot 139$ este 13 ș.a.m.d.

Primele 18 numere Euclid-Mullin (secvența A000945 în OEIS): 2, 3, 7, 43, 13, 53, 5, 6221671, 38709183810571, 139, 2801, 11, 17, 5471, 52662739, 23003, 30693651606209, 37.

Notă: Până în septembrie 2012 s-au calculat 51 de termeni ai acestei serii; găsirea următorului termen necesită calculul celui mai mic factor prim al unui număr cu cca 300 cifre.

Comentariu: Matematicianul Albert A. Mullin și-a pus întrebarea (la care nu s-a dat încă un răspuns) dacă această serie infinită conține toate numerele prime. Ceea ce s-a demonstrat însă (demonstrația se bazează pe demonstrația lui Euclid asupra faptului că există o infinitate de numere prime, de unde și denumirea acestei clase de numere) este că niciun termen al seriei nu se repetă.

Notă: O altă serie cunoscută sub numele Euclid-Mullin este cea obținută prin aceeași formulă dar luând cel mai mare factor prim în locul celui mai mic factor prim.

Primele 9 numere din cea de-a doua serie Euclid-Mullin (secvența A000945 în OEIS): 2, 3, 7, 43, 139, 50207, 340999, 2365347734339, 4680225641471129.

Comentariu: O serie înrudită cu seriile Euclid-Mullin este așa numita serie Sylvester, denumită după matematicianul englez, din secolul XIX, James Joseph Sylvester, definită prin recurență astfel: fiecare termen este produsul celor anteriori plus 1.

Primele 8 numere din seria Sylvester (secvența A000058 în OEIS): 2, 3, 7, 43, 1807, 3263443, 10650056950807, 113423713055421844361000443.

Referințe:

(1) *Euclid-Mullin sequence*, John Smith;

(2) *A prime occurs in the Euclid-Mullin sequence no more than once*, John Smith.

Numere excesive

(vezi Numere abundente)

Numere exponențial perfecte

(vezi Numere perfecte; Numere multiperfecte)

Definiție: Numere n cu proprietatea că $\sigma_e(n) = 2 \cdot n$, unde $\sigma_e(n)$ este suma divizorilor exponențiali ai lui n .

Notă: Abrevierea pentru un număr exponențial perfect este „*e-perfect number*”.

Definiție: Un număr d este divizor exponențial al lui n dacă $n = p_1^{a_1} \cdot \dots \cdot p_n^{a_n}$ este divizibil cu $d = p_1^{b_1} \cdot \dots \cdot p_n^{b_n}$ și în plus a_r este divizibil cu b_r pentru orice r natural,

$1 \leq r \leq n$. De exemplu, divizorii exponențiali ai lui 36 sunt $6 = 2 \cdot 3$, $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$ și $36 = 2^2 \cdot 3^2$.

Notă: Abrevierea pentru un divizor exponențial este „*e-divisor of a number*”.

Primele 18 numere exponențial perfecte (secvența A054979 în OEIS): 36, 180, 252, 396, 468, 612, 684, 828, 1044, 1116, 1260, 1332, 1476, 1548, 1692, 1800, 1908, 1980.

Proprietăți: Nu există numere exponențial perfecte impare.

Definiție: Un număr exponențial perfect este non-primitiv dacă este obținut dintr-un alt număr exponențial perfect (numit primitiv), prin multiplicarea acestuia cu un număr natural liber de pătrate și relativ prim cu acesta – se observă cu ușurință că, pentru m liber de pătrate, $\sigma_e(m) = m$ iar $m \cdot n$, unde n este exponențial perfect și coprim cu m , va fi de asemenea exponențial perfect.

Primele 9 numere exponențial perfecte primitive (secvența A054980 în OEIS): 36, 1800, 2700, 17424, 1306800, 4769856, 238492800, 357739200, 54531590400.

Notă: Al zecelea termen al seriei este un număr mai mare decât 10^{15} .

Definiție: Un număr n se numește exponențial multiperfect de ordin k („*k e-multiperfect number*”) dacă $\sigma_e(n) = k \cdot n$.

Numere extravagante

(vezi Numere risipitoare)

Numere extrem abundente

(vezi și Numere abundente; Numere superabundente; Numere puternice; Numere factoriale)

Definiție: Numere naturale cu proprietatea că suma divizorilor lor e mai mare decât suma divizorilor oricărui alt număr natural mai mic: n este extrem abundent dacă $\sigma(m) < \sigma(n)$ pentru orice $m < n$.

Primele 26 numere extrem abundente (secvența A002093 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 36, 42, 48, 60, 72, 84, 90, 96, 108, 120, 144, 168, 180.

Comentariu: Aceste numere au fost studiate de matematicianul indian S.S. Pillai, matematicianul ungar Paul Erdos și matematicianul canadian de origine greacă Leonidas Alaoglu; ultimii doi dintre aceștia au demonstrat că 7200 este cel mai mare număr extrem abundent care e totodată număr puternic și de asemenea cel mai mare număr extrem abundent a cărui sumă a divizorilor este un număr impar; tot cei doi matematicieni au demonstrat că toate numerele superabundente sunt extrem abundente și au conjeturat (fapt demonstrat ulterior) că există o infinitate de numere extrem abundente ce nu sunt superabundente.

Alte proprietăți: Primele 8 numere factoriale (și multe altele) sunt extrem abundente. În ciuda terminologiei, nu toate numerele extrem abundente sunt numere abundente!

Numere extrem compuse

(vezi și Numere extrem totiente; Numere superabundente; Numere practice; Numere Harshad)

Definiție: Numerele întregi pozitive cu mai mulți divizori decât orice alt întreg mai mic.

Primele 22 numere extrem compuse (secvența A002182 în OEIS): 1, 2, 4, 6, 12, 24, 36, 48, 60, 120, 180, 240, 360, 720, 840, 1260, 1680, 2520, 5040, 7560, 10080, 15120.

Comentariu: Toate aceste numere mai mari decât 6 sunt abundente. Mulțimea numerelor extrem compuse are 449 de termeni comuni cu mulțimea numerelor superabundente, cel mai mare dintre acestea fiind un număr format din 154 de cifre (al 1023-lea număr superabundent și totodată al 2567-lea număr extrem compus). Cele

două clase de numere au fost studiate de Srinivasa Ramanujan, Paul Erdős, Leonidas Alaoglu.

Proprietăți: Singurul număr impar extrem compus este 1. Există o infinitate de numere extrem compuse. Toate numerele extrem compuse mai mari decât 1680 sunt divizibile cu 9. Toate numerele extrem compuse pot fi scrise ca produse de numere primoriale. Toate numerele extrem compuse sunt numere practice și majoritatea sunt numere Harshad (cel mai mic astfel de număr ce nu este și număr Harshad este 245044800).

Referințe:

- (1) *On highly composite and similar numbers*, L. Alaoglu și P. Erdős;
- (2) *On highly composite numbers*, P. Erdős.

Numere extrem compuse superioare

(vezi și Numere extrem compuse; Numere colosal abundente)

Definiție: Numere întregi pozitive n pentru care există $k > 0$ astfel încât $d(n)/n^k \geq d(m)/m^k$ pentru orice $m > 0$, unde $d(m)$ și $d(n)$ reprezintă numărul divizorilor numerelor n și m .

Notă: Numărul divizorilor lui n se mai notează $\tau(n)$.

Primele 33 valori ale funcției $\tau(n)$ (secvența A000005 în OEIS): 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5, 2, 6, 2, 6, 4, 4, 2, 8, 3, 4, 4, 6, 2, 8, 2, 6, 4.

Primele 16 numere extrem compuse superioare (secvența A002201 în OEIS): 2, 6, 12, 60, 120, 360, 2520, 5040, 55440, 720720, 1441440, 4324320, 21621600, 367567200, 6983776800, 13967553600.

Proprietăți: Aceste numere reprezintă un subset infinit al mulțimii numerelor extrem compuse. Primii 15 termeni ai mulțimii numerelor extrem compuse superioare coincid cu cei ai mulțimii numerelor colosal abundente. Pentru un anumit k , $d(n)/n^k$ are o valoare maximă (o limită). Folosind proprietatea (demonstrată de Ramanujan) că raportul dintre două numere extrem compuse superioare consecutive este un număr prim, s-a arătat că există o serie infinită de prime p_1, p_2, \dots (nu distincte) astfel încât al n -lea număr extrem compus superior să se poată scrie ca $p_1 * p_2 * \dots * p_n$. Primii 29 termeni ai acestei serii sunt: 2, 3, 2, 5, 2, 3, 7, 2, 11, 13, 2, 3, 5, 17, 19, 2, 23, 7, 29, 3, 31, 2, 37, 41, 43, 47, 5, 53, 59 (secvența A000705 în OEIS).

Referințe:

- (1) *Highly composite numbers*, Achim Flammenkamp.

Numere extrem cototiente

(vezi și Numere extrem totiente; Numere totative)

Definiție: Numere întregi k ce au mai multe soluții la ecuația $x - \varphi(n) = k$ decât orice alt întreg mai mic, unde $\varphi(n)$ este indicatorul lui Euler al lui n (funcția totient).

Primele 27 valori ale funcției totient $\varphi(n)$ (secvența A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18.

Primele 21 numere extrem cototiente (secvența A100827 în OEIS): 2, 4, 8, 23, 35, 47, 59, 63, 83, 89, 113, 119, 167, 209, 269, 299, 329, 389, 419, 509, 629.

Proprietăți: Toate numerele extrem cototiente mai mari decât 167 sunt congruente cu 9 modulo 10. Există o infinitate de soluții la ecuația $x - \varphi(n) = 1$. Deoarece majoritatea soluțiilor ecuației $x - \varphi(n) = k$ sunt semiprime $p * q$, unde $p + q = k + 1$, multe dintre numerele egale cu un număr extrem cototient plus 1 (e.g. 48, 60, 84, 90, 168, 210, 300, 330, 390, 420, 510, 630 ș.a.m.d.) au proprietatea de a fi numerele pare ce pot fi scrise în mai multe moduri ca suma a două prime impare decât orice număr par mai mic (secvența A082917 în OEIS).

Numere extrem totiente

(vezi și Numere nontotiente; Numere perfect totiente; Numere slab totiente; Numere extrem compuse; Numere extrem cototiente)

Definiție: Numere întregi k ce au mai multe soluții la ecuația $\varphi(n) = k$ decât orice alt întreg mai mic, unde $\varphi(n)$ este indicatorul lui Euler al lui n (funcția totient).

Primele 27 valori ale funcției totient $\varphi(n)$ (secvența A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18.

Primele 21 numere extrem totiente (secvența A097942 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 12, 24, 48, 72, 144, 240, 432, 480, 576, 720, 1152, 1440, 2880, 4320, 5760, 8640, 11520.

Comentariu: Singurul număr impar extrem totient este 1. Există o infinitate de numere extrem totiente.

Numere factoriale

(vezi și Numere multifactoriale; Numere subfactoriale; Numere triunghiulare; Numere Stirling)

Definiție: Numerele întregi pozitive notate „ $n!$ ” cu proprietatea că $n!$ este egal cu produsul tuturor întregilor pozitivi $\leq n$ ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$). Prin convenție (sau justificat prin conceptul de „empty product”), $0! = 1$.

Notă: Funcția factorial definește în combinatorică numărul de permutări a elementelor unei mulțimi.

Primele 15 numere factoriale (secvența 000142 în OEIS): 1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, 39916800, 479001600, 6227020800, 87178291200.

Comentariu: Funcția factorial este cunoscută în India din secolul XII și studiată în Europa la sfârșitul secolului XVIII de către matematicianul francez Christian Kramp; ea a mai fost studiată în aproximativ aceeași perioadă și independent de cercetările matematicianului francez de matematicianul scoțian James Stirling și francezul (matematician, chimist și muzician) Alexandre Théophile Vandermonde.

Definiție: Numerele prime de forma $n! \pm 1$ se numesc prime factoriale.

Primele 22 prime de forma $n! - 1$ (secvența A002982 în OEIS): 3, 4, 6, 7, 12, 14, 30, 32, 33, 38, 94, 166, 324, 379, 469, 546, 974, 1963, 3507, 3610, 6917, 21480.

Primele 22 prime de forma $n! + 1$ (secvența A002981 în OEIS): 0, 1, 2, 3, 11, 27, 37, 41, 73, 77, 116, 154, 320, 340, 399, 427, 872, 1477, 6380, 26951, 110059, 150209.

Notă: Dacă numărul $n + 1$ este prim, atunci $n + 1$ divide pe $n! + 1$, potrivit Teoremei lui Wilson.

Comentariu: Programele *PrimeGrid*, *Open PFGW* ș.a. conduc o căutare a primelor factoriale. Cel mai mare prim cunoscut de forma $n! - 1$ este $103040! - 1$ (un număr cu peste 450000 cifre) iar cel mai mare prim cunoscut de forma $n! + 1$ este $150209! + 1$ (un număr cu peste 700000 cifre).

Numere fericite

Definiție: Numerele întregi pozitive cu proprietatea că, prin însumarea iterativă a pătratelor cifrelor lor, se ajunge în cele din urmă la numărul 1, se numesc numere fericite. Numerele ce nu au această proprietate se numesc numere nefericite.

Exemplu: Numărul 7 este un număr fericit pentru că $7^2 = 49$, $4^2 + 9^2 = 97$, $9^2 + 7^2 = 130$, $1^2 + 3^2 + 0^2 = 10$, $1^2 + 0^2 = 1$.

Primele 23 numere fericite (secvența A007770 în OEIS): 1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100, 103, 109, 129.

Numărul de iterații necesare primelor 25 numere fericite să ajungă la numărul 1 (secvența A090425 în OEIS): 1, 6, 2, 3, 5, 4, 4, 3, 4, 5, 5, 3, 6, 4, 4, 3, 5, 5, 4, 2, 3, 5, 4.

Comentariu: Supunând orice număr întreg acestei operații, în cele din urmă se va ajunge doar la unul dintre următoarele numere posibile: 0, 1, 4, 16, 20, 37, 42, 58, 89 sau 145.

Exemplu: Pornind de la numărul nefericit 17 obținem $1^2 + 7^2 = 50$, $5^2 + 0^2 = 25$, $2^2 + 5^2 = 29$, $2^2 + 9^2 = 85$, $8^2 + 5^2 = 89$, $8^2 + 9^2 = 145$, $1^2 + 4^2 + 5^2 = 42$, $4^2 + 2^2 = 20$, $2^2 + 0^2 = 4$, $4^2 = 16$, $1^2 + 6^2 = 37$, $3^2 + 7^2 = 58$. Continuând operația se vede că „bucă” formată din valorile [89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58] se va repeta la nesfârșit.

Definiție: Numerele fericite ce sunt totodată și prime se numesc prime fericite.

Primele 23 numere prime fericite (secvența A035497 în OEIS): 7, 13, 19, 23, 31, 79, 97, 103, 109, 139, 167, 193, 239, 263, 293, 313, 331, 367, 379, 383, 397, 409, 487.

Proprietăți: În mod evident, orice număr obținut pe traiectoria unui număr fericit (nefericit) este un număr fericit (nefericit); de asemenea, prin orice permutare a cifrelor unui număr fericit (nefericit) se obține un număr fericit (nefericit).

Referințe:

- (1) *Smarandache sequence of happy numbers*, Shyam Sunder Gupta;
- (2) *On the density of happy numbers*, Justin Gilmer.

Numere Fermat

(vezi și Numere Cunningham; Numere Proth; Prime lungi; Prime Pierpont)

Notă: Denumirea acestor numere se datorează avocatului și matematicianului francez din secolul XVII Pierre de Fermat, binecunoscut datorită extrem de mult mediatizatei teoreme (cunoscută drept Marea sau Ultima Teoremă a lui Fermat), demonstrată abia la sfârșitul secolului XX, potrivit căreia nu există n mai mare decât 2 pentru care ecuația diofantică $x^n + y^n = z^n$ să aibă soluții (teoremă fără legătură cu numerele definite în continuare, deși tripletele de întregi pozitivi $[x, y, z]$ ce sunt soluții ale ecuației $x^2 + y^2 = z^2$, caz particular al teoremei arătate, numite îndeobște triplete pitagoreice, sunt uneori numite și triplete de numere Fermat).

Definiție: Numerele F_n definite prin formula $F_n = 2^{(2^n)} + 1$, unde n este întreg nonnegativ.

Primele 7 numere Fermat (secvența A000215 în OEIS): 3, 5, 17, 257, 65537, 4294967297, 18446744073709551617.

Proprietăți: Între doi termeni consecutivi ai seriei de numere Fermat există următoarea relație: $F_n = (F_{n-1} - 1)^2 + 1$, ce se poate demonstra prin inducție; tot prin inducție se poate demonstra Teorema lui Goldbach (a nu se confunda cu Conjectura lui Goldbach, nedemonstrată, ce stipulează că orice număr par se poate scrie ca suma a două numere prime), potrivit căreia nicio pereche de numere Fermat nu are niciun factor comun.

Definiție: Un prim Fermat este un număr Fermat ce este totodată și prim.

Proprietăți: Un număr de forma $2^k + 1$ poate fi prim doar dacă k este de forma 2^n , cu alte cuvinte dacă este un număr Fermat.

Comentariu: Fermat a conjecturat (fals) că orice număr de forma $2^{(2^n)} + 1$ este prim; Euler a arătat că al 6-lea termen al seriei, F_5 , este compus. Toate numerele Fermat cunoscute în afara primelor 5 sunt, de fapt, compuse; s-a conjecturat chiar că nu mai există niciun alt prim Fermat.

Cele 5 prime Fermat cunoscute (secvența A019434 în OEIS): 3, 5, 17, 257, 65537.

Comentariu: Există o interesantă relație între primele Fermat și primele lungi. Numărul $2^{(2^n)} + 1$ este prim dacă și numai dacă lungimea perioadei numărului rațional $1/(2^{(2^n)} + 1)$ este egală cu $2^{(2^n)}$.

Definiție: Un număr Fermat generalizat este un număr de forma $a^{(2^n)} + 1$, unde $a > 2$.

Notă: Prin proiectul Prime Grid a fost descoperit, în august 2012, cel mai mare prim Fermat generalizat cunoscut și anume $475856^{524288} + 1$, un megaprim cu aproape 3 milioane de cifre.

Referințe:

- (1) *Fermat numbers*, Cindy Tsang;
- (2) *A brief introduction to Fermat numbers*, Leung Tat-Wing;
- (3) *Factors of generalized Fermat numbers*, Anders Björn și Hans Riesel;
- (4) *A curious connection between Fermat numbers and finite groups*, Carrie E. Finch și Lenny Jones.

Numere Fibonacci

(vezi și Numere Lucas, Numere Markov, Numere Pell)

Definiție: Numerele F_n definite prin relația de recurență $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, unde $F_0 = 0$ iar $F_1 = 1$. O altă formulă pentru calculul celui de-al n -lea număr Fibonacci, cunoscută drept formula lui Binet (după numele matematicianului francez din secolul XIX Jacques Binet) este: $F_n = ((1 + 5^{1/2})^n - (1 - 5^{1/2})^n) / (2^n * 5^{1/2})$.

Notă: Denumirea numerelor i se datorează matematicianului italian născut în anul 1170 Leonardo Pisano Bigollo, cunoscut sub numele de Leonardo Fibonacci, unul dintre cei mai importanți matematicieni europeni din evul mediu timpuriu, cunoscut pentru a fi popularizat în Europa (prin cartea sa *Liber Abaci*, unde a expus și seria de numere Fibonacci, cunoscută deja de matematicienii indieni) sistemul de numerație arab.

Primele 22 numere Fibonacci (secvența A000045 în OEIS): 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946.

Notă: Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Fibonacci tinde, pe măsură ce termenii devin mai mari, spre valoarea binecunoscutului număr irațional denumit *golden ratio* (secțiunea de aur sau numărul de aur), un număr-cult, despre care s-au scris cărți întregi și căruia i s-au atribuit nenumărate proprietăți.

Comentariu: Numerele Fibonacci au dat naștere mai multor generalizări precum numerele Tribonacci, definite prin relația de recurență $T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3}$ (secvențele A000073, A000213, A001590, A081172 în OEIS), numerele Tetranacci, definite prin relația de recurență $T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3} + T_{n-4}$ (secvențele A000078, A000288, A001630, A073817 în OEIS), numerele Pentanacci, Hexanacci, Heptanacci ș.a.m.d. De asemenea numerele Fibonacci pot fi privite ca un caz particular al seriei de polinoame Fibonacci, definite prin relația de recurență $F_n(x) = x * F_{n-1}(x) + F_{n-2}(x)$, unde $F_0(x) = 1$ iar $F_1(x) = x$. Astfel, $F_2(x) = x^2 + 1$, $F_3(x) = x^3 + 2*x$, $F_4(x) = x^4 + 3*x^2 + 1$ ș.a.m.d.

Definiție: Un număr Fibonacci ce este totodată și prim se numește prim Fibonacci.

Primele 12 prime Fibonacci (secvența A005478 în OEIS): 2, 3, 5, 13, 89, 233, 1597, 28657, 514229, 433494437, 2971215073, 99194853094755497.

Proprietăți: Nu se știe dacă există o infinitate de prime Fibonacci. S-a demonstrat că singurele prime Fibonacci ce fac parte dintr-o pereche de prime gemene sunt 3, 5 și 13. Cel mai mare prim Fibonacci cunoscut este un număr cu circa 17000 de cifre. Există o infinitate de numere Markov de forma $[1, F_{2*n-1}, F_{2*n+1}]$, unde F_n este al n -lea număr Fibonacci (numerele Markov sunt numerele întregi pozitive x, y sau z ce sunt soluții ale ecuației diofantice $x^2 + y^2 + z^2 = 3*x*y*z$).

Referințe:

- (1) *The Fibonacci sequence, spirals and the Golden mean*, Dan Reich;
- (2) *Congruences for Fibonacci numbers*, Zhi-Hong Sun;
- (3) *Fibonacci numbers, Golden section and applications*, Erdoğan Şen.

Numere fibonoriale

(vezi și Numere factoriale; Numere Fibonacci)

Definiție: Se numește fibonorial, sau Fibonacci factorial, numărul $n!_F$ definit ca produsul primelor n numere Fibonacci diferite de 0.

Primele 13 fibonoriale (secvența A003266 în OEIS): 1, 1, 2, 6, 30, 240, 3120, 65520, 2227680, 122522400, 10904493600, 1570247078400, 365867569267200.

Notă: Clasa acestor numere este definită și denumită în mod analog numerelor factoriale, primoriale, compozitoriale.

Definiție: Se numesc prime „aproximativ fibonoriale” („almost-fibonorial primes”) numerele prime de forma $n!_F - 1$ (secvența A059709 în OEIS).

Definiție: Se numesc prime „quasi-fibonoriale” („quasi-fibonorial primes”) numerele prime de forma $n!_F + 1$ (secvența A053408 în OEIS).

Numere figurative

(vezi și Numere platoniciene; Numere poligonale)

Definiție: Numere ce se construiesc pe baza dispunerii regulate în plan sau în spațiu a unor puncte situate la distanțe egale, astfel încât să se obțină o figură geometrică regulată (în plan un triunghi echilateral, un pătrat, un pentagon regulat ș.a.m.d., în spațiu un tetraedru, cub ș.a.m.d.).

Referințe:

(1) *Figurate numbers*, George Jelliss;

(2) *Figurate numbers*, Elena Deza și Michel Deza.

Numere Fortunate

(vezi și Numere primoriale)

Notă: Denumirea acestei clase de numere provine de la antropologul și matematicianul amator din Noua Zeelandă Reo Franklin Fortune iar nu de la cuvântul englez „fortunate” (însemnând „norocos”).

Definiție: Fiind dat un număr întreg n , numărul m se numește număr Fortunate dacă are proprietatea că este cel mai mic număr întreg, $m > 1$, astfel încât numărul $p_{n\#} + m$ să fie prim, unde $p_{n\#}$ este al n -lea număr primorial (produsul primelor n numere prime).

Notă: Formula este valabilă când nu se consideră 1, prin convenție, primul număr primorial, iar seria numerelor primoriale începe cu numărul 2.

Primele 13 numere primoriale (secvența A002110 în OEIS): 1, 2, 6, 30, 210, 2310, 30030, 510510, 9699690, 223092870, 6469693230, 200560490130, 7420738134810.

Primele 27 numere Fortunate (secvența A005235 în OEIS): 3, 5, 7, 13, 23, 17, 19, 23, 37, 61, 67, 61, 71, 47, 107, 59, 61, 109, 89, 103, 79, 151, 197, 101, 103, 233, 223.

Exemple: $2 + 2 = 4$ (compus); $2 + 3 = 5$ (prim), deci 3 este primul număr Fortunate; $6 + 2 = 8$ (compus); $6 + 3 = 9$ (compus); $6 + 4 = 10$ (compus); $6 + 5 = 11$ (prim), deci 5 este al doilea număr Fortunate ș.a.m.d.

Comentariu: R.F. Fortune a conjeturat că toate numerele Fortunate sunt prime.

Referințe:

(1) *Fortune's Conjecture*, Cyril Banderier.

Numere Franel

Definiție: Numerele F_n exprimate cu ajutorul coeficienților binomiali ca suma de la $k = 0$ la $k = n$ a produselor $C(n, k)^3$.

Primele 11 numere Franel (secvența A000172 în OEIS): 1, 2, 10, 56, 346, 2252, 15184, 104960, 739162, 5280932, 38165260, 278415920, 2046924400, 15148345760.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului elvețian Jérôme Franel.

Referințe:

- (2) *Congruences for Franel numbers*, Zhi-Wei Sun;
- (3) *Proof of two conjectures of Sun on congruences for Franel numbers*, Victor J.W. Guo.

Numere Friedman

Definiție: Numerele întregi ce se pot exprima folosind doar cifrele lor și una dintre următoarele operații aritmetice de bază: adunarea, înmulțirea, scăderea, împărțirea, ridicarea la putere și concatenarea.

Exemple: Numerele 347 și 1024 sunt numere Friedman pentru că pot fi scrise ca $347 = 7^3 + 4$ respectiv $1024 = (4 - 2)^{10}$.

Primele 16 numere Friedman (secvența A036057 în OEIS): 25, 121, 125, 126, 127, 128, 153, 216, 289, 343, 347, 625, 688, 736, 1022, 1024.

Definiție: Numărul Friedman pentru care cifrele se pot scrie în expresie în aceeași ordine ca în numărul însuși (de exemplu $127 = -1 + 2^7$) se numește „număr Friedman ordonat” („*orderly Friedman number*”).

Primele 16 numere Friedman ordonate (secvența A080035 în OEIS): 127, 343, 736, 1285, 2187, 2502, 2592, 2737, 3125, 3685, 3864, 3972, 4096, 6455, 11264, 11664.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului american Erich Friedman.

Numere frugale

(vezi Numere risipitoare)

Numere Giuga

(vezi și Numere Carmichael; Pseudoprime Fermat)

Definiție: Un număr Giuga este numărul compus n cu proprietatea că orice factor prim al său p divide numărul $n/p - 1$, sau, echivalent exprimat, p^2 divide numărul $n - p$.

Primele 8 numere Giuga (secvența A007850 în OEIS): 30, 858, 1722, 66198, 2214408306, 24423128562, 432749205173838, 14737133470010574.

Proprietăți: Doar un număr liber de pătrate poate fi un număr Giuga; de asemenea, un număr Giuga trebuie să aibă minimum trei factori primi.

Comentariu: Nu se știe dacă există o infinitate de numere Giuga. Toate numerele Giuga cunoscute sunt pare; dacă există unul impar, s-a arătat că trebuie să aibă minimum 14 factori primi.

Notă: Aceste numere sunt denumite după matematicianul italian Giuseppe Giuga.

Conjectura Agoh-Giuga (denumită după Giuga, cel ce a formulat-o cel dintâi în 1950 și după Takashi Agoh, ce a dat ulterior o formulare echivalentă): Numărul p este prim dacă și numai dacă numărul $1^{p-1} + 2^{p-1} + \dots + (p-1)^{p-1} \equiv -1 \pmod{p}$. Faptul că orice număr prim satisface conjectura rezultă din Mica Teoremă a lui Fermat, ce statuează că $n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ pentru orice n , unde $1 \leq n \leq p-1$; reciproca însă, și anume că nu există niciun număr compus care să satisfacă această conjectură, nu s-a demonstrat încă. S-a arătat totuși că, dacă un asemenea număr compus există, acesta trebuie să fie deopotrivă un număr Carmichael și un număr Giuga și trebuie să aibă mai mult de 13800 de cifre.

Referințe:

- (1) *On Giuga numbers*, Florian Luca *et al.*;
- (2) *Giuga numbers and the arithmetic derivative*, José María Grau și Antonio M. Oller-Marcén.

Numere Göbel

(vezi și Numere Somos)

Definiție: Numerele definite prin relația de recurență $G(n) = (1 + G(n)^2 + G(1)^2 + \dots + G(n-1)^2)/n$, iar $G(0) = 1$.

Primele 12 numere Göbel (secvența A003504 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 5, 10, 28, 154, 3520, 1551880, 267593772160, 7160642690122633501504.

Comentariu: Această serie surprinde prin faptul că primii săi 44 de termeni – de la $G(0)$ la $G(43)$ – sunt numere întregi; dar, de la termenul $G(44)$ încolo, niciun termen al său nu mai e întreg.

Notă: Această serie poate fi generalizată.

Definiție: Numim numere Göbel-k numerele definite prin relația de recurență $G(n) = (1 + G(n)^k + G(1)^k + \dots + G(n-1)^k)/n$, iar $G(0) = 1$.

Primele 7 numere Göbel-3 (secvența A005166 în OEIS): 1, 2, 5, 45, 22815, 2375152056927, 2233176271342403475345148513527359103.

Referințe:

(1) *Some sequences of large integers*, Henry Ibstedt.

Numere Hamming

(vezi Numere regulate)

Numere Hardy-Ramanujan

(vezi și Pseudoprime Euler; Pseudoprime Fermat)

Definiție: Cele mai mici numere ce pot fi scrise ca suma a două cuburi în n feluri diferite.

Exemple: 2 este cel mai mic număr ce poate fi scris ca suma a două cuburi: $2 = 1^3 + 1^3$; 1729 este cel mai mic număr ce poate fi scris ca suma a două cuburi în două feluri distincte: $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$; 87539319 este cel mai mic număr ce poate fi scris ca suma a două cuburi în trei feluri distincte: $87539319 = 167^3 + 436^3 = 228^3 + 423^3 = 255^3 + 414^3$.

Cele 5 numere Hardy-Ramanujan cunoscute (secvența A011541 în OEIS): 2, 1729, 87539319, 6963472309248, 48988659276962496.

Notă: Aceste numere mai sunt cunoscute sub denumirea „*taxi-cab numbers*”.

Comentariu: Istoricul denumirii acestor numere este următorul: matematicianul indian Srinivasa Ramanujan (căruiia îi aparțin numeroase descoperiri în teoria numerelor, considerat, pe drept cuvânt, un geniu) i-a replicat într-o conversație matematicianului englez G.H. Hardy, care tocmai remarcase că numărul unui taxi (în care călătorise sau pe lângă care treceau, variantele acestei ultramediatizate istorii diferă) i se pare un număr „neinteresant” – *i.e.* 1729, că, dimpotrivă, acesta este un număr ce are o proprietate deosebită: este cel mai mic număr ce se poate scrie în două feluri ca suma a două cuburi. Primul care a descoperit această proprietate a numărului 1729 este însă matematicianul francez (contemporan cu Fermat, din secolul XVII) Bernard Frénicle de Bessy. Matematicienii G.H. Hardy și E.M. Wright au demonstrat că pentru orice n mai mare sau egal cu 1 există un număr Hardy-Ramanujan, însă descoperirea acestora este foarte dificilă; al 6-lea astfel de număr ar putea fi (nu se știe cu siguranță) numărul 24153319581254312065344. Și mai dificilă devine problema dacă o extrapolăm la numere ridicate la puteri mai mari decât trei; astfel, se cunoaște un număr ce poate fi scris în două feluri ca suma a două numere ridicate la puterea a patra ($635318657 = 59^4 + 158^4 = 133^4 + 134^4$), dar nici unul care să poată fi scris în trei feluri astfel; de asemenea nu se știe niciun număr care să poată fi scris în două feluri ca suma a două numere ridicate la puterea a cincea.

Notă: Numărul 1729 este denumit îndeobște „numărul Hardy-Ramanujan”; acesta este un număr excepțional, cu multe proprietăți deosebite: este primul număr din seria Chernick, este cel mai mic pseudoprîm absolut Euler, este cel mai mic pseudoprîm absolut Fermat nedivizibil cu 3 sau cu 5, este egal cu media aritmetică a singurelor 3 numere cunoscute de forma $k! + 1$ ce sunt totodată pătrate de prime: $1729 = (25 + 121 + 5041)/3$, este, de asemenea, și număr Harshad (1729 divizibil cu $1 + 7 + 2 + 9 = 19$) ș.a.

Comentariu: Un așa numit număr Hardy-Ramanujan generalizat (sau „*generalised taxicab number*”) este numărul $T(k, m, n)$ cu proprietatea că este cel mai mic număr ce se poate scrie ca suma a m puteri de ordinul k în n feluri diferite. De exemplu, $T(4, 2, 2) = 635318657 = 59^4 + 158^4 = 133^4 + 134^4$.

Notă: Matematicianul Shyam Sunder Gupta vorbește despre așa-numitele „*cab numbers*”, clasă de numere ce nu are nimic în comun (în afară de denumire) cu numerele definite mai sus. Acestea ar fi numerele ce se pot scrie ca produsul a două numere conținând împreună aceleași cifre ca numerele date (de exemplu, 126 și 153 ar fi astfel de numere pentru că $126 = 6 \cdot 21$ iar $153 = 3 \cdot 51$).

Referințe:

- (1) *On hunting for taxicab numbers*, Pavel Emelyanov.
- (2) *Cab numbers*, Shyam Sunder Gupta.

Numere Harshad

(vezi și Numere extrem compuse; Numere superabundente)

Definiție: Un număr Harshad (numit uneori și număr Niven) este numărul întreg pozitiv cu proprietatea că este divizibil cu suma cifrelor sale.

Exemplu: 1729 este un astfel de număr pentru că este divizibil cu 19 iar $1 + 7 + 2 + 9 = 19$.

Primele 28 numere Harshad (secvența A005349 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18, 20, 21, 24, 27, 30, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 54, 60, 63, 70, 72.

Comentariu: Helen G. Grundman a demonstrat în 1994 că nu pot exista mai mult de 20 de numere Harshad consecutive și a descoperit prima secvență de 20 de numere Harshad consecutive, fiecare dintre acestea având 44363342786 cifre.

Proprietăți: Toate numerele factoriale până la numărul 431! inclusiv sunt numere Harshad.

Definiție: Un număr Harshad multiplu („*multiple Harshad number*”) sau MHN este numărul ce produce, prin împărțirea la suma cifrelor sale, tot un număr Harshad; astfel, de exemplu, numărul 6804 este un MHN-3 deoarece $6804/18 = 378$; $378/18 = 21$ iar $21/3 = 7$; de asemenea, numărul $1008 \cdot 10^n$ este pentru orice n un MHN- k , unde $k = n + 2$.

Notă: Denumirea de numere Harshad i se datorează matematicianului indian D.R. Kaprekar (în sanscrită însemnând „a aduce bucurie”), iar numere Niven au fost numite în 1997 după matematicianul canadian Ivan M. Niven.

Referințe:

- (1) *Large and small gaps between consecutive Niven numbers*, Jean-Marie de Koninck și Nicolas Doyon.
- (2) *Minimal Niven numbers*, H. Fredricksen et al.

Numere hemiperfecte

(vezi și Numere Ore; Numere multiperfecte; Numere perfecte)

Definiție: Numerele întregi pozitive n cu proprietatea că $\sigma(n)/n = k/2$, unde k întreg impar.

Notă: Numărul $\sigma(n)/n$, unde $\sigma(n)$ este suma divizorilor lui n , se mai numește indicatorul de abundență al lui n („*abundancy index*”) iar n se mai numește număr k -hemiperfect.

Primele 4 numere 7-hemiperfecte (secvența A055153 în OEIS): 4320, 4680, 26208, 20427264.

Primele 4 numere 9-hemiperfecte (secvența A141645 în OEIS): 8910720, 17428320, 8583644160, 57629644800.

Primele 4 numere 11-hemiperfecte (secvența A159271 în OEIS): 17116004505600, 75462255348480000, 6219051710415667200, 14031414189615513600.

Primele 3 numere 5-hemiperfecte (secvența A141643 în OEIS): 24, 91963648, 10200236032.

Notă: Nu mai există alte numere 5-hemiperfecte până la 2^{34} .

Numere Hilbert

(vezi și Numere prime)

Definiție: Numerele întregi pozitive n de forma $n = 4*k + 1$.

Notă: Denumirea provine de la matematicianul german David Hilbert.

Proprietăți: Fermat a arătat că toate numerele prime de forma $4*k + 1$ se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun număr prim de forma $4*k + 3$ nu se poate scrie astfel).

Definiție: Un număr prim Hilbert este un număr Hilbert ce nu este divizibil cu un alt număr Hilbert mai mic.

Notă: Un număr prim Hilbert nu este în mod necesar un număr prim.

Primele 23 numere prime Hilbert: 5, 9, 13, 17, 21, 29, 33, 37, 41, 49, 53, 57, 61, 69, 73, 77, 89, 93, 97, 101, 109, 113, 121.

Numere hiperperfecte

(vezi și Numere perfecte)

Notă: Această clasă este una dintre generalizările clasei numerelor perfecte.

Definiție: Numărul întreg pozitiv n este k -hiperperfect, unde k întreg, dacă $n = k*(\sigma(n) - n - 1) + 1$.

Notă: Pentru $k = 1$ se obține $n = \sigma(n) - n - 1 + 1$, deci $\sigma(n) = 2*n$. Clasa numerelor 1-hiperperfecte este deci echivalentă cu clasa numerelor perfecte.

Cele mai mici numere k-hiperperfecte, pentru k = 1, 2, 3, 4, 6, 10, 11, 12 (secvența A007594 în OEIS): 6, 21, 325, 1950625, 301, 159841, 10693, 697.

Notă: Pentru $k = 5, 7, 8, 9$ ș.a.m.d., dacă există numere k -hiperperfecte, acestea ar trebui să fie mai mari decât 10^{11} .

Comentariu: Pentru k impar, $p = (3*k + 1)/2$ prim și $q = 3*k + 4$ prim, s-a demonstrat că numărul p^2*q este k -hiperperfect. Matematicianul Judson S. McCranie a conjecturat că toate numerele k -hiperperfecte, pentru k impar, sunt de această formă. De asemenea s-a demonstrat că, pentru p și q prime diferite de 2, dacă $k*(p + q) = p*q - 1$, atunci $p*q$ este k -hiperperfect. Matematicianul Daniel Minoli a introdus recent conceptul de k -hiperdeficiență; aceasta, pentru un întreg pozitiv n , este egală cu $n*(k + 1) + (k - 1) - k*\sigma(n)$. Tot Minoli a arătat că un număr este k -hiperperfect dacă și numai dacă k -hiperdeficiența sa este egală cu 0.

Referințe:

(1) *A study of hyperperfect numbers*, Judson S. McCranie;

(2) *Issues in nonlinear hyperperfect numbers*, Daniel Minoli.

Numere Hofstadter

Notă: Denumire generică pentru o familie de serii definite prin relații de recurență non-lineare (serii denumite uneori serii recurente meta-Fibonacci). Denumirea de „numere

Hofstadter” este, în acest caz, puțin improprie, unele serii Hofstadter conținând, de fapt, toate numerele întregi pozitive.

Exemplu 1: O astfel de serie este cea definită astfel: $R_1 = 1$, $S_1 = 2$, $R_n = R_{n-1} + S_{n-1}$.

Primii 23 termeni R ai seriei (secvența A005228 în OEIS): 1, 3, 7, 12, 18, 26, 35, 45, 56, 69, 83, 98, 114, 131, 150, 170, 191, 213, 236, 260, 285, 312, 340.

Primii 23 termeni S ai seriei (secvența A030124 în OEIS): 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29.

Proprietăți: Termenii seriei (termenii R împreună cu termenii S) sunt exact termenii mulțimii numerelor întregi pozitive.

Exemplu 2 (așa numita „Hofstadter Q-sequence”): Seria definită astfel: $H(1) = H(2) = 1$ iar $H(n) = H(n - H(n - 1)) + H(n - H(n - 2))$ pentru $n > 2$.

Primii 31 termeni ai seriei (secvența A005185 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 10, 9, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 16, 14, 14, 16, 16, 16, 16, 20.

Proprietăți: Nu se cunoaște dacă această secvență este infinită sau există un număr întreg n de la care definiția sa nu mai are sens.

Exemplu 3 (o generalizare a seriei Q a lui Hofstadter): Seria definită astfel: $H(1) = \dots = H(4) = 1$ iar $H(n) = H(n - H(n - 1)) + H(n - H(n - 4))$ pentru $n > 4$.

Primii 31 termeni ai seriei (secvența A063882 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 14, 15, 15, 16, 17, 17, 17.

Proprietăți: Această serie, spre deosebire de seria Q, s-a demonstrat că este infinită și că termenii săi cresc cu rația 0 sau cu rația 1, deci seria conține toate numerele întregi pozitive.

Comentariu: Denumirea acestor serii provine de la Douglas Hofstadter, autor de non-ficțiune și om de știință american.

Referințe:

- (1) *On the behaviour of a variant of Hofstadter’s Q-sequence*, B. Balamohan et al.;
- (2) *A variant of Hofstadter’s sequence and finite automata*, Jean-Paul Allouche și Jeffrey Shallit;

Numere idempotente

(vezi și Numere Bell; Numere Lah)

Definiție: Numerele naturale m date de relația $m = C(n, k) \cdot k^{n-k}$, unde $n \geq k$, se numesc numere k -idempotente.

Exemplu: $m = 1 = n! / ((n - k)! \cdot k!) \cdot k^{n-k}$, unde $n = 5$, $k = 5$, este primul număr 5-idempotent; $m = 30 = n! / ((n - k)! \cdot k!) \cdot k^{n-k}$, unde $n = 6$, $k = 5$, este al doilea ș.a.m.d.

Comentariu: Numerele 1-idempotente sunt chiar mulțimea numerelor naturale 1, 2, 3, ...; numerele 2-idempotente sunt 1, 6, 24, 80, ... (secvența A001788 în OEIS); cele 3-idempotente sunt 1, 12, 90, 540, ... (secvența A036216 în OEIS); cele 4-idempotente sunt 1, 20, 240, 2240, ... (secvența A040075 în OEIS); cele 5-idempotente sunt 1, 30, 525, 7000, ... (secvența A050982 în OEIS) ș.a.m.d.

Notă: Numerele k -idempotente au importanță în combinatorică.

Numere impare

(vezi și Numere pare; Numere perfecte; Numere prime)

Definiție: Numerele întregi n de forma $n = 2 \cdot k + 1$, unde k întreg, cu alte cuvinte numerele întregi ce nu sunt divizibile cu 2.

Torema numerelor impare: Suma primelor n numere impare este un pătrat ($1 + 3 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$ ș.a.m.d.).

Torema lui Nicomachus: Cel de-al n-lea număr cubic este egal cu suma a n numere impare consecutive ($1^3 = 1$, $2^3 = 3 + 5$, $3^3 = 7 + 9 + 11$ ș.a.m.d.).

Teorema lui Fermat de Crăciun: Toate numerele prime de forma $4*k + 1$ se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun număr prim de forma $4*k + 3$ nu se poate scrie astfel).

Teorema lui Vinogradov: Orice număr impar suficient de mare se poate scrie ca suma a trei numere prime (s-a arătat că numărul e suficient să fie mai mare decât 10^43000).

Proprietăți: Toate numerele prime sunt impare, cu excepția numărului 2. Toate numerele perfecte cunoscute până acum sunt pare; nu se cunoaște dacă există sau nu un număr perfect impar.

Numere intangibile

(vezi și Numere perfecte)

Definiție: Un număr intangibil este numărul întreg pozitiv m ce nu poate fi exprimat ca suma divizorilor alicotți ai unui întreg pozitiv n (n poate fi diferit sau chiar egal cu m); divizorii pozitivi ai lui n fără n însuși se numesc divizori alicotți iar suma acestora se mai numește sumă alicotă a lui n (*secvența A001065 în OEIS*).

Exemplu: Numărul 4 nu este un număr intangibil pentru că este egal cu suma divizorilor alicotți ai numărului 9, și anume 1 și 3.

Primele 21 numere intangibile (secvența A005114 în OEIS): 2, 5, 52, 88, 96, 120, 124, 146, 162, 188, 206, 210, 216, 238, 246, 248, 262, 268, 276, 288, 290.

Proprietăți: Este conjecturat, deci nedovedit deocamdată, că numărul 5 este singurul număr impar intangibil; numerele perfecte nu pot fi prin definiție intangibile, fiind egale cu suma propriilor divizori alicotți. Matematicianul Paul Erdős a demonstrat că există o infinitate de numere intangibile.

Referințe:

(1) *On untouchable numbers and related problems*, Carl Pomerance și Hee-Sung Yang.

Numere interesante

Comentariu: Această sintagmă a fost răspândită odată cu „paradoxul numerelor interesante”, menit să ia în derâdere clasificarea numerelor naturale în „interesante” și „neinteresante”, care este următorul: dacă există un set de numere neinteresante, atunci în acest set va exista „cel mai mic număr neinteresant”; or, această proprietate este de ajuns pentru a face acest număr interesant. Prin urmare, toate numerele naturale sunt interesante.

Numere înlănțuite aditiv

(vezi și Numere înlănțuite Brauer)

Definiție: Seria finită de numere n_k („lanțul aditiv de numere” de lungime r), unde $1 = n_0 < n_1 < \dots < n_r = m$, cu proprietatea că orice termen al seriei n_k este egal cu suma a doi termeni anteriori, n_i și n_j (nu în mod necesar diferiți ca valoare); primul termen al seriei, $n_0 = 1$, nu se ia în considerare la măsurarea lungimii seriei. Această serie se mai numește lanț aditiv pentru calcularea lui m.

Notă: Aceste numere au aplicații în informatică.

Comentariu: Lungimea minimă a unui lanț aditiv necesar pentru calcularea lui m se notează $L(m)$. Conjectura lui Scholz, denumită după matematicianul german Arnold Scholz și nedemonstrată din 1937, statuează că $L(2^m - 1) \leq m - 1 + L(m)$; conjectura a fost demonstrată pentru cazuri particulare și verificată cu ajutorul computerului până la valoarea $m = 64$.

Referințe:

(1) *Shortest addition chains*, Achim Flammenkamp.

Numere înlănțuite Brauer

(vezi și Numere înlănțuite aditiv)

Definiție: Lanțul aditiv de numere n_k de lungime r , unde $1 = n_0 < n_1 < \dots < n_r = m$, cu proprietatea că fiecare termen al seriei n_k este egal cu suma dintre n_{k-1} și n_i , unde n_i este un termen anterior lui n_{k-1} .

Comentariu: Matematicianul american de origine germană Alfred Brauer a demonstrat conjectura lui Scholz pentru aceste numere, ce sunt un subset al clasei de numere înlănțuite aditiv. S-a demonstrat de asemenea că există o infinitate de numere non-Brauer.

Referințe:

(1) *The Scholz-Brauer problem on addition chains*, Edward G. Thurber.

Numere întregi

(vezi și Numere întregi negative; Numere întregi pozitive)

Definiție: Clasa numerelor întregi cuprinde clasa numerelor întregi pozitive $\{1, 2, 3, \dots\}$, clasa numerelor întregi negative $\{-1, -2, -3, \dots\}$ și numărul 0.

Notă: În ultimul timp se evită în definiții folosirea sintagmei „numere naturale”, preferându-se următoarele clasificări: numere întregi pozitive $\{1, 2, 3, \dots\}$, numere întregi negative $\{-1, -2, -3, \dots\}$, numere întregi nonnegative $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, numere întregi nonpozitive $\{0, -1, -2, -3, \dots\}$. Calitatea de număr natural a lui 0 este controversată. Unii matematicieni consideră mulțimea numerelor naturale ca fiind $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, alții ca fiind $\{1, 2, 3, \dots\}$; tocmai din acest motiv se recurge la această clasificare.

Comentariu: Lăsând deoparte controversa privind calitatea de număr natural a lui 0, nimeni nu contestă însă calitatea sa de număr întreg. Despre numărul 0 s-au scris multe articole și chiar cărți întregi. În general se acceptă că a apărut ca simbol în sistemele de numerație poziționale încă din antichitate (înainte de Hristos) și ca număr „cu drepturi depline” în primul mileniu d.Hr., în India, de unde a fost preluat ulterior în occident (unele surse spun că, independent, și unele populații precolumbiene din America centrală îl recunoșteau pe 0 ca număr).

Teoreme consacrate privind numerele întregi:

(1) *Teorema lui Euler:* Dacă a și n sunt întregi pozitivi coprimi, atunci $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$, unde $\varphi(n)$ este indicatorul lui Euler (funcția totient).

(2) *Teorema lui Carmichael:* Dacă $\lambda(n)$ (funcția Carmichael) reprezintă cel mai mic întreg pozitiv m pentru care relația $a^m \equiv 1 \pmod{n}$ este adevărată pentru orice întreg a coprime cu n , atunci: pentru puterea unui prim impar, pentru dublul puterii unui prim impar, pentru numerele 2 și 4, $\lambda(n) = \varphi(n)$; pentru puterile lui 2 mai mari decât 4, $\lambda(n) = \varphi(n)/2$.

Conjecturi consacrate privind numerele întregi:

(1) *Conjectura lui Goldbach:* Orice număr par mai mare decât 2 se poate scrie ca suma a două numere prime.

(2) *Conjectura lui Lemoine:* Orice întreg impar mai mare decât 5 poate fi scris ca suma dintre un număr prim impar și un număr semiprim par.

(3) *Conjectura lui de Polignac:* Orice întreg par se poate scrie ca diferența dintre două prime succesive într-un infinit de feluri.

Referințe:

(1) *The book of numbers*, John H. Conway și Richard K. Guy;

(2) *How was zero discovered?*, Nils-Bertil Wallin.

Numere întregi negative

(vezi și Numere întregi; Numere întregi pozitive)

Definiție: Clasa numerelor întregi negative cuprinde numerele $\{-1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$.

Comentariu: Despre numerele întregi negative majoritatea surselor afirmă că acestea ar fi fost pomenite în scrieri chinezești datând cu două secole înainte de Hristos, la fel cum majoritatea e de acord că matematicianul indian Brahmagupta ar fi fost cel care a stabilit, în secolul VII d.Hr., reguli de operare cu numerele negative și cu numărul 0 care, cu câteva excepții, sunt valabile și astăzi.

Referințe:

(1) *The history of negative numbers*, Leo Rogers;

(2) *Negative numbers*, Jill Howard.

Numere întregi pozitive

(vezi și Numere întregi; Numere întregi negative)

Definiție: Clasa numerelor întregi pozitive cuprinde numerele $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

Comentariu: Numerele întregi pozitive sunt cele considerate în mod tradițional ca fiind cele apărute istoric din necesitatea de „a număra”. În mod independent unii de alții, filozofi și matematicieni din diverse părți ale lumii antice au început să privească numerele ca pe ceva mai mult decât niște simple unelte „de numărat”, să le considere entități proprii, să le cerceteze proprietățile precum primalitatea, divizibilitatea ș.a.m.d., adică relațiile dintre numere ce fac acum obiectul ramurii matematice denumită „Teoria numerelor”. În timp, abstractizarea numerelor a cunoscut o evoluție continuă, clasei numerelor întregi pozitive i s-a adăugat clasa numerelor întregi negative și numărul 0 pentru a forma clasa numerelor întregi iar acesteia din urmă multe alte clase de numere, din ce în ce mai abstracte.

Teorema fundamentală a aritmeticii: orice întreg pozitiv poate fi descompus în factori primi într-un unic fel.

Numere Jacobsthal

(vezi și Numere Fibonacci, Numere Jacobsthal-Lucas, Numere Lucas)

Definiție: Numerele Jacobsthal sunt definite similar numerelor Fibonacci, prin recurență; aceste numere sunt date de formula $J_n = J_{n-1} + 2*J_{n-2}$, unde $J_0 = 0$ și $J_1 = 1$.

Primele 20 numere Jacobsthal (secvența A001045 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, 43, 85, 171, 341, 683, 1365, 2731, 5461, 10923, 21845, 43691, 87381, 174763.

Comentariu: Corespondente numerelor Jacobsthal sunt așa numitele polinoame Jacobsthal: $J_1(x) = J_2(x) = 1$, $J_3(x) = 2*x + 1$, $J_4(x) = 4*x + 1$, $J_5(x) = 4*x^2 + 6*x + 1$ ș.a.m.d.

Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul german Ernst Jacobsthal.

Referințe:

(1) *Sums of squares and products of Jacobsthal numbers*, Zvonko Čerin.

Numere Jacobsthal-Lucas

(vezi și Numere Fibonacci, Numere Jacobsthal, Numere Lucas)

Definiție: Numerele Jacobsthal-Lucas sunt definite similar numerelor Jacobsthal, prin aceeași formulă de recurență, și anume $J_n = J_{n-1} + 2*J_{n-2}$, cu diferența că primii doi termeni ai seriei sunt $J_0 = 2$ și $J_1 = 1$.

Primele 20 numere Jacobsthal-Lucas (secvența A014551 în OEIS): 2, 1, 5, 7, 17, 31, 65, 127, 257, 511, 1025, 2047, 4097, 8191, 16385, 32767, 65537, 131071, 262145, 524287.

Comentariu: Corespondente numerelor Jacobsthal-Lucas sunt polinoamele Jacobsthal-Lucas: $J_1(x) = 1$, $J_2(x) = 4*x + 1$, $J_3(x) = 6*x + 1$, $J_4(x) = 8*x^2 + 8*x + 1$, $J_5(x) = 20*x^2 + 10*x + 1$ ș.a.m.d.

Referințe:

(1) *Infinitely many identities for sums of Jacobsthal-Lucas numbers*, Helmut Prodinger.

Numere Kaprekar

(vezi și Numere concatenate)

Definiție: Fie k un întreg pozitiv cu un număr de n cifre; dacă pătratul lui k poate fi de-concatenat în două numere q și r (q cel de la stânga iar r cel de la dreapta), q având n sau $n - 1$ cifre iar r având n cifre, astfel încât $q + r = k$, atunci k este un număr Kaprekar. Prin convenție, r poate începe cu cifra 0, dar trebuie să fie un număr pozitiv.

Notă: am numit de-concatenare operația inversă concatenării (exemplu: dacă numerele 1 și 8 concatenate dau numărul 18, atunci din 18 de-concatenat obținem numerele 1 și 8).

Exemple: 45, 297 și 999 sunt astfel de numere pentru că $45^2 = 2025$ iar $45 = 20 + 25$ respectiv $297^2 = 88209$ iar $88 + 209 = 297$ respectiv $999^2 = 998001$ iar $999 = 998 + 001$. Numărul 100 nu este număr Kaprekar deși $100^2 = 10000$ iar $100 = 100 + 00 = 100$, pentru că r nu este pozitiv.

Primele 19 numere Kaprekar (secvența A006886 în OEIS): 1, 9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2223, 2728, 4879, 4950, 5050, 5292, 7272, 7777, 9999, 17344, 22222.

Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul indian D.R. Kaprekar. Operația de de-concatenare a unui pătrat de întreg pozitiv urmată de adunarea celor două numere rezultate e cunoscută drept operația Kaprekar.

Notă: Există o infinitate de numere Kaprekar.

Numărul Kaprekar: Fără legătură cu această clasă de numere (dar, desigur, datorându-i-se tot aceluiași matematician), mai este cunoscut în aritmetică așa-zisul număr Kaprekar: acesta este numărul 6174, număr având următoarea proprietate: fie un număr format din 4 cifre (dar nu un număr repdigit precum 1111, 2222 ș.a.m.d.); se formează cu aceste 4 cifre cel mai mic respectiv cel mai mare număr posibil; diferența iterată dintre acestea două, în maximum 7 pași, va duce întotdeauna la numărul 6174 (exemplu: fie numărul 5644; atunci $6544 - 4456 = 2088$; mai departe, $8820 - 0288 = 8532$; în sfârșit, $8532 - 2358 = 6174$). Numărul 6174 mai este denumit și constantă Kaprekar; nu există o astfel de constantă pentru numere formate din două cifre, dar există pentru numere formate din 3 cifre (*i.e.* 495) sau mai mult de 4 cifre (secvența A099009 în OEIS).

Referințe:

(1) *The Kaprekar numbers*, Douglas E. Iannucci.

Numere Keith

(vezi Numere reppigit)

Numere Kin

(vezi Numere Lychrel)

Numere Knödel

(vezi Numere Carmichael)

Definiție: Numerele Knödel definite pentru un întreg pozitiv n sunt numerele întregi compuse k , unde $k > n$, cu proprietatea că pentru orice alt întreg j mai mic decât k și coprime cu k este satisfăcută relația: $j^{(k-n)} \equiv 1 \pmod{k}$.

Comentariu: Pentru $n = 1$ obținem subclasa numerelor K_1 (sau 1-Knödel), pentru $n = 2$ subclasa numerelor K_2 (sau 2-Knödel) ș.a.m.d.

Exemplu: Pentru $n = 1$ definiția este echivalentă cu: pentru orice întreg j , mai mare decât 1, mai mic decât numărul întreg compus k și coprime cu k , avem relația $j^{k-1} \equiv 1 \pmod{k}$, relație satisfăcută, e.g., pentru $k = 561$: restul împărțirii numărului j^{560} la 561 este egal cu 1 (în condițiile arătate).

Notă: Subclasa numerelor 1- Knödel este una și aceeași cu clasa numerelor Carmichael.

Primele 16 numere 1-Knödel (secvența A002997 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 15841, 29341, 41041, 46657, 52633, 62745, 63973, 75361.

Primele 16 numere 2-Knödel (secvența A050990 în OEIS): 4, 6, 8, 10, 12, 14, 22, 24, 26, 30, 34, 38, 46, 56, 58, 62.

Primele 16 numere 3-Knödel (secvența A033553 în OEIS): 9, 15, 21, 33, 39, 51, 57, 63, 69, 87, 93, 111, 123, 129, 141, 159.

Comentariu: Matematicianul A. Makowski a demonstrat în 1963 că toate subclasele de numere Knödel sunt infinite pentru $n \geq 2$; cazul subclasei $n = 1$, cel al numerelor Carmichael, a fost demonstrat în 1994 de către matematicienii William R. Alford, Andrew Granville și Carl Pomerance.

Numere Korselt

(vezi Numere quasi-Carmichael)

Numere Kynea

(vezi și Numere Carol)

Definiție: Numerele întregi definite prin formula $4^n + 2^{n+1} - 1$.

Primele 14 numere Kynea (secvența A093069 în OEIS): 7, 23, 79, 287, 1087, 4223, 16639, 66047, 263167, 1050623, 4198399, 16785407, 67125247, 268468223.

Definiție: Numerele Kynea ce sunt totodată și prime se numesc prime Kynea.

Primele 11 numere prime Kynea (secvența A091514 în OEIS): 2, 7, 23, 79, 1087, 66047, 263167, 16785407, 1073807359, 17180131327, 68720001023.

Comentariu: Primele Kynea sunt la fel de rare precum primele Carol; cel de-al 20-lea prim Kynea are circa 150 cifre.

Notă: Numerele Kynea sunt denumite astfel, după numele unei prietene, de către cel ce le-a studiat pentru prima oară, matematicianul Cletus Emmanuel.

Numere Lah

(vezi și Numere Bell; Numere idempotente; Numere Stirling)

Definiție: Numerele naturale m date de relația $m = C(n-1, k-1) \cdot n! / k!$, unde $n \geq k$.

Exemplu: $m = 1 = (n-1)! / (n-k)! \cdot n! / k!$, unde $n = 1, k = 1$, este primul număr Lah corespunzător lui $k = 1$; $m = 2 = (n-1)! / (n-k)! \cdot n! / k!$, unde $n = 2, k = 1$, este al doilea număr Lah corespunzător lui $k = 1$; $m = 6 = (n-1)! / (n-k)! \cdot n! / k!$, unde $n = 3, k = 1$, este al treilea număr Lah corespunzător lui $k = 1$ ș.a.m.d.

Comentariu: Numerele Lah corespunzătoare lui $k = 1$ sunt 1, 2, 6, 24, 120 ...; numerele Lah corespunzătoare lui $k = 2$ sunt 1, 6, 36, 240, 1800 ... (secvența A001286 în OEIS) ș.a.m.d.

Notă: Numerele Lah, numite după matematicianul sloven Ivo Lah, au importanță în combinatorică; ele mai sunt numite uneori numere Stirling de tipul trei.

Referințe:

- (1) *Inversions relating Stirling, tanh, Lah numbers and an application to mathematical statistics*, G. Della Riccia;
- (2) *Generalized Stirling and Lah numbers*, Carl G. Wagner.

Numere Leyland

Definiție: Numerele de forma $x^y + y^x$, unde x și y sunt numere întregi mai mari decât 1.

Primele 20 numere Leyland (secvența A076980 în OEIS): 8, 17, 32, 54, 57, 100, 145, 177, 320, 368, 512, 593, 945, 1124, 1649, 2169, 2530, 4240, 5392, 6250.

Definiție: Numerele Leyland ce sunt totodată și prime se numesc prime Leyland.

Primele 7 prime Leyland (secvența A094133 în OEIS): 17, 593, 32993, 2097593, 8589935681, 59604644783353249, 523347633027360537213687137.

Comentariu: Aceste numere au fost denumite astfel (de către matematicienii și autorii americani Richard Crandall și Carl Pomerance) după matematicianul britanic Paul Leyland, cel ce le-a studiat și le-a arătat aplicațiile în testarea programelor de verificare a primalității.

Notă: Cel mai mare prim Leyland cunoscut este numărul $5122^{6753} + 6753^{5122}$, un număr cu circa 25 mii de cifre.

Numere Lychrel

(vezi Numere palindromice)

Definiție: Numerele din care nu se obține, prin aplicarea Algoritmului 196, un număr palindromic.

Notă: Algoritmul 196 constă în adunarea unui număr cu două sau mai multe cifre cu reversul său, apoi în continuare adunarea sumei astfel obținute cu reversul acesteia ș.a.m.d. Prin aplicarea iterativă a acestei operații, cele mai multe numere conduc, în cele din urmă, la un număr palindromic; pentru 80% dintre primele zece mii de numere naturale este nevoie de mai puțin de 5 astfel de iterații. Exemple: $56 + 65 = 121$, deci din numărul 56 se obține un număr palindromic printr-o singură operație; $7326 + 6237 = 13563$; $13563 + 36531 = 50094$; $50094 + 49005 = 99099$, deci din numărul 7326 se obține un număr palindromic în doar 3 pași. Pe de altă parte, recordul pentru numărul palindromic obținut prin cele mai multe iterații este deținut de un număr cu 119 cifre obținut din numărul 1186060307891929990 prin 261 de iterații.

Comentariu: Încă nu s-a demonstrat despre niciun număr natural că ar fi număr Lychrel, multe sunt însă numere potențial Lychrel: din ele nu s-a obținut, prin nenumărate iterații ale operației arătate, un număr palindromic; de aceea sunt denumite, îndeobște, impropriu, numere Lychrel.

Primele 17 numere (potențial) Lychrel (secvența A023108 în OEIS): 196, 295, 394, 493, 592, 689, 691, 788, 790, 879, 887, 978, 986, 1495, 1497, 1585, 1587.

Notă: Unii matematicieni numesc numere (potențial) Lychrel doar numerele „rădăcină” nu și pe cele care sunt obținute din numere mai mici pe traiectoria iterației arătate în definiție. Acestea din urmă au fost denumite „numere Kin” de către matematicianul japonez Koji Yamashita în 1997.

Primele 17 numere (potențial) Lychrel „rădăcină” (secvența A088753 în OEIS): 196, 879, 1997, 7059, 9999, 10553, 10563, 10577, 10583, 10585, 10638, 10663, 10668, 10697, 10715, 10728, 10735.

Definiție: Numerele (potențial) Lychrel ce sunt totodată și prime se numesc prime Lychrel.

Primele 17 prime Lychrel (secvența A135316 în OEIS): 691, 887, 1997, 3583, 3673, 3853, 3943, 4079, 4259, 4349, 4799, 4889, 5581, 5851, 6257, 6977, 8089.

Notă: Denumirea acestor numere i se datorează lui Wade VanLandingham și reprezintă o anagramă a numelui prietenei acestuia, Cheryl. Denumirea Algoritmului 196 provine de la cel mai mic număr potențial Lychrel, desigur, 196.

Numere logodite

(vezi Numere quasi-amiabile)

Numere Lucas

(vezi și Numere Fibonacci; Numere Pell-Lucas, Pseudoprime Lucas)

Definiție: Numerele Lucas sunt definite similar numerelor Fibonacci, prin recurență, fiecare termen al seriei de numere Lucas fiind egal cu suma celor doi termeni anteriori; ceea ce diferă însă sunt termenii inițiali ai seriei (ceea ce, evident, schimbă întreaga serie și proprietățile acesteia). Numerele Lucas sunt deci numerele $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$, unde $L_0 = 1$ și $L_1 = 3$.

Notă: O altă formulă (în genul formulei Binet pentru numerele Fibonacci) pentru calculul celui de-al n -lea număr Lucas este: $L_n = \left(\frac{(1 + 5^{1/2})}{2}\right)^n + \left(\frac{(1 - 5^{1/2})}{2}\right)^n$.

Primele 20 numere Lucas (secvența A000204 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, 521, 843, 1364, 2207, 3571, 5778, 9349, 15127.

Notă: Uneori se consideră primii doi termeni ai seriei ca fiind $L_0 = 2$ și $L_1 = 1$, ceea ce nu schimbă seria de la termenul 3 în sus.

Proprietăți: Există doar două numere pătratică în seria Fibonacci (1 și 4), un singur număr cubic (1) și doar 3 numere triunghiulare (1, 3 și 5778). Datorită naturii similare, există o serie de identități între numerele Lucas și numerele Fibonacci. O proprietate deosebită a numerelor Lucas este aceea că, dacă n este un număr prim, $L_n \equiv 1 \pmod{n}$; reversul nu este însă obligatoriu: $L_n \equiv 1 \pmod{n}$ și pentru unele numere compuse; acestea din urmă se numesc pseudoprime Lucas.

Definiție: Un număr Lucas ce este totodată și prim se numește prim Lucas.

Primele 16 prime Lucas (secvența A005479 în OEIS): 2, 3, 7, 11, 29, 47, 199, 521, 2207, 3571, 9349, 3010349, 54018521, 370248451, 6643838879, 119218851371.

Notă: Numele acestor numere provine de la matematicianul francez din secolul XIX Édouard Lucas care a studiat acest tip de recurențe.

Referințe:

(1) *Fibonacci and Lucas numbers*, Verner E. Hoggatt, Jr.;

(2) *On the k -Lucas numbers*, Sergio Falcon.

Numere maleabile

Definiție: Numerele întregi n ce se pot exprima deopotrivă ca suma și ca produsul aceleiași mulțimi de n numere întregi, nu neapărat distincte.

Exemple: Numărul 5 este un astfel de număr deoarece $5 = 1*(-1)*1*(-1)*5 = 1 - 1 + 1 - 1 + 5$; de asemenea numărul 8 pentru că $8 = 1*(-1)*1*(-1)*1*1*2*4 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 + 2 + 4$.

Primele 26 numere maleabile (secvența A100832 în OEIS): 1, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 24, 25, 28, 29, 32, 33, 36, 37, 40, 41, 44, 45, 48, 49, 52, 53.

Comentariu: Toate numerele întregi n cu proprietatea că $n \equiv 0 \pmod{4}$ sau $n \equiv 1 \pmod{4}$, cu excepția numărului 4, sunt numere maleabile.

Numere Markov

(vezi și Numere Fibonacci; Numere Pell)

Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul rus Andrey Markoff ce a studiat această ecuație diofantică la sfârșitul secolului XIX (aceste numere se întâlnesc sub ambele denumiri: Markov și Markoff).

Definiție: Numerele Markov sunt numerele întregi pozitive x, y sau z ce sunt soluții ale ecuației diofantice $x^2 + y^2 + z^2 = 3 \cdot x \cdot y \cdot z$.

Primele 20 numere Markov (secvența A002559 în OEIS): 1, 2, 5, 13, 29, 34, 89, 169, 194, 233, 433, 610, 985, 1325, 1597, 2897, 4181, 5741, 6466, 7561.

Exemple: Triplete de numere Markov: [1, 1, 1], [1, 2, 5], [1, 5, 13] ș.a.m.d.

Proprietăți: Toți divizorii primi ai numerelor Markov (în afara lui 2) sunt de forma $4 \cdot k + 1$. Numerele Markov impare sunt de forma $4 \cdot k + 1$ iar cele pare de forma $32 \cdot k + 2$. Dacă $[x, y, z]$ este un triplet de numere Markov, atunci și $[x, y, 3 \cdot x \cdot y - z]$ este un astfel de triplet. Există o infinitate de numere Markov de forma $[1, F_{2 \cdot n - 1}, F_{2 \cdot n + 1}]$, unde F_n este al n -lea număr Fibonacci. Există o infinitate de numere Markov de forma $[2, P_{2 \cdot n - 1}, P_{2 \cdot n + 1}]$, unde P_n este al n -lea număr Pell.

Referințe:

(1) *Markoff numbers*, Tom Ace;

(2) *Combinatorial interpretations for the Markov numbers*, Andy Itsaria et al.

Numere Matijasevič

Definiție: Matematicianul Yuri Matijasevič a demonstrat că pot exista polinoame ale căror valori pozitive, pentru variabile întregi non-negative, să coincidă cu mulțimea numerelor prime. Am denumit valorile acestor polinoame numere Matijasevič.

Exemplu: Matematicienii James P. Jones, Daihachiro Sato, Hideo Wada și Douglas Wiens au construit un astfel de polinom, polinom de gradul 25 având 26 de variabile, ale cărui valori pozitive (pentru că polinomul are și valori negative, ca de exemplu numărul -76), pentru variabile întregi non-negative, coincid cu mulțimea numerelor prime: 2, 3, 5, 7 ș.a.m.d. Acesta este polinomul:

$$(k + 2) \cdot (1 - (w \cdot z + h + j - q)^2 - ((g \cdot k + 2 \cdot g + ki + 1) \cdot (h + j) + h - z)^2 - (2 \cdot n + p + q + z - e)^2 - (16 \cdot (k + 1)^3 \cdot (k + 2) \cdot (n + 1)^2 + 1 - f^2) - (e^3 \cdot (e + 2) \cdot (a + 1)^2 + 1 - o^2)^2 - ((a^2 - 1) \cdot y^2 + 1 - x^2)^2 - (16 \cdot r^2 \cdot y^4 \cdot (a^2 - 1) + 1 - u^2)^2 - (((a + u^2 \cdot (u^2 - a))^2 - 1) \cdot (n + 4 \cdot d \cdot y)^2 + 1 - (x + c \cdot u)^2)^2 - (n + 1 + v - y)^2 - ((a^2 - 1) \cdot l^2 + 1 - m^2)^2 - (a \cdot 1 + k + 1 - l - i)^2 - (p + l \cdot (a - n - 1) + b \cdot (2 \cdot a \cdot n + 2 \cdot a - n^2 - 2 \cdot n - 2) - m)^2 - (q + y \cdot (a - p - 1) + s \cdot (2 \cdot a \cdot p + 2 \cdot a - p^2 - 2 \cdot p - 2) - x)^2 - (z + p \cdot l \cdot (a - p) + t \cdot (2 \cdot a \cdot p - p^2 - 1) - p \cdot m)^2).$$

Comentariu: Matijasevič a construit pentru prima dată un astfel de polinom, în 1971, polinom de gradul 37 având 24 de variabile. Jones, Sato, Wada și Wiens au demonstrat că poate exista un astfel de polinom având numai 12 variabile.

Referințe:

(1) *Diophantine representation of the set of prime numbers*, James P. Jones et al.

Numere Mersenne

(vezi și Numere Cunningham; Numere Fermat)

Notă: Denumirea acestor numere vine de la călugărul belgian ce a trăit în secolul XVII (cu preocupări în filozofie, matematică și teoria muzicii) Marin Mersenne; denumirea de „numere Mersenne” este folosită cu două sensuri diferite, astfel încât vom defini noțiunea în ambele moduri distincte (Definițiile 1 și 2).

Definiție 1: Numere naturale de forma $M_n = 2^n - 1$, unde n este natural.

Primele 19 numere Mersenne conform acestei definiții (secvența A000225 în OEIS):

0, 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 1023, 2047, 4095, 8191, 16383, 32767, 65535, 131071, 262143.

Definiție 2: Numere naturale de forma $2^n - 1$, unde n este prim.

Primele 13 numere Mersenne conform acestei definiții (secvența A001348 în OEIS): 3, 7, 31, 127, 2047, 8191, 131071, 524287, 8388607, 536870911, 2147483647, 137438953471, 2199023255551.

Definiție: Primele de forma $2^n - 1$ se numesc prime Mersenne.

Definiție: Numerele n pentru care $2^n - 1$ este prim se numesc exponenți Mersenne.

Primii 22 exponenți Mersenne (secvența A000043 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, 9689, 9941.

Notă: În ceea ce privește definirea primelor Mersenne nu există nicio confuzie, pentru că $2^n - 1$ prim implică obligatoriu ca și n să fie prim (reciproca însă nu este adevărată: n prim nu implică în mod necesar ca și $2^n - 1$ să fie prim).

Comentariu: Primele 4 prime Mersenne erau cunoscute din antichitate; al 5-lea a fost descoperit de către un anonim în secolul XV; al 6-lea și al 7-lea au fost descoperite de matematicianul italian Pietro Cataldi în secolul XVI; matematicianul și fizicianul elvețian Leonhard Euler a descoperit cel de-al 8-lea prim Mersenne (cu exponentul $p = 31$) în secolul XVIII. Ulterior au fost descoperite: M_{127} de către matematicianul francez Édouard Lucas (1876), M_{61} de către matematicianul rus Ivan M. Pervushin (1883); următoarele numere Mersenne au fost descoperite în secolul XX (interesant de menționat că numărul Mersenne descoperit de Pervushin, cu exponentul 61, a infirmat pentru prima oară însemnările călugărului Marin Mersenne, în care acesta pretindea a fi descoperit numerele prime de acest tip până la exponentul 257; ulterior s-au găsit și alte greșeli în însemnările acestuia).

Notă: Primele Mersenne sunt extrem de rare: se cunosc deocamdată doar 47 de astfel de numere; cel mai mare dintre ele (descoperit, cronologic, al 45-lea), dat publicității în 2008 (de către University of California Los Angeles – UCLA în rețeaua GIMPS), fiind $2^{43112609} - 1$ (un număr cu aproape 13 milioane de cifre); acesta este totodată și cel mai mare prim descoperit până în prezent (și următoarele 8 prime de pe lista recordurilor celor mai mari prime cunoscute sunt tot prime Mersenne; de-abia pe locul 10 se află un prim Proth). Proiectul GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) se ocupă exclusiv de căutarea numerelor Mersenne. Încă nu se știe dacă există o infinitate de numere Mersenne, deși s-a conjecturat în acest sens (problema este strâns legată de cea a infinității mulțimii numerelor perfecte pare, între cele două existând o corespondență biunivocă).

Referințe:

- (1) *Mersenne and Fermat numbers*, Raphael M. Robinson;
- (2) *On the largest prime factor of the Mersenne numbers*, Florian Luca *et al.*;
- (3) *Generalized Mersenne numbers revisited*, Robert Granger și Andrew Moss.

Numere Mian-Chowla

Definiție: Numerele a_n generate de următoarea relație de recurență: $a_1 = 1$ iar, pentru $n > 1$, a_n este egal cu cel mai mic număr întreg cu proprietatea că sumele tuturor perechilor $a_i + a_j$ sunt distincte, pentru toate valorile lui i și j mai mici sau egale cu n .

Primele 23 numere Mian-Chowla (secvența A005282 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 13, 21, 31, 45, 66, 81, 97, 123, 148, 182, 204, 252, 290, 361, 401, 475, 565, 593, 662.

Notă: Denumirea seriei se datorează matematicienilor Abdul Majid Mian și Sarvadaman Chowla.

Comentariu: Seria numerelor Mian-Chowla face parte dintr-o clasă mai largă de serii, numite generic serii B2 sau serii Sidon (denumite astfel după matematicianul ungar Simon Sidon), serii infinite de numere întregi cu proprietatea că sumele a doi termeni a_i și a_j , unde $i \leq j$, sunt diferite.

Referințe:

- (1) *Notes on the Mian-Chowla sequence*, Frank Chu;
- (2) *B2 sequences whose terms are squares*, Javier Cilleruelo;
- (3) *Infinite Sidon sequences*, Javier Cilleruelo.

Numere minunate

Notă: Aceste numere mai sunt denumite „*hailstone numbers*”.

Definiție: Numerele întregi generate de următoarea formulă: $M_n = (1/2) * M_{n-1}$ pentru n par și $M_n = 3 * M_{n-1} + 1$ pentru n impar.

Exemplu: Pentru $M_0 = 6$ avem $M_1 = 3$, $M_2 = 10$, $M_3 = 5$, $M_4 = 16$, $M_5 = 8$, $M_6 = 4$, $M_7 = 2$, $M_8 = 1$.

Comentariu: Matematicianul german Lothar Collatz a conjecturat în 1937 că, indiferent de valoarea pe care o are M_0 , în cele din urmă secvența sfârșește cu numărul 1. Numărul de iterații necesare pentru a ajunge la 1, pentru $M_0 \geq 1$, este: 1, 1, 7, 2, 5, 8 ș.a.m.d. (secvența A006577 în OEIS). Numărul cel mai mare de iterații necesare pentru a ajunge la 1 este, pentru M_0 mai mic decât un miliard, de 986 de iterații, necesare secvenței ce începe cu $M_0 = 670617279$ pentru a se sfârși cu numărul 1.

Notă: Conjectura lui Collatz (denumită uneori și „Problema $3*x + 1$ ”) este încă nedemonstrată dar este verificată pe computer pînă la valoarea lui M_0 de circa 2^{60} .

Referințe:

- (1) *The structure of hailstone sequences*, Colin Phipps;
- (2) *On the $3*x + 1$ Problem*, Eric Roosendaal.

Numere Moser-de Bruijn

Definiție: Numerele ce se pot exprima ca o sumă de puteri distincte ale lui 4.

Primele 23 numere Motzkin (secvența A001006 în OEIS): 0, 1, 4, 5, 16, 17, 20, 21, 64, 65, 68, 69, 80, 81, 84, 85, 256, 257, 260, 261, 272, 273, 276.

Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul olandez Nicolaas Govert de Bruijn și matematicianul canadian de origine austriacă Leo Moser.

Referințe:

- (1) *On unique additive representations of positive integers and some close problems*, Vladimir Shevelev.

Numere Motzkin

(vezi și Numere Catalan; Numere Delannoy, Numere Narayana)

Definiție: Numere naturale între care există următoarea relație de recurență: $M_n = (3*(n - 1)*M_{n-2} + (2*n + 1)*M_{n-1})/(n + 2)$, unde $M_0 = M_1 = 1$. Funcția generatoare a numerelor Motzkin (ai cărei coeficienți a_0, a_1, \dots, a_n dau aceste numere) este $f(x) = (1 - x - (1 - 2*x - 3*x^2)^{(1/2)})/(2*x^2)$.

Primele 19 numere Motzkin (secvența A001006 în OEIS): 1, 1, 2, 4, 9, 21, 51, 127, 323, 835, 2188, 5798, 15511, 41835, 113634, 310572, 853467, 2356779, 6536382.

Notă: Aceste numere, cu importanță în combinatorică, sunt denumite astfel după matematicianul american Theodore Motzkin.

Definiție: Un prim Motzkin este un număr Motzkin ce este totodată prim; se cunosc pînă în prezent doar 4 astfel de numere.

Primele 4 prime Motzkin (secvența A092832 în OEIS): 2, 127, 15511, 953467954114363.

Numere multifactoriale

(vezi și Numere factoriale; Numere subfactoriale)

Definiție: Numerele notate $n!!$, $n!!!$, $n!!!!$ ș.a.m.d. generate de funcțiile multifactorial (funcția dublu factorial, funcția triplu factorial ș.a.m.d.).

Definiție: Funcțiile multifactoriale (definite simplu) au următoarele valori: $n!! = n*(n-2)*(n-4)*...*$ 1 dacă $n \bmod 2 = 1$ sau $n!! = n*(n-2)*(n-4)*...*$ 2 dacă $n \bmod 2 = 0$, respectiv, prin convenție, $n!! = 1$ dacă $n = 0$; $n!!! = n*(n-3)*(n-6)*...*$ 2 dacă $n \bmod 3 = 2$ sau $n!!! = n*(n-3)*(n-6)*...*$ 1 dacă $n \bmod 3 = 1$ sau $n!!! = n*(n-3)*(n-6)*...*$ 3 dacă $n \bmod 3 = 0$ ș.a.m.d.

Exemple de valori multifactoriale: $7!! = 7*5*3*1 = 105$; $7!!! = 7*4*1 = 28$; $7!!!! = 7*3 = 21$; $7!!!! = 7*2 = 14$.

Notă: a nu se confunda aceste funcții cu funcția factorial repetată $(n!)!$; astfel, de exemplu, $(4!)! = (1*2*3*4)! = 24! = 620448401733239439360000$ iar $4!! = 4*2 = 8$.

Primele 18 numere dublu factorial (secvența A006882 în OEIS): 1, 1, 2, 3, 8, 15, 48, 105, 384, 945, 3840, 10395, 46080, 135135, 645120, 2027025, 10321920, 34459425.

Definiție: Primele de forma $n!! \pm 1$, $n!!! \pm 1$, $n!!!! \pm 1$ ș.a.m.d. se numesc prime multifactoriale.

Numere multiperfecte

(vezi și Numere hemiperfecte; Numere perfecte; Numere superperfecte)

Notă: Aceste numere se întâlnesc sub denumirile „*multiperfect numbers*”, „*multiply perfect numbers*” și „*pluperfect numbers*”.

Definiție: Numărul natural n se numește că este k -perfect sau k -multiperfect dacă are proprietatea că $\sigma(n) = k*n$, unde $k > 2$.

Notă: Unele surse vorbesc și despre clasa numerelor 2-perfecte, echivalentă cu cea a numerelor perfecte.

Singurele 6 numere 3-perfecte (sau triperfecte, sau triplu perfecte) cunoscute (secvența A005820 în OEIS): 120, 672, 523776, 459818240, 1476304896, 51001180160.

Comentariu: Este conjecturat că toate clasele de numere k -perfecte sunt finite pentru $k > 2$. Sunt cunoscute până acum 6 numere 3-perfecte, 36 numere 4-perfecte (secvența A027687 în OEIS) ș.a.m.d. Cel mai mic număr 3-perfect, 120, este cunoscut încă din antichitate; cel mai mic număr 4-perfect, 30240, și cel mai mic număr 5-perfect, 14182439040, au fost descoperite de Descartes în secolul XVII iar cel mai mic număr 6-perfect, 154345556085770649600, a fost descoperit de matematicianul american Robert Carmichael la începutul secolului XX; acesta nu a fost însă și primul număr 6-perfect descoperit: acesta a fost descoperit de Fermat în secolul XVII și este numărul 34111227434420791224041472000.

Notă: Toate numerele k -perfecte cunoscute sunt pare. Nu se știe dacă există sau nu un număr k -perfect impar (inclusiv pentru $k = 2$).

Referințe:

- (1) *Multiperfect numbers on lines of the Pascal triangle*, Florian Luca;
- (2) *On multiply perfect numbers with a special property*, Carl Pomerance;
- (3) *On perfect and multiply perfect numbers*, Paul Erdős.

Numere Narayana

(vezi și Numere Catalan; Numere Delannoy; Numere Motzkin)

Definiție: Numere exprimate prin coeficienți binomiali ca suma de la $k = 0$ la $k = n$ a produselor $(1/n)*C(n, k)*C(n, k-1)$.

Notă: Aceste numere, denumite după matematicianul indian Tadepalli Venkata Narayana, au importanță în combinatorică.

Referințe:

- (1) *On divisibility of Narayana numbers by primes*, Miklós Bóna.

Numere narcisiste

(vezi Numere Armstrong)

Numere naturale

(vezi Numere întregi)

Numere nefericite

(vezi Numere fericite)

Numere neobișnuite

(vezi și Numere rotunde)

Definiție 1: Un număr întreg n este denumit neobișnuit dacă cel mai mare factor prim al său este mai mare sau egal cu $n^{1/2}$.

Primele 25 numere neobișnuite conform acestei definiții (secvența A063538 în OEIS): 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 33, 34.

Definiție 2: Un număr întreg n este denumit neobișnuit dacă cel mai mare factor prim al său este strict mai mare decât $n^{1/2}$.

Primele 25 numere neobișnuite conform acestei definiții (secvența A064052 în OEIS): 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 26, 28, 29, 31, 33, 34, 35, 37, 38.

Notă: Toate numerele prime sunt numere neobișnuite.

Numere neuniforme

(vezi și Numere uniforme)

Definiție: Un număr întreg este k -neuniform („ k -rough”) dacă toți factorii săi primi sunt mai mari sau egali cu k .

Primele 25 numere 11-neuniforme (secvența A008364 în OEIS): 1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107.

Primele 25 numere 23-neuniforme (secvența A166063 în OEIS): 1, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131.

Numere Niven

(vezi Numere Harshad)

Numere nontotiente

(vezi și Numere perfect totiente; Numere extrem totiente; Numere slab totiente; Numere rectangulare)

Definiție: Întregi pozitivi n pentru care ecuația $\varphi(x) = n$ nu are soluții; cu alte cuvinte, n este nontotient dacă nu există un întreg x care să aibă n numere mai mici relativ prime.

Primele 23 nontotiente pare (secvența A005277 în OEIS): 14, 26, 34, 38, 50, 62, 68, 74, 76, 86, 90, 94, 98, 114, 118, 122, 124, 134, 142, 146, 152, 154, 158.

Comentariu: Toate numerele impare sunt nontotiente cu excepția lui 1. Niciun nontotient nu poate fi de forma $p - 1$, unde p prim, pentru că indicatorul lui Euler al unui număr prim p (funcția totient) este tocmai $p - 1$.

Proprietăți: Dacă n este nontotient iar $2 \cdot n + 1$ este compus, atunci $2n$ este de asemenea nontotient. Dacă n^2 nu se poate scrie ca diferența a două prime, atunci $n^2 + 1$ este nontotient. Un număr rectangular $n \cdot (n + 1)$ nu poate fi nontotient dacă n este prim deoarece în acest caz $\varphi(n^2)$ este tocmai $n \cdot (n + 1)$. Un nontotient nu poate fi exprimat ca un produs de numere (sau de puteri de numere) de forma $p - 1$, unde p prim.

Numere norocoase Euler

(vezi și Prime Euler)

Definiție: Numerele întregi pozitive m pentru care $n^2 - n + m$ este prim când n ia valori de la 1 la $m - 1$.

Comentariu: Polinomul obținut pentru $m = 41$ se numește polinomul lui Euler iar în forma generică (pentru un m oarecare) polinoamele de acest tip se numesc polinoame de tip Euler. Polinomul lui Euler este cel mai cunoscut polinom așa-zis generator de prime, având ca rezultat un număr prim distinct pentru toate valorile lui n de la 1 la 40. S-a demonstrat (implicit, de către inginerul și matematicianul german Kurt Heegner în 1952) că nu există decât 6 numere ce pot satisface condiția din definiție, de asemenea că nu există un polinom de tip Euler care să genereze, pentru valori consecutive ale lui n , mai multe prime distincte decât polinomul lui Euler, adică 41.

Singurele 6 numere norocoase ale lui Euler (secvența A014556 în OEIS): 2, 3, 5, 11, 17, 41.

Notă: Denumirea acestor numere este atribuită chimistului și matematicianului francez François Le Lionnais.

Referințe:

(1) *On Euler polynomials and Rabinowitsch polynomials*, Shaoji Xu.

Numere norocoase Ulam

Definiție: Numerele ce rămân după trecerea tuturor numerelor naturale printr-o sită ale cărei etape sunt: începând cu șirul întregilor pozitivi, următorul număr după 1 este 2; fiecare al doilea număr din șir (adică toate numerele pare) sunt eliminate; următorul număr rămas după 1 este 3; fiecare al treilea număr din șirul rămas este eliminat; următorul număr rămas după 1 este 7; fiecare al 7-lea număr din șirul rămas este eliminat ș.a.m.d. Numerele rămase în urma acestei „treceri prin sită” se numesc numere norocoase Ulam”.

Primele 25 numere norocoase Ulam (secvența A000959 în OEIS): 1, 3, 7, 9, 13, 15, 21, 25, 31, 33, 37, 43, 49, 51, 63, 67, 69, 73, 75, 79, 87, 93, 99, 105, 111.

Notă: Denumirea acestor numere („numere norocoase”) este atribuită unui grup de oameni de știință printre care se afla și matematicianul american de origine poloneză Stanislaw Ulam (acesta a participat în timpul celui de-al doilea război mondial la Proiectul Manhattan); ulterior au fost denumite și după numele acestuia.

Proprietăți: Aceste numere par a avea în cadrul mulțimii numerelor naturale o densitate apropiată de cea a numerelor prime (e.g., dintre primele un milion două-trei sute de numere naturale circa 10 mii sunt numere prime și tot circa 10 mii sunt numere norocoase Ulam). Există o infinitate de numere norocoase Ulam.

Numere Newman-Shanks-Williams

(vezi și Numere Pell-Lucas)

Definiție: Numerele întregi x ce sunt soluții ale ecuației diofantice $x^2 + 1 = 2^n$.

Notă: Numele acestor numere (cunoscute sub abrevierea de numere NSW) provine de la autorii unei lucrări științifice pe această temă, Morris Newman, Daniel Shanks și Hugh Williams.

Primele 13 numere NSW (secvența A002315 în OEIS): 1, 7, 41, 239, 1393, 8119, 47321, 275807, 1607521, 9369319, 54608393, 318281039, 1855077841.

Comentariu: O formulă pentru generarea numerelor NSW este: $((1 + 2^{(1/2)})^{(2*n + 1)} + (1 - 2^{(1/2)})^{(2*n + 1)})/2$.

Definiție: Numerele NSW ce sunt totodată și prime se numesc prime NSW.

Primele 7 numere prime NSW (secvența A088165 în OEIS): 7, 41, 239, 9369319, 63018038201, 489133282872437279, 19175002942688032928599.

Proprietăți: Fiecărui număr NSW îi corespunde un număr Pell-Lucas ce este egal cu dublul valorii sale.

Numere ondulatorii

Definiție : Numerele de forma abab...a sau abab...b, adică cele formate din doar două cifre ce alternează.

Notă: Numerele ondulatorii netriviabile sunt cele ce au peste 3 cifre iar $a \neq b$ (secvența A046075 în OEIS).

Comentariu: Matematicianul David Moews a demonstrat recent că numai 14 pătrate sunt numere ondulatorii (deci nu pot exista alte pătrate în afară de cele 14 cu această proprietate): 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 121, 484, 676, 69696.

Notă: Noțiunea de prime ondulatorii este întâlnită cu două sensuri diferite.

Definiție 1: Prin prime ondulatorii se înțeleg primele de forma abcd...n, unde $a < b > c < d$ ș.a.m.d. sau $a > b < c > d$ ș.a.m.d., adică mărimea cifrelor alternează; de exemplu 241, 409 etc. (secvența A059168 în OEIS).

Definiție 2: Prin prime ondulatorii se înțeleg primele formate din doar două cifre ce alternează (secvența A032758 în OEIS). Pentru a deosebi această categorie de prime de cea din sensul primei definiții, uneori se adaugă denumirii clasei acestor numere un adjectiv: „smoothly undulating primes”; termenul „smoothly” îi este atribuit lui Charles W. Trigg, inginer, matematician și editor al publicației „Journal of Recreational Mathematics”.

Notă: Unii matematicienii dau și noțiunii de „numere ondulatorii” aceleași două sensuri.

Referințe:

(1) *Comments on double smoothly undulating primes*, Ken Shirriff.

Numere Ore

(vezi și Numere hemiperfecte; Numere perfecte; Numere pseudoperfecte)

Definiție : Numerele Ore sunt numerele n cu proprietatea că numărul $n \cdot \tau(n) / \sigma(n)$ este întreg, unde $\sigma(n)$ și $\tau(n)$ reprezintă suma divizorilor, respectiv numărul divizorilor lui n .

Notă : Numerele Ore mai sunt denumite „harmonic divisor numbers” sau pur și simplu numere armonice, cu specificația că este vorba de numere întregi pozitive, pentru a nu se confunda cu clasa numerelor cunoscute îndeobște ca și „numere armonice”, și anume numerele raționale H_n egale cu suma de la $k = 1$ la $k = n$ a rapoartelor $1/k$.

Exemplu : Numărul 140 este număr Ore pentru că $140 \cdot 12 / 336 = 5$, un număr întreg, unde $\tau(n) = 12$, adică numărul divizorilor lui 140 (i.e. 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70 și 140) iar $\sigma(n) = 336$, adică suma divizorilor lui 140 (i.e. $1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 10 + 14 + 20 + 28 + 35 + 70 + 140$).

Primele 28 valori ale funcției divizor $\sigma(n)$ (secvența A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.

Primele 28 valori ale funcției $\tau(n)$ (secvența A000005 în OEIS): 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4, 5, 2, 6, 2, 6, 4, 4, 2, 8, 3, 4, 4, 6.

Primele 18 numere Ore (secvența A001599 în OEIS): 1, 6, 28, 140, 270, 496, 672, 1638, 2970, 6200, 8128, 8190, 18600, 18620, 27846, 30240, 32760, 55860.

Comentariu: Numerele Ore sunt denumite după matematicianul norvegian Øystein Ore, ce le-a definit și a demonstrat, la jumătatea secolului XX, că toate numerele perfecte sunt numere Ore; el a conjeturat, de asemenea, că 1 este singurul număr Ore impar, conjetură ce ar implica, dacă s-ar adevăra, că nu există niciun număr perfect impar. Un

număr Ore impar, s-a arătat, ar trebui să fie mai mare decât 10^{24} și să aibă cel puțin 3 factori primi distincți.

Referințe:

- (1) *Harmonic seeds*, G.L. Cohen și R.M. Sorli;
- (2) *(Ore's) Harmonic Numbers*, Takeshi Goto.

Numere Padovan

(vezi și Numere Fibonacci, Numere Pell, Numere Perrin)

Definiție: Numerele definite prin relația de recurență $P_n = P_{n-2} + P_{n-3}$ (aceeași relație de recurență ca cea care definește numerele Perrin) și valorile inițiale $P_0 = P_1 = P_2 = 1$.

Notă: Numerele sunt denumite astfel după arhitectul și autorul Richard Padovan.

Primele 28 numere Padovan (secvența A000931 în OEIS): 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37, 49, 65, 86, 114, 151, 200, 265, 351.

Proprietăți: Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Padovan tinde spre o constantă matematică având aceeași natură ca și raportul de aur în cazul seriei Fibonacci sau raportul de argint în cazul numerelor Pell.

Definiție: Numerele Padovan ce sunt totodată și prime se numesc prime Padovan.

Primele 10 numere Padovan (secvența A100891 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 37, 151, 3329, 23833, 13091204281, 3093215881333057.

Notă: Următorul prim Padovan este un număr cu 58 cifre.

Referințe:

- (1) *Complete Padovan sequences in finite fields*, Juan B. Gil *et al.*

Numere palindromice

(vezi și Numere Demlo; Numere Lychrel; Numere reversate; Prime reversibile)

Definiție: Numerele ce rămân neschimbate atunci când cifrele lor sunt reversate (se citesc la fel de la stânga la dreapta sau de la dreapta la stânga). Numerele prime ce au această proprietate se numesc prime palindromice.

Exemplu: 191, 2442, 37973, 38083 sunt numere palindromice; 191 și 38083 sunt prime palindromice.

Primele 26 numere palindromice (secvența A002113 în OEIS): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161.

Primele 22 prime palindromice (secvența A002385 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929, 10301, 10501.

Proprietăți: Orice număr palindromic cu un număr par de cifre este divizibil cu 11; consecință: orice prim palindromic în afara lui 11 are un număr impar de cifre. Se presupune că există un număr infinit de prime palindromice.

Conjectura numerelor palindromice: Fie un număr natural n cu două sau mai multe cifre; n se adună cu reversul său, $R(n)$; numărul astfel obținut ($n + R(n)$) se reversează din nou iar rezultatul se adună din nou cu ($n + R(n)$) ș.a.m.d. Operația iterativă de reversare a numărului urmată de adunare se numește Algoritmul 196. Conjectura numerelor palindromice susține că din orice număr n , repetând algoritmul, vom obține în cele din urmă un număr palindromic. Într-adevăr, asta se întâmplă în cazul majorității numerelor; sunt însă numere care par a nu conduce, totuși, niciodată la un număr palindromic. 196 este cel mai mic număr din care nu s-a obținut prin operația arătată un număr palindromic, deși iterația s-a extins până la obținerea unor numere de milioane de cifre.

Comentariu: O categorie studiată de numere palindromice este formată din numerele n pentru care numărul format prin concatenare $10n01$ este prim; astfel de numere sunt

(secvența A099744 în OEIS): 3, 5, 6, 222, 282, 353, 434, 555, 626, 656, 747, 828, 858, 929, 939, 10301 ș.a.m.d.

Referințe:

(1) *Intrinsic palindromic numbers*, Antonio J. Di Scala și Martin Sombra.

Numere pandigitale

Definiție: Numere ce conțin toate cifrele, de la 0 la 9.

Primele 8 numere pandigitale (secvența A171102 în OEIS): 1023456789, 1023456798, 1023456879, 1023456897, 1023456978, 1023456987, 1023457689, 1023457698.

Primele 8 prime pandigitale (secvența A050288 în OEIS): 10123457689, 10123465789, 10123465897, 10123485679, 10123485769, 10123496857, 10123547869, 10123548679.

Comentariu: Numerele pandigitale ce rămân astfel înmulțite cu numărul natural k se numesc „numere k -persistente” („*k-persistent numbers*”). Astfel, numărul $n = 1234567890$ este 2-persistent deoarece $2 \cdot n = 2469135780$ este tot un număr pandigital. Există cel puțin un număr k -persistent pentru orice număr întreg pozitiv k .

Numere pare

(vezi și Numere impare; Numere perfecte; Numere prime)

Definiție: Numerele întregi n de forma $n = 2 \cdot k$, unde k întreg, cu alte cuvinte numerele întregi divizibile cu 2.

Conjectura lui Goldbach: Una dintre cele mai cunoscute conjecturi din teoria numerelor este pe cât de uimitor de simplu enunțată pe atât de dificil de demonstrat; îi aparține matematicianului german din secolul XVIII Christian Goldbach și nu a fost demonstrată din 1742 până în prezent. În sfârșit, aceasta sună astfel: orice număr par mai mare decât 2 poate fi scris ca suma a două numere prime. S-a demonstrat deocamdată, de către matematicianul chinez J.R. Chen, că orice număr par suficient de mare poate fi scris ca suma dintre un număr prim și un număr ce este fie prim fie semiprim; tot acesta a demonstrat că orice număr par poate fi scris ca diferența a două numere prime.

Proprietăți: Se știe (Teorema Bertrand-Chebyshev) că există întotdeauna cel puțin un număr prim între numerele k și $2 \cdot k$. Se presupune (Conjectura lui de Polignac) că pentru orice număr pozitiv par n există un infinit de perechi de prime consecutive p și q astfel încât $q - p = n$ (cazul particular $n = 2$ al conjecturii se numește Conjectura primelor gemene; nici cel puțin acest caz nu a fost demonstrat încă). Toate numerele perfecte cunoscute până acum sunt pare; nu se cunoaște dacă mulțimea numerelor perfecte pare este infinită.

Numere pătratice

(vezi și Numere poligonale; Numere triunghiulare)

Definiție: Numerele pătratice, numite și pătrate perfecte, sunt numerele naturale ce reprezintă produsul unui număr întreg cu el însuși.

Primele 23 numere pătratice (secvența A000290 în OEIS): 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484.

Comentariu: Numerele pătratice sunt un subset al numerelor poligonale. Un număr pătratic se poate scrie ca suma a două numere triunghiulare consecutive.

Notă: Un număr natural ce nu are ca divizor niciun număr pătratic se numește „număr liber de pătrate”.

Proprietăți: Matematicianul italian de origine greacă Francesco Maurolico (Frangiskos Mavrolikos) a demonstrat în secolul XVI, prin inducție, că suma primelor n numere impare este egală cu n^2 . Suma pătratelor primelor n numere naturale este egală cu $n \cdot (n$

$+ 1) \cdot (2^n + 1) / 6$. Conjectura lui Legendre, încă nedemonstrată în pofida evidenței sale, stipulează că există întotdeauna un număr prim între două pătrate consecutive. Matematicianul și astronomul francez de origine italiană Joseph-Louis Lagrange (Giuseppe Luigi Lagrangia) a demonstrat (în 1770) că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult patru pătrate perfecte; ulterior matematicianul francez Adrien-Marie Legendre a demonstrat (în 1798) că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult trei pătrate perfecte, cu excepția numerelor de forma $4^n \cdot (8k + 7)$. Matematicianul britanic Edward Waring a conjecturat (în 1770) că orice număr natural poate fi scris ca suma unui număr de maximum $f(n)$ numere naturale ridicate la puterea n (unde n este, de asemenea, natural), unde $f(n)$ depinde numai de n ; conjectura a fost demonstrată de matematicianul german David Hilbert (1909). În timp s-au găsit următoarele valori pentru $f(n)$: $f(3) = 9$ (orice număr natural este egal cu suma a cel mult 9 numere ridicate la puterea a treia – A. Wieferich și A.J. Kempner, 1912); $f(4) = 19$ (orice număr natural este egal cu suma a cel mult 19 numere ridicate la puterea a patra – Ramachandran Balasubramanian, 1986); $f(5) = 37$ (Chen Jingrun, 1964); $f(6) = 73$ (Pillai, 1940).

Numere Pell

(vezi și Numere Fibonacci, Numere Lucas, Numere Markov)

Definiție: Numerele Pell sunt definite asemenea numerelor Fibonacci și numerelor Lucas, prin recurență, fiecare termen al seriei infinite de astfel de numere fiind definit în funcție de cei doi termeni anteriori ai săi (desigur, la seriile definite astfel, primii doi termeni trebuie întotdeauna să fie stabiliți dinainte). Numerele Pell sunt deci numerele $P_n = 2 \cdot P_{n-1} + P_{n-2}$, unde $P_0 = 1$ și $P_1 = 1$.

Primele 18 numere Pell (secvența A000129 în OEIS): 0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985, 2378, 5741, 13860, 33461, 80782, 195025, 470832, 1136689.

Comentariu: Numerele Pell sunt cunoscute încă din antichitate ca fiind egale cu numitorii fracțiilor ce aproximează din ce în ce mai fidel rădăcina pătrată a lui 2: $1/1$, $3/2$, $7/5$, $17/12$, $41/29$ ș.a.m.d. Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Pell tinde spre valoarea unei constante matematice, denumită *silver ratio*, analogă celebrei constante obținută din raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Fibonacci, *golden ratio*.

Notă: O altă formulă (în genul formulei Binet pentru numerele Fibonacci) pentru calculul celui de-al n -lea număr Pell este: $P_n = ((1 + 2^{1/2})^n - (1 - 2^{1/2})^n) / (2 \cdot 2^{1/2})$.

Proprietăți: Există o infinitate de triplete de numere Markov de forma $[2, P_{2^n-1}, P_{2^n+1}]$, unde P_n este al n -lea număr Pell (numerele Markov sunt numerele întregi pozitive x, y, z ce sunt soluții ale ecuației diofantice $x^2 + y^2 + z^2 = 3 \cdot x \cdot y \cdot z$).

Definiție: Un număr Pell ce este totodată și prim se numește prim Pell.

Comentariu: Pentru ca numărul Pell P_n să fie prim este necesar ca indicele n să fie prim.

Primii 18 indici ai primelor 18 numere prime Pell (secvența A096650 în OEIS): 2, 3, 5, 11, 13, 29, 41, 53, 59, 89, 97, 101, 167, 181, 191, 523, 929, 1217.

Notă: Indicele celui mai mare prim Pell cunoscut, un număr cu circa 5000 cifre, este 13339.

Comentariu: Numele acestor numere provine de la matematicianul englez din secolul XVII John Pell, căruia Euler, se spune, i-ar fi atribuit din greșeală studiul acestor numere în detrimentul altui matematician englez contemporan cu Pell, William Brouncker.

Referințe:

(1) *Fibonacci, Lucas and Pell numbers, and Pascal's triangle*, Thomas Koshy.

Numere Pell-Lucas

(vezi și Numere Lucas, Numere Newman-Shanks-Williams, Numere Pell)

Definiție: Numerele Pell-Lucas sunt definite prin aceeași relație de recurență ca și numerele Pell, și anume $P_n = 2 \cdot P_{n-1} + P_{n-2}$, cu diferența că primii doi termeni ai seriei sunt $P_0 = P_1 = 2$.

Primele 18 numere Pell-Lucas (secvența A002203 în OEIS): 2, 2, 6, 14, 34, 82, 198, 478, 1154, 2786, 6726, 16238, 39202, 94642, 228486, 551614, 1331714, 3215042.

Comentariu: Numerele Pell-Lucas sunt cunoscute ca fiind egale cu dublul numărătorilor fracțiilor ce aproximează din ce în ce mai fidel rădăcina pătrată a lui 2: $1/1, 3/2, 7/5, 17/12, 41/29$ ș.a.m.d.

Notă: O altă formulă (în genul formulei Binet pentru numerele Fibonacci) pentru calculul celui de-al n-lea număr Pell-Lucas este: $P_n = (1 + 2^{1/2})^n + (1 - 2^{1/2})^n$.

Definiție: Numărul $P_n/2$, unde P_n este un număr Pell-Lucas, se numește prim Pell-Lucas (se observă că numerele Pell-Lucas sunt întotdeauna pare).

Comentariu: Pentru ca numărul $P_n/2$ să fie prim, unde P_n este al n-lea număr Pell-Lucas, este necesar ca indicele n să fie ori prim ori putere a lui 2.

Primii 18 indici n ai primelor 18 numere $P_n/2$ prime (secvența A099088 în OEIS): 2, 3, 4, 5, 7, 8, 16, 19, 29, 47, 59, 163, 257, 421, 937, 947, 1493, 1901.

Notă: Indicele celui mai mare prim Pell-Lucas cunoscut, un număr cu circa 3700 cifre, este 9679.

Referințe:

(1) *On the Pell, Pell-Lucas and modified Pell numbers by matrix method*, Ahmet Dasdemir.

Numere perfecte

(vezi și Numere abundente; Numere deficiente; Numere Mersenne; Numere Ore)

Definiție: Numerele naturale n egale cu suma lor alicotă (suma divizorilor lor mai mici ca n), cu alte cuvinte numerele n cu proprietatea că $2 \cdot n = \sigma(n)$.

Sumele alicote ale primilor 28 întregi pozitivi (secvența A001065 în OEIS): 0, 1, 1, 3, 1, 6, 1, 7, 4, 8, 1, 16, 1, 10, 9, 15, 1, 21, 1, 22, 11, 14, 1, 36, 6, 16, 13, 28.

Primele 8 numere perfecte (secvența A000396 în OEIS): 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328, 2305843008139952128.

Comentariu: Primele 4 numere perfecte erau cunoscute de matematicienii din Grecia antică; următoarele 3 au fost descoperite în secolele XV-XVI, două dintre ele de către Pietro Cataldi. Euclid a demonstrat că numărul $2^{(p-1)} \cdot (2^p - 1)$ este perfect dacă numărul $2^p - 1$ este prim (pentru primele 8 numere perfecte, p este 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31). Valorile lui p pentru care $2^p - 1$ este prim (Mersenne) se numesc exponenți Mersenne și trebuie în mod necesar (dar nu și suficient) să fie prime (deci ceea ce a descoperit italianul Cataldi sunt primele Mersenne cu exponenții p = 17 și p = 19). Euler a descoperit cel de-al 8-lea număr Mersenne (cu exponentul p = 31), deci implicit cel de-al 8-lea număr perfect. Încă din jurul anului 1000 d.Hr., omul de știință musulman Al-Hasan ibn al-Haytham (latinizat Alhazen) a conjecturat că orice număr perfect par este de forma $2^{(p-1)} \cdot (2^p - 1)$, unde $2^p - 1$ este prim, fapt demonstrat de-abia în secolul XVIII de Euler. Asta înseamnă că între mulțimea numerelor pare perfecte și mulțimea numerelor Mersenne există o corespondență biunivocă: fiecărui termen al unei mulțimi îi corespunde un termen al celeilalte și viceversa.

Notă: Actualmente se cunosc 47 de prime Mersenne, deci 47 de numere perfecte pare; cel mai mare dintre acestea are mai mult de 25 de milioane de cifre și este $2^{43112608} \cdot (2^{43112609} - 1)$. Nu se cunoaște încă dacă există sau nu un număr

perfect impar. De asemenea nu se cunoaște dacă mulțimea numerelor perfecte pare (precum, implicit, cea a numerelor Mersenne) este infinită.

Referințe:

- (1) *Some new results on odd perfect numbers*, G.C. Dandapat *et al.*;
- (2) *Perfect numbers: an elementary introduction*, John Voight.

Numere perfect totiente

(vezi și Numere nontotiente; Numere extrem totiente; Numere slab totiente; Numere perfecte)

Definiție: Numere naturale egale cu suma indicatorilor lor Euler calculați în mod iterat până se ajunge la numărul 1.

Exemplu: $\varphi(327) = 216$, $\varphi(216) = 72$, $\varphi(72) = 24$, $\varphi(24) = 8$, $\varphi(8) = 4$, $\varphi(4) = 2$, $\varphi(2) = 1$; deci $327 = 216 + 72 + 24 + 8 + 4 + 2 + 1$ este un număr perfect totient.

Primele 21 numere perfect totiente (secvența A082897 în OEIS): 3, 9, 15, 27, 39, 81, 111, 183, 243, 255, 327, 363, 471, 729, 2187, 2199, 3063, 4359, 4375, 5571, 6561.

Definiție: Indicatorul lui Euler al lui n , $\phi(n)$ sau $\varphi(n)$, este numărul de numere întregi pozitive mai mici sau egale cu n ce sunt relativ prime cu n .

Indicatorul lui Euler al primelor 20 numere întregi pozitive (secvența A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18, 12, 28.

Proprietăți ale funcției totient: Indicatorul lui Euler al unui număr mai mare decât 2 este par. Indicatorul lui Euler al unui număr prim este egal cu valoarea numărului minus 1 iar indicatorul lui Euler al pătratului unui număr prim este egal cu valoarea numărului prim înmulțită cu valoarea numărului natural imediat următor – algebric formulat, $\varphi(p) = p - 1$ iar $\varphi(p^2) = p \cdot (p - 1)$. Există relativ multe numere pentru care $\varphi(n) = \varphi(n + 1)$ dar nu se cunoaște decât unul până la $n = 10^{10}$ pentru care $\varphi(n) = \varphi(n + 1) = \varphi(n + 2)$ și anume $n = 5186$, cu indicatorul lui Euler egal cu $2^5 \cdot 3^4$.

Referințe:

- (1) *On perfect totient numbers*, Douglas E. Iannucci *et al.*

Numere perfect unitare

(vezi și Numere perfecte)

Definiție: Un număr perfect unitar este numărul natural n egal cu suma divizorilor săi unitari, exceptându-l pe n însuși; prin divizor unitar al lui n („unitary divisor of a number n ”) înțelegem un divizor d al lui n cu proprietatea că d și d/n sunt coprime.

Exemplu: Numărul 60 este un număr perfect unitar deoarece $60 = 1 + 3 + 4 + 5 + 12 + 15 + 20$ (ceilalți divizori ai lui 60 nu sunt unitari).

Primele 5 numere perfect unitare (secvența A002827 în OEIS): 6, 60, 90, 87360, 146361946186458562560000.

Proprietăți: Nu există numere perfect unitare impare. Nu se știe dacă există sau nu o infinitate de numere perfect unitare.

Referințe:

- (1) *Unitary super perfect numbers*, Tomohiro Yamada;
- (2) *On multiplicatively unitary perfect numbers*, Antal Bege.

Numere Perrin

(vezi și Numere Padovan)

Definiție: Numerele definite prin relația de recurență $P_n = P_{n-2} + P_{n-3}$ (aceeași relație de recurență ca cea care definește numerele Padovan) și valorile inițiale $P_0 = 3$, $P_1 = 0$, $P_2 = 2$.

Primele 23 numere Perrin (secvența A001608 în OEIS): 3, 0, 2, 3, 2, 5, 5, 7, 10, 12, 17, 22, 29, 39, 51, 68, 90, 119, 158, 209, 277, 367, 486.

Proprietăți: Raportul dintre doi termeni consecutivi ai seriei Perrin tinde spre valoarea unei constante matematice, denumită „*plastic number*”, analogă ca și natură constantelor obținute prin raportul a doi termeni consecutivi ai seriilor Fibonacci și Pell, respectiv „*golden ratio*” și „*silver ratio*”.

Definiție: Un număr Perrin ce este totodată și prim se numește prim Perrin.

Primele 14 prime Perrin (secvența A074788 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 17, 29, 277, 367, 853, 14197, 43721, 1442968193, 792606555396977, 187278659180417234321.

Notă: S-a demonstrat că, pentru orice q prim, P_q este divizibil cu q ; reciproca nu este însă adevărată: numerele compuse n ce au proprietatea că divid P_n se numesc pseudoprime Perrin.

Referințe:

(1) *Generating large prime numbers using the Perrin sequence*, Dan Tamir.

Numere persistente

(vezi Numere pandigitale)

Numere Pisano

(vezi și Numere Fibonacci)

Definiție: Numerele Pisano pun în evidență o proprietate a numerelor Fibonacci, și anume periodicitatea resturilor modulo ale acestora; astfel, al n -lea număr Pisano sau P_n reprezintă lungimea perioadei de resturi modulo n ale numerelor Fibonacci care se repetă.

Exemplu: P_3 este egal cu 8 pentru că valorile resturilor modulo 3 ale numerelor Fibonacci sunt: 0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1 (...), deci lungimea secvenței care se repetă, și anume [0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1], este 8.

Primele 25 numere Pisano (secvența A001175 în OEIS): 1, 3, 8, 6, 20, 24, 16, 12, 24, 60, 10, 24, 28, 48, 40, 24, 36, 24, 18, 60, 16, 30, 48, 24, 100.

Proprietăți: Numerele Pisano, pentru $n > 2$, sunt pare; se poate demonstra cu ajutorul așa-numitei identități a lui Cassini privind numerele Fibonacci: $F_{n-1} \cdot F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$. De asemenea se poate demonstra că $P_n \leq 6 \cdot n$ ($P_n = 6 \cdot n$ dacă și numai dacă n este de forma $2 \cdot 5^k$, unde $k \geq 1$).

Comentariu: Denumirea acestor numere provine de la Leonardo Pisano, matematicianul cunoscut sub numele de Fibonacci. Existența acestei proprietăți a numerelor Fibonacci a fost remarcată de Lagrange.

Referințe:

(1) *Pisano period and permutations of matrices*, Noel Patson.

Numere pitagoreice

Definiție: Triplete de întregi pozitivi $[x, y, z]$ ce satisfac relația: $x^2 + y^2 = z^2$.

Comentariu: Denumirea acestor numere derivă, evident, din binecunoscuta teoremă a lui Pitagora privind triunghiurile dreptunghice.

Definiție: Dacă a și b sunt relativ prime (în acest caz unul dintre ele trebuie să fie par iar celălalt impar pentru a satisface relațiile de mai sus), tripletele pitagoreice se numesc primitive.

Tripletele pitagoreice primitive cu $z < 50$: [3, 4, 5], [5, 12, 13], [8, 15, 17], [7, 24, 25], [20, 21, 29], [12, 35, 37], [9, 40, 41].

Comentariu: Înainte de descoperirea (de către Euclid) a formulei ce dă soluția pentru toate tripletele pitagoreice primitive, și anume $[a^2 - b^2, 2 \cdot a \cdot b, a^2 + b^2]$, unde a și b

sunt întregi pozitivi, $a > b$, Pitagora găsisse soluțiile $[2^n, n^2 - 1, n^2 + 1]$ ce generează un subset de triplete pitagoreice (nu toate primitive). Un alt subset de triplete pitagoreice (de asemenea, nu toate primitive) este $[F_m * F_{m+3}, 2 * F_{m+1} * F_{m+2}, F_{m+1}^2 + F_{m+2}^2]$, unde F_m este un număr Fibonacci.

Proprietăți: Există o infinitate de triplete pitagoreice în care x , y sau z sunt pătrate perfecte (cel mult unul dintre numerele x , y și z poate fi pătrat perfect în același triplet). Există o infinitate de triplete pitagoreice în care $y = x + 1$. Numărul $(z - x) * (z - y) / 2$ este întotdeauna un pătrat perfect; produsul celor mai mici 2 numere din triplet este întotdeauna divizibil cu 12 iar produsul tuturor celor 3 este divizibil cu 60. Unul dintre numerele x , y , $y + x$ sau $y - x$ este divizibil cu 7. Toți factorii primi ai lui z sunt de forma $4 * n + 1$. Nu se cunoaște dacă există două triplete pitagoreice distincte având același produs; acest lucru ar echivala cu existența unei soluții netriviiale la ecuația diofantică $a * b * (a^4 - b^4) = x * y * (x^4 - y^4)$.

Notă: Sintagma „numere pitagoreice” este uneori folosită pentru a desemna toate numerele cărora Pitagora le atribuia proprietăți mistice speciale (numere perfecte, numere amiabile etc.).

Definiție: Prin sintagma „prime pitagoreice” se înțelege cu totul altceva decât tripletele pitagoreice, și anume primele de forma $4 * n + 1$.

Primele 23 prime pitagoreice (secvența A002144 în OEIS): 5, 13, 17, 29, 37, 41, 53, 61, 73, 89, 97, 101, 109, 113, 137, 149, 157, 173, 181, 193, 197, 229, 233.

Proprietăți: Potrivit Teoremei lui Fermat asupra sumei a două pătrate (numită și Teorema lui Fermat de Crăciun, deoarece acesta a enunțat-o într-o scrisoare către Marin Mersenne datată 25 decembrie 1640), toate numerele prime de această formă se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun prim de forma $4 * n + 3$ nu se poate scrie ca suma a două pătrate). Potrivit legii reciprocității a lui Gauss, dacă cel puțin unul dintre primele impare p și q este de forma $4 * n + 1$, atunci ori relațiile $x^2 \equiv p \pmod{q}$ respectiv $x^2 \equiv q \pmod{p}$ au ambele soluții, ori niciuna nu are soluții (dacă p și q sunt ambele de forma $4 * n + 3$, una dintre ecuații admite soluții dacă și numai dacă cealaltă nu admite).

Referințe:

- (1) *On the enumeration of Pythagorean triples having a fixed base length*, M.A. Nyblom.

Numere platoniciene

(vezi și Numere cubice; Numere poligonale)

Definiție: Numerele platoniciene sunt: numerele tetraedrale, octaedrale, cubice, icosaedrale și dodecaedrale, corespunzând celor 5 solide platoniciene (poliedre convexe regulate).

Notă: Numerele platoniciene sunt o subclasă a numerelor poliedrale, subclasă la rândul său a așa numitelor numere figurative.

Formula numerelor tetraedrale: $n * (n + 1) * (n + 2) / 6$.

Primele 20 numere tetraedrale (secvența A000292 în OEIS): 0, 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, 286, 364, 455, 560, 680, 816, 969, 1140, 1330.

Formula numerelor octaedrale: $(2 * n^3 + n) / 3$.

Primele 20 numere octaedrale (secvența A005900 în OEIS): 0, 1, 6, 19, 44, 85, 146, 231, 344, 489, 670, 891, 1156, 1469, 1834, 2255, 2736, 3281, 3894, 4579.

Comentariu: Matematicianul britanic Frederick Pollock a conjecturat (conjectură încă nedemonstrată) că orice număr natural se poate scrie ca suma a cel mult 7 numere octaedrale.

Referințe:

- (1) *On certain diophantine equations related to triangular and tetrahedral numbers*,
Maciej Ulas.

Numere poligonale

(vezi și Numere pătratice; Numere platoniciene; Numere triunghiulare)

Definiție: Numerele de forma $N = ((k^2 \cdot (n - 2) - k \cdot (n - 4)) / 2)$, unde n este numărul de laturi ale unui poligon regulat, se numesc numere n -poligonale. Acestea sunt numerele triunghiulare, pătratice, pentagonale, hexagonale ș.a.m.d.

Notă: Numerele poligonale sunt o subclasă a așa numitelor numere figurative, numere ce se construiesc pe baza dispunerii regulate în spațiu (în cazul numerelor poligonale, în plan) a unor puncte situate la distanțe egale.

Primele 22 numere pentagonale (secvența A000326 în OEIS): 0, 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, 176, 210, 247, 287, 330, 376, 425, 477, 532, 590, 651.

Primele 22 numere hexagonale (secvența A000384 în OEIS): 0, 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, 190, 231, 276, 325, 378, 435, 496, 561, 630, 703, 780, 861.

Notă: Alte numere poligonale sunt exemplificate în OEIS, de la secvența A051865 până la secvența A051876.

Comentariu: Fermat a conjecturat în anul 1638 că orice întreg pozitiv se poate scrie ca suma a cel mult trei numere triunghiulare, a cel mult patru numere pătratice, în sfârșit, ca suma a n numere n -poligonale. Gauss a demonstrat în secolul XVIII cazul numerelor triunghiulare; o consecință a acestuia, relevată de Legendre, este că orice număr de forma $8 \cdot m + 3$ se poate scrie ca suma a trei pătrate impare. Cazul numerelor pătratice a fost demonstrat în același secol XVIII, independent, de către matematicianul german Jacobi și de către Lagrange. În 1813, inginerul și matematicianul francez Cauchy a demonstrat pe de-a-ntregul Teorema lui Fermat a numerelor poligonale.

Referințe:

- (1) *Polygonal numbers*, Daniela Betancourt și Timothy Park;
- (2) *On repdigit polygonal numbers*, Mike Keith;
- (3) *Polygonal numbers and finite calculus*, Elliot Forhan.

Numere politicoase

Definiție: Numerele întregi pozitive ce pot fi exprimate ca suma a două sau mai multe numere întregi pozitive consecutive.

Notă: Numerele ce nu sunt politicoase se numesc numere nepoliticoase („*impolite numbers*”).

Primele 27 numere politicoase (secvența A138591 în OEIS): 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

Numere potrivite

Definiție: Numerele întregi pozitive n cu proprietatea că orice întreg exprimabil într-un singur fel ca $x^2 \pm n \cdot y^2$, unde x este relativ prim cu n și cu y , este prim, putere de prim, prim multiplicat cu 2 sau putere de prim multiplicată cu 2.

Notă: Gauss și Euler au descoperit 65 de astfel de „numere potrivite” („*numeri idonei*” în latină).

Cele 65 numere potrivite (secvența A000926 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 28, 30, 33, 37, 40, 42, 45, 48, 57, 58, 60, 70, 72, 78, 85, 88, 93, 102, 105, 112, 120, 130, 133, 165, 168, 177, 190, 210, 232, 240, 253, 273, 280, 312, 330, 345, 357, 385, 408, 462, 520, 760, 840, 1320, 1365, 1848.

Comentariu: S-a demonstrat (Sarvadaman Chowla, 1934) că mulțimea acestor numere este finită iar ulterior (P.J. Weinberger, 1973) că mai poate exista cel mult un singur

astfel de număr în afara celor 65 cunoscute (în plus acesta ar trebui să fie liber de pătrate – 37 dintre numerele potrivite cunoscute sunt libere de pătrate); în sfârșit, dacă acesta există, nu poate fi mai mic decât 10^8 .

Definiții echivalente:

(i) Un întreg pozitiv n este număr potrivit dacă și numai dacă nu poate fi scris ca $a*b + b*c + a*c$, unde a , b și c întregi pozitivi distincți (Eric Rains).

(ii) Dacă a și b sunt întregi diferite de 0 sau 1 și un număr n poate fi exprimat într-un singur fel ca $a*x^2 + b*y^2$ cu $a*x$ și $b*y$ relativ prime, atunci n este de forma p , $2*p$ sau 2^k , unde p este prim; mai mult, dacă n este impar și poate fi exprimat într-un singur fel astfel, atunci n este prim (Winfried Scharlau și Hans Opolka).

Referințe:

- (1) *An illustration of a paradox about idoneal, or suitable, numbers*, Leonhard Euler;
- (2) *An easy method for finding many very large prime numbers*, Leonhard Euler;
- (3) *Euler's idoneal numbers and an inequality concerning minimal graphs with a prescribed number of spanning trees*, Jernej Azarija și Riste Škrekovski.

Numere Poulet

(vezi și Pseudoprime Fermat)

Notă: Numerele Poulet mai sunt uneori numite și numere Sarrus. Cele două denumiri se datorează matematicianului francez din secolul XIX Pierre Frédéric Sarrus și lui Paul Poulet, ce a publicat în 1938 o listă de astfel de numere.

Definiție: Numerele compuse n care satisfac relația $a^{(n-1)} \equiv 1 \pmod{n}$ pentru orice întreg a coprime cu n se mai numesc și pseudoprime Fermat absolute (sau numere Carmichael); ele sunt singurele numere compuse ce satisfac relația arătată (Mica Teoremă a lui Fermat arată că toate numerele prime n satisfac această relație pentru orice a) pentru orice întreg a (numit bază); numerele compuse ce satisfac această relație pentru un anumit a se numesc pseudoprime Fermat relative de bază a . Pseudoprimele Fermat relative de bază 2 se mai numesc numere Poulet; deci acestea sunt numerele compuse n ce satisfac relația $2^{(n-1)} \equiv 1 \pmod{n}$, sau, altfel formulat, n divide $2^n - 2$. *Primele 16 numere Poulet (secvența A001567 în OEIS):* 341, 561, 645, 1105, 1387, 1729, 1905, 2047, 2465, 2701, 2821, 3277, 4033, 4369, 4371, 4681.

Teorema lui Rotkiewicz: Pentru orice n , $n > 19$, există un număr Poulet între n și n^2 (teorema a fost demonstrată în 1965 de către matematicianul polonez Andrzej Rotkiewicz).

Proprietăți: Există o infinitate de numere Poulet.

Notă: Potrivit definiției standard a pseudoprimerelor Fermat, numerele Poulet pot fi doar impare (cele pare nu ar fi coprime cu baza 2); unele definiții însă nu impun condiția de primalitate: în acest caz, primul pseudoprim Fermat relativ de bază 2 par ar fi numărul 161038, descoperit în 1950 de către matematicianul american Derrick Henry Lehmer.

Referințe:

- (1) *On even pseudoprimes*, A. Rotkiewicz și K. Ziemak;
- (2) *Overpseudoprimes, and Mersenne and Fermat numbers as primover numbers*, Vladimir Shevelev et al.

Numere practice

(vezi și Numere perfecte; Numere extrem compuse; Numere primoriale)

Definiție: Numere întregi pozitive n pentru care orice $k \leq \sigma(n)$, unde k este întreg pozitiv, se poate scrie ca suma unor divizori distincți ai lui n .

Notă: Funcția divizor, notată $\sigma(n)$ sau $\sigma(n)$, reprezintă suma divizorilor întregului pozitiv n .

Primele 22 numere practice (secvența A005153 în OEIS): 1, 2, 4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 64, 66, 72, 78, 80, 84, 88.

Proprietăți: Puterile lui 2, numerele perfecte pare, numerele extrem compuse și numerele primoriale sunt numere practice; de asemenea, numărul $2^{(m-1)} \cdot (2^m - 1)$ este număr practic pentru orice $m > 1$.

Comentariu: Numerele practice au fost pentru prima oară studiate de A.K. Srinivasan (cărui i se datorează și denumirea lor, ce datează din 1948).

Referințe:

- (1) *On two conjectures about practical numbers*, Giuseppe Melfi;
- (2) *A survey on practical numbers*, Giuseppe Melfi.

Numere prietenoase

Definiție: Numere naturale care au următoarea proprietate: mai există și alte numere naturale (cel puțin încă unul – caz în care cele două numere se numesc pereche de numere prietenoase) cu aceeași valoare a raportului dintre suma divizorilor numărului și numărul însuși.

Notă: Numerele naturale ce nu au această proprietate se numesc numere solitare.

Primele 23 numere prietenoase cunoscute (secvența A074902 în OEIS): 6, 12, 24, 28, 30, 40, 42, 56, 60, 66, 78, 80, 84, 96, 102, 108, 114, 120, 132, 135, 138, 140, 150.

Comentariu: Un exemplu de pereche de numere prietenoase este [4320, 4680] la care raportul dintre suma divizorilor numărului și numărul însuși este egal cu $7/2$. Un exemplu de triplet prietenos este [4320, 4680, 26208]. Despre unele numere este ușor de demonstrat că sunt solitare (numerele naturale până la 5 inclusiv sunt toate solitare), despre altele nu se cunoaște dacă sunt prietenoase sau solitare. Nu se știe dacă există o infinitate de numere naturale cu aceeași valoare a raportului dintre suma divizorilor numărului și numărul însuși, cu alte cuvinte dacă există o infinitate de numere prietenoase între ele, un „club” cu un infinit de membri. Numerele perfecte formează un club de numere prietenoase și se presupune că numărul acestora este infinit, dar nu s-a demonstrat încă. Actualmente sunt cunoscute 47 de numere perfecte (cel mai mare dintre ele având mai mult de 25 milioane de cifre). Clubul de numere prietenoase având valoarea raportului dintre suma divizorilor numărului și număr egală cu 9 are în jur de 2000 de membri cunoscuți.

Numere prietenoase Smarandache

Definiție: Clasa acestor numere cuprinde perechile de numere naturale $[p, q]$, unde $p < q$, cu proprietatea că produsul $p \cdot q$ este egal cu suma tuturor numerelor naturale de la p (inclusiv) la q (inclusiv).

Exemplu: $3 \cdot 6 = 3 + 4 + 5 + 6$.

Primele 4 astfel de perechi: [1, 1], [3, 6], [15, 35], [85, 204].

Comentariu: Există o infinitate de astfel de perechi: dacă $[m, n]$ este o astfel de pereche, atunci și $[2 \cdot n + m, 5 \cdot n + 2 \cdot m - 1]$ va fi.

Definiție: Se numesc prime prietenoase Smarandache, uneori și SFPP (abreviere de la „Smarandache friendly prime pair”), perechile de prime $[p, q]$, unde $p < q$, cu proprietatea că produsul $p \cdot q$ este egal cu suma tuturor primelor de la p (inclusiv) la q (inclusiv).

Exemplu: $7 \cdot 53 = 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31 + 37 + 43 + 47 + 53$.

Comentariu: Se cunosc doar 5 astfel de perechi de prime (secvența A176914 în OEIS): [2, 5], [3, 13], [5, 31], [7, 53] și [3536123, 128541727], descoperite de matematicienii Philip Gibbs și Felice Russo. Nu se știe dacă există sau nu o infinitate de astfel de perechi.

Referințe:

- (1) *A fifth Smarandache friendly prime pair*, Philip Gibbs;
- (2) *On a problem concerning the Smarandache friendly prime pairs*, Felice Russo.

Numere prime

Definiție: Numerele întregi pozitive ce au doar doi divizori (numărul 1 și numărul însuși). Majoritatea matematicienilor contemporani nu îl consideră pe 1 prim, acesta având un singur divizor, pe el însuși; există, însă, și adepți ai primalității lui 1.

Primele 26 numere prime (secvența A000040 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.

Comentariu: Cel mai mare număr prim cunoscut a fost descoperit în cadrul proiectului GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) și este un prim Mersenne având 12978189 cifre: $2^{43112609} - 1$. El este urmat în clasamentul celor mai mari zece prime cunoscute de încă 8 prime Mersenne și un prim Proth.

Teoreme consacrate privind numerele prime:

(1) *Prima Teoremă a lui Euclid:* Dacă p este prim și p divide $a \cdot b$, atunci p îl divide pe a sau p îl divide pe b (Teorema fundamentală a aritmeticii este un corolar al acestei teoreme).

(2) *A doua Teoremă a lui Euclid:* Există o infinitate de numere prime.

(3) *Teorema fundamentală a aritmeticii:* orice întreg pozitiv poate fi descompus în factori primi într-un unic fel.

(4) *Mica Teoremă a lui Fermat:* Pentru orice număr prim p și orice număr natural n coprime cu p , avem relația $n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ (cu alte cuvinte p divide $n^p - n$ pentru orice n natural și p prim). Reciproca nu este adevărată; numerele p ce nu sunt prime care satisfac această relație pentru un anumit n se numesc pseudoprime Fermat în baza n iar cele care satisfac această relație pentru orice n se numesc pseudoprime Fermat absolute.

(5) *Teorema lui Fermat de Crăciun:* Toate numerele prime de forma $4 \cdot n + 1$ se pot scrie ca suma a două pătrate (niciun număr prim de forma $4 \cdot n + 3$ nu se poate scrie astfel).

(6) *Teorema Bertrand-Chebyshev:* Există întotdeauna cel puțin un număr prim între numerele n și $2 \cdot n$.

(7) *Teorema lui Dirichlet:* Pentru orice numere întregi a și b există un infinit de numere prime de forma $a + n \cdot b$ (cu alte cuvinte există un infinit de termeni primi în progresia aritmetică $a, a + b, a + 2 \cdot b, \dots$).

(8) *Teorema lui Vinogradov:* Orice număr impar suficient de mare se poate scrie ca suma a trei numere prime. Conjectura este demonstrată de Vinogradov în anii '30 ai secolului XX. În 1989 matematicienii chinezi J.R. Chen și T.Z. Wang au arătat că numărul e suficient să fie mai mare decât 10^{43000} .

(9) *Teorema Green-Tao:* Există progresii aritmetice arbitrar de lungi având ca termeni doar numere prime (cu alte cuvinte pot avea k termeni, unde k poate avea orice valoare, dar nu sunt infinit de lungi).

Problemele lui Landau (matematicianul german Edmund Landau a atras atenția asupra a 4 probleme nerezolvate privind numerele prime la Congresul internațional al matematicienilor din 1912; acestea sunt nerezolvate până în prezent):

(1) *Conjectura lui Goldbach:* Orice număr par mai mare decât 4 se poate scrie ca suma a două numere prime. Conjectura este nedemonstrată de la jumătatea secolului XVIII până în prezent. Matematicianul chinez Jing Run Chen s-a apropiat cel mai mult, demonstrând în 1966 că orice număr par suficient de mare poate fi scris ca suma dintre un număr prim și un număr ce este fie prim fie semiprim (tot acesta a demonstrat că orice număr par se poate scrie ca diferența a două numere prime).

- (2) *Conjectura primelor gemene*: Există o infinitate de numere prime gemene.
- (3) *Conjectura lui Legendre*: Există întotdeauna cel puțin un număr prim între două pătrate consecutive.
- (4) Există o infinitate de prime de forma $n^2 + 1$, unde n natural. Matematicianul polonez Henryk Iwaniec a demonstrat că există o infinitate de numere de forma $n^2 + 1$ cu cel mult doi factori primi. S-a demonstrat de asemenea că există o infinitate de numere prime de forma $m^2 + n^2$, de forma $m^2 + n^4$ și de forma $m^2 + n^2 + 1$.
- Alte conjecturi consacrate (nedemonstrate) privind numerele prime:*
- (1) *Conjectura lui Oppermann*: Pentru orice număr întreg n , $n > 1$, există cel puțin un număr prim între $n^2 - n$ și n^2 ; de asemenea, există cel puțin un prim între n^2 și $n^2 + n$.
- (2) *Conjectura lui Andrica*: Dacă p și q sunt două prime succesive, $p < q$, atunci $q^{1/2} - p^{1/2} < 1$, sau, altfel exprimat, $q - p < 2 \cdot p^{1/2} + 1$.
- (3) *Conjectura lui Brocard*: Există cel puțin patru numere prime între pătratele a două prime impare consecutive.
- (4) *Conjectura lui de Polignac*: Pentru orice număr pozitiv par k există un infinit de perechi de prime consecutive p și q astfel încât $p - q = k$. Conjectura aparține matematicianului francez Alphonse de Polignac și datează din anul 1849. Cazul particular $k = 2$ al conjecturii se numește Conjectura primelor gemene.
- (5) *Conjectura Hardy-Littlewood (mai denumită și a doua conjectură H.-L.)*: Dacă $\pi(x)$ respectiv $\pi(y)$ reprezintă numărul de prime mai mici sau egale cu x , respectiv cu y , iar $\pi(x + y)$ reprezintă numărul de prime mai mici sau egale cu $x + y$, atunci $\pi(x + y) \leq \pi(x) + \pi(y)$, unde $x, y \geq 2$. Conjectura este considerată în general neadevărată, dar cel mai mic contraexemplu este de așteptat să fie găsit pentru un x mai mare de 10^{174} .
- (6) *Conjectura lui Dickson*: Pentru un set finit de polinoame de gradul întâi $a_1 + x \cdot b_1, a_2 + x \cdot b_2, \dots, a_k + x \cdot b_k$, cu $b_i \geq 1$, unde $1 \leq i \leq k$, există o infinitate de numere întregi pozitive x pentru care acestea sunt prime. Un caz particular al acestei conjecturi îl reprezintă Teorema lui Dirichlet, conform căreia, dacă a și b sunt numere întregi pozitive coprime, atunci există o infinitate de numere prime de forma $a + b \cdot n$, unde $n \geq 0$. Alte cazuri speciale ale conjecturii sunt Conjectura primelor gemene sau conjectura ce stipulează că există o infinitate de prime Sophie Germain. În sfârșit, problema existenței unei infinități de numere Chernick este și ea un subcaz al acestei conjecturi.
- (7) *Conjectura lui Bunyakovsky*: Un polinom $f(x)$ cu o singură variabilă x , cu coeficienți întregi, va avea un infinit de valori prime pentru valori întregi ale lui x , dacă îndeplinește trei condiții: coeficientul primului termen al polinomului este pozitiv, polinomul este ireductibil și, oricare ar fi valorile lui x , valorile lui $f(x)$ sunt coprime.
- (8) Există un număr finit de prime Fermat (conjectura aparține matematicienilor britanici Hardy și Wright).

Referințe:

- (1) *The set of primes*, Gérard P. Michon;
- (2) *Is there a greater role for prime numbers in our schools?*, Grant Cairns;
- (3) *Arguments for and against the primality of 1*.

Numere primitive

(vezi și Prime absolute)

Definiție: Un număr primitiv este numărul natural cu proprietatea că numărul de prime obținut prin permutarea cifrelor sale este mai mare decât numărul de prime obținut prin această operație din orice număr natural mai mic.

Exemplu: Numărul 1379 este un număr primitiv deoarece prin permutarea cifrelor sale se obțin 31 de prime, mai multe decât prin permutarea cifrelor oricărui număr mai mic;

acestea sunt: 3, 7, 13, 17, 19, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 137, 139, 173, 179, 193, 197, 317, 379, 387, 719, 739, 937, 971, 1973, 3719, 3917, 7193, 9137, 9173, 9371.

Primele 18 numere primitive (secvența A072857 în OEIS): 1, 2, 13, 37, 107, 113, 137, 1013, 1037, 1079, 1237, 1367, 1379, 10079, 10123, 10136, 10139, 10237.

Definiție: Un număr primitiv poate fi compus; numerele primitive ce sunt totodată și prime se numesc prime primitive.

Primele 16 prime primitive (secvența A119535 în OEIS): 2, 13, 37, 107, 113, 137, 1013, 1237, 1367, 10079, 10139, 12379, 13679, 100279, 100379, 123479.

Notă: Aceste numere au fost pentru prima oară definite de matematicianul american Mike Keith, același care a definit și numerele repfigit (denumite și numere Keith).

Referințe:

(1) *Primeval numbers. Integers containing many embedded primes*, Mike Keith.

Numere primoriale

(vezi și Numere compozitoriale; Numere extrem compuse; Numere Euclid; Numere slab totiente, Prime Smarandache)

Notă: Funcția primorial reprezintă un produs de prime, începând cu primul număr prim, 2. Este întâlnită însă cu două definiții diferite și, pentru a distinge între ele, unele surse definesc într-un fel primorialul unui număr natural n și în alt fel al n -lea număr primorial.

Definiție (1): Al n -lea număr primorial este produsul primelor n prime (se notează $p_n\#$).

Definiție (2): Primorialul unui număr natural n (se notează $n\#$) este produsul tuturor primelor mai mici sau egale cu n .

Primele 13 numere primoriale (secvența A002110 în OEIS): 1, 2, 6, 30, 210, 2310, 30030, 510510, 9699690, 223092870, 6469693230, 200560490130, 7420738134810.

Notă: $p_n\#$ este prin convenție (sau justificat prin conceptul de „empty product”) egal cu 1.

Primorialele primelor 19 numere naturale (secvența A034386 în OEIS): 1, 1, 2, 6, 6, 30, 30, 210, 210, 210, 210, 2310, 2310, 30030, 30030, 30030, 30030, 510510, 510510.

Notă: Denumirea „primorial” îi este atribuită lui Harvey Dubner, un inginer din SUA cunoscut pentru contribuțiile sale în descoperirea de numere prime mari.

Proprietăți: Primorialele sunt foarte importante în studiul primelor aflate în progresie aritmetică; de asemenea, orice număr extrem compus este un produs de numere primoriale, iar matematicienii D.W. Masser și P. Shiu au descoperit o relație interesantă între produsele dintre un prim și un primorial și numerele slab totiente.

Definiție: Numerele prime de forma $p_n\# \pm 1$, unde $p_n\#$ este produsul primelor n prime, se numesc prime primoriale.

Primele 7 prime primoriale de forma $p_n\# + 1$ (secvența A034386 în OEIS): 2, 3, 7, 31, 211, 2311, 200560490131.

Notă: Nu se știe dacă numărul primelor primoriale este infinit.

Comentariu: Primele de acest tip se mai numesc prime de tip PPS, abreviere de la *Smarandache Prime Product Sequence*. Programele *PrimeGrid*, *Open PFGW* ș.a. conduc o căutare a primelor primoriale. Cel mai mare prim cunoscut de forma $p_n\# - 1$ este 1098133# - 1 (un număr cu peste 450000 cifre), iar cel mai mare prim cunoscut de forma $p_n\# + 1$ este 392113# + 1 (un număr cu peste 150000 cifre).

Referințe:

(1) *Claims on primorial primes*, Turker Ozsari;

(2) *Proofs regarding primorial patterns*, Dennis R. Martin;

(3) *On the primality of $n! \pm 1$ and $n\# \pm 1$* , Chris K. Caldwell și Yves Gallot.

Numere Proth

(vezi Numere Cullen, Numere Fermat, Numere Sierpiński)

Definiție: Numerele de forma $k \cdot 2^n + 1$, unde k este impar, n întreg pozitiv iar $k < 2^n$.

Primele 24 numere Proth (secvența A080075 în OEIS): 3, 5, 9, 13, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 65, 81, 97, 113, 129, 145, 161, 177, 193, 209, 225, 241, 257, 289.

Comentariu: Clasa numerelor Fermat este un subset al clasei numerelor Proth. Pentru $k = n$ obținem clasa numerelor Cullen, alt subset al clasei numerelor Proth. Numerele Sierpiński de ordinul doi sunt și ele un subset al numerelor Proth.

Definiție: Un prim Proth este un număr Proth ce este totodată și prim.

Primele 21 prime Proth (secvența A080076 în OEIS): 3, 5, 13, 17, 41, 97, 113, 193, 241, 257, 353, 449, 577, 641, 673, 769, 929, 1153, 1217, 1409, 1601.

Comentariu: Primalitatea numerelor Proth se poate testa datorită Teoremei lui Proth care stipulează că un număr Proth p este prim dacă și numai dacă există un întreg m ce satisface relația $m^{(p-1)/2} \equiv -1 \pmod{p}$. Cel mai mare prim Proth cunoscut a fost descoperit în 2010 în cadrul programului Prime Grid (mai precis în cadrul proiectului *Seventeen or Bust* dedicat rezolvării problemei Sierpiński) și este $19249 \cdot 2^{13018586} + 1$; el este al zecelea în topul celor mai mari prime cunoscute, devansat de nouă prime Mersenne.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează fermierului francez din secolul XIX François Proth, matematician autodidact.

Referințe:

- (1) *Deterministic primality proving on Proth numbers*, Tsz-Wo Sze;
- (2) *Large Proth primes*, Curtis Cooper.

Numere pseudoperfecte

(vezi și Numere ciudate; Numere Ore; Numere perfecte; Numere practice)

Definiție: Un număr n se numește pseudoperfect (sau semiperfect) dacă este egal cu suma unora dintre divizorii săi alicoji (divizorii pozitivi ai lui n , exceptându-l pe n însuși).

Notă: În cazul particular când n este egal cu suma tuturor divizorilor săi alicoji, obținem o clasă echivalentă cu cea a numerelor perfecte.

Exemplu: 20 este pseudoperfect deoarece divizorii săi alicoji sunt 1, 2, 4, 5, 10 iar $20 = 1 + 4 + 5 + 10$.

Primele 25 numere pseudoperfecte (secvența A005835 în OEIS): 6, 12, 18, 20, 24, 28, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 66, 72, 78, 80, 84, 88, 90, 96, 100, 102, 104.

Proprietăți: Orice multiplu al unui număr pseudoperfect este un număr pseudoperfect. Niciun număr nu poate fi totodată deficient și pseudoperfect (prin urmare, un număr pseudoperfect poate fi doar abundent sau perfect); dimpotrivă, puținele numere abundente care nu sunt totodată și pseudoperfecte se numesc „numere ciudate”. Orice număr practic ce nu este o putere a lui 2 este număr pseudoperfect. Orice număr de forma $2^m \cdot p$, unde m întreg, $m \geq 1$, iar p prim, $2^m < p < 2^{(m+1)}$, este de asemenea pseudoperfect. Cel mai mic număr pseudoperfect impar este 945, al 233-lea număr pseudoperfect.

Definiție: Un număr pseudoperfect se numește pseudoperfect primitiv (sau pseudoperfect ireductibil) dacă nu este divizibil cu niciun număr pseudoperfect mai mic.

Primele 20 numere pseudoperfecte primitive (secvența A006036 în OEIS): 6, 20, 28, 88, 104, 272, 304, 350, 368, 464, 490, 496, 550, 572, 650, 748, 770, 910, 945, 1184.

Proprietăți: Există un infinit de numere pseudoperfecte primitive; de asemenea un infinit de astfel de numere impare; în sfârșit, există un infinit de astfel de numere ce nu sunt numere Ore.

Referințe:

(1) *On weird and pseudoperfect numbers*, S.J. Benkoski și P. Erdős.

Numere pseudoprime

Definiție: Numerele pseudoprime sunt numerele compuse ce au o anumită proprietate comună cu toate numerele prime; astfel, de exemplu, toate numerele prime satisfac Mica Teoremă a lui Fermat, dar, în afara acestora, sunt și unele numere compuse ce satisfac această teoremă; acestea se numesc pseudoprime Fermat. Analog, în funcție de proprietatea împărtășită cu numerele prime, se definesc pseudoprimele Catalan, pseudoprimele Cipolla, pseudoprimele Euler, pseudoprimele Fibonacci ș.a.m.d.

Notă: Când denumirea de pseudoprime este întâlnită în lucrări fără altă specificație, sensul subînțeles al noțiunii este acela de pseudoprime Fermat.

Numere pseudo-Smarandache

Definiție: Cele mai mici numere naturale k astfel încât $1 + 2 + \dots + k$ este divizibil cu n , relație echivalentă cu $k(k + 1)/2$ divizibil cu n .

Primele 29 numere pseudo-Smarandache (secvența A011772 în OEIS): 1, 3, 2, 7, 4, 3, 6, 15, 8, 4, 10, 8, 12, 7, 5, 31, 16, 8, 18, 15, 6, 11, 22, 15, 24, 12, 26, 7, 28.

Comentariu: Funcția ce generează aceste numere se numește funcția pseudo-Smarandache.

Notă: Funcția ce generează cele mai mici numere naturale k astfel încât $1^2 + 2^2 + \dots + k^2$ este divizibil cu n , relație echivalentă cu $k(k + 1)(2k + 1)/6$ divizibil cu n , se numește funcția pseudo-Smarandache de tipul întâi.

Notă: Funcția ce generează cele mai mici numere naturale k astfel încât $1^3 + 2^3 + \dots + k^3$ este divizibil cu n , relație echivalentă cu $k^2(k + 1)^2/4$ divizibil cu n , se numește funcția pseudo-Smarandache de tipul doi.

Referințe:

(1) *The pseudo-Smarandache function*, David Gorski;

(2) *Pseudo-Smarandache functions of first and second kind*, A.S. Muktibodh și S.T. Radhod.

Numere puternice

(vezi și Numere Ahile; Numere Armstrong; Prime Wieferich)

Notă: Sintagma „*powerful numbers*” desemnează, în diverse surse, trei noțiuni distincte, astfel încât vom da trei definiții pentru cele trei clase de numere desemnate astfel.

Definiție (1): Un număr puternic este un întreg pozitiv cu proprietatea că, dacă este divizibil cu numărul prim p , atunci este divizibil și cu p^2 , cu alte cuvinte toți factorii săi primi sunt cel puțin la puterea a doua.

Primele 24 numere puternice în sensul acestei definiții (secvența A001694 în OEIS): 1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64, 72, 81, 100, 108, 121, 125, 128, 144, 169, 196, 200, 216, 225.

Comentariu: Aceste numere au fost studiate de Paul Erdős și George Szekeres și își datorează denumirea lui Solomon W. Golomb.

Proprietăți: Nu orice număr natural se poate scrie ca suma a două numere puternice, dar orice număr natural suficient de mare se poate scrie ca suma a cel mult trei numere puternice (a conjeturat Erdős și a demonstrat matematicianul britanic Roger Heath-Brown în 1988). Există o infinitate de perechi de numere puternice consecutive; primele 7 astfel de perechi sunt [8, 9], [288, 289], [675, 676], [9800, 9801], [12167, 12168], [235224, 235225], [332928, 332929] (secvența A060355). Erdős a conjeturat în 1975

că nu există 3 numere puternice consecutive; această coniectură implică faptul că există un infinit de numere prime non-Wieferich.

Definiție (2): Numerele ce pot fi scrise ca o sumă de puteri a cifrelor lor (nu în mod necesar aceeași putere pentru fiecare cifră).

Primele 25 numere puternice în sensul acestei definiții (secvența A007532 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 24, 43, 63, 89, 132, 135, 153, 175, 209, 224, 226, 262, 264, 267, 283, 332.

Comentariu: Numerele Armstrong (în definiția cărora se cere ca cifrele să fie ridicate toate la aceeași putere, aceasta fiind egală cu numărul de cifre al numărului) sunt un subset al numerelor puternice înțelese în sensul acestei din urmă definiții.

Definiție (3): Numerele naturale n , având un număr de k cifre, egale cu suma cifrelor lor ridicate la aceeași putere, nu neapărat egală cu k .

Primele 21 numere puternice în sensul acestei definiții (secvența A023052 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 153, 370, 371, 407, 1634, 4150, 4151, 8208, 9474, 54748, 92727, 93084.

Referințe:

- (1) *Consecutive integer pairs of powerful numbers and related diophantine equations*, David T. Walker;
- (2) *On powerful numbers*, R.A. Mollin și P.G. Walsh;
- (3) *On nonsquare powerful numbers*, R.A. Mollin și P.G. Walsh.

Numere quasi-amiabile

Definiție: O pereche de numere quasi-amiabile constă din două numere între care există următoarea relație: suma divizorilor fiecăruia dintre ele (neconsiderând în acest caz numărul însuși ca divizor) este egală cu celălalt număr plus 1.

Primele 7 perechi de numere quasi-amiabile indexate după mărimea celui mic termen al perechii (secvența A005276 în OEIS): [48, 75], [140, 195], [1050, 1925], [1575, 1648], [2024, 2295], [5775, 6128], [8892, 16587].

Notă: Numerele quasi-amiabile sunt uneori denumite și numere logodite.

Referințe:

- (1) *Quasi-amicable numbers are rare*, Paul Pollack;
- (2) *Quasi-amicable numbers*, Peter Hagis, Jr. și Graham Lord.

Numere quasi-Carmichael

(vezi și Numere Carmichael)

Definiție: Numere naturale compuse libere de pătrate n cu proprietatea că $n - a$ este divizibil cu $p - a$ pentru orice p factor prim al lui n și a întreg, a diferit de 0 (pentru că am avea soluția trivială n divizibil cu p) și a diferit de 1 (pentru că am avea chiar proprietatea definitorie a numerelor Carmichael, și anume Criteriul lui Korselt); se numește că n sunt numere quasi-Carmichael cu baza a .

Primele 13 numere quasi-Carmichael cu baza 2 (secvența A029561 în OEIS): 1595, 6785, 53867, 67727, 102377, 296003, 740027, 961877, 998867, 1048817, 1270055, 1365377, 4086227.

Primele 13 numere quasi-Carmichael cu baza -2 (secvența A029562 în OEIS): 598, 3913, 11590, 32578, 91078, 95170, 154843, 179998, 301273, 317623, 668743, 1742830, 1806673.

Notă: Dacă a este un întreg diferit de 0 atunci aceste numere mai sunt numite și numere a -Korselt (e.g. numere $[-1]$ -Korselt, numere 1-Korselt, numere 2-Korselt, numere 3-Korselt) de către unii matematicieni (Kais Bouallegue, Othman Echi, Richard Pinch). Numerele Carmichael corespund deci (potrivit acestei denumiri) cu numele 1-Korselt,

fiind definite prin proprietatea că, oricare ar fi p factor prim al unui număr Carmichael C , atunci $p - 1$ divide $C - 1$. O întrebare la care nu s-a răspuns încă este dacă există sau nu un număr Carmichael cu proprietatea că $p + 1$ divide $C + 1$, cu alte cuvinte un număr în același timp $[-1]$ -Korselt și 1 -Korselt; ca o generalizare a acestei probleme, matematicianul tunisian Othman Echi a denumit numerele ce sunt deopotrivă $[-a]$ -Korselt și a -Korselt numere Williams (după matematicianul canadian Hugh C. Williams, ce a studiat acest tip de numere) și a demonstrat că există astfel de numere.

Referințe:

(1) *Williams numbers*, Othman Echi.

Numere quasi-perfecte

(vezi și Numere aproape perfecte; Numere perfecte)

Definiție: Un număr natural n este quasi-perfect dacă are proprietatea că $2 \cdot n + 1 = \sigma(n)$.

Primele 28 valori ale funcției divizor $\sigma(n)$ (secvența A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.

Comentariu: Nu se cunoaște dacă există astfel de numere dar, dacă ar exista, ar trebui să îndeplinească următoarele criterii: să fie pătrate perfecte, să fie mai mari decât 10^{35} și să aibă mai mult de 7 factori primi distincți.

Referințe:

(1) *Some results concerning quasiperfect numbers*, Peter Hagis, Jr. și Grame Cohen;

(2) *Quasiperfect numbers*, H.L. Abbott *et al.*

Numere rare

(vezi și Numere reversate)

Definiție: Numerele non-palindromice n cu proprietatea că $R(n) + n$ și $R(n) - n$ sunt ambele pătrate perfecte, unde $R(n)$ este reversul lui n .

Exemplu: 65 este un așa-numit număr rar pentru că $65 + 56 = 11^2$ iar $65 - 56 = 3^2$.

Primele 9 numere rare (secvența A035519 în OEIS): 65, 621770, 281089082, 2022652202, 2042832002, 868591084757, 872546974178, 872568754178, 6979302951885.

Comentariu: Există o infinitate de numere palindromice ce satisfac condițiile din definiție, de exemplu seria de numere 242, 20402, 2004002 ș.a.m.d., de aceea nu sunt considerate a face parte din această clasă. Există doar 84 de numere rare mai mici decât 10^{20} .

Proprietăți: Numerele rare încep întotdeauna cu o cifră pară; au ultima cifră 0, 2, 3, 7 sau 8; rădăcina lor cifrică este 2, 5, 8 sau 9; numerele rare impare sunt întâlnite mai puțin decât cele pare; la fel numerele rare cu un număr impar de cifre față de cele cu un număr par. Nu se știe dacă există o infinitate de astfel de numere; Shyam Sunder Gupta, cel care a denumit și studiat aceste numere, a conjecturat că nu există numere rare care să fie totodată și prime.

Referințe:

(1) *Fascinating rare numbers*, Shyam Sunder Gupta.

Numere rectangulare

(vezi și Numere nontotiente)

Definiție: Aceste numere mai au, pe lângă denumirea de „*rectangular numbers*”, și denumirile „*pronic numbers*”, „*oblong numbers*” sau „*heteromecic numbers*”.

Definiție: Numere egale cu produsul a două numere întregi consecutive.

Primele 23 numere rectangulare (secvența A002378 în OEIS): 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210, 240, 272, 306, 342, 380, 420, 462, 506.

Notă: Toate numerele rectangulare sunt, evident, pare, deci 2 este singurul număr rectangular prim; el este, de asemenea, singurul număr rectangular Fibonacci și singurul număr rectangular Lucas.

Proprietăți: Dat fiind că două numere consecutive sunt relativ prime, numărul factorilor primi ai unui număr rectangular $n*(n + 1)$ va fi egal cu suma numărului de factori primi ai celor două numere consecutive, n și $n + 1$.

Referințe:

(1) *Pronic Fibonacci numbers*, Wayne L. McDaniel.

Numere refactorabile

(vezi și Numere perfecte)

Notă: Aceste numere mai sunt denumite „numere tau”, după numele funcției prin care se desemnează de obicei numărul divizorilor unui întreg.

Definiție: Numere ce sunt divizibile cu $\tau(n)$, unde $\tau(n)$ este numărul divizorilor lor.

Exemplu: Numărul divizorilor lui 9 este de 3 (1, 3 și 9), iar 9 este divizibil cu 3, deci este un număr refactorabil.

Primele 23 numere refactorabile (secvența A033950 în OEIS): 1, 2, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 40, 56, 60, 72, 80, 84, 88, 96, 104, 108, 128, 132, 136, 152, 156.

Proprietăți: Nu se cunoaște nicio pereche de numere refactorabile consecutive $[n, n + 1]$ astfel încât n să fie impar; toate cele cunoscute sunt de forma n par, $n + 1$ impar: $[1, 2]$, $[8, 9]$, $[1520, 1521]$ ș.a.m.d. (secvența A114617 în OEIS). Joshua Zelinsky a demonstrat că nu pot exista 3 numere consecutive refactorabile, ceea ce conșturase deja Simon Colton, cel ce a demonstrat la rândul său că un număr refactorabil nu poate fi număr perfect.

Comentariu: Aceste numere au fost studiate de matematicienii americani Robert E. Kennedy și Curtis N. Cooper (ce le-au denumit „numere tau”) și de matematicianul britanic Simon Colton (ce le-a denumit „numere refactorabile”).

Referințe:

(1) *Tau numbers: a partial proof of a conjecture and other results*, Joshua Zelinsky;

(2) *Refactorable numbers: a machine invention*, Simon Colton.

Numere regulate

(vezi și Numere uniforme)

Definiție: Numere întregi ce au ca factori primi doar numerele 2, 3 și 5; algebric formulat, numerele întregi de forma $2^a*3^b*5^c$, unde a , b și c sunt numere întregi non-negative.

Primele 20 numere regulate (secvența A051037 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 32, 36.

Notă: Aceste numere se mai numesc și numere Hamming, după matematicianul american Richard Hamming, ce s-a ocupat cu problema gășirii unui algoritm pentru generarea ordonată a acestor numere. De asemenea, mai sunt denumite și numere urâte („ugly numbers”). În sfârșit, clasa acestor numere este echivalentă cu clasa numerelor 5-uniforme.

Comentariu: Unele surse definesc în mod generalizat un număr regulat ca fiind numărul întreg al cărui invers se poate reprezenta cu un număr finit de cifre într-o anumită bază; astfel, definiția de mai sus s-ar aplica sistemului de numerație babilonian, în baza 60, iar numerele regulate în baza 10 ar fi numerele de forma 2^a*5^b .

Definiție: Numerele prime ce se numesc regulate („regular primes”) desemnează cu totul altceva decât numerele regulate descrise („regular numbers”), și anume primele ce nu divid numărătorul numerelor Bernoulli. Numerele Bernoulli sunt o serie de numere

raționale cu multe aplicații în teoria numerelor. Primele ce nu sunt regulate se numesc neregulate („*irregular primes*”).

Numărătorul primelor 24 numere Bernoulli (secvența A027641 în OEIS): 1, -1, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 5, 0, -691, 0, 7, 0, -3617, 0, 43867, 0, -174611, 0, 854513, 0.

Numitorul primelor 24 numere Bernoulli (secvența A027642 în OEIS): 1, 2, 6, 1, 30, 1, 42, 1, 30, 1, 66, 1, 2730, 1, 6, 1, 510, 1, 798, 1, 330, 1, 138, 1.

Primele 25 prime regulate (secvența A007703 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 41, 43, 47, 53, 61, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 107, 109, 113, 127.

Numere repdigit

(vezi și Numere palindromice, Numere repunit)

Definiție: Numerele compuse dintr-o singură cifră care se repetă se numesc numere repdigit (e.g. 222, 3333, 44).

Notă: Denumirea acestor numere reprezintă prescurtarea sintagmei „*repeated digit*” („cifră care se repetă”).

Proprietăți: Toate numerele repdigit sunt palindromice; de asemenea toate sunt multipli ai unor numere repunit.

Definiție: Numerele prime la care toate cifrele se repetă, cu excepția uneia, se numesc prime aproape repdigit („*near-repdigit primes*”).

Exemple: Numerele prime 7877 și 333337.

Primele 20 prime aproape repdigit (secvența A164937 în OEIS): 101, 113, 131, 151, 181, 191, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 277, 311, 313, 331, 337, 353, 373, 383.

Definiție: Numerele prime la care toate cifrele se repetă, cu excepția a două dintre ele, se numesc prime quasi repdigit („*quasi-repdigit primes*”).

Exemple: Numerele prime 58889 și 70003.

Referințe:

(1) *On repdigits as product of consecutive Fibonacci numbers*, Diego Marques și Alain Togbé.

Numere repfigit

Definiție: Numerele repfigit, numite și numere Keith, sunt numerele naturale n mai mari decât 9, având k cifre, definite astfel: dacă formăm o serie de tip Fibonacci, având ca primii k termeni cifrele lui n , atunci numărul n va aparține acestei serii.

Exemplu: 197 este un număr repfigit deoarece $1 + 9 + 7 = 17$, $9 + 7 + 17 = 33$, $7 + 17 + 33 = 57$, $17 + 33 + 57 = 107$, $33 + 57 + 107 = 197$.

Notă: Denumirea acestor numere „*repfigit*” reprezintă prescurtarea sintagmei „*repetitive fibonacci-like digit*” iar denumirea de numere Keith se datorează matematicianului american Mike Keith, cel care a definit, pe lângă aceste numere, și numerele primitive.

Primele 20 numere repfigit (secvența A007629 în OEIS): 14, 19, 28, 47, 61, 75, 197, 742, 1104, 1537, 2208, 2580, 3684, 4788, 7385, 7647, 7909, 31331, 34285, 34348.

Comentariu: Se cunosc până acum doar circa 100 numere repfigit. Nu se știe dacă există o infinitate de numere repfigit.

Definiție: Un mănunchi de numere Keith („*Keith cluster*”) desemnează o mulțime de numere repfigit cu proprietatea că toți termenii mulțimii sunt multiplii primului termen; se cunosc deocamdată doar 3 astfel de mulțimi: [14, 28], [1104, 2208] și [31331, 62662, 93993].

Definiție: Un număr revrepfigit (prescurtare de la sintagma „*reverse replicating fibonacci-like digit*”) este un număr n definit similar, cu deosebirea că reversul lui n iar

nu n aparține seriei (e.g. 341 este un astfel de număr pentru că $3 + 4 + 1 = 8$, $4 + 1 + 8 = 13$, $1 + 8 + 13 = 22$, $8 + 13 + 22 = 43$, $13 + 22 + 43 = 78$, $22 + 43 + 78 = 143$).

Referințe:

(1) *Counting Keith numbers*, Martin Klazar și Florian Luca.

Numere repunit

(vezi și Numere Demlo; Numere Smith; Prime circulare; Prime unice)

Definiție: Numerele ce conțin doar cifra 1. Formula generatoare a unui număr repunit R_n este $(10^n - 1)/9$.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează autorului de cărți de matematică recreativă Albert H. Beiler.

Definiție: Numerele repunit ce sunt totodată și prime se numesc prime repunit.

Numărul de cifre de 1 al celor 5 prime repunite cunoscute (secvența A004023 în OEIS): 2, 19, 23, 317, 1031.

Numărul de cifre de 1 al celor 4 probabil prime repunite cunoscute (secvența A004023 în OEIS): 49081, 86453, 109297, 270343.

Proprietăți: Orice număr repunit având un număr de k cifre de 1 este compus dacă numărul k este compus; o condiție necesară, dar nu și suficientă, pentru ca un repunit să fie prim este ca numărul cifrelor sale să fie prim.

Numere reversate

(vezi și Numere palindromice; Numere Lychrel)

Definiție: Reversul $R(n)$ al unui număr întreg n este numărul alcătuit din aceleași cifre ca n , reversate (de exemplu reversul lui 123 este 321; a nu se confunda cu inversul lui 123 care este numărul rațional $1/123$).

Definiție: Se numesc numere reversate nontriviale numerele întregi ce sunt multipli ai reverselor lor, sub condiția să nu fie numere palindromice sau numere terminate în cifra 0 (cazuri triviale). Aceste numere au fost studiate încă de la sfârșitul secolului XIX de matematicianul și avocatul britanic Walter William Rouse Ball. Un exemplu de astfel de număr: $8712 = 4 \cdot 2178$.

Primele 13 numere reversate nontriviale (secvența A031877 în OEIS): 1, 8712, 9801, 87912, 98901, 879912, 989901, 8799912, 9899901, 87128712, 87999912, 98019801, 98999901.

Notă: Numere reversate nontriviale pot fi formate din cele anterioare prin concatenare astfel: $87999128799912 = 4 \cdot 21999782199978$ etc.

Comentariu: Alte numere studiate sunt numerele n cu proprietatea că $n \cdot R(n)$ este pătrat perfect, sub condiția ca n să nu fie palindromic și să nu fie divizibil cu 10; astfel de numere sunt: 144, 169, 288, 441, 528, 768, 825, 867, 882, 961, 1089, 1584, 2178, 4851, 8712, 9801 etc. (secvența A062917 în OEIS).

Numere Riesel

(vezi și Numere Sierpiński; Numere Thabit; Numere Woodall)

Definiție: Numere impare k astfel încât $k \cdot 2^n - 1$ este compus pentru orice $n \geq 1$.

Singurul număr Riesel cunoscut (secvența A076337 în OEIS): 509203.

Comentariu: Există o infinitate de astfel de numere (a arătat matematicianul suedez Hans Ivar Riesel în 1956). Problema dacă numărul 509203 (descoperit chiar de Riesel) este într-adevăr cel mai mic astfel de număr sau există altul mai mic se numește „Problema Riesel” și rezolvarea acesteia este în programul proiectului Prime Grid; în iunie 2012 mai rămăseseră de verificat doar 55 de posibile valori ale lui k (pentru care nu fusese găsită încă o valoare primă a lui $k \cdot 2^n - 1$).

Referințe:

- (1) *The Riesel problem: definition and status*, Wilfrid Keller;
- (2) *Verifying Sierpiński and Riesel numbers in ACL2*, John R. Cowles și Ruben Gamboa.

Numere risipitoare

Definiție: Numerele ce au proprietatea că suma cifrelor folosite pentru a reda descompunerea lor în factori primi (incluzând exponenții) este mai mare decât suma cifrelor lor. Numerele ce au proprietatea inversă (suma cifrelor lor e mai mare decât cea a cifrelor folosite pentru a reda descompunerea lor în factori primi) se numesc frugale iar cele pentru care cele două sume sunt egale se numesc echidigitale.

Exemplu: numărul $36 = 2^2 \cdot 3^2$ este risipitor pentru că e nevoie de patru cifre (deci mai mult decât doi, numărul cifrelor lui 36) pentru a reda descompunerea sa în factori primi.

Primele 26 numere risipitoare (secvența A046760 în OEIS): 4, 6, 8, 9, 12, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 51, 52.

Comentariu: Denumirea numerelor frugale se datorează matematicianului Richard Pinch.

Notă: Numerele risipitoare mai sunt cunoscute sub denumirea de numere extravagante.

Numere rotunde

(vezi și Numere neobișnuite)

Definiție: Un număr întreg n este denumit rotund dacă nu are niciun factor prim mai mare decât $n^{1/2}$.

Primele 25 numere rotunde (secvența A048098 în OEIS): 1, 4, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 25, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48, 49, 50, 54, 56, 60, 63, 64, 70, 72.

Numere Sarrus

(vezi Numere Poulet)

Numere Schröder

(vezi și Numere Catalan; Numere Delannoy; Numere Motzkin; Numere Narayana)

Definiție: Numere exprimate prin recurență ca S_n egal cu suma dintre S_{n-1} și produsul $S_k \cdot S_{n-k-1}$, unde k ia valori de la 0 la $n-1$, iar prin funcția generatoare ca $f(x) = ((1-x - (1-6x+x^2)^{1/2})/(2x))$.

Primele 15 numere Schröder (secvența A006318 în OEIS): 1, 2, 6, 22, 90, 394, 1806, 8558, 41586, 206098, 1037718, 5293446, 27297738, 142078746, 745387038.

Notă: Aceste numere, denumite după matematicianul german Ernst Schröder, au importanță în combinatorică. Mai sunt denumite uneori „numere Schroder mari” („large Schröder numbers”) pentru a fi diferențiate de numerele numite uneori Schröder-Hipparchus, alteleori numere super-Catalan, alteleori „numere Schroder mici” („little Schröder numbers”).

Definiție: Numerele Schröder „mici” sunt numerele exprimate prin recurență ca $S_n = (1/n) \cdot ((6 \cdot n - 9) \cdot S_{n-1} - (n-3) \cdot S_{n-2})$.

Primele 15 numere Schröder „mici” (secvența A001003 în OEIS): 1, 1, 3, 11, 45, 197, 903, 4279, 20793, 103049, 518859, 2646723, 13648869, 71039373, 372693519.

Referințe:

- (1) *Schröder numbers, large and small*, Ira M. Gessel;
- (2) *On Delanoy numbers and Schröder numbers, large and small*, Zhi-Wei Sun;
- (3) *Permutations, parenthesis words, and Schröder numbers*, A. Ehrenfeucht et al.

Numere Segner

(vezi Numere Catalan)

Numere semiperfecte

(vezi Numere pseudoperfecte)

Numere semiprime

(vezi și Numere briliante; Prime Chen)

Definiție: Numerele naturale ce sunt produse a două numere prime (nu obligatoriu distincte).

Primele 25 semiprime (secvența A001358 în OEIS): 4, 6, 9, 10, 14, 15, 21, 22, 25, 26, 33, 34, 35, 38, 39, 46, 49, 51, 55, 57, 58, 62, 65, 69, 74.

Proprietăți: Valoarea funcției totient a unui semiprim $n = p \cdot q$ este, pentru p și q distincte, $\varphi(n) = (p - 1) \cdot (q - 1) = n - (p + q) + 1$, iar, pentru $p = q$, $\varphi(n) = n - p$.

Comentariu: Numerele semiprime au aplicații în criptografie, mai exact în așa numita criptografie în cheie publică („*public-key cryptography*”), bazată pe dificultatea descompunerii în factori primi a semiprimelor mari.

Notă: Cel mai mare semiprim cunoscut este desigur pătratul celui mai mare prim cunoscut, și anume numărul prim Mersenne $2^{43112609} - 1$.

Numere Sierpiński

(vezi și Numere Brier; Numere Fermat; Numere Proth; Numere Riesel)

Definiție: Numerele impare k astfel încât $k \cdot 2^n + 1$ este compus pentru orice n natural se numesc numere Sierpiński (uneori se mai numesc și numere Sierpiński de ordinul doi).

Cele mai mici 12 numere Sierpiński cunoscute (secvența A076336 în OEIS): 78557, 271129, 271577, 322523, 327739, 482719, 575041, 603713, 903983, 934909, 965431, 1259779.

Comentariu: Există o infinitate de astfel de numere (a arătat Waclaw Sierpiński în 1960). Problema căutării celui mai mic astfel de număr (în 1967 Sierpiński și Selfridge au conjecturat că acesta este 78557) se numește „Problema Sierpiński” și rezolvarea acesteia este în programul Prime Grid (proiectul se numește *Seventeen or Bust* și este denumit astfel după numărul de posibile valori ale lui k ce mai rămăseseră de verificat la demararea programului); în septembrie 2012 mai rămăseseră de verificat doar 6 posibile valori ale lui k (pentru care nu fusese găsită încă o valoare primă a lui $k \cdot 2^n + 1$).

Definiție: Numerele prime p astfel încât $p \cdot 2^n + 1$ este compus pentru orice n natural se numesc prime Sierpiński.

Proprietăți: Cel mai mic prim Sierpiński cunoscut este 271129.

Notă: Numerele Sierpiński sunt o subclasă a numerelor Proth pentru că relația $k < 2^n$ este necesară pentru satisfacerea condiției definiției.

Definiție: Numerele de forma $n^n + 1$ se numesc numere Sierpiński de ordinul întâi.

Primele 12 numere Sierpiński de ordinul întâi (secvența A014566 în OEIS): 2, 5, 28, 257, 3126, 46657, 823544, 16777217, 387420490, 10000000001, 285311670612, 8916100448257.

Comentariu: Sierpiński a demonstrat că numerele Sierpiński de ordinul întâi $n^n + 1$ pot fi prime (pentru $n \geq 2$) doar dacă n este de forma $2^{(2^k)}$. Singurele 3 astfel de prime cunoscute sunt 2, 5 și 257. Se vede că (pentru $n \geq 2$) acestea formează un subset al clasei primelor Fermat.

Referințe:

- (1) *The Sierpiński problem: definition and status*, Wilfrid Keller;
- (2) *On powers associated with Sierpiński numbers, Riesel numbers and Polignac's Conjecture*, Michael Filaseta et al.;
- (3) *Lucas-Sierpiński and Lucas-Riesel numbers*, Daniel Baczkowski et al.

Numere slab totiente

(vezi și Numere extrem totiente; Numere nontotiente; Numere perfect totiente; Numere primoriale)

Definiție: Un număr natural, par, n este slab totient dacă, pentru orice $m > n$, $\varphi(m) > \varphi(n)$.

Cele mai mici 22 numere slab totiente (secvența A036913 în OEIS): 2, 6, 12, 18, 30, 42, 60, 66, 90, 120, 126, 150, 210, 240, 270, 330, 420, 462, 510, 630, 660, 690.

Comentariu: Matematicienii David William Masser și Peter Shiu au demonstrat în 1986 că produsul rezultat din al n -lea număr primorial multiplicat cu al $(n-1)$ -lea număr prim, unde $n > 2$, este un număr slab totient.

Notă: Unele surse spun că produsul rezultat dintre al n -lea număr primorial multiplicat cu al n -lea număr prim, unde $n > 1$, este un număr slab totient; ceea ce echivalează cu a nu-l considera pe 1, prin convenție, primul număr primorial.

Primele 13 numere primoriale (secvența A002110 în OEIS): 1, 2, 6, 30, 210, 2310, 30030, 510510, 9699690, 223092870, 6469693230, 200560490130, 7420738134810.

Primele 26 numere prime (secvența A000040 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101.

Notă: Se observă că $6 \cdot 3 = 18$, $30 \cdot 5 = 150$ ș.a.m.d, unde 18, 150 ș.a.m.d sunt numere slab totiente.

Numere Smarandache

Definiție: S_n este cel mai mic număr cu proprietatea că $S_n!$ este divizibil cu n .

Exemplu: $S_8 = 4$ pentru că $1!, 2!, 3!$ nu sunt divizibile cu 8 dar $4!$ este divizibil cu 8.

Primele 30 numere Smarandache (secvența A002034 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 3, 7, 4, 6, 5, 11, 4, 13, 7, 5, 6, 17, 6, 19, 5, 7, 11, 23, 4, 10, 13, 9, 7, 29, 5.

Notă: Funcția care generează aceste numere se numește funcția Smarandache.

Referințe:

- (1) *The Smarandache function*, C. Dumitrescu și V. Seleacu;
- (2) *The classical Smarandache function and a formula for twin primes*, Dhananjay P. Mehendale;
- (3) *Properties and problems related to the Smarandache type functions*, Sebastian Martin Ruiz.

Numere Smarandache-Fibonacci

(vezi și Numere Smarandache)

Definiție: Numerele n cu proprietatea că $S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$, unde S_k este funcția Smarandache.

Primele 13 numere Smarandache-Fibonacci (secvența A015047 în OEIS): 3, 11, 121, 4902, 26245, 32112, 64010, 368140, 415664, 2091206, 2519648, 4573053, 7783364.

Comentariu: Matematicienii Henry Ibstedt și Charles Ashbacher au conjeturat (independent unul de altul) că seria are o infinitate de termeni. Ibstedt a descoperit cel mai mare număr de acest tip: 19448047080036.

Notă: Aceste numere sunt cunoscute îndeobște sub denumirea „Smarandache-Fibonacci triplets”.

Referințe:

(1) *Smarandache ceil functions*, Anthony Begay.

Numere Smarandache-Radu

(vezi și Numere Smarandache)

Definiție: Numerele n cu proprietatea că nu există prime între S_n (inclusiv) și S_{n+1} (inclusiv), unde S_k este funcția Smarandache.

Primele 10 numere Smarandache-Radu (secvența A015048 în OEIS): 224, 2057, 265225, 843637, 6530355, 24652435, 35558770, 40201975, 45388758, 46297822.

Comentariu: Henry Ibstedt a conjecturat că seria are o infinitate de termeni; tot acesta a descoperit cel mai mare număr de acest tip (având 42 cifre).

Notă: Aceste numere sunt cunoscute îndeobște sub denumirea „*Smarandache-Radu duplets*”.

Referințe:

(1) *Smarandache ceil functions*, Anthony Begay.

Numere Smarandache-Wellin

(vezi și Numere concatenate; Numere consecutive Smarandache; Prime interioare; Prime Smarandache)

Definiție: Numerele Smarandache-Wellin sunt numerele întregi obținute prin concatenarea primelor n numere prime, începând cu (și incluzând pe) numărul 2.

Primele 10 numere Smarandache-Wellin (secvența A019518 în OEIS): 2, 23, 235, 2357, 235711, 23571113, 2357111317, 235711131719, 23571113171923, 2357111317192329.

Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul american de origine română Florentin Smarandache și matematicianul Paul R. Wellin.

Definiție: Numerele Smarandache-Wellin ce sunt totodată prime se numesc prime Smarandache-Wellin.

Primele 3 prime Smarandache-Wellin (secvența A069151 în OEIS): 2, 23, 2357.

Comentariu: Al patrulea termen este un număr cu 355 de cifre.

Cele 8 valori cunoscute ale lui n pentru care prin concatenarea primelor n numere prime obținem un prim Smarandache-Wellin (secvența 046035 în OEIS): 1, 2, 4, 128, 174, 342, 435, 1429.

Notă: Nu mai există un astfel de n mai mic decât 10^4 .

Numere Smith

(vezi și Numere repunit)

Definiție: Numere compuse având următoarea proprietate: suma cifrelor lor este egală cu suma cifrelor factorilor lor primi.

Exemplu: 85 este un număr Smith deoarece $85 = 5 \cdot 17$ iar $8 + 5 = 5 + 1 + 7 = 13$.

Primele 21 numere Smith (secvența A006753 în OEIS): 4, 22, 27, 58, 85, 94, 121, 166, 202, 265, 274, 319, 346, 355, 378, 382, 391, 438, 454, 483, 517.

Comentariu: Denumirea se datorează lui Albert Wilansky ce a descoperit, în 1982, că numărul de telefon al fratelui său vitreg, Smith, și anume 4937775, are această proprietate.

Proprietăți: În 1987, Wayne McDaniel a demonstrat că există o infinitate de numere Smith.

Definiție: două sau mai multe numere consecutive ce au această proprietate se numesc numere Smith înfrățite.

Exemplu: 728 și 729 sunt astfel de numere ($728 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13$ iar $7 + 2 + 8 = 2 + 2 + 2 + 7 + 13$; $729 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ iar $7 + 2 + 9 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$). De asemenea 73615, 73616 și 73616 sunt trei „frați Smith”.

Primele 13 cele mai mici numere dintr-o pereche de numere înfrățite Smith (secvența A050219 în OEIS): 728, 2964, 3864, 4959, 5935, 6187, 9386, 9633, 11695, 13764, 16536, 16591, 20784.

Definiție: Un număr compus având proprietatea că suma cifrelor factorilor săi primi este egală cu suma cifrelor sale multiplicată prin k se numește număr k -Smith.

Exemplu: 32 este un număr 2-Smith (secvența A104390 în OEIS): $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ iar $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot (3 + 2)$.

Definiție: Un număr Smith al cărui revers este de asemenea un număr Smith se numește număr Smith reversibil.

Exemplu: 58 este un număr Smith reversibil (secvența A104171 în OEIS): $58 = 2 \cdot 29$ iar $5 + 8 = 2 + 2 + 9 = 13$; $85 = 5 \cdot 17$ iar $8 + 5 = 5 + 1 + 7 = 13$.

Alte subseturi de numere Smith: numere Smith semiprime (secvența A098837 în OEIS); numere Smith palindromice (secvența A104390 în OEIS).

Notă: Nu există o formulă care să genereze toate numerele Smith, dar există o formulă (descoperită în 1983 de Oltikar și Wayland) care generează un subset de astfel de numere, și anume $k \cdot R_n$, unde k este natural iar R_n este un număr repunit. Pentru anumite valori ale lui k , formula generează un număr Smith pentru orice număr repunit R_n .

Primele 16 numere care, multiplicat cu orice număr repunit, generează un număr Smith (secvența A104167 în OEIS): 1540, 1720, 2170, 2440, 5590, 6040, 7930, 8344, 8470, 8920, 23590, 24490, 25228, 29080, 31528, 31780.

Notă: Cel mai mare număr Smith cunoscut este $9 \cdot R_{1031} \cdot (10^{4594} + 3 \cdot 10^{2297} + 1)^{1476} \cdot 10^{3913210}$, unde R_{1031} este un număr repunit egal cu $(10^{1031} - 1)/9$.

Referințe:

- (1) *Smith numbers*, Shyam Sunder Gupta;
- (2) *A new largest Smith number*, Patrick Costello;
- (3) *The existence of infinitely many k -Smith numbers*, Wayne L. McDaniel.

Numere sociabile

(vezi și Numere amiabile; Numere aspirante)

Definiție: Se spune despre numerele ce au o serie alicotă de perioadă 3 sau mai mare că sunt numere sociabile.

Definiție: O „serie alicotă” („*aliquot sequence*”) este seria recurentă în care fiecare termen este egal cu suma divizorilor termenului anterior (excluziv acesta însuși); de exemplu, seria alicotă a numărului 10 este 10, 8, 7, 1, 0, pentru că: $\sigma(10) - 10 = 1 + 2 + 5 = 8$; $\sigma(8) - 8 = 1 + 2 + 4 = 7$; $\sigma(7) - 7 = 1$; $\sigma(1) - 1 = 0$.

Comentariu: Multe serii alicote se termină într-un număr prim urmat de numărul 1 urmat de 0, ca în exemplul de mai sus, dar unele serii alicote se repetă cu o anumită periodicitate la nesfârșit. Astfel, un număr perfect are o serie alicotă de perioadă 1 (e.g. seria alicotă a lui 6 este 6, 6, 6, 6...) iar un număr amiabil are o serie alicotă de perioadă 2 (e.g. seria alicotă a lui 220 este 220, 284, 220, 284...). În sfârșit, un număr sociabil este acela care o serie alicotă de perioadă 3 sau mai mare. Matematicianul belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan a conjeturat că orice serie alicotă sfârșește obligatoriu într-unul din următoarele 3 feluri: într-un număr prim, într-un număr perfect, sau într-un set de numere amiabile sau sociabile.

Definiție: Se spune despre un număr a cărui serie alicotă are perioada k , unde $k \geq 3$, că este un număr sociabil de ordinul k ; de exemplu, numărul 1264460 este un număr

sociabil de ordinul 4 pentru că seria sa alicotă este 1264460, 1547860, 1727636, 1305184, 1264460 (...), deci cei 4 termeni ai seriei se repetă la nesfârșit.

Referințe:

- (1) *On perfect, amicable and sociable chains*, Jean-Luc Marichal;
- (2) *Sociable numbers: new developments on an ancient problem*, Carl Pomerance;
- (3) *On the distribution of sociable numbers*, Mitsuo Kobayashi et al.

Numere solitare

(vezi Numere prietenoase)

Numere Somos

(vezi și Numere Göbel)

Definiție: Numerele Somos- k sunt numerele definite prin relațiile de recurență $S(n)*S(n-k) = S(n-1)*S(n-k+1) + S(n-2)*S(n-k+2) + \dots + S(n-(k-1)/2)*S(n-(k+1)/2)$ pentru k impar și $S(n)*S(n-k) = S(n-1)*S(n-k+1) + S(n-2)*S(n-k+2) + \dots + S(n-k/2)^2$ pentru k par, iar valorile inițiale sunt $S_i = 1$ pentru $i < k$.

Notă: Seriile de numere Somos-2 și Somos-3 cuprind doar numărul 1.

Definiție: Numerele Somos-4 sunt numerele definite prin relația de recurență $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = 1$, iar, pentru $n > 3$, $S_n = (S_{n-1}*S_{n-3} + S_{n-2}^2)/S_{n-4}$.

Primele 17 numere Somos-4 (secvența A006720 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 2, 3, 7, 23, 59, 314, 1529, 8209, 83313, 620297, 7869898, 126742987, 1687054711.

Definiție: Numerele Somos-5 sunt numerele definite prin relația de recurență $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 1$, iar, pentru $n > 4$, $S_n = (S_{n-1}*S_{n-4} + S_{n-2}*S_{n-3})/S_{n-5}$.

Primele 17 numere Somos-5 (secvența A006721 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 5, 11, 37, 83, 274, 1217, 6161, 22833, 165713, 1249441.

Comentariu: Surprinzător la seriile Somos- k , pentru $k \leq 7$, este faptul că, deși nu reiese explicit din definiția lor, toți termenii lor sunt numere întregi. Pentru $k \geq 8$ seriile Somos nu mai au toți termenii întregi.

Notă: Aceste serii se datorează matematicianului american Michael Somos.

Referințe:

- (1) *Somos sequences*, Kurlyandchik Lev și Zhouf Jaroslav;
- (2) *A new family of Somos-like recurrences*, Paul Heideman și Emilie Hogan.

Numere Stern-Brocot

Definiție: Numerele întregi definite prin relația de recurență $S_0 = 0$, $S_1 = 1$, și, pentru $n > 1$, $S_{2*n} = S_n$ iar $S_{2*n+1} = S_n + S_{n+1}$. Pentru că toate numerele naturale apar în această serie, denumirea de „Seria Stern-Brocot” e mai potrivită decât cea de „Numere Stern-Brocot”.

Notă: Această serie cu multiple aplicații în teoria numerelor a fost descoperită în mod independent în secolul XIX de matematicianul german Moritz Abraham Stern și ceasornicarul și matematicianul amator francez Achille Brocot. Seria mai este denumită uneori „Stern's diatomic sequence”.

Primii 30 termeni ai seriei Stern-Brocot (secvența A002487 în OEIS): 0, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 3, 1, 4, 3, 5, 2, 5, 3, 4, 1, 5, 4, 7, 3, 8, 5, 7, 2, 7, 5, 8, 3, 7.

Proprietăți: Oricare doi termeni consecutivi ai seriei sunt numere coprime. Numărul S_{n+1} exprimă numărul de moduri în care poate fi scris numărul natural n ca o sumă de puteri ale lui 2 în care nicio putere a lui 2 să nu se repete mai mult de două ori (de exemplu $S_6 = 2$ iar 5 poate fi scris ca $5 = 2^0 + 2^2$ și ca $5 = 2^0 + 2^1 + 2^1$). Seria S_{n+1}/S_n cuprinde toate numerele raționale pozitive, fiecare apărând o singură dată.

Referințe:

- (1) *Refining the Stern diatomic sequence*, Richard P. Stanley și Herbert S. Wilf.

Numere Størmer

Definiție: Numerele întregi pozitive n cu proprietatea că cel mai mare factor prim p al numărului $n^2 + 1$ este mai mare sau egal cu numărul $2 \cdot n$.

Primele 26 numere Størmer (secvența A005528 în OEIS): 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 35, 36.

Notă: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului norvegian Fredrik Carl Størmer.

Numere subfactoriale

(vezi și Numere factoriale, Numere multifactoriale)

Definiție: Numerele naturale notate „ $!n$ ” cu proprietatea că $!n = n!(1 - 1/1! + 1/2! - 1/3! + \dots + (-1)^{n+1}/n!)$.

Notă: Funcția subfactorial (studiată pentru prima oară de matematicianul francez Pierre Rémond de Montmort și de matematicianul elvețian Nicolaus Bernoulli, denumită astfel de William Allen Whitworth, editor al periodicului din secolul XIX „The Messenger of Mathematics”) definește în combinatorică numărul de permutări a elementelor unei mulțimi astfel încât niciun element să nu revină la poziția inițială (numărul de „deranjamente”).

Primele 10 numere subfactoriale (secvența 000166 în OEIS): 1, 0, 1, 2, 9, 44, 265, 1854, 14833, 133496, 1334961, 14684570, 176214841, 2290792932, 32071101049.

Proprietăți: Între numerele subfactoriale există următoarea relație de recurență: $!n = (n - 1) * (!(n - 1) + !(n - 2))$, unde $!0 = 1$ și $!1 = 0$. Este notabil că această relație de recurență există și între numerele factoriale: $n! = (n - 1) * ((n - 1)! + (n - 2)!)$, unde $0! = 1$ și $1! = 1$.

Definiție: Primele de forma $!n \pm 1$ se numesc prime subfactoriale.

Singurele 5 prime subfactoriale cunoscute (secvența A100015 în OEIS): 2, 3, 43, 481066515733, 130850092279663.

Referințe:

(1) *Wilson theorems for double-, hyper-, sub- and super-factorials*, Christian Aebi și Grant Cairns.

Numere sublime

(vezi și Numere perfecte)

Definiție: Se numește sublim numărul natural n cu proprietatea că atât numărul divizorilor săi, $\tau(n)$, cât și suma divizorilor săi, $\sigma(n)$, sunt ambele numere perfecte.

Exemplu: Un astfel de număr este 12 pentru că $\tau(12) = 6$ și $\sigma(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$ iar 6 și 28 sunt ambele numere perfecte.

Comentariu: Singurele două numere sublime cunoscute sunt numărul 12 și numărul $2^{126} * (2^{61} - 1) * (2^{31} - 1) * (2^{19} - 1) * (2^7 - 1) * (2^5 - 1) * (2^3 - 1)$, un număr cu 76 de cifre (secvența A081357 în OEIS).

Notă: Nu se cunoaște dacă există numere sublime impare.

Numere superabundente

(vezi și Numere abundente)

Definiție: Se numește superabundent un număr natural n pentru care, pentru orice m natural, $m < n$, avem relația $\sigma(m)/m < \sigma(n)/n$, unde σ este funcția divizor (suma divizorilor lui n).

Primele 21 numere superabundente (secvența A004394 în OEIS): 1, 2, 4, 6, 12, 24, 36, 48, 60, 120, 180, 240, 360, 720, 840, 1260, 1680, 2520, 5040, 10080, 15120.

Comentariu: Aceste numere au fost definite în 1944 de către Paul Erdős și Leonidas Alaoglu, dar, din niște însemnări făcute publice cu întârziere, reiese că matematicianul indian Srinivasa Ramanujan le definise încă din 1915, în cadrul unui studiu asupra numerelor extrem compuse (primele 19 numere extrem compuse coincid cu primele 19 numere superabundente). Ramanujan denumise aceste numere „extrem compuse generalizate”, Erdős și Alaoglu le-au numit „superabundente”, terminologie mai potrivită întrucât niciuna dintre aceste două mulțimi nu este un subset al celeilalte, fiecare având temeni neîmpărtașiți cu cealaltă; astfel, se poate vedea, de exemplu, că al 20-lea număr extrem compus, 7560, nu este superabundent, de asemenea există numere superabundente ce nu sunt extrem compuse (*secvența A166735 în OEIS*). Mai mult decât atât, există un număr N cel mai mare număr superabundent ce este totodată și extrem compus (niciun număr superabundent mai mare decât N nu mai este extrem compus); acesta este un număr format din 154 de cifre (al 1023-lea număr superabundent și totodată al 2567-lea număr extrem compus).

Notă: Erdős și Alaoglu au demonstrat următorul fapt: dacă $N = p_1^{a_1} * p_2^{a_2} * \dots * p_n^{a_n}$ este superabundent iar $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n$ sunt factorii săi primi, atunci $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$, cu alte cuvinte ordinul de mărime al exponenților este invers proporțional cu cel al factorilor primi.

Alte proprietăți: Toate numerele superabundente sunt numere extrem abundente; majoritatea sunt numere Harshad (cel mai mic număr superabundent ce nu este număr Harshad este 149602080797769600).

Numere superfactoriale

(vezi și Numere factoriale; Numere superprimoriale)

Definiție: Numerele ce sunt produsul primelor n numere factoriale: $f(n) = 1! * 2! * \dots * n!$.

Notă: Aceste numere sunt denumite astfel de către fondatorul OEIS, Neil Sloane, și de către Simon Plouffe.

Primele 10 numere superfactoriale (secvența A000178 în OEIS): 1, 1, 2, 12, 288, 34560, 24883200, 125411328000, 5056584744960000, 1834933472251084800000.

Referințe:

(1) *Wilson theorems for double-, hyper-, sub- and super-factorials*, Christian Aebi și Grant Cairns.

Numere superperfecte

(vezi și Numere Mersenne; Numere multiperfecte; Numere perfecte)

Notă: Această clasă este una dintre generalizările clasei numerelor perfecte. Denumirea lor aparține matematicianului D. Suryanarayana.

Definiție: Numărul întreg pozitiv n este superperfect dacă $\sigma^2(n) = \sigma(\sigma(n)) = 2 * n$.

Primele 9 numere superperfecte (secvența A019279 în OEIS): 2, 4, 16, 64, 4096, 65536, 262144, 1073741824, 1152921504606846976.

Definiție: Numărul întreg pozitiv n este k -superperfect dacă $\sigma^k(n) = 2 * n$, unde $\sigma^k(n)$ este funcția divizor, reiterată de k ori.

Exemplu: Numărul 16 este 2-superperfect deoarece $\sigma(16) = 31$, $\sigma(31) = 32$ iar $32 = 2 * 16$.

Comentariu: S-a demonstrat că un număr par este 2-superperfect doar dacă este putere a lui 2 iar numerele de forma $2^p - 1$ sunt 2-superperfecte doar dacă $2^p - 1$ este un prim Mersenne. Nu se știe dacă există sau nu un număr 2-superperfect impar, dar, dacă ar exista, ar trebui să fie un pătrat perfect, mai mare decât $7 * 10^{24}$, iar n și $\sigma(n)$ să aibă cel puțin 3 factori primi. Suryanarayana a considerat la început doar numerele 2-superperfecte; conceptul a fost extins la numerele k -superperfecte de către

matematicianul german Dieter Bode, care a și demonstrat că pentru $k > 2$ nu există numere k -superperfecte pare. Conceptul a fost și mai departe generalizat la numere (k,m) -perfecte, ce satisfac relația $\sigma^k(n) = m \cdot n$. Potrivit acestei generalizări, numerele perfecte sunt $(1,2)$ -perfecte, numerele multiperfecte sunt $(1,k)$ -perfecte, numerele superperfecte sunt $(2,2)$ -perfecte iar numerele k -superperfecte sunt $(k,2)$ -perfecte.

Referințe:

- (1) *Unitary super perfect numbers*, Tomohiro Yamada;
- (2) *On perfect numbers connected with the composition of arithmetic functions*, József Sándor și Lehel István Kovács.

Numere superprimoriale

(vezi și Numere primoriale; Numere superfactoriale)

Definiție: Numerele ce sunt produsul primelor n numere primoriale: $f(n) = 1\# \cdot 2\# \cdot \dots \cdot n\#$.

Notă: Aceste numere sunt denumite astfel prin analogie cu numerele superfactoriale. Seria acestor numere mai este cunoscută și sub numele de seria Chernoff.

Primele 9 numere superprimoriale (secvența A006939 în OEIS): 1, 2, 12, 360, 75600, 174636000, 5244319080000, 2677277333530800000, 25968760179275365452000000.

Numere super-Poulet

(vezi și Numere Poulet)

Definiție: Numerele Poulet (adică numerele compuse impare n cu proprietatea că n divide $2^n - 2$) ce au proprietatea că orice divizor d al lor divide numărul $2^d - 2$.

Primele 16 numere super-Poulet (secvența A050217 în OEIS): 341, 1387, 2047, 2701, 3277, 4033, 4369, 4681, 5461, 7957, 8321, 10261, 13747, 14491, 15709, 18721.

Proprietăți: Toate numerele Poulet semiprime sunt numere super-Poulet. Dacă trei numere Poulet semiprime au câte un factor prim comun două câte două, atunci produsul celor trei factori primi este un număr super-Poulet (e.g. $2701 = 37 \cdot 73$, $4033 = 37 \cdot 109$ și $7957 = 73 \cdot 109$ sunt numere Poulet, deci numărul $294409 = 37 \cdot 73 \cdot 109$ este un număr super-Poulet).

Numere Thabit

(vezi și Numere amiabile)

Definiție: Numere de forma $3 \cdot 2^n - 1$.

Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul și astronomul islamic ce a trăit în secolul IX, Thabit ibn Qurra.

Primele 19 numere de forma $3 \cdot 2^n - 1$ (secvența A055010 în OEIS): 0, 2, 5, 11, 23, 47, 95, 191, 383, 767, 1535, 3071, 6143, 12287, 24575, 49151, 98303, 196607, 393215.

Definiție: Primele de forma $P_n = 3 \cdot 2^n - 1$ se numesc prime Thabit.

Primele 13 prime de forma $3 \cdot 2^n - 1$ (secvența A007505 în OEIS): 2, 5, 11, 23, 47, 191, 383, 6143, 786431, 51539607551, 824633720831, 26388279066623, 108086391056891903.

Proprietăți: Dacă obținem prime Thabit și pentru n și pentru $n - 1$, iar $9 \cdot 2^{(2 \cdot n - 1)} - 1$ este de asemenea prim, atunci numerele $2^n \cdot (3 \cdot 2^{(n - 1)} - 1) \cdot (3 \cdot 2^n - 1)$ și $2^n \cdot (9 \cdot 2^{(2 \cdot n - 1)} - 1)$ sunt numere amiabile. Singurele valori ale lui n care satisfac aceste condiții, cunoscute până acum, sunt 2, 4, și 7, din care obținem următoarele perechi de numere amiabile: [220, 284], [17296, 18416] și [9363584, 9437056]. Această metodă de obținere a primelor amiabile este atribuită tot matematicianului arab Thabit ibn Qurra.

Notă: Primele Thabit, împreună cu alt subset de prime, cele de forma $3 \cdot 2^n + 1$, sunt cunoscute și sub denumirea de „prime 321”.

Primele 11 prime de forma $3 \cdot 2^n + 1$ (secvența A039687 în OEIS): 7, 13, 97, 193, 769, 12289, 786433, 3221225473, 206158430209, 6597069766657, 221360928884514619393.

Comentariu: Proiectul *PrimeGrid* conduce o căutare a numerelor prime de tip 321; la data de 24 aprilie 2010 s-a anunțat descoperirea celui mai mare prim 321 cunoscut de forma $3 \cdot 2^n - 1$, și anume $3 \cdot 2^{6090515} - 1$ iar la data de 21 februarie 2011 a celui de forma $3 \cdot 2^n + 1$, și anume $3 \cdot 2^{7033641} + 1$.

Referințe:

- (1) *On Thabit ibn Kurrah's formula for amicable numbers*, Walter Borho;
- (2) *Four large amicable pairs*, H.J.J. te Riele.

Numere totative

(vezi și Numere coprime; Numere perfect totiente)

Definiție: Un număr totativ al lui n este un număr k , $0 < k < n$, ce este relativ prim cu n . Numărul tuturor numerelor totative ale lui n este dat de $\varphi(n)$, valoarea indicatorului Euler al lui n .

Numărul totativelor lui n pentru primele 29 de valori ale lui n (secvența A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18, 12, 28.

Definiție: Un totativ izolat k al lui n („*isolated totative*”) este un totativ al lui n cu proprietatea că atât $k - 1$ cât și $k + 1$ sunt de asemenea coprime cu n .

Numărul totativelor izolate ale lui n pentru primele 29 de valori ale lui n (secvența A132952 în OEIS): 0, 1, 0, 2, 0, 2, 0, 4, 0, 4, 0, 4, 0, 6, 2, 8, 0, 6, 0, 8, 2, 10, 0, 8, 0, 12, 0, 12, 0.

Notă: Denumirea acestor numere i se datorează matematicianului englez James Joseph Sylvester.

Definiție: Un număr cototativ al lui n („*cototative*”) este un număr k , $0 < k < n$, ce nu este relativ prim cu n . Numărul tuturor numerelor cototative ale lui n este dat de funcția cototient a lui Euler, $n - \varphi(n)$.

Numărul cototativelor lui n pentru primele 29 de valori ale lui n (secvența A051953 în OEIS): 0, 1, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 3, 6, 1, 8, 1, 8, 7, 8, 1, 12, 1, 12, 9, 12, 1, 16, 5, 14, 9, 16, 1.

Numere triunghiulare

(vezi și Numere pătratice; Numere poligonale)

Definiție: Numere de forma $(n \cdot (n+1))/2 = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

Primele 25 numere triunghiulare (secvența A000217 în OEIS): 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300.

Notă: Numerele triunghiulare sunt un subset al numerelor poligonale.

Comentariu: Numerele triunghiulare T_n ($T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$) se definesc în plan aditiv analog cu numerele factoriale în plan multiplicativ; o altă relație între aceste clase de numere este următoarea: $(2 \cdot n)! = 2^n \cdot T_1 \cdot T_3 \cdot T_5 \cdot \dots \cdot T_{2 \cdot n - 1}$.

Referințe:

- (1) *Fascinating triangular numbers*, Shyam Sunder Gupta;
- (2) *On triangular rectangular numbers*, François Dubeau și Alain Pautasso.

Numere Ulam

Definiție: Un număr (m, n) -Ulam se spune că este un termen al seriei definită astfel: primul termen al seriei este egal cu m , cel de-al doilea este egal cu n , iar termenii

următori sunt cei mai mici întregi exprimabili într-un singur fel ca suma a doi termeni distincți precedenți.

Primele 21 numere (1, 2)-Ulam (secvența A002858 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 11, 13, 16, 18, 26, 28, 36, 38, 47, 48, 53, 57, 62, 69, 72.

Notă: Matematicianul american de origine poloneză Stanislaw Ulam a descoperit această clasă de numere în 1964. Dacă nu este însoțită de specificația (m, n) , prin serie Ulam se subînțelege seria $(1, 2)$ -Ulam, iar prin numere Ulam termenii acestei serii.

Proprietăți: Există o infinitate de numere Ulam.

Definiție: Numerele Ulam ce sunt totodată și prime se numesc prime Ulam.

Primele 21 prime Ulam (secvența A068820 în OEIS): 2, 3, 11, 13, 47, 53, 97, 131, 197, 241, 409, 431, 607, 673, 739, 751, 983, 991, 1103, 1433, 1489.

Numere umile

(vezi Numere uniforme)

Numere uniforme

(vezi și Numere regulate; Numere neuniforme)

Definiție: Un număr întreg este k -uniform („ k -smooth”) dacă nu are factori primi mai mari decât k .

Primele 20 numere 2-uniforme (secvența A000079 în OEIS): 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288.

Notă: Numerele 2-uniforme nu sunt altceva decât puterile lui 2.

Primele 20 numere 3-uniforme (secvența A003586 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 81, 96.

Primele 20 numere 5-uniforme (secvența A051037 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 32, 36.

Notă: Numerele 5-uniforme (numerele ce au ca factori primi doar numerele 2, 3 sau 5) se mai numesc „numere regulate” („regular numbers”).

Primele 20 numere 7-uniforme (secvența A001473 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25, 27.

Notă: Numerele 7-uniforme (numerele ce au ca factori primi doar numerele 2, 3, 5 sau 7) se mai numesc „numere umile” („humble numbers”).

Teorema lui Størmer: Matematicianul norvegian Carl Fredrik Størmer a arătat că pentru orice k există doar un număr finit de perechi de numere uniforme consecutive (de exemplu o astfel de pereche de numere 3-uniforme este [8, 9], de numere 7-uniforme este [24, 25] etc.). Matematicianul american Derrick Henry Lehmer a arătat că numărul acestor perechi este mai mic decât $3^n - 2^n$, unde n este indexul numărului prim k (k este al n -lea număr prim). Numărul de perechi de numere întregi $[x, x + 1]$ astfel încât factorii primi ai lui x și ai lui $x + 1$ sunt cel mult egali cu cel de-al n -lea prim sunt: 1, 4, 10, 23, 40, 68, 108, 167, 241, 345, 482, 653, 869, 1153, 1502 ș.a.m.d. (secvența A002071 în OEIS).

Comentariu: Numerele uniforme au importanță în criptografie. Termenul „smooth” se datorează lui Leonard Adleman, coinventator al algoritmului de criptografiere RSA.

Referințe:

- (1) *The role of smooth numbers in number theoretic algorithms*, Carl Pomerance;
- (2) *Smooth numbers and the quadratic sieve*, Carl Pomerance;
- (3) *Smooth numbers: computational number theory and beyond*, Andrew Granville.

Numere vampir

Definiție: Numere n , cu un număr par de cifre, ce au cel puțin doi factori primi, ce se pot descompune în doi factori cu un număr de $n/2$ cifre, x și y (dintre care cel mult unul se poate termina în 0) astfel încât n să conțină exact cifrele ce îi compun pe x și y , în orice ordine.

Exemple: 1260 este un astfel de număr pentru că se descompune în $21 \cdot 60$; numărul $n = 126000$ nu este, deși se poate descompune în factori având, împreună, aceleași cifre ca n ($126000 = 210 \cdot 600$), pentru că ambii factori se termină în 0.

Primele 14 numere vampir (secvența A014575 în OEIS): 1260, 1395, 1435, 1530, 1827, 2187, 6880, 102510, 104260, 105210, 105264, 105750, 108135, 110758.

Notă: Definiția a fost extinsă și pentru numerele n , cu un număr par sau impar de cifre, ce se pot descompune în mai mult de doi factori, astfel încât n să conțină exact cifrele ce îi compun pe aceștia; de exemplu 1503 poate fi descompus ca $3 \cdot 501$ iar 1395 ca $5 \cdot 9 \cdot 31$.

Primele 14 numere vampir în sens generalizat (secvența A020342 în OEIS): 126, 153, 688, 1206, 1255, 1260, 1395, 1435, 1503, 1530, 1827, 2187, 3159, 3784.

Comentariu: Uneori se folosește pentru generalizare o distincție suplimentară („*true vampire numbers*”); sunt considerate numere vampir „adevărate” doar cele cu un număr par de factori ce se pot descompune în doar doi factori, fiecare având jumătate din numărul cifrelor lui n (de exemplu $1435 = 35 \cdot 41$). În sfârșit, în 2002, Carlos Rivera (inginer și matematician mexican, fondatorul site-ului „The prime puzzles & problems connection”), a definit ceea ce el a denumit „*prime vampire numbers*”, și anume un număr vampir „adevărat” ai cărui chiar factori primi îndeplinesc condiția definitorie (de exemplu 117067 este un astfel de număr pentru că $167 \cdot 701$ este chiar descompunerea sa în factori primi).

Notă: Cel care a popularizat această clasă de numere este Clifford Pickover, autor american a numeroase articole de matematică recreativă.

Numere von Staudt-Clausen

(vezi și Numere regulate)

Definiție: Potrivit Teoremei von Staudt-Clausen (enunțată independent în secolul XIX de către matematicianul german Karl von Staudt și de către matematicianul danez Thomas Clausen), dacă adăugăm numărului Bernoulli $B_{2 \cdot n}$ toate fracțiile $1/p$, unde p prim cu proprietatea că $p - 1$ divide $2 \cdot n$, obținem un număr întreg S_n . Numim clasa acestor numere întregi numere von Staudt-Clausen.

Numărătorul primelor 15 numere Bernoulli $B_{2 \cdot n}$ (secvența A000367 în OEIS): 1, 1, -1, 1, -1, 5, -691, 7, -3617, 43867, -174611, 854513, -236364091, 8553103, -23749461029.

Numitorul primelor 15 numere Bernoulli $B_{2 \cdot n}$ (secvența A002445 în OEIS): 1, 6, 30, 42, 30, 66, 2730, 6, 510, 798, 330, 138, 2730, 6, 870.

Primele 15 numere von Staudt-Clausen (secvența A000146 în OEIS): 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, -6, 56, -528, 6193, -86579, 1425518, -27298230, 601580875.

Exemple: $B_{12} = -691/2730$; $S_6 = -691/2730 + 1/2 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + 1/13 = 1$.

Comentariu: Subsecvent Teoremei von Staudt-Clausen, numitorii numerelor Bernoulli $B_{2 \cdot n}$ sunt numere libere de pătrate, divizibile cu 6.

Referințe:

(1) *A review of the von Staudt Clausen Theorem*, Timothy Simon Caley.

Numere Wilson

(vezi și Numere Brown)

Definiție: Numerele Wilson sunt numerele întregi n cu proprietatea că $W(n) \equiv 0 \pmod{n}$, unde $W(n) = ((n - 1)! + 1)/n$.

Primele 13 numere Wilson (secvența A157250 în OEIS): 1, 5, 13, 563, 5971, 558771, 1964215, 8121909, 12326713, 23025711, 26921605, 341569806, 399292158.

Definiție: Numerele Wilson ce sunt totodată și prime se numesc prime Wilson.

Cele 3 prime Wilson cunoscute (secvența A007540 în OEIS): 5, 13, 563.

Notă: Următorul termen, dacă există, trebuie să fie mai mare decât $2 \cdot 10^{13}$. Este totuși conjecturat că există o infinitate de prime Wilson.

Referințe:

(1) *A search for Wilson primes*, Edgar Costa et al.

Numere Woodall

(vezi și Numere Cullen; Numere Riesel)

Definiție: Numerele întregi de forma $n \cdot 2^n - 1$, unde n este natural.

Primele 17 numere Woodall (secvența A003261 în OEIS): 1, 7, 23, 63, 159, 383, 895, 2047, 4607, 10239, 22527, 49151, 106495, 229375, 491519, 1048575, 2228223.

Comentariu: Denumirea acestor numere se datorează matematicianului britanic Herbert J. Woodall, ce le-a studiat, la începutul secolului XX, împreună cu Allan Cunningham (cu puțin timp înainte, James Cullen își publicase cercetările privind numerele de forma $n \cdot 2^n + 1$).

Definiție: Numerele Woodall ce sunt totodată și prime se numesc prime Woodall.

Notă: Prin proiectul Prime Grid a fost descoperit, în 2007, al 33-lea și cel mai mare prim Woodall cunoscut și anume $3752948 \cdot 2^{3752948} - 1$, un megaprim (un prim cu peste 1 milion de cifre).

Definiție: Numerele naturale de forma $n \cdot b^n - 1$, unde $n > b - 2$, se numesc numere Woodal generalizate.

Numere Wolstenholme

Definiție: Un număr Wolstenholme W_n este numărătorul sumei $1 + 1/4 + 1/9 + \dots + 1/n^2$, unde n este întreg pozitiv.

Primele 13 numere Wolstenholme (secvența A007406 în OEIS): 1, 5, 49, 205, 5269, 5369, 266681, 1077749, 9778141, 1968329, 239437889, 240505109, 40799043101.

Proprietăți: Potrivit Teoremei lui Wolstenholme, dacă p este un număr prim mai mare decât 3, atunci numărătorul sumei $1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/(p-1)$ este divizibil cu p^2 iar numărătorul sumei $1 + 1/2^2 + 1/3^2 + \dots + 1/(p-1)^2$ este divizibil cu p . Niciun număr compus nu satisface Teorema lui Wolstenholme (perechea de relații arătată) și este conjecturat că nu există un astfel de număr.

Notă: A nu se confunda noțiunea de numere Wolstenholme prime (în care caz este vorba de numerele din definiția arătată care sunt prime) cu primele Wolstenholme. Acestea au o cu totul altă semnificație și formulă generatoare.

Definiție: Primele Wolstenholme sunt numerele prime p ce satisfac relația $(2 \cdot p)! / (p!)^2 \equiv 2 \pmod{p^4}$. Este conjecturat că există o infinitate de astfel de prime, deși deocamdată se cunosc doar două și nu există altele până la 10^9 .

Primele 4 numere Wolstenholme ce sunt prime (secvența A123751 în OEIS): 5, 266681, 40799043101, 86364397717734821.

Notă: Al patrulea termen al seriei are un număr de 104 cifre.

Singurele 2 prime Wolstenholme cunoscute (secvența A088164 în OEIS): 16843, 2124679.

Comentariu: Legătura dintre numerele respectiv primele Wolstenholme reiese când sunt definite cu ajutorul coeficienților binomiali; astfel, Teorema lui Wolstenholme statuează că, pentru orice prim p mai mare ca 3, $C(2 \cdot p - 1, p - 1) \equiv 1 \pmod{p^3}$, în timp ce un

prim Wolstenholme poate fi definit ca un prim mai mare ca 7 ce satisface relația $C(2^*p - 1, p - 1) \equiv 1 \pmod{p^4}$.

Definiție: Numărul $(2^*n)!/(n!)^2$, întâlnit în una din definițiile echivalente ale primelor Wolstenholme (se poate vedea ușor când este scris sub forma $(2^*n)!/(2^*n - n)!*n!$ că reprezintă un coeficient binomial) se mai numește coeficient binomial central.

Primii 16 coeficienți binomiali centrali (secvența A000984 în OEIS): 1, 2, 6, 20, 70, 252, 924, 3432, 12870, 48620, 184756, 705432, 2704156, 10400600, 40116600, 155117520.

Referințe:

- (1) *Multiple harmonic sums and Wolstenholme's theorem*, Julian Rosen;
- (2) *Congruences for Wolstenholme primes*, Romeo Mestrovic.

Numere Zeisel

(vezi și Numere Chernick)

Definiție: Numere naturale libere de pătrate cu cel puțin 3 factori primi (p_1, p_2, \dots, p_n) între care există relația: $p_n = a * p_{n-1} + b$, unde a și b sunt numere întregi, constante, iar $p_0 = 1$.

Primele 15 numere Zeisel (secvența A051015 în OEIS): 105, 1419, 1729, 1885, 4505, 5719, 15387, 24211, 25085, 27559, 31929, 54205, 59081, 114985, 207177.

Comentariu: Toate numerele Chernick sunt numere Zeisel (sunt numere libere de pătrate și au 3 factori primi între care există relația de recurență arătată). Helmut Zeisel a remarcat acest tip de numere, mai precis a observat că numărul 1885 are această proprietate ($1885 = 1 * 5 * 13 * 29$ iar între factorii săi primi există relațiile: $5 = 2 * 1 + 3$, $13 = 2 * 5 + 3$, $29 = 2 * 13 + 3$).

Relațiile de recurență între factorii primi ai primelor 3 numere Zeisel: $105 = 3 * 5 * 7$ iar $[a, b] = [1, 2]$; $1419 = 3 * 11 * 43$ iar $[a, b] = [4, -1]$; $1729 = 7 * 13 * 19$ iar $[a, b] = [1, 6]$.

Numere Zsigmondy

Definiție: Cel de-al n -lea număr Zsigmondy pentru baza (a, b) se spune că este cel mai mare divizor al numărului $a^n - b^n$ ce este coprim cu numărul $a^m - b^m$ pentru orice $m < n$.

Primele 13 numere Zsigmondy pentru baza (2, 1) (secvența A064078 în OEIS): 1, 3, 7, 5, 31, 1, 127, 17, 73, 11, 2047, 13, 8191.

Primele 13 numere Zsigmondy pentru baza (7, 1) (secvența A064083 în OEIS): 6, 1, 19, 25, 2801, 43, 137257, 1201, 39331, 2101, 329554457, 2353, 16148168401.

Definiție: Un număr prim p se numește prim Zsigmondy pentru (a, n) dacă p divide numărul $a^n - 1$ dar nu divide niciun număr $a^m - 1$ pentru $1 \leq m \leq n - 1$.

Teorema lui Zsigmondy (datorată matematicianului ungar Karl Zsigmondy) statuează că, dacă $a > b > 0$ sunt numere întregi coprime, pentru orice număr natural n , $n > 1$, există un număr prim p cu proprietatea că divide numărul $a^n - b^n$ dar nu divide numărul $a^m - b^m$ pentru niciun întreg m , $m < n$, cu trei excepții: când $a = 2$, $b = 1$, $n = 6$ și când $a + b$ este egal cu o putere a lui 2 iar $n = 2$.

Notă: La cele două excepții ale teoremei se mai adaugă uneori a treia, cazul $a = 2$, $b = 1$, $n = 1$, și anume când nu se consideră n strict mai mare decât 1.

Notă: Un caz particular al acestei teoreme este cunoscut sub numele de Teorema lui Bang și statuează că, pentru n întreg pozitiv diferit de 1 și 6, numărul $2^n - 1$ are un factor prim ce nu divide numărul $2^m - 1$ pentru niciun $m < n$.

Referințe:

- (1) *On large Zsigmondy primes*, Walter Feit.

CLASE DE PRIME ȘI PSEUDOPRIME

Prime absolute

(vezi și Numere primitive; Numere repunit, Prime circulare)

Notă: Aceste prime se mai numesc și prime permutabile (așa erau denumite de către unul dintre primii matematicieni care le-au studiat, matematicianul german Hans-Egor Richert).

Definiție: Numerele ce sunt prime în orice permutare posibilă a cifrelor lor.

Primele 23 prime absolute (secvența A007703 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 113, 131, 199, 311, 337, 373, 733, 919, 991, 1111111111111111111.

Comentariu: În unele definiții ale acestei clase de prime se cere ca acestea să aibă cel puțin două cifre diferite (deci numerele prime repunit, ce sunt, desigur, în mod trivial absolute, n-ar face parte din această clasă); în sensul acestei definiții, s-ar putea ca singurele prime absolute să fie cele 21 de prime ce nu sunt numere repunit din secvența de mai sus, pentru că nu se cunosc alte astfel de prime până la $6 \cdot 10^{175}$.

Proprietăți: În mod evident, orice prim absolut poate fi compus doar din cifrele 1, 3, 7 și 9.

Referințe:

(1) *Absolute primes*, A. Slinko.

Prime aditive

Definiție: Numerele prime cu proprietatea că suma cifrelor lor este de asemenea un număr prim.

Primele 23 prime aditive (secvența A046704 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 23, 29, 41, 43, 47, 61, 67, 83, 89, 101, 113, 131, 137, 139, 151, 157, 173, 179.

Prime aproximativ fibonoriale

(vezi Numere fibonoriale)

Prime asigurate

(vezi și Prime înlănțuite Cunningham, Prime Sophie Germain)

Definiție: Prime de forma $2^p + 1$, unde p este de asemenea prim (reversul definiției primelor Sophie Germain: acestea sunt prime p unde $2^p + 1$ este de asemenea prim).

Primele 22 prime asigurate (secvența A005385 în OEIS): 5, 7, 11, 23, 47, 59, 83, 107, 167, 179, 227, 263, 347, 359, 383, 467, 479, 503, 563, 587, 719, 839.

Comentariu: Primele p se numesc prime Sophie Germain. Orice prim asigurat mai mare decât 7 trebuie să fie de forma $12^k - 1$. Cel mai mare prim asigurat cunoscut, descoperit în aprilie 2012, este $1854363790051582^6666668 - 1$.

Referințe:

(1) *Safe prime generation with a combined sieve*, Michael J. Wiener;

(2) *Double-speed safe prime generation*, David Naccache.

Prime bune

(vezi și Prime echilibrate; Prime slabe; Prime tari)

Definiție: Numerele prime $P(n)$ al căror pătrat este mai mare decât produsul oricăror două prime aflate la distanță egală de $P(n)$ în seria numerelor prime, algebric formulat $P(n)^2 > P(n - k) \cdot P(n + k)$, pentru orice $1 \leq k \leq n - 1$, se numesc prime bune.

Primele 23 prime bune (secvența A028388 în OEIS): 5, 11, 17, 29, 37, 41, 53, 59, 67, 71, 97, 101, 127, 149, 179, 191, 223, 227, 251, 257, 269, 307, 311.

Proprietăți: Există o infinitate de astfel de prime (a conjeturat John Selfridge și a demonstrat Carl Pomerance).

Prime Chen

(vezi și Numere prime; Numere semiprime; Prime gemene)

Definiție: Un prim Chen este numărul prim p cu proprietatea că $p + 2$ este ori un prim ori un semiprim.

Primele 25 prime Chen (secvența A109611 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 53, 59, 67, 71, 83, 89, 101, 107, 109, 113, 127.

Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul chinez Jing Run Chen, care a demonstrat că există o infinitate de astfel de prime și că orice număr par suficient de mare poate fi scris ca suma dintre un prim și un număr ce este fie prim fie semiprim (o versiune mai slabă a binecunoscutei Conjecturi a lui Goldbach, nedemonstrată de la jumătatea secolului XVIII până în prezent, potrivit căreia orice număr par mai mare decât 4 se poate scrie ca suma a două numere prime).

Notă: Clasa primelor gemene este o subclasă a clasei primelor Chen. Cel mai mare prim Chen cunoscut p (pentru care $p + 2$ nu este prim geamă, ci semiprim), este un număr cu cca 70000 cifre.

Referințe:

- (1) *On sums of subsets of Chen primes*, Zhen Cui et al.;
- (2) *Chen's primes and ternary Goldbach problem*, Hongze Li și Hao Pan.

Prime circulare

(vezi și Prime permutabile; Prime repunit)

Definiție: Un prim circular este numărul prim cu proprietatea că generează doar numere prime prin operația iterativă de permutare ciclică.

Exemplu: 1193 este un astfel de prim, deoarece 1931, 9311 și 3119 sunt prime; unele definiții înțeleg prin prim circular doar pe cel mai mic dintre primele formate astfel, în speță pe 1193 (secvența A068652 în OEIS le listează pe toate).

Cele 19 prime circulare cunoscute: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 37, 79, 113, 197, 199, 337, 1193, 3779, 11939, 19937, 193939, 199933.

Notă: Până la 10^{23} mai pot exista doar 4 astfel de prime, PRP-urile repunit având 19, 23, 317, respectiv 1031 de cifre (de 1, desigur).

Comentariu: Primele absolute (permutabile) sunt un subset al primelor circulare (având o definiție mai restrictivă).

Notă: A nu se confunda cu numerele ciclice (deși modul de operare asupra numerelor este același: permutare ciclică), din care prin definiție nu se pot obține prime prin permutarea ciclică (acestea sunt definite ca numere întregi din care, prin permutarea ciclică a cifrelor lor, se obțin doar multipli ai numerelor respective).

Prime constelație

(vezi și Prime gemene; Prime mănunchi; Prime progresive; Prime sexy; Prime verișoare)

Definiție: Constelațiile de prime de ordin k (mai numite și „*prime k -tuple*”) sunt mulțimile de k numere prime, p_1, p_2, \dots, p_k , având următoarea proprietate: $p_k - p_1 = n(k)$, unde $n(k)$ este cel mai mic număr n pentru care există k numere întregi $m(1), m(2), \dots, m(k)$, astfel încât $m(k) - m(1) = n$ și în plus, pentru orice număr prim q , $m(1), m(2), \dots, m(k)$ nu reprezintă toate resturile modulo q .

Exemplu: Mulțimea [97, 101, 103, 107, 109] este o constelație de 5 prime (un „*prime 5-tuple*”), dar mulțimea [3, 5, 7, 11, 13] nu este pentru că nu satisface ultima condiție

din definiție: $3 \bmod 3 = 0$, $13 \bmod 3 = 1$, $5 \bmod 3 = 2$, deci toate resturile modulo 3 sunt reprezentate de membrii mulțimii. Ideea în care este pusă această condiție este ca mulțimea să reprezinte un tipar repetabil de numere prime, ori nu mai pot exista alte mulțimi de prime în afară de mulțimea $[3, 5, 7, 11, 13]$ de forma $[p, p + 2, p + 4, p + 8, p + 10]$; demonstrația e simplă: dacă p este de forma $3x + 1$, atunci $p + 2$ și $p + 8$ ar fi divizibile cu 3; dacă p este de forma $3x + 2$, atunci $p + 4$ și $p + 10$ ar fi divizibile cu 3.

Comentariu: Constelațiile de două prime de forma $[p, p + 2]$, $[p, p + 4]$, $[p, p + 6]$ sunt perechile de prime cunoscute sub denumirea de prime gemene, prime verișoare, prime sexy. Constelațiile de trei prime se numesc triplete de prime; Hardy și Wright au conjecturat că există o infinitate de triplete de prime de forma $[p, p + 2, p + 6]$ și de forma $[p, p + 4, p + 6]$. Un exemplu de constelație având 17 prime este $[13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79]$. Un caz particular de constelații de prime îl reprezintă primele aflate în progresie aritmetică de forma $[p, p + r, p + 2r, p + 3r, \dots]$. Cel mai recent record privind numărul de prime aflate în progresie aritmetică este datat 2010, îi aparține lui Benoît Perichon, și cuprinde 26 de numere prime dintre care primul este 43142746595714191 (*secvența A204189 în OEIS*). Nu se știe dacă există progresii aritmetice „arbitrar de lungi”, dar prima conjectură Hardy-Littlewood, dacă s-ar dovedi adevărată, ar implica faptul că ar exista („arbitrar de lungi” nu înseamnă infinit de lungi ci că pentru orice x ar exista y , $y > x$, astfel încât să existe o progresie aritmetică cu un număr de y prime).

Notă: Definițiile constelațiilor de prime diferă, uneori făcându-se distincție între un „prime k -tuple” și „prime k -tuplet” (matematicianul Tony Forbes face această distincție terminologică) sau adăugându-se distincția „admissible prime constellations” dar, în esență, o constelație de prime reprezintă un tipar repetabil de numere prime, de o anumită formă $[p, p + a, p + b, \dots]$. Uneori constelațiile de prime mai sunt denumite mănunchi de k prime („cluster of k primes”); a nu se confunda cu primele mănunchi („cluster primes”).

Referințe:

- (1) *Admissible prime constellations*, Tomás Oliveira e Silva;
- (2) *New evidence for the infinitude of some prime constellations*, Thomas R. Nicely.

Prime echilibrate

(vezi și Prime bune; Prime slabe; Prime tari)

Definiție: Numerele prime a căror valoare este egală cu media aritmetică dintre numărul prim imediat mai mic și numărul prim imediat mai mare: $P_n = (P_{n-1} + P_{n+1})/2$ se numesc prime echilibrate.

Primele 20 prime echilibrate (secvența A006562 în OEIS): 5, 53, 157, 173, 211, 257, 263, 373, 563, 593, 607, 653, 733, 947, 977, 1103, 1123, 1187, 1223, 1367.

Comentariu: Dacă am considera și numărul 1 prim atunci numărul 2 ar fi și el un prim echilibrat; dar actualmente majoritatea matematicienilor nu-l consideră astfel: consideră că un număr prim are doi divizori (pe 1 și numărul însuși) iar numărul 1 are un singur divizor (pe el însuși). Cel mai mare astfel de prim cunoscut este descoperit de David Broadhurst și François Morain și are 7535 de cifre: $P_n = 197418203 \cdot 2^{25000} - 1$, unde $P_{n+1} = P_n \pm 6090$ (valoarea lui n nu este cunoscută).

Notă: Aceste prime sunt denumite uneori prime echilibrate de ordinul unu. Primele echilibrate de ordinul doi sunt definite ca fiind media aritmetică a 4 prime din vecinătatea lor; de exemplu $79 = (71 + 73 + 83 + 89)/4$. În mod asemănător se definesc primele echilibrate de ordinul trei, patru ș.a.m.d.

Primele 18 prime echilibrate de ordinul doi (secvența A082077 în OEIS): 79, 281, 349, 439, 643, 677, 787, 1171, 1733, 1811, 2141, 2347, 2389, 2767, 2791, 3323, 3329, 3529.

Notă: Primele echilibrate de ordinul doi nu trebuie confundate cu primele dublu echilibrate, ce sunt definite ca fiind în același timp media aritmetică a celor două prime învecinate cât și media aritmetică a următoarelor două prime în ordinea vecinătății: de exemplu $18731 = (18719 + 18743)/2 = (18713 + 18749)/2$.

Primele 13 prime dublu echilibrate (secvența A051795 în OEIS): 18731, 25621, 28069, 30059, 31051, 44741, 76913, 97441, 103669, 106681, 118831, 128449, 135089.

Notă: În mod asemănător se definesc primele cvadruplu echilibrate ș.a.m.d.

Comentariu: Unii matematicieni vorbesc și despre așa-numitele numere echilibrate, clasă de numere ce nu are nimic în comun (în afară de denumire) cu primele definite mai sus.

Definiție: Numerele n cu proprietatea că $\sigma(n)$ este divizibil cu $\phi(n)$ se numesc numere echilibrate.

Primele 27 valori ale funcției totient $\phi(n)$ (secvența A000010 în OEIS): 1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8, 12, 10, 22, 8, 20, 12, 18.

Primele 28 valori ale funcției divizor $\sigma(n)$ (secvența A000203 în OEIS): 1, 3, 4, 7, 6, 12, 8, 15, 13, 18, 12, 28, 14, 24, 24, 31, 18, 39, 20, 42, 32, 36, 24, 60, 31, 42, 40, 56.

Primele 24 numere echilibrate (secvența A020492 în OEIS): 1, 2, 3, 6, 12, 14, 15, 30, 35, 42, 56, 70, 78, 105, 140, 168, 190, 210, 248, 264, 270, 357, 418, 420.

Prime elitiste

Definiție: Un număr prim p se numește prim elitist dacă există doar un număr finit de numere Fermat F_n ce sunt resturi pătratice mod p , cu alte cuvinte nu există soluții la congruența $x^2 \equiv F_n \pmod{p}$ pentru niciun n mai mare decât un anumit întreg m .

Primele 16 prime elitiste (secvența A102742 în OEIS): 3, 5, 7, 41, 15361, 23041, 26881, 61441, 87041, 163841, 544001, 604801, 6684673, 14172161, 159318017, 446960641.

Comentariu: Nu se cunoaște dacă există o infinitate de prime elitiste.

Definiție: Un număr prim p se numește prim anti-elitist dacă există doar un număr finit de numere Fermat F_n ce nu sunt resturi pătratice mod p .

Primele 16 prime anti-elitiste (secvența A128852 în OEIS): 2, 13, 17, 97, 193, 241, 257, 641, 673, 769, 2689, 5953, 8929, 12289, 40961, 49921.

Comentariu: Există o infinitate de prime anti-elitiste.

Referințe:

- (1) *All elite primes up to 250 billion*, Alain Chaumont și Tom Müller;
- (2) *On anti-elite prime numbers*, Tom Müller.

Prime Euler

(vezi și Numere norocoase ale lui Euler)

Notă: Prin prime Euler se înțeleg două seturi de numere diferite.

Definiție 1: Primele generate de polinomul lui Euler $n^2 - n + 41$ pentru n de la 1 la 40.

Definiție 2: Primele generate de polinoamele de tip Euler $n^2 - n + m$, pentru n de la 1 la $m - 1$, unde m este un număr norocos Euler (2, 3, 5, 11, 17 sau 41).

Notă: Polinomul lui Euler este cel mai cunoscut polinom generator de prime (40 de prime distincte pentru valori consecutive ale lui n).

Primele Euler în sensul definiției 1 (secvența A005846 în OEIS): 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.

Primele Euler în sensul definiției 2 (secvența A196230 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 83, 89, 97, 101, 107, 113, 127, 131,

149, 151, 173, 197, 199, 223, 227, 251, 257, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.

Notă: Până în prezent, polinoamele de gradul doi cunoscute a genera cele mai multe prime (în valoare absolută) distincte pentru valori consecutive ale lui n , pornind de la $n = 0$, sunt polinoamele $36*n^2 - 810*n + 2753$, ce generează 45 de astfel de prime (*secvența A050268 în OEIS*) și $47*n^2 - 1701*n + 10181$, ce generează 43 de prime (*secvența A050267 în OEIS*), descoperite de matematicienii Gilbert Fung și Russell Ruby. Pentru polinoame de orice grad, recordul este deținut de un polinom de gradul cinci cu 57 prime distincte.

Comentariu: Mai există câteva clase de numere întregi denumite „Euler zigzag numbers” sau „eulerian numbers” cu aplicații în combinatorică (*secvențele A000111, A000364, A008292 în OEIS*).

Referințe:

- (1) *Prime-Generating Polynomial*, Weisstein, Eric W.;
- (2) *Prime Generating Polynomials*, Ed Pegg Jr.;
- (3) *A list of known root prime-generating quadratic polynomials producing more than 23 distinct primes in a row*, Marius Coman.

Prime Fibonacci-Wieferich

Definiție: Un prim p , $p > 5$, este prim Fibonacci-Wieferich dacă p^2 divide numărul Fibonacci $F(n)$, unde $n = p - m$, unde m are valoarea 1 dacă $p \equiv \pm 1 \pmod{5}$ respectiv valoarea -1 dacă $p \equiv \pm 2 \pmod{5}$.

Definiție echivalentă: Un prim p este prim Fibonacci-Wieferich dacă $L(p) = 1 \pmod{p^2}$, unde $L(p)$ este cel de-al p -lea număr Lucas.

Comentariu: Este conjecturat că există o infinitate de astfel de prime, deși nici măcar unul nu este cunoscut până în prezent (căutarea s-a extins la numere mai mari decât 10^{16}).

Notă: Aceste prime sunt uneori numite și prime Wall-Sun-Sun, după numele matematicienilor Donald Wall, Zhi Hong Sun și Zhi Wei Sun, care au arătat, înainte de demonstrarea Marii Teoreme a lui Fermat de către matematicianul britanic Andrew Wiles, că un eventual contraexemplu p al primului caz al acestei teoreme (ecuația diofantică $x^p + y^p = z^p$ nu are soluții pentru p prim, p coprim cu x , y și z) ar trebui să fie un prim Fibonacci-Wieferich.

Referințe:

- (1) *A search for Fibonacci-Wieferich and Wolstenholme primes*, Richard J. McIntosh și Eric L. Roettger;
- (2) *A few equivalences of Wall-Sun-Sun Prime Conjecture*, Arpan Saha și Karthik C.S.

Prime gemene

(vezi și Numere prime; Prime Chen; Prime constelație, Prime izolate, Prime sexy; Prime verișoare)

Definiție: Perechile de prime de forma $[p, p + 2]$.

Notă: Paternitatea sintagmei „prime gemene” îi aparține matematicianului german Paul Stäckel.

Primele 10 perechi de prime gemene (secvențele A001359 și A006512 în OEIS): [3, 5], [5, 7], [11, 13], [17, 19], [29, 31], [41, 43], [59, 61], [71, 73], [101, 103], [107, 109].

Proprietăți: În afara perechii de prime gemene [3, 5], toate celelalte sunt de forma $[6^k - 1, 6^k + 1]$. Primul termen al unei perechi de prime gemene este prin definiție un prim Chen.

Conjectura primelor gemene: Există un infinit de perechi de prime consecutive p și q astfel încât $p - q = 2$; cu alte cuvinte, există o infinitate de perechi de prime gemene. Conjectura, nedemonstrată până în prezent, este un caz particular al Conjecturii lui Polignac care stipulează același lucru pentru $p - q = 2^k$, unde k întreg pozitiv; este de asemenea un caz particular al Conjecturii lui Dickson.

Teorema lui Brun: Suma inverselor primelor gemene (*i.e.* $(1/3 + 1/5) + (1/5 + 1/7) + (1/11 + 1/13) + \dots$), indiferent dacă există sau nu o infinitate de perechi prime gemene, converge către o valoare finită numită constanta lui Brun.

Teorema lui Clement: Fiind dat un număr prim p , numărul $p + 2$ este prim dacă și numai dacă $p^2 + 2p$ divide $4!(p - 1) + p + 4$.

Notă: Cea mai mare pereche de prime gemene cunoscută este formată din primele $3756801695685 \cdot 2^{666669} \pm 1$, este descoperită în cadrul proiectului Prime Grid și dată publicității pe data de 25 decembrie 2011.

Referințe:

- (1) *On the twin prime conjecture*, Tomasz Buchert;
- (2) *Introduction to twin primes and Brun's constant computation*, Pascal Sebah și Xavier Gourdon;
- (3) *The generalization of Clement's Theorem on pairs of primes*, Heonsoo Lee și Yoeng Yong Park.

Prime interioare

(vezi și Numere concatenate; Numere Smarandache-Wellin)

Definiție: Un prim interior al unui întreg n , $n > 1$, desemnat prin notația $HP(n)$, abreviere de la „*home prime*”, este numărul prim obținut dintr-un număr întreg prin următorul algoritm: pornind de la n , se concatenează factorii primi ai acestuia și se repetă operația până la primul număr prim obținut.

Exemplu: Pentru $n = 9$ avem: $9 = 3 \cdot 3$; $33 = 3 \cdot 11$; 311 este prim, deci $HP(9) = 311$ sau, cu alte cuvinte, 311 este numărul prim interior al lui 9.

Primele 19 prime interioare (secvența A037274 în OEIS): 1, 2, 3, 211, 5, 23, 7, 3331113965338635107, 311, 773, 11, 223, 13, 13367, 1129, 31636373, 17, 233, 19.

Comentariu: Este conjecturat (și considerat pe baze probabilistice mai mult ca sigur adevărat) că există un prim interior pentru orice întreg n , $n > 1$ (deși o demonstrație nu există încă). Din unele numere întregi se obține un prim în doar câteva iterații ale operației arătate, în timp ce pentru altele este nevoie de mult mai multe iterații; astfel, pentru a obține $HP(49)$ este nevoie de mai mult de 100 de iterații (după 103 iterații se ajunge la un număr, încă compus, cu 217 cifre!).

Referințe:

- (1) *Dozenal home primes*, Jay L. Schiffman.

Prime izolate

(vezi și Prime gemene)

Definiție: Un prim izolat este numărul prim p cu proprietatea că nici $p - 2$ nici $p + 2$ nu sunt numere prime.

Primele 22 prime izolate (secvența A007510 în OEIS): 2, 23, 37, 47, 53, 67, 79, 83, 89, 97, 113, 127, 131, 157, 163, 167, 173, 211, 223, 233, 251, 257.

Proprietăți: Marea majoritate a numerelor prime sunt prime izolate (sau, cum mai sunt denumite, „*single primes*” sau „*non-twin primes*”).

Prime înlanțuite Cunningham

(vezi și Prime înlanțuite gemene; Prime progresive; Prime Sophie Germain)

Definiție: Se numește „lanț de prime Cunningham de tipul întâi de lungime n ” („*Cunningham chain of the first kind of length n* ”) seria de numere prime P_1, \dots, P_n cu proprietatea că, pentru $1 \leq i < n$, $P_{i+1} = 2 \cdot P_i + 1$; fiecare termen al acestei serii, exceptându-l pe ultimul, este un prim Sophie Germain, iar, de asemenea, fiecare termen al seriei, exceptându-l pe primul, este un prim asigurat.

Notă: Un lanț de prime Cunningham se numește că este „complet” dacă nu mai poate fi extins, adică nici numărul obținut prin această formulă anterior primului termen nici cel ulterior ultimului termen nu mai sunt numere prime.

Exemple: Seriile de prime $[2, 5, 11, 23, 47]$ și $[89, 179, 359, 719, 1439, 2879]$ sunt lanțuri de prime Cunningham de tipul întâi de lungime 5, respectiv 7.

Definiție: Se numește „lanț de prime Cunningham de tipul al doilea” („*Cunningham chain of the second kind of length n* ”) seria de numere prime P_1, \dots, P_n cu proprietatea că, pentru $1 \leq i < n$, $P_{i+1} = 2 \cdot P_i - 1$.

Exemple: Seriile de prime $[2, 3, 5]$ and $[1531, 3061, 6121, 12241, 24481]$ sunt lanțuri de prime Cunningham de tipul al doilea de lungime 3, respectiv 5.

Definiție: Se numește „lanț de prime Cunningham generalizat” („*generalised Cunningham chain*”) seria de numere prime P_1, \dots, P_n cu proprietatea că, pentru $1 \leq i < n$, $P_{i+1} = a \cdot P_i + b$, unde a și b sunt întregi coprimi iar $a > 1$.

Exemplu: Seria de prime $[331, 1321, 5281, 21121, 84481]$ este un lanț de prime Cunningham generalizat de lungime 5, obținut după formula $P_{i+1} = 4 \cdot P_i - 3$.

Comentariu: Cele mai lungi lanțuri de prime Cunningham cunoscute conțin 17 prime și sunt descoperite de matematicianul polonez Jaróslaw Wroblewski; unul dintre acestea, un lanț de tipul întâi, are primul termen 2759832934171386593519; altul, un lanț de tipul al doilea, are primul termen 1302312696655394336638441. Este conjecturat că există lanțuri de prime Cunningham arbitrar de lungi (cu alte cuvinte pot avea k termeni, unde k poate avea orice valoare, dar nu sunt infinit de lungi).

Notă: Aceste serii de prime sunt denumite astfel după matematicianul britanic Allan J.C. Cunningham.

Referințe:

(1) *Polynomial Cunningham chains*, Lenny Jones.

Prime înlanțuite gemene

(vezi și Prime gemene; Prime înlanțuite Cunningham)

Definiție: Un „lanț” format din două perechi de prime gemene de forma $[n - 1, n + 1]$ și $[2^n - 1, 2^n + 1]$ este numit de către inginerul și matematicianul Henri Lifchitz „*bitwin chain*”. Forma generică a unui astfel de lanț de lungime $i + 1$ este $[n - 1, n + 1]$, $[2^n - 1, 2^n + 1], \dots, [2^i - 1, 2^i + 1]$. Cel mai lung astfel de lanț a fost descoperit în anul 1999 de către Paul Jobling și conține 7 perechi de prime gemene; acestea sunt primele gemene de forma $337190719854678690 \cdot 2^n \pm 1$, unde n ia valori de la 0 la 6.

Primele 17 valori ale lui n pentru care $n - 1, n + 1, 2^n - 1, 2^n + 1$ sunt simultan prime (secvența A066388 în OEIS): 6, 30, 660, 810, 2130, 2550, 3330, 3390, 5850, 6270, 10530, 33180, 41610, 44130, 53550, 55440, 57330.

Comentariu: Primele $n - 1, 2^n - 1, \dots, 2^i - 1$ formează un lanț Cunningham de tipul întâi de lungime $i + 1$ iar primele $n + 1, 2^n + 1, \dots, 2^i + 1$ formează un lanț Cunningham de tipul al doilea de lungime $i + 1$.

Referințe:

(1) *New chains of prime numbers*, Henri Lifchitz.

Prime Labos

(vezi și Prime Ramanujan)

Definiție: Fie n un număr întreg, $n \geq 1$; L_n este cel de-al n -lea prim Labos dacă L_n este cel mai mic întreg pozitiv cu proprietatea că $\pi(L_n) - \pi(L_n/2) = n$, unde am notat cu $\pi(x)$ numărul tuturor primelor mai mici sau egale cu x .

Primele 17 prime Labos (secvența A080359 în OEIS): 2, 3, 13, 19, 31, 43, 53, 61, 71, 73, 101, 103, 109, 113, 139, 157, 173.

Proprietăți: Dacă notăm cu P_n cel de-al n -lea număr prim iar numărul P este un prim Labos impar astfel încât $P_m < P/2 < P_{m+1}$, atunci există un prim între $2 \cdot P_m$ și P .

Notă: Denumirea acestor numere provine de la matematicianul Elemer Labos ce le-a postat pentru prima oară pe OEIS.

Referințe:

(1) *Ramanujan and Labos primes, their generalisations and classifications of primes*, Vladimir Shevelev.

Prime lungi

(vezi și Numere ciclice; Prime Fermat; Prime unice)

Definiție: Un prim p se numește prim lung (sau alteori „full reptend prime”) dacă perioada expansiunii decimale a numărului rațional $1/p$ are un număr de $p - 1$ cifre.

Exemplu: numărul 7 este un prim lung pentru că $1/7$ este egal cu $0.142857142857\dots$ (unde numărul 142857 se va repeta la infinit după virgulă), deci are perioada egală cu 142857, un număr format din 6 cifre.

Primele 22 prime lungi (secvența A001913 în OEIS): 7, 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61, 97, 109, 113, 131, 149, 167, 179, 181, 193, 223, 229, 233, 257, 263.

Notă: Numerele precum 142857, adică perioadele expansiunilor decimale ale numerelor $1/p$, unde p este un prim lung, se numesc numere ciclice și au proprietatea că prin permutări ciclice ale cifrelor generează multipli succesivi (astfel, de exemplu, pentru $n = 142857$, avem că $n \cdot 2 = 285714$; $n \cdot 3 = 428571$; $n \cdot 4 = 571428$; $n \cdot 5 = 714285$ iar $n \cdot 6 = 857142$).

Definiție echivalentă: Un prim p se numește prim lung dacă numărul $(10^{(p-1)} - 1)/p$ este un număr ciclic, ceea ce înseamnă că este necesar dar nu și suficient ca p să dividă numărul $10^{(p-1)} - 1$.

Comentariu: Nu se cunoaște o metodă generală de găsim a primelor lungi dar s-a demonstrat că primele de anumite forme nu pot fi prime lungi (și anume primele de forma $40 \cdot k + 1$, $40 \cdot k + 3$, $40 \cdot k + 9$, $40 \cdot k + 13$, $40 \cdot k + 27$, $40 \cdot k + 31$, $40 \cdot k + 37$, $40 \cdot k + 39$). Pe de altă parte, s-a arătat că circa $2/3$ dintre numerele prime de forma $40 \cdot k + n$, unde $n \neq \{1, 3, 9, 13, 27, 31, 37, 39\}$, sunt prime lungi (285 dintre primele 295 de prime de forma $120 \cdot k + 23$ sunt prime lungi). De asemenea se știe că primele Fermat sunt prime lungi.

Notă: Termenul de „long primes” a fost pentru prima oară folosit de matematicienii John Conway și Richard Guy.

Referințe:

(1) *The book of numbers*, John H. Conway și Richard K. Guy.

Prime mănunchi

(vezi și Prime constelație)

Definiție: Un prim impar p se numește prim mănunchi dacă orice număr par mai mare decât zero și mai mic decât $p - 2$ poate fi scris ca diferența dintre două prime, q și r , unde q și r sunt mai mici sau egale cu p .

Notă: Primele 23 de prime impare (de la 3 la 89, inclusiv) sunt toate prime mănunchi (secvența A038134 în OEIS).

Primele 20 prime impare ce nu sunt prime mănunchi (secvența A038133 în OEIS): 97, 127, 149, 191, 211, 223, 227, 229, 251, 257, 263, 269, 293, 307, 331, 337, 347, 349, 367, 373.

Comentariu: Nu se cunoaște dacă există o infinitate de prime mănunchi (matematicianul Paul Erdős a ridicat această întrebare).

Notă: Uneori și constelațiile de prime („*prime constellations*”) mai sunt denumite mănunchi de prime („*cluster of primes*”); a nu se confunda cu primele mănunchi („*cluster primes*”) tratate în acest articol.

Prime Mills

Definiție: Primele generate de constanta lui Mills.

Notă: Constanta lui Mills este cel mai mic număr real pozitiv r astfel încât $f((r^3)^n)$ este un număr prim pentru orice număr întreg pozitiv n , unde funcția $f(q)$ definește cel mai mare număr întreg care nu este mai mare decât numărul real q (William Mills a demonstrat în 1947 existența unui astfel de număr r). Valoarea lui r este necunoscută dar, dacă ipoteza lui Riemann este adevărată, aceasta este aproximativ $13/10$. Nu se știe dacă r este un număr rațional.

Notă: Ipoteza lui Riemann implică faptul că există un număr prim între oricare două numere cubice consecutive; deși pare un fapt evident, încă nu există o demonstrație în acest sens: matematicianul german Guido Hoheisel și matematicianul englez Albert Ingham au arătat că într-adevăr există un număr prim între două cuburi consecutive suficient de mari (suficient de mari înseamnă, după utimele rezultate ale matematicianului Yuanyou Cheng, mai mari decât $10^{6000000000000000000000}$!).

Primele 5 prime Mills sub prezumția că ipoteza lui Riemann e adevărată (secvența A051254 în OEIS): 2, 11, 1361, 2521008887, 16022236204009818131831320183.

Comentariu: Cel mai mare număr prim Mills calculat sub prezumția arătată – caz în care $a(1) = 2$ ar fi primul număr prim din seria de prime Mills $p(n)$ approximate prin formula $p(n)^{(1/3^n)} = r$, unde r este constanta lui Mills iar n ordinul de mărime al numărului prim $p(n)$ în cadrul seriei (primul, al doilea ș.a.m.d.) – este un număr cu aproximativ 20 de mii de cifre (matematicienii Chris Caldwell și Yuanyou Cheng au calculat câteva mii de astfel de prime).

Notă: Matematicianul britanic Edward Maitland Wright a obținut un rezultat asemănător celui al lui Mills, demonstrând că există un număr real r astfel încât $f(((2^2)^2)^{\dots}^r)$, unde $f(q)$ definește cel mai mare număr întreg care nu este mai mare decât numărul real q , este întotdeauna prim.

Referințe:

- (1) *Determining Mills' constant and a note on Honaker's problem*, Chris K. Caldwell și Yuanyou Furui Cheng.
- (2) *Explicit estimate on primes between consecutive cubes*, Yuanyou Furui Cheng;
- (3) *Formulas generating prime numbers under Cramér's conjecture*, Bakir Farhi.

Prime minimale

(vezi și Prime trunchiabile)

Definiție: Numerele prime din care nu se obține, prin îndepărtarea uneia sau mai multor cifre, niciun alt număr prim.

Exemplu: Numărul prim 409 este un prim minimal pentru că niciunul dintre numerele 4, 0, 9, 40, 49, 09 nu este prim.

Notă: Există exact 26 de prime minimale.

Cele 26 prime minimale (secvența A071062 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 19, 41, 61, 89, 409, 449, 499, 881, 991, 6469, 6949, 9001, 9049, 9649, 9949, 60649, 666649, 946669, 60000049, 66000049, 66600049.

Prime permutabile

(vezi Prime absolute)

Prime Pierpont

Definiție: Numerele prime de forma $2^i \cdot 3^j + 1$, unde i și j sunt numere întregi non-negative.

Primele 21 prime Pierpont (secvența A005109 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 37, 73, 97, 109, 163, 193, 257, 433, 487, 577, 769, 1153, 1297, 1459.

Comentariu: Aceste numere sunt denumite după matematicianul american James Pierpont. Matematicianul american Andrew Gleason a conjeturat că există o infinitate de prime Pierpont.

Notă: Cel mai mare prim Pierpont cunoscut este numărul $3 \cdot 2^{7033641} + 1$.

Comentariu: Aceste prime se mai numesc prime de clasa 1-, conform clasificării Erdős-Selfridge a primelor.

Clasificarea Erdős-Selfridge a primelor: Matematicienii Paul Erdős și John Selfridge au clasificat numerele prime astfel: prime p de clasa 1+ dacă cel mai mare factor prim al lui $p + 1$ este 2 sau 3; prime p de clasa 1- dacă cel mai mare factor prim al lui $p - 1$ este 2 sau 3; dacă nu fac parte din aceste două clase, atunci primele sunt de clasa $n+$ unde $n - 1$ este clasa cea mai mare a unui factor prim al său, respectiv de clasa $n-$ unde $n + 1$ este clasa cea mai mică a unui factor prim al său.

Primele 21 prime clasa 1+, adică de forma $2^i \cdot 3^j - 1$ (secvența A005105 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 11, 17, 23, 31, 47, 53, 71, 107, 127, 191, 383, 431, 647, 863, 971, 1151, 2591.

Primele 21 prime clasa 2+ (secvența A005106 în OEIS): 13, 19, 29, 41, 43, 59, 61, 67, 79, 83, 89, 97, 101, 109, 131, 137, 139, 149, 167, 179, 197.

Primele 21 prime clasa 2- (secvența A005110 în OEIS): 11, 29, 31, 41, 43, 53, 61, 71, 79, 101, 103, 113, 127, 131, 137, 149, 151, 157, 181, 191, 197.

Prime Pillai

Definiție: Numerele prime p pentru care există un întreg n , $n > 0$, astfel încât $n! \equiv -1 \pmod{p}$, dar fără ca $p \equiv 1 \pmod{n}$.

Primele 21 prime Pillai (secvența A063980 în OEIS): 23, 29, 59, 61, 67, 71, 79, 83, 109, 137, 139, 149, 193, 227, 233, 239, 251, 257, 269, 271, 277.

Proprietăți: Există o infinitate de astfel de prime.

Notă: Aceste numere au fost studiate de matematicianul indian Subbayya S. Pillai.

Referințe:

(1) *A modified problem of Pillai and some related questions*, G.E. Hardy și M.V. Subbarao.

Prime plate

(vezi și Prime subțiri)

Definiție: Prime impare p cu proprietatea că numărul $p + 1$ este egal cu o putere a lui 2 sau cu o putere a lui 2 înmulțită cu un număr liber de pătrate.

Primele 23 prime plate (secvența A192862 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 59, 61, 67, 73, 79, 83, 101, 103, 109, 113.

Referințe:

(1) *Flat primes and thin primes*, Kevin A. Broughan și Zhou Qizhi.

Prime probabile

(vezi Numere prime; Pseudoprime Fermat; Pseudoprime Lucas)

Definiție: Denumită și PRP (abreviere de la „*probable primes*”), clasa acestor numere cuprinde numerele ce satisfac Mica Teoremă a lui Fermat (sau un alt test de primalitate dintre cele câteva consacrate, bazate pe pseudoprime Fermat, pseudoprime Lucas ș.a.) pentru o anumită bază n sau pentru toate bazele (deci clasa PRP-urilor se împarte în prime, pseudoprime relative la baza n și pseudoprime absolute).

Prime progresive

(vezi și Numere prime; Numere primoriale; Prime constelație; Prime înlănțuite Cunningham)

Definiție: Termenii progresiilor aritmetice de prime; acestea mai sunt cunoscute sub abrevierea AP- k („*arithmetic progression*” având k temeni). O progresie aritmetică este seria de numere cu proprietatea că diferența dintre doi termeni consecutivi este constantă; desigur, o progresie aritmetică de prime presupune ca toți termenii seriei să fie primi.

Exemplu: [7, 13, 19] este o AP-3 cu rația 6 (formula progresiei este $7 + 6 \cdot n$, unde n ia valori de la 0 la 2).

Exemplu: [151, 157, 163] este o CPAP-3 cu rația 6 (formula progresiei este $151 + 6 \cdot n$, unde n ia valori de la 0 la 2), deoarece 151, 157 și 163 sunt prime consecutive.

Cele mai lungi progresii aritmetice de prime cunoscute:

AP-24: $468395662504823 + 205619 \cdot 223092870 \cdot n$, unde n de la 0 la 23;

AP-25: $6171054912832631 + 366384 \cdot 223092870 \cdot n$, unde n de la 0 la 24;

AP-26: $43142746595714191 + 23681770 \cdot 223092870 \cdot n$, unde n de la 0 la 25;

Comentariu: Un rol important în descoperirea acestor progresii l-a avut matematicianul polonez Jaróslaw Wroblewski. Funcția primorial este foarte importantă în studiul progresiilor de acest tip (numărul 223092870 ce apare în progresiile arătate nu este altceva decât 23#).

Definiție: Dacă în plus termenii progresiei aritmetice sunt prime consecutive, aceasta este cunoscută sub abrevierea CPAP- k („*consecutive primes in arithmetic progression*”).

Notă: Cele mai mici prime consecutive aflate în progresie aritmetică de 3 respectiv de 4 termeni sunt CPAP-3: [3, 5, 7] respectiv CPAP-4: [251, 257, 263, 269]. Nu se cunosc cele mai mici prime consecutive aflate în progresie aritmetică cu mai mult de 6 termeni, dar se presupune că primul termen al unei CPAP-7 ar trebui să aibă peste 20 cifre.

Primul termen al celei mai lungi progresii aritmetice de prime consecutive cunoscută (având 10 termeni și rația egală cu 210):

1009969724697142476377866555879698403295093246891900418036034177589043
41703348882159067229719.

Comentariu: În secolul XIX, matematicianul german Dirichlet a demonstrat că există o infinitate de numere prime de forma $a + n \cdot b$ pentru orice a și b întregi (cu alte cuvinte există o infinitate de termeni primi în progresia aritmetică $a, a + b, a + 2 \cdot b, \dots$). Recent, matematicianul britanic Joseph Green și matematicianul australian Terence Tao au demonstrat că există progresii aritmetice arbitrar de lungi având ca termeni doar numere prime (cu alte cuvinte pot avea k termeni, unde k poate avea orice valoare, dar nu sunt infinit de lungi). În sfârșit, este conjecturat că există progresii aritmetice de n prime consecutive pentru orice n .

Referințe:

(1) *How to search for 26 primes in arithmetic progression?*, Jaróslaw Wroblewski;

(2) *Progressive primes*, Ivars Peterson.

Prime quasi-fibonoriale

(vezi Numere fibonoriale)

Prime Ramanujan

(vezi și Prime Labos)

Definiție: Fie n un număr întreg, $n \geq 1$; R_n este cel de-al n -lea prim Ramanujan dacă R_n este cel mai mic număr pozitiv cu proprietatea că $\pi(x) - \pi(x/2) \geq n$ pentru orice $x \geq R_n$, unde am notat cu $\pi(x)$ numărul tuturor primelor mai mici sau egale cu x .

Notă: Această clasă de numere prime a apărut într-o demonstrație pe care matematicianul Srinivasa Ramanujan a dat-o Teoremei Bertrand-Chebyshev (există întotdeauna cel puțin un număr prim între numerele n și $2 \cdot n$).

Primele 23 prime Ramanujan (secvența A104272 în OEIS): 2, 11, 17, 29, 41, 47, 59, 67, 71, 97, 101, 107, 127, 149, 151, 167, 179, 181, 227, 229, 233, 239, 241.

Proprietăți: Dacă notăm cu P_n cel de-al n -lea număr prim iar numărul P este un prim Ramanujan impar astfel încât $P_m < P/2 < P_{m+1}$, atunci există un prim între P_m și $2 \cdot P_{m+1}$. Circa jumătate dintre numerele prime mai mici decât 20000 sunt prime Ramanujan; aproape 80% dintre numerele prime mai mici decât 20000, ce sunt totodată cei mai mici termeni ai unei perechi de prime, sunt prime Ramanujan.

Referințe:

- (1) *Ramanujan and Labos primes, their generalisations and classifications of primes*, Vladimir Shevelev;
- (2) *Generalised Ramanujan primes*, Nadine Amersi et al.

Prime reversibile

(vezi și Prime palindromice)

Definiție: Este reversibil un număr prim al cărui revers este tot un prim, dar diferit. Un astfel de prim se mai numește „*emirp*” din motive evidente (este reversul lui „*prime*”).

Notă: Unii matematicieni evită să numească aceste prime „reversibile” (și preferă să le intituleze „*emirps*”) pentru a nu fi confundate cu primele palindromice (numite uneori și ele prime reversibile). Pentru exemplificare, numărul prim 157 este un „*emirp*” pentru că și numărul 751 este prim, în timp ce numărul prim 353 este palindromic pentru că este identic cu reversul său. De-aici mențiunea „prim diferit” în definiție.

Primele 21 prime reversibile (secvența A006567 în OEIS): 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97, 107, 113, 149, 157, 167, 179, 199, 311, 337, 347, 359, 389, 701.

Prime Rowland

Definiție: Fie următoarea relație de recurență: $f(1) = 7$ iar, pentru $n \geq 2$, $f(n) = f(n-1) + \text{cmmdc}(n, f(n-1))$; atunci primele rezultate prin formula $f(n) - f(n-1)$ se numesc prime Rowland (sau prime rezultate prin formula de recurență a lui Rowland).

Exemplu: $f(2) = f(1) + \text{cmmdc}(2, 7) = 7 + 1 = 8$; $f(3) = f(2) + \text{cmmdc}(3, 8) = 8 + 1 = 9$; $f(4) = f(3) + \text{cmmdc}(4, 9) = 9 + 1 = 10$; $f(5) = f(4) + \text{cmmdc}(5, 10) = 10 + 5 = 15$. Atunci $5 = f(5) - f(4) = 5$ este un prim Rowland.

Notă: Formula $f(n) - f(n-1)$ are excepționala proprietate de a avea ca rezultat doar numere prime sau pe numărul 1. Formula generează un prim p după ce generează un număr de $(p-3)/2$ rezultate de 1; astfel, de exemplu, rezultatul 11 este precedat de $(11-3)/2 = 4$ rezultate de 1; rezultatul 23 este precedat de un număr de $(23-3)/2 = 10$ rezultate de 1 ș.a.m.d.

Primele 33 de numere rezultate prin formula $f(n) - f(n - 1)$ (secvența A132199 în OEIS): 1, 1, 1, 5, 3, 1, 1, 1, 1, 11, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 23, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1.

Primele 28 de numere (desigur, prime) rezultate prin formula $f(n) - f(n - 1)$, omițându-l pe 1 (secvența A137613 în OEIS): 5, 3, 11, 3, 23, 3, 47, 3, 5, 3, 101, 3, 7, 11, 3, 13, 233, 3, 467, 3, 5, 3, 941, 3, 7, 1889, 3, 3779.

Comentariu: Această formulă a fost pentru prima oară remarcată în 2003 în tabăra de vară studentească NKS (New Kind of Science) organizată de Wolfram Science și a fost demonstrată ulterior de către unul dintre participanții la această tabără, Eric Rowland. Tot acesta a conjeturat că toate primele impare pot fi generate prin această formulă, caz în care mulțimea primelor Rowland ar fi una și aceeași cu mulțimea numerelor prime impare. O altă conjetură a aceluiași Eric Rowland este că pentru orice valoare naturală a lui $f(1)$ în afara lui 7 există un m pentru care toate numerele obținute prin formula $f(n) - f(n - 1)$, unde $n > m$, sunt de asemenea numere prime sau 1.

Notă: Matematicianul francez Benoit Cloitre a descoperit ulterior o formulă asemănătoare: fie $f(1) = 1$ iar, pentru $n \geq 2$, $f(n) = f(n - 1) + \text{cmmmc}(n, f(n - 1))$; atunci formula $f(n)/f(n - 1) - 1$ are de asemenea, ca rezultat, doar numere prime sau pe numărul 1.

Referințe:

- (1) *A simple prime-generating recurrence*, Eric Rowland;
- (2) *A new formula for generating primes*, Ivars Peterson;
- (3) *Generalizations of the Rowland Theorem*, Vladimir Shevelev;
- (4) *An infinite set of generators of primes based on the Rowland idea and conjectures concerning twin primes*, Vladimir Shevelev.

Prime sexy

(vezi și Prime constelație; Prime gemene; Prime verișoare)

Definiție: Perechile de prime de forma $[p, p + 6]$.

Notă: Denumirea provine de la cuvântul latin pentru „șase”: „sex”.

Primele 10 perechi de prime sexy (secvențele A023201 și A046117 în OEIS): (5, 11), (7, 13), (11, 17), (13, 19), (17, 23), (23, 29), (31, 37), (37, 43), (41, 47), (47, 53).

Definiție: Tripletele de prime de forma $[p, p + 6, p + 12]$, unde $p + 18$ nu este prim, se numesc triplete de prime sexy.

Primele 4 triplete de prime sexy (secvențele A046118 - A046120 în OEIS): (7, 13, 19), (17, 23, 29), (31, 37, 43), (47, 53, 59).

Definiție: Cvadrupelele de prime de forma $[p, p + 6, p + 12, p + 18]$ se numesc cvadrupele de prime sexy.

Primele 4 cvadrupele de prime sexy (secvențele A023271, A046122 - A046124 în OEIS): (11, 17, 23, 29), (41, 47, 53, 59), (61, 67, 73, 79), (251, 257, 263, 269).

Notă: Există un singur p astfel încât $p, p + 6, p + 12, p + 18$ și $p + 24$ să fie toate 5 prime, și anume $p = 5$.

Comentariu: Cele mai mari perechi de prime sexy descoperite au peste 10000 de cifre, cele mai mari triplete peste 5000 de cifre, cele mai mari cvadrupele peste 1000 de cifre.

Prime slabe

(vezi și Prime tari; Prime echilibrate; Prime bune)

Definiție: Prime a căror valoare este mai mică decât media aritmetică dintre numărul prim imediat mai mic și numărul prim imediat mai mare: $P_n < (P_{n-1} + P_{n+1})/2$.

Primele 23 prime slabe (secvența A051635 în OEIS): 3, 7, 13, 19, 23, 31, 43, 47, 61, 73, 83, 89, 103, 109, 113, 131, 139, 151, 167, 181, 193, 199, 229.

Prime Smarandache

(vezi Numere consecutive Smarandache, Numere primoriale, Numere Smarandache-Wellin)

Definiție: Denumire generică pentru toate primele obținute prin seriile Smarandache:

(1) Seriile formate prin concatenare, a căror proprietate deosebită este tocmai aceea că sunt foarte sărace în numere prime. Astfel, *e.g.*, clasa de numere denumită „*Reversed Smarandache concatenated numbers*”, definită pentru un n ca și concatenarea tuturor întregilor pozitivi de la 1 la n , în ordine inversă: 1, 21, 321, 4321 ș.a.m.d. (*secvența A000422 în OEIS*), cuprinde doar două prime cunoscute: pentru $n = 82$ și $n = 37765$. De asemenea, seria Smarandache-Wellin, definită pentru un n ca și concatenarea primelor n numere prime: 2, 23, 235, 2357 ș.a.m.d. (*secvența 046035 în OEIS*), cuprinde doar opt prime cunoscute: pentru $n = 1, 2, 4, 128, 174, 342, 435, 1429$.

(2) Alte serii Smarandache: „*Smarandache prime product sequence*”, definită pentru n ca $P_n = 1 + p_1 * p_2 * \dots * p_n$, unde p_n este cel de-al n -lea număr prim (*secvența 006862 în OEIS*), „*Smarandache square product sequence*”, definită pentru n ca $S = 1 + s_1 * s_2 * \dots * s_n$, unde s_n este cel de-al n -lea număr pătratic (*secvența 020549 în OEIS*) etc.

Prime Solinas

(vezi și Prime Mersenne)

Definiție: Prime de forma $2^a \pm 2^b \pm 1$, unde $0 < b < a$.

Primele 25 prime Solinas (secvența A165255 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 97, 113, 127, 131, 137, 191.

Comentariu: Se numesc astfel după matematicianul Jerome Solinas; primul prim impar care nu este Solinas este 43.

Referințe:

(1) *Solinas primes of small weight for fixed sizes*, José de Jesús Angel și Guillermo Morales-Luna.

Prime Sophie Germain

(vezi și Prime asigurate; Prime înlănțuite Cunningham)

Definiție: Se numesc prime Sophie Germain numerele prime p cu proprietatea că numărul $2*p + 1$ este, de asemenea, prim (numerele prime de forma $2*p + 1$, unde p este prim, se numesc prime asigurate).

Notă: La începutul secolului XIX, Marie-Sophie Germain a demonstrat că primul caz al Marii Teoreme a lui Fermat (și anume ecuația diofantică $x^p + y^p = z^p$ nu are soluții pentru p prim, p coprim cu x , y și z) este adevărat dacă p este un astfel de prim (cu proprietatea că $2*p + 1$ este, de asemenea, prim).

Primele 23 prime Sophie Germain (secvența A005384 în OEIS): 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, 233, 239, 251, 281, 293, 359, 419, 431.

Comentariu: Fiecare termen al unui lanț de prime Cunningham de tipul întâi, exceptându-l pe ultimul, este un prim Sophie Germain.

Proprietăți: Nu se cunoaște dacă există o infinitate de prime Sophie Germain.

Notă: Cel mai mare prim Sophie Germain cunoscut a fost descoperit în 2012, are peste 200000 cifre și este numărul $18543637900515 * 2^{666667} - 1$.

Prime Stern

Definiție: Un prim Stern este numărul prim ce nu se poate scrie ca suma dintre un număr prim (mai mic) și dublul pătratului unui întreg pozitiv; q este un astfel de prim dacă ecuația diofantică $q = p + 2*n^2$, unde p prim, $p < q$, nu are soluții.

Cele 8 prime Stern cunoscute (secvența A042978 în OEIS): 2, 3, 17, 137, 227, 977, 1187, 1493.

Notă: Nu se cunosc decât 8 prime Stern; următorul astfel de prim, dacă există, ar trebui să fie mai mare decât 10^9 . Euler a conjecturat că mulțimea acestor numere este finită.

Proprietăți: Multe prime q pot fi scrise în foarte multe moduri distincte ca $q = p + 2 \cdot n^2$, unde p prim, $p < q$ (secvența A007697 în OEIS). Toate primele mai mari din perechile de prime gemene se pot scrie astfel: $q = p + 2 \cdot 1^2$, deci nu pot fi prime Stern.

Comentariu: Aceste numere au fost pentru prima oară studiate de matematicianul german din secolul XIX Moritz Abraham Stern; lista sa originală cuprindea toate primele de acest fel cunoscute până acum, mai puțin pe numărul 3 (Stern îl considera pe 1 prim, iar 3 poate fi scris ca $1 + 2 \cdot 1^2$). Goldbach conjecturase, cu un secol înaintea lui Stern, că orice întreg impar poate fi scris ca $p + 2 \cdot n^2$, unde p prim sau egal cu 1 (considerat de Goldbach prim) iar n întreg, $n \geq 0$. Stern a găsit două excepții la această conjectură mai puțin cunoscută a lui Goldbach, și anume numerele 5777 și 5993 (acestea sunt singurele excepții cunoscute până în prezent; o alta, dacă există, trebuie să fie un număr mai mare decât 10^9).

Referințe:

(1) *A lesser-known Goldbach conjecture*, Laurent Hodges.

Prime subțiri

(vezi și Prime plate)

Definiție: Prime impare p cu proprietatea că numărul $p + 1$ este egal cu o putere a lui 2 sau cu o putere a lui 2 înmulțită cu un număr prim.

Primele 23 prime subțiri (secvența A192869 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 31, 37, 43, 47, 61, 67, 73, 79, 103, 127, 151, 157, 163, 191, 193, 211.

Referințe:

(1) *Flat primes and thin primes*, Kevin A. Broughan și Zhou Qizhi.

Prime tari

(vezi și Prime slabe; Prime echilibrate; Prime bune)

Definiție: Prime a căror valoare este mai mare decât media aritmetică dintre numărul prim imediat mai mic și numărul prim imediat mai mare: $P_n > (P_{n-1} + P_{n+1})/2$.

Primele 15 prime tari (secvența A051634 în OEIS): 11, 17, 29, 37, 41, 59, 67, 71, 79, 97, 101, 107, 127, 137, 149, 163, 179, 191, 197, 223, 227, 239.

Comentariu: Dacă fiind o pereche de prime gemene $[P, P + 2]$, P este întotdeauna un prim tare.

Notă: Denumirea de prime tari („strong primes”) este dată și unei categorii de numere prime folosite în criptografie, definită astfel: p este un prim tare dacă ambele numere $p - 1$ și $p + 1$ au factori primi mari.

Referințe:

(1) *Are strong primes needed for RSA?*, Ronald L. Rivest și Robert D. Silverman.

Prime titanice

(vezi și Prime unice)

Definiție: Numere prime ce au cel puțin o mie de cifre. Numerele prime ce au peste zece mii de cifre se numesc prime gigantice iar cele ce au peste un million de cifre se numesc megaprime.

Comentariu: Denumirea de „prime titanice” i se datorează matematicianului Samuel Yates. Se cunosc în prezent circa 60 megaprime, dintre care cel mai mare este un prim Mersenne cu aproape 13 milioane de cifre: $2^{43112609} - 1$.

Prime trunchiabile

(vezi și Prime minimale)

Definiție: Un prim trunchiabil stânga este un număr prim, ce nu conține cifra 0, din care se obțin, prin îndepărtarea succesivă a primei cifre, numai numere prime.

Exemplu: 9137 este un astfel de număr pentru că 9137, 137, 37 și 7 sunt prime.

Primele 24 prime trunchiabile stânga (secvența A024785 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 13, 17, 23, 37, 43, 47, 53, 67, 73, 83, 97, 113, 137, 167, 173, 197, 223, 283, 313, 317.

Notă: Există 4260 astfel de prime; al 4260-lea și ultimul termen al acestei serii este 357686312646216567629137.

Definiție: Un prim trunchiabil dreapta este un număr prim, ce nu conține cifra 0, din care se obțin, prin îndepărtarea succesivă a ultimei cifre, numai numere prime.

Exemplu: 7393 este un astfel de număr pentru că 7393, 739, 73 și 7 sunt prime.

Primele 24 prime trunchiabile dreapta (secvența A024785 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 23, 29, 31, 37, 53, 59, 71, 73, 79, 233, 239, 293, 311, 313, 317, 373, 379, 593, 599, 719.

Notă: Există 83 astfel de prime; al 83-lea și ultimul termen al acestei serii este 73939133.

Prime trunchiabile atât stânga cât și dreapta (secvența A020994 în OEIS): 2, 3, 5, 7, 23, 37, 53, 73, 313, 317, 373, 797, 3137, 3797, 739397.

Notă: Există 15 astfel de prime.

Comentariu: Dacă e ridicată condiția ca numărul prim să nu conțină cifra 0, atunci seria numerelor prime trunchiabile stânga este infinită (va conține termenii 103, 107, 307 etc.). De asemenea au fost studiate primele din care se obțin tot numere prime îndepărtând succesiv câte una dintre cifre, dar nu neapărat de la stânga sau de la dreapta ci la alegere („deletable primes” – secvența A080608 în OEIS); s-a coniecturat (de către matematicianul american Chris Caldwell) că există o infinitate de astfel de prime.

Prime unice

(vezi și Prime lungi; Prime repunit; Prime titanice)

Definiție: Un număr prim diferit de 2 sau 5 se numește unic dacă lungimea perioadei expansiunii decimale a numărului rațional $1/p$ nu este egală cu lungimea perioadei expansiunii decimale a niciunui alt număr $1/q$, unde q este de asemenea prim.

Notă: Inversul oricărui număr prim în afara numerelor 2 și 5 este un număr rațional periodic (expansiunea sa decimală se va repeta periodic până la infinit, de exemplu perioada lui $1/7$ este 142857, deci $1/7 = 142857142857142857\dots$)

Exemplu: 3, 11 și 37 sunt prime unice pentru că lungimea perioadelor numerelor $1/3$, $1/11$ și $1/37$ (și anume 09, 027 și 0099), de unu, două, respectiv trei cifre, nu mai este împărțită de lungimea perioadei altui număr rațional $1/q$, unde q este prim.

Primele 12 prime unice (secvența A040017 în OEIS): 3, 11, 37, 101, 9091, 9901, 333667, 909091, 99990001, 999999000001, 9999999900000001, 9090909090909091.

Lungimea perioadelor primelor 24 prime unice (secvența A051627 în OEIS): 1, 2, 3, 4, 10, 12, 9, 14, 24, 36, 48, 38, 19, 23, 39, 62, 120, 150, 106, 93, 134, 294, 196, 320.

Observație: Bazat pe faptul că fiecare prim repunit este totodată și prim unic, s-a coniecturat că numărul acestora din urmă este infinit. Până în prezent, cel mai mare PRP unic este numărul repunit $(10^{270343} - 1)/9$.

Notă: Primele unice au fost descrise pentru prima oară în 1980 de către matematicianul Samuel Yates (același căruia i se datorează sintagma „prime titanice”). Cel mai mare prim unic cunoscut este un număr cu 10625 de cifre descoperit în decembrie 2012.

Comentariu: Matematicianul Shyam Sunder Gupta a definit în 1988 așa-numitele numere unice, clasă de numere ce nu are nimic în comun (în afară de denumire) cu primele definite mai sus.

Definiție: Numerele unice sunt constantele obținute prin scăderea unui număr cu n cifre poziționate în ordine ascendentă (de exemplu 56789) dintr-un număr cu aceleași n cifre poziționate în ordine descendentă (98765); aceste diferențe sunt întotdeauna aceleași pentru numerele având același număr de cifre.

Exemplu: $98765 - 56789 = 54321 - 12345 = 41976$.

Primele 9 numere unice (secvența A019566 în OEIS): 0, 9, 198, 3087, 41976, 530865, 6419754, 75308643, 864197532.

Referințe:

(1) *Unique numbers*, Shyam Sunder Gupta.

Prime verișoare

(vezi și Prime gemene; Prime constelație; Prime sexy)

Definiție: Perechile de prime de forma $[p, p + 4]$.

Primele 10 perechi de prime verișoare (secvențele A023200 și A046132 în OEIS): $[3, 7]$, $[7, 11]$, $[13, 17]$, $[19, 23]$, $[37, 41]$, $[43, 47]$, $[67, 71]$, $[79, 83]$, $[97, 101]$, $[103, 107]$.

Proprietăți: În afara perechii de prime verișoare $[3, 7]$, toate celelalte sunt de forma $[6^k + 1, 6^k - 1]$. Suma inverselor primelor verișoare (*i.e.* $(1/3 + 1/7) + (1/7 + 1/11) + (1/13 + 1/17) + \dots$) converge către o constantă de aceeași natură ca și constanta lui Brun în cazul primelor gemene.

Notă: Cele mai mari perechi de prime verișoare cunoscute au circa 11 mii de cifre.

Referințe:

(1) *On the twin and cousin primes*, Marek Wolf;

(2) *A sieve for cousin primes*, H.J. Weber.

Prime Wagstaff

Definiție: Primele p de forma $p = (2^q + 1)/3$, unde q este, de asemenea, prim.

Notă: Numele acestor prime provine de la matematicianul american Samuel S. Wagstaff Jr.

Cele 30 sigur prime Wagstaff cunoscute (secvența A000978 în OEIS): 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 31, 43, 61, 79, 101, 127, 167, 191, 199, 313, 347, 701, 1709, 2617, 3539, 5807, 10501, 10691, 11279, 12391, 14479, 42737.

Următoarele 11 probabil prime Wagstaff cunoscute (secvența A000978 în OEIS): 83339, 95369, 117239, 127031, 138937, 141079, 267017, 269987, 374321, 986191, 4031399.

Comentariu: Primele Wagstaff apar în ceea ce se numește Noua Conjectură a lui Mersenne sau Conjectura Bateman-Selfridge-Wagstaff, ce statuează că orice p impar ce satisface două din trei condiții o satisface obligatoriu și pe a treia; aceste trei condiții sunt: $p = 2^k \pm 1$ sau $p = 4^k \pm 3$, unde k natural; $2^p - 1$ este prim (Mersenne); $(2^p + 1)/3$ este prim (Wagstaff). Conjectura este verificată pentru toate primele $p < 10^7$.

Notă: Unele surse au extins denumirea, vorbind despre numere Wagstaff ca despre numerele de forma $(2^q + 1)/3$, unde q este prim.

Referințe:

(1) *A really trivial proof for proving Wagstaff numbers prime*, Anton Vrba.

Prime Wall-Sun-Sun

(vezi Prime Fibonacci-Wieferich)

Prime Wieferich

(vezi și Numere puternice; Prime Wilson; Pseudoprime Catalan)

Definiție: Un număr prim p se numește prim Wieferich dacă satisface relația $2^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p^2}$.

Notă: Mica Teoremă a lui Fermat arată că orice prim impar satisface relația $2^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$.

Notă: Singurele două prime Wieferich cunoscute până în prezent sunt numerele 1093 și 3511; următorul, dacă ar exista, ar trebui să fie mai mare decât $4 \cdot 10^{12}$.

Comentariu: Matematicianul german Arthur Wieferich a demonstrat în 1909 că, dacă ecuația diofantică $x^p + y^p = z^p$, unde p prim impar, are soluții $[x, y, z]$ coprime cu p , atunci p trebuie să satisfacă relația $2^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p^2}$, adică să fie prim Wieferich. Ecuația arătată nu este altceva decât un caz particular al Marii Teoreme a lui Fermat, demonstrată la sfârșitul XX, potrivit căreia ecuația diofantică $x^n + y^n = z^n$ nu are soluții pentru $n > 2$. Matematicianul rus Dmitry Semionovitch Mirimanoff a demonstrat în 1910 același lucru pentru p ce satisface relația $3^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p^2}$, drept pentru care primele p cu proprietatea că p^2 divide $3^{(p-1)} - 1$ se numesc uneori prime Mirimanoff (se cunosc deocamdată doar două astfel de prime: 11 și 1006003).

Proprietăți: Adevăritatea conjecturii lui Erdős că nu există 3 numere puternice consecutive ar implica existența unei infinități de prime non-Wieferich.

Definiție: Sintagma „pereche de prime Wieferich” are o semnificație deosebită: se referă la perechile de prime $[p, q]$ cu proprietatea că $p^{(q-1)} \equiv 1 \pmod{q^2}$ iar $q^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p^2}$.

Notă: Singurele perechi de prime Wieferich cunoscute până în prezent sunt $[2, 1093]$, $[3, 1006003]$, $[5, 1645333507]$, $[83, 4871]$, $[911, 318917]$ și $[2903, 18787]$.

Comentariu: Existența altor soluții $[p, q]$ în afară de soluția $[2, 3]$ la ecuația diofantică știută drept problema Catalan, și anume $x^p - y^q = \pm 1$ (singura soluție cunoscută este $3^2 - 2^3 = 1$ și Conjectura Catalan stipulează că nu mai există alte soluții), ar presupune ca perechea de soluții $[p, q]$ să fie o pereche de prime Wieferich.

Notă: Conjectura Catalan a fost recent demonstrată de către matematicianul român Preda Mihăilescu și se numește acum, după numele celui care a demonstrat-o, Teorema Mihăilescu.

Referințe:

- (1) *On Catalan's Conjecture*, Preda Mihăilescu;
- (2) *A history of a solved conjecture*, Neculai Stanciu.

Pseudoprime Catalan

(vezi și Numere Catalan; Numere pseudoprime; Prime Wieferich)

Notă: Denumirea acestor pseudoprime i se datorează matematicianului belgian din secolul XIX Eugène Charles Catalan.

Definiție: Pseudoprimele Catalan sunt numerele compuse impare n ce satisfac relația de congruență $(-1)^{(n-1)/2} \cdot C((n-1)/2) \equiv 2 \pmod{n}$, unde $C(m)$ desemnează cel de-al m -lea număr Catalan.

Singurele 3 pseudoprime Catalan cunoscute (secvența A163209 în OEIS): 5907, 1194649, 12327121.

Comentariu: Dintre cele 3 pseudoprime Catalan cunoscute, al doilea și al treilea sunt pătratele singurelor două prime Wieferich cunoscute: $1194649 = 1093^2$ iar $12327121 = 3511^2$.

Referințe:

- (1) *Catalan numbers, primes and twin primes*, Christian Aebi și Grant Cairns;
- (2) *Catalan pseudoprimes*, Gary Davis.

Pseudoprime Cipolla

(vezi și Numere pseudoprime; Pseudoprime Fermat)

Definiție: Pseudoprimele Cipolla reprezintă o clasă infinită de pseudoprime Fermat de bază a , deci de numere compuse n ce satisfac relația $a^{(n-1)} \equiv 1 \pmod{n}$, și anume cele ce satisfac următoarea teoremă: fie p un număr prim astfel încât p să nu dividă $a^*(a^2 - 1)$ și numerele întregi m și n astfel încât $m = (a^p - 1)/(a - 1)$ și $n = (a^p + 1)/(a + 1)$; atunci numărul $C = m*n$ este un pseudoprime Cipolla de bază a .

Notă: Din teorema arătată obținem formula pseudoprimelor Cipolla de bază 2 și anume $C = (4^p - 1)/3$.

Primele 8 pseudoprime Cipolla de bază 2 (secvența A210454 în OEIS): 341, 5461, 1398101, 22369621, 5726623061, 91625968981, 23456248059221, 96076792050570581.

Notă: Formula pseudoprimelor Cipolla de bază 3 este $C = (9^p - 1)/8$.

Primele 8 pseudoprime Cipolla de bază 3 (secvența A210461 în OEIS): 91, 7381, 597871, 3922632451, 317733228541, 2084647712458321, 168856464709124011, 1107867264956562636991.

Notă: Aceste pseudoprime au fost descoperite în 1904 de către matematicianul italian Michele Cipolla.

Referințe:

(1) *Cipolla pseudoprimes*, Y. Hamahata și Y. Kokubun.

Pseudoprime Euler

(vezi și Numere Carmichael; Numere pseudoprime, Pseudoprime Euler-Jacobi; Pseudoprime Fermat)

Definiție: Pseudoprimele Euler în baza a sunt numerele compuse n ce satisfac relația de congruență $a^{(n-1)/2} \equiv \pm 1 \pmod{n}$.

Primele 16 pseudoprime Euler în baza 2 (secvența A006970 în OEIS): 341, 561, 1105, 1729, 1905, 2047, 2465, 3277, 4033, 4681, 5461, 6601, 8321, 8481, 10261, 10585.

Definiție: Pseudoprimele Euler ce satisfac relația de congruență arătată pentru orice bază a se numesc pseudoprime Euler absolute.

Primele 16 pseudoprime Euler absolute (secvența A033181 în OEIS): 1729, 2465, 15841, 41041, 46657, 75361, 162401, 172081, 399001, 449065, 488881, 530881, 656601, 670033, 838201, 997633.

Proprietăți: Pentru orice n pseudoprime absolut Euler și p factor prim al său, $(p - 1)$ divide $(n - 1)/2$.

Comentariu: Orice pseudoprime Euler în baza a este totodată pseudoprime Fermat în baza a ; orice pseudoprime absolut Euler este totodată pseudoprime absolut Fermat; se vede însă din criteriul de divizibilitate pentru factorii primi, mai restrictiv în cazul pseudoprimelor absolute Euler decât criteriul lui Korselt în cazul pseudoprimelor absolute Fermat (al numerelor Carmichael), ce impune ca, pentru orice număr Carmichael C și p factor prim al său, $(p - 1)$ să dividă $(C - 1)$, că nu și orice pseudoprime Fermat este un pseudoprime Euler.

Referințe:

(1) *Euler pseudoprimes for half of the bases*, Lorenzo Di Biagio.

Pseudoprime Fermat

(vezi și Numere Carmichael, Numere Poulet, Numere pseudoprime, Pseudoprime Euler)

Definiție: Numerele compuse n care satisfac relația $a^{(n-1)} \equiv 1 \pmod{n}$ pentru un întreg a (unele definiții impun ca n să fie coprim cu a , ceea ce restrânge mulțimea acestor pseudoprime, de exemplu numerele n pare nu sunt acceptate ca pseudoprime Fermat de bază 2) se numesc pseudoprime Fermat de bază a (pseudoprime Fermat relative); cele ce satisfac congruența arătată pentru orice a se numesc pseudoprime Fermat absolute (sau numere Carmichael): ele sunt singurele numere compuse ce satisfac relația arătată pentru orice întreg a numit bază (Mica Teoremă a lui Fermat arată că toate numerele prime n satisfac această relație pentru orice a).

Notă: Pseudoprimele Fermat absolute se mai numesc numere Carmichael; pseudoprimele relative Fermat de bază 2 se mai numesc numere Poulet.

Primele 16 numere Carmichael (secvența A002997 în OEIS): 561, 1105, 1729, 2465, 2821, 6601, 8911, 10585, 15841, 29341, 41041, 46657, 52633, 62745, 63973, 75361.

Primele 16 numere Poulet (secvența A001567 în OEIS): 341, 561, 645, 1105, 1387, 1729, 1905, 2047, 2465, 2701, 2821, 3277, 4033, 4369, 4371, 4681.

Primele 16 pseudoprime Fermat de bază 3 (secvența A005935 în OEIS): 91, 121, 286, 671, 703, 949, 1105, 1541, 1729, 1891, 2465, 2665, 2701, 2821, 3281, 3367.

Proprietăți: Există o infinitate de numere Carmichael și de asemenea o infinitate de pseudoprime relative Fermat pentru orice bază a . Orice pseudoprime Fermat impar n este pseudoprime într-un număr par de baze a (e.g. 15 este pseudoprime Fermat în bazele 4 și 11; 49 este pseudoprime Fermat în bazele 18, 19, 30 și 31). Dacă n este pseudoprime Fermat în baza a , atunci n este pseudoprime Fermat în baza $n^*b + a$ pentru orice întreg nonnegativ b .

Referințe:

- (1) *On pseudoprimes having special forms and a solution of K. Szymiczek's problem*, A. Rotkiewicz.

Pseudoprime Fibonacci

(vezi și Numere Fibonacci; Numere pseudoprime; Pseudoprime Lucas)

Definiție: Numerele compuse impare n ce satisfac una dintre următoarele două relații: n divide $F(n-1)$ dacă $n \equiv \pm 1 \pmod{5}$ respectiv n divide $F(n+1)$ dacă $n \equiv \pm 2 \pmod{5}$, unde $F(m)$ este cel de-al m -lea număr Fibonacci.

Primele 16 pseudoprime Fibonacci (secvența A081264 în OEIS): 323, 377, 1891, 3827, 4181, 5777, 6601, 6721, 8149, 10877, 11663, 13201, 13981, 15251, 17119, 17711.

Referințe:

- (1) *On the generalized Fibonacci pseudoprimes*, Adina Di Porto et al.;
- (2) *A note on strong Fibonacci pseudoprimes*, Rudolf Lidl și Winfried B. Müller.

Pseudoprime Lucas

(vezi și Numere Lucas; Numere pseudoprime; Pseudoprime Fibonacci)

Definiție: Numerele compuse n cu proprietatea că n divide $L(n) - 1$, unde $L(n)$ este cel de-al n -lea număr Lucas.

Primele 16 pseudoprime Lucas (secvența A005845 în OEIS): 705, 2465, 2737, 3745, 4181, 5777, 6721, 10877, 13201, 15251, 24465, 29281, 34561, 35785, 51841, 54705.

Referințe:

- (1) *Lucas pseudoprimes*, Robert Baillie și Samuel S. Wagstaff, Jr.;
- (2) *On the infinitude of Lucas pseudoprimes*, Paul S. Btuckman.

Pseudoprime Perrin

(vezi și Numere Perrin; Numere pseudoprime)

Definiție: Numerele compuse n cu proprietatea că n divide $P(n)$, unde $P(n)$ este cel de-al n -lea număr Perrin (toate numerele prime n satisfac relația arătată).

Primele 9 pseudoprime Perrin (secvența A005845 în OEIS): 271441, 904631, 16532714, 24658561, 27422714, 27664033, 46672291, 102690901, 130944133.

Referințe:

(1) *A note on Perrin pseudoprimes*, Steven Arno.

Pseudoprime tari

(vezi și Numere pseudoprime; Pseudoprime Euler)

Definiție: Se numesc „pseudoprime tari” („*strong pseudoprimes*”) de bază a pseudoprimele S cu proprietatea că $S = n \cdot 2^k + 1$ și $a^n \equiv 1 \pmod{S}$.

Notă: Toate pseudoprimele tari au o anumită bază a ; nu există „pseudoprime tari absolute”, precum „pseudoprime Fermat absolute” sau „pseudoprime Euler absolute”.

Primele 15 pseudoprime tari în baza 2 (secvența A001262 în OEIS): 2047, 3277, 4033, 4681, 8321, 15841, 29341, 42799, 49141, 52633, 65281, 74665, 80581, 85489, 88357.

Notă: Toate pseudoprimele tari sunt pseudoprime Euler (nu și reciproc), deci acestea sunt o subclasă a clasei pseudoprimelor Euler. Denumirea „*strong pseudoprimes*” se folosește însă și generic pentru a desemna o clasă de numere compuse ce rezistă și unor teste puternice de primalitate (se comportă ca prime).

Referințe:

(1) *Pseudoprimes stronger than strong pseudoprimes*, John H. Castillo *et al.*

DICȚIONAR ENGLEZ-ROMÂN DE NOȚIUNI DE TEORIA NUMERELOR

<i>abc Conjecture</i>	conjectură cu implicații în demonstrarea Marii Teoreme a lui Fermat (acum demonstrată) și în studiul primelor Wieferich, ce statuează în esență că, dat fiind 3 întregi coprimi a, b, c ce satisfac relația $a + b = c$ și d produsul factorilor primi distincți ai produsului $a*b*c$, atunci d nu este mult mai mic decât c
<i>absolute value of an integer:</i>	valoarea non-negativă a numărului întreg (adică valoarea pozitivă a sa dacă numărul este diferit de 0 sau 0 dacă numărul este 0)
<i>abundancy index:</i>	indicatorul de abundență: raportul dintre suma divizorilor unui număr și numărul însuși; în cazul unui număr perfect, acesta este egal cu 2; în cazul unui număr k -multiperfect, aceasta este egală cu k ; în cazul unui număr k -hemiperfect, este egală cu $k/2$, unde k întreg pozitiv
<i>addition:</i>	operația de adunare; proprietățile adunării numerelor întregi sunt: comutativitatea: $a + b = b + a$; asociativitatea: $(a + b) + c = a + (b + c)$; existența unui element neutru: $a + 0 = 0 + a = a$; existența opusului numărului întreg: $a + b = b + a = 0$
<i>AKS primality test:</i>	test de primalitate creat de matematicienii indieni Manindra Agrawal, Neeraj Kayal și Nitin Saxena în 2002
<i>aliquot divisors of a number:</i>	divizori alicotți: toți divizorii pozitivi ai unui număr n (inclusiv 1), în afara lui n însuși
<i>aliquot sequence:</i>	seria recurentă în care fiecare termen este egal cu suma divizorilor termenului anterior (excluziv acesta însuși); de exemplu, seria alicotă a numărului 10 este 10, 8, 7, 1, 0, pentru că: $\sigma(10) - 10 = 1 + 2 + 5 = 8$; $\sigma(8) - 8 = 1 + 2 + 4 = 7$; $\sigma(7) - 7 = 1$; $\sigma(1) - 1 = 0$
<i>aliquot sum of (divisors of) a number:</i>	suma alicotă a (divizorilor) lui n , egală cu suma divizorilor alicotți ai lui n ; dacă aceasta este egală cu valoarea lui n însuși, n este un așa numit număr perfect
<i>aperfect number:</i>	abreviere de la „ <i>additive perfect number</i> ”, o generalizare a numerelor perfecte, datorată matematicienilor József Sándor și Lehel István Kovács ; numărul întreg pozitiv n este aperfect dacă $\sigma(n) = n + 2$

<i>AP-k:</i>	abreviere pentru o progresie aritmetică de k prime; cea mai lungă astfel de progresie cunoscută este o AP-26
<i>apocalyptic numbers:</i>	sunt mai multe clase de numere denumite astfel, ce țin de matematica recreativă: numerele cu 666 cifre, puterile lui 2 ce conțin, consecutiv, cifrele 6, 6, 6 ori numerele Fibonacci ce au 666 cifre
<i>arithmetic derivative:</i>	funcția $f(x)$ definită pe mulțimea numerelor naturale astfel: $f(0) = f(1) = 0$, $f(p) = 1$ pentru p prim și $f(m \cdot n) = f(m) \cdot n + m \cdot f(n)$; de exemplu $f(81) = f(9 \cdot 9) = f(9) \cdot 9 + 9 \cdot f(9) = 2 \cdot (9 \cdot f(9)) = 18 \cdot f(3 \cdot 3) = 18 \cdot (1 \cdot 3 + 3 \cdot 1) = 108$ (<i>secvența A003415 în OEIS</i>)
<i>arithmetic mean:</i>	medie aritmetică; media aritmetică a unui set de n valori $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ este egală cu $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$
<i>augmented amicable pair:</i>	perechea de numere $[m, n]$ cu proprietatea că $\sigma(m) = \sigma(n) = m + n - 1$; o astfel de pereche este $[6160, 11697]$; s-a conjecturat că există o infinitate de astfel de perechi și că unul dintre numerele m și n este par iar celălalt impar
<i>Beach-Williams Pell numbers:</i>	Nume dat unor clase de soluții ale ecuației diofantice Pell (<i>secvențele A212074-A212083 în OEIS</i>)
<i>Beal Conjecture:</i>	generalizare a Marii Teoreme a lui Fermat, ce statuează că, dacă există soluții întregi pozitive $[a, b, c, x, y, z]$ la ecuația $a^x + b^y = c^z$, unde $x, y, z > 2$, atunci a, b și c au un factor comun; omul de afaceri american Andrew Beal a oferit un premiu de 100000 dolari pentru demonstrația conjecturii sau pentru descoperirea unui contraexemplu; conjectura este încă nedemonstrată
<i>beprisque numbers:</i>	numerele naturale n cu proprietatea că numerele adiacente $n - 1$ și $n + 1$ sunt unul dintre ele prim iar celălalt un pătrat perfect: 1, 2, 3, 8, 10, 24, 48, 80, 82, 168 ș.a.m.d. (<i>secvența A163492 în OEIS</i>)
<i>Bertrand's Postulate:</i>	Postulatul lui Bertrand, ce statuează că între oricare două numere naturale n și $2 \cdot n$ (pentru $n > 2$) există cel puțin un număr prim; a fost demonstrat de matematicianul rus din secolul XIX Pafnuty Chebyshev (i s-a spus postulat, nu conjectură, din cauza evidenței sale; acum se mai numește și Teorema Bertrand-Chebyshev)

<i>Bézout's Identity:</i>	stipulează că, pentru orice numere întregi a și b , cel puțin unul diferit de 0, există x și y întregi astfel încât $a*x + b*y = \text{cmmdc}(a, b)$
<i>binary operation:</i>	operația ce implică două elemente ale unui set având ca rezultat un element al aceluiași set
<i>binomial (n, k):</i>	o altă notație pentru $C(n, k)$, coeficientul binomial („combinări de n luate câte k ”)
<i>biquadratic number:</i>	puterea a patra a unui număr întreg n , deci n^4 ; primele astfel de numere: 0, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401 ș.a.m.d. (<i>secvența A000583 în OEIS</i>)
<i>Brazilian primes:</i>	numerele prime de forma $1 + n + n^2 + \dots + n^k$, unde $n > 1, k > 1$; astfel de prime sunt: 7, 13, 31, 43, 73, 127, 157, 211, 241 ș.a.m.d. (<i>secvența A085104 în OEIS</i>)
<i>cake number:</i>	numărul maxim de „bucăți” rezultate prin secționarea unui cub (a unei prăjituri – „cake”) prin n planuri; valoarea sa este dată de formula $C_n = (n^3 + 5*n + 6)/3$ (<i>secvența A000125 în OEIS</i>)
<i>CC-k:</i>	abreviere pentru „Cunningham chain of length k ”
<i>ceiling of a real number – ceiling(x):</i>	cel mai mic număr întreg care nu este mai mic decât numărul real x
<i>centered cube numbers:</i>	numere figurative date de formula $n^3 + (n+1)^3$ (<i>secvența A005898 în OEIS</i>)
<i>characteristic function:</i>	denumirea funcției ce asociază elementelor unei anumite submulțimi a unei mulțimi valoarea 1 iar celorlalte elemente ale mulțimii valoarea 0; de exemplu funcția ce asociază valoarea 1 numerelor prime și valoarea 0 celorlalte numere întregi pozitive: 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1 ș.a.m.d. (<i>secvența A10051 în OEIS</i>)
<i>Chinese remainder theorem:</i>	Teorema chineză a resturilor: există o clasă de numere întregi unic determinată de resturile împărțirii la un set de numere întregi; are aplicații în criptografie
<i>Chowla's sum of divisors:</i>	suma divizorilor unui număr, exceptând pe 1 și numărul însuși (funcție denumită după matematicianul indian Sarvadaman Chowla)
<i>Closed-form expression:</i>	o expresie matematică (o combinație de variabile, constante și operatori) ce se poate exprima printr-un număr finit de funcții cunoscute
<i>companion Pell numbers:</i>	o altă denumire pentru numerele Pell-Lucas

<i>complementary Bell numbers:</i>	o clasă de numere (denumită și numere Uppuluri-Carpenter) definită asemănător numerelor Bell (<i>secvența A000587 în OEIS</i>)
<i>(a and b are) congruent modulo n:</i>	diferența dintre a și b este multiplu de n (restul împărțirii lui a la n este egal cu restul împărțirii lui b la n); de exemplu $57 \equiv 37 \pmod{10}$
<i>consecutive number sequences:</i>	seriile obținute prin concatenarea diferitelor tipuri de numere; multe dintre acestea au fost studiate de Smarandache, de aceea acestea se mai numesc serii Smarandache (<i>Smarandache sequences</i>).
<i>convenient numbers:</i>	o altă denumire pentru numerele potrivite (<i>numeri idonei</i>)
<i>Conway's primegame:</i>	algoritmul matematicianului John Conway de producere a primelor cu ajutorul programului Fractran: pentru lista de fracții (17/91, 78/85, 19/51, 23/38, 29/33, 77/29, 95/23, 77/19, 1/17, 11/13, 13/11, 15/14, 15/2, 55/1) și $n = 2$, programul generează (pe lângă alte numere), numerele 2^p unde $p = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 (\dots)$, adică p are doar valori prime (<i>secvența A034785 în OEIS</i>)
<i>CPAP-k:</i>	abreviere pentru „ <i>consecutive primes in arithmetic progression</i> ” (k prime consecutive în progresie aritmetică); cea mai lungă astfel de progresie cunoscută este o CPAP-10
<i>cuban primes:</i>	clasă de numere prime ce se exprimă ca diferența dintre două cuburi succesive
<i>cubefree number:</i>	număr liber de cuburi (nu este divizibil cu niciun întreg pozitiv la puterea a treia, cu excepția lui 1)
<i>cubeful number:</i>	numere ce au cel puțin un factor prim ridicat la puterea a treia
<i>cubefull number:</i>	numere cu proprietatea că toți factorii lor primi sunt cel puțin la puterea a treia
<i>cyclic permutation:</i>	permutare ciclică; noțiunea are în algebră mai multe definiții dar în teoria numerelor se referă de obicei la cifrele unui număr: operația iterativă de inserție a cifrelor sale de la sfârșit la început (sau invers); din 4131 se obțin 1413, 3141, 1314
<i>defective numbers:</i>	o altă denumire pentru numerele deficiente
<i>deletable primes:</i>	numere prime din care se obțin tot prime îndepărtând succesiv câte una din cifre
<i>denominator (of a fraction):</i>	numitorul (unei fracții)

<i>depression primes:</i>	prime palindromice având prima și ultima cifră identice și mai mari decât toate celelalte cifre, identice, de asemenea, între ele (e.g. 32222223).
<i>descriptive sequence:</i>	serie cu valoare recreativă, în care, pornind de la un număr întâmplător, fiecare termen adăugat îl descrie „narativ” pe anteriorul: de exemplu 2, 12, 1112, 3112 se citește doi (2), un doi (12), un unu și un doi (1112), trei de unu și un doi (3112) ș.a.m.d.
<i>dihedral (calculator) primes:</i>	numere prime cu valoare pur recreativă: din reprezentarea lor pe un ecran LED bazat pe redarea cifrelor în 7 segmente, când e oglindită, răsucită etc., rezultă tot un prim (<i>secvența A134996 în OEIS</i>)
<i>digitaddition generator:</i>	se spune despre numerele Devlali sau columbiene, ce nu pot fi scrise $n + S(n)$, unde n este întreg iar $S(n)$ este suma cifrelor lui n , că nu au un așa numit „ <i>digitaddition generator</i> ”, adică nu există un astfel de n
<i>digital root of a number:</i>	rădăcina cifrică a unui număr (operația iterativă de adunare a cifrelor unui număr până se ajunge la o unică cifră; de exemplu rădăcina cifrică a lui 58 este 4 deoarece $5 + 8 = 13$ iar $1 + 3 = 4$)
<i>digitally balanced numbers:</i>	numere ce au, în baza 2, același număr de cifre 0 și de cifre 1
<i>D-numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor 3-Knödel, ce cuprinde numerele naturale n mai mari decât 3 cu proprietatea că n divide numărul $m^{(n-2)} - m$ pentru orice m coprime cu n și $m \leq n$
<i>Diophantine equation:</i>	ecuație diofantică (ecuație ce permite ca soluții doar numere întregi)
<i>Diophantine m-tuple:</i>	un set de m numere întregi cu proprietatea că produsul oricăror două dintre ele este egal cu un pătrat perfect minus 1; exemplu, primul set de 4 astfel de numere descoperit, de către Fermat: [1, 3, 8, 120]
<i>(a number) divides into (another number):</i>	(un număr) divide (alt număr); de exemplu 7 divide 21; sintagma e ușor ambiguă, sensul său putând fi ușor deturnat prin adăugarea altui cuvânt
<i>(a number is) divisible by (another number):</i>	(un număr) este divizibil cu (alt număr); de exemplu 21 este divizibil cu 7
<i>division:</i>	operația de împărțire
<i>doubly even number:</i>	un număr par ce este divizibil nu doar cu 2 ci și cu 4

<i>economical number:</i>	denumire pentru un număr ce aparține fie clasei numerelor frugale, fie celei a numerelor echidigitale
<i>ECPP:</i>	abreviere de la „ <i>Elliptic Curve Primality Proving</i> ”, test de primalitate
<i>EEF:</i>	Electronic Frontier Foundation, ONG internațional ce se ocupă cu protecția drepturilor de autor, a oferit premii pentru descoperirea primului număr prim cu peste 1 milion de cifre (50 de mii de dolari, acordat), cu peste 10 milioane de cifre (100 de mii de dolari, acordat); cu peste 100 milioane de cifre (150 de mii de dolari, se așteaptă), respectiv cu peste 1 miliard de cifre (250 de mii de dolari, se așteaptă)
<i>Egyptian fraction:</i>	numărul rațional exprimat ca o sumă de fracții ce au ca numărător numărul 1 și ca numitor un număr întreg (e.g. $1/2 + 1/4 + 1/7$)
<i>emirp:</i>	prim reversibil (se vede că „ <i>emirp</i> ” este reversul lui „ <i>prime</i> ”); de exemplu 79 este un astfel de prim pentru că și reversul său 97 este prim, și, în plus, este diferit de 79; un prim identic cu reversul său precum, de exemplu, 313 se numește palindromic
<i>empty product:</i>	concept ce asociază multiplicarea lui 0 cu numărul 1, folosit în definirea funcției factorial, primorial etc., potrivit căruia $0! = 1$, $0\# = 1$ ș.a.m.d.
<i>Entringer numbers:</i>	clasă de numere întregi cu aplicații în combinatorică
<i>Erdős number:</i>	un indice creat ca un omagiu adus lui Paul Erdős și atribuit matematicienilor; cei care au colaborat cu Erdős însuși au numărul Erdős 1, cei care au colaborat ulterior cu colaboratorii direcți ai lui Erdős au numărul Erdős 2 ș.a.m.d.
<i>Erdős problems:</i>	matematicianul Paul Erdős a oferit un număr de premii pentru rezolvarea unor probleme încă nerezolvate sau pentru demonstrarea unor conjecturi, premii constând în câteva zeci până la câteva mii de dolari; în pofida faptului că Erdős a încetat din viață, premiile sunt încă active și administrate de matematicianul american Ronald Lewis Graham
<i>Erdős-Strauss conjecture:</i>	conjectură datând din 1948, datorată matematicienilor Paul Erdős și Ernst Straus, ce stipulează că pentru orice întreg pozitiv n mai mare decât 1 există numerele

	<p>întregi pozitive x, y și z astfel încât $4/n = 1/x + 1/y + 1/z$; conjectura este încă nedemonstrată, dar verificată pe computer până la $n = 10^{14}$</p>
<i>Eric numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor belgiene
<i>Euler's theorem:</i>	dacă a și n sunt numere întregi pozitive coprime, atunci $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$
<i>Euler's totient of n:</i>	indicatorul lui Euler: numărul de numere naturale mai mici sau egale cu n ce sunt relativ prime cu n
<i>evil numbers:</i>	numerele non-negative ce au un număr par de cifre de 1 în dezvoltarea lor binară (<i>secvența A001969 în OEIS</i>)
<i>exponent laws:</i>	denumite și „ <i>power rules</i> ”, reprezintă regulile operațiilor cu puteri; acestea sunt: $x^m \cdot x^n = x^{(m+n)}$, $x^m / x^n = x^{(m-n)}$, $(x^m)^n = x^{(m \cdot n)}$, $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$, $(x/y)^n = x^n / y^n$, $x^{(-n)} = 1/x^n$, $(x/y)^{(-n)} = (y/x)^n$, $x^1 = x$, $x^0 = 1$
<i>exponentially divisor of a number n:</i>	divizor exponențial al unui număr n (d cu proprietatea că $d = p_1^{b_1} \cdot \dots \cdot p_n^{b_n}$ îl divide pe $n = p_1^{a_1} \cdot \dots \cdot p_n^{a_n}$ și în plus b_r îl divide pe a_r pentru orice r , $1 \leq r \leq n$)
<i>e-divisor of a number:</i>	abreviere pentru „ <i>exponentially divisor of a number</i> ”
<i>e-perfect number:</i>	abreviere pentru „ <i>exponentially perfect number</i> ”
<i>(the) factoring problem</i>	sintagmă ce se referă la ineficiența metodelor actuale de descompunere în factori primi; <i>e.g.</i> , recent, pentru factorizarea unui număr cu circa 230 de cifre, s-au folosit câteva sute de computere timp de 2 ani; dificultatea e sporită dacă numărul e semiprim (pe acest lucru se bazează și algoritmul RSA de criptografiere în cheie publică)
<i>factorisation of a number:</i>	descompunerea în factori primi a unui număr
<i>falling factorial:</i>	funcția factorial descrescător – notată uneori $(x)_n$ – este egală cu $x \cdot (x-1) \cdot \dots \cdot (x-(n-1))$, unde $n \geq 0$
<i>Fermat's Last Theorem</i>	Ultima (sau Marea) Teoremă a lui Fermat, ce statuează că ecuația diofantică $x^n + y^n = z^n$ nu are soluții pentru $n > 2$, demonstrată la mai bine de 3 secole de la enunțare, una dintre cele mai mediatizate teoreme, ce a dat naștere la mii de „fermatişti” doritori să o demonstreze (nu

Fermat's Little Theorem

în ultimul rând pentru că la începutul secolului XX s-a oferit un important premiu în bani pentru demonstrarea ei)

Mica Teoremă a lui Fermat, denumită „mică” pe nedrept ținând cont de importanța sa neegalată în studiul numerelor prime, ce statuează că, dacă p este un număr prim, atunci p divide numărul $n^p - n$ pentru orice număr întreg n . Reciproca nu este însă adevărată; există și numere neprime ce satisfac această relație: acestea se numesc pseudoprime absolute Fermat

fermatians:

o altă denumire pentru clasa numerelor Poulet

Fibonacci factorial numbers:

o altă denumire pentru clasa numerelor fibonoriale

Fields Medal:

Premiul Fields, constând dintr-o medalie de aur și 15 mii de dolari canadieni, instituit de matematicianul canadian John Charles Fields; premiul se acordă pentru merite deosebite în cercetare la maximum 4 matematicieni având sub 40 de ani, din 4 în 4 ani

floor of a real number – floor(x):

cel mai mare număr întreg care nu este mai mare decât numărul real x

fractional congruence:

se poate întâlni formularea a congruent modulo cu b chiar când doar b este întreg iar a este rațional doar dacă $a = m/n$ unde m și n sunt întregi coprime; în acest caz este vorba de fapt despre m congruent modulo cu b

Fractran:

numele unui program de calculator creat de matematicianul John Conway ce funcționează astfel: se dă o listă ordonată de numere raționale exprimate ca fracții f și un întreg n ; pentru prima fracție din listă pentru care $f*n$ este un număr întreg se înlocuiește f cu $f*n$; se repetă procesul până ce nu se mai obține niciun întreg

*full reptend primes
generating function f(x):*

o altă denumire pentru clasa primelor lungi funcția generatoare $f(x)$ este funcția egală cu suma de la $n = 0$ la $n = \infty$ a produselor $a_n * x^n$; coeficienții acestor termeni dau seria $\{a_0, a_1, \dots\}$

Genocchi numbers:

clasă de numere întregi cu aplicații în combinatorică (*secvența A001469 în OEIS*)

geometric mean:

medie geometrică; media geometrică a unui set de n valori $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ este egală cu $(x_1 * x_2 * \dots * x_n)^{1/n}$

<i>gigantic prime:</i>	desemnează, în terminologia teoriei numerelor, un prim cu peste zece mii de cifre
<i>Glaisher primes:</i>	numerele prime obținute prin concatenarea zecimalelor constantei Glaisher-Kinkelin (<i>secvența A118420 în OEIS</i>)
<i>golden ratio:</i>	numărul de aur sau raportul de aur: o constantă matematică, un număr irațional ce se obține din raportul termenilor consecutivi ai seriei de numere Fibonacci, celebru prin faptul că se regăsește în multe probleme de geometrie, în multe proporții naturale, în pictură, sculptură, arhitectură etc. Două numere x și y sunt în raport de aur dacă $x/y = (x + y)/x$
<i>greatest common divisor (= gcd):</i>	cel mai mare divizor comun
<i>rencontres numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor subfactoriale
<i>hailstone numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor minunate („ <i>wondrous numbers</i> ”)
<i>(n-th) harmonic number:</i>	numărul rațional egal cu suma inversilor primelor n numere naturale $(1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n)$
<i>harmonic divisor numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor Ore; a nu se confunda cu clasa așa numitelor <i>harmonic numbers</i> , compusă din numerele raționale H_n , reprezentând suma de la $k = 1$ la $k = n$ a raporturilor $1/k$
<i>harmonic mean:</i>	medie armonică; media armonică a unui set de n valori $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ este egală cu $n/((1/x_1) * (1/x_2) * \dots * (1/x_n))$
<i>Heegner numbers:</i>	clasă de numere întregi cu doar nouă termeni (1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163) dar cu multe aplicații în teoria numerelor, descoperită de Gauss și atestată de Heegner (în sensul că lista termenilor e completă)
<i>heteromecic numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor rectangulare
<i>heterogeneous numbers:</i>	numere eterogene: două numere se spune că sunt astfel dacă factorii lor primi sunt distincți
<i>heuristic argument:</i>	argument euristic: argument în sprijinul unei ipoteze științifice bazat pe experiență, analogie sau intuiție (nu pe o demonstrație); pe astfel de argumente se bazează, de exemplu, conjectura că mulțimea primelor Fermat este finită
<i>hex number:</i>	o altă denumire pentru un număr centrat hexagonal, dat de formula de recurență H_n

Hilbert's problems

hoax numbers:

homogeneous numbers:

Honaker's problem:

idoneal numbers:

iff:

integer sequences:

integer-valued polynomial:

irreducible polynomial:

Iverson bracket:

$= 6 * T_n + 1 = 3 * n^2 + 3 * n + 1$, unde $T_n = n * (n + 1) / 2$ este al n-lea număr triunghiular
o listă de 23 de probleme supuse atenției matematicienilor de David Hilbert la începutul secolului XX; dintre acestea, o parte n-au fost încă rezolvate iar o parte și-au găsit rezolvarea: demonstrația unora dintre ele a rămas însă încă controversată
numere compuse având următoarea proprietate: suma cifrelor lor este egală cu suma cifrelor factorilor lor primi, exceptându-l pe 1; astfel de numere sunt 22, 58, 84, 85, 94 ș.a.m.d. (*secvența A019506 în OEIS*)

numere omogene: două numere se spune că sunt astfel dacă factorii lor primi sunt identici

problemă ce privește tripletele de prime $[p, q, r]$, $p < q < r$, cu proprietatea că p divide numărul $q * r + 1$; matematicienii Chris Caldwell și Yuanyou Cheng au arătat că există doar trei astfel de triplete până la $p < 2 * 10^{17}$, *i.e.* $[2, 3, 5]$, $[3, 5, 7]$ și $[61, 67, 71]$, și au conjeturat că acestea sunt singurele astfel de triplete

o altă denumire pentru clasa numerelor potrivite (din denumirea latină „*numeri idonei*”)

abreviere pentru „*if and only if*” = „dacă și numai dacă” (despre o condiție necesară și suficientă)

serii de numere întregi

denumit și „*numerical polynomial*”, un polinom a cărui valoare este un număr întreg pentru orice valoare întregă a variabilei; orice polinom cu coeficienți întregi este un astfel de polinom, dar nu numai: un astfel de polinom este și $(1/2) * n^2 + (1/2) * n = (1/2) * n * (n + 1)$, pentru că unul dintre numerele n și $n + 1$ trebuie să fie par

polinom ce nu poate fi descompus în două (sau mai multe) polinoame netriviale; aceste polinoame au multe asemănări cu numerele prime, ce nu pot fi descompuse în factori primi

paranteza lui Iverson: o convenție ce asociază valoarea 1 fiecărui număr ce îndeplinește o anumită condiție și valoarea 0 fiecărui număr ce n-o îndeplinește: astfel,

<i>Jacobi symbol:</i>	de exemplu, seria numerelor întregi pozitive coprime cu 10 se poate reprezenta ca: 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1 (...) simbolul Jacobi, definit pentru un număr întreg a și un număr natural impar n , reprezintă, dacă m este compus, produsul simbolurilor Legendre definite pentru a și factorii primi ai lui n ; dacă m este prim, atunci simbolul Jacobi se reduce la simbolul Legendre
<i>Jordan-Polya numbers:</i>	o denumire a clasei de numere ce cuprinde toate numerele ce se pot scrie ca produsul a două sau mai multe numere factoriale (<i>secvența A001013 în OEIS</i>)
<i>juggler numbers:</i>	denumirea numerelor aparținând seriilor de numere întregi (ce par a avea aceeași proprietate ca aceea conjecturată de Collatz pentru numerele minunate, și anume de a se sfârși cu numărul 1) formate astfel: M_{k+1} este egal cu partea întreagă a lui $M_k^{(1/2)}$ pentru M_k par și cu $M_k^{(3/2)}$ pentru M_k impar
<i>Kakutani Problem</i>	O altă denumire pentru Problema $3*x + 1$ (Conjectura lui Collatz)
<i>k-fold perfect numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor multiperfecte
<i>k-jagged numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor k -neuniforme (sau „ <i>k-rough numbers</i> ”)
<i>Kronecker's delta:</i>	funcție denumită după matematicianul german Leopold Kronecker, având două variabile și două valori: 1 dacă cele două variabile sunt egale și 0 în caz contrar
<i>k-almost primes:</i>	denumire pentru numerele ce au exact k factori primi
<i>k-sieve:</i>	denumire generică pentru programele ce se ocupă cu rezolvarea problemelor Riesel și Sierpiński (găsirea, prin eliminarea potențialelor astfel de numere) a celor mai mici numere Riesel respectiv Sierpiński
<i>k-tuple primes:</i>	constelație de prime de ordin k
<i>leading coefficient of a polynomial:</i>	coeficientul primului termen al polinomului (e.g. 5 în polinomul $5*x^2 - 6*x + 7$)
<i>least abundant numbers:</i>	numere cel mai puțin abundente: o altă denumire pentru clasa numerelor quasi-perfecte
<i>least common multiple (= lcm):</i>	cel mai mic multiplu comun
<i>least deficient numbers:</i>	numere cel mai puțin deficiente: o altă denumire pentru clasa numerelor aproape perfecte

<i>leading coefficient:</i>	coeficientul primului termen al polinomului; de exemplu 5 este acest coeficient pentru polinomul $5*x^3 - 4*x^2 + x + 1$
<i>Legendre symbol:</i>	simbolul Legendre, definit pentru un număr întreg a și un număr prim impar p , este o funcție ce poate avea trei valori: 0 (dacă $a \bmod p = 0$), 1 (dacă $a \bmod p \neq 0$ și a este rest pătratic modulo p) respectiv -1 (dacă a nu este rest pătratic modulo p)
<i>legion's number:</i>	e definit, în aritmetica recreativă, în două feluri diferite: odată ca fiind 666^{666} (un număr cu 1881 cifre) și odată ca $666!^{666}!$
<i>Lehmer's totient problem:</i>	problemă ce constă în găsirea răspunsului la întrebarea dacă există sau nu un număr compus n astfel încât $\varphi(n)$ să dividă $n - 1$, unde $\varphi(n)$ este funcția totient (indicatorul lui Euler); dacă există, un astfel de număr ar trebui să fie un număr Carmichael, să fie mai mare decât 10^{22} și să aibă cel puțin 14 factori primi
<i>Leonardo numbers:</i>	clasă de numere definite prin recurență și înrudite cu numerele Fibonacci prin formula $L_n = 2 * F_{n+1} - 1$
<i>Leviathan number</i>	numărul $(10^{666})!$
<i>linear form:</i>	un polinom de gradul întâi
<i>LLR test:</i>	abreviere pentru testul de primalitate Lucas-Lehmer-Riesel
<i>Lucas-Lehmer test:</i>	test de primalitate, creat de matematicianul Édouard Lucas și îmbunătățit de matematicianul Derrick Lehmer, având la bază Teorema lui Lehmer, cunoscută și ca inversa Micii Teoreme a lui Fermat: dacă există n astfel încât $n^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$ și pentru toate numerele prime q ce divid $p - 1$ e adevărat că $n^{(p-1)/q}$ nu este congruent cu $1 \pmod{p}$, atunci p este prim
<i>magic square:</i>	pătrat magic: desemnează, în matematica recreativă, un aranjament al numerelor într-un tabel cu același număr de linii și coloane astfel încât suma numerelor pe fiecare linie, pe fiecare coloană și pe diagonale să fie aceeași
<i>megaprime:</i>	desemnează, în terminologia teoriei numerelor, un prim cu peste un milion de cifre
<i>Millennium Prize Problems:</i>	desemnează 7 probleme matematice subliniate în anul 2000 de Institutul de Matematică Clay; acesta a oferit un milion de dolari pentru rezolvarea fiecăreia dintre

	ele; doar una a fost rezolvată până în prezent de matematicianul rus Grigori Perelman (care a declinat însă premiul, precum declinase anterior și Premiul Fields)
<i>Mills primes:</i>	desemnează primele a căror existență a demonstrat-o în anii 40 ai secolului XX matematicianul Mills; acesta a arătat că există un număr real (nu întreg) r pentru care partea întreagă a numărului $r^{(3^n)}$ este întotdeauna un număr prim
<i>Mirimanoff primes:</i>	numerele prime p cu proprietatea că p^2 divide $3^{(p-1)} - 1$
<i>multiamicable numbers:</i>	de-a lungul timpului au existat mai multe încercări de a generaliza clasa numerelor amabile, care însă nu s-au impus; una dintre acestea definește o pereche de numere multiamabile astfel: suma alicotă a divizorilor unuia dintre ele este multiplu al sumei alicote a divizorilor celuilalt
<i>multiplication:</i>	operația de înmulțire; proprietățile înmulțirii numerelor întregi sunt: comutativitatea: $a*b = b*a$; asociativitatea: $(a*b)*c = a*(b*c)$; distributivitatea: $a*(b + c) = a*b + a*c$; existența unui element neutru: $a*1 = 1*a = a$
<i>multiply perfect numbers (MPN's):</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor multiperfecte
<i>natural density:</i>	măsoară întinderea unei submulțimi în cadrul unei mulțimi (sau mulțimii) de numere naturale
<i>near products primes:</i>	prime de forma $n \pm 1$, unde n este un întreg compus (după o anumită formulă); de exemplu primele factoriale, primele primoriale etc.
<i>NewPGen:</i>	program de căutare a unor tipuri de prime (gemene, Sophie Germain, lanțuri Cunningham ș.a.m.d.)
<i>non-Mersenne primes:</i>	deoarece majoritatea dintre numerele prime mari cunoscute sunt prime Mersenne (9 dintre primele 10 cele mai mari numere prime descoperite sunt prime Mersenne), s-a introdus această sintagmă pentru a desemna numere prime foarte mari ce nu sunt prime Mersenne
<i>non-twin primes:</i>	o altă denumire pentru clasa primelor izolate
<i>number of derangements:</i>	numărul de permutări a elementelor unei mulțimi astfel încât niciun element să nu revină la poziția inițială

<i>numerator (of a fraction):</i>	numărătorul (unei fracții)
<i>oblong numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor rectangulare
<i>odious numbers:</i>	numerele non-negative ce au un număr impar de cifre de 1 în dezvoltarea lor binară (<i>secvența A000069 în OEIS</i>)
<i>one-to-one correspondence:</i>	corespondență biunivocă
<i>Open PFGW:</i>	program de descoperire a megaprimelor de anumite tipuri (factoriale, primoriale etc.)
<i>(two numbers are of) opposite parity:</i>	unul dintre numere este par, iar celălalt impar
<i>(a set of integers is) pairwise coprime:</i>	o mulțime de numere întregi este astfel dacă oricare două numere distincte m și n aparținând mulțimii sunt coprime
<i>palindrome:</i>	se referă, în aritmetică, la un număr palindromic; „palindrom”, în DEX '98, înseamnă „grup de cuvinte sau cuvânt care poate fi citit de la stânga la dreapta și de la dreapta la stânga fără să-și piardă sensul”
<i>palprimes:</i>	o altă denumire pentru clasa primelor palindromice
<i>panarithmic numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor practice
<i>Pascal's rule:</i>	denumirea unei identități din combinatorică, și anume $C(n, k) + C(n, k - 1) = C(n + 1, k)$ pentru $1 \leq k \leq n + 1$
<i>Pascal's triangle:</i>	un aranjament în forma unui triunghi din coeficienți binomiali ilustrând regula lui Pascal
<i>PDP's:</i>	<i>Plateau and Depression Primes</i>
<i>Pell's equation:</i>	ecuația diofantică $x^2 - n \cdot y^2 = 1$; Lagrange a demonstrat că, dacă n nu este pătrat perfect, ecuația are o infinitate de soluții (numere întregi); aceste soluții folosesc la aproximarea rădăcinii pătrate a lui n prin fracțiile x/y .
<i>perfect square:</i>	pătrat perfect: număr natural cu proprietatea că rădăcina sa pătrată (radicalul de ordin doi) este un număr întreg
<i>period of a decimal expansion:</i>	perioada (expansiunii decimale a) unui număr rațional; de exemplu perioada numărului $1/7 = 0.142857142857\dots$ este numărul (care se va repeta la infinit după virgulă) 142857
<i>period of a prime p:</i>	se mai numește uneori astfel numărul de cifre al perioadei expansiunii decimale a numărului rațional periodic $1/p$; deci perioada lui 7 va fi numărul de cifre al numărului 142857, și anume 6

<i>plastic number:</i>	o constantă matematică ce se obține din raportul termenilor consecutivi ai seriei de numere Perrin, analogă ca natură constantelor denumite <i>golden ratio</i> și <i>silver ratio</i>
<i>plateau primes:</i>	prime palindromice având prima și ultima cifră identice și mai mici decât toate celelalte cifre, identice, de asemenea, între ele (e.g. 1777771).
<i>pluperfect numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor multiperfecte
<i>pluperfect digital invariants (=PPDI):</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor Armstrong
<i>PMP's:</i>	<i>Palindromic Merlon Primes</i> (prime de forma 3223223, ce au o cifra centrală și cele din margini identice iar celelalte cifre interioare identice și ele între ele și diferite de primele)
<i>Pollard's algorithm</i>	algoritm de factorizare datorat lui John Pollard, aplicabil doar unui anumit tip de factori
<i>Polish notation:</i>	un tip de notare a operațiilor matematice inventat de filozoful și logicianul polonez Jan Łukasiewicz în 1920, fără răspândire în aritmetică dar cu aplicații în informatică; numită și notație „prefix” pentru că pune operatorii înaintea numerelor, față de notația „postfix” ce îi pune la urma acestora sau cea „infix”, notația uzuală; exemplu: $(4 - 2) * 5$ în notația uzuală s-ar scrie $*(4 2) 5$ în această notație
<i>polydivisible number:</i>	e definit, în aritmetica recreativă, ca fiind numărul cu următoarele proprietăți: prima sa cifră nu este 0, numărul alcătuit din primele sale două cifre este divizibil cu 2, cel alcătuit din primele sale 3 cifre este divizibil cu 3 ș.a.m.d.; un astfel de număr, având 25 cifre, este numărul 3608528850368400786036725
<i>polygonal centered numbers:</i>	o subclasă a numerelor figurative ce cuprinde <i>centered triangular numbers</i> (secvența A005448 în OEIS), <i>centered hexagonal numbers</i> (secvența A003215 în OEIS) ș.a.m.d.
<i>polynomial:</i>	polinom (expresia de lungime finită construită din variabile și constante folosind doar operațiile de adunare, scădere, înmulțire și ridicare la o putere non-negativă; operația de împărțire este

<i>primality of a number:</i>	permisă, însă numai dacă numitorul este o constantă, nu o variabilă) primalitatea unui număr (proprietatea acestuia de a fi prim); aceasta se testează prin diverse metode
<i>prime-counting function:</i>	numărul de prime mai mic sau egal cu un număr real x ; se notează cu $\pi(x)$ sau $\pi(x)$; acesta este aproximat de așa numita Teoremă a numerelor prime
<i>prime-generating polynomial:</i>	polinomul $f(n)$ ce are proprietatea de a genera numere prime pentru multe valori ale lui n ; cel mai cunoscut astfel de polinom este polinomul lui Euler $f(n) = n^2 - n + 41$ ce generează prime distincte pentru primele 40 de valori ale lui n : 41, 43, 47, 53 ș.a.m.d. Goldbach a demonstrat în secolul XVIII că nu există un polinom cu coeficienți întregi care să genereze prime pentru toate valorile întregi ale lui n
<i>prime gap:</i>	distanța dintre două prime succesive (diferența dintre ele); cea mai mare astfel de distanță cunoscută, între două prime având cca 8000 de cifre, are valoarea 337446 (<i>secvența A001223 în OEIS</i>)
<i>Prime Grid:</i>	proiect de descoperire a numerelor prime mari, bazat pe o infrastructură computerizată comună (deschisă), ce numără mii de participanți din zeci de țări
<i>Prime Grid's 12121 Prime Search:</i>	proiect în cadrul Prime Grid de descoperire a primelor Merssene de forma $121 \cdot 2^n - 1$ precum și a primelor de forma $121 \cdot 2^n + 1$; în februarie 2012 a fost descoperit megaprimul $121 \cdot 2^{4553899} - 1$
<i>Prime Grid's 2721 Prime Search:</i>	proiect în cadrul Prime Grid de descoperire a primelor Merssene de forma $27 \cdot 2^n - 1$ precum și a primelor de forma $27 \cdot 2^n + 1$; în februarie 2012 a fost descoperit megaprimul $27 \cdot 2^{3855094} - 1$
<i>Prime number theorem (PNT):</i>	Teorema numerelor prime, ce statuează că $\pi(x)$, numărul de prime mai mic sau egal cu x , are valoarea aproximativă $x/\ln(x)$
<i>prime sieve:</i>	un tip de algoritm pentru generarea numerelor prime; astfel există Sita lui Eratostene, Sita lui Sundaram, Sita lui Atkin ș.a.m.d.
<i>prime spiral:</i>	spirala numerelor prime, cunoscută și drept spirala lui Ulam: un arajament în plan, în formă de spirală, al numerelor prime, ce evidențiază o anumită concentrație în distribuția numerelor prime, ce echivalează

<i>primitive prime factor:</i>	cu tendința unor polinoame de gradul doi de a genera multe prime un număr prim p este un astfel de factor al numărului a_k dacă, fiind dată o serie infinită de numere întregi a_n , p îl divide pe a_k dar nu divide niciun alt număr a_j , $j < k$
<i>PRP's:</i>	<i>Probable Primes</i> (clasa numerelor prime probabile, ce cuprinde numerele ce satisfac „Mica Teoremă a lui Fermat” sau un alt test de primalitate, și anume primele și pseudoprimele)
<i>pronic numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor rectangulare
<i>proper divisor:</i>	divizor alicot: un divizor al unui număr n , exceptând pe n însuși (de exemplu 1, 2, și 3 sunt astfel de divizori pentru numărul 6)
<i>public-key cryptography:</i>	teoria numerelor este renumită prin a fi considerată ramura matematicii cu cele mai puține aplicații practice; una dintre puținele aplicații practice ale sale este în criptografia în cheie publică, bazată pe dificultatea descompunerii în factori primi a semiprimelor mari (algoritmul RSA)
<i>PWP's:</i>	<i>Palindromic Wing Primes</i> (prime de forma 99999199999, ce au o cifră centrală și două „aripi” având același număr de cifre, identice și diferite de cea centrală)
<i>quadratic mean:</i>	medie pătratică; mai este denumită și <i>RMS</i> („ <i>Root Mean Square</i> ”)
<i>quadratic polynomial:</i>	polinom de gradul doi
<i>quadratic reciprocity theorem:</i>	fiind date numerele impare prime p și q și numărul întreg x , atunci ecuațiile $x^2 \equiv p \pmod{q}$ și $y^2 \equiv q \pmod{p}$ au ori ambele soluții ori, dimpotrivă, ambele nu au soluții, cu excepția cazului când p și q sunt ambele de forma $4k + 3$, caz în care una dintre ecuații are soluții iar cealaltă nu; demonstrația teoremei (conjecturată de Euler) îi aparține lui Gauss, care a denumit-o și Teorema de aur
<i>quadratic residue:</i>	rest pătratic (dacă există un întreg x , $0 < x < n$, astfel încât restul împărțirii lui x^2 la n să fie egal cu q , cu alte cuvinte $x^2 \pmod{n} = q$, se zice ca q este rest pătratic modulo n ; în general, 0, soluție trivială, nu este considerat rest pătratic)
<i>quartan primes:</i>	numerele prime de forma $x^4 + y^4$, unde $x > 0$, $y > 0$; astfel de prime sunt: 2, 17, 97, 257, 337, 641, 881, 1297, 2417, 2657 ș.a.m.d. (<i>secvența A002645 în OEIS</i>)

<i>quotient of a fraction:</i>	câtul rezultat dintr-o împărțire
<i>raising to a power:</i>	ridicarea la putere; expresia „ x^n ” se citește „ <i>x raised to the n-th power</i> ” sau „ <i>x to the n-th power</i> ”; x se numește „ <i>exponent</i> ”
<i>ratio of consecutive numbers:</i>	raportul dintre două numere consecutive
<i>reciprocal of a natural number n:</i>	inversul unui număr natural n (egal cu numărul rațional exprimat prin fracția ce îl are pe 1 ca numărător și pe n ca numitor, deci $1/n$); singurul număr natural al cărui invers este tot un număr natural este 1
<i>reccurence relation:</i>	relație de recurență: o ecuație ce definește termenii unei serii în funcție de cei anteriori, în condițiile în care primul sau primii termeni ai seriei sunt dați; termenii seriilor Fibonacci, Lucas etc. sunt definiți astfel
<i>reduced amicable pair:</i>	perechea de numere $[m, n]$ cu proprietatea că $\sigma(m) = \sigma(n) = m + n + 1$; o astfel de pereche este $[12146750, 16247745]$; s-a conjecturat că există o infinitate de astfel de perechi și că unul dintre numerele m și n este par iar celălalt impar
<i>regular primes:</i>	un prim p se spune că este „ <i>regular</i> ” dacă p nu divide numărătorul numerelor Bernoulli B_0, B_2, \dots, B_{p-3} ; numerele Bernoulli sunt o serie de numere raționale cu multiple aplicații în matematică; un prim ce nu este „ <i>regular</i> ” se numește „ <i>irregular</i> ”
<i>rencontres numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor subfactoriale
<i>remainder of division (of two integers):</i>	restul împărțirii (a două numere întregi)
<i>residues modulo n:</i>	resturile modulo n (resturile împărțirii numerelor întregi la n ; de exemplu acestea sunt 0, 1 și 2 pentru $n = 3$)
<i>restricted divisor function:</i>	funcția divizor restrânsă; este același lucru cu suma alicotă a unui număr n , adică suma divizorilor alicotți ai lui n
<i>reversal of a number:</i>	reversul unui număr (de exemplu 321 este reversul lui 123)
<i>rising factorial:</i>	funcția factorial crescător – notată uneori $(x)^n$ – este egală cu $x(x+1) \dots (x+n-1)$
<i>RMS:</i>	abreviere de la „ <i>root mean square</i> ”; RMS-ul unui set de n valori $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ este egal cu $((x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)/n)^{1/2}$
<i>(n-th) root of a number:</i>	rădăcina de ordin n a numărului (radicalul de ordinul n)

<i>root rules:</i>	regulile operațiilor cu radicali: $b = a^{(1/n)}$ dacă $b \geq 0$ și $b^n = a$; $(a^n)^{(1/n)} = a$ dacă a este natural; $(a*b)^{(1/n)} = a^{(1/n)}*b^{(1/n)}$; $(a/b)^{(1/n)} = (a^{(1/n)})/(b^{(1/n)})$ ș.a.m.d.
<i>RSA:</i>	un algoritm folosit în așa numita criptografie în cheie publică („ <i>public-key cryptography</i> ”) dezvoltat de Ronald Rivest, Adi Shamir și Leonard Adleman în 1977, bazat pe dificultatea descompunerii în factori primi a numerelor mari (așa numita „ <i>factoring problem</i> ”)
<i>RSA numbers:</i>	o listă de semiprime având între 100 și 600 de cifre pentru factorizarea cărora Laboratoarele RSA au oferit premii în cadrul concursului (încheiat în 2007) „ <i>RSA Factoring Challenge</i> ”; numerele erau indexate (e.g. RSA-100) la început după numărul cifrelor, apoi după numărul cifrelor în sistem binar
<i>sad numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor nefericite („ <i>unhappy numbers</i> ”)
<i>self numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor Devlali sau columbiene
<i>self-descriptive numbers:</i>	numere auto-descriptive; în sistemul zecimal există un singur astfel de număr, 6210001000, cu proprietatea că: la poziția 0 se găsește cifra 6, indicând faptul că numărul conține 6 de 0; la poziția 1 se găsește cifra 2, deci numărul conține 2 de 1 ș.a.m.d.
<i>Sieve of Atkin:</i>	Sita lui Atkin: un algoritm modern pentru descoperirea numerelor prime creat în 2004 de matematicianul britanic Arthur Atkin
<i>Sieve of Erathostenes:</i>	Sita lui Eratostene: un algoritm simplu pentru descoperirea numerelor prime datând din anul 200 î.Hr. și datorat savantului grec Eratostene
<i>Sieve of Sundaram:</i>	Sita lui Sundaram: un algoritm pentru descoperirea numerelor prime descoperit în 1934 de matematicianul indian S.P. Sundaram
<i>silver ratio:</i>	raportul de argint: o constantă matematică, un număr irațional a cărui valoare este de aproximativ 1 plus rădăcina pătrată a lui 2, ce se obține din raportul termenilor consecutivi ai seriei de numere Pell, numit astfel prin analogie cu celebra <i>golden ratio</i> ; două numere x și y sunt în raport de argint dacă $x/y = (2*x + y)/x$

<i>single primes:</i>	o altă denumire pentru clasa primelor izolate
<i>singly even number:</i>	un număr par ce este divizibil cu 2 dar nu și cu 4
<i>Syracuse Problem</i>	O altă denumire pentru Problema $3*x + 1$ (Conjectura lui Collatz)
<i>sous-double numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor 3-perfecte (sau triperfecte)
<i>sphenic numbers:</i>	numerele întregi pozitive, libere de pătrate, ce au trei factori primi (<i>secvența A007304 în OEIS</i>); cel mai mare astfel de număr cunoscut este, desigur, produsul celor mai mari trei prime cunoscute
<i>squarefree number:</i>	număr liber de pătrate (nu este divizibil cu niciun pătrat, cu excepția lui 1)
<i>squarefull number:</i>	sintagma e întâlnită cu două sensuri diferite: (i) denumește aceeași clasă de numere numită și „numere puternice” (fiecare factor prim e cel puțin la puterea a doua); (ii) denumește numere ce nu sunt „libere de pătrate” (au cel puțin un factor prim ridicat la o putere); în unele surse se distinge între <i>squarefull</i> – definiția (i) și <i>squareful</i> – definiția (ii)
<i>square root of a number (= sqrt):</i>	rădăcina pătrată a unui număr (radicalul de ordin doi al numărului)
<i>Smith brothers:</i>	o pereche de numere consecutive, compuse, având ambele următoarea proprietate: suma cifrelor lor este egală cu suma cifrelor factorilor lor primi
<i>SoB:</i>	abreviere pentru <i>Seventeen Or Bust</i> , proiect în cadrul programului Prime Grid ce se ocupă cu rezolvarea problemei Sierpiński
<i>star numbers:</i>	un tip de numere figurative
<i>Stirling numbers:</i>	clasă de numere întregi cu aplicații în combinatorică (<i>secvența A008275 în OEIS</i>)
<i>strobogrammatic numbers:</i>	numere cu calitatea pur recreativă, tipografică, de a prezenta un anumit tip de simetrie (dacă este rotit cu 180 de grade în jurul axei perpendiculare pe planul în care este scris, rezultă același număr); exemplu: 69869 (<i>secvența A000787 în OEIS</i>)
<i>strong pseudoprimes:</i>	„pseudoprime tari”: o subclasă a pseudoprimelor Euler având o proprietate specială; denumirea se folosește însă și în general pentru clasele de numere compuse ce reușesc „să treacă drept prime” chiar supuse unor teste puternice de primalitate
<i>subtraction:</i>	operația de scădere

<i>summand:</i>	numărul ce se adună pentru a se obține o sumă („ <i>sum</i> ”); de exemplu numerele 2 și 3 în relația $2 + 3 = 5$
<i>super-prime:</i>	cel de-al n-lea număr prim este un super-prim dacă indicele lui de poziție n este la rândul său prim; astfel de prime sunt: 3, 5, 11, 17, 31, 41, 59, 67, 83, 109, 127 ș.a.m.d. (<i>secvența A006450 în OEIS</i>)
<i>SUPP's:</i>	<i>Smoothly Undulating Palindromic Primes</i> , un subset al numerelor ondulatorii
<i>tau numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor refactorabile
<i>taxicab numbers:</i>	o altă denumire pentru numerele Hardy-Ramanujan, datorat mediatizatei istorisirii avându-i ca protagoniști pe matematicienii Ramanujan și Hardy și un taxi cu numărul 1729
<i>tetradic numbers:</i>	numere cu calitatea pur recreativă, tipografică, de a prezenta un anumit tip de simetrie (un număr totodată palindromic, „ <i>strobogrammatic</i> ” și simetric în oglindă); aceste numere pot conține doar cifrele 0, 1 și 8 (<i>secvența A006072 în OEIS</i>)
<i>tetrahedral numbers:</i>	numere figurative date de formula $n*(n + 1)*(n + 2)/6$ (<i>secvența A000292 în OEIS</i>)
<i>tritriangular numbers:</i>	numere figurative date formula $(1/8)*n*(n + 1)*(n + 2)*(n + 3)$ (<i>secvența A050534 în OEIS</i>)
<i>trivial divisor:</i>	numerele ± 1 și $\pm n$ sunt astfel de divizori ai lui n
<i>trivial solutions to an equation:</i>	soluțiile triviale, banale ale unei ecuații (de exemplu $[0, 0, 0]$ este o astfel de soluție pentru ecuația $x^3 + y^3 = z^3$)
<i>two-sided primes:</i>	denumire pentru clasa primelor trunchiabile atât stânga cât și dreapta („ <i>left truncatable</i> ” și „ <i>right truncatable</i> ” deopotrivă)
<i>ugly numbers:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor regulate (denumite și numere Hamming)
<i>Ulam Problem:</i>	O altă denumire pentru Problema $3*x + 1$ (Conjectura lui Collatz)
<i>undulants:</i>	o altă denumire pentru clasa numerelor ondulatorii
<i>unit fraction:</i>	numărul rațional exprimat ca o fracție ce are ca numărător numărul 1 și ca numitor un număr întreg ($1/1, 1/2, 1/3, 1/4$ ș.a.m.d.)
<i>unitary divisors of a number:</i>	divizori unitari: toți divizorii d ai lui n cu proprietatea că d și n/d sunt coprime
<i>weakly prime:</i>	un număr prim ce are proprietatea că prin schimbarea oricăreia dintre cifrele sale cu

<i>whole numbers:</i>	o altă cifră devine un număr compus; astfel de prime sunt: 294001, 505447, 584141, 604171, 971767 ș.a.m.d. (<i>secvența A050249 în OEIS</i>); a nu se confunda cu „ <i>weak prime</i> ” („prim slab”) unii matematicieni folosesc acest termen pentru a desemna clasa numerelor naturale incluzându-l pe 0
<i>Williams numbers:</i>	matematicianul tunisian Othman Echi a denumit astfel, după matematicianul canadian Hugh C. Williams, numerele ce sunt deopotrivă [-a]-Korselt și a-Korselt
<i>Wilson's theorem:</i>	un număr natural p , $p > 1$, este prim dacă și numai dacă $(n - 1)! \equiv -1 \pmod{n}$
<i>zerofree number:</i>	număr ce nu conține cifra 0

MODELE DE OPERARE ÎN PROGRAMUL WOLFRAM ALPHA

Expresii acceptate de program (exemple)

Descompunere în factori primi

Input: factor 561

Rezultat: $3 \cdot 11 \cdot 17$

Input: factor $(2^4 \cdot (7 - 5) - 7) / 5$

Rezultat: 5 (prime number)

Adunare

Input: sum $2 \cdot n$, n from 1 to 5

Rezultat: 30

Input: sum $2 \cdot n$, n from 1 to N

Rezultat: $N \cdot (N + 1)$

Input: sum $2 \cdot n$, n from x to y

Rezultat: $(y - x + 1) \cdot (x + y)$

Înmulțire

Input: product $2 \cdot n$, n from 1 to 3

Rezultat: 48

Ridicare la putere

Input: 3^3

Rezultat: 27

Input: 3 to 3th power

Rezultat: 27

Extragere radical

Input: $16^{(1/2)}$

Rezultat: 4

Input: $27^{(1/3)}$

Rezultat: 3

Input: fourth root of 16

Rezultat: 2

Input: $m = \text{sqr}(n^2 - 3^2)$, where $n = 5$

Rezultat: $m = 4$

Partea întregă a unui număr real

Input: floor $((5 + 7) \cdot 3 - 24) / 5$

Rezultat: 2

Ordinul de mărime al unui număr prim

Input: 1,053th prime

Rezultat: 8423

Numerele prime dintre m și n

Input: [15, 24] primes

Rezultat: 17, 19, 23 (3 primes)

Input: primes between 4 and 13

Rezultat: 5, 7, 11, 13 (4 primes)

Input: primes in the range 0 and 7

Rezultat: 2, 3, 5, 7 (4 primes)

Input: primes ≤ 7

Rezultat: 2, 3, 5, 7 (4 primes)

Test de primalitate

Input: is 8911 prime?

Rezultat: 8911 is not a prime number

Input: are 11, 12, 13, 14 primes?

Rezultat: {true, false, true, false}

Divizorii unui număr

Input: divisors 391

Rezultat: 1, 17, 23, 391 (4 divisors)

Cel mai mic multiplu comun

Input: lcm (12, 8)

Rezultat: 24

Cel mai mare divizor comun

Input: lcm (22, 55)

Rezultat: 11

Input: $2 * (\text{lcm}(8, 24, 42)) + 1$

Rezultat: 337

Divizori și multipli comuni

Input: common multiples of 3 and 5

Rezultat: 15, 30, 45, 60...

Input: common divisors of 576 and 789

Rezultat: 1, 3

Operația modulo

Input: $13 \bmod 5$

Rezultat: 3

Input: $p^5 \bmod (3 * (5 - p))$, where $p = 2$

Rezultat: 5

Input: n congruent to 17 (mod 2)

Rezultat: 1

Operația factorial

Input: $7!$

Rezultat: 5040

Input: 7 factorial

Rezultat: 5040

Input: $(3!)!$

Rezultat: 720

Operația multifactorial

Input: $7!!$

Rezultat: 105

Input: $3!!$

Rezultat: 3

Operația subfactorial

Input: $!3$

Rezultat: 2

Operația primorial

Input: $5\#$

Rezultat: 2310

Polinoame

Input: $(16 * x^3 - 24 * x^2 + 9 * x - 1) / (x - 1)$

Rezultat: $(4 * x - 1)^2$

Input: $4 * n^2 - 40 * n + 7$, where $n = 3 * n$

Rezultat: $36 * n^2 - 120 * n + 7$

Ecuatii diofantice

Input: solve $a^2 - 5a + 7$ over the integers Rezultat: no integer solutions
Input: solve $a^2 - 5a + 6$ over the integers Rezultat: $a = 2; a = 3$

Sisteme de ecuații

Input: $x + y = 10, x - y = 4$ Rezultat: $x = 7, y = 3$

Numărul de prime mai mici decât numărul real x

Input: $\text{pi}(8)$ Rezultat: 4
Input: $\text{pi}(17/2)$ Rezultat: 4

Numărul de numere mai mici sau egale cu n relativ prime cu n

Input: $\text{totient}(6)$ Rezultat: 2
Input: $\text{totient}(7)$ Rezultat: 6
Input: $\text{phi}(6)$ Rezultat: 2
Input: $\text{phi}(7)$ Rezultat: 6

Suma divizorilor lui n

Input: $\text{sigma}(8)$ Rezultat: 15
Input: sum of divisors of 8 Rezultat: 15
Input: sum of proper divisors of 8 Rezultat: 7

Numărul de divizori ai lui n

Input: $\text{tau}(4)$ Rezultat: 3
Input: $\text{tau}(6)$ Rezultat: 4

Coeficientul binomial (combinări de n luate câte k)

Input: $C(4,3)$ Rezultat: 4

Suma cifrelor unui număr

Input: sum of digits of 29341 Rezultat: 19

Diverse operații

Input: $N = 8n^2 + (2p + 2)n + p$, where $p = 43, n = [0, 1]$
Rezultat: $N = \{43, 139\}$

Input: $2*(n*d - d)/(d^2 - d)$, for $d = 13, n = 43$
Rezultat: 7

Input: $2*(m + 1)*(n + 1)*(p + 1) + 1$, where $m = 7, n = 23, p = 41$
Rezultat: 16129

Numere speciale

Input: 3th triangular number

Rezultat: 6

Input: 5th Fermat number

Rezultat: 65537

Input: 4th Mersenne number

Rezultat: 127

Input: $((1 + 2^{1/2})^n - (1 - 2^{1/2})^n)/(2 \cdot 2^{1/2})$, where $n = 7$

Rezultat: 169

(Notă: Formula generează numerele Pell)

Input: $((1 + 2^{1/2})^n - (1 - 2^{1/2})^n)/(2 \cdot 2^{1/2})$, where $n = 5$

Rezultat: 82

(Notă: Formula generează numerele Pell-Lucas)

Input: $((1 + \sqrt{2})^{2n+1} + (1 - \sqrt{2})^{2n+1})/2$, where $n = 3$

Rezultat: 239

(Notă: Formula generează numerele NSW)

Input: $2^m - n$, where $m = 10$, $n = \text{floor}((1 + (8^m - 7)^{1/2})/2)$

Rezultat: 239

(Notă: Formula generează numerele Connell)

LINK-URI UTILE

Site-uri enciclopedic matematice

1. Cornell University Library <<http://arxiv.org/>>;
2. Encyclopedia of Mathematics <<http://www.encyclopediaofmath.org/>>;
3. Math Archives <<http://archives.math.utk.edu/>>;
4. Math Pages <<http://www.mathpages.com/home/>>;
5. Planet Math Encyclopedia <<http://planetmath.org/encyclopedia>>;
6. The Mathematical Atlas <<http://www.math.niu.edu/~rusin/known-math/index/index.html>>;
7. University of New Mexico's Digital Library:
<<http://fs.gallup.unm.edu/eBooks-otherformats.htm>>
8. WolframMathWorld <<http://mathworld.wolfram.com>>;

Site-uri dedicate teoriei numerelor

1. International Journal of Number Theory;
<<http://www.worldscientific.com/worldscinet/ijnt>>;
2. Number Theory Web <<http://www.numbertheory.org/ntw>>;
3. OeisWiki <<http://oeis.org/wiki/>>;
4. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences <<http://oeis.org/>>;
5. The Prime Pages <<http://primes.utm.edu/>>;
6. The prime puzzles & problems connection <<http://www.primepuzzles.net/>>.

Site-uri de matematică recreative

1. Enriching mathematics <<http://nrich.maths.org/>>;
2. Gossip numbers <<http://www.numbergossip.com/>>;
3. Math Fun Facts <<http://www.math.hmc.edu/funfacts>>;
4. Notable properties of specific numbers
<<http://mrob.com/pub/math/numbers-3.html>>;
5. Number recreations <<http://www.shyamsundergupta.com/>>;
6. Number universe <<http://numberuniverse.com/>>;
7. Plus magazine <<http://plus.maths.org/content/>>;
8. Prime Curios! <<http://primes.utm.edu/curios/home.php>>;
9. Prime Patterns <<http://www.magic-squares.net/primes.htm>>;
10. Project Euler <<http://projecteuler.net/>>;
11. What's special about this number?
<<http://www2.stetson.edu/~efriedma/numbers.html>>;
12. World of Numbers <<http://www.worldofnumbers.com/>>.
13. Smarandache Lucky Science: <<http://fs.gallup.unm.edu/LUCKY.HTM>>

Proiecte pe Internet dedicate descoperirii sau consemnării de recorduri privind numerele prime sau alte clase de numere cu proprietăți speciale

1. Addition chains database <<http://wwwold.iit.cnr.it/staff/giovanni.resta/ac/>>;
2. Circular Primes <<http://www.abdulkali.org/Circular.html>>;
3. Cunningham Chain records
<http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/Cunningham_Chain_records.htm>;
4. Distributed Search for Fermat Numbers Divisors
<<http://www.fermatsearch.org/>>;
5. Double Mersennes Prime Search <<http://www.doublemersennes.org/>>;
6. Elite Prime Search <<http://www.primenace.com/papers/math/ElitePrimes.htm>>;
7. Fibonacci and Lucas Factorizations <<http://mersennus.net/fibonacci/>>;
8. Fibonacci Numbers and the Golden Section
<<http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/>>;
9. Gaps between consecutive primes <<http://www.ieeta.pt/~tos/gaps.html>>;
10. Generalised Fermat Prime Search
<<http://yves.gallot.pagesperso-orange.fr/primes/gfn.html>>;
11. Giuseppe Melfi's Page on Practical Numbers
<<http://members.unine.ch/giuseppe.melfi/pratica.html>>;
12. Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS) <<http://www.mersenne.org/>>;
13. Known Amicable Pairs <<http://amicable.homepage.dk/knwn2.htm>>;
14. Known Mersenne Primes
<<http://www.isthe.com/chongo/tech/math/prime/mersenne.html#M43112609>>;
15. K-Tuple Permissible Patterns <<http://www.opertech.com/primes/k-tuples.html>>;
16. Lychrel Numbers <<http://www.p196.org/>>;
17. Known Sociable Numbers of order four
<<http://amicable.homepage.dk/knwn4.htm>>;
18. Mersenne Primes: History, Theorems and Lists
<<http://primes.utm.edu/mersenne/index.html>>;
19. OddPerfect <<http://www.oddperfect.org/>>;
20. Palindromic Numbers <<http://www.jasondoucette.com/worldrecords.html>>;
21. Prime Constellation Records
<<http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/constellations.htm>>;
22. Prime Grid Project <<http://www.primegrid.com/>>;
23. Primes in Arithmetic Progression Records
<<http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/aprecords.htm>>;
24. Proth Search Page <<http://www.prothsearch.net/>>;
25. PRP Records. Probable Primes Top 10000
<<http://www.primenumbers.net/prptop/prptop.php>>;
26. Search for Multifactorial Primes <<http://mfprimes.free-dc.org/>>;
27. Riesel and Proth Prime Database <<http://www.rieselprime.de/>>;
28. Seventeen or Bust: a distributed attack on the Sierpiński problem
<<http://www.seventeenorbust.com/>>;
29. Smarandache Sequences
<<http://archive.lib.msu.edu/crcmath/math/math/s/s442.htm>>;
30. Tables of Aliquot Cycles <<http://amicable.homepage.dk/tables.htm>>;

31. The Cunningham Project
<<http://homes.cerias.purdue.edu/~ssw/cun/index.html>>;
32. The Euclid-Mullin-Sequences
<<http://www.rieselprime.de/Others/EuclidMullin.htm>>;
33. The Fibonacci Quarterly <<http://www.fq.math.ca/>>;
34. The first fifty million primes <<http://primes.utm.edu/lists/small/millions/>>;
35. The Largest Known CPAP's
<<http://users.cybercity.dk/~dsl522332/math/cpap.htm>>;
36. The List of Largest Known Primes Home Page <<http://primes.utm.edu/primes/>>;
37. The Lucas Numbers
<<http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/lucasNbs.html>>
38. The Multiply Perfect Numbers Page
<<http://www.homes.uni-bielefeld.de/achim/mpn.html>>;
39. The Repunit Primes Project
<<http://www.elektrosoft.it/matematica/repunit/repunit.htm>>;
40. The Somos Sequence Site
<<http://faculty.uml.edu/jpropp/somos.html>>;
41. The Top Ten Prime Numbers <http://primes.utm.edu/lists/top_ten/topten.pdf>;
42. Tim's Cunningham Numbers Page
<<http://members.iinet.net.au/~tmorrow/mathematics/cunningham/>>;
43. Weird Numbers List <http://oproject.info/weird_list.php>;
44. World of Palindromic Primes <<http://www.worldofnumbers.com/palpri.htm>>;
45. World Integer Factorisation Center (WIFC)
<<http://www.asahi-net.or.jp/~kc2h-msm/mathland/matha1/>>;

INDEX DE MATEMATICIENI

1. Adleman, Leonard (*Numere uniforme*);
2. Agoh, Takashi (*Numere Giuga*);
3. Alaoglu, Leonidas (*Numere colosal abundente; Numere extrem abundente; Numere extrem compuse; Numere superabundente*);
4. Alford, William R. (*Numere Carmichael, Numere Knödel*);
5. Al-Hasan ibn al-Haytham (*Numere perfecte*);
6. Al-Sabi Thabit ibn Qurra (*Numere amiable; Numere Thabit*);
7. Andrica, Dorin (*Numere prime*);
8. Apéry, Roger (*Numere Apéry*);
9. Armstrong, Michael F. (*Numere Armstrong*);
10. Ashbacher, Charles (*Numere Smarandache-Fibonacci*);
11. Ball, Walter William Rouse (*Numere reversate*);
12. Bateman, Paul Trier (*Prime Wagstaff*);
13. Beiler, Arthur H. (*Numere repunit*);
14. Bell, Eric Temple (*Numere Bell*);
15. Bernoulli, Nicolaus (*Numere regulate; Numere subfactoriale; Numere von Staudt-Clausen*);
16. Bertrand, Joseph (*Numere pare; Numere prime*);
17. Bessy, Bernard Frénicle de (*Numere Hardy-Ramanujan*);
18. Bézout, Étienne (*Numere coprime*);
19. Binet, Jacques (*Numere Fibonacci; Numere Lucas; Numere Pell*);
20. Blum, Manuel (*Numere Blum*);
21. Bode, Dieter (*Numere superperfecte*);
22. Bouallegue, Kais (*Numere quasi-Carmichael*);
23. Brahmagupta (*Numere întregi negative*);
24. Brauer, Alfred (*Numere înlănțuite Brauer*);
25. Brier, Eric (*Numere Brier*);
26. Broadhurst, David (*Prime echilibrate*);
27. Brocard, Henri (*Numere Brown; Numere prime*);
28. Brocot, Achille (*Numere Stern-Brocot*);
29. Brouncker, William (*Numere Pell*);
30. Bruijn, Nicolaas Govert de (*Numere Moser-de Bruijn*);
31. Brun, Viggo (*Prime gemene*);
32. Caldwell, Chris (*Prime Mills; Prime trunchiabile*);
33. Camboa, Iago (*Numere compozitoriale*);
34. Carmichael, Robert Daniel (*Numere Carmichael; Numere multiperfecte; Numere quasi-Carmichael*);
35. Cassini, Giovanni (*Numere Pisano*);
36. Catalan, Eugène Charles (*Numere aspirante; Numere Catalan; Numere sociabile; Pseudoprime Catalan*);
37. Cataldi, Pietro (*Numere Mersenne; Numere perfecte*);
38. Cauchy, Augustin Louis (*Numere poligonale*);
39. Chernoff, Paul (*Numere superprimoriale*);

40. Chebyshev, Pafnuty (*Numere pare; Numere prime*);
41. Chen, Jing Run (*Numere pare; Numere prime; Prime Chen*);
42. Cheng, Yuanyou (*Prime Mills*);
43. Chernick, Jack (*Numere Chernick*);
44. Chowla, Sarvadaman (*Numere Mian-Chowla; Numere potrivite*);
45. Cipolla, Michele (*Pseudoprime Cipolla*);
46. Clausen, Thomas (*Numere von Staudt-Clausen*);
47. Cloitre, Benoit (*Prime Rowland*);
48. Collatz, Lothar (*Numere minunate*);
49. Colton, Simon (*Numere refactorabile*);
50. Connell, Ian (*Numere Connell*);
51. Conway, John Horton (*Numere Conway-Guy, Prime lungi*);
52. Cooper, Curtis N. (*Numere refactorabile*);
53. Crandall, Richard (*Numere Leyland*);
54. Cullen, James (*Numere Cullen*);
55. Cunningham, Allan Joseph Champneys (*Numere Cullen; Numere Cunningham; Prime înlănțuite Cunningham*);
56. Delannoy, Henri Auguste (*Numere Delannoy*);
57. Descartes, René (*Numere amiabile; Numere multiperfecte*);
58. Devaraj, A.K. (*Numere Devaraj*);
59. Dickson, Leonard Eugene (*Numere Carmichael; Numere cubice; Numere prime*);
60. Dirichlet, Johann Peter Gustav Lejeune (*Numere prime; Prime progresive*);
61. Echi, Othman (*Numere quasi-Carmichael*);
62. Euclid (*Numere Euclid; Numere Euclid-Mullin; Numere perfecte; Numere pitagoreice*);
63. Euler, Leonhard (*Numere amiabile; Numere Fermat; Numere Mersenne; Numere perfecte; Numere potrivite; Numere prime; Prime Stern; Pseudoprime Euler*);
64. Erdős, Paul (*Numere Brown; Numere Carmichael; Numere colosal abundente; Numere Erdős-Woods; Numere extrem compuse; Numere intangibile; Numere puternice; Numere superabundente; Prime mănunchi; Prime Pierpont; Prime Wieferich*);
65. Fermat, Pierre de (*Numere amiabile; Numere Fermat; Numere multiperfecte; Numere poligonale; Numere prime; Prime Wieferich; Pseudoprime Fermat*);
66. Fibonacci, Leonardo (*Numere congruente; Numere Fibonacci; Numere Pisano; Pseudoprime Fibonacci*);
67. Forbes, Tony (*Prime constelație*);
68. Fortune, Leo Franklin (*Prime Fortunate*);
69. Franel, Jérôme (*Numere Franel*);
70. Friedman, Erich (*Numere Friedman*);
71. Fung, Gilbert (*Prime Euler*);
72. Fuss, Niklaus (*Numere Catalan*);
73. Gauss, Carl Friedrich (*Numere potrivite*);
74. Germain, Sophie (*Prime înlănțuite Cunningham; Prime Sophie Germain*);
75. Gibbs, Philip (*Numere prietenoase Smarandache*);
76. Giuga, Giuseppe (*Numere Giuga*);
77. Gleason, Andrew Mattei (*Prime Pierpont*);
78. Goldbach, Christian (*Numere Fermat; Numere întregi; Numere pare; Numere prime; Prime Stern*);

79. Golomb, Solomon W. (*Numere puternice*);
80. Graham, Ronald Lewis (*Numere egiptene*);
81. Granville, Andrew (*Numere Carmichael, Numere Knödel*);
82. Green, Ben Joseph (*Numere prime; Prime progresive*);
83. Grundman, Helen G. (*Numere Harshad*);
84. Gupta, Shyam Sunder (*Numere EPRN; Numere rare; Prime unice*);
85. Guy, Richard Kenneth (*Numere Conway-Guy, Prime lungi*);
86. Hamming, Richard (*Numere regulate*);
87. Hardy, Godfrey Harold (*Numere Armstrong; Numere Hardy-Ramanujan; Numere prime; Prime constelație*);
88. Heath-Brown, Roger (*Numere puternice*);
89. Heegner, Kurt (*Numere norocoase ale lui Euler*);
90. Hilbert, David (*Numere pătratice*);
91. Hofstadter, Douglas (*Numere Hofstadter*);
92. Hoheisel, Quido (*Numere Mills*);
93. Hooley, Cristopher (*Numere Cullen*);
94. Ibstedt, Henry (*Numere Smarandache-Fibonacci; Numere Smarandache-Radu*);
95. Ingham, Albert (*Numere Mills*);
96. Iwaniec, Henryk (*Numere prime*);
97. Jacobsthal, Ernst (*Numere Jacobsthal, Numere Jacobsthal-Lucas*);
98. Kaprekar, Dattaraya Ramchandra (*Numere Devlali; Numere Demlo; Numere Harshad; Numere Kaprekar*);
99. Keith, Mike (*Numere primitive; Numere repfigit*);
100. Kempner, Aubrey J. (*Numere pătratice*);
101. Kennedy, Robert E. (*Numere refactorabile*);
102. Korselt, Alwin (*Numere Carmichael*);
103. Kramp, Christian (*Numere factoriale*);
104. Jacobi, Carl Gustav Jacob (*Numere poligonale*);
105. Jingrun, Chen (*Numere pătratice*);
106. Jobling, Paul (*Prime înlănțuite Cunningham; Prime înlănțuite gemene*);
107. Jones, James P. (*Numere Matijasevič*);
108. Labos, Elemer (*Prime Labos*);
109. Lagrange, Joseph-Louis (*Numere pătratice; Numere Pisano; Numere poligonale*);
110. Lah, Ivo (*Numere Lah*);
111. Lamé, Gabriel (*Numere Catalan; Numere coprime*);
112. Landau, Edmund (*Numere prime*);
113. Legendre, Adrien-Marie (*Numere consecutive; Numere pătratice; Numere poligonale; Numere prime*);
114. Lehmer, Derrick Henry (*Numere Poulet, Numere uniforme*);
115. Lemoine, Émile (*Numere întregi*);
116. Leyland, Paul (*Numere Leyland*);
117. Lifchitz, Henri (*Prime înlănțuite gemene*);
118. Le Lionnais, François (*Numere norocoase ale lui Euler*);
119. Littlewood, John Edensor (*Numere prime; Prime constelație*);
120. Lucas, Édouard (*Numere Lucas; Numere Mersenne; Numere Pell-Lucas; Pseudoprime Lucas*);
121. Marcoff, Andrey (*Numere Markov*);
122. Masser, David William (*Numere primoriale; Numere slab totiente*);
123. Matijasevič, Yuri (*Numere Matijasevič*);

124. Maurolico, Francesco (*Numere pătratică*);
125. McCranie, Judson S. (*Numere hiperperfecte*);
126. McDaniel, Wayne (*Numere Smith*);
127. Mersenne, Marin (*Numere Mersenne*);
128. Mian, Abdul Majid (*Numere Mian-Chowla*);
129. Mihăilescu, Preda (*Prime Wieferich*);
130. Mills, William (*Prime Mills*);
131. Mirimanoff, Dmitry Semionovitch (*Prime Wieferich*);
132. Minoli, Daniel (*Numere hiperperfecte*);
133. Moews, David (*Numere ondulatorii*);
134. Montmort, Pierre Rémond de (*Numere subfactoriale*);
135. Morain, François (*Prime echilibrate*);
136. Moser, Leo (*Numere Moser-de Bruijn*);
137. Motzkin, Theodore (*Numere Motzkin*);
138. Mullin, Albert A. (*Numere Euclid-Mullin*);
139. Narayana, Tadepalli Venkata (*Numere Narayana*);
140. Newman, Morris (*Numere Newman-Shanks-Williams*);
141. Nicomachus (*Numere impare*);
142. Niven, Ivan M. (*Numere Harshad*);
143. Oltikar, Sham (*Numere Smith*);
144. Opolka, Hans (*Numere potrivite*);
145. Oppermann, Ludvig (*Numere prime*);
146. Ore, Øystein (*Numere Ore*);
147. Padovan, Richard (*Numere Padovan*);
148. Pebody, Luke (*Numere Devlali*);
149. Pell, John (*Numere Pell*);
150. Perichon, Benoît (*Prime constelație*);
151. Pervushin, Ivan M. (*Numere Mersenne*);
152. Pickover, Clifford (*Numere vampir*);
153. Pierpont, James (*Prime Pierpont*);
154. Pillai, Subbayya S. (*Numere extrem abundente; Numere pătratică; Prime Pillai*);
155. Pinch, Richard G.E. (*Numere quasi-Carmichael; Numere frugale*);
156. Pitagora (*Numere amiabile; Numere pitagoreice*);
157. Plouffe, Simon (*Numere superfactoriale*);
158. Polignac, Alphonse de (*Numere întregi; Numere pare; Numere prime; Prime gemene*);
159. Pollock, Frederick (*Numere cubice; Numere platoniciene*);
160. Pomerance, Carl (*Numere Carmichael, Numere Knödel; Numere Leyland*);
161. Poulet, Paul (*Numere Poulet*);
162. Prachar, Karl (*Numere compuse*);
163. Proth, François (*Numere Proth*);
164. Rains, Eric (*Numere potrivite*);
165. Ramachandran Balasubramanian (*Numere pătratică*);
166. Ramanujan, Srinivasa (*Numere Brown; Numere colosal abundente; Numere cubice; Numere extrem compuse; Numere extrem compuse superioare; Numere Hardy-Ramanujan; Numere superabundente; Prime Ramanujan*);
167. Richert, Hans-Egor (*Prime absolute*);
168. Riemann, Bernhard (*Numere Mills*);

169. Riesel, Hans Ivar (*Numere Riesel*);
170. Rivera, Carlos (*Numere vampir*);
171. Rotkiewicz, Andrzej (*Numere Poulet*);
172. Rowland, Eric (*Prime Rowland*);
173. Russell, Ruby (*Prime Euler*);
174. Russo, Felice (*Numere prietenoase Smarandache*);
175. Sarrus, Pierre Frédéric (*Numere Poulet*);
- 176.
177. Sato, Daihachiro (*Numere Matijasevič*);
178. Scharlau, Winfried (*Numere potrivite*);
179. Scholz, Arnold (*Numere înlănțuite aditiv, Numere înlănțuite Brauer*);
180. Schröder, Ernst (*Numere Schröder*);
181. Segner, Johann (*Numere Catalan*);
182. Selfridge, John (*Numere Sierpiński; Prime Pierpont; Prime Wagstaff*);
183. Shanks, Daniel (*Numere Newman-Shanks-Williams*);
184. Shiu, Peter (*Numere primoriale; Numere slab totiente*);
185. Sidon, Simon (*Numere Mian-Chowla*);
186. Sierpiński, Waclaw F. (*Numere Sierpiński*);
187. Sloane, Neil (*Numere superfactoriale*);
188. Smarandache, Florentin (*Numere consecutive Smarandache; Numere prietenoase Smarandache; Numere primoriale; Numere pseudo-Smarandache; Numere Smarandache; Numere Smarandache-Fibonacci; Numere Smarandache-Radu, Numere Smarandache-Wellin; Prime Smarandache*);
189. Solinas, Jerome (*Prime Solinas*);
190. Somos, Michael (*Numere Somos*);
191. Sophie Germain, Marie (*Prime Sophie Germain*);
192. Srinivasan, A.K. (*Numere practice*);
193. Stäckel, Paul (*Prime gemene*);
194. Staudt, Karl von (*Numere von Staudt-Clausen*);
195. Stern, Moritz Abraham (*Numere Stern-Brocot; Prime Stern*);
196. Stirling, James (*Numere factoriale; Numere Stirling*);
197. Størmer, Fredrik Carl (*Numere uniforme; Numere Størmer*);
198. Sun, Zhi Hong (*Prime Fibonacci-Wieferich*);
199. Sun, Zhi Wei (*Prime Fibonacci-Wieferich*);
200. Suryanarayana, D. (*Numere superperfecte*);
201. Sylvester, James Joseph (*Numere Euclid-Mullin*);
202. Szekeres, George (*Numere puternice*);
203. Tao, Terence (*Numere prime; Prime progresive*);
204. Trigg, Charles W. (*Numere ondulatorii*);
205. Ulam, Stanislaw (*Numere norocoase Ulam*);
206. Vandermonde, Alexandre Théophile (*Numere factoriale*);
207. VanLandingham, Wade (*Numere Lychrel*);
208. Vinogradov, Ivan Matveyevich (*Numere impare; Numere prime*);
209. Wada, Hideo (*Numere Matijasevič*);
210. Wagstaff, Samuel S. (*Prime Wagstaff*);
211. Wall, Donald (*Prime Fibonacci-Wieferich*);
212. Wallrodt, Peter (*Numere brilante*);
213. Wang, T.Z. (*Numere prime*);
214. Waring, Edward (*Numere pătrate; Numere cubice*);
215. Wayland, Keith (*Numere Smith*);

216. Weinberger, P.J. (*Numere potrivite*);
217. Wellin, Paul R. (*Numere Smarandache-Wellin*);
218. Whitworth, William Allen (*Numere subfactoriale*);
219. Wieferich, Arthur (*Numere pătratică; Numere cubice; Prime Wieferich*);
220. Wiens, Douglas (*Numere Matijasevič*);
221. Wilansky, Albert (*Numere Smith*);
222. Wiles, Andrew (*Numere cubice*);
223. Williams, Hugh C. (*Numere quasi-Carmichael; Numere Newman-Shanks-Williams*);
224. Wilson, John (*Numere factoriale; Numere Wilson*);
225. Wolstenholme, Joseph (*Numere Wolstenholme*);
226. Woodall, Herbert J. (*Numere Cunningham; Numere Woodall*);
227. Woods, Alan R. (*Numere Erdős-Woods*);
228. Wright, Edward Maitland (*Numere Hardy-Ramanujan; Prime Mills*);
229. Wróblewski, Jaroslaw (*Prime înlănțuite Cunningham; Prime progresive*);
230. Yamashita, Koji (*Numere Lychrel*);
231. Yates, Samuel (*Prime titanice; Prime unice*);
232. Zeisel, Helmut (*Numere Zeisel*);
233. Zelinsky, Joshua (*Numere refactorabile*);
234. Zsigmondy, Karl (*Numere Zsigmondy*).

Numerele naturale au fascinat dintotdeauna omenirea, ce le-a considerat, pe bună dreptate, ca fiind mai mult decât mijloace de a studia cantitățile, le-a considerat entități având o personalitate proprie.

Ne-am mai permis pe parcursul lucrării câteva libertăți, ca de pildă să definim de-concatenarea ca fiind operația inversă concatenării (sintagma „tăiere a unui număr în două numere”, de exemplu, pe care am întâlnit-o într-un manual, ni s-a părut inadmisibilă pentru țara care l-a dat lumii pe Florentin Smarandache, al cărui nume este considerat pe plan internațional sinonim cu seriile de numere concatenate). Am încercat să fim cât mai corecți cu un minimum de eleganță (cât mai corect nu este un deziderat de disprețuit pentru o lucrare de anvergură în domeniul teoriei numerelor).

Am împărțit enciclopedia în două părți, „Clase de numere” (se subînțelege, întregi), respectiv „Clase de prime și pseudoprime”, prima cuprinzând principalele clase de numere cu care se operează actualmente în teoria numerelor (ramura matematicii ce studiază în principal numerele întregi), cea de-a doua câteva tipuri consacrate de prime (numere care au „sfidat” dintotdeauna matematicienii prin rezistența lor în a se lăsa înțelese și ordonate) și tipurile cunoscute de pseudoprime (o categorie aparte de numere, ce împart însă multe atribute cu numerele prime).

Scopul lucrării de față nu este de a pregăti un elev sau un student pentru vreun examen (în acest sens este știut că cel mai sigur este să descifrezi modul profesorului de a privi lucrurile pe care le predă, nu sensul ultim al acestora din urmă) ci este de a deschide orizontul teoriei numerelor cititorilor prin descrieri cât mai simple, cât mai clare și (pe cât se poate) mai atrăgătoare.

